



İSTANBUL MEDENİYET ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN SAYI
ÖRÜNTÜLERİNİ GENELLEMeye İLİŞKİN
FARKINDALIKLARI

Yüksek Lisans Tezi
Süleyman Yıldız

Aralık 2022



İSTANBUL MEDENİYET ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN SAYI
ÖRÜNTÜLERİNİ GENELLEMeye İLİŞKİN
FARKINDALIKLARI

Yüksek Lisans Tezi

Süleyman Yıldız

Danışman

Prof. Dr. Çiğdem Kılıç

Aralık 2022

TEZ JÜRİSİ ONAYI

Süleyman YILDIZ tarafından hazırlanan "Matematik Öğretmenlerinin Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Farkındalıkları"başlıklı bu yüksek lisans Tezi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı'nda hazırlanmış ve jürimiz tarafından kabul edilmiştir.

JÜRİ ÜYELERİ

İMZA

Tez Danışmanı:

Prof. Dr. Çiğdem KILIÇ

İstanbul Medeniyet Üniversitesi

Üyeler:

Doç. Dr. Seval Deniz KILIÇ

Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi

Doç. Dr. Eyüp SEVİMLİ

İstanbul Medeniyet Üniversitesi

Tez Savunma Tarihi: 26/ 12 / 2022

BEYANLAR

Yazım ve Kaynak Gösterme Kılavuzu Beyanı

Danışmanlığımda yazılan bu tezin APA yazım ve kaynak gösterme kılavuzunda belirtilen kurallara uygun olarak yapılandırıldığı ve bu kılavuzun APA kaynak gösterme standartlarının bu tezde tutarlı olarak uygulandığı tarafımdan incelenerek teyit edilmiştir.

İmza

Prof. Dr. Çiğdem KILIÇ

Etik İlkeler Sadakat Beyanı

Hazırladığım bu tezin tamamen kendi çalışmam olduğunu, akademik ve etik kuralları gözeterek çalıştığımı ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi beyan ederim.

İmza

Süleyman YILDIZ

ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitimimde hem ders hem tez aşaması boyunca yardımını ve ilgisini hiçbir zaman esirgemeyen, araştırmanın her bir aşamasında büyük bir samimiyetle sorduğum bütün soruları büyük bir titizlikle cevaplayan, kıymetli zamanını ayırıp bana yol gösterip rehberlik yapan değerli danışmanım sayın Prof. Dr. Çiğdem KILIÇ' a en içten saygı ve teşekkürlerimi sunarım. Özellikle tez yazma sürecinde kendisinden çok şeyler öğrendiğim değerli hocam ile geçirdiğim vakit oldukça kıymetliydi.

Tez savunma sürecimde yer alıp kıymetli görüşleriyle tezime katkıda bulunan sayın Doç. Dr. Seval Deniz KILIÇ ve sayın Doç. Dr. Eyüp SEVİMLİ hocama en içten saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Tez uygulama aşaması boyunca gönüllülük esasına göre tez çalışmama katılıp destek veren beni motive eden kütüphanelerde beni yalnız bırakmayan sevgili öğrencilerime ve tez sürecime değerli görüşleriyle katkıda bulunan değerli öğretmenlere saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Arkadaştan öte bir kardeş olarak bildiğim her türlü konuda beni motive eden yardımcı olmaya çalışan, desteklerini her zaman arkamda hissettiğim değerli dostlarımsayın Murat Bayram GÜVEN ve Sayın Hamza Yasin Kaya'ya çok teşekkür ederim.

Hayatımın her anında beni destekleyen, motive eden, bana güvenip arkamda duran, her daim sevgi ve desteklerini yanımda hissettiğim, bugünlere gelmemde çok büyük emekleri olan, başardığım her şeyin asıl mimarları annem Ayşe YILDIZ ve babam Durmuş YILDIZ'a çok teşekkürlerimi sunarım.

Aralık 2022

Süleyman YILDIZ

ÖZET

Matematik Öğretmenlerinin Sayı Örüntülerini Genellemeye İlişkin Farkındalıkları

YILDIZ, Süleyman

Yüksek Lisans Tezi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri
Eğitimi Ana Bilim Dalı, İlköğretim Matematik Eğitimi Programı

Danışman: Prof. Dr. Çiğdem KILIÇ

Aralık, 2022

Bu çalışmanın amacı; ortaokul matematik öğretmenlerinin sayı örüntülerini genelleme sürecindeki öğrenci cevaplarına ilişkin farkındalıklarının araştırılmasıdır. Bu amaç doğrultusunda araştırmada, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini 2021-2022 akademik yılında İstanbul ilinin çeşitli ilçelerinde Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı devlet okullarında görev yapmakta olan 15 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Çalışma grupları seçiminde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Araştırmada çalışma grubu seçimi iki aşamada gerçekleşmiştir. İlk aşamada İstanbul ilindeki bir devlet okulunun 7. sınıf öğrencilerinden sayı örüntülerinde genelleme ile ilgili çalışma kâğıdı örnekleri alınmıştır. Buradaki ölçüt öğrencilerin hem bu konuyu işlemiş olmaları, hemde sayı örüntülerini genellerken farklı genelleme stratejilerini öğrenmiş olmalarıdır. İkinci aşamada ise 15 ortaokul matematik öğretmenine bu çalışma soruları önce öğrenci cevapları olmadan sorulmuş, öğretmenlerden öğrencilerin bu sorularda ne gibi hatalara düşecekleri ya da soruları nasıl bir strateji ile çözeceklerini tahmin etmeleri istenmiştir. Ardından öğrenci cevapları öğretmenleresunulmuş ve öğrencilerin soru çözümlerinde yapmış oldukları hatalar, çözümde kullanılan stratejilerin belirlenmesi ve bu hataların giderilmesi için öneriler alınmıştır. Araştırmanın amacına yönelik olarak bulgular, Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)'in kuramsal çerçevesi dikkate alınarak nitel veri analiz yöntemlerinden olan Miles – Huberman (1994) analiz tekniği kullanılarak analiz edilmiştir.

Bulgular neticesinde önce ilk olarak örüntüleri genellerken öğrencilerde bulunması gereken bilgi ve becerilere değinen öğretmenlerin çoğunluğu örüntü genellemede ritmik sayma becerisinin önemine vurgu yaparken, cebir, üslü sayı ve dört işlem bilgisinin de genelleme sürecinde önemli olduğunu belirtmişlerdir. İkinci araştırma sorusunun neticesi olarak öğretmenler öğrencilerin, en fazla yinelemeli strateji ile soruları çözebileceklerini belirtirken ikinci olaraksa belirgin stratejiden faydalanacaklarını ifade etmişlerdir. Araştırmanın üçüncü alt probleminden elde edilen sonuçlara göre; öğretmenlerin öğrencilerin daha çok görünür stratejileri üzerine odaklanıp bu kısımda daha başarılı olduklarını ama cebirsel düşüncelerini yorumlama ve onları geliştirici önerilerde bulunup kararlar alma noktasında yetersiz kaldıkları görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Öğretmen Farkındalığı, Ortaokul Matematik Öğretmenleri, Örüntü Genelleme Stratejileri

ABSTRACT

Mathematics Teachers' Awareness about Generalizing Number Patterns

YILDIZ, Süleyman

M.S. Thesis, Graduate School of Education, Department of Mathematics and Science
Education, Primary Education Mathematics Education Program

Supervisor: Prof. Dr. Çiğdem KILIÇ

December, 2022

The aim of this study is to investigate the awareness of secondary school mathematics teachers about student answers in the process of generalizing number patterns. For this purpose, case study design, one of the qualitative research methods, was used in the research. The sample of the research consists of 15 secondary school mathematics teachers who are working in public schools affiliated to the Ministry of National Education in various districts of Istanbul Province in the 2021-2022 academic year. Criterion sampling method, one of the purposeful sampling methods, was used in the selection of study groups. The selection of the study group was carried out in two stages in the research. At the first stage, the 7th of a public school in Istanbul province. working paper samples related to generalization in number patterns were taken from the class students. The criterion here is that students have both studied this topic and learned different generalization strategies while generalizing number patterns. In the second stage, 15 secondary school mathematics teachers were asked these study questions without student answers first, and teachers were asked to predict what mistakes students would make in these questions or what kind of strategy they would solve the questions with. Then the student answers were presented to the teachers and suggestions were taken to determine the mistakes made by the students in the question solutions, the strategies used in the solution and to eliminate these mistakes. For the purpose of the research, the findings were analyzed using Miles–Huberman (1994) analysis technique, which is one of the qualitative data analysis methods, taking into account the theoretical framework of Jacobs, Lamb and Philipp (2010).

As a result of the results, most of the teachers who first touched on the knowledge and skills that should be found in students when generalizing patterns first emphasized the importance of rhythmic counting skills in pattern generalization, while noting that algebra, exponential number and four operations knowledge are also important in the generalization process. As a result of the second research question, teachers stated that students would be able to solve the questions with the most iterative strategy, while secondly stating that they would benefit from the obvious strategy. According to the results obtained from the third subproblem of the research; it was found that teachers were more successful in this part by focusing on students' more visible strategies, but they were inadequate at interpreting their algebraic thinking and making suggestions to improve them and making decisions.

Keywords: Teachers' Noticing Skills, Secondary School Mathematics Teachers, Pattern Generalization Strategies

İÇİNDEKİLER

TEZ JÜRİSİ ONAYI	iii
BEYANLAR	iv
ÖNSÖZ.....	v
ÖZET.....	vi
ABSTRACT	viii
İÇİNDEKİLER	x
TABLolar LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xv
BÖLÜM I: GİRİŞ	1
1.1.Problem Durumu	1
1.1.1.Cebir	5
1.1.2.Örüntünün Tanımı	5
1.1.3.İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programında Örüntüler	5
1.1.4.Örüntü Çeşitleri	6
1.1.4.1. Tekrarlanan Örüntüler.....	6
1.1.4.2. Değişen Örüntüler	7
1.1.5.Genelleme	9
1.1.6. Örüntü Genellemede Kullanılan Stratejiler	10
1.2.Araştırmanın Amacı	13
1.3.Araştırmanın Önemi	13
1.4.Sayıtlar	15
1.5.Sınırlılıklar.....	15
1.6.Tanımlar	15
1.7.Kısaltmalar	16
BÖLÜM II: İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	17
2.1. Fark etme becerisi ile ilgili araştırmalar.....	17
2.2. Genelleme ile ilgili yapılan araştırmalar	24

BÖLÜM III: YÖNTEM.....	31
3.1. Araştırma Deseni	31
3.2. Çalışma Grubu.....	31
3.3. Veri Toplama Aracı ve Süreci.....	32
3.3.1. Öğrenciler İçin Örüntü Genelleme Çalışma Soruları	32
3.3.2. Öğretmenler İçin Görüşme Soruları	34
3.4. Pilot Çalışma	34
3.5. Veri Analizi	35
3.5.1. Öğrenci Genelleme Yaklaşımları	35
3.5.2. Görüşmelerin veri analizi	41
3.5.3. Güvenirlilik ve Geçerlik.....	42
3.5.4. Çalışmadaki Etik Unsurlar.....	43
BÖLÜM IV: BULGULAR	44
4.1. Öğretmenlerin Sayı Örüntülerini Genellemede Öğrencilerde Olması Gereken Bilgi Ve Becerilere Yönelik Bulgular	44
4.2. Öğretmenlerin Dört Soruda Öğrencilerin Kullanacağı Örüntü Genelleme Stratejilerine İlişkin Tahminlerine Yönelik Bulgular.....	48
4.3. Öğretmenler Öğrencilerin Örüntü Görevlerine Verdikleri Yanıtlarda Öğrencilerin Anlamalarına Nasıl Karar Veriyorlar Sorusuna İlişkin Bulgular.....	53
4.3.1. Öğretmenlerin Öğrenci Çözümlerine Dikkat Etmesine Yönelik Bulgular.....	54
4.3.1.1. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Sağlam Kanıtları.....	57
4.3.1.2. Öğretmenlerin Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Sınırlı Kanıtları.....	58
4.3.1.3. Öğretmenlerin Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Kanıt Eksikliği.....	60
4.3.2. Öğretmenlerin Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerinin Yorumlanmasına Yönelik Bulgular	62
4.3.2.1. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerinin Yorumlanmasının Sağlam Kanıtları.....	65
4.3.2.2. Öğretmenlerin Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerinin Yorumlanmasının Sınırlı Kanıtları.....	68
4.3.2.3. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerinin Yorumlanmasının Kanıt Eksiklikleri	70

4.3.3. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerine Dair Karar Vermeleri	71
4.3.3.1. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerine Dair Karar Vermelerinin Sağlam Kanıtlarına Yönelik Bulgular.....	74
4.3.3.2. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerine Dair Karar Vermelerinin Sınırlı Kanıtları	76
4.3.3.3. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerine Dair Karar Vermelerinin Kanıt Eksiklikleri.....	77
BÖLÜM V: TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER.....	80
5.1. Öneriler.....	84
5.1.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler.....	84
5.1.2. Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler	84
KAYNAKÇA	85
EKLER.....	95
EK-1 Araştırma İzni	95
EK-2 Etik Kurul Onay Formu	96
EK-3 Aydınlatılmış Veli Onam Formu	97
EK- 4 Öğrenci Çalışma Kağıdı.....	99
EK- 5 Görüşme Formu	102
EK- 6 Öğrenci Çözümleri.....	103
ÖZ GEÇMİŞ.....	107

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1. Örüntü Genelleme Stratejileri Ve Özellikleri	12
Tablo 2. Öğretmenlerin Sayı Örüntülerini Genellemede Öğrencilerde Bulunmasını Ön Gördüğü Bilgi Ve Beceriler	45
Tablo 3. Öğretmenlerin Öğrencilerin Kullanacağı Örüntü Genelleme Stratejileri Üzerine Tahminleri	49
Tablo 4. Öğrenci Çözümlerine Dikkat Etmenin Sınıflandırılması	54
Tablo 5. Öğretmenlerin Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Dikkatlerinin Her Kategoriye Ait Kanıtlarının Frekansları	55
Tablo 6. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümlerine Üzerine Dikkat Etme Kategorisinin Sağlam Kanıtlarının Frekansları	57
Tablo 7. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümlerine Üzerine Dikkat Etme Kategorisinin Sınırlı Kanıtlarının Frekansları	59
Tablo 8. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümlerine Üzerine Dikkat Etme Kategorisinin Kanıt Eksikliği Gösteren Öğretmenlerin Frekansları	61
Tablo 9. Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerinin Yorumlanmasının Sınıflandırılması	63
Tablo 10. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Yorumlarının Her Kategoriye Ait Kanıtlarının Frekansları	64
Tablo 11. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Yorumlama Kategorisinin Sağlam Kanıtlarının Frekansları	66
Tablo 12. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Yorumlama Kategorisinin Sınırlı Kanıtlarının Frekansları	68
Tablo 13. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Yorumlama Kategorisinin Kanıt Eksikliğinin Frekansları	70
Tablo 14. Karar Verme Aşamalarının Sınıflandırılması	72
Tablo 15. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Karar Vermelerinin Her Kategoriye Ait Kanıtlarının Frekansları	73
Tablo 16. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Karar Verme Kategorisinin Sağlam Kanıtlarının Frekansları	75
Tablo 17. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Karar Verme Kategorisinin Sınırlı Kanıtlarının Frekansları	76

Tablo 18. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Karar Verme

Kategorisinin Kanıt Eksikliğinin Frekansları 78

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Tekrarlanan Örüntü Örneği (Tanışlı,2008).....	7
Şekil 2. Sabit Değişen Şekil Örüntüsü Örneği (Rivera Ve Becker, 2008)	7
Şekil 3.Sabit Değişen Sayı Örüntüsü Örneği (Sucuoğlu, 2015)	8
Şekil 4. Artarak Değişen Şekil Örüntüsü Örneği (Tanışlı, 2009)	8
Şekil 5. Artarak Değişen Sayı Örüntüsü Örneği (Sucuoğlu, 2015)	9
Şekil 6. Öğrenci Çalışma Kağıdı	33
Şekil 7.Soru 1 İçin Ö1 'İN Genelleme Yaklaşımı.....	36
Şekil 8.Soru 1 İçin Ö2 'İN Genelleme Yaklaşımı.....	36
Şekil 9.Soru 2 İçin Ö1'İN Genelleme Yaklaşımı.....	37
Şekil 10.Soru 2 İçin Ö1 'İN Genelleme Yaklaşımı.....	38
Şekil 11.Soru 3 İçin Ö2 'İN Genelleme Yaklaşımı.....	38
Şekil 12.Soru 3 İçin Ö3 'İN Genelleme Yaklaşımı.....	39
Şekil 13.Soru 4 İçin Ö3 'İN Genelleme Yaklaşımı.....	39
Şekil 14.Soru 4 İçin Ö4 'İN Genelleme Yaklaşımı.....	40
Şekil 15.(Miles Ve Huberman Modeli, 1994).....	41

BÖLÜM I: GİRİŞ

1.1.Problem Durumu

İnsanı diğer canlı varlıklardan ayıran birçok özelliği vardır. Bunlardan en temel olanları yaşanan olaylardan bir anlam çıkarıp şartları kendine göre düzenleme yetisi ve düşünebilme yeteneğidir. Bu yetenek matematik ile birlikte gelişmektedir. Çünkü matematik düşünmeyi geliştiren en temel araçlardan biridir. Bundan dolayıdır ki temel eğitim ve öğretimin yapı taşlarından en önemlisini matematik oluşturmaktadır (Umay, 2003).

Matematik eğitim ve öğretiminin etkili bir şekilde olabilmesi için, öğrencilerin hangi bilgiyi bildiklerini, neye ne ölçüde ihtiyacı olduklarını ve öğrenmelerinin daha iyi olması için nasıl yardıma ihtiyacı olduklarının anlaşılması gerekir NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi, 2000). Bu durumda herhangi bir konuda kavram yanılgısı ve öğrenme güçlüğü yaşayanların tespit edilmesi, öğrencilerin ön bilgileri ve ne şekilde düşündüklerini anlamak oldukça önemlidir (Marks, 1990; Shulman, 1987). Bunu da en iyi şekilde yapacak olanlar hiç kuşkusuz öğretmenlerdir. Dolayısıyla eğitim ve öğretimin niteliği, öğretmenlerin sahip olduğu yeterlilikle doğrudan ilişkilidir. Bu yeterliklerden bir tanesi de “Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterlikleri” içerisinde yer alan öğrenciyi tanıma bilgisidir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2017). Öğrenciyi tanıma bilgisi, öğretmenin herhangi bir konu ile ilgili, öğrencilerinin ön bilgilerini, öğrencilerinin yapacakları hataları bilmeyi ve hangi kavramlarda zorlanacaklarını tahmin etmeyi gerektirir (An, Kulm ve Wu, 2004; Ball, Thames ve Phelps, 2008).

Öğrenciyi tanıma bilgilerinden birisinin de öğretmenlerin fark etme becerisi olduğu görülmektedir (Shulman, 1987). Fark etme, bir öğretmenin sınıf uygulamalarının çok önemli bir parçasıdır. Fark etmenin önemi göz önüne alındığında, öğretmenin fark etme becerisi üzerine araştırmalar önem kazanmış ve son yıllarda önemli ölçüde artmıştır. Farkına etme, o anda farkına varmayı ve ardından uygulamada karara göre

hareket etmeyi sağlamak için eldeki durumla birlikte kaynaklardan yararlanır (Dindyal, Schack, Choy ve Sherin, 2021). Alan yazında “Noticing” yani fark etme diye isimlendirilen bu tanım, öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini anlama becerisi olarak yorumlanmaktadır (Sánchez-Matamoros, Fernandes ve Llinares, 2014). Ball ve arkadaşları (2008) yaptıkları araştırmada, matematik öğretiminde, öğretmenin öğrencilerinin bir konuyu nasıl anladığını değerlendirme, konu ile ilgili güçlüklerinin farkında olma ve bu güçlükleri aşmak için çeşitli yollar üretme gibi yeterlik ve becerilere sahip olması gerektiğinin önemini vurgular. Matematik eğitiminde fark etme becerisi kavramına yönelik farklı tanımlamalar ve araştırmalar mevcut olup bu araştırmaların en temelleri Van Es ve Sherin'e aittir (Sherin ve van Es, 2005; van Es ve Sherin, 2002, 2006, 2008). Van Es ve Sherin (2002) araştırmalarında öğretmenlerin fark etme becerisini nasıl geliştirdiği üzerine çalışmış ve fark etme becerisi kavramını 3 ana kısımda incelemiştir. Bunlar;

- a) Bir sınıf içerisindeki önemli durumları tespit etme,
- b) Bir sınıf içerisindeki tespit ettiği önemli durumlar ile öğrenme ve öğretim ilkeleri bakımından bağ kurma ve
- c) Bir sınıf içerisindeki olayların sebeplerini sorgularken öğretmenlik alan bilgisini kullanmadır.

Jacobs ve arkadaşları (2010), çalışmalarında fark etme becerisini öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme olarak ele almıştır. Bu sayede alinyazını yeni bir kavram kazanmıştır. Çalışmada araştırmacılar öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşüncelerinde neyi fark ettiğinden daha çok nasıl fark ettiğine odaklanmışlardır. Buradan hareketle Jacobs ve arkadaşları (2010), alan yazına kazandırdıkları matematiksel düşünceleri fark etme becerisini birbirleriyle bağlantılı olacak şekilde üç kapsamda ele almışlardır;

- a) Öğrencilerin yaptığı stratejilere dikkat etme,
- b) Öğrencilerin yaptığı stratejiler üzerine matematiksel anlamalarını yorumlama ve

- c) Öğrencilerden düşünme şekillerine göre ne şekilde cevaplar geleceğine karar vermedir.

Öğretmenin, öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini anlaması ve fark etmesi için öğrencilerin yaptıkları yanıtların doğru ya da yanlış olduğunu anlamasından çok daha fazlası gerekir. Bu kapsamda öğretmenin öğrenci cevaplarını daha ayrıntılı incelemesi, bu cevapların altında yatan düşünceleri anlamaya çalışması ve tartışması oldukça önemlidir (Hines ve McMahon, 2005; Holt, Mojica ve Confrey, 2013). Araştırmacılardan bazıları fark etme ile ilgili olarak belirli öğretmen özelliklerine bakmışlardır. İlgili literatür incelendiğinde öğrencilerin cevaplarını ve düşünme süreçlerini inceleyen, öğretmen ve öğretmen adayları üzerine yapılmış fark etme becerisi ile ilgili birçok çalışma mevcuttur (Amaç ve Kabar, 2019; Bartell, Webel, Bowen ve Dyson, 2013; Didiş, Erbaş, Çetinkaya, Çakıroğlu ve Alacacı, 2016; Kılıç, 2019; Schack, Fisher, Thimas, Eisenhardt, Tassell ve Yoder, 2013). Amaç ve Kabar, (2019) ortaokul matematik öğretmeni adaylarıyla yaptığı çalışmada cebirdeki işlemler konusu, harf kullanımındaki öğrenci hatalarına dair öğretmen adaylarının farkındalıkları ve tahminlerini incelemiştir. Öğretmen adaylarının öğrencilerin temel hatalarının farkında oldukları fakat farklı türdeki hatalara karşı farkındalıkları yetersiz olduğu görülmüştür. Bartell, Webel, Bowen ve Dyson (2013), ise öğretmen adayları ile yaptığı çalışmasında, öğretmen adaylarının öğrencilerin kavramsal olarak anlama kanıtlarını tanıma becerilerini ve adayların alan bilgisi bakımından öğrencinin matematiksel düşünmelerini teşhis edebilme görevini incelemiştir. Öğretmen adaylarının mevcut alan bilgisinin öğrenci düşünmelerini analiz etmede yetersiz kaldığı görülmüştür. Kılıç (2019), çalışmasında 7. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin denklemler konusuna ilişkin hatalarını tespit edip aday öğretmenlerin bu hatalara yönelik farkındalıklarını belirlemeyi amaçlamıştır. Öğretmenler adaylarının öğrencilerin var olan kavram yanlışlarını teşhis etmede başarı gösterdikleri fakat öğrencilerin hatalarını gidermek için yanıt/karar adımlarında fazla başarı gösteremedikleri görülmüştür. Schack, Fisher, Thimas, Eisenhardt, Tassell ve Yoder (2013), yapmış oldukları çalışmada öğretmen adaylarının mesleki fark etme becerisinin gelişimini gözlemlemek amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarının, öğrencilerin stratejilerine katılma, matematiksel düşünmelerini analiz edip yorumlama ve öğrencinin matematiksel düşünmeleri

üzerine ne şekilde cevaplar vereceğine karar verme şeklinde üç öğeye göre gelişimlerini incelenmiştir. Öğretmenlerle yapılan çalışmalara bakıldığında, fark etme becerisi sayesinde öğretmenler derslerini daha yavaş anlatmaya ve öğrencileri derse daha aktif etmeye başladıklarını ifade etmişlerdir (Van Es ve Sherin, 2008). Fark etme becerileri gelişmiş öğretmenlerin öğrencilerinin düşüncelerine karşı daha dikkatli olmaya başladıkları, matematiksel ayrıntıları daha iyi analiz ettikleri gözlenmiştir (Goldsmith ve Seago, 2011).

Goldsmith ve Seago (2011), çalışmalarında öğretmenler öğrencilerden gelen yazılı çalışma kâğıtlarını analiz edip anlamlandırmaya çalışmışlardır. Bu çalışmalara yıllar için öğretmenlerin fark etme becerilerinin gelişimi adına çok önemli bir adımdır. Çünkü öğretmenler sürekli öğrencilerin çözmekle sorumlu olduğu ödev, çalışma kağıdı, yazılı gibi öğrenci cevaplarıyla karşılaşır ve bu konuda öğrencinin bilgisinin yorumlanıp analiz edilmesi daha olumlu eğitim kararlarının alınmasına fırsat sunar. Öte yandan bir başka çalışmada, Kılıç, (2019), çalışmasında örüntülerin genellenmesi konusundaki öğrenci cevaplarına dair matematik öğretmen adaylarının farkındalığı incelenmiştir. Öğretmen adaylarından öğrencilerin yapmış olduğu stratejileri fark edip belirlemeleri ve hataların olası sebeplerini açıklamaları istenmiştir. Araştırmanın sonucuna göre; aday öğretmenlerin çoğunluğu öğrenci cevaplarındaki yapılan genelleme stratejilerini fark edip bulma konusunda başarılı oldukları kadar öğrencilerin hataların olası sebeplerini açıklamada yetersiz kalmışlardır. Cebir konularının öğretiminde fark etme becerilerinin önemli olduğu görülmektedir.

Öğretmenin, öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini anlaması ve fark etmesi konusundan hareketle cebir öğrenme alanına bakıldığında ise başarılı öğrenciler yetiştiren öğretmenlerin cebir bilgisinin güçlü olduğu bilinmektedir (Magiera vd., 2013). Buradan hareket edecek olursak cebirsel düşünmeyi, cebirsel düşünme ile ilgili yapıları iyi bilen öğretmenler; öğrencilerine daha kaliteli eğitim öğretim ortamı oluşturup, onlardan gelen dönütleri daha şuurlu bir şekilde değerlendirip eğitim anlamında doğru kararlar verecektir.

1.1.1. Cebir

Harezmi, ilk cebir kitabının yazarı olarak cebiri, bilinmeyi bulma sanatı olarak tanımlamıştır (Baki, 2018). Matematiğin temel yapı taşlarından olan cebir, öğrencilere soyut düşüncenin yolunu açtığı için matematik, matematiğin alt alanları ve diğer bilim dalları arasında anlamsal olarak köprü görevindedir (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009). Cebirde yer alan önemli konulardan biri de genellemedir (Tanışlı ve Özdaş, 2009).

Genelleme kavramına bakıldığında; genellenenin, cebirsel düşünmenin ve cebirin temel adımı olduğu söylenebilir. Cebirin temel adımı genelleme, genellenenin ise temel adımı örüntülerdir (Tanışlı ve Özdaş, 2009).

1.1.2. Örüntünün Tanımı

Örüntünün tanımına dair birçok matematikçi farklı tanımlamalar yapmıştır. Örneğin, Souviney (1994) örüntüyü geometrik şekiller, sesler, semboller ve eylemlerin sistematik bir yapılandırması olarak tanımlarken, Mulligan ve Mitchelmore (2009) matematiksel bir örüntünün genellikle, sayısal mekânsal ya da mantıksal ilişkileri içeren herhangi öngörülebilir düzen olarak tarif edilebileceğini belirtmektedirler. Mulligan (2010)'da örüntü mantık ve sayısal olarak ilişki içeren tahmin edilebilir bir düzenlilik olarak tanımlanmaktadır. Örüntü matematiksel bakıldığında ise düzen içinde matematiksel nesnelerin (şekiller, sayılar, vb.) yapılarındaki bir ilişkidir. Toluk ve Uçar (2007)'de örüntü düzgün bir şekilde sıraya konulan şekil ve nesnelerden oluşan manzume olarak tanımlanmaktadır. Yapılan tanımlarda örüntü kavramının belli bir düzene sahip olması vurgulanan noktalardan olmuştur (Tanışlı, 2015).Ortaokul matematik dersi (5.-8. Sınıflar) öğretim programında çeşitli örüntü çalışmalarına yer verilmektedir.

1.1.3. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programında Örüntüler

2005-2018 yılları içerisinde matematik öğretim programı dâhiline alınan, sayılar ya da işlemler içeren yapılardan oluşan örüntüler konusu, ilköğretimin tüm düzeylerinde yer almaktadır. İlkokul düzeyinde, sayı örüntüleri sayılar ve işlemler öğrenme alanı içerisinde verilirken ortaokul matematik programında öğrencilerin sayı örüntülerini genellemesi ve harfle ifade etmesi beşinci ve yedinci sınıf düzeylerinde yer

almaktadır. 2013 yılında yapılan düzenleme ile beşinci sınıfta sayılar ve işlemler alt öğrenme alanı içerisinde “Kuralı verilen sayı ve şekil örüntülerinin istenen adımlarını oluşturur” kazanımı ile örüntü kavramına yer verilmiştir. Yedinci sınıfta ise cebir öğrenme alanı içerisindeki cebirsel ifadeler konusunda “Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur” şeklindeki kazanım ile sayı örüntüleri yer almıştır (MEB, 2018). Programda belirtildiği üzere örüntü kavramının keşfedilmesinin ve bu örüntüleri genellemenin çocukların yeteneklerinin gelişimine faydalı olacağı, etrafını daha iyi anlayacağı ve cebirde ana kavramların algılanmasına yarar sağlayacağı ifade edilmektedir (MEB, 2009). Matematik ders kitapları sayı ve şekil örüntülerine farklı etkinliklerle yer vermektedir. Sayı örüntüsü ile ilgili öğrencilerin model tasarımları ve matematiksel cümle oluşturmaları hedeflerken, şekil örüntülerinde örüntünün devamını yordayıcı çizimler yapmaları ve elemanların rakamsal karşılığını bulmaları öğrencilerden beklenmektedir. Örüntünün tanımlarından ve programdan da anlaşılacağı gibi farklı örüntü çeşitleri bulunmaktadır.

1.1.4. Örüntü Çeşitleri

Smith (1997) örüntüyü sayısal ve sayısal olmayan biçiminde ikiye ayırmıştır. Stacey (1989) örüntüyü n.inci terimin ifade ediliş biçimine göre $an+b$ lineer ve $an^2 +bn+c$ kuadratik olarak sınıflamıştır. Bazı çalışmalarda ise örüntüler yapı bakımından tekrarlayan ya da değişen örüntüler olarak iki şekilde incelenir (Tanışlı ve Olkun, 2009; Olkun ve Yeşildere, 2007). Hem tekrarlanan hem de değişen örüntülerde belli bir örüntü sayısal olarak, şekil olarak problem ve t-tablosu olarak ifade edilebilir ve bu ifadeler birbiri cinsinden yazılabilir (Tanışlı ve Olkun, 2009).

