



İSTANBUL MEDENİYET ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
BİLİM TARİHİ VE FELSEFESİ ANABİLİM DALI

**Osmanb. Abdülmennân'ın Hediyeetü'l-MühtedâAdlı
Eserinin (v. 2a-87b) Tahkik, Tercümeve Matematiksel
Değerlendirmesi**

Yüksek Lisans Tezi

Esra Nur Osta

Eylül 2023



İSTANBUL MEDENİYET ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
BİLİM TARİHİ VE FELSEFESİ ANABİLİM DALI

**Osmanb. Abdülmennân'ın Hediyyetü'l-MühtedîAdlı
Eserinin (v. 2a-87b) Tahkik, Tercümeve Matematiksel
Değerlendirmesi**

Yüksek Lisans Tezi

Esra Nur Osta

Danışman

Doç. Dr. Elif Baga

Eylül 2023

TEZ JÜRİSİ ONAYI

Esra Nur Ostatarafından hazırlanan "Osman b. Abdülmennân'ın Hediyeü'l-Mühtedî Adlı Eserinin (v. 2a-87b) Tahkik, Tercüme ve Matematiksel Değerlendirmesi" başlıklı bu Yüksek Lisans Tezi, Bilim Tarihi ve Felsefesi Anabilim Dalı'nda hazırlanmış ve jürimiz tarafından kabul edilmiştir.

JÜRİÜYELERİİMZA

Tez Danışmanı:

Doç. Dr. Elif Baga

İstanbul Medeniyet Üniversitesi

Üyeler:

Prof. Dr. İhsan Fazlıoğlu

İstanbul Medeniyet Üniversitesi

Prof. Dr. Tuncay Zorlu

İstanbul Teknik Üniversitesi

Tez

Savunma

Tarihi:

01/Eylöl/

2023

BEYANLAR

Yazım ve Kaynak Gösterme Kılavuzu Beyanı

Danışmanlığımda yazılan bu tezin Chicago yazım ve kaynak gösterme kılavuzunda belirtilen kurallara uygun olarak yapılandırıldığı ve bu kılavuzun dipnot kaynak gösterme standartlarının bu tezde tutarlı olarak uygulandığı tarafımdan incelenerek teyit edilmiştir.

İmza

Doç. Dr. Elif Baga

Etik İlkeler Sadakat Beyanı

Hazırladığım bu tezin tamamen kendi çalışmam olduğunu, akademik ve etik kuralları gözeterek çalıştığımı ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi beyan ederim.

İmza

Esra Nur Osta

ÖZET

Osman b. Abdülmennân'ın Hediiyetü'l-Mühtedî Adlı Eserinin (v. 2a-87b)

Tahkik, Tercüme ve Matematiksel Değerlendirmesi

Osta, Esra Nur

Yüksek Lisans Tezi, Bilim Tarihi ve Felsefesi Ana Bilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Elif Baga

Eylül, 2023

Bu tez çalışmasının odağında Belgrad Divanı tercümanı Osman b. Abdülmennân el-Mühtedî'nin 1768-74 Osmanlı-Rus Savaşı sırasında mesâha (uygulamalı geometri) alanında kaleme aldığı *Hediiyetü'l-Mühtedî* adlı eseri bulunmaktadır. *Hediiyetü'l-Mühtedî* eseri yazıldığı dönem itibariyle Batıdan yapılan tercüme ve askeri yenileşme süreci içerisinde değerlendirilmiş olsa da mesâha ilmi alanında yazıldığı için eserin nazari yönünün ortaya konulması Osmanlı matematik tarihindeki yerinin tespiti için elzemdir.

Bu çalışma *Hediiyetü'l-Mühtedî* eserinin alan ve hacim hesaplamalarına dair temel mesâha konularını ele alan mukaddime ve iki kısmını içeren v. 2a- 87b bölümleri kapsamında yürütülmüştür. Teorik yönü ağır basan bu bölümde mesâha ilminin doğası gereği ölçüm aletleri ve mesafe ölçümü gibi uygulamaya dönük kısımlar da bulunmaktadır.

Belirlenen bölüm kapsamında eserin ilmi yönünü ortaya çıkarma amacıyla eserin tarihi arka planı verilmiş ardından eserin tahkikli metni oluşturularak bu metnin Türkçe tercümesi yapılmıştır. Tercümede metne sadık kalınmış böylece dönemin ilmi dili, mesâha terimleri ve tercüme, telif, şerh bölümlerine dair bilgilerin izi sürülmüştür. Bununla beraber günümüz notasyonu ve terimleri kullanılarak metnin matematiksel değerlendirilmesi yapılmış ve teorik yönü ele alınmıştır. Böylece eserin üretildiği bilim geleneği içerisindeki ilmi yönü etraflica ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Bu alışmanın Osmanlı matematik tarihi alanına katkı sağlayacağı umulmaktadır. Ayrıca eserin mesahanın askeri sahadaki yansımalarını içermesi dolayısıyla çalışmamızın askeri tarih çalışmalarına da ilmi bir katkı olması temenni edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Mesâha, Uygulamalı Geometri, Osmanlı bilimi, Osman b. Abdülmennân, Hediiyetü'l-Mühtedi

ABSTRACT

**Critical Edition, Translation and Mathematical Evaluation
of the Treatise *Hadiyyat al-Muhtadi* (fol. 2a-87b) by Osman b. Abdülmennan**

Osta, Esra Nur

Master's Thesis, Department of History and Philosophy of Science

Advisor: Ass. Prof. Elif Baga

September, 2023

This thesis focuses on a treatise, written by the Belgrade Court translator Osman b. Abdülmennân, which was built in the field of *mesâha* (applied geometry) during the Ottoman-Russian War of 1768-74, is called *Hadiyyat al-Muhtadi* (The Gift of the Convert). Although the translations made from the West and the military renewal process were evaluated within the period in which the work was written, it is essential for the determination of its place in the history of Ottoman mathematics to reveal the theoretical direction of the work because it is written in the field of *mesâha* knowledge.

This study was carried out within the framework of sections 2a-87b, which includes introduction and two main parts of the treatise, which address the basic issues of area and volume calculations. In this part of the book, in addition to the theoretical aspects of *mesâha* there are applied parts in accordance with the nature of this discipline, such as measuring instruments and distance measurement.

After an analyse about historical background, the study presents the critical edition and Turkish translation of *Hadiyyat al-Muhtadi* (fol. 2a-87b). Within the translation of this text the scientific language of *mesâha*, the terminology, and the parts of translation, the authorship and comments are traced. However, using actual notation and terms in mathematics, the mathematical evaluation of the text has been made and the theoretical aspects of the given

sections of the treatise has been addressed. Thus, the scientific direction within the scientific tradition in which the work is produced has been attempted to be addressed.

It is hoped that this study will contribute to the field of Ottoman mathematical history. Since the work contains the reflections of this discipline in the military field, it is assumed that it will also contribute to the field of military history.

Keywords: Mesâha, Applied Geometry, Ottoman science, Osman b. Abdülmennân, Hadiyyat al-Muhtadi

ÖNSÖZ

“Coğrafya, kültür, her şey bizden bir yeni terkip bekliyor;
biz misyonlarımızın farkında değiliz.”

(A. H. Tanpınar, *Huzur*)

Osmanlı bilim tarihi alanında yürütülen çalışmalar tarihimiz ile ve dolayısıyla kendimiz ile kurduğumuz bağın kuvvetlenmesi için umut vericidir. Bu çalışmalar kendini bilme yolunda atılmış bir adımdır. Aynı zamanda ve bu sebeple bu çalışmaların bugüne ve yarına dair de söyleyeceği şeyler vardır. Tanpınar’ın da dediği gibi Osmanlı bilim tarihinde de bir terkip kurmak dünümüze, bugünümüze ve yarınımıza ışık tutabilir.

Bu amaçlalisans sürecimde devam eden bilim tarihi okumalarıma akademik anlamda bir perspektif katmak için bilim tarihi ve felsefesi alanında yüksek lisans süreciyle devam ettim.Yüksek lisans sürecimde matematik lisansım dolayısıyla matematik tarihi alanına yöneldim. Matematiğin çeşitli dalları arasında geometriye her zaman yakın olmuşumdur. Bu tez konusunu belirlerken alana dair yaptığım okumalar ve danışman hocamın çalışmaları vesilesiyle mesâha (uygulamalı geometri) alanına memnuniyetle yöneldim. On sekizinci veya on dokuzuncu yüzyıllarda kaleme alınmış önemli mesâha eserleri arasında seçim yaparken danışman hocamın da yüreklendirmesiyle ansiklopedi maddeleri, bibliyografya eserlerinde ismi çokça geçen ancak hakkında ayrıntılı çalışma yapılmamış *Hediyyetü’l-Mühtedî* eserinde karar kıldım. Eseri onlarca kez okuyup her seferinde yeni bir yönünü keşfetmeye çalıştım, çalıştıkça önceki çıkarımlarımı güncelledim. Bu çalışmayı son haline getirirken de aslında son hali olmamasını temenni ediyorum. Çünkü on sekizinci yüzyıla ve Osman b. Abdülmennân ve eseri *Hediyyetü’l-Mühtedî*’ye dair çalışmaların devam edeceği umudunu taşmaktayım. Bu çalışma da ileriki çalışmalara bir adım olarak görülebilir.

Bu tez çalışmasının hikayesi biraz uzun olsa da sürecin işleminde katkısı olan kurum ve kişileri kısaca zikretmek istiyorum. Öncelikle lisans öğrenimi sürecimde sadece merak düzeyinde ilgilendiğim Bilim Tarihi ve Felsefesi alanına yüksek lisans seviyesinde devam etmemde çok desteğini gördüğüm, hâkim Dr. Esra Aksoy’a ne kadar teşekkür etsem azdır. Henüz Bilim Tarihi ve Felsefesi Bölümü’ne başlamadan evvel tanıştığım sonrasında danışmanım olan kıymetli hocam Doç. Dr. Elif Baga’ya tüm bilgisi ve tecrübesini paylaşması, maddi manevi verdiği her türlü desteği ve örnekliliği için minnettarım. Türkiye’de bilim tarihi ve felsefesi çalışmalarına getirdiği terkip ile alandaki çalışmalara ufuk kazandıran, görüşlerinden ve eserlerinden faydalandığım hem hocamın hocası hem hocam Prof. Dr. İhsan Fazlıoğlu’na teşekkürü borç bilirim. Tezime dair görüşlerini benimle paylaşan Prof. Dr. Tuncay Zorlu’ya da teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışmam İstanbul Medeniyet Üniversitesi Bilim Tarihi bölümü öğretim üyesi Doç. Dr. Elif Baga’nın yürütücüsü olduğu *"Osmanlı Klasik Dönem Matematiğindeki Alan ve Hacim Hesaplama Çalışmalarının Konumu, Nitelikleri, Değeri ve Seyri ile Bunların Mimari ve Askeri Sahalardaki Yansımaları"* (proje no: 119K740) isimli proje kapsamında TÜBİTAK tarafından desteklenmiştir.

Eserin Kütahya Vahid Paşa nüshasını benimle paylaşan Yazma Eserler Kurumu’na, Askeri Müze nüshasını benimle paylaşan Askeri Müze Kütüphanesi’ne ve çalışanlarına, eserin Kandilli nüshasını benimle paylaşan Boğaziçi Üniversitesi Kandilli Rasathanesi Kütüphanesi’ne ve Sn. Tahsin Tahaoğlu’na ve son olarak eserin el-Ezher nüshasını benimle paylaşan Emine Esranur Koç’a teşekkürü borç bilirim.

Eserdeki çizimlerin yeniden oluşturulmasında desteğini gördüğüm proje arkadaşım Özge Nur Baydemir’e ve annem Hanife Aydın’a teşekkür ederim. Ayrıca çalışmada kullandığım içerik tablolarını xmind programıyla oluşturduğumu beyan ederim.

Tez çalışma sürecimde görünür katkısı olmasa da bu çalışmayı bitirmemde önemli figürlerden biri mesleğini ustaca yapan aynı zamanda kalender kişiliğiyle bize her daim yol gösteren kızımın doktoru saygıdeğer Prof. Dr. Adnan Dağçınar’dır. Kendisine bize ayırdığı zaman, tüm emekleri ve desteği için ne kadar teşekkür etsem azdır.

Son olarak her zaman olduğu gibi tez sürecimde de destekçilerim olan anne babama ve kayınvalidem ve kayınbabama ve geniş ailemin her ferdine, hayatımın her alanında desteğini gördüğüm eşim Ahmet Osta'ya teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	VI
ABSTRACT	VIII
ÖNSÖZ	X
İÇİNDEKİLER	XIII
ŞEKİLLER LİSTESİ	XIX
KISALTMALAR	XX
GİRİŞ	1
1 BÖLÜM OSMAN B. ABDÜLMENNÂN VE ESERLERİ	9
1.1 OSMAN B. ABDÜLMENNÂN (ö. ~ 1784)	9
1.2 OSMAN B. ABDÜLMENNÂN'IN ESERLERİ	14
1.2.1 Tercüme-i Kitâb-ı Coğrafya	14
1.2.2 Kitâbü'n-Nebât:	15
1.2.3 İlm-i Ma'rifet'üt-Taktîr:	16
1.3 HEDİYYETÜ'L-MÜHTEDÂ ESERİ	16
1.3.1 Eserin Genel Özellikleri	16
1.3.2 Eserde Tanıtılan Ölçüm Aletleri	21
1.3.2.1 Tabla	21
1.3.2.2 Usturlâb-ı Basît	23
1.3.2.3 Rub'ul-Müceyyeb	24
1.3.3 Eserin Kaynakları	26
1.3.4 Eserin Telif Türü	31
1.3.5 Eser Hakkında Yapılan Çalışmalar	33
1.3.6 Eserin Etki Alanı	34
1.3.7 Eserin Nüshaları	36
1.3.7.1 Tahkikli Metinde Kullanılan Nüshalar	36

1.3.7.2	Diğer Nüshalar	38
2	BÖLÜM MATEMATİKSEL DEĞERLENDİRME	40
2.1	<i>MATEMATİKSEL DEĞERLENDİRMEDE KULLANILAN YÖNTEM:</i>	40
2.2	<i>KISALTMALAR ve NOTASYON:</i>	41
2.3	<i>MATEMATİKSEL DEĞERLENDİRME</i>	41
2.3.1	MUKADDİME	42
2.3.2	BİRİNCİ KISIM: YÜZEYSEL ŞEKİLLER	49
2.3.2.1	BİRİNCİ BÂB: ŞEKİL ÇEŞİTLERİ, ÖZELLİKLERİ VE ALANLARI	49
2.3.2.1.1	Birinci Fasil: Şekillerin Tarifi ve Yüzeysel Şekillerin Çeşitleri	49
2.3.2.1.2	İkinci Fasil: Daire, Daire Elemanları ve Özellikleri	49
2.3.2.1.3	Üçüncü Fasil: Üçgenler	51
2.3.2.1.4	Dördüncü Fasil: Dörtgenler	53
2.3.2.1.5	Beşinci Fasil: Çokgenler	54
2.3.2.1.6	Altıncı Fasil: Ölçü Birimleri ve Ölçüm Aletleri	54
2.3.2.1.7	Yedinci Fasil: Şekillerin Yüzey Alanları	55
2.3.2.1.8	Sekizinci Fasil: Üçgen ve Dörtgenin Alan Hesaplamaları ve Özellikleri	69
2.3.2.1.9	Dokuzuncu Fasil: Düzgün ve Düzgün Olmayan Çokgenler	99
2.3.2.2	BİRİNCİ BÂBA İLAVE: HESAP BİLİMİNDE KULLANILAN SAYILAR VE İŞLEMLER	104
2.3.2.3	İKİNCİ BÂB: MESAFE VE YÜKSEKLİK ÖLÇÜMLERİ	109
2.3.2.3.1	Birinci Makale: İki Konum Arası Mesafenin Bulunması	109
2.3.2.3.1.1	Birinci Fasil: Aralarında Engel Olmadığında İki Konum Arası Mesafenin Hesaplanması	109
2.3.2.3.1.2	İkinci Fasil: İki Konumdan Birine Ulaşılabildiğinde Aralarındaki Mesafenin Hesaplanması	110
2.3.2.3.1.3	Üçüncü Fasil: İki Konuma Ulaşılamadığında Aralarındaki Mesafenin Hesaplanması	112
2.3.2.3.1.4	Dördüncü Fasil: Tabla Aleti ve Kullanımı	113
2.3.2.3.1.5	Beşinci Fasil: Usturlâb-ı Basît Aleti ve Kullanımı	114
2.3.2.3.1.6	Altıncı Fasil: Aralarında Engel Olan İki Konum Arasındaki Mesafenin Hesaplanması	114
2.3.2.3.1.7	Yedinci Fasil: Aralarında Engel Olan ve Birine Ulaşılabilen İki Konum Arasındaki Mesafenin Hesaplanması	116
2.3.2.3.1.8	Sekizinci Fasil: Ulaşımı Mümkün Olmayan İki Konum Arasındaki Mesafenin Hesaplanması	117

2.3.2.3.1.9	Dokuzuncu Fasil: İkidenden Fazla Konum Arasındaki Mesafenin Hesaplanması	119
2.3.2.3.2	İkinci Makale: Uzunluk Hesaplanması	119
2.3.2.3.2.1	Birinci Fasil: Bir Nesnenin Uzunluğunu Tabla Aletiyle Hesaplama	119
2.3.2.3.2.2	İkinci Fasil: Bir Nesnenin Uzunluğunu Usturlâb-ı Basît Aletiyle Hesaplama	120
2.3.2.3.2.3	Üçüncü Fasil: Bir Nesnenin Uzunluğunu Nesnenin Tabanına Ulaşılamadığında Tabla Aletiyle Hesaplama	121
2.3.2.3.2.4	Dördüncü Fasil: Bir Nesnenin Uzunluğunu Nesnenin Tabanına Ulaşılamadığında Usturlâb-ı Basît Aletiyle Hesaplama	122
2.3.2.3.2.5	Beşinci Fasil: Dağın Yüksekliğinin/Maskatul Hacer Hesaplanması	123
2.3.2.3.2.6	Altıncı Fasil: Nesnenin Yüksekliğini Çubuk ile Hesaplama	123
2.3.2.3.2.7	Yedinci Fasil: Nesnenin Zeminine Ulaşılamadığında Yüksekliğini Çubuk ile Hesaplama	124
2.3.2.3.2.8	Sekizinci Fasil: Nesnenin Yüksekliğini Ayna veya Su ile Hesaplama	124
2.3.2.3.2.9	Dokuzuncu Fasil: Nesnenin Zeminine Ulaşılamadığında Yüksekliğini Ayna veya Su ile Hesaplama	125
2.3.2.3.3	Üçüncü Makale: Rub’ul-Müceyyeb İle Mesafe Ve Yükseklik Ölçümü	126
2.3.2.3.3.1	Birinci Fasil: Bir Nesnenin Yüksekliğinin Gölge (Zıl) Yöntemiyle Bulunması	126
2.3.2.3.3.2	İkinci Fasil: Tabanına Ulaşılamayan Nesnenin Yüksekliğinin Gölge Yöntemiyle Bulunması	128
2.3.2.3.3.3	Üçüncü Fasil: Nehir vb. Genişliğinin Gölge Yöntemiyle Bulunması	128
2.3.2.3.3.4	Dördüncü Fasil: Kuyu Derinliğinin Gölge Yöntemiyle Bulunması	129
2.3.2.3.3.5	Beşinci Fasil: Bir Nesnenin Yüksekliğinin Cüyûb Yöntemiyle Bulunması	130
2.3.2.3.3.6	Altıncı Fasil: Tabanına Ulaşılamayan Nesnenin Yüksekliğinin Cüyûb Yöntemiyle Bulunması	130
2.3.2.3.3.7	Yedinci Fasil: Bir Konuma Olan Mesafenin Cüyûb Yöntemiyle Bulunması	131
2.3.2.3.3.8	Sekizinci Fasil: Ulaşımı Mümkün Olmayan İki Konum Arasındaki Mesafenin Cüyûb Yöntemiyle Bulunması	132
2.3.2.4	ÜÇÜNCÜ BÂB: KATI CİSİMLER	133
2.3.2.4.1	Birinci Bahis: Cisimlerin Oluşumu ve Çeşitleri	133
2.3.2.4.1.1	Birinci Fasil: Cismin Tarifi	133
2.3.2.4.1.2	İkinci Fasil: Yüzeyin Dönel Hareketiyle Cisimlerin Oluşması	133
2.3.2.4.1.3	Üçüncü Fasil: Yüzeyin Dikey Hareketiyle Cisimlerin Oluşması	135
2.3.2.4.2	İkinci Bahis: Birinci Bahiste Verilen Cisimlerin Alan ve Hacim Ölçümleri	135

2.3.2.4.2.1	Birinci Fasıl: Küre, Koni ve Silindirin Yüzey Alanı ve Hacimleri	135
2.3.2.4.2.2	İkinci Fasıl: Küp ve Dörtgen Prizmaların Yüzey Alanı ve Hacimleri	137
2.3.2.4.2.3	Üçüncü Fasıl: Üçgen Prizma, Çokgen Prizma ve Piramidin Yüzey Alanı ve Hacimleri	138
2.3.2.4.2.4	Dördüncü Fasıl: Cisimlerin Eşitliği veya Oranları	139
2.3.2.4.2.5	Beşinci Fasıl: Kesik Koni, Kesik Piramit, Kesik ve Oyuk Silindir, Küre Parçası ve Küre Halkasının Hacimleri	140
2.3.2.4.2.6	Altıncı Fasıl: Cisimlerin Açıları ve Düzgün ve Düzgün Olmayan Cisimlerin Hacmi	148
2.3.2.5	BÂBA İLAVE: CİSİMLERİN AÇILIMLARI	148
3	BÖLÜM HEDİYYETÜ'L-MÜHTEDE ESERİNİN TÜRKÇE TERCÜMESİ	153
3.1	TERCÜMEDE KULLANILAN YÖNTEM	153
3.2	TÜRKÇE METİN:	154
3.2.1	MUKADDİME:	155
3.2.2	BİRİNCİ KISIM:	166
3.2.2.1	BİRİNCİ BÂB:	166
3.2.2.1.1	Birinci Fasıl:	166
3.2.2.1.2	İkinci Fasıl:	168
3.2.2.1.3	Üçüncü Fasıl:	170
3.2.2.1.4	Dördüncü Fasıl:	174
3.2.2.1.5	Beşinci Fasıl:	180
3.2.2.1.6	Altıncı Fasıl:	182
3.2.2.1.7	Yedinci Fasıl:	191
3.2.2.1.8	Sekizinci Fasıl:	212
3.2.2.1.9	Dokuzuncu Fasıl:	250
3.2.2.2	BİRİNCİ BÂBA EK:	256
3.2.2.3	İKİNCİ BÂB:	267
3.2.2.3.1	Birinci Makale:	267
3.2.2.3.1.1	Birinci Fasıl:	267
3.2.2.3.1.2	İkinci Fasıl:	269
3.2.2.3.1.3	Üçüncü Fasıl:	271
3.2.2.3.1.4	Dördüncü Fasıl:	272
3.2.2.3.1.5	Beşinci Fasıl:	273
3.2.2.3.1.6	Altıncı Fasıl:	275
3.2.2.3.1.7	Yedinci Fasıl:	277

3.2.2.3.1.8	Sekizinci Fasıl:	278
3.2.2.3.1.9	Dokuzuncu Fasıl:	280
3.2.2.3.2	İkinci Makale:	282
3.2.2.3.2.1	Birinci Fasıl:	282
3.2.2.3.2.2	İkinci Fasıl:	284
3.2.2.3.2.3	Üçüncü Fasıl:	285
3.2.2.3.2.4	Dördüncü Fasıl:	286
3.2.2.3.2.5	Beşinci Fasıl:	287
3.2.2.3.2.6	Altıncı Fasıl:	288
3.2.2.3.2.7	Yedinci Fasıl:	290
3.2.2.3.2.8	Sekizinci Fasıl:	291
3.2.2.3.2.9	Dokuzuncu Fasıl:	292
3.2.2.3.3	Üçüncü Makale:	293
3.2.2.3.3.1	Birinci Fasıl:	293
3.2.2.3.3.2	İkinci Fasıl:	295
3.2.2.3.3.3	Üçüncü Fasıl:	296
3.2.2.3.3.4	Dördüncü Fasıl:	297
3.2.2.3.3.5	Beşinci Fasıl:	298
3.2.2.3.3.6	Altıncı Fasıl:	299
3.2.2.3.3.7	Yedinci Fasıl:	301
3.2.2.3.3.8	Sekizinci Fasıl:	303
3.2.2.4	ÜÇÜNCÜ BÂB:	305
3.2.2.4.1	BİRİNCİ BAHİS:	305
3.2.2.4.1.1	Birinci Fasıl:	305
3.2.2.4.1.2	İkinci Fasıl:	306
3.2.2.4.1.3	Üçüncü Fasıl:	309
3.2.2.4.2	İKİNCİ BAHİS:	313
3.2.2.4.2.1	Birinci Fasıl:	313
3.2.2.4.2.2	İkinci Fasıl:	316
3.2.2.4.2.3	Üçüncü Fasıl:	317
3.2.2.4.2.4	Dördüncü Fasıl:	318
3.2.2.4.2.5	Beşinci Fasıl:	320
3.2.2.4.2.6	Altıncı Fasıl:	327
3.2.2.5	BÂBA İLAVE:	330

4.1	TAHKİKLİ METİNDE KULLANILAN YÖNTEM	335
4.2	TAHKİKLİ METİN	336
SONUÇ		488
KAYNAKÇA		492

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Hediyyetü'l-Mühtedî Zahriye	13
Şekil 2. Hediyyetü'l-Mühtedî Genel İçerik	18
Şekil 3. İkinci Bâb Birinci Makale İçerik.....	19
Şekil 4. İkinci Bâb İkinci Makale İçerik	19
Şekil 5. İkinci Bâb Üçüncü Makale İçerik	20
Şekil 6. Tabla Aleti Çizimi.....	22
Şekil 7. Usturlâb-ı basît Aleti Çizimi.....	24
Şekil 8. Rub'ul-Müceyyeb	25
Şekil 9. Kütahya Vahid Paşa nüshası v. 2a	37
Şekil 10. Askeri Müze nr.3027, v. 2a.....	38

KISALTMALAR

a.g.e.	: adı geçen eser
a.g.m.	: adı geçen makale
a.y.	: aynı yer
bkz.	: bakınız
BOA	: Türkiye Cumhuriyeti Cumhurbaşkanlığı Devlet Arşivleri Başkanlığı Osmanlı Arşivi
çev.	: çeviren
H.	: Hicrî
haz.	: hazırlayan
İSAM	: İslam Araştırmaları Merkezi
IRCICA	: Istanbul Research Centre for Islamic History, Art and Culture (İslam Tarih, Sanat ve Kültür Araştırma Merkezi)
M.	: Miladî
OMLT	: Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi
S.	: sayı
TDV	: Türkiye Diyanet Vakfı
v.	: varak

GİRİŞ

On sekizinci yüzyıl Osmanlı Devleti için bir *muhasebe* ve *yenilenme* dönemi¹. Yüzyılın başlarında Lale Devri'nde kurulan Tercüme Heyeti, matbaanın kurulması, Avrupa'ya sefirlerin gönderilmesi ve askeri kurumsallaşma ve yenilik çabaları dönemin felsefe-bilim dünyasını etkileyen gelişmelerdendir. Bu dönemde Osmanlı felsefe-bilim dünyasında üretilen eserlerin tahkiki yapılmış ve farklı türlerde yeni eserler verilmeye devam edilmiş dolayısıyla mevcut paradigmanın tabiri caizse sınırları zorlanmıştır. Bununla beraber bu döneme kadar çeşitli vasıtalarla karşılıklı iletişim içerisinde olunan Avrupa ile bu dönemde seyyahlar, mühtediler, tercümanlar, uzmanlar gibi çeşitli yollarla daha yakın bir irtibat kurulmaya başlanmıştır. Bu irtibatlar ile sınırların ötesine bir kapı aralanmış ve Avrupa'daki yeni bilime ve teknolojiye farklı bir gözle bakılmıştır.² Yine bu dönemde Avrupa ile kurulan iletişim kapsamında modern bilimin mevcut paradigmaya dahil olduğu eklektik yapıya sahip eserler ortaya çıkmıştır.

Klasik döneme dair incelemeler söz konusu olduğunda *paradigma* kavramı karşımıza çıkar. Thomas Kuhn *Bilimsel Devrimlerin Yapısı* adlı eserinde farklı paradigmalar içerisinde inşa edilen bilimsel yapıları *eşölçülemezlik*(*incommensurability*) kavramı ile ayırır.³ Bu kavramsallaştırma dahilinde klasik bilim anlayışıyla modern bilim anlayışı farklı kavramsal çerçevelere (paradigmalara) dayandığından aralarında farklı ölçekler ile sınırlandırılmış karşılaştırmalar yapılabilse de bütünüyle karşılaştırılmaları mümkün değildir. Bununla beraber farklı medeniyetlerin farklı bilim usulleri olduğu yönündeki yaklaşımlar da bilim tarihinde yerini almıştır.⁴ Bu minvalde bilim ve teknoloji tarihi çalışmalarında belirli bir eserin Avrupa ve Avrupa dışı medeniyetler üzerinden karşılaştırmalı okumasını yapmak söz konusu

¹ Muhasebe ve yenilenme dönemine dair bkz. İhsan Fazlıoğlu, "Muhasebe Dönemi", *İslam Düşünce Atlası*. Erişim 18 Ekim, 2022. <https://www.islamdusunceatlasi.org/pages/muhasebe-donemi/detail>.

² Aykut Kazancıgil, *Osmanlı'da Bilim ve Teknoloji* (İstanbul: Ketebe Yayınları, 2020), 261.

³ Thomas S. Kuhn, *The Structure of Scientific Revolutions*, (The University of Chicago Press, 1996), 148-150; Tim Lewens, *Bilimin Anlamı* (İstanbul: İletişim Yayınları, 2019), çev. Kerem Kaynar, 84.

⁴ Miri Shefer Mossensohn, *Osmanlı'da Bilim: Kültürel Yaratı ve Bilgi Alışverişi*, çev. Kübra Oğuz (İstanbul: Türkiye İş Bankası Kültür Yayınları, 2019), VIII. Ziyaüddin Serdar, *İslam, Bilim ve Kültürel İlişkiler* (İstanbul: Pınar Yayınları, 2011), 191.

eserden ziyade okumayı yapanların tavırları hakkında bir şeyler söyler.⁵ Osmanlı bilim tarihi geleneğinin de *modern* bilim tarihine katkıları kapsamında Avrupa merkezli okumalara tabi tutulması son dönemde yerini Osmanlı'nın anlam-değer dünyasının göz önünde bulundurulduğu ve Osmanlı'nın özne olarak kabul edildiği anlatılara bırakmıştır. Nitekim Osmanlı bilimsel eserlerinin kendi kavramsal çerçevesi ve oluşturulduğu dönemin koşulları içerisinde değerlendirilmesi eserlere dair çalışmaları dakikleştirecektir.

Bilgi üretildiği toplumdan soyutlanmış değildir. Bilimsel bilgi söz konusu olduğunda da aynı durum geçerlidir. Avrupa'da matematikten mekaniğe geçiş sürecinde astronomideki gelişmelerle beraber askeri sahada yapılan çalışmaların katkısı da göz ardı edilemeyecek seviyededir. Top atışı gibi konulara eğilen bilim insanları, alet geliştiren zanaatkarlar ile askeri eğitim kurumlarında okutulan klasik bilimin yeniden yorumlandığı ve yeni tasnifle ve genişletilmiş içerikle verildiği eserler Avrupa'da on sekizinci yüzyıl bilimsel çalışmalarının bir bölümünü oluşturur. Osmanlı bilim geleneği içerisinde yazılmış eserler de her ne kadar eserin konusu olan disiplin esas alınarak incelense de bir insan çabası olarak bu eserlerin içinde üretildikleri toplumdan soyutlanmış oldukları düşünülemez. Osmanlı mesâha ilmi geleneği içerisinde üretilen ve askeri yenileşme sürecinin devam ettiği on sekizinci yüzyılda 1768-74 Osmanlı Rus Savaşı sırasında kaleme alınan bir eserin de hem mesâha ilmi hem de askeri gelişmeler göz önünde bulundurularak değerlendirilmesi uygun olacaktır.

Bu tez çalışmasında odak noktası olarak seçilen söz konusu eser Belgrad Divanı tercümanı Osman b. Abdülmennân el-Mühtedî'nin *Hediyyetü'l-Mühtedî* adlı mesâha (uygulamalı geometri) eseridir. Eserde mesâhanın askeri sahada kullanımına da yer verilmiştir. *Hediyyetü'l-Mühtedî* eseri Osmanlı felsefe-bilim dünyası, Avrupa bilim eserlerinden yapılan tercümeler ve bu tercümelerin nitelikleri, Osmanlı askeri yenileşme çabaları gibi farklı bağlamların kesişiminde bulunmaktadır. Bu esere birçok ansiklopedi maddesinde on sekizinci yüzyıldaki ilmi ve askeri sahadaki

⁵ George Basalla, *Teknolojinin Evrimi*, çev. Cem Soydemir, (Ankara: Doğu Batı Yayınları, 2019), 272.

alışmalar kapsamında yer verilmiştir.⁶ Osmanlı bilim tarihi çalışmalarında başvurulanan bibliyografik eserlerden OMLT'nin giriş kısmında “alışmada Geçen Önemli Bazı Eserler” başlığıyla açılan bölümde sıralanan otuz eser içerisinde *Hediyyetü'l-Mühtedî*eseri de bulunmaktadır.⁷ Ayrıca Almanca ve Fransızca'dan tercüme bölümleri içermesiyle Batı kaynaklarının kullanıldığı eserler arasında da zikredilir.⁸ Farklı açılardan incelenebilecek olan *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserine birçok çalışmada yer verilmekle birlikte esere dair ayrıntılı bir çalışma bulunmamaktadır.

Bu tez çalışmasında *Hediyyetü'l-Mühtedî* eseri mesâha ilminin temel bölümlerini konu alan v. 2a-87b bölümleri kapsamında incelenmiştir. Eserin top atışı, lağım kazımı, balistik gibi çoğunlukla askeri konular içeren hâtime kısmıv. 87b-158b matematik tarihini aşarak askeri tarihe uzanan içeriğiyle çok disiplinli ve uzun soluklu bir araştırmayı gerektirmesi sebebiyle muaf tutulmuştur. Bu kapsamda *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserinin yoğunlukla nazarî kısmına odaklanılmış olacaktır. Bununla beraber incelenen bölümde ölçüm aletleri ve mesafe ölçümlerinin incelendiği uygulamaya yönelik bölümler de bulunmaktadır. Eserin teorik ve pratik bilgiyi bir arada bulundurmasından dolayı döneme dair yazılan eserlerde pratik gayeyle yazıldığı yönünde mevcut yaklaşımların içerisine dahil edilmiş olsa da eserin incelenen bölümü, nazari boyutuyla bu yaklaşımları geçersiz bırakacak bir içerik ile karşımıza çıkmaktadır.

Bu çalışmada yukarıda zikredilen bölümlerin Osmanlı mesâha ilminin temel konuları kapsamında incelenerek ilmî yönünü açığa çıkarmakve eserin amacına yönelik inşa edildiğini ortaya koymak amaçlanmıştır. Bu bağlamda eserin v. 2a-87b kısmının müellif nüshası olduğunu düşündüğümüzVahid Paşave Askeri Müze nüshalarından faydalanarak tahkikli metni oluşturulmuş ve Türkçe tercümesi yapılarak eserin ilmî dili, eserde verilen çizimler, kullanılan terimler ve matematiksel notasyon kullanımına dair bilgiler ortaya çıkarılmıştır. Eserin matematiksel seviyesinin görülebilmesi için tahkik ve Türkçe tercümeyle yetinilmeyip matematiksel değerlendirmesi yapılarak eserin matematiksel içeriği günümüz notasyon ve

⁶Bkz. İhsan Fazlıoğlu, “Mesâha”, *TDV İslam Ansiklopedisi*. Erişim 2 Temmuz, 2023.<https://islamansiklopedisi.org.tr/mesaha>; a.y., “Hendese”, *TDV İslam Ansiklopedisi*. Erişim 2 Temmuz, 2023.<https://islamansiklopedisi.org.tr/hendese#2-osmanli-donemi>.

⁷ Ekmeleddin İhsanoğlu, Ramazan Şeşen, Cevat İzgi, *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi*, ed. Ekmeleddin İhsanoğlu(İstanbul: İslam Tarih Sanat ve Kültür Araştırma Merkezi (IRCICA), 1999), 1: LIX.

⁸a.g.e., 1: LXXXI.

formülleri ile verilmiştir. Bu değerlendirmede eser; mevcut önermeler, eserde kullanılan matematiksel ispat yöntemleri, ölçüm aletleri ve kullanımları, bölümlenmede izlenen tasnif usulü açısından incelenmiştir.

Tarihi bir metin olarak bakıldığında *Hediyyetü'l-Mühtedî*'nin ilmî yönünün de döneminin koşulları içerisinde değerlendirilmesi gerektiğini bir kez daha ifade etmek gerekir. Kuhn'un Aristo'nun Fizik eserini incelerken başta yetersiz gördüğü eserin bir müddet sonra zihninde farklı şekilde sıralanmasıyla bir anlama kavuştuğunu ifade etmesi örneğindeki gibi klasik metinlerin modern bilim *paradigması* içerisinde değerlendirilmesi metne dair birçok hususun gözden kaçırılmasına sebep olur.⁹ Bununla beraber matematiksel değerlendirmenin çıktılarından biri de metni anlaşılır kılmaktır. *Hediyyetü'l-Mühtedî*'nin mezkûr bölümünün matematiksel değerlendirmesinin makul bir zemine oturtulması ise dönemin mesâha ilmi ve askeri gelişmelerine dair bir izahatı gerekli kılar.

İslam Medeniyeti matematik ilimleri matematiğin iki temel nesnesi olan *aded* (süreksiz nicelik, sayı) ve *mikdarın* (sürekli nicelik) etrafında şekillenmiştir. Adedin konu edilmesiyle ilm-i aded (sayılar teorisi), hesap ve cebir ilimleri oluşurken mikdarın konu edilmesiyle hendese ilmi oluşmuştur.¹⁰ Aded ile mikdarın bir arada değerlendirilmesi ise insanın bilme tarzının matematikleşmesinin yolunu açar. Nitekim modern bilimde matematikten mekaniğe geçişin arka planında da sürekli niceliğin atomize edilerek sayılarla ifade edilmesi yatmaktadır.¹¹ Bu noktada ölçümün devreye girmesi söz konusudur. Mesâha ilmi, aded ile mikdar arasında oluşan ve ölçümü esas alan ilim dalıdır. Mesâha ilminde yapılan ilmî ölçüm aynı zamanda dış dünyaya da uygulandığından tatbikî ölçümü içerir.¹² Dolayısıyla mesâha ilmi matematiksel gerçeklik ile fiziksel gerçeklik arasında kurulan bir örüntü olarak da değerlendirilebilir.

Mesâhanın terim anlamı bir araziye bir ölçü birimiyle ölçmek demektir. *İlm-i mesâha* ise çizgi, yüzey ve hacimlerin ölçme yöntemlerini inceleyen ilim dalıdır.¹³ Bu ilimde

⁹Lewens, *Bilimin Anlamı*, 90.

¹⁰ Elif Baga, "Kısa Mesâha Tarihi ve İlk Müstakil Türkçe Mesâha Kitabı: Emrî Çelebi'nin Mecmau'l-Garâib Fi'l-Mesâha Adlı Eseri", *Divan Disiplinler Arası Çalışmalar Dergisi*, c. 26, S. 51(2021/2), 7.

¹¹ İhsan Fazlıoğlu, *Uygulamalı Geometrinin Tarihine Giriş; el-İknâ fi İlmi'l-Misâha* (İstanbul: Divan, 2004), 14.

¹²a.g.e., 22.

¹³ Fazlıoğlu, "Mesâha". <https://islamansiklopedisi.org.tr/mesaha>.

hendesenin konusu olan sürekli nicelikler (mikdar) süreksiz nicelikler (aded/sayı) cinsinden ifade edilir.¹⁴

Mesâha ilmiyükkseklik veya mesafe ölçümü gibi günlük hayattan meselelerde kullanıldığı gibi miras sebebiyle arazi taksimi gibi hukukî konularda, bina, cami, kale inşası gibi mimarî uygulamalarda, harita çizimi, imar planı gibi coğrafya meselelerinde ve atış mesafesi hesaplamaları, tünel/lağım kazımı gibi askeri alanlarda başvurulmuş bir disiplindir.¹⁵

Bir mesâha eserinin içeriğine bakıldığında eserde öncelikle mesaha ilminin tanımı yapılarak konusu ve amacı belirtilir. Ardından mesâhanın incelediği nesneler olan nokta, çizgi, yüzey, cisim, açı gibi terimlerin tarifi yapılır. Eserin müellifinin mensub olduğu matematik okuluna göre bu tariflerin sıralaması ve içeriği değişiklik gösterir.¹⁶ Temel terimlerin tarifi yapıldıktan sonra çizgi, yüzey ve cisimlerin çeşitleri ve tarifleri verilerek tek boyutluların (çizgi, eğri vs.) mikdârı/uzunluğu, iki boyutluların (şekil/yüzey) alan hesaplamaları ve üç boyutluların (katı cisimler) hacim hesaplamaları incelenir. Yazılma amaçlarına ve hacmine göre eserlerin ispat ve örnek içerikleri değişebilir. Bu bölümlere ilaveten dağ yüksekliği ve eğimi, kuyu derinliği gibi günlük hayattan meselelerin çizimleri verilerek işlendiği tatbikî bölümlere de yer verilir.

İslam Medeniyeti içerisinde ayrı bir disiplin olarak oluşan mesâha ilminin doğuşu İslam Medeniyeti teşekkül döneminde 10. yüzyıla kadar götürülebilir. Cebir ilminin kurucu metni kabul edilen ve bu alana dair yazılan ilk müstakil eser olan Hârizmî'nin (ö. 847'den sonra) Kitâbu'l-Cebr ve'l-Mukabele adlı eserinin bir bölümü mesâhaya ayrılmıştır.¹⁷ Aynı yüzyılda Ebû Kâmil Şucâ b. Eslem (ö. ~930) mesâha alanında ilk müstakil eser olan Kitâb fi'l-Misâha adlı eseri kaleme almıştır. Ardından Ebu'l-Vefa Büzcânî (ö. 998), Abdülkahir Bağdadî (ö. 1037-38), İbn Heysem (ö. 1041), İsmail Mardinî (1194-1252), İbn Fellûs gibi isimler bu alanda müstakil eserler vermiştir.¹⁸ Mardinî'den sonraki yaklaşık iki asırlık dönemde Cemşid Kâşî'nin (ö. 1429)

¹⁴ Elif Baga, "Kısa Mesâha Tarihi ve İlk Müstakil Türkçe Mesâha Kitabı: Emrî Çelebi'nin Mecmau'l-Garâib Fi'l-Mesâha Adlı Eseri", *Divan Disiplinler Arası Çalışmalar Dergisi*, c. 26, S. 51(2021/2), 7.

¹⁵ a.g.m., 13.

¹⁶ İhsan Fazlıoğlu, "Mesâha", *TDV İslâm Ansiklopedisi*, c. XXIX (2004), 261.

¹⁷ a.y.

¹⁸ Rukiye Akkaya, "İbn Fellûs'un Dört Matematik Eserinin Tahkik, Tercüme ve Matematiksel Değerlendirmesi" (Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi, 2022), 158.

Miftâhu'l-hüssâb eserinde olduğu gibi mesâha ilmini de kapsayan genel matematik eserleri verilmiştir.¹⁹Yine bu eserlerden olan Nisâburî'nin Eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb eserinin Üçüncü Bâb'ında mesâha konularına yer verilmiştir.²⁰

Osmanlı mesâha geleneği İslam Medeniyeti'nde temelleri kurulan mesâha geleneğinin devamı niteliğindedir ve bu dönemde de mesâhayı konu edinen önemli eserler verilmiştir.²¹Fatih Sultan Mehmet döneminde yazılan müellifi bilinmeyen el-İknâ fi ilmi'l-misâha adlı eser mesâhanın genel içeriğiyle beraber mesâhada görülen nadir problemleri de işleyen bir eserdir.²²Mesâha alanında yazılan ilk müstakil Türkçe eser olarak değerlendirilen Emrî Çelebi'nin Mecmau'l-garâib fi'l-misâha adlı eseri 1560-61 yılında telif edilmiştir.

On sekizinci yüzyıla gelindiğinde matematik alanında ve hususen mesâha alanında verilen eserlerde artış gözlenmektedir.²³Bu dönemde klasik eserlere şerh yazma kültürü devam etmektedir. 17.-19. yüzyıllar arasında medreselerde ders kitabı olarak okutulan Bahâeddin Âmilî'nin (ö. 1662)*Hulâsatü'l-hisâb* adlı eserinin altıncı bâbı mesâha ilmi konularını ve yedinci bâbı geometri konularını işlemektedir. Eserin bu dönemlerde tamamı veya mesâha ve geometri bölümleri şerh edilmiştir.²⁴

On sekizinci yüzyılda devam eden klasik eserlere şerh yazma geleneği yanında Avrupa bilgisinin de göz önünde bulundurulduğu eserlerin kaleme alındığı görülmektedir.²⁵

Bu eserlerden Eğinli Numan Efendi'nin (ö. 1755'ten sonra) Avusturya sınır tayini problemi üzerine geliştirdiği Tabla aletini tanıttığı *Tebyînü A'mali'l-Misâha*(1741)adlı Türkçe eseri on sekizinci yüzyılda Batı kaynaklarından faydalanılarak yazılan eserlerin ilki olarak kabul edilir.²⁶ Avrupa kaynaklarında *plane table* olarak geçen *Tabla* aleti o dönemde Osmanlı'ya ilk kez bu eserle tanıtılmıştır.

¹⁹ Baga, “Kısa Mesâha Tarihi ve İlk Müstakil Türkçe Mesâha Kitabı: Emrî Çelebi'nin Mecmau'l-Garâib Fi'l-Mesâha Adlı Eseri”, 17.

²⁰ Nizâmeddin en-Nisâbûrî, eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb, haz. Elif Baga, (İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2020), 86-97.

²¹ Osmanlı matematik geleneği kavramının temellendirilmesi için bkz. Baga, “Kısa Mesâha Tarihi ve İlk Müstakil Türkçe Mesâha Kitabı: Emrî Çelebi'nin Mecmau'l-Garâib Fi'l-Mesâha Adlı Eseri”, 7.

²² Fazlıoğlu, “Mesâha”.<https://islamansiklopedisi.org.tr/mesaha>.

²³ İhsanoğlu vd., *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi*, LXXXIV, XCIII.

²⁴ İhsan Fazlıoğlu, “Hulâsat'ül-hisâb”, *TDV İslam Ansiklopedisi*. Erişim 2 Temmuz, 2023.<https://islamansiklopedisi.org.tr/hulasatul-hisab>.

²⁵ Mustafa Kaçar, Tuncay Zorlu, Burak Barutçu vd., *İstanbul Teknik Üniversitesi ve Mühendislik Tarihimiz*, ed. Mehmet Karaca, (İstanbul 2012), 21.

²⁶ Fazlıoğlu, “Mesâha”. <https://islamansiklopedisi.org.tr/mesaha>.

Mühendishane hocalarından olan Beyşehirli Müftüzâde Mehmed Said Efendi'nin de mesâha alanında eserleri bulunmaktadır. *Pergar-ı Nisbenin İmali ve Bazı Burhanı, Risaletü'l-misaha* (1741) ve *Risale-i Sinüs li-mesahati'l-budeserlerinde* pergar-ı nisbe, tabla, müselles aletlerini tanıtmaktadır.²⁷

Osman b. Abdülmennân'ın *Hediyyetü'l-Mühtedî* adlı eseri de Avrupa kaynaklarından faydalanılarak yazılan eserlerdendir. Bu eser teorik yönü ağır basan bir eser olmakla birlikte eserde uygulamada kullanılan birçok ölçüm aleti tanıtılmakta ve kullanımları açıklanmaktadır. Bununla beraber mesâha ilminin askeri sahadaki kullanım alanlarına dair kapsamlı bir bölümü bulunmaktadır. *Hediyyetü'l-Mühtedî* eseri söz konusu askeri içeriği dolayısıyla askeri yenileşme çabalarının içerisinde de değerlendirilmektedir.

Dönemin askeri yenileşme sürecine bakılırsa, Osmanlı Devleti ile Avrupa arasındaki *teknolojik diyalog* on sekizinci yüzyıla değin farklı milletlerden bilginler, demirciler, mühendisler, tersane işçileri ile devam ettirilegelmiştir.²⁸ 17. yüzyılın sonlarında yaşanan askeri yenilgiler sonrasında askeri sahada yenileşme çabaları görülmeye başlanmıştır. 18. yüzyılın başlarında Lale Devri'nde askeri sahada eserler verildiği görülmektedir. Lale Devri'nde askeri sahada verilen ilk eser olarak nitelendirilen Bayramoğlu Ali Ağa'nın *Ümmü'l-Gazâ* adlı eseri savaş tekniklerini konu almaktadır.²⁹

On sekizinci yüzyılda Avrupa'da askeri eğitim kurumları ve mühendislik okulları kurulmaya başlanmıştır.³⁰ Osmanlı'da ise Bonneval Ahmet Paşa'nın (ö. 1747) katkısıyla Humbaracı Ocağı içerisinde 1735'te kurulan Hendesehane ile askeri eğitimde kurumsallaşma süreci başlatılmış olur.³¹ Bu dönemde Mustafa ibn İbrahim Bonneval Ahmet Paşa'nın derslerinden faydalanarak *Fenn-i Humbara* adlı eseri kaleme almıştır. Eserde mesâha konuları kısaca bir başlık altında aktarılmış ve askeri

²⁷ İhsanoğlu, vd., *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi*, 212-214.

²⁸ Gabor Agoston, *Osmanlı'da Strateji ve Askeri Güç* (İstanbul: Timaş Yayınları, 2019), 142; Kaçar, *İstanbul Teknik Üniversitesi ve Mühendislik Tarihimiz*, 30.

²⁹ Bayramoğlu Ali Ağa, *Ümmü'l-Gazâ Harp Sanatı ve Aletleri*, haz. Salim Ayduz, (İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2013).

³⁰ Agoston, a.g.e., 211.

³¹ Mustafa Kaçar, "Osmanlı Devleti'nde Mühendishânelerin Kurulması ve Bilim ve Eğitim Anlayışındaki Değişmeler", (Doktora tezi, İstanbul Üniversitesi, 1994), 16.

konuların içerisinde ara ara yer verilmiştir. Eserde atış aletleri yanında ölçüm aletlerine de değinilmiş, bu aletlerin kullanımlarına dair bilgilere yer verilmiştir.³²

Hendesehane'nin kurulması ile askeri eğitimde kurumsallaşma çabaları başlamış olsa da on sekizinci yüzyılda bu kurumların düzenli olarak işletilmesi mümkün olmamıştır. Yabancı uzmanlar süreci Baron de Tott ile devam etmiştir. 1768-74 Osmanlı-Rus Savaşı sırasında Osmanlı donanmasında vazifelendirilmiştir. Ancak savaş büyük bir yenilgiyle neticelenmiştir. 1773'te Baron de Tott'un öncülüğünde Hasköy'de Topçu Mektebi kurulmuştur. 1775'te Riyaziye Mektebi kurularak tersane içerisinde eğitimler verilmiştir. Yüzyılın sonlarında III. Selim'in Nizamnamesiyle mühendishaneler canlandırılmaya çalışılmıştır.³³

Buraya kadar mesâha ilmi geleneği ve 18. yüzyılda mesâha ilmine dair gelişmeler ile askeri sahadaki yeniliklere ve bu alanda verilen eserlere değinildi. *Hediyyetü'l-Mühtedî*'nin yazıldığı döneme dair çizilen bu çerçeve içerisinde eserin müellifi Osman b. Abdülmennân'ın kalemini tanımak için esere bir adım daha yakınlaşmak gerekir. Dolayısıyla Osman b. Abdülmennân'ın hayatı ve eserleri incelenmeye başlanabilir.

³² Mustafa ibn İbrahim, *Fenn-i HumbaraHumbara ve Ateşli Silahlar*, haz. Şamil Kul, Salim Ayduz, (İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2015), 58-62, 69, 73, 80, 148-158.

³³Kemal Beydilli, "Mühendishâne-i Bahrî-i Hümayun", *TDV İslam Ansiklopedisi*. Erişim 30 Haziran 2023.<https://islamansiklopedisi.org.tr/muhendishane-i-bahri-i-humayun>.

1 BÖLÜMOSMAN B. ABDÜLMENNÂN VE ESERLERİ

1.1 OSMANB. ABDÜLMENNÂN (ö. ~ 1784)

Bilim tarihi alanında birçok çalışmada ismine ve eserlerine atıf yapılan Osman b. Abdülmennân'ın hayatına dair ulaşılan bilgiler kısıtlı kalmıştır. Bu bölüm bu kısıtlı bilgilerin oluşturduğu ihtimaller üzerinden kurulan Osman b. Abdülmennân'ın hayatına dair bir inşa çabası olarak görülebilir.

Osman b. Abdülmennân İslam dinini benimsedikten sonra Osman ismini almıştır. Bir çalışmada bu ismi Osmanlı Devleti'ne bağlılığını göstermek amacıyla aldığı ifade edilmektedir. Ancak buna dair bir kaynak belirtilmemiştir. Aynı çalışmada Osmanlı'da sonradan Müslüman olan kişilerin künye olarak “Allah'ın kulu” manasındaki isimleri kullandıkları belirtilmiştir. Osman b. Abdülmennân da künye olarak Abdülmennân ve Abdurrahman isimlerini kullanmıştır. Bazı eserlerinde ismi Osman b. Abdurrahman olarak geçmektedir.³⁴

Osman b. Abdülmennân'ın Alman, Macar veya Boşnak asıllı olduğu düşünülmektedir. Eserlerinde Almanca'dan çeviri yaptığı, Belgrad Divan tercümanlığı vazifesinde Avusturya ve Alman heyetlerini karşıladığı bilinmektedir. Bununla beraber Kitâbü'n-Nebât eserine dair yapılan bir çalışmada bitkilerin Arapça, Türkçe, Latince, Yunanca yanında Boşnakça karşılıklarının verildiği görülmektedir.³⁵Bu sebeple Boşnak olduğu düşünülmektedir.³⁶ Bununla beraber Osman b. Abdülmennân'ın vefat haberine dair bulunan bir gazete yazısında Almanya doğumlu olduğu ve vefatından duyulan üzüntünün zikredilmesi dolayısıyla

³⁴ Mustafa Koç, “Pedanius Dioscorides'in Hyles latrikes'i, Andrea Mattiholi'nin Materia Medica'sı ve Türkçe çevirisi Kitâbü'n-Nebât”, *1.İslam El Yazmaları Sempozyumu Bildiriler Kitabı*, (İstanbul, TÜRÇEK, 2009), 145.

³⁵ Kamile Hasar, “Osman bin Abdurrahman'ın Kitâb'un-Nebât'ı (Giriş-Gramer İncelemesi-Metin-Sözlük-Tıpkıbasım)” (Yüksek Lisans Tezi, Fatih Üniversitesi, 2009), 9.

³⁶ M. Tayyib Okiç, “Hadiste Tercüman”, Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi 14 S. 1 (1966): 35.

kendisinin Alman kökenli olması ihtimali ön plana çıkmaktadır.³⁷ Bunun üzerine 1717 yılından sonra Belgrad'a yerleşen ve Belgrad tekrar Osmanlı Devleti tarafından fethedilince Belgrad'da kalmayı tercih eden bir aileye mensup olabileceği söylenmiştir.³⁸ O halde Boşnakçayı da daha sonra öğrendiği veya Boşnakça bir eserden faydalandığı düşünülebilir.