1.1.4.1. Tekrarlanan Örüntüler

Terimlerin birbirleriyle olan ilişkisinin sabit bir şekilde dizilip ötelenmesiyle oluşan örüntülere tekrarlanan örüntüler denir (Olkun ve Yeşildere, 2007). Tekrarlanan örüntülerde, örüntüdeki en küçük birimin tekrarlı bir şekilde uygulanarak oluştuğu bir döngüsel yapı vardır (Liljedahl, 2004). Bu döngüsel yapıya tekrar birimi denilmektedir. Örnek verecek olursak ABCABCABC... örüntüsünde tekrar birimi 3 iken, ABCabABCab... örüntüsünde ise tekrar birimi 5 olarak verilmiştir (Threlfall, 1999, Akt. Zaskis ve Liljedahl, 2002). Bu tip tekrar eden örüntülerde, örüntünün

döngüsel yapısının tekrarı iki ya da daha fazla olacak şekilde verilmelidir. Örneğin tekrar biriminin ABB gibi verildiği bir örüntüde, örüntü en az ABBABB olacak şekilde sunulmalıdır. Eğer örüntü ABBABBA veya ABBA gibi sorulursa burada bir belirsizlik oluşur (Van De Walle, 2004). Tekrarlanan örüntü örneği tekrar birimleriyle Şekil 1’de gösterilmiştir.



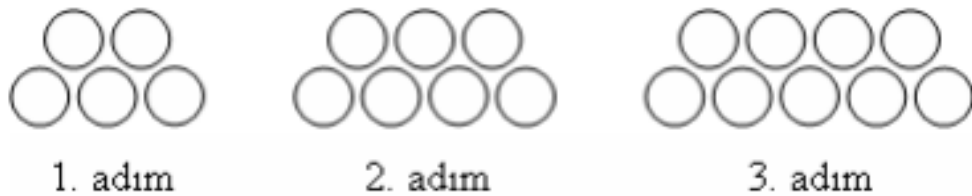
Bu örüntünün, tekrar birimi üçtür.

Şekil 1. Tekrarlanan örüntü örneği (Tanışlı,2008)

1.1.4.2.Değişen Örüntüler

Değişen örüntüler, terimlerin birbiri ile olan ilişkilerinin genişleyip daralarak oluşan örüntülerdir. Değişen örüntülerde bir sonraki terim bir önceki ile bağlantılıdır (Van de Walle, 2004). Değişen örüntüleri üç şekilde ele alabiliriz. Bunlar sabit değişen, artarak değişen ve diğer örüntülerdir (Olkun ve Yeşildere, 2007).

- **Sabit (Lineer) değişen örüntüler;** Devam eden bir sonraki terimin bir önceki terime sabit sayı eklenip veya çıkarılarak oluşturulan örüntülere denilmektedir (Tanışlı,2015). Bu tür örüntü örneklerine Şekil 2’de ve Şekil 3’te yer verilmiştir.



Şekil 2. Sabit değişen şekil örüntüsü örneği (Rivera ve Becker, 2008)

Şekil 2’deki örüntüde yer alan adım ve çember sayılarına bakıldığında, alt satırda her adım sayısının iki, üst taraftaki satırda ise her adım sayısının birer fazlası olacak şekilde çemberler vardır. Terimlerdeki artma oranına bakıldığında örüntünün kuralı

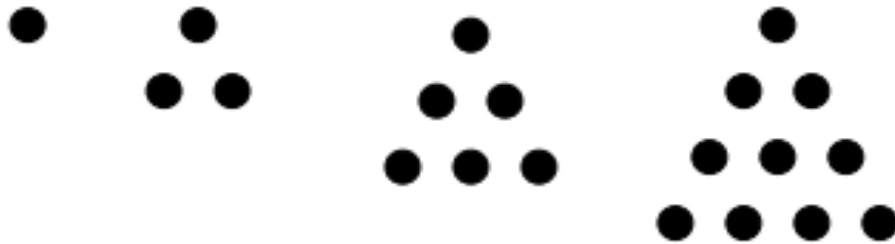
olarak; “Beş çemberle başlanan örüntüye bir sonraki adımında hem üst hem de alt satıra birer tane çember yerleştirilir.” diyebiliriz.

4 7 10 13 ...

Şekil 3. Sabit değişen sayı örüntüsü örneği (Sucuoğlu, 2015)

Şekil 3’te sabit değişkenolacak şekilde bir sayı örüntüsü verilmiştir. Örüntüye bakıldığında her bir terim adım sayısını üç ile çarpıp bir eklenerek bulunur. Öte yandan her seferinde bir sonraki terimi elde etmek için bir önceki terime 3 eklenerek bulunduğu ifade edilebilir. Bu örüntünün genel terimi $3n+1$ şeklindedir.

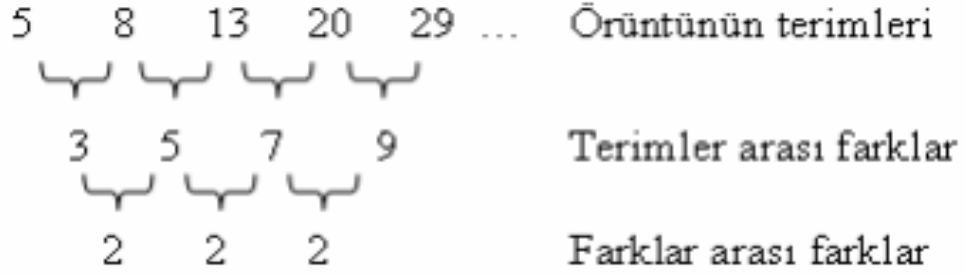
- **Artarak değişen örüntüler;** Devam eden bir sonraki terimlerin arasındaki farkların sabit olmadığı, azalarak ya da artarak değiştiği örüntülerdir (Tanışlı,2015).Bu tarz örüntülerin terimlerinin birbirleriyle arasında sabit fark olmaz. Ama farkların birbirleriyle arasında, ilerleyen adımlarda sabit farklar görülür. Artarak değişen örüntülerin genel kuralları hem ikinci hem de üçüncü derece denklemler yardımıyla ifade edilebilir. Genel kuralı ikinci derece denklem yardımıyla açıklanan örüntüler “kuadratik örüntüler” şeklinde isimlendirilir (Sucuoğlu,2015). Bu tür örüntü örneklerine Şekil 4’te ve Şekil 5’te yer verilmiştir.



Şekil 4. Artarak değişen şekil örüntüsü örneği (Tanışlı, 2009)

Şekil 4’teartarak değişen olacak şekilde bir şekil örüntüsü verilmiştir. Örüntü tek bir nokta ile başlayarak bir sonraki adıma geçildiğinde bir önceki adımın alt satırının

nokta sayısının, bir sonraki terimin alt satırına bir fazla nokta eklenerek oluşturulmuştur.



Şekil 5. Artarak değişen sayı örüntüsü örneği (Sucuoğlu, 2015)

Şekil 5’te artarak değişen bir sayı örüntüsü verilmiştir. Örüntüye bakıldığında ardı sıra gelen terimlerin farkları sabit olmamakla birlikte farklar arası farklar incelendiğinde sabit olduğu görülür.

- **Diğer örüntüler;** sabit değişen ve artarak değişen örüntü kategorisine girmeyen fakat düzenli bir değişim gösteren örüntülerdir. Bu şekilde oluşturulmuş örüntülerde bir önce verilen terimden yararlanılarak bir sonraki terim bulunur. Fibonacci sayıları olarak bilinen sayı dizisi bu örüntünün en büyük örneğidir (Tanışlı, 2008).

Örüntü ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında örüntü oluşturma, örüntüyü devam ettirme, örüntünün genel kuralını bulma gibi çalışmalar olduğu görülmektedir.

1.1.5. Genelleme

Alan yazında genelleme ile ilgili birçok farklı tanım bulunmaktadır. Genellemeyi ilk defa Polya (1957), matematiksel aktivitelerin ve bilgisel anlamda matematiksel gelişimin esas unsuru olarak belirtmiştir. Yağbasan ve Gülçiçek, (2003)’de genelleme; varlıkları belli bir grupta ortak özellikleri bakımından toplayıp isim verme işi olarak ifade edilir. Harel ve Tall (1989) ise genellemeyi; belirli bir tezin daha genel olarak uygulanması ve devam eden süreci şeklinde tanımlar. Bununla birlikte genelleme, matematik öğretiminin temel hedeflerinden biridir (NCTM, 2000). Mason (1996), genelleme olmadan matematiksel düşünmeden söz edilemeyeceğini; Steele (2005), genelleme bulmaya çalışmanın cebirsel ifadenin

temeli olduğunu belirtmiştir. Bu kapsamda genellemenin matematiksel ve cebirsel düşünmenin ana önemli unsurlarından biri olduğu söylenebilir. Çünkü genelleme, öğrenciler tarafından simgesel gösterimlerin kavranmasına, cebir ile aritmetik arasında bağlantı kurulmasına yardımcı olur (Lannin, 2005). Genelleme, cebirin temeli iken örüntü kavramı ise genellemenin temeli olarak ifade edilebilir (Tanışlı ve Özdaş, 2009). Bu kapsamda örüntüler konusu ise, genellemenin biçimlenmesinde önemli bir adım olarak ifade edilir (Jones, 1993; Akt: Tanışlı, Köse; 2011). Yapılan çalışmalar incelendiğinde örüntüleri genellemede kullanılan bazı stratejilerin olduğu görülmektedir.

1.1.6. Örüntü Genellemede Kullanılan Stratejiler

Örüntü bulma, örüntüleri anlama, genelleme öğrencilerin hem birer problem çözücü hem de soyut düşünürler olmalarına yardımcı olur (Olkun ve Toluk-Uçar, 2007). Örüntüleri genelleme, öğrencilerin cebirsel olarak düşüncelerinin gelişmesinde etkili bir unsurdur. Ayrıca fonksiyon kavramı ve bilhassa değişken kavramının anlaşılmasında da önemli bir etkidir (Lesley ve Freiman, 2004). Zaskis ve Liljedahl (2002), matematiğin bilhassa cebirin tamamen örüntüleri genellemeden oluştuğunu bundan dolayıda örüntü kavramının matematiğin asıl özü olarak görüldüğünü savunmuştur.

Örüntüleri genellerken araştırmacılar farklı çeşitlerde genelleme stratejileri kullanmıştır. Alanyazına bakıldığında, genelleme stratejileri ortak özellikleri de olmak üzere farklı gösterimlerde incelenmiştir (Amit ve Neria, 2008; Healy ve Hoyles, 1999; Lannin, 2005; Lannin, Barker ve Townsed, 2006; Orton ve Orton, 2005; Radford, 2006; Stacey, 1989). Stacey (1989) örüntülerde genelleme stratejilerini 4 farklı şekilde ifade etmiştir. Bunlar şekil üzerinde sayarak, bütüne genişleterek, fark ve lineer yöntem şeklindedir. Lannin (2005) örüntülerde genelleme stratejilerini ikiye ayırarak incelemiştir. Bu stratejileri belirgin ve belirgin olmayan şekilde sınıflamıştır. Belirgin olmayan yaklaşımların içinde yinelemeli ve sayma stratejisini; belirgin yaklaşımların içinde ise tahmin- kontrol, bütüne genişleterek ve içeriksel stratejiyi ifade etmiştir. Radford (2006) örüntülerde genellemeye yönelik stratejileri cebirsel olarak, tahmin yoluyla ve aritmetik genelleme olacak şekilde 3 farklı şekilde sınıflandırarak araştırmıştır.

Healy ve Hoyles (1999) örüntülerde genelleme stratejilerini iki şekilde sınıflandırarak incelemiştir. Bu stratejiler şematik yaklaşım ve sembolik yaklaşım şeklindedir. Sembolik yaklaşımları değişken kullanarak, terimlerin farklılıklarına odaklanarak, sayarak ve terimlerle işlem yapma olmak üzere 4 farklı şekilde açıklamıştır. Şematik yaklaşımı da; terimlerin birbiriyle ilişki kurma ve nesneleri algılayarak genelleştirme olacak şekilde iki farklı açıklamıştır. Şematik yaklaşım genellikle şekil örüntüsü için kullanılan stratejileri içermektedir. Amit ve Neria (2004) ise örüntülerde genelleştirme stratejilerinde ortaokul öğrencileri (12-14 yaş) üzerinde araştırma yapmıştır. Öğrencilerin yaptığı genelleştirme stratejilerini yerel genelleştirme ve genel genelleştirme diye iki başlık altında toplamıştır. Öğrencilerin genel genelleştirmede fonksiyonel yaklaşımı, yerel genelleştirmede ise yinelemeli yaklaşımı kullandıklarını ifade etmiştir.

Lannin, Barker ve Townsed (2006) örüntülerden genelleme stratejilerini 4 farklı şekilde sınıflandırarak incelemiştir. Bu stratejiler belirgin strateji, yinelemeli strateji, bütüne genişleterek ve grupta şeklidir. Orton ve Orton (2005) ortaokul öğrencilerinin (10-13) örüntüleri genellerken daha çok yinelemeli yaklaşımı kullandıklarını ifade etmiştir. Tablo 1’de gösterilen veriler alan yazında yapılmış araştırmalardaki örüntülerin genelleme yaklaşımları (Amit ve Neria, 2004; Healy ve Hoyles, 1999; Lannin, 2005; Lannin, Barker ve Townsed, 2006; Orton ve Orton, 1999; Radford, 2006; Stacey, 1989) göz önünde bulundurularak oluşturulmuş ve kategorileştirilmiştir.

Tablo 1.Örüntü Genelleme Stratejileri ve Özellikleri

Stratejiler	Özellikler
Sayma (Lannin, 2005)	Herhangi bir örüntüdeki özelliklerle yakın terime ulaşmak için bir şekli meydana getiren parçaları saymak veya bizden istenilen örüntüyü bulmak için modelini çizmeyi içerir.
Yinelemeli veya Eklemeli (Lannin, Barker ve Townsed, 2006)	Bir örüntüde sonraki terimleri elde etmek için önceki terimin kullanılmasını kapsar. Öğrenciler çoğunlukla terimler arasındaki farkı bularak bir sonraki terimi elde etmek için buldukları bu terimler arası farkı son terime ekleyerek işlem yaparlar. İşlem bu şekilde ekleyerek ve yinelenerek sürdürüldüğünden yinelemeli strateji şeklinde isimlendirilir.
Fark ile çarpma (Stacey, 1989)	Doğrusal örüntüleri genellerken meydana gelen bu durumda, öğrenciler terimlerin arasındaki farkın sabit olduğunun farkındadır ve n. terimi bu fark ile çarpırlar.
Bütüne Genişletme veya oranlama (Stacey, 1989)	Bu genelleme yaklaşımı orantısal akıl yürütme becerisini kullanarak sonuca gitmeyi içerir. Örüntüdeki birimlerin katlarından yola çıkarak büyük bir birim yapılandırma esastır. Örneğin 4 kalem 10 TL ise 12 kalem 30 TL'dir.
Tahmin-Kontrol veya Deneme yanılma (Lannin, 2005)	Örüntünün kuralının çalışıp çalışmadığına bakılmaksızın, tahmini bir kural elde etmektir. Problem durumunu temsil eden bir örüntü kuralı oluşturulur. Öğrenci oluşturmuş olduğu kuralı doğrulamaya çalışır.
İçeriksel (Lannin, 2005)	Örüntüyü sağlayan içeriğe uygun bir formül ya da kural inşa etmeyi içerir. Bulunan formül hesaplama tekniğiyle bağlantılı olup içerik ile ilgili genellikle ezberlenen bir formüldür.
Gruplama (Lannin, Barker ve Townsed, 2006)	Bir örüntüdeki bilinen terimler arası sabit farktan yola çıkarak aritmetik genellemeler ile bilinmeyenlerin değerini bulmayı içerir.
Fonksiyonel veya belirgin (Amit ve Neria, 2004;Lannin, Barker ve Townsed, 2006)	Bu strateji iki parametre arasındaki bağlantıyı tespit etmeyi ve genelleştirmeyi kapsar. İlk adım olarak formül ve denklemler ile fonksiyonlar belirlenir. Bu sebepten ötürüdürki fonksiyonel strateji şeklinde isimlendirilir. Bir değişken için hesaplanan en güvenli yöntemidir. n.terimi bulmak için genel bir kural elde etme imkanı verir.

Öğrenciler örüntüler konusunda özellikle genelleme kısmında zorluk yaşamaktadırlar (Rico,1996; Stacey,1989). Örüntü genelleme sürecinde başarılı olabilmeleri, öğretmenlerin öğrencilerin örüntü genelleme stratejilerini anlayıp yorumlamalarına bağlıdır. Genelleme sürecinde iyi olan bir öğretmen, öğrencilerinin cevaplarını daha doğru bir şekilde değerlendirecek ve eğitim öğretim anlamında daha bilinçli kararlar verecektir (Kılıç, 2019).

1.2.Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı; öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme sürecindeki öğrenci cevaplarına ilişkin tahmin ve farkındalıklarının araştırılmasıdır. Bu amaca yönelik aşağıda bulunan sorulara cevap aranmıştır:

- 1.Ortaokul matematik öğretmenlerinin sayı örüntülerini genelleme sürecinde öğrencilerde olması gereken bilgi ve becerilere yönelik farkındalıkları nasıldır?
- 2.Ortaokul matematik öğretmenlerinin sayı örüntülerinin genellemesini gerektiren sorularda uygun strateji tahminlerine yönelik farkındalıkları nasıldır?
3. Ortaokul matematik öğretmenleri öğrencilerin örüntü görevlerine verdikleri yanıtlarda öğrencilerin anlamalarına nasıl karar veriyorlar?

1.3.Araştırmanın Önemi

Öğretmenin bilgisi yalnızca alanındaki ana kavramları bilmesinden çok daha ötede hususi bir bilgidir. Bu durumun anlaşılmasıyla öğretmenin bilgisini öğrencilere karşı okul ortamında ne şekilde kullandığı matematik eğitimi için mühim konulardan birisi olmuştur (Ponte ve Chapman, 2006). Morris (2006)'ın da belirttiği üzere etkili bir şekilde matematiği öğretmeyi öğrenmek basit bir iş değildir ve bu öğrenme durumu, matematik öğretmenlerinin öğretmenlikleri süresince devam eder. Matematik eğitim ve öğretiminin etkili bir şekilde olabilmesi için, öğrencilerin hangi bilgiyi bildiklerini, neye ne ölçüde ihtiyacı olduklarını ve öğrenmelerinin daha iyi olması için nasıl yardıma ihtiyacı olduklarının anlaşılması gerekir (NCTM, 2000). Dolayısıyla eğitim ve öğretimin niteliği, öğretmenlerin sahip olduğu yeterlilikle doğrudan ilişkilidir. Öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini anlaması, kavram hatalarını bulup bu hataları yorumlaması, öğrenci cevaplarının altında yatan düşünceleri anlamaya çalışması, tartışması eğitim öğretim açısından oldukça önemlidir. Bu noktada öğretmenin öğrencinin anlamasını nasıl fark edeceği önemli bir soru olarak karşımıza çıkmaktadır. Öğretmen öğrencinin yazdığı ve söylediği şeyleri ele alıp matematiksel düşüncesini anlayıp sonuç

çıkarması için de konuya hakimliği oldukça önemlidir (An ve Wu, 2012; Fernández, Llinares ve Valls, 2012). Ortaokul bünyesinde öğretmenlerin hakim olması gereken konulardan biri de cebir öğrenme alanı ile ilgili olan konulardır.

Cebirin matematiğin en temel yapı taşlarından biri olduğu görülmektedir (Köse ve Tanışlı 2011). Cebir bilgisi olarak iyi durumda olan öğretmenlerin yetiştirdiği öğrencilerin daha başarılı olduğu da bilinmektedir (Magiera vd., 2013, Akt. Kılıç, 2019). Buradan yola çıkarak cebirsel düşünmenin yapısını iyi bilen öğretmen, öğrencilerinden gelen yanıtları daha doğru bir şekilde değerlendirip, eğitim öğretim anlamında daha olumlu kararlar verebilir. Cebir öğrenme alanı içerisinde genelleme kavramına bakıldığında ise; genellemenin, cebirsel düşünmenin ve cebirin temel adımı olduğu söylenebilir (Tanışlı ve Özdaş, 2009). Lanin (2005) genellemenin, öğrencilerin cebir ve aritmetik arasında bir köprü oluşturacağını belirtmiştir. Genelleme, öğrencilerin cebir konusunu daha iyi anlamalarına ve cebirsel düşüncelerinin gelişimine yardımcı olur (Lannin, 2005; Radford, 2000).

Cebirin temel adımı genelleme, genellemenin ise temel adımı örüntülerdir (Tanışlı ve Özdaş, 2009). Örüntülerin, matematiksel nicelikleri genellemede, matematiksel fikirlerin soyutlanmasında, akıl yürütme ve muhakeme becerilerinin gelişiminde önemli rol oynadığı belirtilmiştir (Papic ve Mulligan, 2005). Bu açıdan bakıldığında örüntü çalışmaları ile öğrencilerin akıl yürütme, muhakeme ve problem çözme becerilerinin gelişmesi için örüntülerin farklı stratejiler ile genellenmesi ve bu konuda da öğrenciler hem yönlendirilip hem de nasıl genelleme yaptıkları gözlenmelidir. Öğrenciler çoğunlukla öğretmenlerinin stratejilerini kabullendikleri (Chua ve Hoyles, 2010b) dikkate alındığında, halen okullarında cebir konusundan mesul öğretmenlerin örüntüler konusunda öğrencilerin genellemelerini nasıl yorumladıkları önemli görülmektedir.

Araştırmanın ortaokulda görevli matematik öğretmenleriyle yapılması tüm bu yukarıda anlatılan durumları ayrıntılı bir şekilde tetkik etmeye yardımcı olacağı düşünülmüştür. Örüntüleri genelleme ile ilgili stratejiler ve öğretmenlerin bu konu üzerine farkındalığı açısından bakıldığında alanyazında sınırlı sayıda çalışma mevcuttur. Bütün bu gerekçelerden ötürü araştırmanın gerekli olduğu düşünülüp çalışmanın alanyazına katkı getireceğine inanılmaktadır. Bu noktada Nathan (2003),

öğretmenlerin bilgi becerilerinin eğitim ve öğretim süreci için karar verici bulucular olduğunu ifade eder. Bu doğrultuda öğretmenlerin örüntü genelleme sürecindeki bilgi ve becerileri, öğrencilerin genellemeye dair yaptığı hataları anlama, yorumlaması ve fark etme becerileri oldukça önemlidir (Lannin, 2005). Bu nedenle öğretmenlerin örüntü genelleme sürecindeki farkındalığını belirlemek, var olan eksikliklerini ortaya koymak, öğretmenin eğitim-öğretim sürecinde alacağı kararlara rehberlik edecektir.

1.4.Sayıtlar

- Araştırmada öğretmenlere sorulacak görüşme sorularını öğretmenlerin içtenlikle yanıtladıkları varsayılmaktadır.
- Araştırmadaki görüşme sorularının öğretmenlerin görüşlerini ortaya koyacak şekilde olduğu varsayılmaktadır.
- Araştırmada kapsam geçerliliği açısından uzman görüşü yeterlidir.

1.5.Sınırlılıklar

Bu araştırma;

- 2020-2021 eğitim ve öğretim yılında ilköğretim matematik öğretmeni olarak görev yapan öğretmenler ile sınırlıdır.
- İstanbul ili içerisinde Fatih, Esenler, Kadıköy ve Kartal ilçesinde görev yapan 15 öğretmen ile sınırlıdır.
- Veri toplama aracındaki sayı örüntüleri ve bu örüntülerin genel kuralının bulunmasına yönelik sorularla sınırlıdır.

1.6.Tanımlar

Örüntü: Mantık ve sayısal olarak ilişki içeren tahmin edilebilir bir düzenlilik (Mulligan, 2010).

Tekrarlanan örüntü: Tekrar birimi şeklinde bilinen, belli bir dizi öğelerin döngüsel şekilde devam ederek gittiği örüntülerdir (Threlfall, 1999).

Sabit (linear) değişen örüntüler: Devam eden bir sonraki terimin bir önceki terime sabit sayı eklenip veya çıkarılarak oluşturulan örüntülere denilmektedir (Tanışlı,2009).

Artarak değişen örüntüler: Devam eden bir sonraki terimlerin arasındaki farkların sabit olmadığı, azalarak ya da artarak değiştii örüntülerdir (Tanışlı,2009).

Genelleme: Varlıkları belli bir grupta ortak özellikleri bakımından toplayıp isim verme işidir (Yağbasan ve Gülçiçek, 2003).

Örüntü genelleme: Öğrencilerin cebirsel düşünmeleri ve fonksiyon kavramı olsun değişken kavramı olsun bunların gelişiminde oldukça önemli bir öğedir (Lesley ve Freiman, 2004).

Strateji: Bir hedefe gitmeyi sağlayan aksiyonlar veya sıralı bir şekilde konulan işlemlerin derlenmesidir (Tanışlı, 2008).

Cebir: Cebir, genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini gösteren, polinom ve denklem çözümleri gibi konuları sembolize eden matematiğin harf sembolleriyle nicelikleri ve sayıları temsil eden değil aynı zamanda bu sembollerle hesap da yapılabilen bir araçtır (Kieran, 1992).

Fark etme becerisi: Alan yazında “Noticing” yani fark etme diye isimlendirilen bu tanım, öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini anlama becerisi olarak da yorumlanmaktadır (Sánchez-Matamoros, Fernandes ve Llinares, 2014).

1.7.Kısaltmalar

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM : National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

Ö : Öğrenci

Öğr. : Öğretmen

BÖLÜM II: İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Araştırmanın bu kısmında sırasıyla fark etme becerisi ve örüntü genelleme konularına yönelik olarak yapılmış yurt dışı ve yurt içindeki araştırmalara yer verilmiştir.

2.1. Fark etme becerisi ile ilgili araştırmalar

Araştırmanın bu kısmında fark etme becerisi üzerine yurtdışı ve yurtiçinde yapılmış çalışmalara yer verilmiştir.

Van Es ve Sherin (2002), yapmış oldukları araştırmalarda 2000-2001 eğitim yılı için stajyer olarak 6 matematik ve fen bilgisi öğretmenini video analiz destek aracı (VAST) kullanarak analiz etmişler ve öğretmenlerin fark etme becerisinin ne şekilde değiştiğini araştırmışlardır. Stajyer öğretmenlerden VAST kullananlar ile kullanmayanların fark etme becerisine ilişkin öğrenmeleri karşılaştırılmıştır. 3 farklı aşamada gerçekleştirilen araştırmada ilk olarak stajyer öğretmenlere video destek aracını (VAST) nasıl kullanacakları tanıtılmış, ikinci aşamada bir sınıf içerisindeki durumlar video ile izlenip yorumlanmıştır. Bu kısımda öğretmenlere "Ne fark ettin" şeklinde sorular sorularak önemli olayları fark etmesi beklenmiştir. Son aşamada ise her stajyer öğretmenin VAST'ı kendi sınıf ortamında nasıl kullanacağı tartışılmıştır. Araştırmanın sonucuna göre stajyer öğretmenlerden VAST'ı kullananların fark etme becerilerinin geliştiği, bir sınıf içerisindeki önemli durumları analiz ederken daha yorumlayıcı oldukları gözlenmiştir. Bu açıdan bakıldığında fark etme becerisi yukarıda bahsedildiği gibi 3 ana kısımda incelenip sınıflandığı gözlenmiştir. Yapılan bu çalışma ile fark etme becerisinin genel hatları çizilmiş olup ilerleyen araştırmalarda video analiz, ders imecesi, öğrencinin matematiksel düşüncelerini anlamlandırma ve öğrenci cevaplarına ilişkin öğretmen farkındalığı gibi daha farklı ve özel şekilde ele alınmıştır.

Sherin ve Van Es (2005), yapmış oldukları başka bir çalışmada ise fark etme becerisini güçlendirmek için öğretmenlerin videolarından nasıl yararlanılacağı araştırılmıştır. Çalışmada bir yıllık süre zarfında dört matematik öğretmeni toplamda 10 tane kendi sınıflarındaki dersleri video ile kayıt altına almış ve videoları izleyip, analizini yapmışlardır. Öğretmenlerden "neyi fark ettin?", "İspatın nedir?",

"Soruların ne ile ilgili?", "ne olduğuna dair fikrin nedir?" şeklindeki soruları cevaplamaları beklenmiştir. Çalışmanın sonucunda ise fark etme becerisi açısından öğretmenlerin kendilerini geliştirdikleri görülmüştür.

Van Es ve Sherin (2008), yaptığı başka bir araştırmada ise sınıf ortamında öğretmenlerin öğrenci düşüncelerindeki önemli durumları anlamlandırmaları için tasarlanan video destekli gelişim ortamının, öğretmenlerin fark etme becerisini ne şekilde etkilediği incelenmiştir. Araştırma dördüncü ve beşinci sınıfa eğitim vermekte olan yedişer tane öğretmen ile yürütülmüştür. Toplamda 10 tane video kulüp toplantısı yapmış ve kendi sınıflarındaki dersleri video ile kayıt altına almış ve videoları izleyip, analizini yapmışlardır. Yapılan her kulüp toplantısında farklı ikişer öğretmen kendi sınıf ortamında çektiği videoları sunup tartışmışlardır. Araştırmacılardan herhangi biri her toplantıda öğretmenlere, öğrenci düşüncelerine dair yorumlarını, fikirlerini ortaya çıkarmak için bireysel sorular yöneltmiş ve toplantıdan elde edilen veriler toplantıdan önce ve sonra kayıt altına alınmıştır. Araştırmanın sonucuna göre kulüp toplantılarına devam eden öğretmenlerin zamanla öğrenci düşüncelerine ilişkin daha dikkatli olup yorumlama becerilerinin arttığı gözlenmiş ve sınıf içerisinde öğrenci ile olan etkileşiminin de olumlu yönde geliştiği görülmüştür. Öğretmenler derslerini daha yavaş anlatmaya ve öğrencileri derse daha aktif etmeye başladıklarını ifade etmişlerdir.

Star ve Strickland (2008), araştırmalarında öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin ne şekilde değişeceğini gözlemlemek istemişlerdir. Bu amaçla öğretmen adaylarına araştırma öncesi ve sonrasında ön test ve son testler uygulanarak öğretim yöntem teknikleri dersindeki gelişimleri gözlenmiştir. TIMSS'den seçilen üç video öğretmen adaylarına izlettirip analizleri yaptırılmıştır. Çalışmanın sonucunda ise öğretmen adaylarının sınıf içi gözlem becerilerinin, ders sırasında öğretmen öğrenci iletişimini fark etme becerilerinin olumlu yönde arttığı görülmüştür.

Colestock (2009), çalışmasında bir matematik öğretmeni üzerine taktığı bir kamera ile sınıfında önemli gördüğü durumları kaydetmiştir. Bu sayede öğretmenin öğretim esnasında fark etme becerisinin nasıl olduğunu araştırmıştır. 2008-2009 akademik yılı için bir matematik öğretmenin 4 günlük süre zarfında sınıfındaki ilginç ve önemli olarak nitelendirdiği olayları kayıt altına alması istenmiştir. Toplamda 55

videonun kayıt altına alındığı çalışmada araştırmacı da öğretmen ile birlikte derse girmiş ve derslerin tamamını video ile kaydetmiştir. Her dersin akabinde araştırmacı öğretmen ile yaklaşık 30 dakikalık toplantılar yapmış ve ders esnasında önemli gördüğü olayların neler olduğunu, bu olayların neden önemli olduğunun bir ölçütü olup olmadığını sormuş ve tartışmışlardır. Araştırmanın sonunda bütün videolar analiz edildikten sonra öğretmenin önemli olarak nitelendirdiği olayların ekseriyetle öğrencilerin matematiksel düşünceleri üzerine olduğu gözlenmiştir. Öğretmen ders esnasında öğrencinin matematiksel düşüncelerine ağırlıklı olarak dikkat etmiş ve eksik gördüğü kısımları ders sırasında fark etmiştir.