Osmanlı'da 15. yüzyıl itibariyle tercümanların divanlarda görev aldığı bilinmektedir. Batı dillerinden çeviri yapan ilk tercümanlar Yahudiler ve Hristiyanlardan seçilmiştir. Bununla beraber 18. yüzyılın ortalarına kadar Avrupa'da doğup Osmanlı'da yaşayan mühtediler de tercümanlık müessesesinde yer almışlardır.³⁹ Osmanlı'da mühtedilerin farklı alanlarda destek gördükleri, yeri geldiğinde para yardımı aldıkları ve/veya yeterliliklerine göre devlette bir vazifeye getirildikleri bilinmektedir.⁴⁰ Osman b. Abdülmennân'ın bu usûl ile Belgrad Divanı'nda çalışmaya başlaması ihtimal dahilindedir. Ancak bu durum sebep değil sonuç olarak değerlendirilebilir. Nitekim mühtediler söz konusu olduğunda yapılan çıkarımlardan biri olan görünürde Müslüman olsa da aslında gayrimüslim inanışlarını devam ettirdiği yönündeki ifadeler herhangi bir kaynağa dayandırılmadığı müddetçe yalnızca yorum olarak görülmelidir.⁴¹ Osman b. Abdülmennân'ın Belgrad Divanı'nda çalışması, Köprülü Hafız Ahmet Paşa'nın güvenini kazanmış olması, eserlerinde Almanlardan "küffar" veya "ehl-i nasara"⁴² olarak bahsetmesi, Kitâbu'n-Nebât eserinin bağüzümü bahsinde içkinin haram olmasını açıklaması, *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserinde Allah'ın onu hidayete erdirdiğini ifade etmesi bunun aksini gösteren ilk bakışta

³⁷ Mahdi Abdeljaouad, Pierre Ageron ve Mahmoud Shahidy, "Émergence d'un savoir mathématique Euro-Islamique : L'Offrande du converti pour ranimer la flamme éteinte", *Philosophia Scientiae* c. 20 S. 2 (2016), 10.

³⁸ Osman b. Abdülmennân, *Tercüme-i Kit'ab-ı Coğrafya XIII. Yüzyılda Dünya Coğrafyası*, haz. Sadullah Kaya, Şerife Boz Kaya (İstanbul, Türkiye Yazma Eserler Kurumu, 2021), 26.

³⁹ Bilgin Aydın, "Divan-ı Hümayun Tercümanları ve Osmanlı Kültür ve Diplomasisindeki Yeri", *Osmanlı Araştırmaları*, XXIX (İstanbul, 2007), 43.

⁴⁰ Bilgehan Şahin, "Osmanlı Devleti'nde Mühtedilere Yapılan Yardımlar 1800-1850", *Apjirc.* 7 S. 1 (2023), 46.

⁴¹ Abdeljaouad, vd., "Émergence d'un savoir mathématique Euro-Islamique : L'Offrande du converti pour ranimer la flamme éteinte", *Philosophia Scientiae*, 10. Benzer bir çıkarım için; Şahin, "Osmanlı Devleti'nde Mühtedilere Yapılan Yardımlar 1800-1850", 38.

⁴² Ehl-i Nasara, Nasara Hristiyanlar için Kur'an-ı Kerim'de geçen bir ifadedir. bkz. Kur'an-ı Kerim (5,18). Erişim 5 Ağustos 2023. <https://kuran.diyanet.gov.tr/tefsir/M%C3%A2ide-suresi/687/18-ayet-tefsiri>.

sıralanabilecek sebepler olarak zikredilebilir.⁴³ Ayrıca yukarıda zikredildiği gibi o dönemde divanlarda gayrimüslim tercümanlar da vazife almaktaydı.⁴⁴ Dolayısıyla görünüşte Müslüman olmasından ziyade Osman b. Abdülmennân'ın müslümanlığı benimsemiş olduğu çıkarımını yapmak yerinde olacaktır.

Osman b. Abdülmennân'ın tercümanlık vazifesine dair bazı kayıtlar mevcuttur. 1749-51 yıllarında Belgrad Divanı ikinci tercümanı olarak görev almıştır.⁴⁵ 1751'deki ilk eserinde kendisini Belgrad Divanı ikinci tercümanı olarak tanıtır.⁴⁶ Sonraki yıllarda başmütercim olmuştur.⁴⁷ Belgrad'a gelen diplomatik heyetlerin resmî görüşmelerinde tercümanlık yapmıştır. 20 Nisan 1774'te Semlin bölge komutanı Sturm baronuna haber ulaştırmak için Sava Nehri'ni geçtiği, ardından 8 Ekim'de iki kişiyi karşıladığı Alman arşiv kayıtlarında bulunmaktadır. Yine 9 Ağustos 1779'da İstanbul'a giden Avusturya elçisi Baron de Hertberg'i Belgrad'da karşılamıştır. Muhtevası bilinmemekle beraber 1770'lerin sonuna kadar İmparatoriçe Maria Theresia'nın valileriyle mektuplaştığı bilinmektedir. Bu vesileyle de Almanca'ya hakimiyeti ve kültürlü olmasının takdir edildiği ifade edilir.⁴⁸

Osmanlı Arşivi'nde Osman b. Abdülmennân'ın hayatta olduğu tarihler esas alınarak yapılan taramada bulunan kayıtlar ise şu şekildedir:

1. “Bosna eyaletinde Köprülüzade'nin Divan Efendisi Osman Efendi'ye Köstendilli Şeyh Ali Efendi tarafından istitafi havi. a.g.tt” H-29-12-1165⁴⁹
2. “Belgrad Kalesi Tercümanı Osman'ın yevmi kırk akça yevmiyesinin Belgrad cizyesinden alındığı” H-07-05-1176⁵⁰
3. “Belgrad Kalesi Tercümanı Osman Efendi'ye mahsus vazife müterakiminin alındığı. G.tt” H-29-08-1177⁵¹

⁴³ Ayrıntılı örnekler için: Osman b. Abdülmennân, *Tercüme-i Kit'ab-ı Coğrafya XIII. Yüzyılda Dünya Coğrafyası*, 26; Mustafa Koç, “Pedanius Dioscorides'in Hyles Iatrikes'i, Andrea Mattiholi'nin Materia Medica'sı ve Türkçe çevirisi Kitâbu'n-Nebât”, 152-153.

⁴⁴ Aydın, “Divan-ı Hümayun Tercümanları ve Osmanlı Kültür ve Diplomasisindeki Yeri”, 57-59.

⁴⁵ Ramazan Şeşen, “Belgrad Divanı Tercümanı Osman b. Abdülmennân ve Tercüme Faaliyetindeki Yeri”, *Tarih Enstitüsü Dergisi*, S. 15 (İstanbul 1997), 306.

⁴⁶ Osman b. Abdülmennân, *Hediyetü'l-Mühtedî*, Askeri Müze Ktp. nr. 3027, v. 158b.

⁴⁷ a.g.e., v. 158b.

⁴⁸ Osman b. Abdülmennân, *Tercüme-i Kit'ab-ı Coğrafya XIII. Yüzyılda Dünya Coğrafyası*, 28.

⁴⁹ Türkiye Cumhuriyeti Cumhurbaşkanlığı Devlet Arşivleri Başkanlığı Osmanlı Arşivi (BOA), C..DH., 281, 14032.

⁵⁰ BOA, C..DH., 281, 14032.

⁵¹ BOA, C..AS::, 740, 31088.

4.“Belgrad Tercümanı Osman’ın bir senelik mütedahil yevmiyelerinin aldığına dair makbuz.” H-11-07-1179⁵²

Yukarıdaki bilgilere göre Osman b. Abdülmennân’ın hayatının uzun bir döneminde Belgrad’ta tercümanlık vazifesinde bulunduğu anlaşılmaktadır.

Osman b. Abdülmennân’ın eğitim hayatına dair ipuçları tercümanlık vazifesi ile eserlerinden yola çıkılarak sahip olabileceği donanım üzerinden yorumlanmıştır. Osman b. Abdülmennân Köprülü Hafız Ahmet Paşa’nın teşvikiyle ilmi çalışmalara yönelmiştir. Bu çalışmalarda Avrupa kaynaklarından da faydalanmış, tercümeler yapmıştır. Hakkında yapılan bir çalışmada tüccarlar aracılığıyla Viyana, Leipzig veya Breslau’dan Almanca kitaplar getirttiği ifade edilmiştir.⁵³ Coğrafya, botanik ve eczacılık alanlarında kaleme aldığı üç eserini Türkçe olarak telif etmiştir. 1768-74 Osmanlı-Rus Savaşı sırasında alanda ihtiyaç olduğunu düşünerek geometri ve balistik alanındaki *Hediyetü’l-Mühtedî* adlı eserini ise Arapça olarak kaleme almıştır. Tercümelerini yalnızca Almanca’dan değil Latince ve Fransızca’dan da yapmıştır. Bu bilgiler vesilesiyle bir tercüman olarak dil öğrenmeye açık olduğu ve Almanca, Arapça, Boşnakça, Fransızca ve Latince dillerini bildiği anlaşılmaktadır. İlmî donanımına dair ulaşılan bir kaynak olmasa da eserleri dolayısıyla ilim tahsil ettiği düşünülmektedir.⁵⁴ Farklı alanlarda bulunan eserleri dolayısıyla ilmî donanıma sahip entelektüel bir kişiliği olduğu söylenebilir.

OMLT’de Humbaracı Ocağı hocalarından Osman b. Abdullah’ın Osman b. Abdülmennân olduğu söylenmektedir.⁵⁵ Ancak Osman b. Abdullah’a atıf yapılan kaynakta 1735 senesinde *hoca-yı muallim* olduğu ifade edilir.⁵⁶ Bu tarihte Osman b. Abdülmennân’ın vazifesine ve hatta Müslüman olup olmadığına dair bir kayda ulaşılamamıştır. Her ne kadar *Hediyetü’l-Mühtedî* eseri dolayısıyla mühendishane hocalığına yakıştırılsa da incelemelerimiz sırasında Osman b. Abdülmennân’ın hocalık yaptığına dair bir kayıt bulunamamıştır.

⁵² BOA, C..DH.. 309, 15428.

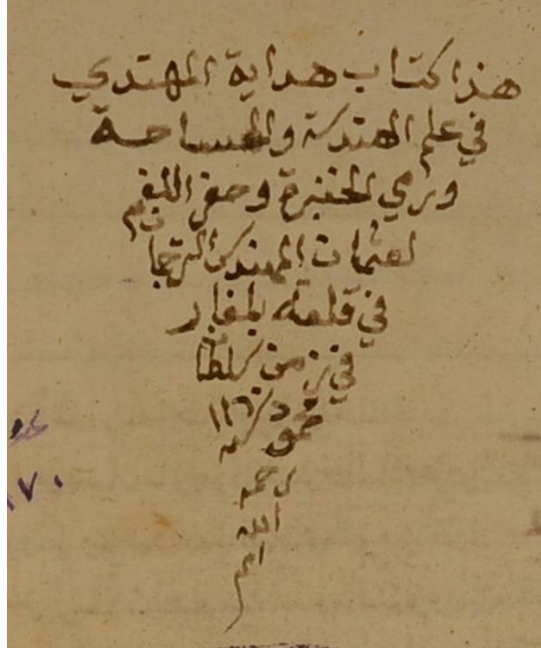
⁵³ Abdeljaouad, vd., “Émergence d’un savoir mathématique Euro-Islamique : L’Offrande du converti pour ranimer la flamme éteinte”, 10.

⁵⁴ Şeşen, “Belgrad Divanı Tercümanı Osman b. Abdülmennân ve Tercüme Faaliyetindeki Yeri”, 306.

⁵⁵ İhsanoğlu, vd., *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi*, 244. Ramazan Şeşen Mühendishanenin ilk hocalarından olarak söz etmektedir. Şeşen, “Belgrad Divanı Tercümanı Osman b. Abdülmennân ve Tercüme Faaliyetindeki Yeri”, 306.

⁵⁶ Kaçar, “Osmanlı Devleti’nde Mühendishanelerin Kuruluşu ve Bilim ve Eğitim Anlayışındaki Değişmeler”, 32.

Osman b. Abdülmennân'ın mesleki hayatına dair ulaşılan son bilgi ise *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserinin Mısır el-Ezher ve Princeton nüshalarının zahriye kısmında "...Sultan Mahmut zamanında Bulgar/Belgrad⁵⁷ Kalesi'nde Mühendis olan Osman b. Abdülmennân..." yer alan ifadedir.⁵⁸ Bu ifadeden Osman b. Abdülmennân'ın 1730-54 yılları arası bir zaman diliminde mühendislik yaptığı anlaşılmaktadır. Bu bilgi dolayısıyla mühendislik vazifesi ve mühendishane hocalığı daha ayrıntılı olarak incelenebilir.



Şekil 1. *Hediyyetü'l-Mühtedî* Zahriye⁵⁹

Yukarıda zikredilen gazete vefat haberinde Osman b. Abdülmennân'ın 72 yaşında vefat ettiği belirtilmiştir. Bu bilgiler ışığında vefat tarihi 19 Ekim 1784 olarak ve doğum yılı yaklaşık 1713 olarak verilmektedir.⁶⁰ Ancak bazı kaynaklarda vefat tarihi 1785 olarak da geçmektedir.⁶¹

⁵⁷ Tarafımızdan Bulgar olarak okunmuş ancak bir çalışmada Belgrad olarak ifade edilmiştir. Abdeljaouad, vd., "Émergence d'un savoir mathématique Euro-Islamique : L'Offrande du converti pour ranimer la flamme éteinte", 10.

⁵⁸ Osman b. Abdülmennân, *Hediyyetü'l-Mühtedî*, Princeton İslam Yazmaları nr. 162, v. 1b.

⁵⁹ Bu notta eserin adı *Hidâyetü'l-Mühtedî* şeklinde ifade edilmiştir. Osman b. Abdülmennân, *Hediyyetü'l-Mühtedî*, El-Ezher Kütüphanesi, 133436 (mühendislik 169) v. 1b.

⁶⁰ Mahdi Abdeljaouad ve Pierre Ageron, "Eastern and Western Instruments in Osman Efendi's Hadiyyat al-Muhtadi (The Gift of the Convert), 1779", *Scientific Instruments Between East and West*, (Boston, Brill, 2019), 18.

⁶¹ Tercüme-i Kitabı Coğrafyada 1785 olarak ifade edilir. Osman b. Abdülmennân, Tercüme-i Kit'ab-ı Coğrafya XIII. Yüzyılda Dünya Coğrafyası, 25.

Sonuç olarak Osman b. Abdülmennân'ın Belgrad Divanı'nda katiplik yapmış, uzun yıllar ilmi eserler kaleme almış ve eser seçiminde dönemin ihtiyaçlarını göz önünde bulunduran entelektüel bakış açısına sahip bir alim ve tercüman olduğu söylenebilir. Hayatının büyük bölümü aydınlatılamamış olsa da Osman b. Abdülmennân arkasından birer kandil olarak ilmi eserlerini bırakmıştır.

1.2 OSMAN B. ABDÜLMENNÂN'IN ESERLERİ

Osman b. Abdülmennân Belgrad Divanı tercümanlığı vazifesini sürdürürken Köprülü Hafız Ahmet Paşa tarafından ilmi çalışmalar yapması hususunda teşvik edilmiştir. Osmanlı'nın Avrupa'daki topraklarından olan Belgrad'da mühtedi bir tercüman olarak hayatını sürdüren Osman b. Abdülmennân yaşadığı coğrafyanın çeşitliliği ve kendisinin entelektüel kişiliğini yansıtan eserler kaleme almıştır. Eserleri telif tarihine göre şu şekilde sıralanabilir:⁶²

- Tercüme-i Kitâb-ı Coğrafya (1751),
- Kitâbü'n-Nebât (1770),
- Hediyyetü'l-Mühtedî (1779),
- İlm-i Marifetü't-Taktîr (1782).

Bu bölümde yukarıdaki eserlerin üçü hakkında bilgi verildikten sonra bir sonraki bölümde çalışmanın odağı olan *Hediyyetü'l-Mühtedî* eseri ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

1.2.1 Tercüme-i Kitâb-ı Coğrafya

Osman b. Abdülmennân'ın ilk telif eseri *Tercüme-i Kitâb-ı Coğrafya* 18. yüzyıl dünya coğrafyasına dair bir eserdir. Kaynaklarda Bernhard Varenius (ö.1650)'ün *Geographia Generalis* adlı eserinin tercümesi olarak geçmektedir.⁶³ Ancak metnin araştırıldığı ve transliterasyonunun yapıldığı çalışmada, Osman b. Abdülmennân'ın Johann Hübner'in *Kurtze Fragen Aus der Neuen und Alten Geographie* (Yeni ve Eski Coğrafyadan Kısa Sorular) adlı eserini tercüme ettiği ifade edilmektedir. Müellif,

⁶²Şeşen, "Belgrad Divanı Tercümanı Osman b. Abdülmennân ve Tercüme Faaliyetindeki Yeri", 306-307.

⁶³a.g.m., 307. Konstantinos Thanasakis, *The Ottoman Geographer Osman b. Abdülmennân and His Vision of the World in Tercüme-i Kitâb-ı Coğrafya* (ca. 1749-1750), (Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi, 2006), s1.

Almanca'dan Türkçe'ye yaptığı tercümesini H. 10 Safer 1165 / M. 29 Aralık 1751'de tamamlamıştır.⁶⁴

Eserin nüshaları şu şekildedir:

- a) Süleymaniye Yazma Eser Ktp., Köprülü Hacı Ahmet Paşa, nr. 175
- b) Süleymaniye Yazma Eser Ktp., Esad Efendi, nr. 2041
- c) Topkapı Sarayı Müzesi Ktp., Emanet Hazinesi, nr. 1448⁶⁵

1.2.2 Kitâbü'n-Nebât:

Bu eser, Osman b. Abdülmennân'ın eser çevirme konusunda yine Köprülü Hacı Hafız Ahmed Paşa tarafından teşvik edilerek yaptığı tıbbi botanik alanında bir tercüme çalışmasıdır. Hekim Pietro Andrea Mattioli'nin Dioscorides'in *Materia Medica* eserine yaptığı şerhin Latince'den tercümesini yaptığı eserinde Osman b. Abdülmennân yazarın bazı bitkileri yeteri kadar bilmediğini belirterek yeri geldiğinde düzeltmeler, eklemeler yaptığını belirtmiştir.⁶⁶ *Kitâbü'n-Nebât* eserini 1770'te tamamlayan Osman b. Abdülmennân, o dönemde patlak veren 1768-74 Osmanlı-Rus Savaşı sırasında geometri ve askeri uygulamalar alanında bir eser yazmaya başlamış ve *Kitâbü'n-Nebât* eserini ancak 1777'de Hafız Ahmet Paşa vefat ettikten sonra temize çekebilmiştir. Eserini Osmanlı-Rus Savaşı'nda sadaret kaymakamlığı yapan ve Belgrad muhafızlığında da bulunan Melek Mehmed Paşa'ya sunmuştur.⁶⁷

Eserin nüshaları şu şekildedir:

- a. Süleymaniye Yazma Eser Ktp., Yazma Bağışlar, nr. 3242
- b. Süleymaniye Yazma Eser Ktp., Hacı Mahmud, nr. 5505
- c. Süleymaniye Yazma Eser Ktp., Reşid Efendi, nr. 709
- d. İstanbul üniversitesi TY, nr. 1221
- e. Beyazıt Ktp., Veliyyüddin Efendi, 2486
- f. Cerrahpaşa Tıp Tarihi, 19/1
- g. Kütahya Tavşanlı Zeytinoğlu İlçe Halk Ktp., nr. 417

⁶⁴Osman b. Abdülmennân, *Tercüme-i Kit'ab-ı Coğrafya XIII. Yüzyılda Dünya Coğrafyası*, 30.

⁶⁵a.g.e., 32-34.

⁶⁶Şeşen, "Belgrad Divanı Tercümanı Osman b. Abdülmennân ve Tercüme Faaliyetindeki Yeri", 306.

⁶⁷Koç, "Pedanius Dioscorides'in Hyles latrikes'i, Andrea Mattioli'nin *Materia Medica*'sı ve Türkçe çevirisi *Kitâbü'n-Nebât*", 145.

1.2.3 İlm-i Ma'rifet'üt-Taktîr:

Osman b. Abdülmennân'ın 19 Muharrem 1196(4 Ocak 1782) tarihinde Almancadan tercümesini tamamladığı eserinde çeşitli bitkilerden damıtma yoluyla ilaç yapımı konu edilmektedir. Eserin asıl metni için Avusturyalı hekim Berkhardos ve Gottfried Heinrich Burghart'ın isimleri verilmektedir.⁶⁸ Osman b. Abdülmennân bu esere daha sonra *Zamâi'mü Kitâbi Ma'rifeti't-Taktîr* adıyla ilave yapmıştır. Bu eserin de Burghart'ın kitabının ekinin tercümesi olduğu söylenmektedir.⁶⁹ Eserin bir nüshası Saray Bosna Şarkiyat Enstitüsü Ktp., nr. 608'de bulunmaktadır.⁷⁰

1.3 HEDİYYETÜ'L-MÜHTEDÎ ESERİ

1.3.1 Eserin Genel Özellikleri

Osman b. Adülmennân 1768-74 Osmanlı-Rus Savaşı sırasında yazmaya devam ettiği *Kitâbu'n-Nebât* eserine ara vererek arkadaşlarının tavsiyesiyle geometri ve harp sanatına dair bir eser yazmaya başlamıştır.⁷¹ Osmanlı'daki askeri olaylara bilimsel ve teknik bir katkı sağlayan bu eserini bir devlet büyüğüne ithaf etmemiş ve eserin adını “Allahu Teala'nın İslam şerefiyle şereflendirdiği” (*Mühtedî'nin Hediyesi*) *Hediyyetü'l-Mühtedî* olarak adlandırmıştır.⁷² Eseri 1770-1774 yılları arasında tamamlamış, sonrasında H. 1193/ M. 1779'da temize çekmiştir. Eserin sonunda Almanca ve Fransızcadan Arapçaya tercüme yaptığını ifade etmiştir.⁷³ Müellif eserin giriş kısmında metin içerisinde tercüme kısımlara ilaveten gerek gördüğü yerde açıklamalar yaptığını ve dönemin mühendisleri arasında tedavülde olan güncel bilgileri aktarırken eklemeler ve/veya çıkartmalar yaptığını ifade etmiştir. Bu açıdan eserin tercüme-telif-şerh niteliğinde olduğu düşünülmektedir.

Müellif eseri yazma amacını giriş kısmında kısaca belirtmiştir. Mesâha ilminde mütekaddiminden incelediği risalelerde hendese alanında kullanılan yöntemlere müteahhirîn eserlerinde ilaveler yapıldığını, mesâha alanındaki eserleri

⁶⁸Şeşen, “Belgrad Divanı Tercümanı Osman b. Abdülmennân ve Tercüme Faaliyetindeki Yeri”, 319;Abdeljaouad, vd. “Émergence d'un savoir mathématique Euro-Islamique L'Offrande du converti pour ranimer la flamme éteinte”, 18.

⁶⁹Osman b. Abdülmennân, *Tercüme-i Kit'ab-ı Coğrafya XIII. Yüzyılda Dünya Coğrafyası*,28.

⁷⁰Şeşen, “Belgrad Divanı Tercümanı Osman b. Abdülmennân ve Tercüme Faaliyetindeki Yeri”,319.

⁷¹a.g.m., 315.

⁷² Osman b. Abdülmennân,*Hediyyetü'l-Mühtedî*, Askeri Müze Kütüphanesi nr. 3027, v. 2b.

⁷³ a.g.e., v. 158b.

incelendiğinde ise bu ilavelerin bir arada bulunduğu geniş kapsamlı bir eserin mevcut olmadığını tespit etmiş ve gördüğü eksiklikleri gidermek “sönmüş kandili yakmak” amacıyla bu eseri kaleme almıştır.⁷⁴ Nitekim bu ilme hey’e ilmi, bina ilmi, ağırlıklar ilmi, musiki gibi birçok ilimde ihtiyaç duyulmaktadır.⁷⁵ Osman b. Abdülmennân yeni başlayanların (mübtedîlerin) metne kolayca dahil olabilmesi amacıyla açıklamalar yapmış olsa da bazı konuları eserine eklemekten aynı sebeple kaçınmıştır. Bu yaklaşımı dolayısıyla metnin içerik bakımından başlangıç seviyesinde planlandığı söylenebilir.

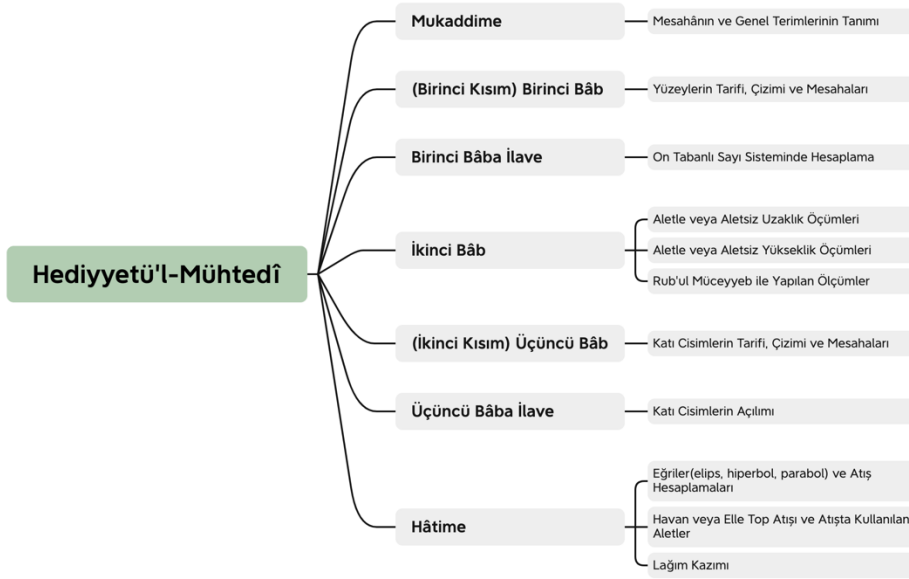
Hediyyetü’l-Mühtedî eseri, Osman b. Abdülmennân’ın Arapça dilinde kaleme aldığı tek eseridir. Ancak eserde yeni başlayanlar için basit bir dil kullandığını ve kendi Arapça bilgisinin de pek iyi olmadığını ve bu sebeple dil kusurlarının hoş görülmesini beyan etmektedir. Osman b. Abdülmennân’ın o dönemde yapılan Türkçe tercümelerin aksine bu yönde bir tercihte bulunmasının muhtemel sebepleri olabilir. Bu minvalde Osman b. Abdülmennân tercümanlık vazifesi veya ilmi çalışmaları sebebiyle Arapça’yı öğrenmiş ve yeni eserini bu dile tercüme etmeyi tercih etmiş olabilir. Bununla beraber eseri Arapça kaleme alması ve başlangıç seviyesinde bir dil kullanması eserin daha geniş bir kitleye ulaşması amacıyla da tercih edilmiş olabilir. Yukarıda bahsedilen özellikleri dolayısıyla *Hediyyetü’l-Mühtedî* eserinin askeri mühendislik eğitimi amaçlı kullanılabilecek ders kitabı niteliğinde bir eser olduğu söylenebilir. Eserin içeriğinin çizimlerle zenginleştirilmesi de metnin anlaşılabilirliğini arttıran özelliklerindendir.

Başlangıç seviyesinde olarak planlanmış ve sade bir dil kullanıldığı ifade edilmiş olsa da *Hediyyetü’l-Mühtedî* eseri mesâhaya dair dönemin güncel bütün bilgilerini bir araya getirme amacıyla yazılmış olması ve mesâhanın askeri uygulamalarını içermesi sebebiyle hacimli bir eser olarak nitelendirilebilir. Eserde konu anlatımı çizimlerle desteklenmiş, yeri geldiğinde tablolara başvurulmuştur.

Şekil 2’de içeriği genel hatlarıyla aktarılan *Hediyyetü’l-Mühtedî* eseri bir mukaddime iki kısım ve bir hâtimedden oluşmaktadır.

⁷⁴ Müttekaddimîn (öncekiler) ve müteahhirîn (sonrakiler), İslam düşünce ve bilim geleneğinde bazı dönüşümlerin öncesini ve sonrasını ifade eden kavram çifti. Ayrıntılı bilgi için bkz. Murteza Bedir, “Müttekaddimîn ve Müteahhirîn”, TDV *İslam Ansiklopedisi*. Erişim 20 Eylül, 2022. <https://islamansiklopedisi.org.tr/mutekaddimin-ve-muteahhirin#1>.

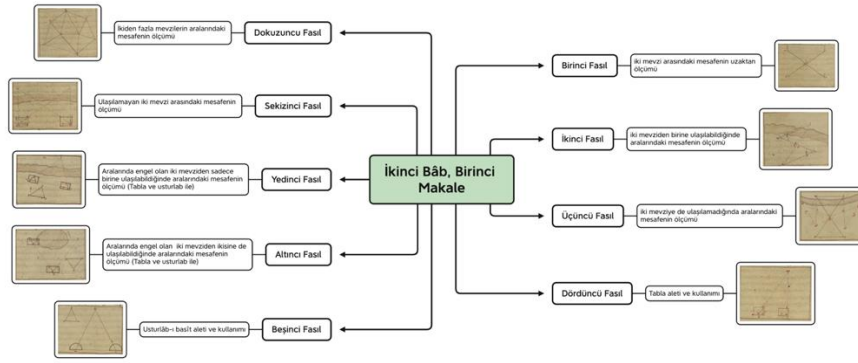
⁷⁵ Osman b. Abdülmennân, *Hediyyetü’l-Mühtedî*, v. 2b.



Şekil 2. *Hedyyetü'l-Mühtedî* Genel İçerik

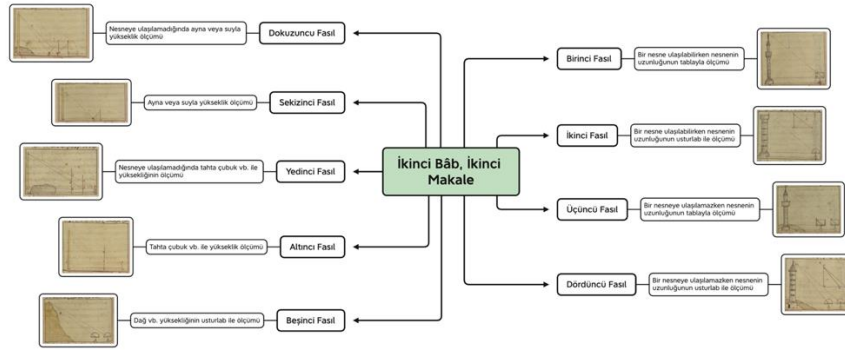
Eserin mukaddimesinde hendese ve mesâha ilimlerinin tarifinden sonra çizgi, yüzey, cisim, açı gibi temel terimlerin tarifi ve tasnifi yapılmıştır. Birinci Kısım dokuz fasıldan oluşmaktadır. Birinci Kısım'ın Birinci Bâb'ında yüzeylerin tarifleri yapılmış ve özellikleri aktarılmıştır. Altıncı Fasil'da ölçü birimleri ve ölçüm aletleri çizimleriyle beraber verilmiştir. Bu faslı takip eden fasıllarda yüzeylerin alan ölçümleri (mesâhaları) hakkında bilgi verilmiştir. Yüzeylerin sıralaması kenar ve açı sayılarına göre tek kenarlı daire ile başlayarak üçgen, dörtgen ve çokgen şeklinde yapılmıştır. Birinci Bâba İlave başlığıyla verilen bölümde hesap ilmine dair bilgiler kısaca aktarılmıştır.

Hesap ilmine dair ilavenin akabinde İkinci Bâb'ta uzaklık ve yükseklik ölçümleri ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Üç makaleden oluşan İkinci Bâb'ın Birinci Makalesi'nde iki veya daha fazla konum arasındaki mesafe ölçümleri ele alınmıştır. Şekil 3'te görüldüğü üzere Birinci Makale dokuz fasıldan oluşur. Bu fasıllar konumlara ulaşım mümkün olduğunda veya konumlara ulaşamadığında aletle veya aletsiz ölçümlere göre ayrılmıştır. Dördüncü Fasil'da tabla aleti ve Beşinci Fasil'da da usturlâb-ı basît aleti tanıtılmıştır. Bu aletlerin farklı durumlardaki kullanımı örnekler üzerinden açıklanmıştır. Aletsiz ölçümlerde ayna veya çubuk kullanımı söz konusudur.



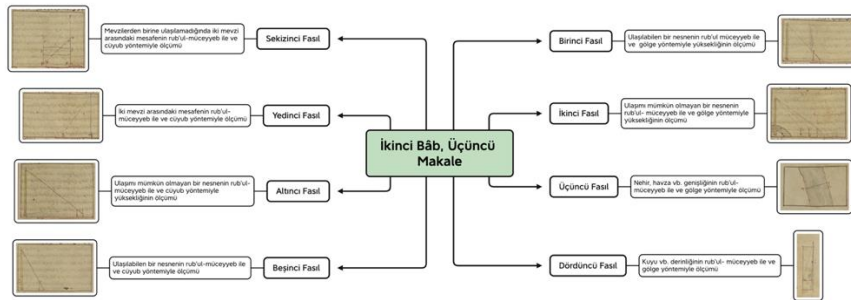
Şekil 3. İkinci Bâb Birinci Makale İçerik

İkinci Bâb'ın İkinci Makalesi'nde uzaklık ölçümünde olduğu gibi yükseklik ölçümlerinin farklı koşullardaki uygulamaları aktarılmıştır. Bu makalede tabla ve usturlâb-ı basît aletleri ile veya çubuk ile ölçüm yapılmıştır. Şekil 4'te İkinci Makale'nin fasılları aktarılmıştır.



Şekil 4. İkinci Bâb İkinci Makale İçerik

İkinci Bâb'ın Üçüncü Makalesi'nde ise eserde “meşhur” olarak ifade edilen rub'ul-müceyyeb aletiyle uzaklık, yükseklik ve derinlik ölçümleri ayrıntılı olarak aktarılmıştır. Şekil 5'te görüldüğü üzere bu makalede rub'ul-müceyyeb aletinin iki farklı yöntemle kullanımı verilmiştir.



Şekil 5. İkinci Bâb Üçüncü Makale İçerik

Eserin giriş kısmında bir mukaddime, iki kısım ve bir hâtimedden oluştuğu ifade edilmişse de İkinci Kısım başlığı incelenen nüshalarda bulunmamaktadır. Birinci Kısım'da bu kısmın yüzeyleri konu aldığı ifade edilmiştir. Bu ifadeden yola çıkarak eserde yer alan katı cisimleri konu alan Üçüncü Bâb'ın İkinci Kısım olduğu düşünülebilir.⁷⁶

Üçüncü Bâb'ın içeriğine gelinirse bu bâbta cisimlerin iki bahiste işlendiği görülmektedir. Birinci Bahis'te cisimlerin tarifi yapılmış ve yüzeylerin hareketiyle oluşumları üç fasılda incelenmiştir. Bu cisimler küre, koni, silindir, küp, prizma, piramit, kesik cisimler, düzgün çokyüzlüler olarak sıralanabilir. İkinci Bahis'te ise cisimlerin yüzey alanı ve hacim ölçümleri altı fasılda açıklanmıştır. Bu bâba ilave edilen bölümde ise cisimlerin açılımı verilmiştir.

Hâtime kısmında elips, hiperbol ve parabol eğrileri, harekete dair kütle çekimi, atış gibi konular, top atışında kullanılan havan tanıtımı, nısf daire ve tam daire gibi havan açısı ölçüm aletleri ve rub'ul-müceyyebin havan açısı ölçümünde kullanımı, top dökümü, lağım kazımı ve teçhizat depolanması konuları işlenmiştir.

İçerikte dikkati çeken hususlardan biri tasnifte önce teorik bilginin verilip ardından uygulama kısmına dair bölümlerin işlenmesidir. Uygulamaya dönük bölümlerde de ispat yöntemleri kullanılmıştır. Dolayısıyla eserin genel usulünden ilmi özelliğinin ön planda tutulduğu söylenebilir.

Askeri alanda yapılan yeniliklerin on sekizinci yüzyılda başladığı göz önünde bulundurulursa yeni bilgilerin takibinin aynı zamanda askeri alandaki uygulamalar hususunda destekleyici bir unsur olarak görüldüğü düşünülebilir.⁷⁷ *Hediyyetü'l-Mühtedî* eseri de mesâha ilminin askeri sahadaki kullanımını içermektedir.

Hediyyetü'l-Mühtedî eserinin hem nazari hem tatbiki içeriğe sahip olması dolayısıyla eserin askeri gayeyle yazıldığı yorumu yapılagelmiş ve bu sebeple eserin ilmi yönü arka planda kalmıştır. Dönemin mesâha eserlerinden farklı olması ve askeri içeriği sebebiyle böyle bir çıkarıma gidilmiş olabilir. Bununla beraber eserin söz konusu içeriğiyle askeri sahada çalışan veya eğitim gören mühendisleri hedef kitle olarak

⁷⁶ Şeşen, "Belgrad Divanı Tercümanı Osman b. Abdülmennân ve Tercüme Faaliyetindeki Yeri", 317.

⁷⁷ A. Adnan Adıvar, *Osmanlı Türklerinde İlim*, (İstanbul, Remzi Kitabevi, 1982), 182.

alan ve mühendislik konularını ilmi bir çerçevede işleyen bir eser olduğunu söylemek isabetli olacaktır.

1.3.2 Eserde Tanıtılan Ölçüm Aletleri

Hedyyetü'l-Mühtedî eserinin öne çıkan özelliklerinden biri de eserde yer verilen ölçüm aletleridir. Eserin Birinci Bâb'ının Altıncı Fasil'inde *mimsaha*, *pergâr*, *mistara*, *paralel mistara*, *dik üçgen*, *gönye*, *hevai gönye* ve *minkale* aletleri hakkında bilgiler verilmiştir. Mesafe ve yüksekliklerin ölçümüne ayrılan İkinci Bâb'ta ise *tabla*, *usturlâb-ı basît* ve *rub'ul-müceyyeb* aletlerinin kullanımı aktarılmıştır. Bu bölümde çalışmanın daha iyi anlaşılması için ölçüm aletlerinden eserde öne çıkan *tabla*, *usturlâb-ı basît* ve *rub'ul-müceyyeb* aletlerine değinilmiştir.

1.3.2.1 Tabla

Tabla aleti ahşaptan yapılan yer ölçümünde kullanılan bir alettir. Üç ayak (sepâ/tripod) üzerinde yere sabitlenen aletin üst bölmesinde kare veya dikdörtgen şeklinde düz bir levha bulunmaktadır. Aletin boyu gözlemciye göre ayarlanabilir. Bu sebeple büyük ebatlı bir alet olduğu söylenebilir. Aletin gövdesinin üstündeki levha yere yatay veya dikey olarak konumlandırılabilir. Böylece uzaklık ve yükseklik ölçümlerinde kullanılabilir. Levhanın üzerinde gözlem yapmayı kolaylaştırmak için hedefeli cetvel bulunmaktadır. Bu cetvelle gözlem yapılarak alet üzerine sabitlenen kâğıda küçük ölçekte çizim yapılır. Hesaplamayı kolaylaştırmak adına levhanın kenarlarında uzunluk cetvelleri bulunur. Bazı tabla aletlerinde açı ölçer de yer alır.⁷⁸ Tabla aleti on dokuzuncu yüzyıl itibarıyla Osmanlı eserlerinde *plançete* ismiyle tanıtılmıştır.⁷⁹ 1822 tarihli mühendishane alet edevat listesinde dürbünlü ve pusulalı olduğu görülmektedir.⁸⁰

Aletin kullanımında öncelikle tabla aleti ölçümü yapılmak istenen konumlardan belli bir uzaklığa yerleştirilerek hedefelerden konum görülecek şekilde cetvel sabitlenerek levha üzerine çizim yapılır. Bu çizimlerle ölçüm için alınan üç noktanın birleşimiyle gerçekte varsayılan üçgene benzer küçük üçgenler elde edilir. Gerçek uzunluklardan

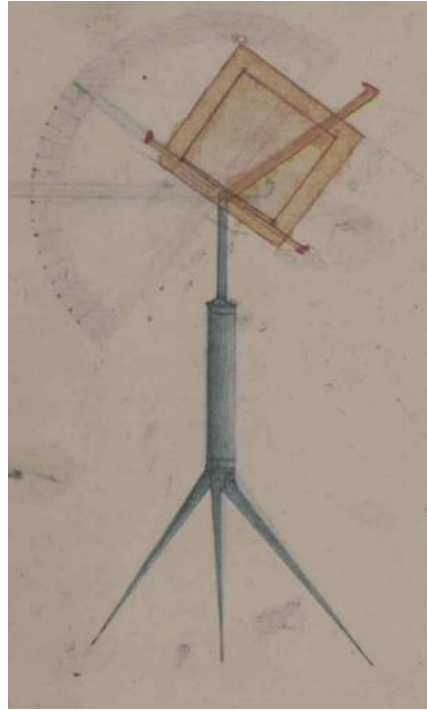
⁷⁸ Nicolas Bion, *The Construction and Principal Uses of Mathematical Instruments*, İngilizceye çev. Edmund Stone (London, 1723), 127. Eserin dijitalleştirilmiş versiyonu için bkz. Erişim 13 Kasım, 2021. <https://www.c82.net/math-instruments/about>.

⁷⁹ Hüseyin Rıfkı Tâmanî, *Mecmuatü'l-Mühendisîn*, Atatürk Kitaplığı Müteferrika 36/A, 129.

⁸⁰ Kemal Beydilli, *Türk Bilim ve Matbaacılık Tarihinde Mühendishâne, Mühendishâne Matbaası ve Kütüphanesi (1776-1826)*, (İstanbul: Eren Yayıncılık, 1995), 394.

birinin bilinmesi ile üçgenlerin benzerlik oranı bulunarak diğer uzunluklara da ulaşılır.

Tabla aletinin 18.yüzyıldan beri Avrupa’da yaygın olarak kullanıldığı bilinmektedir. Süreç içerisinde aletin kullanımı ve teknik özellikleri geliştirilmiştir.Önceleri ahşaptan yapılırken sonradan pirinç veya alüminyum alaşımdan yapılmaya başlanmıştır.⁸¹Aletin güncel hali inşaat mühendisliğinde farklı alanlarda hala kullanımdadır.⁸²



Şekil 6. Tabla Aleti Çizimi⁸³

Tabla aleti Osmanlı’ya Eğinli Numan Efendi’nin Tebyînü Âmalı’l-Misâha (1741) adlı eseriyle tanıtılmıştır.⁸⁴ Aletin ayrıntılı şekilde anlatıldığı bu eser ile aynı dönemde Mehmed Said Efendi’nin eserinde de tabladan bahsedilmiştir.

Hediyyetü’l-Mühtedî’de tabla aleti bahsine gelince, aletin çizimi müellif nüshasında bulunmamaktadır ve eserde aletin tanıtımı ayrı bir fasılda yapılmış olsa da Eğinli Numan Efendi’nin eserindeki kadar ayrıntılı bir tanıtım değildir. Ardından aletin kullanımı İkinci Bâb’ın Birinci ve İkinci Makalelerinde ayrıntılı şekilde anlatılmıştır.

⁸¹ D. B. Wainwright, *A Plane Table Manual*, (Washington: Government Printing Office, 1916), 297.

⁸²Aletin güncel versiyonu elektromanyetik dalga boyuyla mesafe ölçümü yapılabilen versiyonu için bkz. W. Schofield, Mark Breach, *Engineering Surveying*, (England: Elsevier, 2007),127.

⁸³Osman b. Abdülmennân, *Hediyyetü’l-Mühtedî*, Daru’l-Kutub, Riyazat, nr. 695, v. 46b.

⁸⁴Halime Mücella Demirhan Çavuşoğlu, “Osmanlı Mesâha İlmi: Eğinli Nu’mân Efendi’nin Tebyînü A’mâli’l-Misâha İsimli Eseri Bağlamında”, (Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi, 2020), 268.

Osman b. Abdülmennân'ın aletin bilindiğini kabul ederek eserine aletin çizimini koymayıp yeterli gördüğü ölçüde açıklama yapmış olduğu düşünülebilir. Nitekim usturlâb-ı basît aletinde aynı tavrı sergilememiştir.

1.3.2.2 Usturlâb-ı Basît

Açı ölçümüyle yükseklik vemesafelerin hesaplanmasını sağlayan usturlâb-ı basît aletine nısf daire(semicircle) de denmektedir. Usturlâb-ı basîtin tabla aletine benzer bir mekanizması bulunur. İki alette de ölçümü yapılmak istenen konumların hedef alınmasıyla kağıt üzerinde çizimler yapılarak gerçek uzunluklara ulaşılmaya çalışılır. Aletlerin farkı tabla aletinde uzunluk ölçümü üzerinden çizim yapılırken usturlâb-ı basît aletinde açı ölçümü üzerinden çizim yapılmasıdır. Usturlâb-ı basît aletinin üç ayak üzerindeki ana gövdesi yarım daire şeklindedir ve pirinçten yapılır. Bu dairenin üzerinde tüm dereceler 1'de 180'e kadar işaretlidir. Tablada olduğu gibi yarım dairenin üzerinde hedefeli cetvel bulunmaktadır.

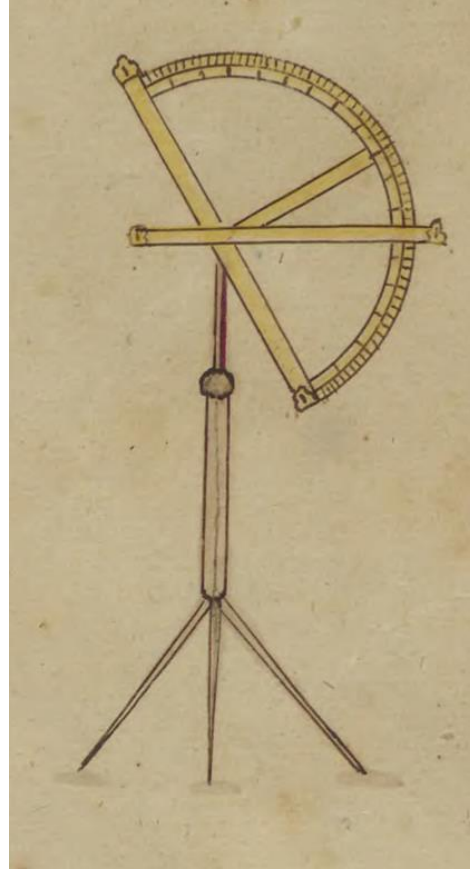
Aletin Avrupa'da 17. yüzyılda kullanımda olan yarım daire veya grafometre olarak bilinen alet olduğu düşünülmektedir.⁸⁵ *Hediyyetü'l-Müh tedî*'de ise yarım daire olarak da bilindiği ancak mühendisler arasında usturlâb-ı basît olarak adlandırıldığı ifade edilir ve aletin kullanımının anlatıldığı fasıllarda bu ismi kullanır. Usturlâb-ı basît isminin nereden geldiğine ulaşılammıştır. Ancak aletin isminin mühendishanenin 1801 tarihli alet ve edevât ismi listesinde aynı isimle kayıtlı olduğu görülmüştür. "Nısf-ı dâ'ire şeklinde kutru tarafında iki dürbünlü ve pusulalı usturlâb-ı basite tesmiyye olunur âlât-ı hendesiyye. Sandık 1, kutu 1. Ta'lîm ve ta'allümde kesret-i isti'mâl ile bazı mahalleri ta'mîre muhtâcdır." şeklinde kayıtlı olann aletin uzun süreli kullanıldığı ve bundan dolayı tamire ihtiyacı olduğu ifadesinden aletin o döneme kadar yaygın olarak kullanıldığı anlaşılmaktadır.⁸⁶

Osmanlı'da aletin kullanımına dair yapılan incelemede Mustafa b. İbrahim'in Fenn-i Humbara adlı eserinde çizimi olduğu ancak aletten bahsedilmediği görülmüştür.⁸⁷ Osman b. Abdülmennân ise eserine aletin çizimini de koyarak ayrıntılı şekilde kullanımını aktarmıştır. Dolayısıyla usturlâb-ı basît aletinin Osmanlı'da ayrıntılı olarak anlatıldığı ilk eser olarak nitelendirilebilir.

⁸⁵Bion, *The Construction and Principal Uses of Mathematical Instruments*, 116-117, 120.

⁸⁶Beydilli, *Türk Bilim ve Matbaacılık Tarihinde Mühendishâne, Mühendishâne Matbaası ve Kütüphanesi(1776-1826)*, 375.

⁸⁷Mustafa b. İbrahim, *Fenn-i Humbara*, 163.



Şekil 7. Usturlâb-ı basît Aleti Çizimi⁸⁸

1.3.2.3 Rub’ul-Müceyyeb

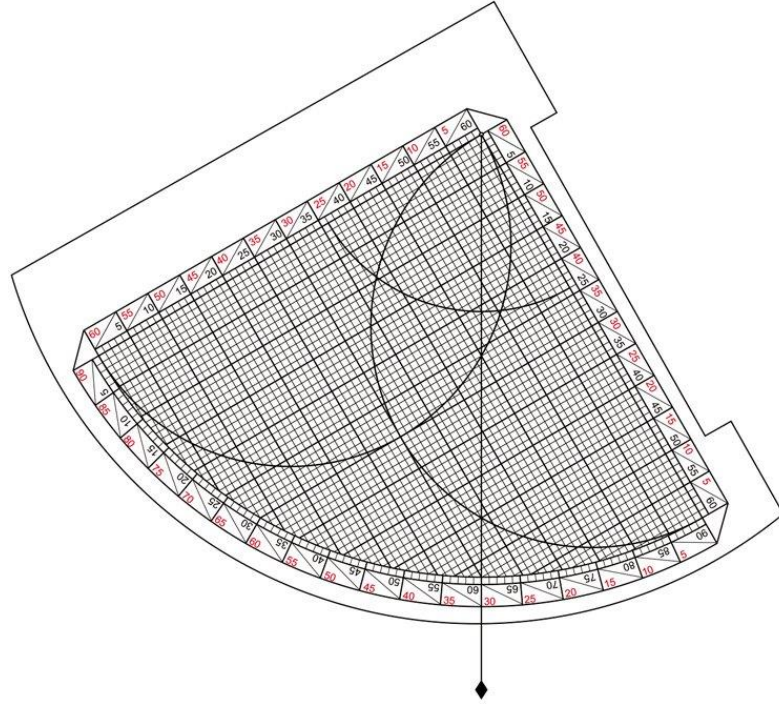
Rubu’ tahtası, kullanımı M.Ö. 4. yüzyıla kadar geri götürülen astronomik ölçüm aleti usturlaptan esinlenilerek İslam Medeniyeti’nde üretilen dörde katlı usturlab olarak da nitelendirilen çeyrek daire şeklinde taşınabilir bir ölçüm aletidir. Rubu’ tahtasının tarihi 10. yüzyıla kadar dayanmaktadır.⁸⁹ Rubu tahtasının astronomik ölçümler için kullanılan ön yüzüne *rub’ul-mukantara*, trigonometrik ölçümler için kullanılan arka yüzüne ise *rub’ul-müceyyeb* (*sine quadrant*) adı verilir.⁹⁰ İslam Medeniyeti içerisinde 14.-15. yüzyıllarda yaygın şekilde kullanılan rubu’ tahtasının bu süreçte farklı

⁸⁸ Osman b. Abdülmennân, *Hediyyetü’l-Mühtedî*, v. 53b.

⁸⁹ François Charette, *Mathematical Instrumentation in Fourteenth-Century Egypt and Syria: The Illustrated treatise of Najm al-Din al-Misri*, (Netherlands: Brill, 2003), 209; David A. King, “Astronomical Instruments in the Islamic World”, *Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures* ed. Helaine Selin (Netherlands: Springer, 2016), 655.

⁹⁰ Atilla Bir ve Mustafa Kaçar, “Rubu’ Tahtası”, *TDV İslam Ansiklopedisi*. Erişim 1 Ağustos, 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/rubu-tahtasi>.

kullanım alanlarına yönelik geliştirilen çeşitleri oluşturulmuş, aletin hesaplamaları dakikleştirilmiştir.⁹¹



Şekil 8. Rub'ul-Müceyyeb⁹²

Şekil 8'de görüldüğü üzere rub'ul-müceyyeb kenarları ve yay kısmı farklı bölmelere bölünmüştür. Hedefeli kenarındaki kosinüs yarıçapı ve hedefesiz kenarındaki sinüs yarıçapı 60 eşit cüze bölünmüştür. Yay kısmı ise 90 eşit cüze bölünmüştür.⁹³ Aletin yer ölçümünde kullanımı için ölçümü yapılmak istenen konumlar hedefelerden gözlenerek alet üzerinde oluşan açının değerleri okunur. Ardından elde edilen veriler ile dörtlü oran yöntemi⁹⁴ kullanılarak bilinmeyen mesafe bulunur.

Taşınabilir olması, astronomik gözlemler ve trigonometrik hesaplamalar gibi birçok işlevi bulunması dolayısıyla rubu tahtası 20. yüzyıla kadar kullanılmıştır. Avrupa'da

⁹¹Taha Yasin Arslan, "Vakti Fethetmek: Mikât İlmi Geleneğinde Rub'u'l-mukantarât Yapım Kılavuzu Örneği Olarak Muhammed Konevi'nin Hediyyetü'l-mülûk'u", *Nazariyat İslâm Felsefe ve Bilim Tarihi Araştırmaları Dergisi*, S. 4 (Nisan 2016), c. 2, 104-105.

⁹²Atilla Bir ve Mustafa Kaçar, "Rubu' Tahtası", *TDV İslam Ansiklopedisi*. Erişim 22 Nisan, 2022. <https://islamansiklopedisi.org.tr/rubu-tahtasi>.

⁹³Bir ve Kaçar, "Rubu' Tahtası".

⁹⁴Dörtlü oran yöntemi İslam Medeniyeti'nde kullanılan bilinenlerden bilinmeyeni bulma yöntemidir. Bu yöntemin kullanımı Matematiksel değerlendirme bölümünde gösterilmektedir.

on üçüncü yüzyıldan itibaren yeni versiyonlarının üretildiği görülen⁹⁵ rubu tahtasının (kadrân/quadrant) on sekizinci yüzyılda da kullanımda olduğu söylenebilir.⁹⁶

Hediyyetü'l-Mühtedî eserinde rub'ul-müceyyeb aletinin “meşhur” olduğu ifade edilmiş⁹⁷ ve alet hakkında bilgi verilmeden kullanımı aktarılmıştır. Yukarıda da izah edildiği üzere rub'ul-müceyyeb aletinin yaygın olarak kullanılması dolayısıyla detaylı açıklamaya ihtiyaç görülmemiş olabilir. Ayrıca aletin eserde verilen kullanım alanı tabla ve usturlâb-ı basîte göre daha geniş tutulmuş, İkinci Bâb'ın ilk iki makalesinde tabla ve usturlâb-ı basît aletlerinin kullanımına yer verilirken Üçüncü Makalesi rub'ul-müceyyeb ile yapılan ölçümlere ayrılmıştır. Sekiz fasıldan oluşan bu makalede iki farklı yöntemle uzaklık ve yükseklik ölçümü yanında nehir genişliği, kuyu derinliği ölçümlerinde kullanımı da açıklanmıştır. Rub'ul-müceyyeb kullanımının ayrı bir makalede verilmesinin başta gelen sebepleri rub'ul-müceyyeb aletinin klasik dönemin gelişmiş aletlerinden olması ve tabla ve usturlâb-ı basît aletlerinden farklı bir kullanımı olması olarak sıralanabilir.

Sonuç olarak eserde tanıtılan aletlerden tabla ve usturlâb-ı basît aletleri Avrupa menşeli büyük ebatlı aletlerdir ve ölçüm yöntemleri benzerlik gösterir. Rub'ul-müceyyeb ise İslam Medeniyeti içerisinde üretilmiş ve Osmanlı'da yaygın olarak kullanılan taşınabilir bir alettir. Klasik dönemde taşınabilir olması, aletin üzerine yapılan çizimlerle farklı alanlarda kullanım esnekliğine sahip olması, dakik hesaplamalar yapılabilmesi dolayısıyla zirveye ulaşmış teknik özelliklere sahip olduğu söylenebilir.

1.3.3 Eserin Kaynakları

Hediyyetü'l-Mühtedî eserinin tercüme, telif ve şerh nitelikleri dolayısıyla eserin kaynakları konusunda Mahdi Abdeljaouad, Pierre Ageron ve Mahmoud Shahidy tarafından ortak olarak yapılan bir çalışmada faydalandığı kaynaklar şu şekilde sıralanmıştır:⁹⁸

İslam Medeniyeti Klasik Eserleri:

⁹⁵ Richard P. Lorch, “Quadrant”, *Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures* ed. Helaine Selin (Netherlands: Springer, 2016), 3647; John Fauvel, Raymond Flood, Robin Wilson, *Oxford Figures: Eight Centuries of the Mathematical Sciences*, (Oxford University Press, 2013), 87.