Goldsmith ve Seago (2011), çalışmalarında öğretmenlerin fark etme becerilerinin nasıl değiştiğini görmek için ortaokul ve lise olmak üzere toplamda 49 öğretmenin katıldığı iki farklı mesleki gelişim programı oluşturmuşlardır. Bu programlardan ilkinde öğretmenler kendi sınıf ortamlarındaki işledikleri dersleri video ile kayıt altına almış ve analizini yapmıştır. Diğer programda ise öğretmenler öğrencilerin yapmış oldukları çalışma kâğıtlarının cevaplarını analiz etmiş anlamlandırmaya çalışmışlardır. Sonuç olarak bu iki mesleki gelişim programında çalışmalarını bitiren öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerine karşı daha dikkatli olmaya başladıkları, matematiksel ayrıntıları daha iyi analiz ettikleri ve fark etme becerilerinin olumlu yönde geliştiği gözlenmiştir.

Goldsmith ve Seago (2011), çalışmalarında görüldüğü üzere öğretmenler öğrencilerden gelen yazılı çalışma kâğıtlarını analiz edip anlamlandırmaya çalışmışlardır. Bu öğretmenlerin fark etme becerilerinin gelişimi adına çok önemli bir adımdır. Çünkü öğretmenler sürekli öğrencilerin çözmekle sorumlu olduğu ödev, çalışma kağıdı, yazılı gibi öğrenci cevaplarıyla karşılaşır ve bu konuda öğrencinin bilgisinin yorumlanıp analiz edilmesi daha olumlu eğitim kararlarının alınmasına fırsat sunar.

Fernández, Llinares ve Valls (2012), çalışmalarında bir lisansüstü programa kayıtlı 7 ortaokul matematik öğretmen adayının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini profesyonel olarak fark etmelerinin gelişimini karakterize etmek amaçlanmıştır. Adaylar 8 hafta (120 saat) boyunca hem yüz yüze hem çevrimiçi ortamda çalışmışlardır. Bu süre zarfında haftada bir defa okula giderek öğrencilerle yüz yüze

görüşerek etkinlikler yapmışlardır. Yüz yüze görüşmelerde öğrencilerin yazılı çalışmalarını incelemiş ve konu ile ilgili makaleleri okumuşlar daha sonra tartışmaya çevrimiçi ortamda devam etmişlerdir. Çevrimiçi ortamda yüz yüze görüşmelerindeki raporlarını ve öğrenci yazılı metinlerini tartışarak işbirlikçi iletişim şeklinde öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etmeye çalışan öğretmen adaylarının, çalışmanın sonunda öğrencilerin nihai yazılı metinlerini yorumlama açısından işlevsel olarak kendilerini geliştirdiklerini söyleyebiliriz.

Bartell, Webel, Bowen ve Dyson (2013), bir üniversiteden 54 öğretmen adayı ile yaptıkları çalışmada, öğretmen adaylarının öğrencilerin kavramsal olarak anlama kanıtlarını tanıma becerilerini ve adayların alan bilgisi bakımından öğrencinin matematiksel düşüncelerini teşhis edebilme görevini incelemiştir. Bu programda üç matematik içerikli ders ve ardından bir veya iki matematik yöntemleri dersleri kapsamında adaylara sınıf içi etkinlikler izlettirip ev ödevleri verilmiştir. Önce genel anlamda ders izleyen öğretmen adaylarına daha sonra farklı iki özel çocuğa odaklanmaları talimatı verilmiştir. Bu iki çocuğun ne bildiğini ve yazılı cevapları, buna dair kanıtların neler olduğunu analiz edip kaydetmeleri istenmiştir. Daha sonra öğretmen adayları yapmış oldukları çalışmalarını toplu bir şekilde tartışarak çocuklar kavramsal anlayışlarını analiz etmeye çalışmışlardır. Araştırmanın sonucunda ise öğretmen adaylarının mevcut alan bilgisinin öğrenci düşüncelerini analiz etmede yetersiz kaldığı görülmüştür.

Schack, Fisher, Thimas, Eisenhardt, Tassell ve Yoder (2013), yapmış oldukları çalışmalarında öğretmen adaylarının mesleki fark etme becerisinin gelişimini gözlemlemek amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarının, öğrencilerin stratejilerine katılma, matematiksel düşüncelerini analiz edip yorumlama ve öğrencinin matematiksel düşünceleri üzerine ne şekilde cevaplar vereceğine karar verme şeklinde üç öğeye göre gelişimlerini incelemek için 3 farklı üniversiteden ilköğretim matematik yöntemleri dersine kayıtlı toplamda 94 aday öğretmen, araştırmacı tarafından geliştirilen 5 oturumluk bir modüle katılmıştır. Bu oturumlarda konu ile ilgili sınıf etkinliklerinin videoları izlenip, öğrencilerin yazılı ve sözlü yanıtları analiz edilerek tartışılmıştır. Sonuç olarak öğretmen adayları ifade edilen 3 öğeye göre olumlu gelişmelere göstermişlerdir.

Baş (2013), matematik öğretmenleriyle yaptığı çalışmada, öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin fark edebilme becerisinin gelişimi araştırılmıştır. Bu amaçla model ilkelerine dayalı olan bir mesleki gelişim programı oluşturulmuştur. Mesleki gelişim programı öğretmen gelişimi üzerine modeller ve modelleme bakış açısı olan çok katmanlı bir programdan uyarlanmıştır. Araştırma bir örnek olay incelemesi olup 2011-2012 akademik yılında iki liseden dört ortaokul matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Araştırma; bir giriş toplantısı, ardından sınıf içi etkinlikler ve son olarak ta sınıf içi etkinliklerden sonra bitiş toplantısı yapılarak üç kısımda gerçekleştirilmiştir. Her bitiş toplantısı akabinde dört öğretmen ile hem bireysel görüşmeler yapılmış hem de grupça öğrenci düşünceleri üzerine tartışmalar gerçekleştirilmiştir. Sonuç olarak çalışmaya katılan dört öğretmenden üç tanesi öğrenci düşüncelerini fark etmede olumlu yönde bir gelişim göstermiştir. Öğretmenlerin çalışmanın başında öğrencilerin fikirleri ve cevaplarına dair gelişim güzel yorumlar yaparken, çalışmanın sonu itibarıyla daha dikkatli analizler yaptıkları görülmüştür.

Erdik (2014), araştırmasında öğretmenlerin meslekteki deneyim sürelerinin fark etme becerisini ne derece etkilediği üzerine çalışmıştır. Araştırmatoplamda 15 matematik öğretmeni ve aday öğretmen ile üç grupta gerçekleştirilmiştir. Birinci grupta mesleki deneyim süresi yıl bazında üçten fazla olan beş tane deneyimli öğretmen, ikinci grupta meslekteki deneyim süresi üçten az olan beş tane az deneyimli öğretmen ve son grupta ise lisans programlarında son sınıfta olan daha göreve başlamamış aday öğretmenler vardır. Araştırmacının belirlemiş olduğu bir devlet okulundan iki saatlik matematik dersi video ile kayıt altına alınmıştır. Kayıt altına alınan ders videosu katılımcılara izlettirilecek ders içerisindeki dikkatlerini çeken yerlerin notlarını almaları istenmiştir. Ardından araştırmacı katılımcılar ile teker teker yarı yapılandırılmış görüşmeler yapmıştır. Araştırmanın sonucunda ise deneyim süresi fazla olan öğretmenlerin sınıf içi etkinliklere, öğrenci davranışlarına daha çok odaklandığı, deneyim süresi az olan ve aday öğretmenlerin ise öğretmen davranışlarına fazlasıyla odaklandığı görülmüştür.

Barnhart ve Van Es (2015), öğretmen adaylarıyla yapmış olduğu çalışmada adayların öğrencilerin düşüncelerine dikkat etme, analiz etme ve yanıt verme kapasitelerini araştırmaktadır. Çalışma 24 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Bu

adaylardan 16'sı Learning to Learn from Teaching (Öğretmek Öğrenmeyi Öğrenmek) kursuna katılmış diğer 8 öğretmen adayı ise katılmamıştır. Çalışmanın başında benzer seviyede olan öğretmen adaylarının çalışmanın sonunda öğrencilerin düşüncelerine dikkat etme, analiz etme ve yanıt verme açısından geldikleri düzey gözlenmek istenmiştir. Kursa katılan öğretmenler, temel anlamda video destekli eğitimlerden geçirilerek öğrenci düşünmelerine odaklanmaları, analiz ve karar verme becerilerinin geliştirilmesi sağlanmıştır. Araştırmanın bulguları neticesinde; Öğretmek Öğrenmeyi Öğrenmek kursuna katılan öğretmen adaylarının kursa katılmayanlara göre öğrenci düşünmeleri açısından dikkat etme, analiz ve yorumlama becerilerinin daha fazla geliştiği görülmüştür. Buna rağmen kendi içerisinde en fazla dikkat etme becerilerinin daha yüksek seviyede geliştiği analiz, yorumlama ve karar verme becerilerinin ise aynı oranda gelişim sergilemediği sonucuna varılmıştır.

Şermentoğlu (2018), tez çalışmasında bir öğretmenin kendi sınıf ortamındaki ders sürecinden haberdar olmasının, fark etmesinin mesleki gelişimine katkısının araştırılması amaçlanmıştır. Çalışma bir eylem araştırması yöntemi şeklinde tasarlanmıştır. Araştırmanın katılımcıları, kendisi de matematik öğretmeni olan araştırmacı ve kendi dersine girdiği 17 öğrencisidir. 2016-2017 akademik yılında toplamda 5 hafta, 23 saat sürecek olan oran-orantı dersleri video ile kayıt altına alınmıştır. Ders içerisindeki öğrencilerin yazılı cevapları ise öğretmenin kamerasıyla öğrencinin yanına giderek özel olarak görüntülenmiştir. Her video kayıttan sonra dersler, öğrencinin yazılı cevapları izlenerek analiz edilmiş ve ders analiz günlükleri tutulmuştur. Ardından bu günlükler içerik analizi şeklinde analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğretmen öğrencilerin cevaplarına yönelik zamanında ve etkili geri dönütler veremediğinden ötürü bazı öğrencilerin kavram yanılgısı yaşadığını tespit etmiştir. Ders planı, öğretim şekli, öğrenci iletişimi konusunda da olumlu ve olumsuz noktaları belirlemiş ilerleyen öğretim süreçleri için bu durum bir fikir olmuştur.

Taşdan (2019), çalışmasında aday öğretmenlerin sahip oldukları fark etme becerilerini araştırılması amaçlamıştır. Durum çalışması yönteminin kullanıldığı araştırmanın katılımcıları, bir devlet üniversitesinin son sınıfında öğrenim gören ve okul deneyimi dersine kayıt olmuş 20 matematik öğretmen adayından oluşmaktadır.

Araştırma kapsamında katılımcılara fonksiyon konusuna ait bir ders videosu izlettirilmiştir ve içerisinde neleri fark ettiklerine dair yazılı olarak yanıt vermeleri beklenmiştir. Betimsel analiz yöntemi kullanılarak analizi yapılan bulgular neticesinde; aday öğretmenlerin ders içerisinde öğrenci düşüncelerinden daha çok öğretmenin ders içi davranışlarına ve fonksiyon konusuna özgü kavramlara odaklandıkları görülmüştür. Daha çok fark etme becerisi alanında tanımlayıcı açıklamalar yapan öğretmen adayları yorumlayıcı açıklamaları daha az şekilde yaptıkları gözlenmiştir. Ayrıca araştırma fark etme becerisinin düzeyleri açısından incelendiğinde, aday öğretmenlerin daha çok sırasıyla 1. düzey, 2. düzey ve 3. düzeyde olduğu 4. düzeye hiçbir öğretmen adayının çıkamadığı belirlenmiştir.

Gürsoy (2019), tez çalışmasında bir öğretmenin fark etme yeteneğiyle mesleki gelişime katkısının öğrenci tanıma bilgisi bakımından incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışma bir eylem araştırması yöntemi olup araştırmacının kendisi bir matematik öğretmenidir. Araştırmacı 2016-2017 akademik yılında kendi okulunda dersine girdiği 13 tane 6. sınıf öğrencisiyle çalışmayı yürütmüştür. Cebir konusunda 5 hafta ve toplamda 23 ders saati olacak şekilde kendi derslerini video ile kayıt altına alan araştırmacı videoları izleyip analiz ederek kendi fark etme yeteneğini tespit etme, yorum yapma ve karar verme basamaklarına göre incelemiştir. Bu 5 hafta boyunca izlediği videolardan ders analiz günlükleri tutan araştırmacı, içerik analizi şeklinde bu günlükleri analiz etmiştir. Sonuç olarak öğretmenin zamanla sınıf içi etkinliklerde öğrenci düşüncelerine dikkat etme ve sorgulama becerisinin olumlu yönde geliştiği görülmüştür. Öğretimi esnasında farkında olmadan öğrencilerin kavram yanılgısı yaşamalarına neden olduğunu fark ederek bu konuda daha dikkatli olmaya çalışmıştır.

Kılıç (2019), çalışmasında 7. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin denklemler konusuna ilişkin hatalarını tespit edip aday öğretmenlerin ise bu hatalara yönelik farkındalıklarını belirlemeyi amaçlamıştır. Durum çalışması deseninin kullanıldığı araştırmanın katılımcıları hem bir lisans programı son sınıfında öğrenim gören 6 aday öğretmen ve her bir adaya karşılık birer 7. sınıf öğrencileridir. Lisans programındaki "Özel Çalışma" dersi özelinde yürütülen araştırmada öğretmen adaylarına önce farklı makale ve kitaplardan cebir konusunda öğrencilerin ne gibi kavram yanılgılarıyla karşılaştıklarının belirlenmesi istenmiştir. Ardından her bir

öğretmen adayına, akademik başarıları orta ve üst düzey olan birer öğrenci seçilip verilmiş ve veri toplama aracı olarak belirlenen sorular öğrencilere sorularak ses kayıtları alınmıştır. Bu ses kayıtları üniversitedeki derste dinlenip tartışılmıştır. Daha sonra bu 6 aday öğretmenden gönüllü olan 3 tanesi seçilmiş ve yaptığı çalışmalar kapsamında araştırmacı ile birebir görüşmeler yapılmıştır. Araştırmanın sonucuna göre ise; aday öğretmenler öğrencilerin var olan kavram yanlışlarını teşhis etmede gösterdikleri başarıyı analiz ve yanıt/karar adımlarında fazla gösteremedikleri görülmüştür.

Bostan, Karpuzcu, Kuru, Sitrava ve Ucuzoğlu (2020), tarafından yapılan araştırmada, dikdörtgenler prizması hacmine yönelik ortaokulda görev yapan matematik öğretmenlerinin fark etme becerilerini araştırmışlardır. Bu doğrultuda Milli Eğitim Bakanlığına bağlı olan Türkiye'deki 6 farklı ilden 35 tane tecrübeli ortaokul matematik öğretmeni ile çalışmıştır. Veri toplama aracı olarak Tekin-Sitrava (2014) tarafından geliştirilmiş olan dikdörtgenler prizmasının hacminin bulunmasına yönelik problemlere öğrencilerin verdiği cevaplar kullanılmıştır. Araştırmanın amacına yönelik olarak bulgular, Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)'in kuramsal çerçevesi dikkate alınarak analiz edilmiştir. Çalışmanın bulgularına göre öğretmenler öğrenci cevaplarına dikkat etme aşamasında tam veya sınırlı düzeydeyken öğrenci düşüncelerini yorumlama aşamasında yetersiz ve sınırlı düzeyde olduğu görülmüştür. Öğrenci düşüncelerine karşılık verme yani öneride bulunma aşamasında ise öğretmenler ilgisiz cevaplar verdiği görülmüş kendilerini yinelemişlerdir.

2.2. Genelleme ile ilgili yapılan araştırmalar

Araştırmamızın bu kısmında öğretmen, öğretmen adayı ve öğrencilerin genelleme stratejileri, öğrencilerin genellemede yaşadıkları güçlükler üzerine yapılmış çalışmalara yer verilmiştir.

Stacey (1989), 9-13 yaş aralığındaki çocukların $f(n) = an+b$ ve $f(n) = an-b$ kalındaki sabit değişen örüntü sorularını genellerken cevaba nasıl ulaştıklarını, buldukları cevabı nasıl ifade ettiklerini, bu benimsedikleri çözüm yolunda ne ölçüde kararlı davrandıklarını ve sınıf seviyesine göre ne şekilde değişiklik gösterdiğini incelemiştir. Araştırmanın verileri üç aşamada toplanmıştır. İlk olarak 9,10,11 yaşlarındaki 371 ilkokul öğrencisi ile ardından 12 ve 13 yaşlarındaki 140 ortaokul

öğrencisi ve son olarak ise problem çözme konusunda eğitimini almış 26 ortaokul öğrencisiyle çalışmıştır. Araştırmanın sonunda Stacey öğrencilerin örüntüleri genellerken kullandığı 4 farklı strateji belirlemiştir. Bunlar şekil üzerinde sayarak, bütüne genişleterek, fark ve lineer yöntem şeklindedir. Öğrencilerin genel anlamda yaş fark etmeksizin bildikleri aynı strateji etrafında odaklandıkları, her soruyu o strateji özelinde yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Bazı öğrenciler ise birden fazla strateji ile işlem yapmıştır. Öyle ki sayma yönteminin kullanımının zor olduğu durumlarda bütüne genişletip veya lineer yöntemi kullandıkları görülmüştür. Birden fazla strateji ile işlem yapan öğrencilerden bazıları da örüntünün kolay aşamasında lineer yöntemi, zor aşamalarında ise bütüne genişletme stratejilerini kullanmış ama çoğunlukla da bu stratejiyi yanlış kullanmışlardır.

Sasman, Linchevski, Olivier ve Liebenberg (1998), çalışmalarında çocukların örüntü genelleme süreçlerini ve bu genelledikleri örüntülerin geçerli olup olmadığına karar verme sürecini araştırmıştır. Çalışmanın katılımcıları 7. sınıf sonlarına doğru başarılı 10 öğrenciden oluşmaktadır. Her bir öğrenciyle toplamda 4 görüşme yapılarak şekil, sayı ve tablo örüntülerinden karışık olmak üzere 8 tane örüntü soru sorulmuştur. Sorular iki kuadratik ve altı tane ise lineer örüntülerden oluşmakta olup öğrencilerden bu örüntüler için 5, 20 ve 100. terimleri bulmaları, çözüm stratejileri ve doğru yapıp yapmadıklarını ispat etmeleri istenmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre ise; sorulan kuadratik örüntülerde öğrenciler önce verilen terimlerden yola çıkarak bir kurala ulaşmayı başarmış, daha sonra istenilen terimleri buldukları kurala göre belirlemişlerdir. Lineer örüntü sorularında ise bir sonraki adım yani 5. adım bulunurken yinelemeli stratejisinin kullanıldığı, daha ileriki adımlar olan 20. ve 100. adımlar için ise pratik yollar bulmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu pratik yollardan en fazla bütüne genişletme stratejisi kullanılmış ama bu stratejinin de doğru sonuca götürmediği gözlenmiştir. Öğrencilerin buldukları sonuçlarını ispat etme süreçlerinde ise araştırmacılar görüşme esnasında; yinelemeli strateji ile bulunan terimi yanlış strateji ile bulunan terimle karşılaştırarak, örüntünün başka bir istenilen terimini elde etmek için çarpımsal yöntemi örüntünün farklı adımlarına uygulamak ve çocukların soruları çözerken uyguladıkları stratejiyi tablo üzerinde uygulatmak gibi üç farklı yolla bilişsel çatışma yaratmaya çabalamışlardır. Bu uygulama ile öğrencilere yanlış

yaptıkları stratejiler ifade edilse de aynı yanlış stratejiyi uygulamaya devam ettikleri görülmüştür.

Zazkis ve Liljedahl (2002), çalışmalarında sınıf öğretmenliği bölümünde okuyan 36 tane öğretmen adayının örüntü genelleme süreçlerini araştırmışlardır. Çalışmada öğrencilere tekrarlanan kalıptaki bir sayı dizisi verilmiş ve her gün yarım saatlerini ayırarak iki hafta boyunca verilen sayı dizisindeki var olan örüntüleri bulmaları istenmiştir. Burada amaç örüntü bulmaktan ziyade öğretmen adaylarının düşünme süreçlerinin gözlenmesi, varsayımları, sonuca nasıl ulaştıkları, sonuca ulaştıkları andaki mutlulukları ve ulaşamadıkları sonuçtan ötürü yaşadıkları hayal kırıklıklarını belirlemektir. Bu 36 öğrenciden bir sonuca ulaşamayan dört öğrenci ile sorular biraz değiştirilerek klinik görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre öğrenciler, verilen sayı dizisinden birçok örüntü bulmuşlardır. Örüntüye ait genellemelerini ise sözel bir şekilde ifade ettikleri fakat bunu cebirsel ifadelerle dayandıramadıkları görülmüştür.

Lannin (2005), 25 tane 6.sınıf öğrencisiyle 10 günlük öğretim deneyi sonucunda örüntülerde genelleme stratejilerini ikiye ayırarak incelemiştir. Bu stratejileri belirgin ve belirgin olmayan şekilde sınıflamıştır. Belirgin olmayan yaklaşımların içinde yinelemeli ve sayma stratejisini; belirgin yaklaşımların içinde ise tahmin- kontrol, bütüne genişleterek ve içeriksel stratejiyi ifade etmiştir.

Lannin, Barker ve Townsed (2006), 8 tane 5. sınıf öğrenciyle 18 oturumda yaptığı çalışmada; örüntülerde genelleme stratejilerini 4 farklı şekilde sınıflandırarak incelemiştir. Bu stratejiler belirgin strateji, yinelemeli strateji, bütüne genişleterek ve grupta şeklidir.

Lan- Ma (2007), çalışmada 5 ve 6. sınıfta öğrenim gören 40 öğrencinin değişen örüntülere dair genelleme süreçlerini araştırmıştır. Toplamda 8 sorunun sorulduğu veri toplama aracında 4 soru şekil, 4 soru da sayı örüntüsü şeklinde olup bu örüntülerin 4, 5, 10 ve 100. terimleri istenmiştir. Öğrencilerle hem internet ortamında çevrimiçi, hem de bazıları ile bireysel görüşmeler yapılarak veriler toplanmıştır. Araştırmanın sonucunda görsel yaklaşımı kabullenen çocukların daha iyi genelleme yaptığı sonucu elde edilmiştir. Ayrıca bir genellemenin başarılı bir şekilde yapılmasını engelleyen etmenlerin ise; öğrencilerin pratik bir yol bulmaya çalışması,

aritmetik yetersizlik, terimler arası farka takılıp kalma, sayısal olarak bir yanıt verme eğiliminde olma şeklinde olduğu belirlenmiştir.

Akkoç ve Yeşildere (2010), çalışmalarında aday öğretmenlerin sayı örüntülerinin genellenip kuralını bulmayı öğrencilere öğretirken kullandıkları stratejileri incelemiştir. Durum çalışması yönteminin kullanıldığı çalışmada, ilköğretim matematik öğretmenliği son sınıfında öğrenim gören, okul deneyimi dersi kapsamında sayı örüntülerinin kuralını bulma konusunda mikro öğretim etkinlikleri aşamasında altı öğretmen adayının özel olarak öğretim stratejileri incelenmiştir. Aday öğretmenlerin 40 dakikalık mikro öğretim dersleri video ile kayıt altına alınmıştır. Ardından öğretmen adaylarıyla bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiş ve bütün bunlar betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucuna göre; aday öğretmenlerin tecrübe ve alan bilgisi eksikliğinden alan yazındaki örüntülerin kuralı bulunurken karşılaşılan güçlüklerle çoğunun sahip olduğu gözlenmiştir. Aday öğretmenlerin genellikle dört farklı stratejiyi derslerinde tercih ettiği görülmüştür. Bunlar; "deneme yanılma stratejisi", "modelleme yoluyla öğretim", "tablolardan yararlanma" ve "ardışık devam eden sayıların birbiri ile ilişkisini inceleme" şeklindedir.

Akkan ve Çakıroğlu (2012), çalışmalarında doğrusal ve ikinci derece olarak verilen örüntülerin, 6. ve 8. sınıf öğrencileri tarafından genelleme süreç ve stratejilerinin incelenmesi ve karşılaştırılması amaçlanmıştır. Özel durum çalışması yönteminin kullanıldığı çalışmanın katılımcıları, 6. ve 8. sınıfta öğrenim gören başarı düzeyleri farklı 18 tane öğrencidir. Veri toplama aracı olarak doğrusal ve ikinci derece örüntü soruları olmak üzere toplamda 4 soru hazırlanıp öğrencilerden klinik mülakat yöntemiyle veriler toplanmıştır. Araştırmanın sonucuna göre; 8. sınıf öğrencilerinin genelleme konusundaki stratejilerinin doğruluğu, çeşitliliği ve yeterlilikleri 6. sınıf öğrencilerine göre daha üst seviyede olduğu görülmüştür. Genel anlamda yinelemeli strateji öğrenciler tarafından tercih edilirken, sınıf seviyesi arttıkça fonksiyonel genelleme stratejisinin de tercih edilmesinde artış olduğu gözlenmiştir.

Sucuoğlu (2015), yaptığı tez çalışmasında aday öğretmenlerin değişen örüntülere dair genelleme stratejilerinin nasıl olduğunu araştırmıştır. Tarama modelininkullanıldığı çalışmada, ilköğretim matematik öğretmenliği son sınıfında

öğrenim gören 50 öğrenciye araştırmacının geliştirmiş olduğu örüntü testi uygulanmış, bunların içerisinde 6 öğrenciyle de düşüncelerinin daha derin incelemek için birebir klinik görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle çözümlenmiştir. Araştırmanın sonucuna göre; aday öğretmenler, şekil örüntüsü şeklinde verilen örüntüyü genellerken hem görsel hem de sayısal olacak şekilde iki farklı yolla genelleme yaklaşımı benimsemişlerdir. Görsel yaklaşımı benimseyen aday öğretmenler daha çok şekle dair genellemeler yaparken, sayısal yaklaşımı benimseyen aday öğretmenler ise verilen şekilleri sayısallaştırma yaparak genellemeler yapmış ve bu genellemelerde de çoğunlukla ardışık şekilde verilen terimlerin arasındaki fark stratejisi kullanılmıştır.

Akkoç, Baştürk-Şahin ve Yeşildere-İmre (2017), çalışmalarında öğrencilerin farklı temsilde verilen örüntüleri genellerken yaptıkları düşünme biçimlerini ve yaptıkları genelleme çeşitlerini incelemiştir. Tarama modelinin kullanıldığı çalışmada katılımcılar, 6,7 ve 8. sınıfta öğrenim gören toplamda 92 öğrenciden oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak 6 soru sorulmuş ve öğrencilerden sadece yanıtların değil onunla birlikte ne şekilde düşündüklerinin de yazılması istenmiştir. Verilerin analizinde hem içerik hem de betimsel yöntem kullanılmıştır. Araştırmanın sonucuna göre; öğrencilerin çoğu şekil örüntüleriyle cebirsel genelleme oluşturmada zorluk yaşamış ve şekil olarak verilen örüntüleri daha çok sayı örüntüsüne çevirip, o şekilde genelleme yapma eğiliminde oldukları gözlenmiştir. Bu öğrencilerin cebirsel genellemeden ziyade aritmetik genelleme yönelimlerinin olduğu görülmüştür.

Akkan, Akkan ve Öztürk (2017), çalışmalarında aday öğretmenlerin farklı şekilde verilen örüntü sorularına dair genelleme stratejilerini, öğretmen adaylarını bu genellemeye götüren gerekçelendirmeleri ve bu gerekçelendirmeler ile yapılan genelleme stratejilerinin birbiri ile olan bağlantısını incelemiştir. Olgu bilim yönteminin kullanıldığı çalışmada katılımcılar, İlköğretim Matematik Öğretmenliği son sınıfta öğrenim gören 12 öğretmen adayından oluşmaktadır. Veri toplama aracı, içerisinde hem lineer hem de kuadratik örüntü problemleri içeren toplamda 4 açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Sorular hazırlanırken birçok gerekçelendirme veya genelleme stratejisi yapılmaya uygun olmasına ve öğretmen adaylarının ezbere soruyu çözmesinden kaçınmak için standart kalıpta olmamasına dikkat edilmiştir. Klinik mülakat ile toplanan verilerin analizinde betimsel yöntem kullanılmıştır.

Araştırmanın sonucuna göre; aday öğretmenler örüntüleri genellerken tahmin kontrol, içeriksel, yinelemeli, karma ve fonksiyonel stratejiyi kullanmış ama en çok fonksiyonel stratejiyi tercih etmiştir. Aday öğretmenlerin gerekçelendirmeleri ise genellikle sayısal kontrol şeklinde doğrulama yaparak yapmışlardır.

Kılıç (2019), çalışmasında örüntülerin genellenmesi konusundaki öğrenci cevaplarına dair matematik öğretmen adaylarının farkındalığı incelenmiştir. Durum çalışması yönteminin kullanıldığı araştırmada katılımcılar 6. sınıf öğrencileri ve 35 tane matematik öğretmen adayı olmak üzere iki aşama seçilmiştir. Öncelikle veri toplama aracı olarak 3 sorudan oluşan lineer örüntü çeşidindeki sorular 6. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Uygulanan öğrenci cevapları içerisinde 4 farklı çözüm ve stratejideki cevap kağıdı alınıp bir çalışma kağıdı haline getirilip öğretmen adaylarına sunulmuştur. Öğretmen adaylarından öğrencilerin yapmış olduğu stratejileri belirlemeleri ve hataların olası sebeplerini açıklamaları istenmiştir. Araştırmanın sonucuna göre; aday öğretmenlerin çoğunluğu öğrenci cevaplarındaki yapılan genelleme stratejilerini bulma konusunda başarılı oldukları kadar öğrencilerin hataların olası sebeplerini açıklamada yetersiz kalmışlardır.

Özel (2019), tarafından yapılan araştırmada, örüntüleri genelleme konusunda ortaokul matematik öğretmen adaylarının fark etme becerilerini araştırmıştır. Durum çalışması örneği olan araştırmada Ankara’da bir üniversiteden 32 öğretmen adayı ile çalışılmıştır. Veri toplama sürecinde öğretmen adaylarına anket uygulanmış olup içlerinden gönüllü olan 8 öğretmen adayı ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırmanın amacına yönelik olarak bulgular, Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)’in kuramsal çerçevesi dikkate alınarak analiz edilmiştir. Çalışmanın bulgularına göre öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu öğrencilerin çözümlerine güçlü kanıtlarla dikkat etmiş iyi bir şekilde açıklarken bu çözümleri yorumlama ve öğrenci düşüncelerine karşılık verme aşamasında zorluk çekmişlerdir.

Türkoğlu ve Yalın (2020), çalışmalarında sınıf öğretmeni ilk sınıfta okuyan 40 tane aday öğretmenin örüntüleri genelleme stratejilerini incelenmiştir. Örüntüdeki yakın, orta ve uzak terimi bulunurken kullanılan stratejiler belirlenip, karşılaştırılmıştır. Tarama modelinin kullanıldığı çalışmada, veri toplama aracı olarak katılımcılara doğrusal, ikinci dereceden ve üslü örüntü olmak üzere toplamda 3 açık uçlu soru

sorulmuş 30 dk süre verilmiştir. Betimsel yöntemle göre analizi yapılan verilerin kavramsal çerçevesi alinyazındaki genelleme stratejilerinden ortak olanlar incelenerek sınıflandırılmıştır. Araştırmanın sonucuna göre; öğretmen adaylarının doğrusal örüntülere nazaran doğrusal olmayan örüntü sorularını çözerken daha çok güçlük çektikleri ve çoğunlukla belirgin genelleme stratejisini tercih ettikleri gözlenmiştir. Orta ve uzak terimi bulmak için genellikle örüntünün kuralını bularak işleme devam ettirdikleri görülürken yakın terimi bulmak için ise büyük bir çoğunluk yinelemeli stratejiyi kullanmıştır.

Llinares (2022), çalışmasında, sınıf öğretmeni adaylarının “öğrencilerin matematiksel düşüncesini fark etme”öğretme yeterliliğinin, örüntü genellemesi konusu özelinde fark etme becerisine nasıl yardımcı olacağını araştırması amaçlanmıştır. Bu doğrultuda 18 sınıf öğretmeni adayı ile çalışılmıştır ve adaylardan üç tane ilkökul öğrencisinin üç lineer örüntü genelleme sorularına verdikleri yanıtları analiz edip yorumlamaları istenmiştir. Araştırma verileri 2 aşamada toplanmıştır. İlk aşama ilk anket ve 3 oturumdan oluşmuştur. Bu süre zarfında katılımcılara öğrencilerin matematiksel düşüncesini fark etmeye yönelik öğretme yeterliliğinin gelişimi için öğretim modülleri oluşturulup çalışmalar yapılmıştır. İkinci aşama son anket ve 7 oturumdan oluşmaktadır. Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre oluşturulan öğretim modülleri katılımcıları matematiksel kavramları daha tanımlamalarını, öğrenci düşüncelerini daha iyi yorumlarını ve fark etme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

BÖLÜM III: YÖNTEM

Araştırmanın bu bölümünde araştırma deseni, çalışma grubu, veri toplama aracı geliştirme ve uygulama süreci, pilot çalışma, son olarak verilerin nasıl analiz edildiğine dair bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Araştırma Deseni

Bir araştırmada seçilen yöntemin çalışmanın içeriğine uygun bir şekilde seçilmesi araştırmanın niteliği açısından kuşkusuz çok önemlidir. Bu çalışmanın amacı; öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme sürecindeki öğrenci cevaplarına ilişkin farkındalıklarının araştırılmasıdır. Bu amaç doğrultusunda araştırmada, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışması, var olan bir duruma dair sonuçlar ortaya koymaktır yani bir olaya, duruma dair faktörler bütüncül bir yaklaşımla araştırılır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Creswell (2007)'e göre durum çalışması, geniş ve etraflı veri gruplarına dayalı olarak sınırlı bir sistemin ayrıntılı bir şekilde incelenmesidir. Araştırmada her bir öğretmenin sayı örüntülerini genelleme sürecindeki öğrenci cevaplarına ilişkin farkındalıkları bir durum olarak ele alınmış olup bu durumun seçtiğimiz araştırma deseninin doğası gereği detaylı çözümlemesi yapılmıştır.

3.2. Çalışma Grubu

Çalışma grubu, 2020-2021 akademik yılında İstanbul ilinin çeşitli ilçelerinde MEB'e bağlı devlet okullarında görev yapmakta olan 15 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Çalışma grupları seçiminde amaçlı örnekleme yöntemlerinden olan ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme yönteminde, daha önceden belirlenen ölçütleri yerine getiren örneklem seçilir. Bu kısımda adı geçen ölçütler araştırmacı tarafından belirlenir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Çalışmadayı örüntüleri genelleme konusunu öğrencilerin farklı genelleme stratejilerini de öğrenerek işlemiş olması, öğretmenlerin ortaokul bünyesinde en az 15 yıl görev yapıyor olması ve özellikle de halen 7. sınıfa giriyor olmaları ölçüt olarak belirlenmiştir. Araştırmada çalışma grubu seçimi iki aşamada gerçekleşmiştir. İlk aşamada İstanbul ilindeki bir devlet okulunun 7. sınıf öğrencilerinden sayı örüntülerinde genelleme ile ilgili farklı strateji ve hata ile çözülmüş çalışma kâğıdı

örnekleri alınmıştır. Buradaki ölçüt öğrencilerin bu konuyu işlemiş olmalarıdır. İkinci aşamada ise 15 ortaokul matematik öğretmenine bu çalışma soruları önce öğrenci cevapları olmadan sorulmuş, öğretmenlerden öğrencilerin bu sorularda ne gibi hatalara düşecekleri ya da soruları nasıl bir strateji ile çözdüklerini tahmin etmeleri istenmiştir. Ardından öğrencileri cevapları öğretmenlere sunulmuş ve öğrencilerin sorularda yapmış oldukları hataları, hangi strateji ile soruları çözdükleri bulmaları istenip ve öğrencilerin hatalarını nasıl düzeltebilecekleri sorulmuştur.

3.3. Veri Toplama Aracı ve Süreci

Araştırmada iki farklı veri toplama aracı, araştırmacı tarafından oluşturulmuştur. Bu veri toplama araçları örüntü genelleme strateji soru kâğıdı ve görüşme sorularıdır. Bu veri toplama araçları aşağıda açıklanmıştır.

3.3.1. Öğrenciler İçin Örüntü Genelleme Çalışma Soruları

Çalışmada veri toplama araçlarından ilki, 7. sınıf seviyesine uygun bir şekilde hazırlanmış olan öğrenci cevaplarından oluşan sayı örüntülerini genelleme ile ilgili sabit ve değişen sayı örüntülerinden toplam 4 tane soru ile hazırlanmış sorulardır. Bu sorular öğrencilere uygulanmak amacıyla hazırlanmıştır. Hazırlanan veri toplama aracının geçerlik ve güvenirliği, farklı devlet üniversitelerinde matematik eğitimi alanında profesör ve doçent olarak görev yapan 3 uzmanın görüşüne başvurularak test edilmiştir. Uzman görüşlerinden alınan tavsiyelerle uygulayacağımız 4 sorunun ikisi sabit diğer ikisi de değişerek artan sayı örüntüsü olmak üzere ayarlanmıştır. Ayrıca Sabit ve değişerek artan örüntülerin birer tanesi de fonksiyon tablosu şeklinde düzenlemesi yapılarak veri toplama aracı hazırlanmıştır. Ardından son aşamada hazırlanan soruların araştırmanın amacına hizmet edip etmediğini test etmek için ön izleme ve kontrol amaçlı sorular başka bir 7. sınıf 15 öğrenciye çözdürülmüş ve çalışma kâğıdının veri toplama aracı olarak kullanılmasına karar verilip öğrenci çalışma kâğıdına son hali kazandırılmıştır. Hazırlanan veri toplama aracı araştırmanın gerçek katılımcıları olan 15 tane 7. sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Öğrencilere sunulmak üzere hazırlanan öğrenci çalışma kâğıdı aşağıda Şekil 6' da verilmiştir.

Soru No	Soru No																												
1) 5,7,9,11,... Yukarıdaki sayılar bir örüntü oluşturacak şekilde belli bir kurala göre dizilmiştir. Buna göre, a) Örüntüyü oluşturan 5. terimi bulunuz. b) Örüntüyü oluşturan 10. terimi bulunuz. c) Örüntüyü oluşturan 40. terimi bulunuz. d) Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız (Akkan ve Çakıroğlu, 2012).	2) 2.5,10,17... Yukarıdaki sayılar bir örüntü oluşturacak şekilde belli bir kurala göre dizilmiştir. Buna göre, a) Örüntüyü oluşturan 5. terimi bulunuz. b) Örüntüyü oluşturan 10. terimi bulunuz. c) Örüntüyü oluşturan 40. terimi bulunuz. d) Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız (Akkan ve Çakıroğlu, 2012).																												
Soru No	Soru No																												
3) Fonksiyon Tablosu Biçiminde Verilen Artarak Değişen Sayı Örüntüsü <table> <tr> <th>x</th><th>y</th></tr> <tr> <td>1</td><td>3</td></tr> <tr> <td>2</td><td>6</td></tr> <tr> <td>3</td><td>11</td></tr> <tr> <td>4</td><td>18</td></tr> <tr> <td>5</td><td>27</td></tr> <tr> <td>...</td><td>...</td></tr> </table> (Tanışlı, 2008) Yukarıda tabloda verilen örüntü için; a) Örüntüyü oluşturan 6. terimi bulunuz. b) Örüntüyü oluşturan 10. Terimi bulunuz. c) Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız	x	y	1	3	2	6	3	11	4	18	5	27	...	...	4) Fonksiyon Tablosu Biçiminde Verilen Sabit Değişen Sayı Örüntüsü <table> <tr> <th>x</th><th>y</th></tr> <tr> <td>1</td><td>7</td></tr> <tr> <td>2</td><td>9</td></tr> <tr> <td>3</td><td>11</td></tr> <tr> <td>4</td><td>13</td></tr> <tr> <td>5</td><td>15</td></tr> <tr> <td>...</td><td>...</td></tr> </table> (Tanışlı, 2008) d) Örüntüyü oluşturan 6. terimi bulunuz. e) Örüntüyü oluşturan 10. Terimi bulunuz. f) Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız	x	y	1	7	2	9	3	11	4	13	5	15	...	...
x	y																												
1	3																												
2	6																												
3	11																												
4	18																												
5	27																												
...	...																												
x	y																												
1	7																												
2	9																												
3	11																												
4	13																												
5	15																												
...	...																												

Şekil 6. Öğrenci Çalışma Kâğıdı

3.3.2.Öğretmenler İçin Görüşme Soruları

Veri toplama araçlarından diğeri ise öğretmenlere uygulanmak üzere hazırlanmış 4 görüşme sorusundan oluşmaktadır. Hazırlanan veri toplama aracının geçerlik ve güvenilirliği alanında uzman 3 kişinin görüşüne başvurularak test edilmiştir. Uzman görüşlerinden alınan görüşlere göre görüşme soruları uygun bulunup veri toplama aracı olarak belirlenmiştir. Daha önce öğrencilere uygulanan çalışma kağıdından öğrencilerin örnek çözümlerinden farklı strateji ve hata ile çözülmüş olan 4 soruda toplam 8 öğrenci cevabı seçilmiştir. Öğretmenlerden önce öğrenci çözümleri olmadan soruları incelemeleri, ardından öğrenci çözümleriyle birlikte soruları inceleyip aşağıdaki görüşme sorularına cevap vermeleri istenmiştir:

- 1- Sayı örüntülerini genellerken öğrencilerde hangi bilgi ve beceriler olmalıdır? Açıklayınız.
- 2- Öğrenciler bu dört soruyu hangi stratejiler kullanarak çözebilir? Bildiğiniz stratejilere dayanarak kendinizce önce birinci soru için ardından ikinci soru için ve sonra diğerleri için açıklayınız.
- 3- Öğrencilerin genelleme stratejisini gözlemleyiniz ve öğrencilerin hangi stratejiler ile soruyu çözdüklerini bildiğiniz stratejilere dayanarak kendinizce açıklayınız.
- 4- Eğer varsa, öğrencinin hatasının/yanılgısının olası sebeplerini açıklayınız?

Hazırlanan soruların araştırmanın amacına hizmet edip etmediğini test etmek için pilot görüşme yapılmış ve görüşme sorularına son hali kazandırılmıştır. Öğretmenlerin verdiği cevaplar yazılı doküman veya sesleri kayıt altına alınarak veriler toplanmıştır.

3.4.Pilot Çalışma

Pilot çalışma, bir araştırmanın görüşme sorularının çalışmanın amaca uygun olup olmadığını denemek için oldukça önemli bir yere sahiptir. De Vaus (2001)'unda belirttiği üzere olası herhangi bir durumun tespiti için pilot çalışmanın yapılması gerekmektedir. Araştırma kapsamında veri toplama araçları geliştirdikten sonra pilot çalışma yapmak için 2020-2021 akademik yılında MEB' e bağlı bir devlet okullarında görev yapmakta olan 1 ortaokul matematik öğretmeni seçilmiştir. Ölçüt olarak 7. sınıflara derse giren bir matematik öğretmeni olmasına dikkat edilmiştir.

Pilot görüşme sonucunda görüşme sorularımızdan ilki olan; “Sayı örüntülerini genellerken önemli matematiksel öğeler nelerdir? Açıklar mısınız?” şeklinde olan sorumuz daha anlaşılır ve net olması bakımından; “ Sayı örüntülerini genellerken öğrencilerde hangi bilgi ve beceriler olmalıdır? Açıklar mısınız?” şeklinde değiştirilmiştir. Yapılan pilot çalışma sonrasında görüşme soruları ile ilgili düzenlemeler yapıp alan uzmanlarına gösterildikten sonra veri toplama aracımız son halini almıştır. Görüşme sorularına Ek 5’ te yer verilmiştir.

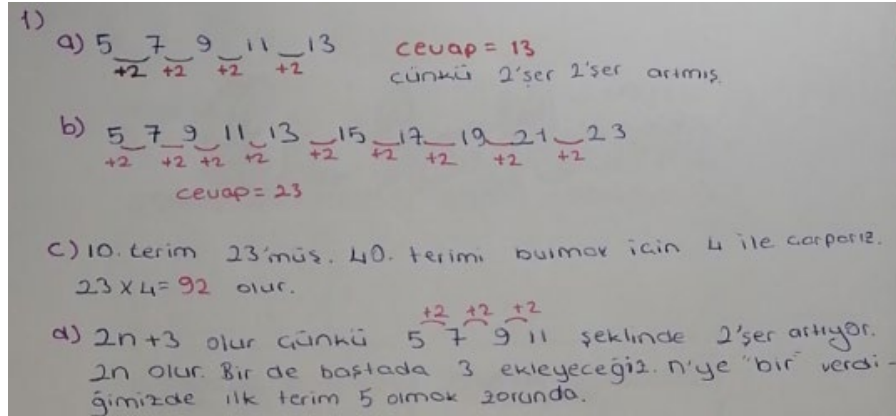
3.5. Veri Analizi

Çalışmada ortaokul öğrencilerine uygulanan örüntü genelleme sorularına verilen yanıtlar ve öğretmenlerle yapılan görüşmelerden elde edilen verilerin analizi iki başlık altında ele alınmıştır.

3.5.1. Öğrenci Genelleme Yaklaşımları

Öğrencilerin çalışma kağıtlarına verdiği örnek çözümlerinden farklı strateji ve hata ile çözülmüş olan 4 soruda toplam 8 öğrenci cevabı seçilmiş ve öğretmenlere uygulanmak için cevap kağıdı şeklinde hazırlanmıştır. Araştırmada ortaokul öğrencilerine uygulanan örüntü genelleme sorulara verilen yanıtların analizi daha önceki yapılan çalışmalardaki (Amit ve Neri, 2008; Healy ve Hoyles,1999; Lannin, 2005; Lannin, Barker ve Townsed, 2006; Orton ve Orton, 1999; Radford, 2006; Stacey, 1989), genelleme stratejileri göz önüne alınarak kavramsal çerçeve belirlenmiş ve sayma stratejisi, yinelemeli (eklemeli), fark ile çarpma, tahmin ve kontrol, içeriksel, bütüne genişletme, gruplama ve fonksiyonel (belirgin) stratejilerine göre temalanarak sınıflandırılmıştır. Öğrenci çözümlerine EK-6’da yer verilmiştir. Öğretmenlere uygulanan veri toplama aracındaki örnek öğrenci cevapları aşağıdaki şekillerdeki gibidir.

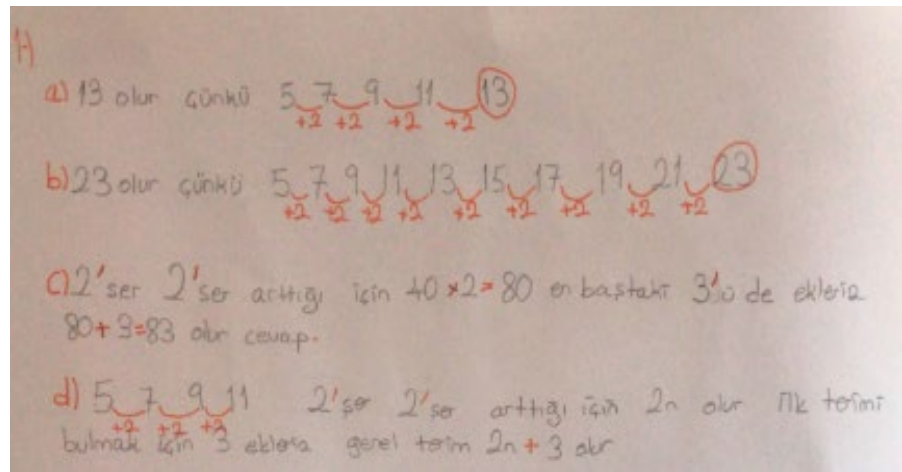
Soru 1. Ö1'in Genelleme Yaklaşımı



Şekil 7. Ö1'in Genelleme Yaklaşımı

Şekil 7 incelendiğinde soru 1 için Ö1'in genelleme yaklaşımına bakıldığında; a ve b şıklarının yinelemeli(eklemeli) stratejisi ile doğru çözdüğü, sorunun c şikkından bütüne genişletme stratejisi ile soruyu çözmeye çalıştığı fakat bu stratejiyi yanlış uyguladığı görülmüştür. Sorunun d şikkında ise örüntünün genel terimini bulurken belirgin stratejiyi kullanarak soruyu doğru bir şekilde çözmüştür.

Soru 1. Ö2'in Genelleme Yaklaşımı



Şekil 8. Ö2'in Genelleme Yaklaşımı

Ö2'nin genelleme yaklaşımına bakıldığında; a ve b şıklarını yinelemeli(eklemeli) stratejisi ile doğru çözdüğü, sorunun c şikkında belirgin stratejiyi doğru bir şekilde kullandığı ve sorunun d şikkında ise örüntünün genel terimini bulurken yine belirgin stratejiyi kullanarak soruyu doğru bir şekilde çözmüştür.

Soru 2. Ö1'in Genelleme Yaklaşımı

2) a) cevap = 26 çünkü sabit gitmemiş ama 2'şer fazılaşarak gitmiş.

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 5 & 10 & 17 & 26 \\ +3 & +5 & +7 & +9 \end{array}$$

b) cevap = 101

$$\begin{array}{ccccccccccc} 2 & 5 & 10 & 17 & 26 & 37 & 50 & 65 & 82 & 101 \\ +3 & +5 & +7 & +9 & +11 & +13 & +15 & +17 & +19 \end{array}$$

c) 10. terim 101 ise 40. terimi bulmak için 4 ile çarpılır.
 $101 \times 4 = 404$ cevap

d) $\begin{array}{ccccccc} 2 & 5 & 10 & 17 & 26 \\ +3 & +5 & +7 & +9 & +11 \\ +2 & +2 & +2 & +2 & +2 \end{array}$ artılar hep aynı yani 2 artmıştır. O zaman $2n$ olur. n'ye 1 verince ilk terim 2 olur. Genel terim $2n$ 'dir.

Şekil 9. Ö1'in Genelleme Yaklaşımı

Şekil 9 incelendiğinde soru 2 için Ö1'in genelleme yaklaşımına bakıldığında; örüntünün değişerek devam eden örüntü olduğunu anladığı, a ve b şıklarını yinelemeli (eklemeli) stratejisi ile doğru çözdüğü görülmüştür. Sorunun c şikkına bakıldığında ise örüntünün değişen örüntü olduğunu göz ardı ederek bütüne genişletme stratejisi ile soruyu çözmeye çalıştığı fakat bu stratejiyi yanlış uyguladığı görülmüştür. Sorunun d şikkında ise örüntünün genel terimini bulurken fark ile çarpma stratejisini kullanarak soruyu çözmeye çalıştığı fakat sabit örüntü gibi düşünerek yaptığından yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür.

Soru 2. Ö4'ün Genelleme Yaklaşımı

2-)

a) Sayılar sabit artmamış. Artarak gidiyor.

2 5 10 17 26

+3 +5 +7 +9

cevap $\Rightarrow 26$

b) Örneğin kuralı $n^2 + 1$ 'dir. n yerine 10 yazarsak.

$10^2 = 100$ $100 + 1 = 101$ cevap

c) Örneğin kuralı $n^2 + 1$ 'dir.

$40^2 = 1600$ $1600 + 1 = 1601$ cevap

Şekil 10. Ö4'ün Genelleme Yaklaşımı

Ö4'ün genelleme yaklaşımına bakıldığında; örüntünün değişerek devam eden örüntü olduğunu anladığı ve a şikkını yinelemeli (eklemeli) stratejisi ile doğru çözdüğü görülmüştür. Sorunu b şikkını bulurken ise genel terimi önceden bulup soruyu o şekilde doğru çözmüştür. Sorunun d şikkında ise örüntünün genel terimini bulurken örüntüyü sağlayan içeriğe uygun bir ezberden formülden yola çıkarak içeriksel strateji ile soruyu doğru çözmüştür.

Soru 3.Ö2'in Genelleme Yaklaşımı

3)

x	y
1	3
2	6
3	11
4	18
5	27
6	38
7	51
8	66
9	83
10	102

a) 38 cevap

b) 102 cevap

c) Burada aynı 2. soruya benziyor. Artış değişmiş sürekli. Onun için burada işli sayı gibi düşürelim. mesela ilk terim 3, 3 hiçbir sayının kuvveti olarak 3'ün 4'ün karesi olduğu için genel terim $n^2 - 1$ olabilir. ama ikinci terim yerine koyunca yine 3 oluyor o zaman genel terim $n^2 - 1$ olmaz. Genel terim $n^2 + 2$

$1^2 + 2 = 3$, $2^2 + 2 = 6$, $3^2 + 2 = 11$

Şekil 11. Ö2'in Genelleme Yaklaşım

Şekil 11 incelendiğinde soru 3 için Ö3'nin genelleme yaklaşımına bakıldığında; a ve b şıklarının yinelemeli(eklemeli) stratejisi ile doğru çözdüğü, sorunun c şıkında ise tahmin kontrol veya deneme yanılma stratejisi ile soruyu doğru çözdüğü görülmüştür.

Soru 3. Ö3'ün Genelleme Yaklaşımı

3- a) $x=1n=1n.6=6$
 $y=2n+1=2n+1.6=6.2+1=13$
 b) $x=1n.10=10$
 $y=2n+1.10=10.2=20+1=21$
 c) x 'in kuralı = 1, 2, 3, 4... Birer birer artıyor. Buna göre; $1n$
 y 'nin kuralı = 3, 6, 11, 18, 27
 $3, 6, 11, 18, 27$
 $2+1, 2+1, 2+1, 2+1$ İkiser ikiser artıyor. Buna göre; $2n$ ilk sayı 3 olduğu için $2n+1$

Şekil 12. Ö3'ün Genelleme Yaklaşımı

Ö3'ün genelleme yaklaşımına bakıldığında; a ve b şıklarında genel terimi önceden bulup soruyu o şekilde çözmeye çalışmış fakat genel terimi yanlış bulduğu görülmüştür. Sorunun c şıkında ise örüntünün genel terimini bulurken hem belirgin strateji hem de fark ile çarpma stratejisini kullanarak genel terimi bulmak istemiş ama aradaki farklar arası farkı sabit örüntü gibi düşündüğünden sonucu yanlış bulduğu görülmüştür.

Soru 4. Ö3'ün Genelleme Yaklaşımı

4- a) $x=1n=1n.6=6$
 $y=2n+5=2n+5.6=6.2+5=17$
 b) $x=1n.10=10$
 $y=2n+5.10=10.2=20+5=25$
 c) x 'in kuralı = $1n$ çünkü; Birer birer artıyor ve büyüden $1n$
 y 'nin kuralı = $2n+5$ çünkü; ikiser ikiser artıyor yani $2n$ sonra da ilk sayı 7 olduğu için 5 fazlası oluyor bu yüzden $2n+5$

Şekil 13. Ö3'ün Genelleme Yaklaşımı

Şekil 13 incelendiğinde soru 4 için Ö3'ün genelleme yaklaşımına bakıldığında; örüntünün sabit değişen örüntü olduğunu anlamış, a ve b şıklarında genel terimi önceden bulup soruyu o şekilde doğru çözmüş. Sorunun c şıkında ise örüntünün genel terimini hem belirgin strateji hem de fark ile çarpma stratejisini kullanarak genel terimi doğru bulduğu görülmüştür.

Soru 4. Ö4'ün Genelleme Yaklaşımı

4)

d) 7, 9, 11, 13, 15, 17
+2 +2 +2 +2 +2

e) Örüntünün kuralı $2n + 5$ 'tir. cevap = 17
 $2 \cdot 10 + 5 = 25$ cevap

f) 2'ler 2'ler artmış. Artış miktarı 2 ilk terimden 2 çıkaracağız. $7 - 2 = 5$
Örüntü kuralı = Artış miktarı $\times n$ + bir sayı
Örüntü kuralı = $2n + 5$

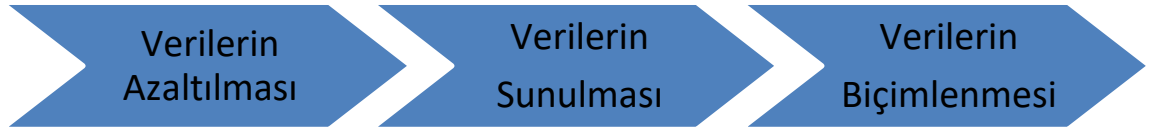
Şekil 14. Ö4'ün Genelleme Yaklaşımı

Ö4'ün genelleme yaklaşımına bakıldığında; sorunun a şıkında yinelemeli(eklemeli) strateji ile soruyu doğru çözdüğü, sorunun b şıkında ise genel terimi önceden bulup soruyu o şekilde doğru çözdüğü görülmüştür. Sorunun c şıkında örüntünün genel terimini bulurken örüntüyü sağlayan içeriğe uygun bir ezberden formülden yola çıkarak içeriksel strateji ile soruyu doğru çözmüştür.

Veri toplama aracındaki öğretmenlere sunulmak üzere bütün öğrencilerin çözümleri incelendiğinde; öğrencilerin örüntülerin yakın terimini bulmak için yinelemeli stratejiyi tercih ettikleri görülürken, orta ve uzak terimleri ve örüntü kuralı bulmak için daha çok belirgin stratejiyi kullanmışlardır. Bunların yanı sıra tahmin-kontrol, içeriksel, fark ile çarpma ve bütüne genişletme stratejilerini de tercih ettikleri görülmüştür.

3.5.2. Görüşmelerin veri analizi

Araştırmada görüşmelerden elde edilen verilerin analizinde nitel veri analiz yöntemlerinden olan Miles – Huberman analiz tekniği kullanılmıştır. Bu tekniğe göre verilerin analizi üç aşamada gerçekleştirilir. Bu aşamalar verilerin azaltılması, sunulması ve sonuçların biçimlendirilmesi şeklindedir (Miles ve Huberman, 1994). Aşağıda Miles – Huberman tekniğinin üç aşaması Şekil 15’ te belirtilmiştir.



Şekil 15. (Miles ve Huberman modeli, 1994)

Bu modele göre önce araştırmanın amacına uygun olacak şekilde toplanan verilerin azaltılması yoluna gidilerek kod ve temalar belirlenmiştir. Ardından verilerin sunulması kısmında veriler görsel hale getirilmiştir. Veriler frekans tabloları halinde verilmiştir. Sonuçların biçimlendirilmesi sürecinde ise yorum ve çıkarımlar yapılarak görüşmelerden doğrudan alıntılar yapılarak araştırma sonuçlandırılmıştır.

Araştırmanın amacına yönelik olarak fark etme becerisi göz önüne alındığında araştırma sorularından üçüncü soru Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)’in kuramsal çerçevesi dikkate alınarak analiz edilmiştir. Bu çerçeveye göre üç ana başlık altında toplanan bulgular, öğrenci çözümlerine dikkat etme, çözümleri yorumlama ve çözümlere dair nasıl cevap verileceğine karar verme şeklindedir. Her üç kategorinin kendi içinde sağlam kanıt, sınırlı kanıt ve kanıt eksikliği olmak üzere alt başlıkları vardır.

Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)’a göre öğretmenin fark etmesinin ilk boyutu öğrenci çözümlerine dikkat edilmesi aşamasıdır. Bu aşamada sağlam kanıt gösteren öğretmenler öğrenci çözümlerinin doğruluğunu ayrıntılı bir şekilde matematiksel detaylarla verilmiştir. Sınırlı kanıt gösteren öğretmenler öğrenci çözümlerini genel özellikleriyle yansıtmışlardır. Kanıt eksikliği gösteren öğretmenler öğrenci çözümlerini yanlış tanımlamış ya da tam anlayamamışlardır.

Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)'a göre öğretmenin fark etmesinin ikinci boyutu çözümler üzerine öğrenci düşüncelerinin yorumlanması aşamasıdır. Bu aşamada sağlam kanıtlarla öğrenci düşüncelerini yorumlayan öğretmenler; öğrencilerin akıl yürütmelerini ve çözümleri ayrıntılarıyla anlamlandırır. Sınırlı kanıtlarla öğrenci düşüncelerini yorumlayan öğretmenler; sadece konuyu anlayıp anlamadıkları hakkında yorum yapar ve çok daha az ayrıntı ile açıklama yaparken, kanıt eksikliği gösteren öğretmenler ise öğrenci düşünceleri üzerine ilgisiz yorum yapmışlardır.

Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)'a göre öğretmenin fark etmesinin üçüncü boyutu çözümlerdeki stratejilere, cevaplara, hatalara ve öğrenci düşüncelerine nasıl cevap verileceğine karar verip öneride bulunması aşamasıdır. Bu aşamada sağlam kanıt olan ilk kategorideki öğretmenlerin öneri ve karar verme becerileri daha çok öğrencinin mevcut düşünme yapısını geliştirme ve varsa hatasını fark ettirmeye yönelik öneriler getirir. Sınırlı kanıt olan ikinci kategorideki öğretmenler daha çok öğrenciye uygulama yapma önerisinde bulunarak öğrenci bilgisini pekiştirme üzerine odaklanmışlardır. Öğrencilerin düşüncelerini dikkate almadan öneride bulunan öğretmenler ile hiçbir şekilde cevap vermeyen, önerisi olmayan öğretmenler de kanıt eksikliği kategorisinde bulunmaktadır.

3.5.3. Güvenirlik ve Geçerlik

Görüşmelerden elde edilen veriler, iki farklı araştırmacı tarafından bağımsız bir şekilde çalışarak kodlanmıştır. Daha sonra iki farklı araştırmacı tarafından yapılan kodlamalar sonucunda görüş birlikleri ve görüş ayrılıkları hesaplanmıştır. Miles ve Huberman'a (1994)'a ait olan Güvenirlik = $\text{Görüş birliği} / (\text{Görüş birliği} + \text{Görüş ayrılığı})$ güvenirlik hesabı kullanılarak araştırmanın güvenirliliği %90,47 olarak bulunmuştur. Kodlayıcılar arası fikir birliği içsel tutarlılığı gösteren güvenirlik denetimi bakımında %80 olmalıdır (Miles ve Huberman, 1994). Bu çalışmada elde edilen değer bunun çok üstünde olduğu için uygun görülmüştür.

Araştırmada *iç geçerliği* sağlamak maksadıyla önce uzman görüşüne başvurulmuştur. Uzman görüşü sonucunda belli değişikliklere gidilmiştir. Ardından veri analizi için bir çerçeve oluşturulup ve bu çerçeve doğrultusunda analizler yapılmıştır.

Aktarılabirliği sağlamak için ayrıntılı betimleme yöntemi kullanılmıştır. Ham veri meydana gelen temalara göre düzenlenir ve verinin doğasına sadık kalarak yorum

katılmadan okuyucuya aktarılır. Araştırmacılar bu amaçtan ötürü doğrudan alıntılarını sık tercih eder (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Araştırmada tutarlılığı sağlamak için veriler betimsel bir yolla sunulmuştur. Burada amaç araştırmacının baştan sona araştırmada tutarlı davranıp davranmadığını belirlemektir. Veri toplama araçlarının oluşturulması aşamasından tutun, verilerin toplanıp analizine kadar tutarlılık kendisini araştırmada göstermelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Miles ve Huberman (1994)'de ifade ettiği üzere verileri görsel hale getirerek kodlanan veriler birbirleriyle ilişkili olacak şekilde tablolar halinde sunulmuştur. Araştırmada verilerin teyit edilebilmesi için veri toplama araçlarının oluşturulup, verilerin analizinde farklı uzmanların görüşleri dikkate alınmıştır. Yıldırım ve Şimşek (2018) belirttiği gibi araştırmacının, veri toplama araçlarını, ham verilerini ve bu verilerin analizlerini bir uzmanın incelemesine sunması gerekir.