⁹⁶ Nicolas Bion, *The Construction and Principal Uses of Mathematical Instruments*.

⁹⁷ Osman b. Abdülmennân, *Hediyyetü'l-Mühtedî*, v. 53b.

⁹⁸ Abdeljaouad vd., “Émergence d'un savoir mathématique Euro-Islamique : L'Offrande du converti pour ranimer la flamme éteinte”, 7-32.

1. Nasiruddin Tûsi, *Tahriru Usuli Öklides* (13. yy.)
2. Kadızâde-i Rûmî, *Şerh Eşkalût Tesis li 'l-Semerkandî* (15. yy)
3. Cemşid Kâşî, *Miftâhu 'l-Hüssâb*⁹⁹ (15. yy)
4. Bahauddin Âmilî, *Hûlasâtu 'l-Hisâb* (17. yy)

Avrupa Eserleri:

1. Bernard Forest de Belidor, *Neuer Curcus Mathematicus zum Gebrauch der Artillerie und der Ingenieurs*(Fransızca 1725, Almanca 1745)
2. François Blondel, *Die Kunst Bomben zu Werffen* (Fransızca 1683, Almanca 1686)
3. Christian Freiherr von Wolff, *Anfangs-Gründe aller Mathematischen Wisswnschaften* (1750)

Yukarıda zikredilen eserlerin *Hediyyetü 'l-Mühtedî* ile karşılaştırılması bu çalışmanın kapsamı dışındadır. Bununla beraber eserin kaynaklarına dair bazı bilgiler eserin amacına uygunluğunu vekapsamını göstermesi bakımından dikkate değerdir. Böylece eserin yapısı daha iyi anlaşılacaktır. Bu sebeple bu bölümde kaynaklara dair elde edilen bilgilere kısaca değinilmiştir.

Yukarıda zikredilen kaynaklarda dikkati çeken ilk durum eserin yalnızca Almanca ve Fransızca kaynaklarının verilmeyip İslam Medeniyeti'nden kaynaklarının da verilmesidir. Bu kaynak listesi Osman b. Abdülmennân'ın yazma amacı olan mesaha ilminde geniş kapsamlı güncel bilgileri içeren bir eser yazma amacına uygun olarak mesaha ilminde klasik metinleri ve Avrupa kaynaklarını incelediğini göstermektedir. İncelediği eserlerden de faydalanarak *Hediyyetü 'l-Mühtedî* eserini kaleme almıştır.

Yazıldığı dönemden modern matematiğin doğuşuna kadar her dönemde faydalanılan Öklid'in *Elemanlar (Usûl-i Öklides)* adlı eseri İslam Medeniyeti'nde de değerlendirilmiş, esere şerhler yazılmış, özellikle paraleller postulası üzerine birçok çalışma yapılmıştır. 13. yüzyılda Meraga matematik-astronomi okulunun kurucusu olan Tûsi ve etrafındaki alimler ile *Usûl-i Öklides*'in yeni versiyonları yazılmıştır. Tûsi'nin *Tahriru Usuli Öklides* eseri de bu kapsamda yazılan ve hendese ilmi geleneğinde yer edinen bir eserdir.¹⁰⁰

⁹⁹ Kaynakta Miftâhu'l-hisab şeklinde verilmiştir.

¹⁰⁰ İhsan Fazlıoğlu, "Hendese", *TDV İslam Ansiklopedisi*.Erişim 3 Ağustos, 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/hendese#2-osmanli-donemi>.

Kadıızâde-i Rûmî (ö. 1440'tan sonra) Semerkand matematik-astronomi okulunun önde gelen isimlerindendir. Uluğ Bey'e ithafen Semerkandî'nin (ö. 1303) eserine yazdığı şerhi *Şerhu Eşkâli't-tesîs'i* (1412) uzun bir dönem Osmanlı medreselerinde orta seviyede ders kitabı olarak okutulmuştur.¹⁰¹

Matematik ve astronomi alanlarında çalışmaları olan Gıyâseddin Cemşid Kâşî'nin (ö. 1429) *Miftâhu'l-hüssâb* adlı eseri 14. yüzyılda kaleme aldığı hesap eseridir. Eserin dördüncü makalesi mesâha konularını içermektedir. Bu makalede mimariye dönük uygulamaları olan kubbe, kemer, tonoz, mukarnas yapılarındaki hesaplamalara yer verilmiştir. Mühendishâne hocalarından İbrahim Kâmi *el-Meftûh* adıyla eserin mesaha konularını ele alan 4.makalesini Türkçe'ye tercüme ederek şerh ve telif niteliğinde ilavelerle metni mühendishane talebeleri için bir ders kitabı niteliğine büründürmüştür.¹⁰²

Âmilî'nin *Hûlasâtu'l-hisâb* adlı eseri 17. yüzyıldan sonra Osmanlı'da medreselerde ders kitabı olarak kullanılmıştır.¹⁰³ Esere 18. yüzyılda şerhler yazılmaya devam edilmiş, 19. yüzyıla gelindiğinde ise mühendishanede ders kitabı olarak da kullanılmıştır.¹⁰⁴

Avrupa kaynaklarından *Neuer Curcus Mathematicus zum Gebrauch der Artillerie und der Ingenieurs* (1745)eseri,Bernard Forest de Belidor'un (1698-1761) Fransızca kaleme aldığı *Nouveau cours de mathématique, à l'usage de l'artillerie et du génie*(1725) eserin Almanca tercümesidir.

Belidor askeri mühendislik alanlarında eserler vermiş ve Fransa askeri okulunda profesörlük unvanıyla hizmet vermiş bir mühendistir.¹⁰⁵Osmanlı mühendisleri ve

¹⁰¹ İhsan Fazlıoğlu, “Kadıızâde-i Rûmî”, *TDV İslam Ansiklopedisi*. Erişim 3 Ağustos, 2023.<https://islamansiklopedisi.org.tr/kadizade-i-rumi>.

¹⁰²Sadettin Ökten, “Kâşî”,<https://islamansiklopedisi.org.tr/kasi> ; Fatma Zehra Güngör, “İbrahim Kâmi b. Ali'nin el-Meftûh Adlı Eserinin Tenkitli Neşri ve Matematiksel Değerlendirmesi” (Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi, 2022), 15.

¹⁰³ Elif Baga, “XVI. Ve XVIII. Yy.'da Osmanlı Matematik Eğitiminin İzini Sürmek: Ömer el-Çullî'nin Bahâi Şerhi”, *Keşf-i Kadîmden Vaz'-ı Cedîde İslâm Bilim Tarihi ve Felsefesi*, ed. İbrahim Özcoşar, Ali Karakaş, Mustafa Öztürk vd., (İstanbul; Divan Kitap, 2019), 277.

¹⁰⁴ Eserin 18. yy. şerhleri için bkz. İhsanoğlu, *OMLT*, LXXIII.Ders kitabı olarak okutulmasına dair bkz. Güngör, “İbrahim Kâmi b. Ali'nin el-Meftûh Adlı Eserinin Tenkitli Neşri ve Matematiksel Değerlendirmesi”, 21.

¹⁰⁵ “Bernard Forest de Belidor”, Erişim 30 Temmuz, 2023. <https://www.britannica.com/biography/Bernard-Forest-de-Belidor>.

mühendishane hocaları tarafından çalışmaları uzun müddet takip edilmiş ve birçok eserinin tercümesi yapılmıştır.¹⁰⁶

Belidor'un *Nouveau cours de mathématique, à l'usage de l'artillerie et du génie*(1725) adlı eseri askeri okullardaki talebelere yönelik yazılmış bir eserdir. Eser *Neuer Curcus Mathematicus zum Gebrauch der Artillerie und der Ingenieurs* adıyla 1745'te Almanca'ya çevrilmiştir. Eserin girişinde Belidor Öklid'in Elemanları'ndan önermelerin yeni tasnifle verildiğini ve o dönemdeki gelişmelerle yetersiz kaldığından önermeler eklediğini ifade eder. Dolayısıyla bu eserin modern matematiğe geçiş sürecinde görülen klasik eserlerden faydalanan ve bununla yetinilmeyip yeni gelişmelerin de eklenmesiyle ortaya çıkarılan bir eser olduğu anlaşılmaktadır. Bu haliyle Belidor'un Avrupa'da yaptığı çalışmaya benzer şekilde Osman b. Abdülmennân'ın da klasik mesâha bilgileriyle yeni matematik ve geometri bilgilerini harmanladığı görülmektedir. Bu bakımdan söz konusu iki eserin dönemin telif türü bakımından benzerlikleri incelenebilir.

Eserin içeriğine bakıldığında eserde mevcut çizimlerin bir bölümünün *Hediyyetü'l-Mühtedî*'de de olduğu görülmüştür.¹⁰⁷ *Hediyyetü'l-Mühtedî*'de ilaveten örnekler de bulunmaktadır.

Blondel'in *Die Kunst Bomben zu Werffen* adlı eseri ise Fransızca olarak 1683'te kaleme alınmış, 1686'da Almanca'ya tercüme edilmiştir. Bu eser top atışı ve atışta kullanılan aletler hakkındadır. Dolayısıyla tez çalışması kapsamında incelenen bölümlerde bu eserden faydalanılmadığı düşünülmektedir.

Wolff'un eserine gelindiğinde, bu eser de askeri sahada yazılan geometri, tigonometri, mekanik ve askeri mühendislik gibi konuları içeren bir eserdir.¹⁰⁸ Wolff'un eseri de içerik olan Belidor'un eserine benzemekle beraber bu eserden daha geniş hacimli olduğu söylenebilir.

¹⁰⁶ Konstantin İpsilanti Fenn-i Harb eserini Türcçe'ye tercüme etmiştir. bkz. Muhammet Yılmaz, "Tercüme-i Risale-i Fenn-i Harb (Mütercim: Konstantin İpsilanti)" (Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, 2005). Belidor'un bir eseri Hüseyin Rıfkı Tamani'nin kitaplığında bulunmaktaydı. Tamani'nin vefatından sonra bu eser mühendishane kütüphanesine bağışlanmıştır. Beydilli, *Türk Bilim ve Matbaacılık Tarihinde Mühendishâne, Mühendishâne Matbaası ve Kütüphanesi*(1776-1826), 288.

¹⁰⁷ Bernard Forest de Belidor, *Neuer Curcus Mathematicus zum Gebrauch der Artillerie und der Ingenieurs*, (Viyana, 1745), 180.

¹⁰⁸ Christian von Wolff, *Der Anfangs-Gründe aller Mathematischen Wissenschaften erster*, (Frankfurt ve Leipzig, 1750-1757), Erişim 20 Temmuz, 2022. <https://www.e-rara.ch/zut/content/structure/4872982>.

Yukarıda tespit edilen eserler dışında Osman b. Abdülmennân'ın on sekizinci yüzyılda kaleme alınan mesâha eserlerinden de haberdar olduğu söylenebilir. Giriş'te değinilen Eğinli Numan Efendi'nin kaleme aldığı *Tebyînü A'mâli'l-Misâha* adlı eserde kullanıldığı üzere Osman b. Abdülmennân tabla aletini bu isimle kullanmıştır.¹⁰⁹

Hediyyetü'l-Mühtedî'nin kaynaklarına dair incelemelerimiz esnasında Osmanlı'da dönemin önemli mühendislerinden Seyyid Mustafa'nın (1807'de sağ) Nizâm-ı Cedîd'e dair risalesinde bazı isimlere atıf yaptığı görülmüştür. 1795'te açılan Mühendishane-i Berrî Hümayun'un ilk talebelerinden olup sonra da bu kurumda hocalık yapan mühendis Seyyid Mustafa risalesinde Wolf, Ozanam ve Bellidor'un eserlerini Fransızca'dan okuduğunu ifade eder.¹¹⁰ Mühendishane hocalarından Hüseyin Rıfkı Tamânî'nin vefatı sonrasında mühendishane kütüphanesine bağışlanan kitapları arasında Belidor'un bir eseri bulunmaktadır. Belidor'un Harbe dair diğer eserlerinin de Türkçe tercümesi bulunmaktadır. Konstantin İpsilanti bu tercümesi sebebiyle Sultan III. Selim'in takdirini almış ve Divân-ı Hümayun tercümanlığına getirilmiştir.¹¹¹ Bu bilgiler kapsamında özellikle Belidor olmak üzere askeri eğitim kurumlarında takip edilen mühendislerin 1770'lerde Osman b. Abdülmennân tarafından haberdar olunup faydalanılması Osman b. Abdülmennân'ın dönemini iyi takip eden entelektüel kişiliğini ve bilim insanı titizliğini ortaya çıkarmaktadır.

Sonuç olarak Osman b. Abdülmennân *Hediyyetü'l-Mühtedî*'yi eserin girişinde ifade ettiği üzere dönemin güncel mesâha bilgilerini iyi bir şekilde ortaya koyma amacıyla kaleme aldığından eseri yazdığı dönemde tedavülde olan ve ulaşabildiği tüm eserleri incelemiş olduğu düşünülebilir.

Bu bölümde eserin tercüme olması dolayısıyla muhtemel kaynaklarına kısaca değinilmiştir. Kaynaklara dair yapılan çalışmalar eserin kapsamını ve yazılma amacına riayet edildiğini göstermesi bakımından önemli görülmüştür.

Buraya kadar *Hediyyetü'l-Mühtedî*'nin içeriği ve kaynakları incelendikten sonra eserin telif türünün değerlendirilmesi yerinde olacaktır.

¹⁰⁹ Osman b. Abdülmennân, *Hediyyetü'l-Mühtedî*, v. 52b.

¹¹⁰ Kemal Beydilli, "İlk Mühendislerimizden Seyyid Mustafa ve Nizâm-ı Cedîd'e Dair Risalesi", *Tarih Enstitüsü Dergisi*, S. XIII (İstanbul, 1987), 431.

¹¹¹ Beydilli, *Türk Bilim ve Matbaacılık Tarihinde Mühendishâne, Mühendishâne Matbaası ve Kütüphanesi (1776-1826)*, 184.

1.3.4 Eserin Telif Türü

Bu bölümde *Hedyyetü'l-Mühtedî*'nin tercüme olarak değerlendirilmesi irdelenmiştir. Nitekim görüleceği üzere bugünkü tercüme anlayışından farklı ve klasik dönem telif türleri içerisinde bakıldığında çeşitli nitelikleri olduğu düşünülmektedir.

18. yüzyılda yapılan tercümeler söz konusu olduğunda, eserlerin birebir tercüme olmaması sebebiyle *serbest tercüme* olarak adlandırıldığı görülmektedir. Bu eserler genel olarak Osmanlı'da mevcut bilim geleneğinden modern bilim geleneğine geçişte Avrupa modern bilgisi ve Osmanlı klasik bilgisinin meczedilmesi ile ortaya çıkarılmıştır. Müellifin tercüme ettiği eser üzerinde tasarruf ettiği; eklemeler, düzeltmeler, eksiltmelerle bir nevi şerh ettiği ve bölüm sıralamalarında veya içeriklerinde değişiklikler yaptığına tesadüf edilmektedir.¹¹² Dolayısıyla tercümanın dikkate aldığı metinler olmakla beraber bu metinler tercüme eserlerde ikinci planda kalabilmektedir. Müellifin eseri yazmadaki bu yaklaşımı eseri telif niteliğine büründürmektedir. Bu yönüyle Osmanlı'da verilen bu eserler için bugün “tercüme-telif” eser de denilmektedir.¹¹³

Osman b. Abdülmennân'ın coğrafya eserine dair yapılan çalışmada bu konuya atıf yapılarak eseri kaleme alan kişinin faydalanılan eserin tercümanı mı yoksa yazdığı eserin yazarı mı olduğu sorusu irdelenmiştir.¹¹⁴ Benzer bir soru şerh kültürüne dair yapılan genel hükümler için de sorulabilir. Klasik dönemde önemli bir yazı türü olan şerh türünde verilen eserler telif eserler ile aynı kefeye konulmayıp üstüne bu eserlerin tekrardan ibaret olduğu yönünde büyük varsayımlar genel geçer kabullere dönüşmüştür.¹¹⁵ Ancak klasik dönem yazı kültürüne aşina olunduğunda bu eserlere dair kabullerin gözden geçirilmesi gerekliliği doğar.

Şerhin kelime anlamlarından biri “bir şeyi genişletip yaymak, sözün kapalı kısımlarını açıklayıp anlaşılır hale getirmek”tir.¹¹⁶ İslam Medeniyeti'nde bir esere şerh yazılmasıyla mevcut metin farklı açılardan değerlendirilirdi. Metnin anlaşılmayan kısımları açıklanıp kapalı yönleri ortaya çıkarılabilir; ayrıca

¹¹²Şeşen, “Belgrad Divanı Tercümanı Osman b. Abdülmennân ve Tercüme Faaliyetindeki Yeri”, 306-307.

¹¹³Fazlıoğlu, “Mesâha”.

¹¹⁴ Konstantinos Thanasakis, “The Ottoman Geographer Osman b. Abdülmennan and His Vision of the World in Tercüme-i Kitâb-ı Coğrafya (ca. 1749-1750)”, 14-15.

¹¹⁵ İsmail Kara, *İlim Bilmez Tarih Hatırlamaz* (İstanbul: Dergâh Yayınları, 2021), 69-70.

¹¹⁶ Sedat Şensoy, “Şerh”, *TDV İslam Ansiklopedisi*. Erişim 2 Ağustos, 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/serh#1>.

metinde özetleme ve düzenleme yapılarak eser amacına uygun hale getirilebilir ve mevcut meseleler araştırılarak delillendirilmeye çalışılır ve söz uzatılmadan açıklamaların bitirilmesi hedeflenirdi.¹¹⁷

Osman b. Abdülmennân *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserini yazma amacını mesaha ilmini canlandırmak olarak ifade eder.¹¹⁸ Bu amacı doğrultusunda Almanca ve Fransızca kaynaklardan tercüme yapmıştır. Kaynaklarından bir kısmı bilinse de eserinde faydalandığı kaynakların ismi geçmemektedir. İncelenen kaynaklar dahilinde seçici bir üslupla tercüme yapmış ve metinde anlaşılmayan kısımları “eyy”, “ekûlu” gibi ifadelerle başlayan cümlelerle açıklamıştır.¹¹⁹ Metinde yer alan bâblara zeyl/ilaveler yaparak metnin anlaşılabilirliği arttırılmaya çalışılmıştır.¹²⁰ Metinde verilen bilgiler uzatılmadan yeterli görüldüğü kadarıyla verilerek “bu kadarı kâfi” minvalinde ifadelere yer verilmiş, ayrıntılı inceleme yapmak isteyenlerin farklı kaynaklara başvurabileceği ifade edilmiştir.¹²¹ Metnin özgün kısımları denebilecek kısımlara örnek vermek gerekirse eserde 2:1 olarak verilen zirâ kadem oranı zikredilebilir.¹²² Eserde tanıtılan ölçüm aletlerinden gönyenin şekline dair “bana göre” diye başlayarak aletin şeklinin ikizkenar üçgen olması gerekliliği sebepleriyle birlikte aktarılmıştır.¹²³ Eserin rub’ul-müceyyebin mesafe ölçümlerinde kullanımını konu alan İkinci Bâb’ının Üçüncü Makalesinşerh ifadelerinin bulunmaması ve tercüme kaynaklarında mevcut olmaması dolayısıyla metnin özgün kısımlarından olduğu düşünülebilir.¹²⁴ Metnin bölüm sıralaması da *Hediyyetü'l-Mühtedî*’yi muhtemel kaynaklarından ayırmaktadır.¹²⁵ Metnin bu özellikleri çoğaltılabilir ancak bu çalışmanın amacı kapsamında incelenen bölüm özelinde bu kadarla kifayet edilmiştir. Yukarıda görüldüğü üzere metnin tercüme bölümlerinde uygulanan usul, klasik metin telif türlerinden şerhin özellikleriyle uyumaktadır. *Hediyyetü'l-Mühtedî* eseri, eserin

¹¹⁷ Kara, *İlim Bilmez Tarih Hatırlamaz*, 24.

¹¹⁸ Osman b. Abdülmennân, *Hediyyetü'l-Mühtedî*, v. 2a.

¹¹⁹ a.g.e. v. 2b. Türkçe metinde genellikle “yani” ifadeleriyle karşılanan bölümler buna örnektir. Belidor’un metninden örnek vermek gerekirse

¹²⁰ Osman b. Abdülmennân, *Hediyyetü'l-Mühtedî*, v. 45a-50a ve v. 86a-87b bölümleri zeyl/ilavelerdir.

¹²¹ a.g.e., v. 50a.

¹²² Salih Zeki makalesinde bu oranı bulma amacıyla *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserini bulmuştur. bkz. Salih Zeki, “Asar-ı Eslâf 4: *Hediyyetü'l-Mühtedî*”, *Resimli Gazete*, C. 4, S.194 (8 Kânûn-i evvel 1310), 451-454.

¹²³ Osman b. Abdülmennân, *Hediyyetü'l-Mühtedî*, Askeri Müze nr. 3027, v. 15a-15b.

¹²⁴

¹²⁵ Metinde aç ve kenar sayısına göre artan şekilde tasnif yapılmıştır. Böylece tek kenarı olan daire ile başlanmış ve üçgen, dörtgen, çokgen şeklinde fasıllar devam etmektedir.

amacı doğrultusunda kendi bölümlendirmesiyle tercüme kısımlar eklenip şerh edilerek ve mesâhada atıl kalan bilgi ve uygulamalar esere alınmayıp güncel bilgi ve uygulamalara yer verilerek inşa edilmiştir. Dolayısıyla klasik telif türleri incelendiğinde *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserinin tercüme-telif-şerh niteliklerini bir arada bulundurduğudüşünülmektedir.

1.3.5 Eser Hakkında Yapılan Çalışmalar

Hediyyetü'l-Mühtedî eserine dair yapılan en erken çalışma önemli Türk bilim tarihçilerinden Salih Zeki tarafından yapılmıştır. 20 Aralık 1894 tarihli Resimli Gazete’de yer alan “Âsâr-ı Eslâf 4: *Hediyyetü'l-Mühtedî*” başlıklı makalesinde eserin tanıtımı yapılmıştır. Salih Zeki makaleye eseri bulma sürecine dair bilgi vererek başlar. Sultan III. Selim döneminde yürütülen Nizâm-ı Cedîd yenilikleri kapsamında eski ve yeni ölçü birimlerini bir arada bulunduracak şekilde yaptırılan mimârî zirâ cetvelinin bölümlerinden birinin matbaada kullanılan puntoya karşılık geldiğini öğrenmesi üzerine aralarındaki bağlantıyı bulmak üzere yaptığı araştırmalar neticesinde Mühendishane Kütüphanesi’nde bulduğu *Hediyyetü'l-Mühtedî* eseri ile aradığı bağlantıyı kurmuştur. Ardından eserin genel içeriğini aktarıp eserin askeri tarih alanında araştırılabileceğini ifade etmiştir.¹²⁶

Türk bilim tarihi çalışmalarındaki ilk kaynaklardan olan A. Adnan Adıvar’ın ilk olarak 1940 yılında Fransızca olarak yayımlanan “Osmanlı Türklerinde İlim” eserinde Osman b. Abdülmennân ve iki eserinden bahsedilmiştir.¹²⁷ Ancak *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserinden bahsedilmemiştir.

Ekmeleddin İhsanoğlu, Ramazan Şeşen ve Cevat İzgi tarafından hazırlanan *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi* ve Ekmeleddin İhsanoğlu, Ramazan Şeşen, M. Serdar Bekar ve Gülcan Gündüz tarafından hazırlanan *Osmanlı Askerlik Literatürü Tarihi* bibliyografik eserlerinde Osman b. Abdülmennân ve eserlerinden bahsedilmektedir.¹²⁸ Bu eserlerde *Hediyyetü'l-Mühtedî* Batı’dan yapılan tercümelemler kapsamında değerlendirilmiştir.

¹²⁶ Salih Zeki, “Âsâr-ı Eslâf 4: *Hediyyetü'l-Mühtedî*”, Resimli Gazete, c. 4, S. 194 (8 Kanûn-i evvel 1310), 451-454.

¹²⁷ Adıvar, *Osmanlı Türklerinde İlim*, 188; Orhan F. Köprülü, “Abdülhak Adnan Adıvar”, *TDV İslam Ansiklopedisi*. Erişim 29 Temmuz, 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/adivar-abdulkhak-adnan>.

¹²⁸ İhsanoğlu vd., *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi*, 243-246. Ekmeleddin İhsanoğlu, Ramazan Şeşen, M. Serdar Bekar ve Gülcan Gündüz, *Osmanlı Askerlik Literatürü Tarihi*, ed. Ekmeleddin İhsanoğlu, c.1, (İstanbul: İslam Tarih Sanat ve Kültür Araştırma Merkezi (IRCICA), 2004), 37.

Osman b. Abdülmennân'ın çalışmalarını esas alan Ramazan Şeşen'in "*Belgrad Divanı Tercümanı Osman b. Abdülmennân ve Tercüme Faaliyetindeki Yeri*" adlı makalesinde Osman b. Abdülmennân'a ve eserlerine dair genel bilgiler verilmektedir.¹²⁹Bu makalede *Hediyyetü'l-Mühtedî* eseri Batı teknik ve ilminin üstünlüğünün kabul edilip başlanan tercüme süreci içerisinde değerlendirilmiştir.¹³⁰

Osmanlı mesâha ilminin Eğinli Numan Efendi'nin eseri bağlamında değerlendirildiği doktora tezi çalışmasında *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserinin içeriği özet halinde aktarılmıştır. Bu çalışmada eserde kullanılan aletlerden tabla ve usturlâb-ı basît aletine de değinilmiştir.¹³¹

Son olarak *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserinin özellikle Avrupa kaynakları bağlamında incelemesinin yapıldığı bir makale çalışması bulunmaktadır. Bu çalışmada eserin kritik edisyonu çalışmalarının yapıldığı bilgisi de verilmiştir.¹³² Çalışmanın yazarları tarafından eserde tanıtılan aletlerin ele alındığı bir makale de bulunmaktadır.¹³³

1.3.6 Eserin Etki Alanı

Şimdiye değin eserin yazılma amacı, dili ve üslubu, içerik tasnifi, içerdiği bazı ölçüm aletleri ve muhtemel kaynaklarından bahsedilmiştir. Bu başlıkta eserin kullanım alanlarına dair elde edilen bilgiler paylaşılacaktır.

Esere dair genel çerçevenin çizildiği bölümde askeri eğitim kurumlarında ders kitabı niteliğinde okunabilecek bir eser olduğu ifade edilmişti. Bu bağlamda mühendishanelerde kullanılmış olabileceği önceki çalışmalarda ifade edilegelmiştir.¹³⁴Nitekim *Hediyyetü'l-Mühtedî* eseri 1794'te henüz öğrenciler eğitime başlamadan oluşturulan Mühendishane Kütüphanesi'nin ilk döneminden beri kütüphane demirbaş listesinde bulunmaktadır.¹³⁵ Salih Zeki makalesinde bu eserin Sultan III. Selim tarafından Mühendishane Kütüphanesine hediye edildiğini ifade

¹²⁹ Şeşen, "Belgrad Divanı Tercümanı Osman b. Abdülmennân ve Tercüme Faaliyetindeki Yeri", 305-320.

¹³⁰ a.g.e.,315.

¹³¹ Çavuşoğlu, "Osmanlı Mesâha İlmi: Eğinli Nu'mân Efendi'nin Tebyînü A'mâli'l-Misâha İsimli Eseri Bağlamında".

¹³² Abdeljaouad vd., "Émergence d'un savoir mathématique Euro-Islamique : L'Offrande du converti pour ranimer la flamme éteinte", 32.

¹³³ Abdeljaouad ve Ageron, "Eastern and Western Instruments in Osman Efendi's Hadiyyat al-Muhtadi (The Gift of the Convert), 1779".

¹³⁴ Çavuşoğlu, "Osmanlı Mesâha İlmi: Eğinli Nu'mân Efendi'nin Tebyînü A'mâli'l-Misâha İsimli Eseri Bağlamında", 228.