3.5.4. Çalışmadaki Etik Unsurlar

Araştırmanın her bir kısmında adil paylaşım, gizlilik, sorumluluk ve dürüstlük gibi etik anlamda yerine getirilmesi beklenen ilkelere uymaya dikkat edilmiştir. Araştırmanın ilk aşamasında İstanbul Medeniyet Üniversitesi Etik Kurulundan izin alınmış olup EK2'de mevcuttur. Ardından araştırmanın katılımcılarını İstanbul ilinin çeşitli ilçelerinde MEB' e bağlı devlet okullarında görev yapmakta olan 15 ortaokul matematik öğretmeni oluşturduğu için İstanbul Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli izinler alınmıştır. EK1'de mevcuttur. Araştırmanın gerçekleştirilebilmesi için öğrencilerin velilerinden ve öğretmenlerden de gerekli izinler alınmış olup EK 3' te mevcuttur. Tezde araştırmaya katılan öğretmen ve öğrencilerin haklarını korumak için gerçek isimleri belirtilmemiştir. Öğretmenler Öğr. öğrenciler ise Ö. şeklinde kodlanmıştır.

BÖLÜM IV: BULGULAR

Araştırmanın amacı; öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme sürecindeki öğrenci cevaplarına ilişkin tahmin ve farkındalıklarının araştırılmasıdır. Bu amaca yönelik bu bölümde öğretmenlere sorulan 4 sorunun alt problemler ışığında detaylı analizi yapılmıştır. Öncelikle araştırma sorularından olan “Öğretmenlerin sayı örüntülerini genellemede öğrencilerde olması gereken bilgi ve becerilere yönelik farkındalıkları nasıldır?” sorusunun analizi yapılmıştır. Ardından öğretmenlerin dört soruda öğrencilerin kullanacağı örüntü genelleme stratejilerine ilişkin tahminlerine yönelik bulgular verilmiştir. Bu ilk iki soruda öğretmenlerin örüntü genelleme sürecindeki ön bilgileri sorgulanmıştır. Daha sonra öğrencilerin yazılı çözümlerini inceleyen öğretmenlerin, araştırma sorularından “Öğretmenler öğrencilerin örüntü görevlerine verdikleri yanıtlarda öğrencilerin anlamalarını nasıl yorumluyorlar?” ve “Öğretmenler, öğrenci hatalarının/kavram yanlışlarının olası sebeplerini belirleyebiliyorlar mı?” sorularına dayanarak Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)’in çerçevesi ele alınıp örüntü genelleme sürecindeki farkındalıkları incelenmiştir.

4.1. Öğretmenlerin, Sayı Örüntülerini Genellemede Öğrencilerde Olması Gereken Bilgi Ve Becerilere Yönelik Farkındalıklarına Yönelik Bulgular

Bu araştırma sorusuna yönelik olarak öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme sürecindeki ön bilgileri sorgulanmıştır. Önce görüşme sorularından birinci sorunun tablosu ve yorumları ardından ikinci sorunun tablo ve yorumları Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Öğretmenlerin sayı örüntülerini genellemede öğrencilerde bulunmasını ön gördüğü bilgi ve beceriler

	Kodlar	Öğretmenler	Frekans
Bilgi	Cebir Bilgisi	Öğr.2,Öğr.7,Öğr.11,Öğr.13,Öğr.14	5
	Üslü Sayı Bilgisi	Öğr.2,Öğr.4,Öğr.6, Öğr.13,Öğr.14	5
	Dört İşlem Bilgisi	Öğr.4,Öğr.6,Öğr.7, Öğr.8,Öğr.15	5
	Matematik İle İlgili Temel kavramlar	Öğr.3,Öğr.6	2
	Örüntü Strateji Bilgisi	Öğr.3,Öğr.5,Öğr.10	3
Beceriler	Ritmik Sayma	Öğr.1,Öğr.3,Öğr.4, Öğr.7, Öğr.8,Öğr.9,Öğr.11,Öğr.13	8
	Dört İşlem Yapma Becerisi	Öğr.2	1
	Tahmin Etme	Öğr.3,Öğr.4	2
	Aritmetik ve Cebir Arasında Geçiş Yapma Becerisi	Öğr.7	1
	Matematiksel Muhakeme Yapma becerisi	Öğr.9,Öğr.10,Öğr.12	3
	Problem Çözme Becerisi	Öğr.9,Öğr.12	2
	Genellemeye Varma Becerisi	Öğr.5,Öğr.10,Öğr.14	3
	Sayılar Arasında bağlantı Kurma Becerisi	Öğr.1,Öğr.8,Öğr.10	3

Tablo 2’de, örüntüler konusunda ön bilgilerini sınamak için öğretmenlere sorulan birinci görüşme sorusu olan; “Sayı örüntülerini genellerken öğrencilerde hangi bilgi ve beceriler olmalıdır? Açıklar mısınız?” sorusunun analizlerinden oluşan bulgular yer almaktadır. Öğretmenlerden alınan görüşler doğrultusunda, sayı örüntülerini genellerken öğretmenler, öğrencilerin cebir bilgisi, üslü sayı bilgisi, dört işlem bilgisi, örüntü stratejisi bilgisi ve matematik ile ilgili temel kavramlar bilgisi olmak üzere beş tane bilgiye sahip olması gerektiğini vurgulamıştır. Öte yandan öğretmenler öğrencilerin ritmik sayma, dört işlem, tahmin etme, aritmetik ve cebir arasında geçiş yapma, matematiksel muhakeme yapma, problem çözme, genellemeye varma ve sayılar arasında bağlantı kurma becerisi olmak üzere sekiz tane beceriye sahip olması gerektiğini vurgulamışlardır.

Tablo 2’de görüldüğü üzere öğrencilerin sahip olması gereken bilgiler açısından bakıldığında cebir bilgisi, üslü sayı bilgisi, dört işlem bilgisi 5 öğretmen tarafından vurgulanmıştır. Örüntü strateji bilgisi 3 kişi iken matematik ile ilgili temel kavramlar ise 2 öğretmen tarafından öğrencilerde olması gereken bilgiler açısından ifade edilmiştir. Tablo 2’de görüldüğü üzere öğrencilerin sahip olması gereken beceriler açısından bakıldığında en çok ritmik sayma becerinin önemi öğretmenler tarafından vurgulanmış ve öğretmenlerin yaklaşık yarısı 8 öğretmen tarafından önemi belirtilmiştir. Bu da göstermektedir ki öğretmenlerin yinelemeli stratejiyi daha çok tercih edeceği yönünde bizlere fikir vermektedir. Matematiksel muhakeme yapma, genellemeye varma ve sayılar arasında bağlantı becerileri 3’er öğretmen tarafından öğrencilerde bulunması gereken beceriler açısından vurgulanmıştır. Tahmin etme becerisi ve problem çözme becerisi de 2 öğretmen tarafından önemi belirtilmiştir. Bulguları daha iyi örneklendirmek amacıyla öğretmenlerin cevaplarına dair doğrudan alıntılarına aşağıda yer verilmiştir:

Öğr.2: “Şimdi sayı örüntüleri konusunda özellikle temel seviyede 4 işlem becerisi, üslü sayılara hakim olması bir de değişken kullanabilmeleri adına cebir bilgisi yani cebirsel ifadeler konusunun işlenmiş olması gerekiyor. Yani bunlara hakim olmaları lazım.”

Öğr.2 kodlu öğretmen örüntüleri genellerken öğrencilerin sahip olması gereken bilgi becerilere dair dört işlem becerisi, üslü sayı ve cebir bilgisinin önemine vurgu yapmıştır.

Öğr.1: “Bir kere çocuğun ritmik saymayı bilmiş olması lazım. Mesela ritmik sayarken ne lazım. Sayılar arasında hep aynı şekilde gidiyor diye bir bağlantı kuruyor çocuk. O şekilde ritmik saymayı öğreniyor. Sayıların arasında bir bağlantı olduğunu da bilmesi lazım genellemesi için. İlk terim ile mesela bağlantı kuracak. Sayılar arasında bağlantı kurmayı da bilecek çocuk. O kurguyu ilkokuldan O altyapıyı alması lazım ki sonra bu sayı örüntüleri ne geldiğimizde aralarında nasıl ilişki olabilir diye bir kurabilsin. Nasıl ki çift sayılar arasında ikişer ikişer gidiyor, önüne de daha sonra bir sayı örüntüsü geldiği zaman sayılar arasında bağlantı kurabilirim bir bağlantı olabilir. Bence bu kısımda ritmik sayma önemli bence.”

Öğr.1 kodlu öğretmen örüntüleri genellerken öğrencilerin sahip olması gereken bilgi becerilere dair ritmik saymanın ve örüntüde sayılar arasında bağlantı kurma becerisine vurgu yapmıştır.

Öğr.6: “Sayı örüntüleri konusunda öğrenciler bence ilk başta toplama çıkartma çarpma bölme yani dört işlem bilecek. Hani bu artarak giden örüntü de olabilir sabit ya da azalan örüntü de olabilir. Bu yüzden dört işlemi güzelce bilmeleri gerekir bence. Bu konuda eksiği olmamalı. Bunun dışında örüntülerin arasında yani içinde üslü sayıları barındırabilecek için üslü sayılar konusunu da iyi bilmesi gerekir. Onun dışında ilk aklıma gelen bu konular aslında. Üslü sayı ve temel kavramlar, dört işlem falan.”

Öğr. 6 kodlu öğretmen örüntüleri genellerken öğrencilerin sahip olması gereken bilgi becerilere dair üslü sayıların, dört işlem ve matematik ile ilgili temel kavramların önemini ifade etmiştir.

Öğr. 7: “Ritmik sayma ve dört işlem bilgisinin gelişmiş olması, bunun yanında cebir bilgisi dimi denklem oluşturacak çocuk sonuçta. Yani aritmetik ile cebir arasında geçiş yapma becerisinin gelişmiş olması gerekir.”

Öğr. 7 kodlu öğretmen örüntüleri genellerken öğrencilerin sahip olması gereken bilgi becerilere dair ritmik sayma, dört işlem, cebir bilgisi ve aritmetik ile cebir arasında geçiş yapma becerisine vurgu yapmıştır.

Öğr. 12: “Muhakeme ve problem çözme becerisi. Sonraki adımı problem çözme becerisiyle keşfeder.”

Burada öğretmen matematiksel muhakeme yapma ve özellikle problem çözmeye vurgu yapmıştır.

Öğr. 13: “Sınıf düzeyine göre değişiyor. 5. sınıf için ritmik sayma yapabilmesi gerekiyor. 7. sınıf için ritmik sayma yanında üslü ifadeleri bilmesi cebirsel ifade yazabilmesi gerekir.”

Öğr. 13 kodlu öğretmen örüntüleri genellerken öğrencilerin sahip olması gereken bilgi becerilere örnek olarak ritmik sayma, üslü sayı ve cebirsel ifadeyi vermiştir.

4.2. Öğretmenlerin Dört Soruda Öğrencilerin Kullanacağı Örüntü Genelleme Stratejilerine İlişkin Tahminlerine Yönelik Bulgular

Tablo 3 'te örüntüler konusunda ön bilgilerini sınamak için öğretmenlere sorulan ikinci görüşme sorusu olan; “Öğrenciler bu dört soruda hangi stratejiler ile soruları çözebilir? Bildiğiniz stratejilere dayanarak kendinizce önce birinci soru için ardından ikinci soru için ve sonra diğerleri için açıklayınız? ” sorusunun analizlerinden oluşan bulgular yer almaktadır.

Tablo 3. Öğretmenlerin öğrencilerin kullanacağı örüntü genelleme stratejileri üzerine tahminleri

Sorular	Stratejiler				
	Yinelemeli	İçeriksel	Belirgin	Deneme yanılma	Fark ile Çarpma
Soru 1	Öğr.1,Öğr.2,Öğr.3,Öğr.4, Öğr.5,Öğr.7,Öğr.8,Öğr.9, Öğr.10,Öğr.11, Öğr.12,Öğr.13,Öğr.15 (f= 13)	Öğr.4, Öğr.11 (f= 2)	Öğr.2, Öğr.6, Öğr.7,Öğr.8, Öğr.9, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.13, Öğr.14 (f= 9)		
Soru 2	Öğr.1,Öğr.3,Öğr.4, Öğr.5, Öğr.6,Öğr.7, Öğr.8,Öğr.10, Öğr.11, Öğr.12, Öğr.13 (f= 11)	Öğr.2, Öğr.9, Öğr.11, Öğr.12, Öğr.14, Öğr.15 (f= 6)	Öğr.7, Öğr.8,Öğr.9, Öğr.10,Öğr.13 (f= 5)	Öğr.6 (f= 1)	Öğr.6 (f= 1)
Soru 3	Öğr.1, Öğr.7,Öğr.10, Öğr.8, Öğr.11, Öğr.12, Öğr.13 (f= 7)	Öğr.2,Öğr.9, Öğr.11, Öğr.12, Öğr.15 (f= 5)	Öğr.3,Öğr.4,Öğr.5, Öğr.7,Öğr.9,Öğr.10,Öğr.13, Öğr.14 (f= 9)	Öğr.6 (f= 1)	
Soru 4	Öğr.1,Öğr.2,Öğr.5, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.10,Öğr.11,Öğr.12, Öğr.13,Öğr.15 (f= 10)	Öğr.11 (f= 1)	Öğr.1, Öğr.2, Öğr.3, Öğr.4,Öğr.6, Öğr.7,Öğr.8, Öğr.9, Öğr.10, Öğr.12,Öğr.13, Öğr.14 (f= 12)		

Tablo 3’ te görüldüğü üzere öğretmenler kendilerine sorulan sorularda yinelemeli, belirgin, içeriksel, deneme-yanılma ve fark ile çarpma olmak üzere 5 farklı stratejiyi dile getirilmiştir. Bu ifade edilen stratejiler arasında öğretmenler öğrencilerin, en fazla yinelemeli strateji ile soruları çözebileceğini belirtirken ikinci olarak da belirgin stratejiden faydalanacakların ifade etmişlerdir. Tablo 3’ten çıkarılacak bir diğer sonuç ise öğretmenlerin tablolı sorularda belirgin stratejinin yinelemeli stratejiye

göre daha çok tercih edileceğini düşünmeleri olmuştur. Bulguları daha iyi örneklendirmek amacıyla her bir sorunun ayrıntılı analizlerine ve doğrudan alıntılarına aşağıda yer verilmiştir:

Bulgular incelendiğinde öğrencilerin soru 1'i çözmek için tercih edeceği stratejileri öğretmenlerden 13'ü yinelemeli strateji, 9'ubelirgin strateji ve 2'si içeriksel strateji olarak belirtmişlerdir. Bulgular neticesinde öğretmenlerin cevaplarına ilişkin çeşitli örnekler aşağıda verilmiştir:

Öğr. 5: “Birinci soruda ardışık ilerleme olduğu için orada Sabit artırarak çözebilir. Yani bence terimleri tek tek hesaplayarak çözebilir.”

Açıklamadan da görüleceği üzere Öğr. 5 kodlu öğretmen sorunun yinelemeli strateji ile çözülebileceğini ifade etmiştir.

Öğr. 6: “Birinci soruda 5 ile başladı. Sonra 7 ve 9 yani arasındaki fark hep sabit. Arasındaki farkın sabit yeni görerek başlayabilir. Hani 2'şer giderse n diyecekse 2n ya da 2 x diyebilir. Gerçi n diyoruz genelde. X veya n'ye değer verdiğinde sağlamalı n bir için mesela. n=1 için sağlamalı. 2 kere 1, 2 oldu. Ama bunu artırması gereken bir şeyler var yani. Başlangıç aslında bizim başladığımız yerden başlamıyor. Artı 3 ekleyerek o şekilde düşünebilir. Diye düşünüyorum bu soruda.”

Açıklamadan da görüleceği üzere Öğr. 6 kodlu öğretmen sorunun belirgin strateji ile çözülebileceğini ifade etmiştir.

Öğr. 11: “Öğrenciler tümevarım (genelleme) yaklaşımı kullanarak, ekleme yapabilir veya ezberledikleri bir formüllerden çözüme ulaşabilirler.”

Açıklamadan da görüleceği üzere Öğr. 11 kodlu öğretmen sorunun hem içeriksel hem de yinelemeli strateji ile çözülebileceğini ifade etmiştir.

Bulgular neticesinde Öğr. 1, Öğr. 3, Öğr. 5 ve Öğr. 15 kodlu öğretmenler birinci sorunun çözümü için öğrencilerin sadece yineleme stratejisine göre soruyu çözebileceğini ifade etmişlerdir. Bu yorum örüntülerde yakın terimi bulmak için işe yararken uzak terimi bulmada yetersizdir. Bu kısım için doğrudan alıntılara aşağıda yer verilmiştir.

Öğr. 1: “Yani birinci soruda sayılar arasındaki bağlantıya bakacak. Hani hep aynı mı gidiyor arasındaki aralarındaki farklardan bir ilişki var mı? İlişkiyi bulup artırarak devam ettirir.”

Öğr.15: “Terimler arasındaki ortak farktan yararlanıp ekleyip çözebilirler.”

Bulgular incelendiğinde öğrencilerin soru 2’yi çözmek için tercih edeceği stratejileri öğretmenlerden 11’i yinelemeli strateji, 6’sı içeriksel strateji, 5’i belirgin strateji, 1 kişi tahmin - kontrol ve 1 kişi ise fark ile çarpma strateji olarak belirtmişlerdir.

Öğr. 3: “Şimdi burada ikinci soruda sayılar arttığı için artış miktarının bakıp, 3 artmış, 5 artmış, 7 artmış yani bir önceki sorudan farklı olarak burada sabit bir artış yok değişken bir artış var. Artış miktarının da arttığını görüp genişleyerek giden bir örüntü olduğunu fark etmelidir. Ve artırarak sonuca ulaşmalıdır.”

Açıklamadan da görüleceği üzere Öğr. 3 şeklinde kodlanan öğretmen sorunun yinelemeli strateji ile çözülebileceğini ifade etmiştir.

Öğr. 6: “Şöyle yapabilir bekleyerek kendisi aradaki farkı görerek önce 3 sonra 5 sonra 7 artmış. Yani bu tek sayılarda devam ediyor. O şekilde kolaylıkla bulabilir 5’i. 10’unuda kolaylıkla bulabilir. Ama 40’ta genel bir kural oluşturmazsa bulmakta çok zorlanır bulamaz zaten bırakır büyük ihtimalle. Örüntü kuralını bulmaya çalışacaktır deneyerek.”

Öğr.6 bu kısımda sorunun hem deneme-yanılma stratejisi ile hem de yinelemeli strateji ile çözülebileceğini ifade etmiştir.

Öğr.14: “Örüntüdeki artış düzenli olmadığından terimlerin kendileri ile çarpımı formülasyonda kullanılır.”

Öğr. 14 sorunun içeriksel strateji ile çözülebileceğini ifade etmiştir.

Öğr. 7: “Bunun dışında denklem kurarak örüntü ilerletmek daha kolaydır.”

Öğr.7 sorunun belirgin strateji ile çözülebileceğini ifade etmiştir.

Bulgular neticesinde Öğr. 1, Öğr. 3, Öğr. 4 ve Öğr. 5 kodlu öğretmenler ikinci sorunun çözümü için öğrencilerin sadece yineleme stratejisine göre soruyu çözebileceğini ifade etmişlerdir. Bu yorum örüntülerde yakın terimi bulmak için işe yararken uzak terimi bulmada yetersizdir. Bu kısım için doğrudan alıntılara aşağıda yer verilmiştir:

Öğr. 4: “İkinci soruda tamamen ritmik sayma üzerine kaçır kaçır arttığı ona göre terim sayısına göre tespit edebilir.”

Öğr. 5: “İkinci soruda da yine bir sabit artma olduğu için yine terimleri aynı şekilde ilerleyerek bulabilir yani 5. terimi 10. terimi. Ama 40. terimin uzun sürebilir ama artırarak bulabilir O şekilde.”

Bulgular incelendiğinde öğrencilerin soru 3'ü çözmek için tercih edeceği stratejileri öğretmenlerden 9'i belirgin strateji, 7'si yinelemeli strateji, 5'i içeriksel strateji ve 1 kişi ise tahmin - kontrol olarak belirtmişlerdir. Öğr. 1 ve Öğr. 8 kodlu öğretmenler sorunun çözümü için öğrencilerin sadece yineleme stratejisine göre soruyu çözebileceğini ifade etmişlerdir. Bu yorum örüntülerde yakın terimi bulmak için işe yararken uzak terimi bulmada yetersizdir. Bu kısım için doğrudan alıntılara aşağıda yer verilmiştir:

Öğr. 6: “Deneyerek yapar öğrenciler genelde deneyerek ilerliyorlar. 6 ve 10'u kolaylıkla bulabilir ama daha sonrakilerde eğer kuralı bulmazsa yapamayacaktır. Kuralı deneyerek kendisi ekleyerek olur büyük ihtimal. “

Açıklamadan da görüleceği üzere Öğr. 6 şeklinde kodlanan öğretmen sorunun deneme yanılma strateji ile çözülebileceğini ifade etmiştir.

Öğr. 1: “Şimdi bu üçüncü soruda çocuklar şu kısma daha çok takılıyor ama şimdi çocuk tamam bağlantı kuracağım diyor X ve Y arasında alınan değerler arasında ama diyor ki mesela yan yana mı bakayım, alt alta bakacaksam x'lerin aldığı değerler arasına mı bakayım y lerin aldığı değerler arasına mı. Hani bundan şaşırabiliyor çocuk. Ne oluyor öğretmen yardım etmesi lazım hani X ve Y yan yana ilişki kurulacak diye bazen.”

Araştırmacı:” Peki çözerken nasıl çözer?”

Öğr. 1: “Yani y'nin aldığı değerleri nasıl attığına bakar. Y' nin aldığı değerler nasıl atmış üzerine ekler.”

Açıklamadan da görüleceği üzere Öğr. 1 şeklinde kodlanan öğretmen sorunun yinelemeli strateji ile çözülebileceğini ifade etmiştir.

Öğr. 2: “Üçüncü soruda yine burada da 2 soruda ki gibi artış miktarı da sürekli arttığı için Ben yine ezberden karesel sayılardan faydalanmaları gerektiğini söylemiştim. Zaten yüksek seviyedeki öğrenciler bunları kendileri bulabiliyordu. Orta ve düşük seviyedeki öğrenciler için tabii ipucu vermek gerekiyor vermiştim.”

Öğr. 2 sorunun içeriksel strateji ile çözülebileceğini ifade etmiştir.

Tablo 3' teki bulgular incelendiğinde, öğrencilerin soru 4'ü çözmek için tercih edeceği stratejileri öğretmenlerden 12 tanesi belirgin strateji, 10 tanesi yinelemeli strateji ve 1 kişi ise içeriksel strateji olarak belirtmişlerdir. Öğr. 5 ve Öğr. 15 kodlu öğretmenler sorunun çözümü için öğrencilerin sadece yineleme stratejisine göre

soruyu çözebileceğini ifade etmişlerdir. Bu yorum örüntülerde yakın terimi bulmak için işe yararken uzak terimi bulmada yetersizdir. Bu kısım için doğrudan alıntılara aşağıda yer verilmiştir:

Öğr. 3: “Buradaki 4 soruda da artış miktarı $X=1$ olduğunda y değeri 7 olmuş $X=2$ olduğunda y değeri 9 olmuş. $X=3$ olduğunda y değeri 11 olmuştur. Burada yine y değerleri sabit artmış. Hepsinde 2-2-2 şeklinde arttığını görerek sabit artan fonksiyon olduğunu söyleyebilir o şekilde çözebilir.”

Burada Öğr. 3 sorunun belirgin strateji ile çözülebileceğini ifade etmiştir.

Öğr. 10: “Dördüncü soruda birinci soru ile benzerlik göstermektedir. Öğrenci ritmik sayma yöntemiyle bulabilir.”

Açıklamadan da görüleceği üzere Öğr. 10 şeklinde kodlanan öğretmen sorunun yinelemeli strateji ile çözülebileceğini ifade etmiştir.

Öğr. 11: “Öğrenciler yine birinci soru gibi ekleme yapabilir veya formüllerden çözebilirler.”

Açıklamadan da görüleceği üzere Öğr. 11 kodlu öğretmen sorunun hem içeriksel hem de yinelemeli strateji ile çözülebileceğini ifade etmiştir.

Öğr. 5: “Sabit artma var burada ve de özellikle yine sabit artırarak bulabilir bu da soruyu.”

Öğr. 5 şeklinde kodlanmış öğretmenin verdiği cevap örüntülerde yakın terimi bulmak için işe yararken uzak terimi bulmada yetersizdir.

4.3. Öğretmenlerin Öğrencilerin Örüntü Görevlerine Verdikleri Yanıtlarda Öğrencilerin Anlamalarına Nasıl Karar Verdiklerine Yönelik Bulgular

Bu araştırma sorularına yönelik olarak görüşme sorularımızdan üçüncü ve dördüncü sorular ışığında öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme sürecindeki farkındalıklarını incelemek amacıyla bu bölümdeki bulgular Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)'in çerçevesi ele alınarak sunulmuştur. Bu çerçeveye göre üç ana başlık altında toplanan bulgular, öğrenci çözümlerine dikkat etme, çözümleri yorumlama ve çözümlere dair nasıl cevap verileceğine karar verme şeklindedir. Bu üç aşamada da kodlamalar, frekans tabloları ve öğrenci çözümlerine öğretmen cevaplarının dair alıntılar yer almaktadır.

4.3.1. Öğretmenlerin Öğrenci Çözümlerine Dikkat Etmesine Yönelik Bulgular

Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)'a göre öğretmenin fark etmesinin ilk boyutu öğrenci çözümlerine dikkat edilmesi aşamasıdır. Burada öğrencinin çözüm yolu, soruyu hangi strateji ile çözdüğü, çözümün doğruluğu ve içindeki matematiksel detayların farkında olup olunmaması beklenir. Eğer öğretmenler dikkatlerini öğrenci çözüm ve düşüncelerine verirse, onlara yeni ufuklar açabilir.

Verilerin analizine bakarak öğretmenlerin, öğrenci çözümlerine dikkatleri üç başlık altında kategorize edilmiştir. Bu kategoriler, öğretmenlerin farkındalığındaki sağlam kanıtlar, sınırlı kanıtlar ve kanıt eksiklikleri şeklinde ele alınmıştır. Sağlam kanıt gösteren öğretmenler öğrenci çözümlerinin doğruluğunu ayrıntılı bir şekilde matematiksel detaylarla verilmiştir. Sınırlı kanıt gösteren öğretmenler öğrenci çözümlerini genel özellikleriyle yansıtmışlardır. Kanıt eksikliği gösteren öğretmenler öğrenci çözümlerini yanlış tanımlamış ya da tam anlayamamışlardır. Öğrenci çözümlerindeki ayrıntılar veri analizi kısmında ayrıntılı şekilde ifade edilmiştir. Tablo 4' te öğretmenlerin, öğrenci çözümlerine dikkat etme aşamasının sınıflandırılması özetlenmiştir.

Tablo 4. Öğrenci Çözümlerine Dikkat Etmenin Sınıflandırılması

Öğrenci Çözümlerine Dikkat Etme Kategorileri	Kodlama
Sağlam Kanıt	Öğrencilerin tüm çözümlerinin doğru bir şekilde matematiksel detaylarıyla açıklar.
Sınırlı Kanıt	Soruların nasıl çözüldüğü hakkında ayrıntı vermeden genel özellikleriyle sınırlı bir şekilde açıklar.
Kanıt Eksikliği	Sorunun nasıl çözüldüğünü yanlış açıklar. Sorunun nasıl çözüldüğünü anlamaz. Sadece doğru ve yanlış şekilde açıklar.

Aşağıda Tablo 5'te öğretmenlerin, öğrencilerin 4 sorudaki öğrenci çözümlerine dikkat etme kategorisine ait cevapların frekansları verilmiştir.

Tablo 5. Öğretmenlerin öğrenci çözümleri üzerindeki dikkatlerinin her kategoriye ait kanıtlarının frekansları

Sorular	Çözümler	Kanıtlar		
		Sağlam Kanıt	Sınırlı Kanıt	Kanıt Eksikliği
Soru 1	Çözüm 1(Ö1)	Öğr. 2, Öğr. 11, Öğr 13 (f=3)	Öğr. 1, Öğr. 3, Öğr. 4, Öğr. 5Öğr 6, Öğr.7, Öğr. 8, Öğr. 9 Öğr. 10, Öğr. 14(f=10)	Öğr. 12, Öğr. 15 (f=2)
	Çözüm 2(Ö2)	Öğr. 1, Öğr. 3, Öğr.6, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.11, Öğr.13 (f=7)	Öğr.2, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.9, Öğr.14 (f= 5)	Öğr. 10, Öğr.12, Öğr.15 (f=3)
Soru 2	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.3, Öğr.6, Öğr. 11, Öğr. 13 (f=4)	Öğr. 1,Öğr.2, Öğr.4, Öğr.5,Öğr.7,Öğr.8,Öğr.9, Öğr.12 (f=8)	Öğr.10, Öğr.15, Öğr.14 (f=3)
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.1, Öğr.3, Öğr.4, Öğr. 6, Öğr. 11, Öğr. 13, Öğr.14, Öğr.15 (f=8)	Öğr.5, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.12 (f=5)	Öğr.2, Öğr.10 (f=2)
Soru 3	Çözüm 1(Ö2)	Öğr. 1, Öğr.2, Öğr.3, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.11, Öğr.13, Öğr.15 (f=9)	Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.12, Öğr.14(f=5)	Öğr.10 (f=1)
	Çözüm 2(Ö3)	Öğr.3, Öğr.5, Öğr.11, Öğr.13 (f=4)	Öğr.7, Öğr.8 (f=2)	Öğr.1, Öğr. 2, Öğr.4, Öğr. 6, Öğr. 9, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.14, Öğr.15 (f=9)
Soru 4	Çözüm 1(Ö3)	Öğr.2,Öğr.3, Öğr.5, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.10, Öğr.13 (f=7)	Öğr.4, Öğr.6, Öğr.11 (f=3)	Öğr.1,Öğr.9, Öğr.12, Öğr.14, Öğr. 15(f=5)
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.1, Öğr.3, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.11, Öğr.14 (f=7)	Öğr.2, Öğr.9, Öğr.12, Öğr.13 (f=4)	Öğr.7,Öğr.8,Öğr.10, Öğr.15 (f=4)

Tablo 5’te görüldüğü gibi öğretmenlerden 10’u birinci sorunun Ö1 öğrencisinin çözümlerinde sınırlı kanıt gösterirken 3 kişi sağlam kanıt, 2 kişi de kanıt eksikliği göstermiştir. Öğretmenler yakın terimi yineleme stratejisi ile bulunduğuna dikkat etmiş fakat sorunun c ve d şıklarında uzak terim bulunurken bütüne genişletme ve belirgin stratejinin kullanılmasına belirli noktalarda dikkat etmedikleri görülmüştür. Öğretmenlerin 7’sibirinci sorunun Ö2 öğrencisinin çözümünde sağlam kanıt göstermiştir. Yinelemeli strateji yine hemen her öğretmenler tarafından yakın terimi bulmada dikkat ettikleri nokta olurken sorunun c ve d şıklarında uzak terimin bulunmasında ise kullanılan belirgin strateji öğretmenlerin yaklaşık yarısı tarafından sağlam kanıtlarla dikkat edildiği görülmüştür.