¹³⁵ Beydilli, *Türk Bilim ve Matbaacılık Tarihinde Mühendishâne, Mühendishâne Matbaası ve Kütüphanesi(1776-1826)*, 277.

eder.¹³⁶ Eserin 1826 Kütüphane eserleri listesinde yer alırken 1836 yılı listesinde bulunmadığı görülmektedir.¹³⁷ Bununla beraber Salih Zeki 1894 tarihli makalesinde eseri Mühendishane Kütüphanesi'nde bulunduğunu ifade etmektedir.

Eserin nüshalarından birinde Mühendishâne hocalarından İbrahim Kâmi b. Ali'nin istinsah kaydı bulunmaktadır.¹³⁸ Bu nüshada müellif nüshasına ilave okumayı kolaylaştıran çizimler bulunmaktadır. Buna rağmen Arapça eserlerin mühendishanede ders kitabı olarak kullanılmadığı dolayısıyla önemli görülen eserlerin Türkçe'ye çevrildiği veya çevirilerinin planlandığı görülmektedir.*Hediyyetü'l-Mühtedî*'nin de Türkçe tercümesine Hüseyin Rıfkı Tamânî tarafından başlanmış ve ardından Öklid'in Elemanlar eserinin Türkçe çevirisinin yapılması planlanmıştır.¹³⁹ Ancak elimizde Türkçe metni bulunmaması dolayısıyla bu planın gerçekleştirilemediği düşünülebilir. Bu minvalde Tamânî'nin planını gerçekleştirememesi üzerine İbrahim Kâmi'nin eseri istinsah ettiği ihtimali ortaya çıkmaktadır. Yahut eserin tercümesini yapmak yerine eserden faydalanılarak güncel yeni bir eser kaleme alınması uygun görülmüş olabilir.¹⁴⁰

Eserin Kandilli nüshasının Seyyid Muhammed Nuri el-mühendis'in olduğu ve Askeri Müze nüshasında da mühendishane hocalarından Seyyid Musfata'nın mührünün bulunduğu görülmektedir. Dolayısıyla Türkçe'ye tercümesi gerçekleştirilememiş olsa da eserin mühendisler tarafından beğenilerek çoğaltıldığı görülmektedir. Bu sebeple mühendishanedeki kullanımına dair genel olarak eserden mühendishane hocalarının ve mühendislerin haberdar olup faydalandığı söylenebilir.

Eserin 1768-74 Osmanlı-Rus Savaşı sırasında kaleme alınmış olması ve mühendishanelerin kurumsallaşması öncesi Humbaracı Ocağı veya Hendesehane'de kullanılmış olması ihtimali bulunmaktadır. Ancak bu çalışma kapsamında yapılan incelemelerde buna dair bir bilgiye ulaşılamamıştır.

¹³⁶ Salih Zeki, "Asar-ı Eslâf 4: *Hediyyetü'l-Mühtedî*", 452.

¹³⁷ Beydilli, *Türk Bilim ve Matbaacılık Tarihinde Mühendishâne, Mühendishâne Matbaası ve Kütüphanesi*(1776-1826), 417-421.

¹³⁸ Osman b. Abdülmennân, *Hediyyetü'l-Mühtedî*, Darul Kutub, Riyazat, nr. 695.

¹³⁹ Beydilli, *Türk Bilim ve Matbaacılık Tarihinde Mühendishâne, Mühendishâne Matbaası ve Kütüphanesi*(1776-1826), 367.

¹⁴⁰ Bu dönemde eser içerikleri, numaralandırmalar, çizimlerin esere konumlandırılması gibi farklılıklarla Abdülmennân ve Tamânî'nin eserleri ayrılmaktadır. Bununla beraber Tamânî'nin eserlerine dair yapılacak çalışmalarla mezkûr bağlantı ortaya çıkarılabilir.

Hediyyetü'l-Mühtedî eserinin ulaşılabildiği kadarıyla 11 adet nüshası bulunmaktadır. 1893-94 tarihinde ise Abdülfettah el-Benna ed-Dimyatî tarafından “Hid’ayetü'l-Mühtedî li-îkadi’s-sirâci’l-müntafi” telhis edilmiştir.¹⁴¹

Sonuç olarak *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserinin ilmi sahadaki etki alanına dair yukarıda zikredilen bilgilere dayanarak *Hediyyetü'l-Mühtedî*’nin mühendishane başta olmak üzere Osmanlı’da uzun bir dönem kullanımda olduğu söylenebilir.

1.3.7 Eserin Nüshaları

Hediyyetü'l-Mühtedî eserinin OMLT’de sekiz nüshası bulunmaktadır.¹⁴² Bu çalışma sırasında toplam on bir adet nüsha bilgisine ulaşılmıştır. Bu nüshalar incelenerek İSAM tahkikli neşir esaslarının nüsha seçim kriterleri dikkate alınarak iki nüsha belirlenmiştir.¹⁴³

1.3.7.1 Tahkikli Metinde Kullanılan Nüshalar

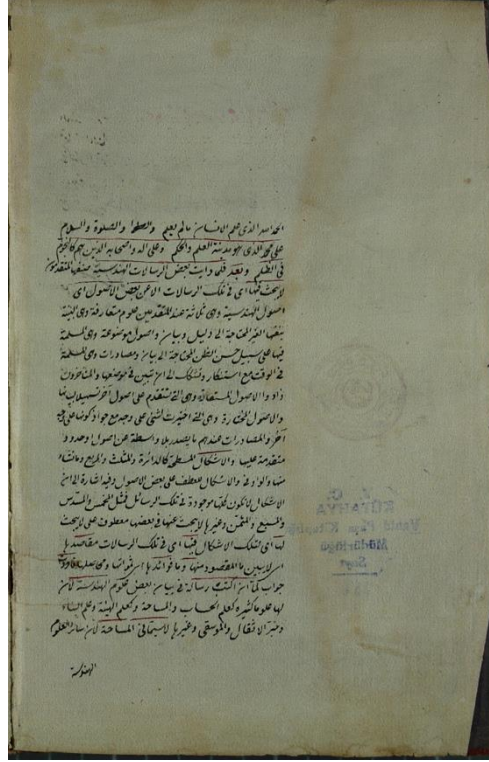
1. Kütahya Vahid Paşa Kütüphanesi, nr. 786

- 230x145, 155x70 mm, 25 satırlı nüsha 147 varaktan oluşur. Talik hattı kullanılmıştır. Çizimler sarı ve siyah mürekkep ile nizami şekilde yapılmıştır. Eserde başlıklar ve önemli kayıtlar için kırmızı mürekkep kullanılmıştır. Metnin bazı yerlerinde kırmızı mürekkeple üst çizgi çizilmesi metnin tercüme veya şerh kısımlarının belirtilmesi amacıyla olduğu ihtimalini düşündürmektedir. Nitekim bu çizgiler metnin istinsahlarında da korunmuştur.
- Nüshada istinsah kaydı bulunmayıp sadece Osman b. Abdülmennân’ın ferağ kaydı bulunmaktadır.
- Eserdeki çizimlerin eksiksiz bir şekilde ve metne uygun olarak verilmesi bu nüshanın müellif nüshası olma ihtimalini daha da arttırmaktadır.
- Eserin farklı sayfalarında Vahid Paşa’nın 1226 tarihli mührü bulunmaktadır.

¹⁴¹Fazlıoğlu, “Mesâha”.

¹⁴² İhsanoğlu vd., *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi*, 245-246.

¹⁴³ Okan Kadir Yılmaz (haz.), *İSAM Tahkikli Neşir Kılavuzu*, (Ankara: İSAM Yayınları, 2018), 31-35.

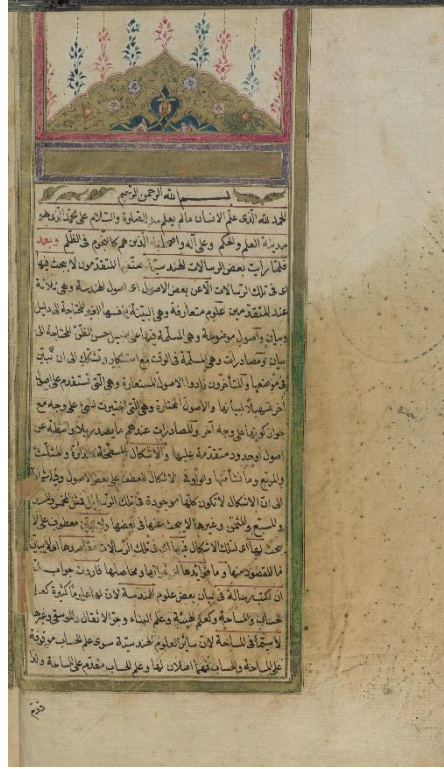


Şekil 9. Kütahya Vahid Paşa nüshası v. 2a

2. Askeri Müze Nüshası, nr. 3027

- Sayfaları 23 satırlı, 158 varak olan nüshanın ebatları 225x302 mm'dir. Nesih yazısıyla yazılmış siyah ve kırmızı mürekkep kullanılmıştır.
- Koleksiyonun tanıtıldığı çalışmada eser hakkında yanlış bilgiler bulunmaktadır. Eserde Öklid'in Elemanlar'ından bahsedilmiş olsa da Öklid şerhi olduğuna dair bir ibare yoktur. Buna rağmen Askeri Müze Kütüphanesi'nde "Şerh-i Öklid" ismiyle kayıtlıdır. Telif tarihi de 10 Muharrem 1193 yerine 10 Muharrem 1117/4 Mayıs 1705 olarak verilmiştir.¹⁴⁴ Vefat tarihi ise 1872 olarak ifade edilmektedir. Bu haliyle Osman b. Abdülmennân başka birisiyle karıştırılmış olabilir yahut tarihlerin yazımında hata olduğu söylenebilir.
- Metnin sonunda Osman b. Abdülmennân'ın ferağ kaydı bulunmaktadır. İstinsah kaydı bulunmamaktadır.
- Vahid Paşa nüshasıyla içerik olarak benzerliği yüksektir. Bu sebeple birbirlerinden kopya edilmiş olma ihtimalinden söz edilebilir.

¹⁴⁴İsmail Orman, Askeri Müze Yazma Eserler Koleksiyonu, Askeri Müze ve Kültür Sitesi Komutanlığı 2011, 94.



Şekil 10. Askeri Müze nr.3027, v. 2a

1.3.7.2 Diğer Nüshalar

Listede bulunan nüshaların tamamına ulaşılamamıştır. Ulaşılan nüshalarda incelemelerimize yer verilmiş, ulaşılamayan nüshaların kütüphane kayıt bilgileri aktarılmıştır.

1. Darul Kutub, Riyazat, nr. 695

- H. 1206/M. 1791 tarihli nüsha 129 varaktır.
- OMLT’de Kuyucaklı Muhammed Atif tarafından H. 1209/M. 1794-95 ‘da istinsah edildiği bilgisi yer almaktadır. Ancak bu nüshada mühendishane hocalarından İbrahim Kâmi b. Ali’nin istinsah kaydı bulunmaktadır. Bu nüshada müellif nüshasından farklı ilave çizimler bulunmaktadır.
- Eserin zahriye sayfasında kitabın hendese, hisab, mesaha, humbara atışı ve lağım kazımı olmak üzere beş fenden müteşekkil olduğunu ifade eden bir not bulunmaktadır.

2. El-Ezher Kütüphanesi, 133436 (Mühendislik 169)

- Bu nüsha 14x24 cm, 21 satır şeklinde 168 varaktır. Ferağ kaydı bulunmayan eserde metnin sonuna H. 1204/M. 1789-90 tarihi düşülmüştür. Bu açıdan istinsah edilmiş nüsha olduğu düşünülebilir.

- Eserin zahriye sayfasında Osman b. Abdülmennân'ın Sultan Mahmud zamanında (H. 1160) Bulgar (veya Belgrad) Kalesi'nde mühendis olduğuna dair bir not bulunmaktadır.

3. Katar Ulusal Kütüphanesi HC.MS.00454

- 22x16 cm, 23 satırlı nüsha 156 varaktan oluşur. Muhammed Ali b. Abdurrahim'in H. 1205/M. 1790-91 tarihli istinsah kaydı bulunmaktadır.

4. Princeton Üniversitesi İslami Yazmalar Ktp. n. 162

- 235x168 mm nüsha 170 varaktan oluşur. Nesih hattıyla yazılmıştır.
- Mısır nüshasında zahriyesayfasında bulunan not bu nüshada da bulunmaktadır.
- Nüshanın sonunda ferağ kaydı bulunmamaktadır.

5. Kandilli Rasathanesi Kütüphanesi Yazma Eserler Koleksiyonu nr. 65

- 330x222 cm, 200x95mm, 23 satır ve 160 varaktan oluşmaktadır. Nesih hattıyla yazılmıştır. Mustafa Nureddin tarafından H. 1199/M. 1784-85 yılında istinsah edilmiştir. İstinsah kaydının altına kırmızı mürekkeple resimlerin Emin Paşazâde tarafından yapıldığı notu düşülmüştür.
- Sonradan son sayfaya top çapları ve ölçü birimleriyle alakalı bir not düşülmüştür.
- Zahriyede Mühendis Seyyid Muhammed Nuri'nin notu ve H. 1276/M. 1859-60 tarihli damgası bulunmaktadır.¹⁴⁵

6. Arif Hikmet, nr. 2279, hafız Ahmed b. Omar

- H. 1199/M. 1784/85 tarihli istinsah olduğu bilgileri verilmiştir.

7. Tal'at, Riyaza, nr. 137, h. 1211. King I, 540, II, 964-65

8. Bağdad, el-Evkafu'l-amme, nr. 6296 (manuscript id: 97619)

- 21x15cm ve 236 sayfadır.
- Abdurrahman b. Seyyid Veliyüddin el-Kabucâkî tarafından H. 1219/M. 1804-1805 tarihinde istinsah edilmiştir.

9. Darül Kütübi'l-Mısriyye, Riyaza, nr. 628

- Abdülfettah b. Muhammed b. Abdurrahman el-Bennâ'nın (1917'de sağ) telhisi olduğu düşünülmektedir.¹⁴⁶

¹⁴⁵Günay Kut ve Fatma Büyükkarcı Yılmaz,haz.,*Kandilli Rasathanesi El Yazmaları 2: Arapça ve Farsça Yazmalar* (İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Yayınevi, 2012), 364-66.

¹⁴⁶Şeşen,“Belgrad Divanı Tercümanı Osman b. Abdülmennân ve Tercüme Faaliyetindeki Yeri”, 319.

2 BÖLÜM MATEMATİKSEL DEĞERLENDİRME

2.1 MATEMATİKSEL DEĞERLENDİRMEDE KULLANILAN YÖNTEM:

- Bu çalışmanın tercüme bölümünde dönemin matematiksel çalışmalarının sarıh biçimde aktarılması amacıyla metne sadık kalınmıştır. Bu sebeple matematiksel değerlendirme bölümünde metindeki matematiksel unsurlar günümüz matematiğiyle aktarılmaya çalışılmıştır.
- Bununla beraber matematiksel değerlendirme eserin günümüz matematiğiyle hazırlanmış bir özeti olarak düşünülebilir.
- Eserdeki ifadelerin günümüzde karşılık geldiği terimler varsa bu terimler kullanılmıştır. Ancak bugünkü terimlerden farklı şekilde tanımlandıkları durumlarda metinde kullanılan terim olduğu gibi verilmiştir.
- Eserde mevcut önermeler müellifin açıklama, sağlama ve delilleri verilirken eserdeki anlatıma sadık kalınmıştır.
- Metnin aslında olmayıp okumayı kolaylaştırma amaçlı tercümede numaralandırılan maddeler, takibi kolaylaştırmak amaçlı yine aynı numaralarla aktarılmıştır.
- Bu maddelerin her biri bir veya birden çok benzer önermeyi içinde barındırmaktadır.
- Tarafımızdan yapılan eklemeler köşeli parantez “[]” içerisinde verilmiştir.
- Eserdeki önermelerin ispatları da verilmiştir. Günümüz ispat yöntemlerinden farklı olması dolayısıyla
- Eserde aktarılan ve Öklid’in Elemanlar adlı eserinde bulunduğu tespit edilen önermelerin Elemanlar eserindeki yeri dipnotlarda verilmiştir. Temel bir metin olması sebebiyle Öklid’in Elemanlarına dair yapılan bilim tarihi çalışmalarında faydalı olacağı düşünülmüştür.

2.2 KISALTMALAR ve NOTASYON:

A, A(): Alan

TA: Taban Alanı

YA: Yüzey Alanı

Ç: Çevre

TÇ: Taban Çevresi

V: Hacim

h: Yükseklik

m(...): Aç1

— : Doğru Parçası

| | : Doğru Parçası Uzunluğu

^ : Yay

⊥: Dik

||: Paralel

∴ : “Öyleyse”

∵ : “Çünkü”

2.3 MATEMATİKSEL DEĞERLENDİRME

Eserin giriş kısmında beş çeşit önermeden bahsedilmektedir. Bunların üçü mutekaddimîn eserlerinde varken müteahhirîn eserlerinde iki önerme eklendiği ifade edilir. Bu önermelerin ilk üçü ulum mütearife (aksiyomlar), usul-i mevzua (postulatlar) ve musaderat (problem) ve eklenen ikisi ise usul-i müsteare (yardımcı önerme) ve usul-i muhtare olarak sıralanmıştır.¹⁴⁷

¹⁴⁷Ulûm müteârife, matematikte doğru olduğu kabul edilen aksiyomlardır. bkz. Nasirüddin Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, haz. Atilla Bir ve Mustafa Kaçar, (İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2020), 40. *Usul-i mevzua*, belitler veya konu yöntemleri olarak ifade edilmektedir. Geometride kabul edilen aksiyomlar yani postulatlar için kullanılan terimdir. a.g.e., 39.*Usul-i müsteâre/yardımcı önermeler*, Öklid'in Elemanlar eserinde de bulunmaktadır ancak bu önermelerin metne sonradan eklendiği düşünülmektedir. Ali Sinan Sertöz (çev.), *Öklid'in Elemanları*, (Ankara: TÜBİTAK Popüler Bilim Kitaplığı, 2020), 356. Bununla beraber Belidor'un eserinde kabul edilen beş usul aksiyom, teori, problem, lemma ve corollary'dir. Lemma yardımcı önermelere karşılık gelir. Forest de Belidor, *Nouveau cours de mathématique, à l'usage de l'artillerie et du génie*, (Paris, 1725), 2. Metinde zikredilen *usul-i muhtâre* corollary olarak değerlendirilebilir. Corollary ispatı

2.3.1 MUKADDİME

Müellif, bu bölüme geometri (hendese) ve uygulamalı geometri (mesâha) tanımlarıyla başlamıştır. Geometri, sürekli nicelik (mikdar) olan çizgi, yüzey, cisim ve açıyı ve aynı tür sürekli niceliklerin oranlarını konu alan bilim dalıdır. Uygulamalı geometri ise geometrinin bir dalı olarak uzunluk, genişlik ve derinlik açısından çizgi, yüzey ve diğer sürekli niceliklerin incelendiği bilim dalıdır. Bahsedilen sürekli niceliklerden çizginin tek boyutu uzunluktur. Yüzeyin iki boyutu vardır ve bunlar uzunluk ve genişliktir. Cismin ise üç boyutu vardır ve bunlar uzunluk, genişlik ve derinliktir.

Uygulamalı geometrinin temel kavramları:

Çizgi, tek boyutludur ve sadece uzunluğu vardır. Genişliği ve derinliği yoktur. Eğer sonlu bir çizgiyse başlangıç ve bitiş noktaları vardır. Noktanın yalnızca bir boyutta hareketiyle oluşur.

Yüzey, iki boyutludur. Derinliği yoktur, sadece uzunluk ve genişliği vardır. Sonlu çizginin hareketiyle diğer boyut olan genişlik ve sonuç olarak yüzey oluşur ve yüzeyin çevresi sonlu çizgilerden oluşur.

Cisim, üç boyutludur. Uzunluğu, genişliği ve derinliği vardır. Cisim bir yüzeyin hareketiyle meydana gelir ve cismin çevresi yüzeylerden oluşur.

Nokta, uzunluk, genişlik ve derinliği olmayan şeydir. Buna geometrik nokta denir.

Çizgiçeşitleri: Doğru (el-müstakîm), Eğri (el-münhanî), Karışık (el-muhallet) çizgi.

Yüzeyçeşitleri: Düzgün yüzey (es-sathu'l-müstevî), Dışbükey yüzey (es-sathu'l-mürtefî/el-muhaddeb), İçbükey yüzey (es-sathu'l-mücevvef/el-muka'ar).

Yüzeyesel Açı (ez-zâviyetü'l-basîta), iki çizginin kesişiminde oluşur. Bu çizgiler doğru veya eğri olabilir. Açı çeşitleri: Dik (kâim), Dar (hâdde), Geniş (münferice) açı.

Dikme (el-hattu'l-amûd), bir doğruya dik olan doğrudur.

yapılan teoremin bir sonucu olarak ortaya çıkan teoremdir. Güncel corollary tanımı da bu şekildedir. bkz. Erişim 3 Mayıs, 2023. <https://mathworld.wolfram.com/Corollary.html>.



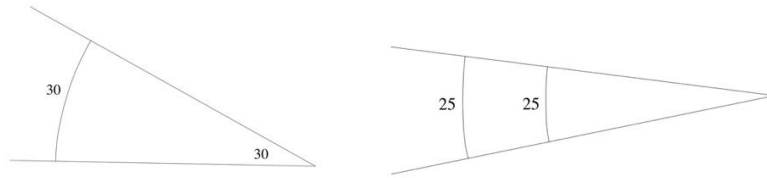
Dairenin çevresi/çember (muhîtu'd-daïre), bir noktanın kendisine belli bir uzaklıkta olan başka bir nokta (merkez) üzerinde döndürülmesiyle oluşan dairesel çizgidir.

Merkezden çevreye çıkarılan bütün doğrular eşit uzunluktadır.

Dairenin çevresi üç yüz altmış bölüme bölünür ve bu bölümlere *derece* denir. Her derece altmış dakikaya, her dakika altmış saniyeye, her saniye altmış saliseye vs. bölünür.

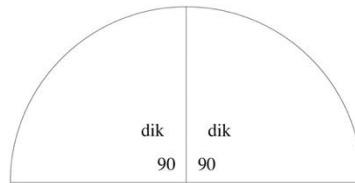
Daire çevresinin her bir dilimine yay (kavs) denir. Yayın uzunluğu derece, dakika vs. ile ifade edilir. Dik, dar veya geniş açıların miktarı bu şekilde ifade edilir.

Yay uzunluğu merkezden çıkan iki doğrunun içinde kalan yay açısıyla çevrili olan kısımdır.



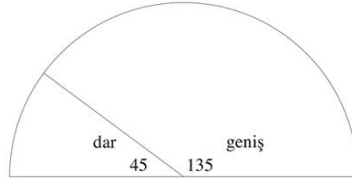
Dik açı 90° 'dir ve dik açının çevrelediği yay dairenin çevresinin çeyreğidir ve o da 90° 'dir.

İki dik açının miktarı 180° 'dir ve onun çevrelediği yay daire çevresinin yarısıdır yine 180° 'dir.



Bir doğrunun diğer doğruya dikey olarak oluşturduğu iki açı yine 180° 'dir. Çünkü ikisinin yayları toplamı, birbirine eşit ve 90° olan iki dik açının toplamı gibidir. Bu da daire çevresinin yarısıdır. Oluşan iki açı birbirinden farklıysa bu açılardan biri dar açı diğeri geniş açıdır. Bu iki açıdan birinin miktarı bilindiğinde diğer açı, bu miktarın 180° 'den çıkarılmasıyla bulunur.

Örnek: Dar açı 45° olsun. Geniş açı $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ 'dir.

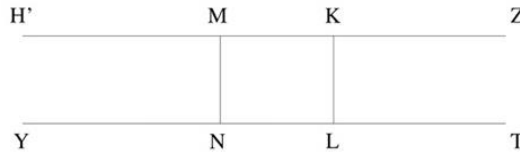


Paralel doğrular, aralarındaki (dik) mesafenin hiçbir surette değişmediği doğrulardır.



$$AB \parallel CD \parallel HV$$

1.¹⁴⁸ Paralel doğruların birinden diğerine çizilen dikmeler birbirine eşittir.



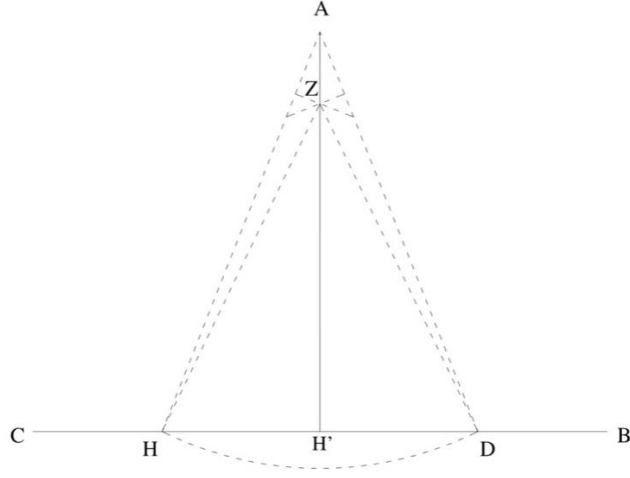
$$ZH' \parallel TY, MN \perp TY, KL \perp TY$$

O zaman paralel doğrunun tanımı gereği

$$\therefore |MN| = |KL|$$

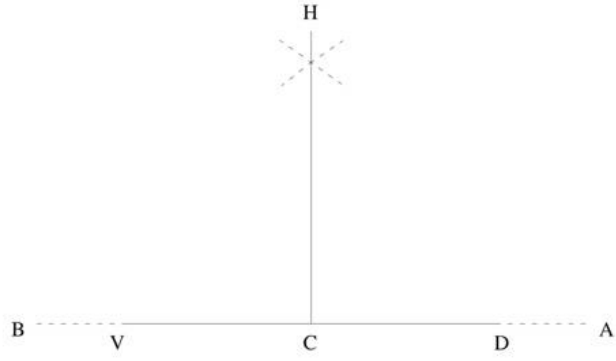
¹⁴⁸ Metin içerisinde verilen önermeler metnin orijinal halini koruyarak numaralandırılmıştır. Bu numaralar metin içerisinde ve dipnotlarda yeri geldiğinde *madde* olarak anılmıştır. Çünkü eserin yapısını bozmamak adınayaptığımız bölümlendirmede içerisinde birden çok önerme bulunan maddeler mevcuttur. Metindeki önermelerin her biri problem veya teori olarak görülebilir. Metinde Öklid'in Elemanlarında bulunan önermeler mevcuttur. Öklid'in Elemanlar eserinde olduğu üzere bir önermenin içerisinde *bildirme*, [*açıklama*, *belirtme*, *düzenleme*], *gösterme* ve *bitirme* bölümleri bulunur. Bkz. Özer Öztürk ve David Pierce (çev.), *Öklid'in Öğelerinin 13 Kitabından Birinci Kitap* (İstanbul: Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Matematik Bölümü, 2013), 8. Birkaç benzer önermenin ispatlanmadan benzer ispatlarına atıf yapılarak geçildiği de görülmektedir.

2. Bir doğruya bir noktadan dikme indirilebilir.



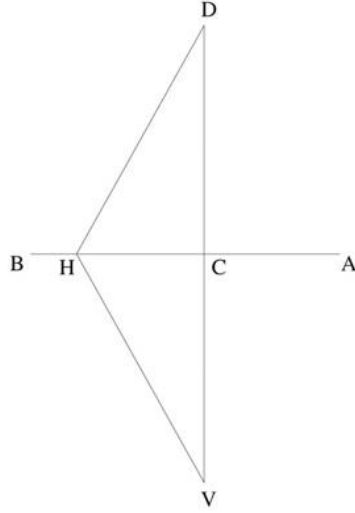
$$|AH| = |AD| = k, |HZ| = |DZ| = k - 1 \therefore AH' \perp BC$$

3. Bir doğrudaki bir noktadan doğruya bir dikme çıkarılabilir.



$$|DC| = |CV|, |HV| = |HD|$$

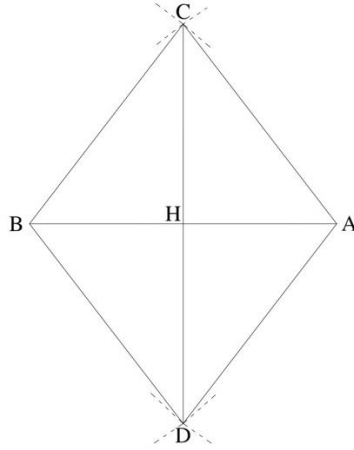
4. Bir noktadan bir doğruya çıkarılan en kısa doğru dikmedir.



$$DC \perp BA \text{ \& } CV \perp BA \therefore |DC| + |CV| < |DH| + |HV|$$

$$|DH| = |HV| \text{ \& } |DC| = |CV| \therefore |DC| < |DH|$$

5. Bir doğrunun iki eş parçaya bölünmesi, doğrunun iki ucundan alt ve üstündeki iki noktaya eşit uzaklıkta yaylar çizilerek yapılır.



$$|BC| = |AC| \text{ \& } |BD| = |AD| \therefore |CD| \perp |AB| \text{ \& } |BH| = |AH|$$

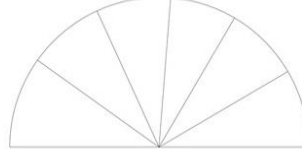
Delil¹⁴⁹: $|HC| = |HD|$

¹⁴⁹ Metinde *burhan* olarak ifade edilmiştir. Dönemin ispat yöntemi olarak nitelendirilebilir. Nitekim ispat olarak da ifade edilmektedir. Bkz. İhsan Fazlıoğlu, *Aded ile Mikdar*, (İstanbul: Ketebe Yayınları, 2020), 78. Çalışmamızda ise günümüz ispat yönteminden farklı olduğu için ispat olarak verilmeyip yine benzer anlamda olan bir kelime olarak delil kelimesi ile karşılamak tercih edilmiştir. Burhan, İslam Medeniyeti'nde farklı ilim dallarında çeşitlere ayrılmaktadır. Hendesede kullanılan ispat yöntemi *aklî burhan*, mesâhada kullanılan ispat yöntemi *burhân-ı hissî*dir. Matematiksel gerçeklik ile fiziksel gerçekliği içinde barındırdığı için hissi olarak mevcut önermeler test edildiği için hissî burhan *ikna* olarak da tabir edilmektedir. Fazlıoğlu, *Uygulamalı Geometrinin Tarihine Giriş; el-İknâ fî İlmi'l-Misâha*, 24-25. Eserin Öklid'in Elemanlarını ve ilaveten farklı önermelerin verildiği bölümlerde (Birinci Bâb ve Üçüncü Bâb) hendesî burhan kullanılmıştır. Mesâhanın uygulama kısmının verildiği İkinci Bâb'ta hissî burhan kullanılmıştır.

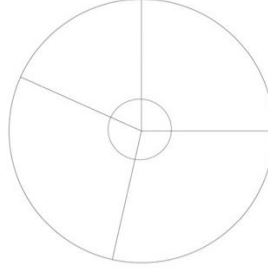
Sağlama: CA, AD, DB ve BC doğruları çizilir.

$$|CA| = |AD| = |DB| = |BC|$$

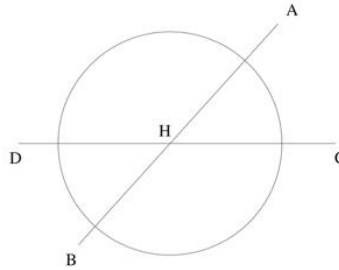
6. Bir doğru üzerindeki bir noktada farklı doğruların oluşturduğu açılar toplamı 180° 'ye eşittir. Bu açılar çevrelediği yay yarım dairedir.



Bundan dolayı bir noktada oluşan açılar toplamı da 360° 'dir.



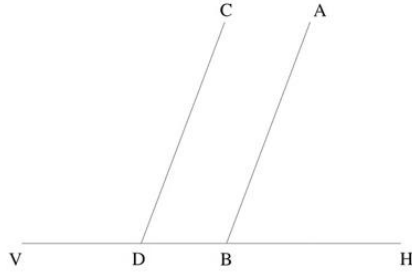
7. İki doğru kesiştiğinde birbirine karşılık gelen açılar birbirine eşit olur.



Sağlama: H merkezli bir çember ve üzerinde kesişen $\overline{AB}$ ve $\overline{CD}$ doğruları çizilir.

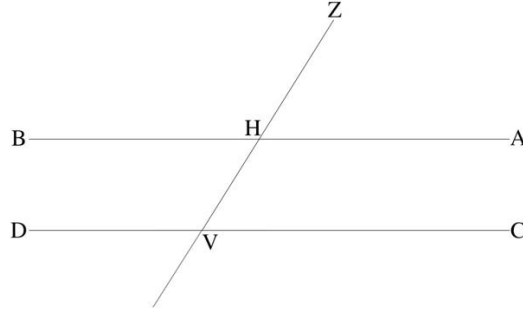
$$\widehat{AC} = \widehat{DB} \text{ \& } m(\angle AHC) = m(\angle DHB)$$

8. Bir doğru üzerinde bulunan iki paralel doğrunun aynı yöne bakan açıları birbirine eşittir.



Delil: Açıların eşitliğini göstermek için bir önceki maddedeki gibiaçılarınayayları çizilir.

9. Paralel iki doğruyu kesen üçüncü bir doğrunun oluşturduğu karşılıklı açılar birbirine eşittir.



Açıklama:

$\overline{HV}$, $\overline{AB}$ ve $\overline{CD}$ paralel doğruları arasına çizilir.

$$m(AHV) + m(CVH) = 180^\circ \therefore m(AHV) = m(DVH)$$

$$m(BHV) + m(DVH) = 180^\circ \therefore m(AHV) = m(CVH) \& m(BHV) = m(DVH)$$

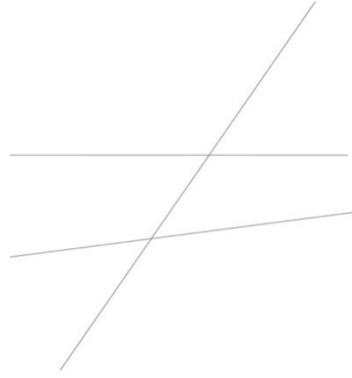
$$\& m(DVH) = M(AHV)$$

$$m(BHZ) = m(AHV)$$

Karşılıklı açıların eşit olması sebebiyle (7. madde);

$$m(BHZ) = m(DVH) \therefore m(BHZ) = m(DVH)$$

Doğrular paralel değilse açıların eşitliği söz konusu olamaz.

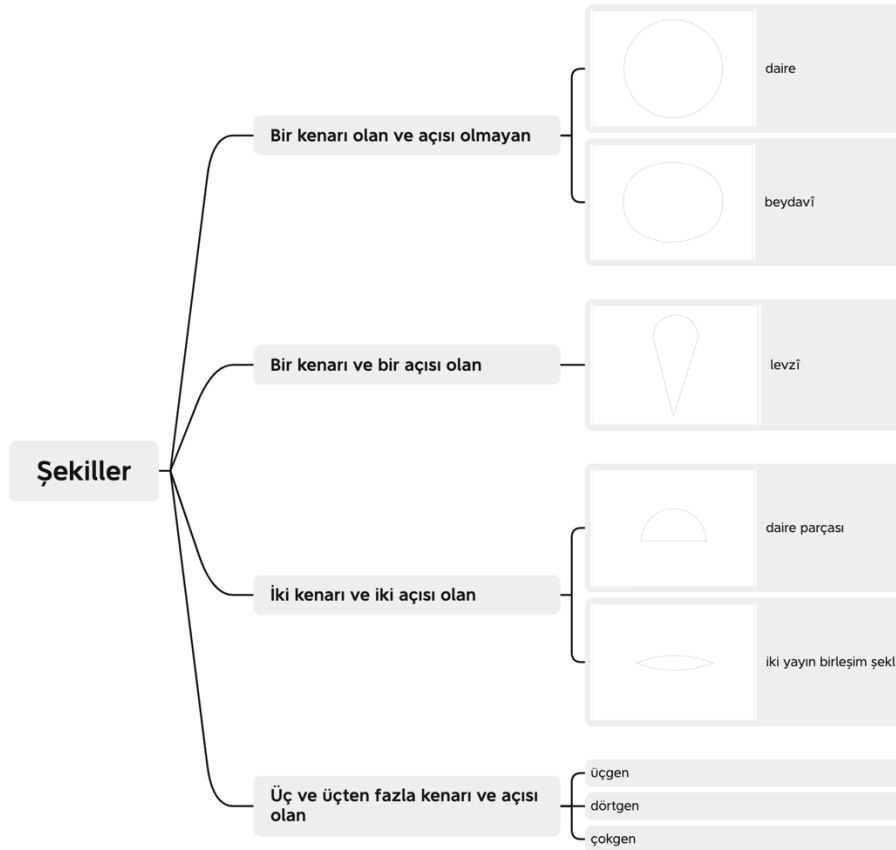


2.3.2 BİRİNCİ KISIM: YÜZEYSEL ŞEKİLLER

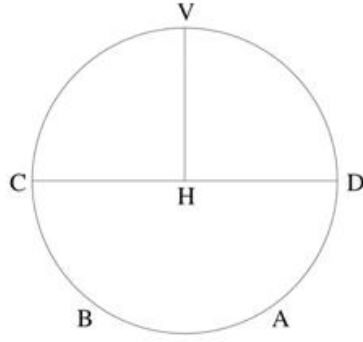
2.3.2.1 BİRİNCİ BÂB: ŞEKİLÇEŞİTLERİ, ÖZELLİKLERİ VE ALANLARI

2.3.2.1.1 Birinci Fasıl: Şekillerin Tanımı ve Yüzeysel Şekillerin Çeşitleri

Şekiller aşağıdaki gibi kenar ve açı sayılarına göre tasnif edilmiştir:



2.3.2.1.2 İkinci Fasıl: Daire, Daire Elemanları ve Özellikleri

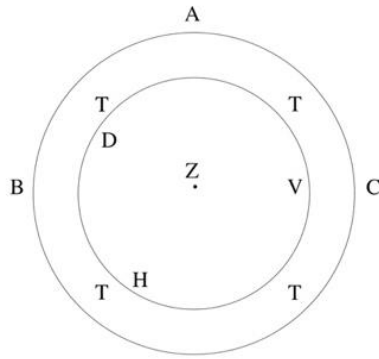


H: Dairenin merkezi

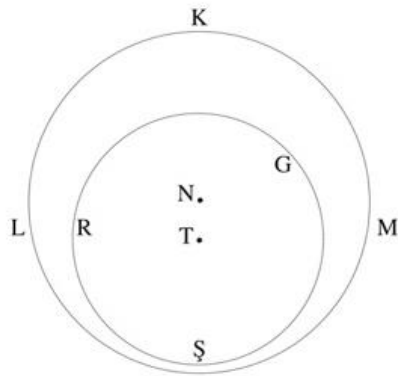
$\overline{CD}$: Dairenin çapı

$\overline{HD}$: Dairenin yarıçapı

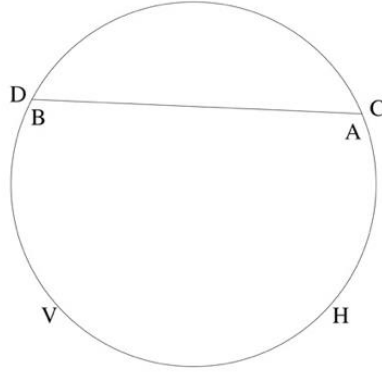
$$|HD| = |HC| = |HV|$$



Ortak merkezli daireler arasındaki kısma *tâc(halka)* denir.

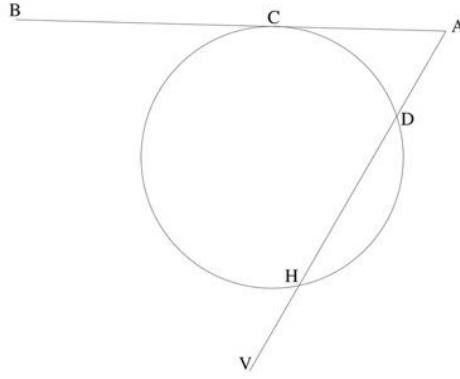


Ortak merkezli olmayan dairelerin çevreleri paralel değildir.



$\overline{AB}$: Kiriş

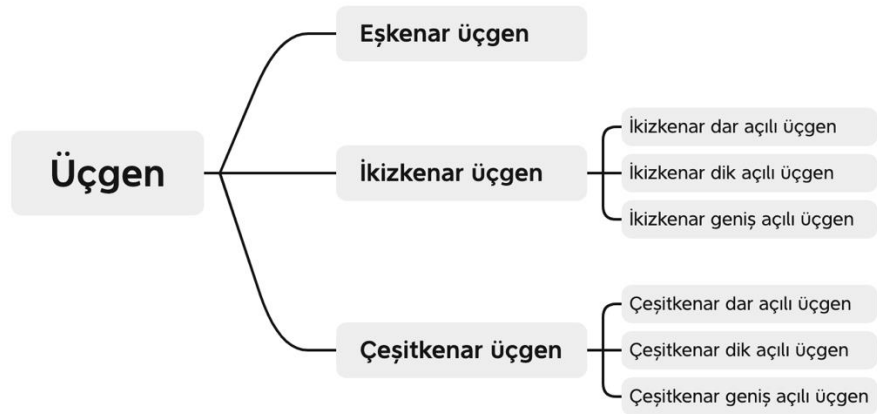
$\widehat{CD}$ ve $\widehat{CHVD}$ yay, CDBA ve CHVDBA daire parçasıdır.



$\overline{AB}$: Teğet doğru

$\overline{AV}$: Kesen doğru

2.3.2.1.3 Üçüncü Fasıl: Üçgenler



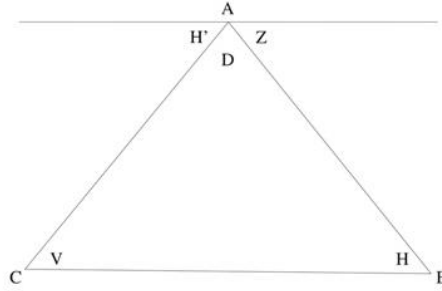
Yukarıda verildiği üzere üçgen çeşitleri 7 tanedir.

Üçgenin iç açıları toplamı 180° 'dir.

1. Bir üçgende iki dik açı, iki geniş açı veya dik ve geniş açı bir arada bulunamaz.

Delil:

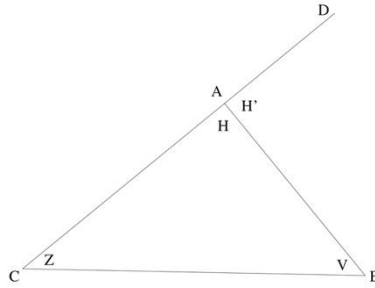
ABC üçgeninin BC kenarına paralel olan ve A noktasından geçen bir doğru çizilir.



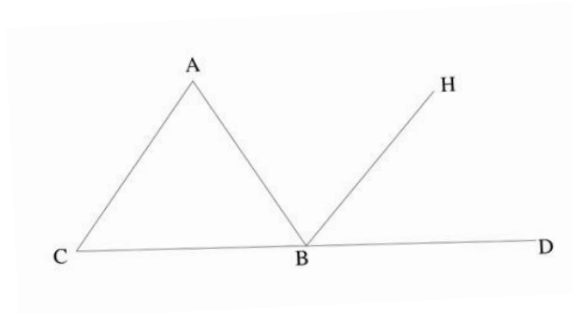
$$m(V) = m(H'), m(H) = m(Z)$$

$$\therefore m(V) + m(H) + m(D) = m(H') + m(Z) + m(D) = 180^\circ$$

ABC üçgeninin AC kenarı D kenarına doğru uzatılır.



$$m(H) + m(H') = m(H) + m(V) + m(Z) = 180^\circ (= 2.90^\circ)$$



$HB \parallel AC$ olsun.

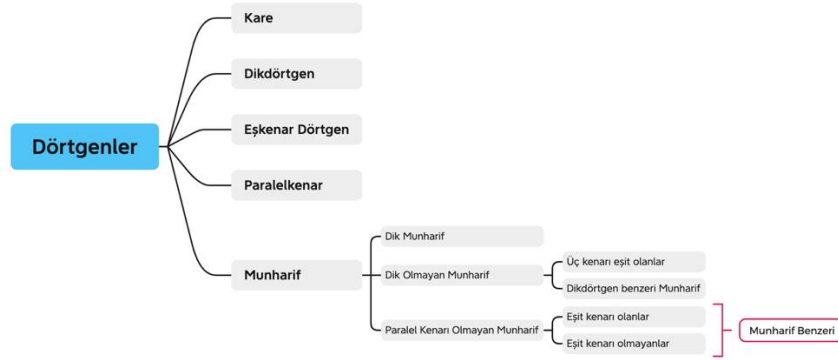
O zaman $m(HBD) = m(ACB)$ ve $m(ABH) = m(BAC)$ olur.

$$m(HBD) + m(ABH) + m(ABC) = m(ACB) + m(BAC) + m(ABC)$$

$$m(ACB) + m(BAC) + m(ABC) = 180^\circ$$

$$\therefore m(HBD) + m(ABH) + m(ABC) = 180^\circ$$

2.3.2.1.4 Dördüncü Fasıl: Dörtgenler



Dörtgenler 19 çeşitten oluşur. Bunların 4'ü kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenardır. Kalan 14'ü ise münharif çeşitleridir. Bunlardan dik münharifler 3 çeşittir.¹⁵⁰ Dik olmayan münhariflerden üç kenarı eşit münharifler 2 çeşittir. Kalan 2 çeşit ise iki kenarı paralel ve iki açısı aynı münharif yani dikdörtgen benzeri ve iki kenarı paralel ama açıları farklı münharif yani eşkenar dörtgen benzeri münhariflerdir. Paralel kenarı olmayan münhariflerden eşit kenarı olanlar deltoid ve deltoid benzeri olarak 2 çeşittir. Paralel kenarı olmayan ve eşit kenarı da olmayan 6 çeşit münharif vardır.

Dörtgenlerde karşılıklı açıların birleştirilmesiyle;

Karenin köşegeni ile iki adet ikizkenar dik açılı üçgen oluşur.

Dikdörtgende çeşitkenar dik açılı üçgen oluşur.

Eşkenar dörtgende dar açıları birleştiren köşegenle ikizkenar geniş açılı üçgen ve geniş açıları birleştiren köşegenle ikizkenar dar açılı üçgen oluşur.

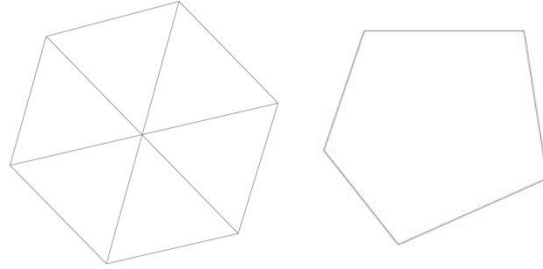
¹⁵⁰Bugün kullanılan yamuk şekline çok benzese de bugünkü yamuk tanımından farklı olarak iki kenarı paralel olmayan şekiller de bu terimin altında verilmiştir. Tam karşılığı olmadığı için münharif kavramı kullanılmıştır.

Paralelkenarda dar açıları birleştiren köşegenle çeşitkenar geniş açılı üçgen ve geniş açıları birleştiren köşegenle çeşitkenar dar açılı üçgen oluşur.

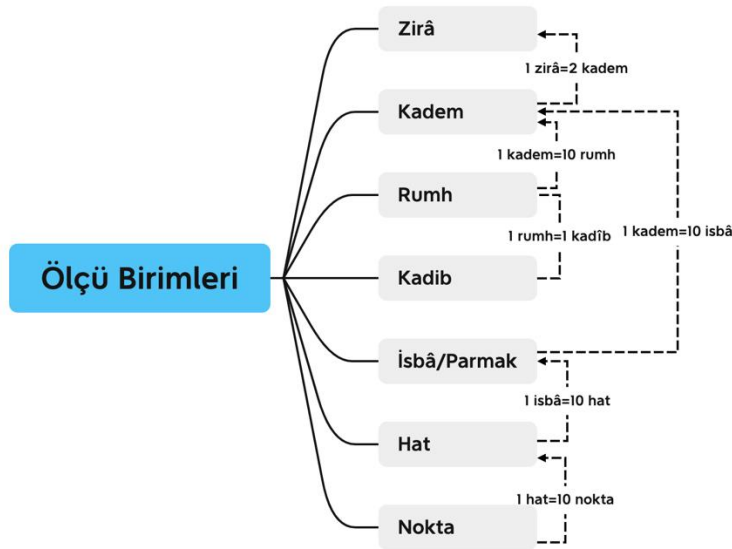
Yamuklarda ise farklı üçgenler oluşabilir.¹⁵¹

2.3.2.1.5 Beşinci Fasıl: Çokgenler

Çokgenler düzgün ve düzgün olmayan çokgenler olarak ikiye ayrılır.



2.3.2.1.6 Altıncı Fasıl: Ölçü Birimleri ve Ölçüm Aletleri¹⁵²



¹⁵¹ Ayrıntı için Türkçe metne bakılabilir.

¹⁵² Eserde verilen ölçü birimlerinden zirânın günümüzde kullanılan metrik sistemde yaklaşık değeri 758 mm'dir. Salih Zeki, "Arşın", *Kâmus-i Riyâziyyât*, (İstanbul Maârif Vekaleti Teşkilatı, 1310), 39. Metinde Osmanlı'da müteahhirin tarafından kullanılan ve yabancı mühendisler arasında kullanılan ölçü birimleri aktarılmıştır. "...Ehli İslâm'dan müteahhirin tarafından itibar edilerek kullanılan zirâ, yirmi dört *isbâ* 'dır (*parmak*). Bir *isbâ*, orta boylu bitişik bütün halindeki altı arpa boyundadır. Yahut kadem, zirâ yerine kullanılır; yani mikyâsta ölçü olarak ehli İslâm yani Müslüman mühendisler tarafından zirâ kullanılır veya diğerleri olan Ehli Nasara (Hristiyan) mühendisler ve onlara tâbi olanlar tarafından kadem kullanılır. Hristiyanlar ve onlara tâbi olanlar tarafından kullanılan kadem, bizim parmak boyumuzla on iki parmaktır..." devamı için bkz. Bu tezin 2. Bölümünde yer alan Türkçe tercüme metinde Birinci Bâb Altıncı Fasıl.



2.3.2.1.7 Yedinci Fasıl: Şekillerin Yüzey Alanları

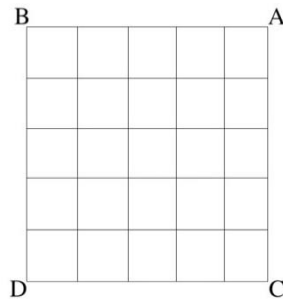
Kareleştirme Yöntemi: Yüzey alanı ölçümü istenen şeklin kenarlarını bir birim kabul ederek bu birimleri hesaplamaktır. Bu yöntemle göre şekillerin yüzey alanı ölçümleri aşağıda verilen örneklerdeki gibidir:

Karenin Alanı:

Karenin bir kenarının uzunluğu a olsun,

$$A = |AB| \cdot |AB| = |AB|^2 = a^2$$

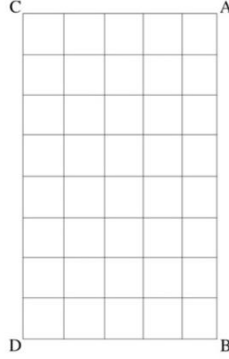
Örnek:



ABCD karesinde,

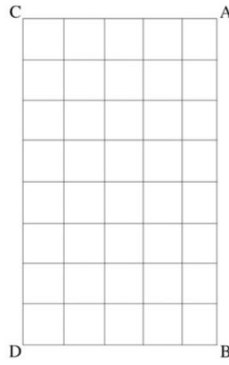
$|AB| = |CD| = 5$ zirâ ise $A(ABCD) = |AB|.|CD| = 25$ zirâkare'dir.

Dikdörtgenin Alanı:



$$A = \text{uzun kenar} \times \text{kısa kenar} = |AB|.|CD|$$

Örnek:



ABCD dikdörtgeninde,

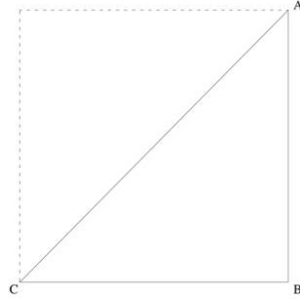
$|AB| = 5$ zirâ, $|CD| = 8$ zirâ ise

$A(ABCD) = |AB|.|CD| = 40$ zirâkare'dir.

Üçgenin Alanı:

$$A = \frac{\text{taban} \times \text{yükseklik}}{2} = \frac{t.h}{2}$$

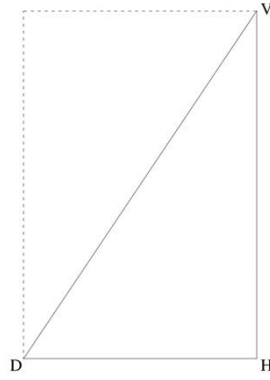
Örnek 1:



ABC ikizkenar dik açılı üçgeninde $|AB| = |BC| = 5$ zirâkare olsun.

$$A = \frac{|AB| \cdot |BC|}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12 \frac{1}{2} \text{ zirâkare}$$

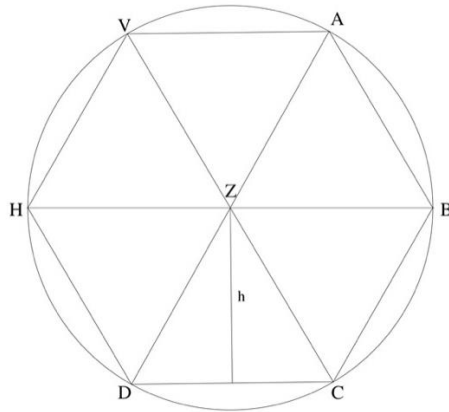
Örnek 2:



HVD çeşitkenar dik açılı üçgeninde $|DH| = 5$ zirâ, $|HV| = 8$ zirâ ise

$$A = \frac{|DH| \cdot |HV|}{2} = \frac{5 \cdot 8}{2} = 20 \text{ zirâkare}$$

Düzgün Çokgenin Alanı:



D bir düzgün çokgen

h düzgün çokgende köşegenlerin çizilmesiyle oluşturulan üçgenlerden birinin yüksekliği

A_D , D düzgün çokgeninin alanı olmak üzere

$$A_D = \frac{\zeta \cdot h}{2}$$

Örnek: Düzgün altıgenin alanı

$$h = 8 \text{ parmak}, |CD| = 10 \text{ parmak}$$

$$A(ABCDHV) = \frac{6 \cdot |DC| \cdot h}{2} = 6 \cdot \frac{10 \cdot 8}{2} = 240 \text{ parmakkare}$$

Dairenin Yüzey Alanı:



$$r = \text{dairenin yarıçapı}, R = \text{dairenin çapı}, \zeta = \text{dairenin çevresi}$$

$$\pi = \text{Dairenin çapının çevresine oranı}^{153}$$

$$A = \frac{r \cdot \zeta}{2} = \pi r^2$$

Örnek 1:

$R = 28 \text{ kadem}$ olsun.

¹⁵³Dairenin çapının çevresine oranı olan π değeri Arşimed'e göre $3\frac{1}{7}$ ve son dönem mühendislerine göre $\frac{314}{100}$ olarak verilmiştir.