Öğretmenlerin yaklaşık yarısı (8 kişi) ikinci sorunun Ö1 öğrencisinin çözümünde sınırlı kanıt göstermiştir. Yinelemeli strateji yine bu sorularda da öğretmenlerin hemen hepsi tarafından doğru tanımlanırken uzak terimi bulurken tercih ettikleri bütüne genişletme ve fark ile çarpma stratejisi belli noktalarda öğretmenlerin 4’ü tarafından sağlam kanıtlarla açıklanmaktadır. Öğretmenlerin 8’i ikinci sorunun Ö4 öğrencisinin çözümünde sağlam kanıt gösterirken, 2 kişi ise kanıt eksikliği göstermiştir. Bu durum öğretmenlerin yaklaşık yarısının, öğrenci çözümlerinde uzaktaki terim bulunurken ya da genel terim bulunurken içeriksel stratejinin kullanılmasına sağlam kanıtlarla dikkat ettiklerini göstermektedir. Öte yandan 9 öğretmen üçüncü sorunun Ö2 öğrencisinin çözümünde sağlam kanıt göstermiş ve aynı çözüm için 1 öğretmen ise kanıt eksikliği göstermiştir. Buda öğretmenlerin büyük bir çoğunluğunun deneme yanılma stratejisine sağlam kanıtlarla dikkat ettiklerini göstermektedir.

Üçüncü sorunun Ö3 öğrencisi çözümünde öğretmenlerin 9’u kanıt eksikliği göstermiştir. Fonksiyon tablosu şeklinde verilen değişen örüntünün genel kuralının belirgin stratejiye göre öğrenciler tarafından yanlış bulunması öğretmenlerin dikkat etmediği bir durum olarak karşımıza çıkmaktadır. Dördüncü sorunun her iki çözümünde de öğretmenlerden 7’si sağlam kanıt göstermiştir. Her bir kategoriye ait detaylı bilgi, örnek ve alıntılar aşağıda verilmektedir.

4.3.1.1. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Sağlam Kanıtlarına Yönelik Bulgular

Bu aşamada; öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerine sağlam kanıtlarına bakıldığında, öğrenci çözümlerini matematiksel ayrıntılarıyla doğru bir şekilde belirlemiştir. Aşağıda sağlam kanıt gösteren öğretmen sayısı ve yüzdesi tüm çözüm örnekleri için Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6. Öğretmenlerin, öğrenci çözümlerine üzerine dikkat etme kategorisinin sağlam kanıtlarının frekansları

Sorular	Çözümler	Öğretmenler	Frekans
Soru 1	Çözüm 1(Ö1)	Öğr. 2, Öğr. 11, Öğr. 13	3
	Çözüm 2(Ö2)	Öğr. 1, Öğr. 3, Öğr.6, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.11, Öğr.13	7
Soru 2	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.3, Öğr.6, Öğr. 11, Öğr. 13	4
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.1, Öğr.3, Öğr.4, Öğr. 6, Öğr. 11, Öğr. 13, Öğr.14, Öğr.15	8
Soru 3	Çözüm 1(Ö2)	Öğr. 1, Öğr.2, Öğr.3, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.11, Öğr.13, Öğr.15	9
	Çözüm 2(Ö3)	Öğr.3, Öğr.5, Öğr.11, Öğr.13	4
Soru 4	Çözüm 1(Ö3)	Öğr.2,Öğr.3, Öğr.5, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.10, Öğr.13	7
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.1, Öğr.3, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.11, Öğr.14	7

Tablo 6’ da mevcut çalışmadaki öğretmenlerin 9’u üçüncü sorunun Ö2 öğrenci çözümü için sağlam kanıt göstermiştir. Birinci soruda Ö2 öğrencisi, ikinci soruda Ö4 öğrencisi ve dördüncü için Ö3 ve Ö4 öğrencilerinin çözümlerinde öğretmenlerin yaklaşık yarısı sağlam kanıt göstermiştir. Öte yandan birinci sorun Ö1 öğrencisi çözümünde 3 öğretmen ile en düşük sağlam kanıt gösterdikleri görülmüştür. Aşağıda sağlam kanıt gösteren öğretmenlerden alıntılar yer almaktadır:

İkinci sorunun Ö1 öğrencisinin çözümü için Öğr. 3'ün verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 3: “Burada a şıkında 5. terimi doğru bulmuş. Çünkü artarak değişen görüntü olduğunun farkında artırarak bulmuş. B şıkında yine teker teker artırarak devam ettiği için doğru bulmuş. Bu öğrenci yine aynı C şıkında yaparken 40. terimi 10. terimin 4 katı olarak düşünüyor. Yani orantı kurmuş. Artış miktarının burada hesaba katmamış. O yüzden C şikkını yanlış yapmış. Burada d şıkında artış miktarının da artış miktarına baktığı için yanlış bulmuş genel terimi. “

Birinci sorunun Ö1 öğrencisinin çözümü için Öğr. 13'ün verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 13: “a ve b şıklarında artış miktarını belirleyip istenen terimleri bulmuş. C'yi yanlış yapmış. 10. terim 23 ise 40. terim 23×4 şeklinde yani 4 kat artarsa değeri de 4 kat artar şeklinde orantı düşünmüş. d' de ilk terim ve artış miktarından hareketle yapmış. Artış miktarı 2 olduğu için $2n$ demiş, ilk terime göre eklemiş. Genel terimi doğru bulmuş.”

İkinci sorunun Ö4 öğrencisinin çözümü için Öğr. 14'ün verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 14: “Değişerek artan bir örüntü. Terimler arasında artış olduğundan a şikkını artırarak yapmış. B'de direkt örüntü kuralına yerine koyup ta yapmış. Genel kuralı bulurken de formüle etmiş $n^2 + 1$ i formülden ezbere bulmuş. Doğru yapmış.”

Sonuç olarak öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerindeki sağlam kanıtlarını gösteren cevaplar çeşitli örneklerle anlatılmıştır. Sağlam kanıtların yanı sıra sınırlı kanıt gösteren öğretmenler bir sonraki bölümde anlatılmıştır.

4.3.1.2. Öğretmenlerin Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Sınırlı Kanıtlarına Yönelik Bulgular

Bu aşamada; öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerine sınırlı kanıtlarına bakıldığında, öğrenci çözümleri genel özellikleriyle cevaplanmış, problemin nasıl çözüldüğüne dair sınırlı bir şekilde detay verilmiştir. Aşağıda sınırlı kanıt gösteren öğretmen sayısı ve yüzdesi tüm çözüm örnekleri için Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7.Öğretmenlerin, öğrenci çözümlerine üzerine dikkat etme kategorisinin sınırlı kanıtlarının frekansları

Sorular	Çözümler	Öğretmenler	Frekans
Soru 1	Çözüm 1(Ö1)	Öğr. 1, Öğr. 3, Öğr. 4, Öğr. 5, Öğr. 6, Öğr.7, Öğr. 8, Öğr. 9, Öğr. 10, Öğr. 14	10
	Çözüm 2(Ö2)	Öğr.2, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.9, Öğr.14	5
Soru 2	Çözüm 1(Ö1)	Öğr. 1, Öğr.2, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.12	8
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.5, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.12	5
Soru 3	Çözüm 1(Ö2)	Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.12, Öğr.14	5
	Çözüm 2(Ö3)	Öğr.7, Öğr.8	2
Soru 4	Çözüm 1(Ö3)	Öğr.4, Öğr.6, Öğr.11	3
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.2, Öğr.9, Öğr.12, Öğr.13	4

Tablo 7’ye göre öğretmenlerin 10’u birinci sorunun Ö1 öğrencisi çözümü için sınırlı kanıt göstermiştir. Öğretmenlerin yaklaşık yarısı (8 kişi) ikinci sorunun Ö1 öğrenci çözümünde sınırlı kanıt göstermiştir. Benzer şekilde birinci sorunun Ö2 öğrencisi, ikinci sorunun Ö4 öğrencisi ve üçüncü sorunun Ö2 öğrenci çözümünde yaklaşık üçte birlik öğrenci (5 kişi) sınırlı kanıt göstermiştir. 2 öğretmen ile en düşük yüzdesi ise üçüncü sorunun Ö3 öğrenci çözümünde olduğu görülmüştür. Aşağıda sınırlı kanıt gösteren öğretmenlerden alıntılar yer almaktadır:

İkinci sorunun Ö1 öğrencisinin çözümü için Öğr. 5’ün verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 5: “Evet şimdi burada aradaki farkın tek sayılar cinsinden ilerleyeceğini görmüş. Öğrenci o şekilde mesela yine aradaki farktan ilk kuralı yakalayarak devam etmiş anladığım kadarıyla. Yine aslında genel terim anlamında değil. Ama nasıl ilerliyor diye düşünüp 10. terimi mi istemişti orada mesela b şikkında. Mesela 5. ve 10. terimde

sayarak aradaki farka göre gidebilir gitmiş yani. Genel kural da sabit gibi düşünüp yapmış. Sabit attırma değil de aslında kuralı bulup artırma yani burada yapması gereken.”

Öğretmen burada genel kuralı genel özellikleriyle açıklamış. 5. ve 10. terimin nasıl bulunduğunu detaylı açıklarken c şikkına atıfta bulunmadığı görülmüştür.

Dördüncü sorunun Ö3 öğrencisinin çözümü için Öğr. 11’ün verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 11: “İlk terime bakarak genel kuralı doğru bulmuş. Diğer şıklarda kural üzerinden doğru sonuca ulaşmıştır.”

Öğretmen burada soruyu detaya girmeden genel özellikleriyle açıklamıştır.

Birinci sorunun Ö1 öğrencisinin çözümü için Öğr. 9’ün verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 9: “Birinci soruda birinci öğrenci a ve b şıklarındaki yaklaşımı doğru. Çünkü ekleyerek yapmış. 2, 2 eklemiş. Doğru. C şikkında ise orantı kullanarak yapmak istemiş bu durum sorunun cevabını yanlış bulmasına neden olmuş.”

Öğretmen bu sorunun çözümünde a ve b şıklarını detaylı açıklamış, c şikkını genel özellikleri ile açıklarken d şikkına atıfta bulunmadığı görülmüştür.

Bir sonraki bölümde öğrenci çözümleri üzerine kanıt eksikliği gösteren öğretmenler anlatılmıştır.

4.3.1.3. Öğretmenlerin Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Kanıt Eksikliğine Yönelik Bulgular

Bu aşamada; öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerine kanıt eksikliklerine bakıldığında, öğrenci çözümlerinin yanlış belirlendiği, öğrenci çözümlerinin anlaşılmadığı ve ya çözümlerin sadece doğruluğu ve yanlışlığı hakkındaki ifadeler burada yer almaktadır. Aşağıda kanıt eksikliği gösteren öğretmen sayısı ve yüzdesi tüm çözüm örnekleri için Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8. Öğretmenlerin, öğrenci çözümlerine üzerine dikkat etme kategorisinin kanıt eksikliği gösteren öğretmenlerin frekansları

Sorular	Çözümler	Öğretmenler	Frekans
Soru 1	Çözüm 1(Ö1)	Öğr. 12, Öğr. 15	2
	Çözüm 2(Ö2)	Öğr. 10, Öğr.12, Öğr.15	3
Soru 2	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.10, Öğr.15, Öğr.14	3
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.2, Öğr.10	2
Soru 3	Çözüm 1(Ö2)	Öğr.10	1
	Çözüm 2(Ö3)	Öğr.1, Öğr. 2, Öğr.4, Öğr. 6, Öğr. 9, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.14, Öğr.15	9
Soru 4	Çözüm 1(Ö3)	Öğr.1, Öğr.9, Öğr.12, Öğr.14, Öğr. 15	5
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.7, Öğr.8, Öğr.10, Öğr.15	4

Tablo 8’ e göre öğretmenlerin 9’u üçüncü sorunun Ö3 öğrencisinin çözümünde kanıt eksikliği göstermiştir. Diğer öğrenci çözümlerindeki öğretmenlerin kanıt eksiklikleri düşük yüzdede olduğu Tablo 8’de görülmektedir. Aşağıda kanıt eksikliği gösteren öğretmenlerden alıntılar yer almaktadır:

Birinci sorunun Ö1 öğrencisinin çözümü için Öğr. 15’in verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 15: “a, b ve d şıklarında doğru fakat c şıkında yanlış bir genelleme yapmıştır öğrenci burada.”

Öğretmen verdiği cevapta soru çözümünün sadece doğru ve yanlışlığına değinmiştir. Bu cevabın çözüme dair herhangi bir matematiksel fikir vermediği ortadadır.

Dördüncü sorunun Ö4 öğrencisinin çözümü için Öğr. 7’in verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 7: “ Öğrenci genel olarak en çok kullanılan strateji olan parçadan bütüne gitme stratejisini kullanıp yanılğıya düştüğü görülmüştür.”

Öğretmen verdiği cevapta hem matematiksel detay vermeden alakasız bir şekilde sorunun nasıl çözüldüğünü anlatmış hem de öğrencinin doğru bir şekilde yaptığı genellemeyi yanlış olarak ifade etmiştir.

Üçüncü sorunun Ö3 öğrencisinin çözümü için Öğr 1’in verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 1: “Burada direkt kuraldan mı gitmiş pek anlayamadım açıkçası. Yani sanırım bir formülü önceden mi oluşturmuş yani öyle değil mi? Önce x’in kuralını belirlemiş sonra y’nin kuralını belirlemiş ardından ikisi arasında bir bağlantı kurmuş.”

Öğretmen verdiği cevapta sorunun çözümünü anlayamadığı ortadadır.

Sonuç olarak bu kısımda öğretmenlerin verdiği cevaplar çözüme dair herhangi bir matematiksel fikir vermediği için kanıt eksikliği olarak alınmıştır. Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)’a göre fark etmenin ikinci boyutu olan öğretmenin, öğrenci çözümleri üzerine düşüncelerinin yorumlaması aşaması aşağıda verilmiştir.

4.3.2. Öğretmenlerin Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerinin Yorumlanmasına Yönelik Bulgular

Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)’a göre öğretmenin fark etmesinin ikinci boyutu çözümler üzerine öğrenci düşüncelerinin yorumlanması aşamasıdır. Burada öğretmenler, öğrencilerin akıl yürütmelerini nasıl anlamlandırıyor, ne ölçüde anlamlandırıyor ya da anlamlandıramayan alakasız yorum yapıp yapmadığı belirlenir. Mevcut çalışmada, Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)’a dayanarak çözümler üzerine öğrenci düşüncelerinin yorumlanması üç ana başlık altında kategorize edilmiştir. Bu kategoriler yorumlamanın sağlam kanıtları, sınırlı kanıtları ve kanıt eksiklikleri şeklinde ele alınmıştır. Sağlam kanıtlarla öğrenci düşüncelerini yorumlayan öğretmenler; öğrencilerin akıl yürütmelerini ve çözümleri ayrıntılarıyla anlamlandırır. Sınırlı kanıtlarla öğrenci düşüncelerini yorumlayan öğretmenler; sadece konuyu anlayıp anlamadıkları hakkında yorum yapar ve çok daha az ayrıntı ile açıklama yaparken, kanıt eksikliği gösteren öğretmenler ise öğrenci düşünceleri üzerine ilgisiz yorum yapmışlardır. Tablo 9’ da öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerine düşüncelerinin yorumlanması aşamasının sınıflandırılması özetlenmiştir.

Tablo 9. Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerinin Yorumlanmasının Sınıflandırılması

Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerinin Yorumlanması	Kodlama
Sağlam Kanıt	Öğrencilerin akıl yürütmelerini ve çözümleri ayrıntılarıyla anlamlandırır.
Sınırlı Kanıt	Sadece konuyu anlayıp anlamadıkları hakkında yorum yapar. Soru çözümü hakkında az ayrıntı ile açıklama yapar.
Kanıt Eksikliği	Öğrenci düşünceleri üzerine ilgisiz yorum yapar.

Aşağıda Tablo 10’ da öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerine düşüncelerinin yorumlanması aşamasının her kategoriye ait cevapların yüzdeleri verilmiştir.

Tablo 10. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Yorumlarının Her Kategoriye Ait Kanıtlarının Frekansları

Sorular	Çözümler	Kanıtlar		
		Sağlam Kanıt	Sınırlı Kanıt	Kanıt Eksikliği
Soru 1	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.2, Öğr.11, Öğr.13 (f=3)	Öğr.3, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.10, Öğr.14 (f=9)	Öğr.1, Öğr.12, Öğr.15 (f=3)
	Çözüm 2(Ö2)	Öğr.1, Öğr.3, Öğr.6, Öğr.11, Öğr.13 (f=5)	Öğr.2, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.9, Öğr.14 (f=5)	Öğr.7, Öğr.8, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.15 (f=5)
Soru 2	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.3, Öğr.6, Öğr.11, Öğr.13 (f=4)	Öğr.1, Öğr.2, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.9 (f=5)	Öğr.7, Öğr.8, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.14, Öğr.15 (f=6)
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.4, Öğr.6, Öğr.11, Öğr.13, Öğr.15 (f=5)	Öğr. 1, Öğr. 3, Öğr. 5, Öğr.7, Öğr. 8, Öğr. 14 (f=6)	Öğr.2, Öğr.9, Öğr.10, Öğr.12 (f=4)
Soru 3	Çözüm 1(Ö2)	Öğr.1, Öğr.2, Öğr.3, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.11, Öğr.13 (f=7)	Öğr.6, Öğr.9, Öğr.15 (f=3)	Öğr.7, Öğr.8, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.14 (f=5)
	Çözüm 2(Ö3)	Öğr.3, Öğr.11, Öğr.13 (f=3)	Öğr.4, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.7, Öğr.8 (f=5)	Öğr.1, Öğr.2, Öğr.9, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.14, Öğr.15 (f=7)
Soru 4	Çözüm 1(Ö3)	Öğr.2, Öğr.3, Öğr.10, Öğr.13 (f=4)	Öğr.1, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.11 (f=5)	Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.12, Öğr.14, Öğr.15 (f=6)
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.3, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.11 (f=4)	Öğr.1, Öğr.2, Öğr.4, Öğr.9, Öğr.13, Öğr.14 (f=6)	Öğr.7, Öğr.8, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.15 (f=5)

Tablo 10’da görüldüğü gibi öğretmenlerin 7’si üçüncü sorunun Ö2 öğrencisi çözümündeki yorumlamalarında sağlam kanıt göstermiştir. Bu durum öğretmenlerin bu soruya yönelik yaklaşık yarısının deneme-yanılma ve yinelemeli stratejisini detaylı anlamlandırarak sağlam kanıtlarla yorumladıklarını göstermektedir. Diğer çözümlere dair sağlam kanıt gösteren öğretmenlerin yorumları 5 kişi ve altında yer almaktadır.

Sınırlı kanıtlarla ilgili olarak öğretmenlerin 9’u birinci sorunun Ö1 öğrenci çözümüne ait yorumlarda sınırlı kanıt göstermiştir. İçinde belirgin strateji, bütüne genişletme ve yinelemeli stratejinin bulunduğu soruda öğretmenler özellikle uzak terim bulunurken öğrencilerin verdiği cevapları daha az ayrıntı ile açıklamıştır. Öte yandan uzak terim bulunurken içeriksel stratejinin kullanıldığı ikinci ve dördüncü sorunun Ö4 adlı öğrencinin çözümlerini, 6 öğretmen sınırlı kanıtlarla yorumlamıştır. Kanıt eksikliği ile ilgili olarak üçüncü sorunun Ö3 öğrenci çözümünde öğretmenlerin yaklaşık yarısı 7 kişi yorumlarında kanıt eksikliği göstermiştir. Fonksiyon tablosu şeklinde verilen değişen örüntünün genel kuralı belirgin stratejiye göre yanlış çözülürken, öğretmenlerin yaklaşık yarısı buradaki öğrenci düşüncesini yorumlamakta kanıt eksikliği göstermiştir. İkinci soru Ö1 ve dördüncü sorunun Ö3 öğrenci çözümünde öğretmenlerin 6’sı kanıt eksikliği gösterirken, diğer çözümlerde 5 kişi ve aşağısında kanıt eksikliği görülmüştür.

4.3.2.1.Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerinin Yorumlanmasının Sağlam Kanıtlarına Yönelik Bulgular

Bu aşamada öğretmenlerin öğrenci düşünceleri üzerine sağlam kanıtlarla yorumlarına bakıldığında, öğrencilerin akıl yürütmelerini ve çözümleri ayrıntılarıyla anlamlandırmışlardır. Aşağıda sağlam kanıt gösteren öğretmen sayısı ve yüzdesi tüm çözüm örnekleri için Tablo 11’de verilmiştir.

Tablo 11. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerindeki Yorumlama Kategorisinin Sağlam Kanıtlarının Frekansları

Sorular	Çözümler	Öğretmenler	Frekans
Soru 1	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.2, Öğr.11, Öğr.13	3
	Çözüm 2(Ö2)	Öğr.1, Öğr.3, Öğr.6, Öğr.11, Öğr.13	5
Soru 2	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.3, Öğr.6, Öğr.11, Öğr.13	4
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.4, Öğr.6, Öğr.11, Öğr.13, Öğr.15	5
Soru 3	Çözüm 1(Ö2)	Öğr.1, Öğr.2, Öğr.3, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.11, Öğr.13	7
	Çözüm 2(Ö3)	Öğr.3, Öğr.11, Öğr.13	3
Soru 4	Çözüm 1(Ö3)	Öğr.2, Öğr.3, Öğr.10, Öğr.13	4
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.3, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.11	4

Tablo 11’de mevcut çalışmadaki öğretmenlerin yaklaşık yarısı 7 kişi üçüncü sorunun Ö2 öğrenci çözümü için sağlam kanıt göstermiştir. Öğretmenlerin üçte biri birinci sorunun Ö2 ve ikinci sorunun ö4 öğrenci çözümünde sağlam kanıt gösterirken 3 öğretmen ise birinci sorunun Ö1 ve üçüncü sorunun Ö 3 öğrenci çözümleri en düşük sağlam kanıtlar ile karşımıza çıkmaktadır.

Öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerine dikkat etme aşamasına göre bu kısımdaki öğrenci düşüncelerini yorumlama yüzdelerine baktığımızda hemen her çözüm için

yüzdelerin düştüğü görülmüştür. Aşağıda sağlam kanıt gösteren öğretmenlerden alıntılar yer almaktadır:

Dördüncü sorunun Ö4 öğrencisinin çözümü için Öğr. 6'nın verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 6: “Bu öğrenci aradaki farkı görmek istemiş. Galiba ikişer gidiyordu bunun farkında. Bunu kontrol etmek için devam ettirmiş ekleyerek iyi bir şekilde bulmuş. Daha sonra örüntü kuralında fark etmiş ikişer gittiğini. 2'şer gittiği için bunu artış miktarı ile çarpıp ilk terime göre ekleme yapılacağından 2 katından 5 fazla olduğunu fark etmiş. Ne yapmış burada içerik bilgisini direkt kullanmış burada. Derste öğrendiği bir şey muhtemelen. İçerik bilgisinden yararlanmış ama burada öğrenci daha çok yönlü düşünebiliyor çünkü kuralı bulunca uzak terimi bulmak için yerine yazdığının farkında. Yani örüntü kuralından da bulunabileceğinin farkında. Yani o şekilde içerik yani formülden yararlanmış tabi.”

Öğr. 6 burada öğrencinin çözümüne dair düşünme yollarını ayrıntılı bir şekilde anlatmıştır.

Üçüncü sorunun Ö3 öğrencisinin çözümü için Öğr. 13'ün verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr.13: “Öğrenci burada önce kuralı bulmuş. Kuralda yerine yazınca istenildiği terimi bulunabileceğini biliyor. Bunu farkında ama tabi kuralı yanlış bulduğu için a ve b yanlış çıkmış. Kuralı yanlış bulmasındaki sebep artış miktarının örüntü kuralını bulmuş öğrenci hatası burada. Değişen örüntü içinden artış miktarlarındaki sabit değişen örüntüyü yakalamış. Bakmış ilk terim de sağlıyor. Kural budur demiş geçmiş. Ama bu öğrenci anlama kapasitesi yüksek bir öğrenci sadece kavram yanlışlarını gidermesi lazım.”

Öğr. 13 burada öğrencinin çözümüne dair düşünme yollarını ayrıntılı bir şekilde anlatmıştır.

Sonuç olarak öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerine yorumlarına ve anlamlandırmalarına dair sağlam kanıtlarını gösteren cevaplar çeşitli örneklerle anlatılmıştır. Sağlam kanıtların yanı sıra sınırlı kanıt gösteren öğretmenler bir sonraki bölümde anlatılmıştır.

4.3.2.2.Öğretmenlerin Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerinin Yorumlanmasının Sınırlı Kanıtlarına Yönelik Bulgular

Bu aşamada öğretmenlerin öğrenci düşünceleri üzerine sınırlı kanıtlarla yorumlarına bakıldığında, fazla ayrıntıya girmeden açıklama yapmışlar ve öğrencilerin konuyu anlayıp anlamadıkları hakkında yorum yapmışlardır. Aşağıda sınırlı kanıt gösteren öğretmen sayısı ve yüzdesi tüm çözüm örnekleri için Tablo 12’de verilmiştir.

Tablo 12. Öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerindeki yorumlama kategorisinin sınırlı kanıtlarının frekansları

Sorular	Çözümler	Öğretmenler	Frekans
Soru 1	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.3, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.6 Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.10, Öğr.14	9
	Çözüm 2(Ö2)	Öğr.2, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.9, Öğr.14	5
Soru 2	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.1, Öğr.2, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.9	5
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr. 1, Öğr. 3, Öğr. 5, Öğr.7, Öğr. 8, Öğr. 14	6
Soru 3	Çözüm 1(Ö2)	Öğr.6, Öğr.9, Öğr.15	3
	Çözüm 2(Ö3)	Öğr.4, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.7, Öğr.8	5
Soru 4	Çözüm 1(Ö3)	Öğr.1, Öğr.4, Öğr.5, Öğr.6,Öğr.11	5
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.1, Öğr.2, Öğr.4, Öğr.9, Öğr.13, Öğr.14	6

Tablo 12’de görüldüğü üzere öğretmenlerin 9’u birinci sorunun Ö1 öğrenci çözümünde sınırlı kanıtlarla yorum yapmışlardır. Ayrıca ikinci ve dördüncü sorunun Ö4 öğrencisinin çözümlerinde öğretmenlerin 6’sı sınırlı kanıt gösterdiği

görülmektedir. Tablo 12'ye göre sınırlı kanıtların minimum yüzdesi üçüncü sorunun Ö2 öğrenci çözümü olmuştur. Burada öğretmenlerin 3'ü sınırlı kanıt göstermiştir.

Öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerine dikkat etme aşamasına göre bu kısımdaki öğrenci düşüncelerini yorumlama yüzdelere baktığımızda İkinci sorunun Ö4, üçüncü sorunun Ö3, dördüncü sorunun Ö3 ve Ö4 öğrenci çözümler için yüzdelerin arttığı görülmüştür. İkinci sorunun Ö1 öğrencisi çözümü için frekansın 8 kişiden 5 kişiye düştüğü görülmüştür. Sınırlı kanıt gösteren öğretmen alıntıları aşağıda verilmiştir:

Birinci sorunun Ö1 öğrencisinin çözümü için Öğr. 3'ün verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 3: “Şimdi a şıkında da ikişer attığının farkında ve arttırarak sonucu doğru bulmuş. b şıkında da 10.terim'e kadar 2, 2 artırarak gitmiş doğru bulmuş. Kolayca ulaşabileceği bir terim bunlar çünkü artırarak yapılacağının farkında. Artış miktarını kullanmış. Şimdi 40 10'un 4 katı olduğu için 4 ile çarpmış. Nasıl bir mantık kurmuş burada yani örüntünün çok da farkında değil. Burada öğrenci yanlış yapmış. Ama genel kuralın nasıl bulunacağını iyi biliyor öğrenci doğru yapmış.”

Öğr. 3 soru çözümünü genel özellikleriyle yorumlamıştır.

İkinci sorunun Ö4 öğrencisinin çözümü için Öğr. 5'in verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 5: “Şimdi buradan kendisi yorumlayıp değil de hani kendisi bunu önceden duymuş da uygulamış gibi bir açıklama olmuş. Yani burada bir de dersi biz işlerken neden bu şekilde düşünmemiz gerektiği tam açıklanmamışsa sadece örnekler üzerinden bu şekilde yapıldıysa öğrencinin bu şekilde yapması çok normal. Yani direkt bir kural aramış çocuk. Kural aramış. Kural da doğru bulmuş yazmış muhtemelen daha önce uyguladığı bir örnek. Onun yanında yazarak hemen bulacağı terimleri artırarak bulacağını biliyor. Mesela 10. terime kadar uğraşmamış.”

Üçüncü sorunun Ö3 öğrencisinin çözümü için Öğr. 7'nin verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 7 : “Öğrenci büyük terimleri bulmak için denklem kurmayı tercih etmiş. Ama yanlış yapmıştır.”

Öğr. 7'nin soruyu genel özellikleriyle yorumladığı görülmektedir.

Bir sonraki bölümde öğrenci düşünceleri üzerine yorumlarda kanıt eksikliği gösteren öğretmenler anlatılmıştır.

4.3.2.3. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerinin Yorumlanmasının Kanıt Eksikliklerine Yönelik Bulgular

Bu aşamada öğretmenlerin öğrenci düşünceleri üzerine kanıt eksikliği yorumlarına bakıldığında, öğretmenlerin yanlış ve alakasız yorum yaptıkları görülmektedir. Aşağıda kanıt eksikliği gösteren öğretmen sayısı ve yüzdesi tüm çözüm örnekleri için Tablo 13’te verilmiştir.

Tablo 13. Öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerindeki yorumlama kategorisinin kanıt eksikliğinin frekansları

Sorular	Çözümler	Öğretmenler	Frekans
Soru 1	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.1, Öğr.12, Öğr.15	3
	Çözüm 2(Ö2)	Öğr.7, Öğr.8, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.15	5
Soru 2	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.7, Öğr.8, Öğr. 10, Öğr.12, Öğr.14, Öğr.15	6
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.2, Öğr.9, Öğr.10, Öğr.12	4
Soru 3	Çözüm 1(Ö2)	Öğr.7, Öğr.8, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.14	5
	Çözüm 2(Ö3)	Öğr.1, Öğr.2, Öğr.9, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.14, Öğr.15	7
Soru 4	Çözüm 1(Ö3)	Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.12,Öğr.14, Öğr.15	6
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.7, Öğr.8, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.15	5

Tablo 13’te görüldüğü gibi öğretmenlerin 7’si ile yaklaşık yarısı üçüncü sorunun Ö3 öğrenci çözümünde kanıt eksikliği göstermiştir. Öte yandan İkinci soru Ö1 ve dördüncü soru Ö3 öğrenci çözümlerinde de 6 öğretmenin kanıt eksiklikleri gösterdikleri görülmüştür. Öğretmenlerin en düşük kanıt eksikliği gösterdiği soru ise 3 kişi ile birinci sorunun Ö1 öğrencisi olmuştur.

Öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerine dikkat etme aşamasına göre bu kısımdaki öğrenci düşüncelerini yorumlama yüzdelere baktığımızda Üçüncü sorunun Ö3 öğrencisi çözümü dışında bütün çözümler için yorumlama aşamasında yüzdelerin arttığı görülmüştür. Aşağıda kanıt eksikliği gösteren öğretmenlerden alıntılar yer almaktadır:

Birinci sorunun Ö1 öğrencisinin çözümü için Öğr. 1’in verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 1: “Yani burada otomatik yapmamış manuel yapmış. Hani çocuklara şunu diyoruz ya anneniz örgü örerken kazağın bir modeli var diyoruz değil mi o zaman örüntülerinde kendi içinde bir modeli var. O modeli çıkaracaksınız o kuralı bulmaya çalışacaksınız. Her kazağın modeli farklıysa karşınıza da farklı modele sahip örüntüler çıkacak. Siz o modeli çözeceksiniz ve o modele yönelik ilerleyeceksiniz.”

Öğr.1’in yorumunun soru çözümüne dair öğrenci düşüncesiyle alakası olmadığı görülmektedir.

İkinci sorununÖ4 öğrencisinin çözümü için Öğr. 2’nin verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 2: “Burada da yine öğrencinin mantığı tahmin kontrol diye düşünüyorum ama muhtemelen daha önce çözdüğü örneklerden tahmin kontrolü yaparak belirgin stratejiden çözüme ulaşacağını farkında.”

Öğr. 2’ nin öğrenci çözümünü yanlış yorumlamıştır.

Üçüncü sorunun Ö3 öğrencisinin çözümü için Öğr. 12’nin verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 12: “Bu öğrenci genellikle ritmik sayma mantığından soruları çözüyor. Bu soruda da ritmik sayma eğilimi göstermiş.”

Öğr. 12’nin Ö3 öğrenci sorusunun çözümüne dair yorumuna bakıldığında yapılan yorumun öğrenci düşüncesiyle alakalı olmadığı hatta yanlış bir yorum olduğu görülmektedir.

4.3.3. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerine Dair Karar Vermelerine Yönelik Bulgular

Öğrencilerin matematiksel düşünmelerini fark etmek sadece çözümlerdeki stratejilere odaklanıp dikkat etme ve çözümlere dair yorumlamayla değil aynı zamanda konuyla ilgili nasıl cevap verileceğine karar verme uzmanlığını da beraberinde getirir (Jacobs, Lamb ve Philipp 2010). Bu kısımda öğretmenlerin, öğrenci çözümlerine dair konuyla ilgili nasıl cevap vereceklerine ilişkin kararları ve önerileri diğer bölümlerde de olduğu gibi sağlam kanıtlar, sınırlı kanıtlar ve kanıt eksiklikleri olmak üzere üç başlık altında toplanmıştır. Sağlam kanıt olan ilk kategorideki öğretmenlerin öneri ve karar verme becerileri daha çok öğrencinin mevcut düşünme yapısını geliştirme ve varsa hatasını fark ettirmeye yönelik öneriler getirir. Sınırlı kanıt olan ikinci

kategorideki öğretmenler daha çok öğrenciye uygulama yapma önerisinde bulunarak öğrenci bilgisini pekiştirme üzerine odaklanmışlardır. Öğrencilerin düşüncelerini dikkate almadan öneride bulunan öğretmenler ile hiçbir şekilde cevap vermeyen, önerisi olmayan öğretmenler de kanıt eksikliği kategorisinde bulunmaktadır. Öğretmenlerin, öğrenci düşüncelerine dayalı olarak karar verme aşamalarının sınıflandırılması aşağıda Tablo 14’te gösterilmiştir.

Tablo 14. Karar verme aşamalarının sınıflandırılması

Öğrenci Çözümleri Üzerinde Öğrenci Düşüncelerine Karar Verme	Kodlama
Sağlam Kanıt	Öğrencinin mevcut düşünme yapısını geliştirir. Öğrenci problemi yanlış çözmüşse hatasını fark etmesini sağlayacak öneriler getirir.
Sınırlı Kanıt	Öğretmenler öğrencilere konuyu pekiştirmek için benzer nitelikte soru sorarak uygulama yapma önerisinde bulunur.
Kanıt Eksikliği	Öğrenci düşüncesi dikkate alınmadan öneriler getirilir. Öğretmenler konu ile ilgili cevap vermeme hakkını kullanır.

Öğretmenlerin, öğrenci düşüncelerine dayalı olarak çözümlere dair karar verme aşamasının kategorileri aşağıda Tablo 15’te gösterilmiştir.

Tablo 15. Öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerindeki karar vermelerinin her kategoriye ait kanıtlarının frekansları

Sorular	Çözümler	Kanıtlar		
		Sağlam Kanıt	Sınırlı Kanıt	Kanıt Eksikliği
Soru 1	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.2, Öğr. 5 (f=2)	Öğr.6, Öğr.9, Öğr.10, Öğr.13, Öğr.15 (f=5)	Öğr.1, Öğr.3, Öğr.4, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.11, Öğr.12, Öğr.14 (f=8)
	Çözüm 2(Ö2)	Öğr.2, Öğr.5 (f=2)	Öğr.15 (f=1)	Öğr.1, Öğr.3, Öğr.4, Öğr.6 Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.10 Öğr.11, Öğr.12,Öğr.13, Öğr.14 (f=12)
Soru 2	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.2, Öğr.13 (f=2)	Öğr.3,Öğr.4, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.7, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.15 (f=8)	Öğr.1, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.11, Öğr.14 (f=5)
	Çözüm 2(Ö4)	-(f=0)	Öğr.1, Öğr.3, Öğr.5 (f=3)	Öğr.2, Öğr.4, Öğr.6 Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.10 Öğr.11, Öğr.12,Öğr.13, Öğr.14, Öğr.15 (f=12)
Soru 3	Çözüm 1(Ö2)	Öğr.4 (f=1)	-(f=0)	Öğr1,Öğr.2, Öğr.3,Öğr.5 Öğr.6 Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.10 Öğr.11, Öğr.12,Öğr.13, Öğr.14, Öğr.15 (f=14)
	Çözüm 2(Ö3)	Öğr.3, Öğr.4 (f=2)	Öğr.2, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.9, Öğr.10, Öğr.13, Öğr.15 (f=7)	Öğr.1, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.11, Öğr.12, Öğr.14 (f=6)
Soru 4	Çözüm 1(Ö3)	Öğr.4 (f=1)	Öğr.13, Öğr.5, Öğr.6 (f=3)	Öğr1,Öğr.2,Öğr.3, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.10 Öğr.11, Öğr.12, Öğr.14, Öğr.15 (f=11)

Tablo 15'te görüldüğü gibi öğrenci çözümlerine dair öğretmenlerin öneri ve karar vermelerine baktığımızda; ikinci sorunun Ö1 ve üçüncü sorunun Ö3 öğrenci çözümü hariç bütün çözümlere dair önerilerde öğretmenlerin kanıt eksiklikleri en yüksek yüzdede çıkmıştır. Çözümü tamamen doğru olan öğrencilerin cebirsel düşüncelerine dair öneride ya bulunulmamış ya da çözüm ile bağdaşmayacak şekilde öğrenci düşüncesini dikkate almayan öneriler getirilmiştir. Bundan dolayı bu soruların çözümlerine dair kanıt eksikliklerinin yüksek yüzdede çıktığı Tablo 15'te görülmektedir. Sağlam kanıtlarla öğrenci çözümlerine dair öneride bulunup karar veren öğretmenlerin sayısı 2 kişi ve aşağısı olarak görülmektedir. Bu durumda öğretmenlerin, öğrencilerin cebirsel düşüncelerini geliştirecek önerilerde az bulunduğunun göstergesidir. Özellikle ikinci sorunun Ö4 öğrenci çözümüne dair öneride hiçbir sağlam kanıtın ortaya çıkmadığı Tablo 15'te görülmektedir. Öte yandan öğretmenlerin yaklaşık yarısı (8 kişi) ikinci sorunun Ö1 öğrenci çözümüne dair sınırlı kanıt göstermiştir. Bu da sınırlı kanıtlar içerisinde en yüksek yüzde olarak karşımıza çıkmaktadır. Ayrıca üçüncü sorunun Ö2 öğrenci çözümünde hiçbir öğretmenin sınırlı kanıtların göstermediği görülmektedir.

4.3.3.1. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerine Dair Karar Vermelerinin Sağlam Kanıtlarına Yönelik Bulgular

Bu aşamada öğretmenlerin öğrenci çözümlerine dair konuyla ilgili öneri ve nasıl cevap vereceklerine ilişkin kararlarının sağlam kanıtları yer almaktadır. Sağlam kanıtlarla cevap veren öğretmenler öğrencilerinin mevcut düşünme yapısını geliştirme ve varsa hatalarını fark ettirmeye yönelik öneriler getirmiştir. Aşağıda sağlam kanıt gösteren öğretmen sayısı ve yüzdesi tüm çözüm önerileri için Tablo 16'da verilmiştir.

Tablo 16. Öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerindeki karar verme kategorisinin sağlam kanıtlarının frekansları

Sorular	Çözümler	Öğretmenler	Frekans
Soru 1	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.2, Öğr. 5	2
	Çözüm 2(Ö2)	Öğr.2, Öğr.5	2
Soru 2	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.2, Öğr.13	2
	Çözüm 2(Ö4)	-	0
Soru 3	Çözüm 1(Ö2)	Öğr.4	1
	Çözüm 2(Ö3)	Öğr.3, Öğr.4	2
Soru 4	Çözüm 1(Ö3)	Öğr.4	1
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.3	1

Tablo 16’da görüldüğü gibi sağlam kanıtlarla öneride bulunan ve konuya dair nasıl cevap vereceğine karar veren öğretmenlerin yüzdeleri çok düşüktür. 2 öğretmen ile en yüksek önerilerin birinci sorunun Ö1 ve Ö2, ikinci sorunun Ö1 ve üçüncü sorunun Ö3 çözümlerine getirildiği görülmektedir. İkinci sorunun Ö4 çözümünde ise hiçbir öğretmenin sağlam kanıt göstermediği görülmektedir. Aşağıda sağlam kanıt gösteren öğretmenlerin görüşlerinden alıntılar yer almaktadır.

Birinci sorunun Ö1 öğrencisinin çözümü için Öğr. 5’in verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 5: “Burada 10. terime genel kuraldan gidip yerine yazıp bulabilir. Burada sayılar küçük ulaşılabilir ama büyük sayılarda yerine koyması tavsiye edilir. Çünkü cebirde sayıları yerine koymayı biliyorlar. C şıkında önerim aslında genel kuralı doğru bulmayı biliyor. Yerine yazarak yapması yönünde. Ya da bu şekilde bulacaksa oranlayacaksa bir deneme yanılma yap bakalım doğru mu gerçekten. Ben her zaman tavsiye ederim öğrencilere deneme yapmayı unutmayın sorularda diye. Bu öğrenciye de eğer öğretmeni tavsiye etseydi dener hatasını bulurdu. Çünkü zeki bir öğrenciye benziyor”

İkinci sorunun Ö1 öğrencisinin çözümü için Öğr. 1’in verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 1: “Bu öğrenciye söyleyeceğim şey, gerçi burada genel kuralı yanlış bulmuş ama. Hadi 5. ya da 6. terime ulaşma kolay. Ama 101’e kadar çıkmış b şıkında c şıkkı için de aslında genel kuraldan yapması daha hızlılık sağlar öğrenci açısından. Ama genel kuralda gözlemlediğim 2n bulmuş bu ilk terimi sağlıyor. Doğrudur deyip geçmiş sanırım. Onun için sadece ilk terim için değil de birkaç terim özelinde

denemesi her zaman iyidir. Deneme yanılma matematikte oldukça önemli olduğunu düşünüyorum. Olabilir kare alma fikri öğrencide oturmamış olabilir. İşte burada iyi bir deneme yanılma yapılsa yanlış yapıldığı anlaşılabilir. Bu şekilde benim.”

Örneklerden de görüleceği üzere sağlam yanıt veren öğretmenler öğrencilerinin hatalarının farkına varacak öneriler getirmiş ya da soruyu daha iyi kavrayacak alternatif tavsiyelerde bulunmuşlardır.

4.3.3.2. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerine Dair Karar Vermelerinin Sınırlı Kanıtlarına Yönelik Bulgular

Bu aşamada öğretmenlerin öğrenci çözümlerine dair konuyla ilgili öneri ve nasıl cevap vereceklerine ilişkin kararlarının sınırlı kanıtları yer almaktadır. Sınırlı kanıtlarla cevap veren öğretmenler daha çok öğrenciye uygulama yapma önerisinde bulunarak öğrenci bilgisini pekiştirme üzerine odaklanmışlardır. Aşağıda sağlam kanıt gösteren öğretmen sayısı ve yüzdesi tüm çözüm önerileri için Tablo 17’de verilmiştir.

Tablo 17. Öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerindeki karar verme kategorisinin sınırlı kanıtlarının frekansları

Sorular	Çözümler	Öğretmenler	Frekans
Soru 1	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.6, Öğr.9, Öğr.10, Öğr.13, Öğr.15	5
	Çözüm 2(Ö2)	Öğr.15	1
Soru 2	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.3,Öğr.4, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.7, Öğr.10, Öğr.12, Öğr.15	8
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.1, Öğr.3, Öğr.5	3
Soru 3	Çözüm 1(Ö2)	-	0
	Çözüm 2(Ö3)	Öğr.2, Öğr.5, Öğr.6, Öğr.9, Öğr.10, Öğr.13, Öğr.15	7
Soru 4	Çözüm 1(Ö3)	Öğr.13, Öğr.5, Öğr.6	3
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.13	1

Tablo 17’ye göre öğretmenlerin yaklaşık yarısı (8 kişi) ikinci sorunun Ö1 öğrenci çözümünde sınırlı kanıtlarla öneride bulunmuşlardır. Öğretmenlerin 7’si üçüncü sorunun Ö3 çözümünde sınırlı kanıt göstermiştir. Öte yandan üçüncü sorunun Ö2

öğrenci çözümünde hiçbir öğretmenin sınırlı kanıt göstermediği Tablo 17’de görülmüştür. Aşağıda sınırlı kanıt gösteren öğretmenlerden alıntılar yer almaktadır.

Dördüncü sorunun Ö4 öğrencisinin çözümü için Öğr. 13’ün verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 13: “Öğrenci aynı şekilde ikinci soruda da ezberden gitmiş. O soru değişkendi. Bu sabit. Ezbere alışkın bir öğrenci ama acaba azalan örüntülerde nasıl. Onları da ezbere göre yapacak mı? İçinde azalan örüntülerin de olduğu benzer sorular sorularak öğrencinin çözümleri gözlemlenebilir.”

Dördüncü sorunun Ö3 öğrencisinin çözümü için Öğr. 13’ün verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 13: “Bu çocukta aşırı genellemehatası var bence. Bir önceki soruda da aynısını yapmıştı. Sabit artan örüntüleri iyi anlamış gibi. Bütün hepsini sabit artan gibi yapıyor. Kavram hatasının giderilmesi için konu tekrar anlatılıp bol soru çözerek hatası giderilebilir.”

İkinci sorunun Ö4 öğrencisinin çözümü için Öğr. 3’ün verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 3: “Öğrenci burada nasıl bulduğunu açıklamamış. Aynı öğrenci dördüncü soruda ama formülle bulduğunu yazarak açıklamaya çalışmış. Bence bu öğrenciyi farklı örüntü sorularına maruz bırakarak vereceği cevaplar incelenebilir öğretmeni tarafından.”

Örneklerden de görüleceği üzere sınırlı yanıt veren öğretmenler öğrencilerin cebirsel düzeylerinin geliştirilmesinden ziyade onlara uygulama yapma fırsatı vermiştir. Muhakemelerinde de asgari düzeyde özgünlük saptanmıştır.

4.3.3.3. Öğretmenlerin, Öğrenci Çözümleri Üzerine Düşüncelerine Dair Karar Vermelerinin Kanıt Eksikliklerine Yönelik Bulgular

Bu aşamada öğretmenlerin öğrenci çözümlerine dair konuyla ilgili öneri ve nasıl cevap vereceklerine ilişkin kararlarının kanıt eksiklikleri yer almaktadır. Öğrencilerin düşüncelerini dikkate almadan öneride bulunan öğretmenler ile hiçbir şekilde cevap vermeyen, önerisi olmayan öğretmenler de kanıt eksikliği göstermiştir. Aşağıda kanıt eksikliği gösteren öğretmen sayısı ve yüzdesi tüm çözüm önerileri için Tablo 18’ de verilmiştir.

Tablo 18. Öğretmenlerin, öğrenci çözümleri üzerindeki karar verme kategorisinin kanıt eksikliğinin frekansları

Sorular	Çözümler	Öğretmenler	Frekans
Soru 1	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.1, Öğr.3, Öğr.4, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.11, Öğr.12, Öğr.14	8
	Çözüm 2(Ö2)	Öğr.1, Öğr.3, Öğr.4, Öğr.6 Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.10 Öğr.11, Öğr.12,Öğr.13, Öğr.14	12
Soru 2	Çözüm 1(Ö1)	Öğr.1, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.11, Öğr.14	5
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr.2, Öğr.4, Öğr.6 Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.10 Öğr.11, Öğr.12,Öğr.13, Öğr.14, Öğr.15	12
Soru 3	Çözüm 1(Ö2)	Öğr1,Öğr.2, Öğr.3,Öğr.5 Öğr.6 Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.10 Öğr.11, Öğr.12,Öğr.13, Öğr.14, Öğr.15	14
	Çözüm 2(Ö3)	Öğr.1, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.11, Öğr.12, Öğr.14	6
Soru 4	Çözüm 1(Ö3)	Öğr1,Öğr.2,Öğr.3, Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.10 Öğr.11, Öğr.12, Öğr.14, Öğr.15	11
	Çözüm 2(Ö4)	Öğr1,Öğr.2, Öğr.4, Öğr.5 Öğr.6 Öğr.7, Öğr.8, Öğr.9, Öğr.10 Öğr.11, Öğr.12, Öğr.14, Öğr.15	13

Tablo 18'e baktığımızda öğretmenlerin hemen her soru çözümlerinde yüksek yüzdede kanıt eksikliği gösterdikleri görülmüştür. Üçüncü sorunun Ö2 öğrenci çözümünde öğretmenlerden14'ü kanıt eksikliği göstermişlerdir. Öte yandan dördüncü sorunun Ö4 çözümünde 13 kişi ve İkinci sorunun Ö4 çözümünde ise 12 kişi kanıt eksikliği gösterdiği görülmüştür. En düşük kanıt eksikliği görülen soru ise (5

kişi)ikinci sorunun Ö1 öğrenci çözümü olmuştur. Aşağıda sınırlı kanıt gösteren öğretmenlerden alıntılar yer almaktadır.

Üçüncü sorunun Ö3 öğrencisinin çözümü için Öğr. 14'ün verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 14: “Bu öğrenci örüntü işleyişini tam kavrayamamış. Öğrencilere konu verilirken şekiller ile somutlaştırma çalışması yapılmadığında konular tam olarak kavranmıyor.”

İkinci sorunun Ö1 öğrencisinin çözümü için Öğr. 8'in verdiği cevap şu şekildedir:

Öğr. 8: “Bu öğrenci kendi klasik yöntemi ile çözmeye çalışmış. Kendi yöntemi yaratıcılığı pekiştirme yönünden faydalı olmasına rağmen bazen sonuca gitmede dezavantajlar oluşturabilir. Farklı yöntemler de tercih edebilir”

Örneklerden de görüleceği üzere kanıt eksikliği gösteren öğretmenler problemin ve öğrencinin düşüncesinden bağımsız, alakasız yorumlar yapmışlardır. Birçok öğretmen ise öğrenci düşüncelerine dair öneride bulunmamışlardır.

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, matematik öğretmenlerinin 7. sınıf öğrencilerinin sayı örüntülerini genellemeleri ile ilgili problemlere dair cevaplarını yorumlama ve farkındalıklarına odaklanılmıştır. Çalışmanın amacına yönelik olarak öğretmenlere önce öğrenci çözümleri olmadan hazırlanan sayı örüntü sorularını incelemeleri, ardından 4 sorudaki 8 farklı öğrenci çözümü, bunların içinde farklı sorulara aynı öğrencilerin cevapları ya da aynı sorulara farklı öğrencilerin verdiği cevaplar olan öğrenci çözümleriyle birlikte incelemeleri istenmiştir. Bu incelemeler neticesinde öğretmenlerin önce örüntüleri genellemeye ilişkin ön bilgilerine bakılmış ardından öğretmenler, öğrencilerin yaptığı hataları ve kullandığı genelleme stratejilerini teşhis etmeye çalışmış ve yapılan hataların olası sebeplerini, öğrencilerin tercih ettiği stratejileri yorumlayıp analiz ederek önerilerde bulunmuşlardır. Yapılan çalışmalara bakıldığında, öğrencilerin örüntüleri genellenmesinin önemli olduğu görülmektedir. Çünkü örüntülerin genellenmesi konusu cebirin önemli konularındandır. Örüntülerin genellenmesi konusu önemli olmasına rağmen öğrencilerin sorunlar yaşadıkları görülmektedir (Sasman, Linchevski, Olivier ve Liebenberg, 1998; Lan- Ma, 2007; Akkoç, Baştürk-Şahin ve Yeşildere-İmre, 2017).

Matematik eğitimi ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında özellikle öğretmenlerin öğrencilerin düşünceleri ve anlamalarını fark etme becerilerine üzerine son yıllarda çalışmaların yapıldığı ancak sınırlı olduğu görülmektedir (Van Es ve Sherin, 2008; Colestock, 2009; Goldsmith ve Seago, 2011; Baş, 2013; Erdik, 2014; Bostan, Karpuzcu, Kuru, Sitrava ve Ucuzoğlu, 2020; Schack, Fisher, Thimas, Eisenhardt, Tassell ve Yoder, 2013; Bartell, Webel, Bowen ve Dyson, 2013; Fernández, Llinares ve Valls, 2012). Yapılan çalışmalarda öğretmenlerin fark etme becerilerinin mesleki gelişimlerine olan etkisi (Erdik, 2014; Şermentoğlu, 2018; Gürsoy, 2019) öğrencilerin bilgisinin/düşüncesinin analiz edilip yorumlanması (Goldsmith ve Seago, 2011; Baş, 2013), farklı konular üzerine (Bostan, Karpuzcu, Kuru, Sitrava ve Ucuzoğlu, 2020) olduğu görülmektedir.

Bu araştırmanın halen görev yapmakta olan matematik öğretmenlerinin öğrenci genelleme yaklaşımlarını ve hatalarının olası sebeplerini fark etmesi bakımından önemi büyüktür. Çünkü cebirsel düşünmenin temellerinin atıldığı bu yaşlarda, öğretmenin öğrenci cevaplarını fark edip altında yatan düşünceleri anlamaya çalışması oldukça önemlidir (Hines & McMahon, 2005; Holt, Mojica & Confrey, 2013). Bu durumda aslında Wilson vd. (2013) çalışmalarında önemini ifade ettiği gibi, öğretmenin öğrenciyi daha iyi tanımasına vekendisinin matematiksel bilgisinin gelişmesine de fırsat tanımaktadır. Bunu destekler nitelikte Jacobs, Lamb ve Philipp (2010)'ın öğrenci görevlerini analiz etmenin öğretmenin fark etme becerisine pozitif anlamda katkı sağlayacağını belirtmektedir.

Öğretmenlere sunulan öğrencilerin çözümleri incelendiğinde; öğrencilerin örüntülerin yakın terimini bulmak için yinelemeli stratejiyi tercih ettikleri görülürken, orta ve uzak terimleri ve örüntü kuralı bulmak için daha çok belirgin stratejiyi kullanmışlardır. Yapılan araştırmalara baktığımızda ise bu durum Ross (2011)'de yaptığı araştırmasına benzer niteliktedir. Çünkü Ross (2011) yaptığı araştırmasında öğrencilerin yakın terimi bulurken tercih ettiği yaklaşım ile uzak terimi bulurken tercih ettiği yaklaşımların farklılaştığını belirtir. Yakın terimi bulmak için öğrencilerin yinelemeli stratejiyi tercih ederken, uzak terim için ise belirgin stratejiyi kullanmaya eğilimleri olduklarını ifade eder. Orton ve Orton (2005) ve Stacey (1989)' da yakın terim için çok kullanılan yinelemeli stratejinin yerini uzak terimi ve genel kuralı bulurken belirgin stratejiye bırakılması gerektiğini ifade eder. Öte yandan Hallagan ve diğerleri (2009) çalışmasında olduğu gibi öğrenci çözümleri incelendiğinde kuadratik örüntü sorularında öğrenciler lineer örüntüye göre daha çok zorlanıp daha çok hata yapmışlardır. Genel kuralın n^2 şeklinde yazılıp devam edilmesi gereken yerlerde genellikle $2n$ şeklinde düşünerek sonuca gitmişlerdir. Bu durum da Alajmi'nin (2016) yaptığı çalışmasıyla benzerlik göstermektedir diyebiliriz.

Bulgular neticesinde bütün bu çözümlere bakarak öğretmenlerin önce ilk iki görüşme sorusuna dayanarak ön bilgileri sorgulanmıştır. İlk olarak örüntüleri genellerken öğrencilerde bulunması gereken bilgi ve becerilere değinen öğretmenlerin çoğunluğu örüntü genellemede ritmik sayma becerisinin önemine vurgu yaparken, cebir, üslü sayı ve dört işlem bilgisinin de bu süreçte oldukça önemli olduğunu da ifade

etmişlerdir. Öte yandan öğretmenlere sadece sorular üzerinden öğrencilerin çözüm için hangi stratejiyi kullandıklarına ilişkin soruda ise stratejiler arasında öğretmenler öğrencilerin, en fazla yinelemeli strateji ile soruları çözebileceğini belirtirken ikinci olarak da belirgin stratejiden faydalanacakların ifade etmişlerdir. Bu durumda alanyazındaki çalışmalara benzer nitelikte olduğu görülmektedir (Healy ve Hoyles, 1999; Lannin, 2005; Stacey, 1989; Townsend, 2005). Lanin, (2005)'de ifade edildiği gibi de öğrenciler tarafından uygulanan bu stratejiler, öğrencinin ön bilgilerine göre, sorunun yapısına göre veya ezberlemiş soru kalıbı olup olmamasına göre de değişebilmektedir. Nitekim öğrencilerin çoğunluğunun belirgin strateji ile yaptığı sorularda bazı öğrenciler direkt kalıplaşmış bilgilerini kullanıp ezberden içeriksel strateji ile genelleme yapmışlardır. İçeriksel strateji de öğretmenlerin öğrencilerden yapmasını beklediği stratejiler içerisinde en fazla üçüncü strateji olarak karşımıza çıkmaktadır.

Araştırmanın bulgularının ikinci boyutunda öğretmenlerin öğrenci çözümlerine dikkat etmelerine, öğrencilerin çözümleri üzerinden düşünmelerini yorumlamalarına ve öğrenci çözümlerine bağlı olarak öneri niteliğindeki kararlarına ilişkin bulgular elde edilmiştir. Verilerin analizinde, Jacobs, Lamb ve Philipp'in (2010)'a göre fark etme becerisinin en kolay alt becerisi olan öğrenci çözümlerine dikkat etmenin sağlam kanıtlarının, fark etme becerisinin diğer aşamaları olan öğrenci düşünmelerini yorumlama ve çözümlere dair öneri (karar verme) aşamalarına nazaran daha yüksek yüzdede olduğu görülmüştür. Sağlam kanıtların yorumlama ve karar verme aşamalarına doğru giderek azaldığı da görülmüştür. Aynı zamanda kanıt eksikliği gösteren öğretmenlerin de en düşük yüzdeleri dikkat etme aşamasında karşımıza çıkarken yorumlama ve karar verme aşamalarına doğru giderek arttığı da görülmüştür. Bu da göstermektedir ki öğretmenlerin çoğunluğu güçlü kanıtlarla öğrenci çözümlerindeki matematiksel detaylara vurgu yapıp öğrencilerin uyguladığı stratejilere dikkat etmişlerdir. Öğretmenlerin öğrenci çözümlerine iyi bir şekilde dikkat etmelerinin sebebi öğrencilerin görünür stratejilerini ve matematiksel detayları iyi biliyor ya da iyi odaklanıyor olmaları olabilir. Bu açıdan (Talanquer, Bolger ve Tomanek; 2015) söylemlerine benzerlik göstermektedir. Öte yandan öğretmenler en çok öğrencilerin yinelemeli strateji ile yaptığı çözümleri fark etmişler onlara vurgu yapmışlar daha sonra ise ikinci olarak belirgin stratejiyi fark etmişlerdir. Öte yandan

öğrenci çözümlerindeki matematiksel detaylara ve görünür stratejilere dikkat etmeyip kanıt eksikliği gösteren öğretmenler de bu aşamada az da olsa mevcuttur. Bu kanıt eksikliğinin sebebi öğretmenlerin konuya dair bilgi eksikliğinden kaynaklanıyor olabilir(Schoenfeld, 2011).

Araştırmanın bulgularında Jacobs, Lamb ve Philipp'in (2010)'e göre fark etme becerisinin ikinci boyutu olan öğretmenlerin öğrenci çözümleri ışığında düşüncelerini analiz edip yorumlamaları aşamasına dair sağlam kanıtlarının dikkat etme aşamasına göre yüzdesinin düştüğü eksik kanıtlarının yüzdeleri ise dikkat etme aşamasına göre arttığı gözlenmiştir. Bu aşamada öğretmenlerin çoğunluğunun sınırlı bir şekilde kanıt gösterdiği görülmüştür. Bu durumda öğretmenlerin öğrenci çözümleri üzerinden düşüncelerine dair yorumlarda zorlandıklarını göstermektedir. Bu zorlanmanın nedeni ise öğretmenlerin konuya ilişkin öğretim bilgisi eksikliği olabilir.

Jacobs, Lamb ve Philipp'in (2010)'e göre fark etme becerisinin son ve önemli boyutu olan öğretmenlerin öğrenci çözümleri ve düşüncelerine dair nasıl cevap verecekleri yani önerileri aşamasına baktığımızda en düşük sağlam kanıtların ve en yüksek kanıt eksikliklerinin bu aşamada olduğu görülmektedir. Öyleki çoğu soruda kanıt eksiklikleri %100'e yakın olduğu görülmektedir. Öğretmenlerin öğrencilerin çözümleri üzerinden onların cebirsel düşüncelerini geliştirmeye yönelik önerilerde çok zorlandıkları görülmüştür. Özellikle doğru çözüm yapan öğrencilere öneride bulunmamışlardır. Önerileri genelde yanlış cevap veren öğrencilere yönelik olduğu görülmektedir. Bu açıdan bakıldığında Taylan (2018)'in çalışmasıyla benzerlik gösterdiği söylenebilir. Öğretmenler tarafından verilen önerilerin de çoğunlukla öğrencilere uygulama yapma fırsatı veren cebirsel düşünmeyi pek geliştirmeyen konuyu pekiştirici nitelikte olduğu söylenebilir. Bütün bu elde edilen sonuçlardan; öğretmenlerin öğrencilerin daha çok görülür stratejileri üzerine odaklanıp bu kısımda daha başarılı olduklarını ama cebirsel düşüncelerini yorumlama ve onları geliştirici önerilerde bulunma noktasında yetersiz kaldıkları görülmüştür.

5.1. Öneriler

Araştırmanın bu kısmında çalışmadan elde edilen bulguların sonuçları neticesinde, alan yazındaki bilgiler de göz önünde bulundurularak öğretmenlere ve bundan sonra yapılacak çalışmalara dair önerilere yer verilmiştir.

5.1.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler

- Öğretmenlere öğrencilerin örüntüleri genelleme stratejilerini fark etme becerilerinin geliştirilmesine yönelik eğitimler verilebilir.
- Öğrenci çözümlerini analiz etmek ve öğretmen farkındalığını öğretmenlerin yorumlama ve karar verme becerilerini artırmak maksadıyla yıl içerisinde öğretmenlerin seminer dönemlerinde mesleki eğitim kapsamında öğretmenlerin anlamalarını geliştirici etkinlikler yaptırılabilir.
- Araştırmanın sonuçlarına göre öğretmenlerin öğrencilerin görünür stratejilerine dikkat etmede başarılı oldukları fakat öğrenci düşüncelerini yorumlama ve öneride bulunma konusunda pek başarılı olmadıkları görülmüştür. Bu açıdan bakıldığında öğretmenlerin yorumlama kabiliyetlerini geliştirmek için okullarda okuma salonları açılabilir, öğretmenler drama çalışmalarına yönlendirilebilir.

5.1.2. Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler

- Öğretmenlerin fark etme becerileri farklı konularda araştırılarak öğretmenlerin farkındalıklarına yönelik genel bir çerçeve çizilebilir.
- Öğretmenlerin fark etme becerileri farklı sınıf seviyelerinde de araştırılarak öğretmenlerin farkındalıklarına yönelik genel bir çerçeve çizilebilir.
- Öğretmenlerin farkındalığı üzerine yapılan çalışmalar çok daha büyük örneklem grupları üzerinde araştırılması önerilir.

KAYNAKÇA

- Akkan, Y.,& Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal Ve İkinci Dereceden Örüntüleri Genelleştirme Stratejileri: 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, 37(165), 104-120.
- Akkan, Y., Öztürk, M., & Akkan, P. (2017). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Örüntüleri Genelleme Süreçleri: Stratejiler Ve Gerekçeler. *Türk Bilgisayar Ve Matematik Eğitimi Dergisi (Turcomat)*, 8 (3), 513-550.
- Alajmi, A. H. (2016). Algebraic Generalization Strategies Used By Kuwaiti Pre-Service Teachers. *International Journal Of Science And Mathematics Education*, 14(8), 1517-1534.
- Alsawaie, O. N.,& Alghazo, I. M. (2010). The Effect Of Video-Based Approach On Prospective Teachers' Ability To Analyze Mathematics Teaching. *Journal Of Mathematics Teacher Education*, 13(3), 223-241.
- Amaç, R.,& Kabar, M. G. D. (2019). Matematik Öğretmeni Adaylarının Cebirde Harflerin Kullanımı Ve Cebirsel İşlemler İle İlgili Öğrenci Hatalarına Yönelik Farkındalıkları. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 7(4), 1525-1552.
- Amit, M.,& Neria, D. (2008). "Rising To The Challenge": Using Generalization in Pattern Problems To Unearth The Algebraic Skills Of Talented Pre-Algebra Students. *Zdm Mathematics Education*, 40, 111- 129.
- An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The Pedagogical Content Knowledge Of Middle School, Mathematics Teachers in China And The Us. *Journal Of Mathematics Teacher Education*, 7(2), 145-172.
- Ball, D.L. Thames, M.H Ve Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.

- Barnhart, T. Ve Van Es, E. (2015). Studying teacher noticing: Examining the relationship among pre-service science teachers' ability to attend, analyze and respond to student thinking. *Teaching and Teacher Education*, 45, 83-93.
- Bartell, T. G., Webel, C., Bowen, B., & Dyson, N. (2013). Prospective Teacher Learning: Recognizing Evidence Of Conceptual Understanding. *Journal Of Mathematics Teacher Education*, 16(1), 57-79.
- Baş, S. (2013). An Investigation Of Teachers Noticing Students' Mathematical Thinking In The Context Of A Professional Development Program. (Unpublished Doctoral Dissertation). *Middle East Technical University*, Ankara.
- Chua, B. L.,& Hoyles, C. (2010b). Teacher And Student Choices Of Generalising Strategies: A Tale Of Two Views? Proceedings Of The 5th East Asia Regional Conference On Mathematics Education, 2, 24- 31. Tokyo, Japan: Earcome
- Creswell, J. W. (2007). Qualitative Inquiry & Research Design: Choosing Among Five Approaches (2ndEdition). Usa: *Sage Publications*.
- Colestock, A. Ve Sherin, Mg (2009). Teachers' sense-making strategies while watching video of mathematics instruction. *Journal of Technology and Teacher Education*, 17 (1), 7-29.
- Didiş, M. G., Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., & Alacacı, C. (2016). Exploring Prospective Secondary Mathematics Teachers' Interpretation Of Student Thinking Through Analysing Students' Work in Modelling. *Mathematics Education Research Journal*, 28(3), 349-378.
- Dindyal, J.Schack, E.O, Choy B.H. &Sherin, M.G (2021). Exploring TheTerrains Of Mathematics Teacher Noticing. *Zdm – Mathematics Education*.53,1–16.
- El Mouhayar, R. R.,& Jurdak, M. E. (2012). Teachers' Ability To Identify And Explain Students' Actions in Near And Far Figural Pattern Generalization Tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), 379-396.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., & Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin Basit Doğrusal Denklemlerin Çözümünde Karşılaştıkları Güçlükler Ve Kavram Yanılgıları. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 44-59.

- Erdik, E. (2014). A Momparative Analysis Of Noticing Of Mathematics Teachers With Varying Teaching Experience (Unpublished Master's Thesis). Boğaziçi University, *Institute Of Social Sciences*, İstanbul.
- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2013). Primary Teacher's Professional Noticing Of Students' Mathematical Thinking. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1&2), 441-468.
- Goldsmith, Lt Ve Seago, N. (2011). Using classroom artifacts to focus teachers' noticing. *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*, 169-187.
- Gürsoy, P. (2019). *Bir Matematik Öğretmeninin Cebir Öğretim Sürecinden Yansımalar: Fark Etme Becerisi*(Yüksek Lisans Tezi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü).
- Hallagan, J. E., Rule, A. C., & Carlson, L. F. (2009). Elementary School Pre-Service Teachers'understandings Of Algebraic Generalizations. *The Mathematics Enthusiast*, 6(1), 201-206.
- Healy, L., Ve Hoyles, C. (1999). Visual And Symbolic Reasoning in Mathematics: Making Connections With Computers?. *Mathematical Thinking And Learning*, 1(1), 59-84.
- Hines, E.,& McMahan, M. T. (2005). Interpreting Middle School Students' Proportional Reasoning Strategies: Observations From Prospective Teachers. *School Science And Mathematics*, 105(2), 88–105.
- Holt, P., Mojica, G., & Confrey, J. (2013). Learning Trajectories İn Teacher Education: Supporting Teachers' Understandings Of Students' Mathematical Thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 32, 103-121.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional Noticing Of Children's Mathematical Thinking. *Journal Of Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Kılıç, S.D. (2019). Matematik Öğretmen Adaylarının, 6. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Örüntüleri Genellemelerine İlişkin Farkındalıkları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 27 (4) , 1713-1728.

- Kılıç, S.D. (2019). Öğretmen Adaylarının 7. Sınıf Öğrencilerinin Denklemler Konusundaki Hata Ve Kavram Yanılgılarına İlişkin Farkındalıkları. *Sakarya University Journal of Education*, 9(1), 184-207.
- Kieran, C. (1992). The Learning And Teaching Of School Algebra. In: Grouws Da (Ed.). *Handbook Of Research On Mathematics Teaching And Learning*. New York: *Macmillan Publishing Company*
- Kuru, Ö. D., Ucuzoğlu, A. N., Işıksal, M., Karpuzcu, S. Y., & Strava, R. T. (2020). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Mesleki Fark Etme Becerileri: Dikdörtgenler Prizmasının Hacmine İlişkin Problem Durumu. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 154-174.
- Lan- Ma, H. (2007). The Potential Of Patterning Activities To Generalization. *Proceedings Of The 31st Conference Of The International Group For, The Psychology Of Mathematics Education*, 3, 225- 232. Seoul: Pme.
- Lannin, J. K. (2005). Generalization And Justification: The Challenge Of Introducing Algebraic Reasoning Through Patterning Activities. *Mathematical Thinking And Learning*, 7(3), 231- 258.
- Lannin, J. K., Barker, D. D., & Townsend, B. E. (2006). Recursive And Explicit Rules: How Can We Build Student Algebraic Understanding? *Journal Of Mathematical Behavior*, 25, 299-317.
- Lesley, L. & Freiman, V. (2004). Tracking Primary Students' Understanding Of Patterns. In M. J. Hoines, & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings Of The 28th Conference Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education*(Vol. 2, Pp. 415- 422). Bergen, Norway: Pme.
- Liljedahl, P. (2004). Repeating Pattern Or Number Pattern: The Distinction is Blurred. *Focus On Learning Problems in Mathematics*, 26(3), 24-42.

- Mason, J. (1996). Expressing Generality And Roots Of Algebra. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (Eds.), *Approaches To Algebra: Perspectives For Research And Teaching* (Pp. 65–86). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Magiera, M., Van Der Kieboom, L., & Moyer, J. (2013). An Exploratory Study Of Pre-Service Middle School Teachers' Knowledge Of Algebraic Thinking. *Educational Studies In Mathematics*, 84(1), 93–113.
- Marks, R. (1990). *Pedagogical Content Knowledge In Elementary Mathematics*. Stanford University.
- MEB. (2018). *2018 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*(ilkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8. sınıflar). <https://ttkb.meb.gov.tr>adresinden erişilmiştir.
- Miles, M. B. Ve Huberman, A. M. (1994). *An Expanded Sourcebook Qualitative Data Analysis*. Second Edition. California: Sage Publications.
- Morris, A. K. (2006). Assessing Pre-Service Teachers' Skills For Analyzing Teaching. *Journal Of Mathematics Teacher Education*, 9:471–505.
- Mulligan, J. T.,& Mitchelmore, M. C. (2009). Awareness Of Pattern And Structure in Early Mathematical Development. *Mathematics Education Research Journal*, 21, 33-49.
- Nctm (2000). *Curriculum And Evaluation Standards For School Mathematics*. [Online]: Retrieved On 14-Septembre-2005, At Url: [Www.Nctm.Org/Standards.Html](http://www.Nctm.Org/Standards.Html)
- Neria, D. Ve Amit, M. (2004). Students Preference of Non-Algebraic Representations in Mathematical Communications..*International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Olkun, S.,& Toluk Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. Ankara: Maya Akademi.
- Olkun, S. & Yeşildere, S. (2007). *Sınıf Öğretmeni Adayları İçin Temel Matematik 1*. Ankara: Maya Akademi.

- Orton, A., & Orton, J. (1999). Pattern And The Approach To Algebra. In A. Orton (Ed.), *Pattern in The Teaching And Learning Of Mathematics* (Pp. 104–120). Cassell, London: Continuum.
- Orton, A. & Orton, J. (2005). Pattern And The Approach To Algebra. In A. Orton (Ed.), *Pattern in The Teaching And Learning Of Mathematics* (Chapter 7, pp.104-120) London: Cassell.
- Özdemir, E., Dikici, R., & Kültür, M. N. (2013). Öğrencilerin Örüntüleri Genelleme Süreçleri: 7. Sınıf Örneği. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(2), 523-548.
- Papic, M., & Mulligan, J. (2005). Preschoolers' Mathematical Patterning. P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce Et Al. (Eds.), *Building Connections: Research, Theory And Practice- Merga28* (Mathematics Education Research Group Of Australasia Conference Proceedings 28).
- Ponte, J. P. & Chapman, O. (2006). Mathematics Teachers' Knowledge And Practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook Of Research On The Psychology Of Mathematics Education: Past, Present And Future* (pp. 461-494). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.
- Radford, L. (2000). Signs And Meanings in Students' Emergent Algebraic Thinking: A Semiotic Analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 42(3), 237-268.
- Radford, L., & Peirce, C. S. (2006, March). Algebraic Thinking And The Generalization Of Patterns: A Semiotic Perspective. In *Proceedings Of The 28th Conference Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education, North American Chapter* (Vol. 1, Pp. 2-21).
- Rico, L. (1996). The Role Of Representation Systems In The Learning Of Numerical Structures. In L. Puig, & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings Of The 20th Conference Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education* (Vol. 1, Pp. 87–102). Valencia: University Of Valencia.
- Rivera, F. D. & Becker, J. R. (2008). Middle School Childrens' Cognitive Perceptions Of Constructive And Deconstructive Generalizations Involving Linear Figural Patterns. *Zdm Mathematics Education*, 40, 65- 82.

- Ross, Mk (2011). Fifth graders' representations and reasoning on constant growth function problems; *Connections between problem representations, student work and ability to generalize*, Degree of Doctor of Philosophy, the University of Arizona
- Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C., & Llinares, S. (2014). Developing Pre-Service Teachers' Noticing Of Students' understanding Of The Derivative Concept. *International Journal Of Science And Mathematics Education*, 13(6), 1305-1329.
- Sasman, M., Linchevski, L., Olivier, A., & Liebenberg, R. (1998). Probing Children's Thinking In The Process Of Generalization. *Proceedings Of The Fourth Annual Congress Of Association For Mathematics Education Of South Africa*, 210- 218. Pietersburg: University Of The North.
- Schack, E. O., Fisher, M. H., Thomas, J. N., Eisenhardt, S., Tassell, J., & Yoder, M. (2013). Prospective Elementary School Teachers' Professional Noticing Of Children's Early Numeracy. *Journal Of Mathematics Teacher Education*, 16(5), 379-397.
- Schoenfeld, A. H. (2011). Toward Professional Development For Teachers Grounded In A Theory Of Decision Making. *Zdm*, 43(4), 457-469.
- Sherin, M. G. And Van Es, E. A. (2005). Using Video To Support Teachers' Ability To Notice Classroom Interactions. *Journal Of Technology And Teacher Education*, 13(3), 475- 491.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge And Teaching: Foundations Of The New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Smith, S. P. (1997). *Early Childhood Mathematics*. Needham Heights: Ally&Bacon.
- Stacey, K. (1989). Finding And Using Patterns in Linear Generalising Problems. *Educational Studies In Mathematics*, 20(2), 147-164.
- Star, J. R. Ve Strickland, S. K. (2008). Learning To Observe: Using Video To Improve Preservice Mathematics Teachers' Ability To Notice. *Journal Of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107– 125.

- Steele, D. (2005). Using Writing To Access Students' Schemata Knowledge For Algebraic Thinking. *School Science And Mathematics*, 103(3), 142- 154.
- Souviney, R. J. (1994). *Learning To Teach Mathematics*. Englewoodcliffs: Macmillan Publishing Company.
- Sucuoğlu, D. (2015). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Değişen Örüntülere İlişkin Genelleme Stratejileri. *Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara.*
- Şermetoğlu, H.,& Müjgan, B. A. K. İ. (2019). Oran Ve Orantı Konusu Öğretim Sürecinin Bir Matematik Öğretmeninin Fark Etme Becerisi Bağlamında İncelenmesi. *Turkish Journal Of Computer And Mathematics Education (Turcomat)*, 10(2), 394-425.
- Talanquer, V., Bolger, M., & Tomanek, D. (2015). Exploring Prospective Teachers' Assessment Practices: Noticing And Interpreting Student Understanding in The Assessment Of Written Work. *Journal Of Research In Science Teaching*, 52(5), 585-609.
- Tanışlı, D. (2008). *İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülere İlişkin Anlama Ve Kavrama Biçimlerinin Belirlenmesi*(Doktora Tezi Anadolu Üniversitesi (Türkiye)).
- Tanışlı, D. & Özdaş, A. (2009). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genellemede Kullandıkları Stratejiler. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 9(3), 1453-1497.
- Tanışlı, D.,& Köse, N. Y. (2011). Lineer Şekil Örüntülerine İlişkin Genelleme Stratejileri: Görsel Ve Sayısal İpuçlarının Etkisi. *Eğitim Ve Bilim*, 36(160).
- Tanışlı, D. Ve Olkun, S. (2009). *Basitten Karmaşığa Örüntüler*. Ankara: Maya Akademi.
- Taşdan, B. T. (2019). Matematik Öğretmeni Adaylarının Fark Etme Becerilerinin İncelenmesi. *Turkish Journal Of Computer And Mathematics Education (Turcomat)*, 10(1), 232-259.

- Taylan, R. D. (2018). The Relationship Between Pre-Service Mathematics Teachers' Focus On Student Thinking in Lesson Analysis And Lesson Planning Tasks. *International Journal Of Science And Mathematics Education*, 16(2), 337-356.
- Threlfall, J. (1999). Repeating Patterns in The Early Primary Years. In A. Orton (Ed.), *Pattern in The Teaching And Learning Of Mathematics* (18-30). London And New York: Cassell.
- Townsend, B. E. (2005). *Examining Secondary Students Algebraic Reasoning: Flexibility And Strategy Use*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. University Of Missouri, Columbia
- Türkoğlu, H.,& Yalın, H. İ. (2020). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Lineer Ve Lineer Olmayan Örüntüleri Genelleme Stratejileri. *Başkent University Journal Of Education*, 7(1), 110-128.
- Umay, A. (2003). Matematiksel Muhakeme Yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234- 243.
- Van De Walle, J. A. (2004). *Elementary And Middle School Mathematics*. Boston: Allyn And Bacon
- Van Es, E. A.,& Sherin, M. G. (2002). Learning To Notice: Scaffolding New Teachers' Interpretations Of Classroom Interactions. *Journal Of Technology And Teacher Education*, 10(4), 571-595.
- Van Es, E. A.,& Sherin, M. G. (2008). Mathematics Teachers' "Learning To Notice" in The Context Of A Video Club. *Teaching And Teacher Education*, 24(2), 244-276.
- Wilson, S. (1996). Student Teacher Perceptions Of Effective Teaching: A Developmental Perspective. *Journal Of Education For Teaching*, 22(2), 181-196.
- Yağbasan, R.,& Gülçiçek, Ç. (2003). Fen Öğretiminde Kavram Yanılgılarının Karakteristiklerinin Tanımlanması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(1), 102- 120.

- Yenilmez, K.,& Tevfik, A. V. C. U. (2009). Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Başarı Düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37-45.
- Yeşildere, S.,& Akkoç, H. (2010). Matematik Öğretmen Adaylarının Sayı Örüntülerine İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin Konuya Özel Stratejiler Bağlamında İncelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 125-149.
- Yeşildere-İmre, S., Akkoç, H., & Baştürk-Şahin, B. N. (2017). Ortaokul Öğrencilerinin Farklı Temsil Biçimlerini Kullanarak Matematiksel Genelleme Yapma Becerileri. *Turkish Journal Of Computer And Mathematics Education*, 8(1), 103-129.
- Yıldırım, A. Ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (10. Baskı) Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Zapatera Llinares, A. (2022). Prospective Teachers' Use Of Conceptual Advances Of Learning Trajectories To Develop Their Teaching Competence İn The Context Of Pattern Generalization. *Mathematics*, 10(12), 1-18.
- Zaskis, R.,& Liljedahl, P. (2002). Generalization Of Patterns: The Tension Between Algebraic Thinking And Algebraic Notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379- 402.

EKLER

EK-1 Araştırma İzni

	T.C. İSTANBUL VALİLİĞİ İl Millî Eğitim Müdürlüğü	GÜNLÜDÜR
Sayı : E-59090411-44-26850922		22.06.2021
Konu : Anket ve Araştırma İzni (Süleyman YILDIZ)		
İSTANBUL MEDENİYET ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE (Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğü)		
İlgi : a) Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.02.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı genelgesi. b) Valilik Makamının 21.06.2021 tarihli ve 26824333 sayılı oluru.		
Valilik Makamının Anket ve Araştırma İzni konulu ilgi (b) oluru ve kullanılması uygun görülen ölçme araçlarının Müdürlüğümüzce mühürlenmiş örnekleri ekte gönderilmiştir.		
İlgi (a) genelgenin 28. maddesinde; "Araştırma uygulama izni alan kamu kurum ve kuruluşları, uluslararası kuruluşlar, üniversiteler, sivil toplum kuruluşları ve araştırmacılar tamamladıkları bilimsel araştırma ile ilgili sonuç raporlarını, izni aldıkları ilgili birime çalışma bitiminden itibaren 30 gün içerisinde göndereceklerdir." ifadesi yer almaktadır.		
Olur gereğince işlem yapılması ve araştırma sonuç raporunun ekte sunulan örneğe göre Müdürlüğümüz Strateji Geliştirme Şubesine gönderilmesi hususlarında gereğini arz ederim.		
Ek: 1- Valilik Oluru (1 Sayfa) 2- Rapor Örneği 3- Ölçekler		İrfan BALLI İl Millî Eğitim Müdürü a. Şube Müdürü

EK-2 Etik Kurul Onay Formu

 İSTANBUL MEDENİYET ÜNİVERSİTESİ	T.C. İSTANBUL MEDENİYET ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ETİK KURULU KARARI
---	---

Tarihi 04/01/2021	Sayısı 2021/01-06
-----------------------------	-----------------------------

ARAŞTIRMA BAŞLIĞI	Matematik öğretmenlerinin sayı örüntülerini genellemeye ilişkin farkındalıkları
ARAŞTIRMANIN TÜRÜ	Nitel
ARAŞTIRMACI(LAR)	Süleyman YILDIZ
KARAR	Etik açıdan uygundur.

Görevi	Kurul Üyeleri	İmza
Başkan	Prof. Dr. Halil İbrahim SAĞLAM	
Üye	Prof. Dr. Ahmet AKIN	
Üye	Prof. Dr. Özlem FEDALİ	
Üye	Prof. Dr. Çiğdem KILIÇ	
Üye	Doç. Dr. Yeşim GÜLEÇ ASLAN	
Üye	Doç. Dr. Özge CENGİZ	
Üye	Doç. Dr. Özcan Erkan AKGÜN	
Üye	Av. Fevziye DOĞRUER	

EK-3 Aydınlatılmış Veli Onam Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “Matematik öğretmenlerinin sayı örüntülerini genellemeye ilişkin farkındalıkları” adıyla, Mayıs 2021-Mayıs 2022 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Matematik öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme sürecindeki öğrenci cevaplarına ilişkin farkındalıkları araştırılacaktır.

Araştırma Uygulaması: Anket / Görüşme şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı tamamen sizin isteğinize bağlıdır, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Süleyman YILDIZ

İletişim bilgileri :

Tel no:

***Velisi bulunduğum..... sınıfı..... numaralı öğrencisi.....
.....'in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).***

...../...../.....

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası :

EK- 4 Öğrenci Çalışma Kâğıdı

1) 5, 7, 9, 11, ...

Yukarıdaki sayılar bir örüntü oluşturacak şekilde belli bir kurala göre dizilmiştir. Buna göre,

- a) Örüntüyü oluşturan 5. terimi bulunuz.
- b) Örüntüyü oluşturan 10. terimi bulunuz.
- c) Örüntüyü oluşturan 40. terimi bulunuz.
- d) Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız (Akkan ve Çakıroğlu, 2012).

2) 2, 5, 10, 17 ...

Yukarıdaki sayılar bir örüntü oluşturacak şekilde belli bir kurala göre dizilmiştir. Buna göre,

- a) Örüntüyü oluşturan 5. terimi bulunuz.
- b) Örüntüyü oluşturan 10. terimi bulunuz.
- c) Örüntüyü oluşturan 40. terimi bulunuz.
- d) Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız (Akkan ve Çakıroğlu, 2012).

3)

Fonksiyon Tablosu Biçiminde Verilen Artarak Değişen Sayı Örüntüsü

x	y
1	3
2	6
3	11
4	18
5	27
...	...

(Tanışlı, 2008)

Yukarıda tabloda verilen örüntü için;

- Örüntüyü oluşturan 6. terimi bulunuz.
- Örüntüyü oluşturan 10. Terimi bulunuz.
- Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız

4)

**Fonksiyon Tablosu Biçiminde Verilen Sabit Değişen Sayı
Örüntüsü**

x	y
1	7
2	9
3	11
4	13
5	15
...	...

(Tanışlı, 2008)

- Örüntüyü oluşturan 6. terimi bulunuz.
- Örüntüyü oluşturan 10. Terimi bulunuz.
- Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız

EK- 5 Görüşme Formu

Merhaba, benim adım Süleyman YILDIZ ve İstanbul Medeniyet Üniversitesi Yüksek Lisans öğrencisiyim. Bu çalışmadaki amacımız öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme sürecindeki öğrenci cevaplarına ilişkin tahmin ve farkındalıkları araştırmaktır. Öğretmenlerle görüşme yapıyoruz. Bu çalışmada ortaya çıkacak sonuçların bundan sonra eğitim-öğretim etkinliklerinin niteliğinin artırılmasına katkıda bulunacağını ümit ediyoruz. Bu nedenle sizin, sayı örüntülerini genelleme sürecindeki öğrenci cevaplarına ilişkin tahmin ve farkındalıklarınızı öğrenmek istiyoruz.

Bize görüşme sırasında söyleyeceklerinizin tümü gizlidir. Bilgilerinizi bu araştırmacının dışında herhangi birinin görmesi mümkün değildir. Ayrıca, araştırma raporlandırılırken katılımcıların kimlikleri gizli tutulacaktır. Görüşme esnasında kendinizi rahat hissetmemeniz durumunda çalışmadan ayrılabilirsiniz.

Başlamadan önce, bu söylediklerimizle ilgili belirtmek istediğiniz bir düşünce ya da soru var mı?

- 1) Sayı örüntülerini genellerken öğrencilerde hangi bilgi ve beceriler olmalıdır? Açıklar mısınız?
- 2) Öğrenciler bu dört soruda hangi stratejiler ile soruları çözebilir? Bildiğiniz stratejilere dayanarak kendinizce önce birinci soru için ardından ikinci soru için ve sonra diğerleri için açıklayınız?
- 3) Öğrencilerin genelleme stratejisini gözlemleyiniz ve öğrencilerin hangi stratejiler ile soruyu çözdüklerini bildiğiniz stratejilere dayanarak kendinizce açıklayınız?
- 4) Eğer varsa, öğrencinin hatasının/yanılgısının olası sebeplerini açıklayınız?
- 5) Var mı eklemek istediğiniz bir şey.?

EK- 6 Öğrenci Çözümleri

1 . Soru: Ö1'in Genelleme Yaklaşımı

1)

a) $5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{+2} 9 \xrightarrow{+2} 11 \xrightarrow{+2} 13$ **cevap = 13**
çünkü 2'ser 2'ser artmış.

b) $5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{+2} 9 \xrightarrow{+2} 11 \xrightarrow{+2} 13 \xrightarrow{+2} 15 \xrightarrow{+2} 17 \xrightarrow{+2} 19 \xrightarrow{+2} 21 \xrightarrow{+2} 23$
cevap = 23

c) 10. terim 23'müş. 40. terimi bulmak için 4 ile çarparsak.
 $23 \times 4 = 92$ olur.

d) $2n+3$ olur çünkü $5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{+2} 9 \xrightarrow{+2} 11$ şeklinde 2'ser artıyor.
 $2n$ olur. Bir de başta 3 ekleyeceğiz. n'ye "bir" verdiğimizde ilk terim 5 olmak zorunda.

1 . Soru: Ö2'in Genelleme Yaklaşımı

1)

a) 13 olur çünkü $5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{+2} 9 \xrightarrow{+2} 11 \xrightarrow{+2} 13$

b) 23 olur çünkü $5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{+2} 9 \xrightarrow{+2} 11 \xrightarrow{+2} 13 \xrightarrow{+2} 15 \xrightarrow{+2} 17 \xrightarrow{+2} 19 \xrightarrow{+2} 21 \xrightarrow{+2} 23$

c) 2'ser 2'ser arttığı için $40 \times 2 = 80$ en baştaki 3'ü de ekleriz.
 $80 + 3 = 83$ olur cevap.

d) $5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{+2} 9 \xrightarrow{+2} 11$ 2'ser 2'ser arttığı için $2n$ olur ilk terimi bulmak için 3 ekleriz genel terim $2n + 3$ olur

2 . Soru: Ö1'in Genelleme Yaklaşımı

2) a) cevap = 26 çünkü Sabit gitmemiş ama 2'şer fazılaşarak gitmiş.

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 5 & 10 & 17 & 26 \\ +3 & +5 & +7 & +9 \end{array}$$

b) cevap = 101

$$\begin{array}{ccccccccccc} 2 & 5 & 10 & 17 & 26 & 37 & 50 & 65 & 82 & 101 \\ +3 & +5 & +7 & +9 & +11 & +13 & +15 & +17 & +19 \end{array}$$

c) 10. terim 101 ise 40. terimi bulmak için 4 ile çarpabiliriz.
 $101 \times 4 = 404$ cevap

d) $\begin{array}{ccccccc} 2 & 5 & 10 & 17 & 26 \\ +3 & +5 & +7 & +9 \\ +2 & +2 & +2 \end{array}$ Artışlar hep aynı yani 2 artmıştır. O zaman $2n$ olur. n 'ye 1 verince ilk terim 2 olur. Genel terim $2n$ 'dir.

2 . Soru: Ö4'ün Genelleme Yaklaşımı

2-)

a) Sayılar sabit artmamış. Artarak gidiyor.

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 5 & 10 & 17 & 26 \\ +3 & +5 & +7 & +9 \end{array} \quad \text{cevap} = 26$$

b) Dönütönen kuralı $n^2 + 1$ 'dir. n yerine 10 yazarsanız.
 $10^2 = 100$ $100 + 1 = 101$ cevap

c) Dönütönen kuralı $n^2 + 1$ 'dir.
 $40^2 = 1600$ $1600 + 1 = 1601$ cevap

3 . Soru: Ö2'in Genelleme Yaklaşımı

3-)

x	y
1	3
2	6
3	11
4	18
5	27
6	38
7	51
8	66
9	83
10	102

a) 38 cevap
b) 102 cevap

c) Burada aynı 2. soruya benziyor. Artış değişmiş sürekli. Onun için burada istediği sayı gibi düşünelim. mesela ilk terim 3, 3 hiçbir sayının kuvveti olmaz. 3'ün 1. kuvveti olduğu için genel terim $n^2 - 1$ olabilir. Ama ikinci terimi yorine koyunca yine 3 oluyor. O zaman genel terim $n^2 - 1$ olmaz. Genel terim $n^2 + 2n$ $1^2 + 2 = 3, 2^2 + 2 = 6, 3^2 + 2 = 11$

3 . Soru: Ö3'ün Genelleme Yaklaşımı

3- a) $x = 1n = 1n \cdot b = 6$
 $y = 2n + 1 = 2n + 1 \cdot b = 6 \cdot 2 + 1 = 13$

b) $x = 1n \cdot 10 = 10$
 $y = 2n + 1 \cdot 10 = 10 \cdot 2 + 1 = 21$

c) X'in kuralı = 1, 2, 3, 4... Birer birer artıyor. Buna göre; $1n$
y'nin kuralı = 3, 6, 11, 18, 27
 $\begin{matrix} 1+1+1+1 \\ 3, 6, 11, 18, 27 \\ \underbrace{3} \quad \underbrace{3} \quad \underbrace{3} \quad \underbrace{3} \quad \underbrace{3} \\ 2+2+2+2+2 \end{matrix}$ İkişer ikişer artıyor. Buna göre; $2n$ ile sayı 3 olduğu için $2n + 1$

4 . Soru: Ö3'ün Genelleme Yaklaşımı

4-a) $x = 1n = 1n \cdot 6 = 6$
 $y = 2n + 5 = 2n + 5 \cdot 6 = 6 \cdot 2 = 12 + 5 = 17$

b) $x = 1n \cdot 10 = 10$
 $y = 2n + 5 \cdot 10 = 10 \cdot 2 = 20 + 5 = 25$

c) x 'in kuralı $= 1n$ çünkü; Birer birer artıyor ve bu yüzden $1n$
 y 'nin kuralı $= 2n + 5$ çünkü; ikiser ikiser artıyor yani $2n$ sonra da
ilk sayı 7 olduğu için 5 fazlası oluyor bu yüzden $2n + 5$

4 . Soru Ö4'ün Genelleme Yaklaşımı

4)

d) $7 \quad 9 \quad 11 \quad 13 \quad 15 \quad 17$
 $+2 \quad +2 \quad +2 \quad +2 \quad +2$

e) $\text{Drüntünün kuralı } 2n + 5 \text{ 'tir.}$ $\text{Cevap} = 17$
 $2 \cdot 10 + 5 = 25 \text{ cevap}$

f) 2'şer 2'şer artmış. Artış miktarı 2 ilk terimden
2 çıkaracağız. $7 - 2 = 5$
 $\text{Drüntü kuralı} = \text{Artış miktarı } \times n + \text{bir sayı}$
 $\text{Drüntü kuralı} = 2n + 5$

ÖZ GEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı: Süleyman YILDIZ

EĞİTİM

Derece	Kurum	Mezuniyet Yılı
Lisans	Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi	2014

İŞ TECRÜBESİ

Tarih	Kurum	Görev
2014 (halen)	Milli Eğitim Bakanlığı	İlköğretim Matematik Öğretmeni