Dörtlü oran yöntemine göre;¹⁵⁴

1. Bilinen	2. Bilinen	3. Bilinen	Bilinmeyen
7	22	28	A

$$A = \frac{2. \text{Bilinen} \times 3. \text{Bilinen}}{1. \text{Bilinen}}$$

$$A = \frac{22 \cdot 28}{7} = 88 \text{ kademkare}$$

Örnek 2:

$\zeta = 66$ kadem ise dörtlü oran yöntemine göre;

1. Bilinen	2. Bilinen	3. Bilinen	Bilinmeyen
22	7	66	R

$$R = \frac{7 \cdot 66}{22} = 21 \text{ kadem}$$

Örnek 3:

$R = 14$ zirâ, $\zeta = 44$ zirâ olsun.

$$A = \frac{R}{2} \cdot \frac{\zeta}{2} = 7 \cdot 22 = 154 \text{ zirâ kare}$$

Dairenin Özellikleri:¹⁵⁵

1. Eşit dairedeki eşit yayların kirişleri de eşittir.¹⁵⁶ Eşit dairedeki eşit kirişlerin yayları da eşittir.¹⁵⁷

2. Dairenin merkezinden kirişe indirilen dikme kirişi eşit iki parçaya böler.¹⁵⁸

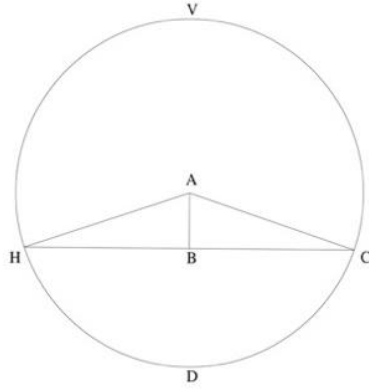
¹⁵⁴ Dörtlü oran yöntemi, Öklid'in Elemanlarında dört orantılı sayı olarak geçmektedir. Ali Sinan Sertöz (çev.), *Öklid'in Elemanları*, (Ankara: TÜBİTAK Popüler Bilim Kitaplığı, 2020), s. 146-152. İslam Medeniyetinde matematikte kullanılan bir yöntemdir. İhsan Fazlıoğlu, "Cebir", *TDV İslam Ansiklopedisi*, Erişim 5 Ağustos, 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/cebiri>.

¹⁵⁵ Bu kısımda verilen önermeler Öklid'in eserinde olsa da eserdeki sıralama Fransızca kaynağı olduğu düşünülen Blondel'in eserine daha uygundur. Ancak Öklid'in Elemanlarında mevcut olanlardan tespit edilenler dipnotlarda verilmiştir.

¹⁵⁶ Sertöz, "Kitap III, 29. Önerme", *Öklid'in Elemanları*, 107.

¹⁵⁷ Bilinenlerden vasıtasız çıkarılabildiği için açıklaması yapılmamıştır. a.g.e. "Kitap III, 30. Önerme", 108.

¹⁵⁸ "Kitap III, 3. Önerme", a.g.e., 76-77.

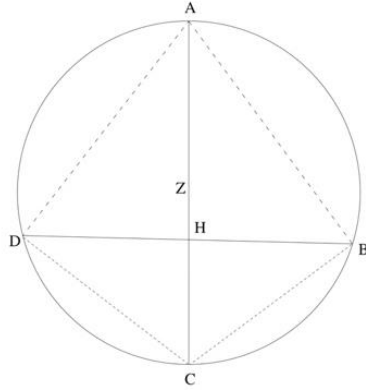


Sağlama:

$$m(\angle ACB) = m(\angle AHB) \text{ \& } m(\angle CAB) = m(\angle HAB), |AC| = |AH| \text{ \& } |CB| = |HB|$$

$$\therefore |HB| = \frac{|CH|}{2}$$

3. Kirişi eşit iki parçaya bölen bir doğru kirişe diktir. Kirişe dik olan doğru dairenin merkezinden geçer.



Sağlama:

AB, AD, CB ve CD çizgileri çizilir.

$$AC \perp BD$$

$$m(\angle DHC) = m(\angle BHC) = 90^\circ, |DH| = |BH| \text{ \& } |BC| = |DC|$$

$$m(\angle AHB) = m(\angle AHD) = 90^\circ, |DH| = |BH| \text{ \& } |AB| = |AD|$$

$$\widehat{BCD} + \widehat{BAD} = \zeta = \widehat{ABC} + \widehat{ADC}$$

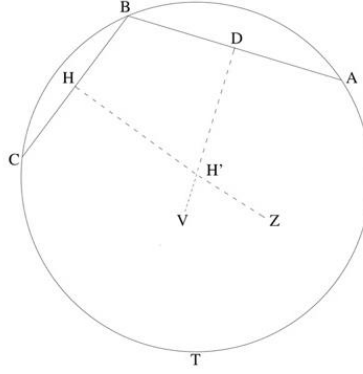
$$|BC| = |DC| \text{ \& } |AB| = |AD| \therefore |BC| + |AB| = |DC| + |AD|$$

Eşit kirişlerin yayları da eşit olduğundan¹⁵⁹

$$\therefore \widehat{ABC} = \widehat{ADC}$$

$\therefore AC$ çaptır ve merkezden geçer.

4. Doğrusal olmayan üç noktadan geçen bir daire çizilebilir.



Delil:

BC, BA çizilen dairenin kirişleri olsun.

$|BH| = |HC|$ ve $|BD| = |DA|$ ve $\overline{ZH} \perp \overline{BC}$ ve $\overline{VD} \perp \overline{BA}$ ise madde 3'teki önermeye göre dairenin merkezi H' noktasıdır.

5. Merkezi bilinmeyen dairenin merkezi çevresinden üç nokta belirlenip bir önceki özelliğe (önermeye) göre belirlenebilir.

6. Üçgenin çevresinden geçen bir daire çizilebilir.¹⁶⁰

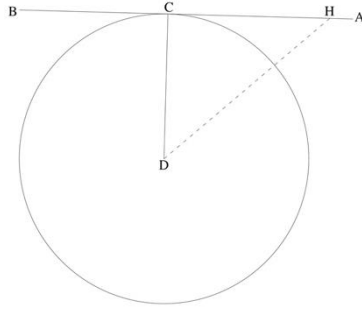
7. Dairenin merkezinden teğet noktasına çizilen doğru teğete diktir.¹⁶¹
Mukaddime'deki 4. Maddeye göre çizilen en kısa doğru bu diktir.

8. Dairenin merkezinden çizilen bir doğruya dik olan doğru daireye teğettir.

¹⁵⁹ Mukaddime, 4. Maddedeki önermeye atıf yapılmıştır. Böylece Öklid'in Elemanlar eserinde olduğu gibi önermeler bir önceki önermeler sistemine eklenir. Bkz. Fazlıoğlu, *Aded ile Mikdâr*, 79.

¹⁶⁰ "Kitap IV, 5. Önerme", a.g.e., 126-127.

¹⁶¹ "Kitap III, 18. Önerme", a.g.e., 96.

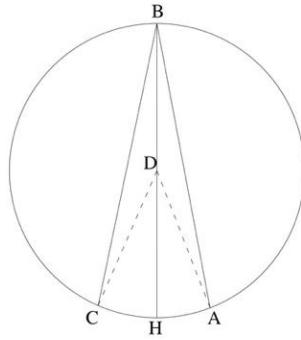


$H \in [AB]$ ve $H \neq C$ olmak üzere;

$$|DH| > |CD| \therefore [m(DHB) \neq 90^\circ \text{ \& } m(DHA) \neq 90^\circ]$$

$DC \perp AB \therefore AB$ daireye teğettir.

9. Dairenin çevre açısı kapsadığı yayın yarısına eşittir. Dairenin merkezindeki açı kapsadığı yaya eşittir.



Delil:

ADB & CDB ikizkenar geniş açılı üçgenlerinde

$$m(DBA) = m(BAD) \text{ \& } m(CBD) = m(BCD)$$

$$m(ADH) = m(DBA) + m(BAD) \text{ \& } m(CDH) = m(CBD) + m(BCD)$$

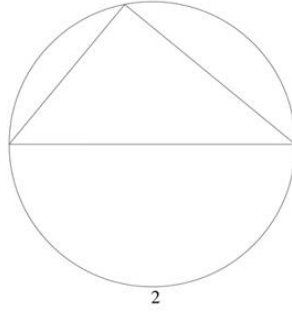
$$m(ADH) = 2.m(DBA) \text{ \& } m(CDH) = 2.m(CBD)$$

$$\therefore m(ADC) = 2.m(ABC)$$

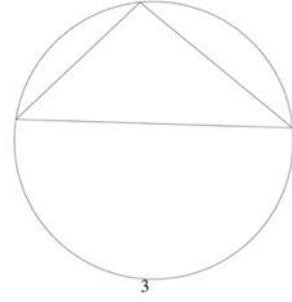
10. Çevre açısı merkez açının yarısıdır.¹⁶² Yarım daireyi gören çevre açısı 90 derecedir.¹⁶³

¹⁶² “Kitap III, 20 Önerme”, a.g.e., 98.

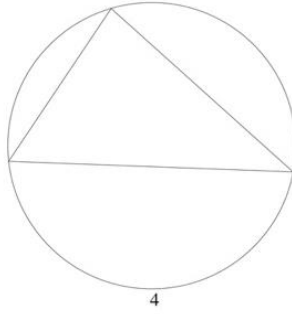
¹⁶³ “Kitap III, 30. Önerme”, a.g.e., 108.



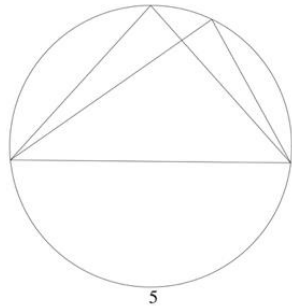
Çevre açısı yarım daireden büyük bir yayı görüyorsa geniş açıdır.



Çevre açısı yarım daireden küçük bir yayı görüyorsa dar açıdır.

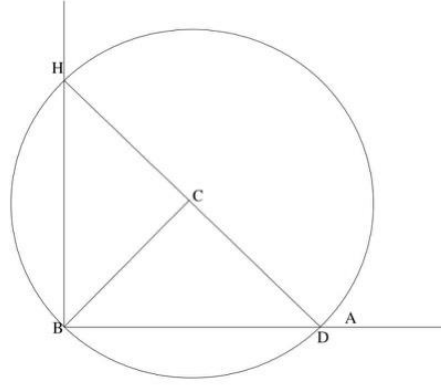


Aynı yayı gören açılar eşittir.



11. AB doğrusuna B noktasında dikme çıkarmak için herhangi bir C noktasından $\overline{CB}$ çizilir. C noktasından geçen $\overline{DH}$ çizilir. O zaman

$$\overline{HB} \perp \overline{AB}$$

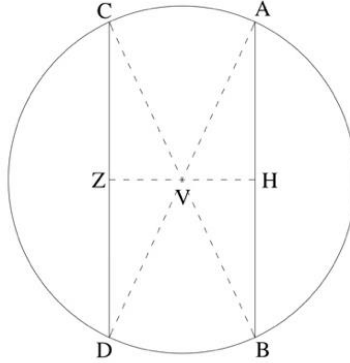


Delil:

C dairenin merkezi, DH dairenin çapı

DBH yayı yarım dairedir. $\therefore m(\widehat{DBH}) = 90^\circ$ & $\overline{HB} \perp \overline{AB}$

12. Dairenin merkezine eşit uzaklıkta olan kirişler eşittir.



Sağlama:

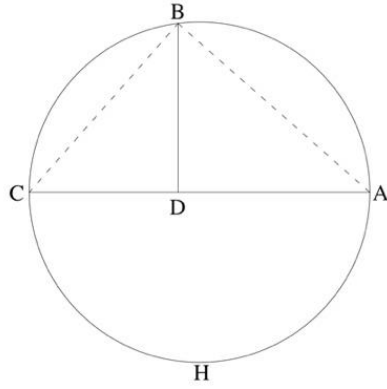
$$\overline{HV} \perp \overline{AB} \& \overline{VZ} \perp \overline{CD}$$

$$|AV| = |CV| = r$$

CZV, AHV, DZV, BHV üçgenleri eşit simetrik üçgenler

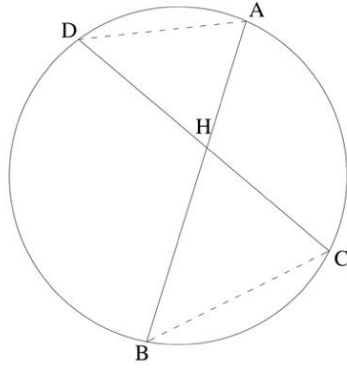
$$|AH| = |CZ| \& |HB| = |ZD| \& |AB| = |CD|$$

13. Daireye teğet olan bir çizgi ile dairenin kirişinden oluşan açılı kirişin yayının yarısına eşittir.



$$|DB|^2 = |AD| \cdot |DC|$$

16. Daire içinde kesişen iki kirişte birinin parçaları çarpımı diğerinin parçaları çarpımına eşittir.



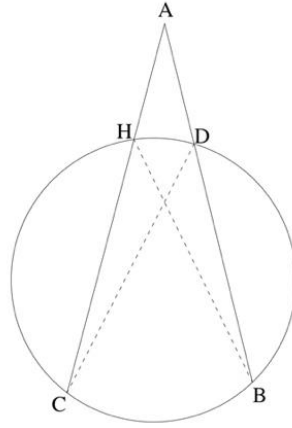
Sağlama:

$$DAH \sim BCH, m(A) = m(C) \& m(D) = m(B)$$

$$\therefore \frac{|HC|}{|HA|} = \frac{|HB|}{|HD|}$$

$$\therefore |HC| \cdot |HD| = |HB| \cdot |HA|$$

17. Dairenin dışında bir noktadan daireye çizilen iki doğruda dışta kalan parçanın daire içindeki parçayla çarpımı diğerinin dışıyla içinin çarpımına eşittir.



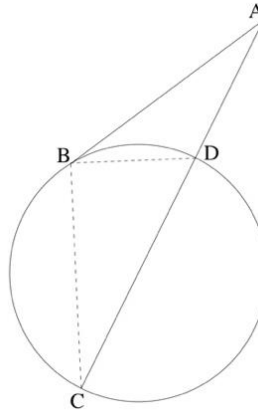
Açıklama: HB ve DC doğruları çizilir.

$$ADC \sim AHB \text{ \& } m(B) = m(C)$$

$$\therefore \frac{|AD|}{|AC|} = \frac{|AH|}{|AB|}$$

$$\therefore |AD| \cdot |AB| = |AH| \cdot |AC|$$

18. Dairenin dışında bir noktadan bir teğet ve bir de içinden geçen bir doğru çizildiğinde teğetin karesi doğrunun dairenin dışında kalan parçasıyla tamamının çarpımına eşittir.¹⁶⁶



Sağlama:

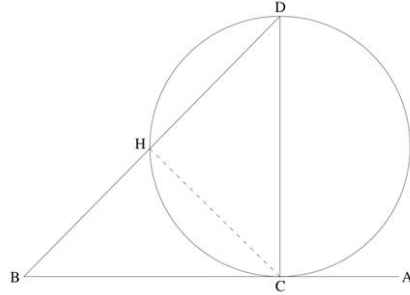
$$m(ABD) = m(BCD), CBA \sim BAD$$

$$\therefore \frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|AB|}{|AD|}$$

¹⁶⁶ “Kitap III, 36. Önerme”, a.g.e., 116-118.

$$\therefore |AB|^2 = |AC|. |AD|$$

19. Bir daireye teğet noktasında dik olan çapın bitimine kadar teğet üzerinden çizilen diğer doğruda, teğetin karesi doğrunun daire içinde kalan kısmının doğrunun tamamıyla çarpımına eşittir.



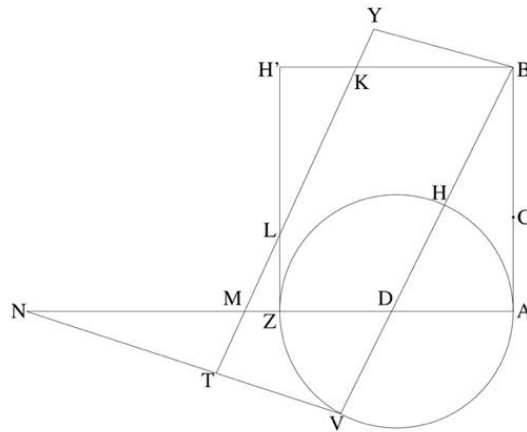
Delil: $\overline{HC}$ çizilir.

$$DCB \sim DHC$$

$$\therefore \frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|DC|}{|DH|}$$

$$|DC|^2 = |DB|. |DH|$$

20. AB doğrusunu uç ve orta oranda bölme (altın oran oranında bölme)¹⁶⁷



$$|AD| = \frac{|AB|}{2}$$

$$|BC| = |BH| \therefore \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|BC|}{|CA|}$$

¹⁶⁷ “Kitap VI, Tanım 2”, a.g.e., 175.

$$|AB|^2 = |VB|.|HB|$$

Açıklama:

$$BKY \cong K LH' \& NTM \cong LZM$$

$$NVD \cong BAD$$

$$A(ABZH') = A(BYTV)$$

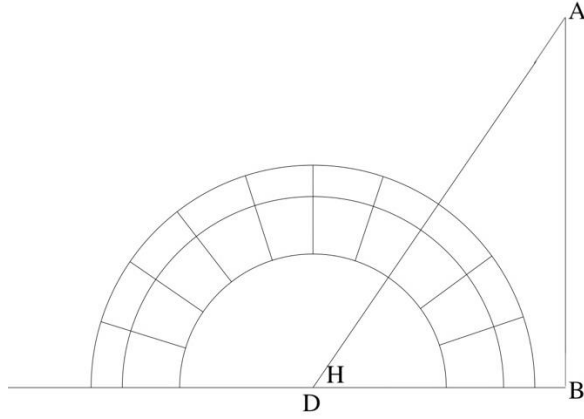
$$|AB|^2 = |VB|.|HB|$$

Ayrıca BH' , $H'Z$ ve VN doğruları da aynı oranla bölünmüştür.

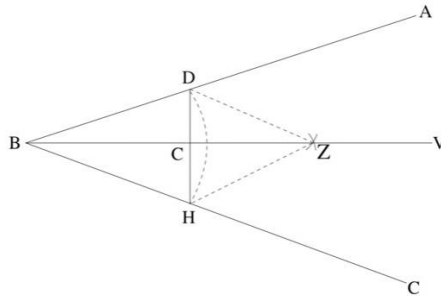
2.3.2.1.8 Sekizinci Fasl: Üçgen ve Dörtgenin Alan Hesaplamaları ve Özellikleri

Üçgen:

1.Üçgenin tüm açılarını bilmenin yolu, minkale ile ölçüm yapmaktır.



2. Bir açıyı ikiye bölme¹⁶⁸



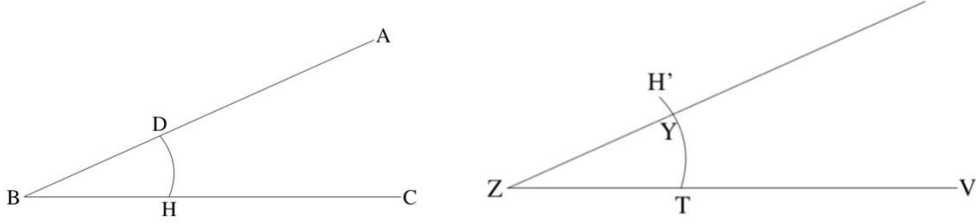
DH B merkezli bir yay olmak üzere; $|DZ| = |ZH| \therefore |DC| = |CH|$

¹⁶⁸ “Kitap I, 9.Önerme”, a.g.e.,12.

Delil:

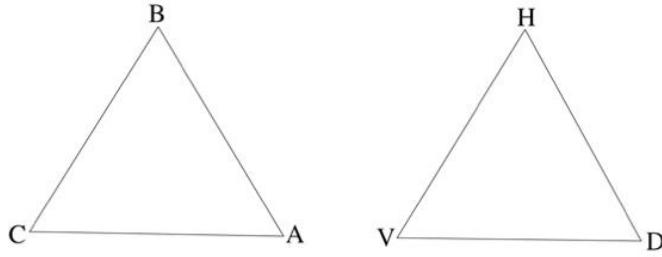
$$|BD| = |BH| \& |DZ| = |ZH|$$

3. Açı yerleştirme



$$|BH| = |ZT| \& |DH| = |YT| \therefore m(B) = m(Z)$$

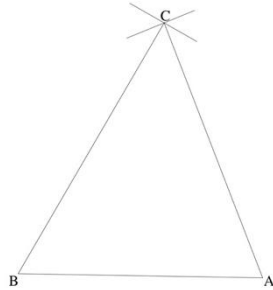
4. Benzer iki üçgenin eşitliği (İki açı bir kenar eşitse üçgenler aynıdır.)



$$m(A) = m(D) \& m(B) = m(H) \& |AB| = |DH| \therefore ABC \cong DHV$$

$$|DH| = |AB| \& |BC| = |HV| \& m(C) = m(V) \therefore ABC \cong DHV$$

5. Bir doğru üzerine eşkenar üçgen yerleştirme

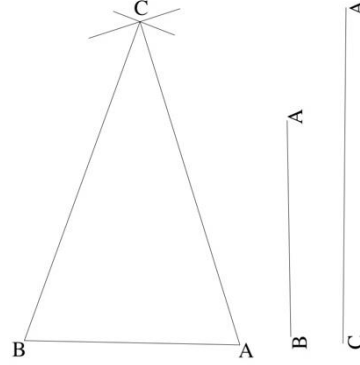


A ve B noktalarından $\overline{AB}$ doğrusu mesafesinde iki yay çizilir.

C : Yayların kesişim noktası

$$|AC| = |CB| = |AB|$$

6. Verilen iki doğru ile ikizkenar üçgen çizimi



$\overline{AB}$ ve $\overline{AC}$ doğruları verilmiştir.

A ve B noktalarından $\overline{AC}$ doğrusu mesafesinde iki yay çizilir.

C : Yayların kesişim noktası olsun. O zaman

$$ABC \text{ ikizkenar üçgen} \ \& \ |AC| = |BC|$$

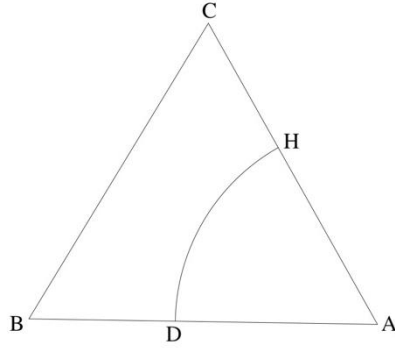
7. Verilen üç doğruyla çeşitkenar üçgen çizimi¹⁶⁹



AB üçgenin tabanı olsun. A ucundan AC mesafesinde bir yay ve B ucundan AD mesafesinde bir yay çizilir. Yayların kesişim noktası üçgenin üçüncü köşesidir.

8. Verilen iki doğru ve bir açıyla üçgen çizimi

¹⁶⁹ “Kitap I, 22. Önerme”, a.g.e., 24.

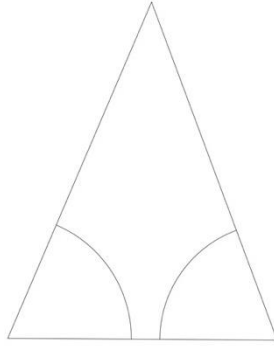


AB üçgenin tabanı, AC kenarı ve verilen açı 45° olsun.

$\widehat{DH}$ yayı çizilerek açının yaydaki yeri tespit edilir.

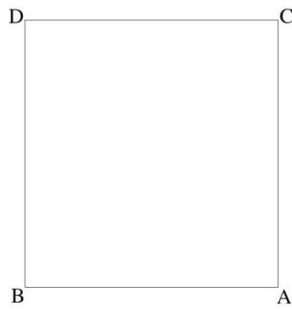
AC kenarı bu açıyla A kenarından çizilir. CB kenarı birleştirilir.

9. Bir doğru ve iki açıyla üçgen çizimi



Doğru yerleştirilir ve iki kenarından verilen iki açının yayı çizilir. Diğer kenarlar bu açılar doğrultusunda yerleştirilir.

10. Bir doğru üzerine kare yerleştirme¹⁷⁰



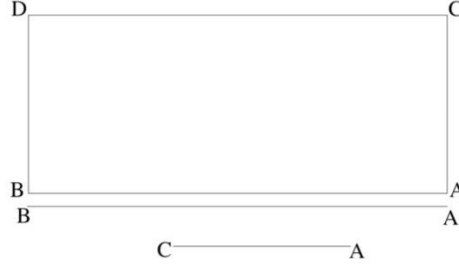
¹⁷⁰ “Kitap I, 46. Önerme”, a.g.e., 46.

$AB \perp AC$ olacak şekilde AC doğrusu çizilir.

Sonra C ve B noktalarından $|AB|$ mesafesinde iki yay çizilir.

Yayların kesişim noktası D 'dir. Köşeler birleştirilir. Kare oluştu.

11. Farklı uzunlukta iki doğru ile dikdörtgen çizimi



$AB \perp AC$ olacak şekilde AC doğrusu çizilir.

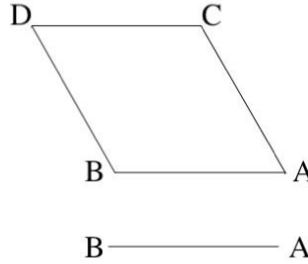
C noktasından $|AB|$ uzunluğunda, B noktasından $|AC|$ uzunluğunda yaylar çizilir.

Kesişim noktaları dikdörtgenin D köşesidir.

Köşeler birleştirilir.

Dikdörtgen oluştu.

12. Bir doğru ve bir dar açıyla eşkenar dörtgen çizimi



$|AB| = |AC|$ olacak şekilde A noktasına dar açı yerleştirilir.

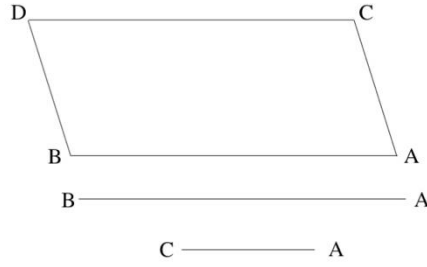
C ve B noktalarından $|AB|$ uzaklığında iki yay çizilir.

Yayların kesişim noktası D köşesidir.

Köşeler birleştirilir.

Eşkenar dörtgen oluştu.

13. Farklı uzunlukta iki doğru ve bir açı ile paralelkenar çizimi¹⁷¹



Açı A noktasına yerleştirilir.

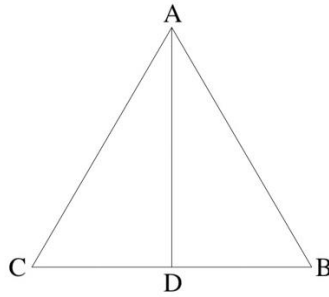
C 'den $|AB|$ mesafesinde, B 'den $|AC|$ mesafesinde iki yay çizilir.

Yayların kesişim noktası D dördüncü köşedir.

Köşeler birleştirilir.

Paralelkenar oluştu.

14. Eşkenar üçgenin bir köşesinden karşı kenara indirilen dikme üçgeni iki eşit çeşitkenar dik üçgene böler.

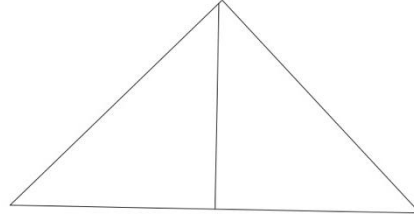


Delil:

$$|DB| = |DC| \& |AB| = |AC| \& m(B) = m(C) \therefore ADB \cong ADC$$

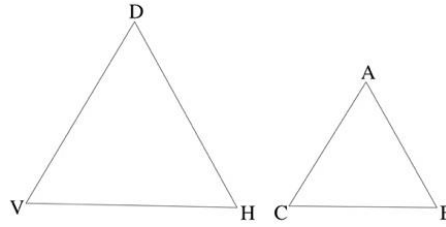
15. İkizkenar üçgende iki eşit kenarın birleştiği köşeden tabana indirilen dikme üçgeni iki eşit çeşitkenar dik üçgene böler.

¹⁷¹ “Kitap VI, 44. Önerme”, a.g.e., 43-44.



16. Çeşitkenar üçgenlerde ise dikme çıkarılan açı dar açı ise dikme üçgenin içinde olur. Dikme çıkarılan açı geniş açı ise dikme üçgenin dışında kalır.

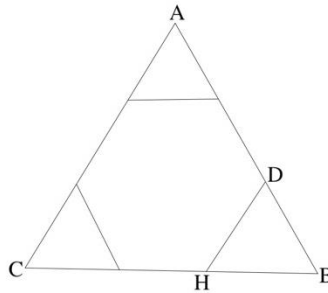
17. Benzer üçgenlerde eşit açıların gördüğü kenarlar orantılıdır/benzerdir.¹⁷² Benzer üçgenlerin karşılıklı kenarları benzerse açıları eşittir.¹⁷³



$$m(A) = m(D), m(B) = m(H), m(C) = m(V)$$

$$\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|DV|}{|HV|}$$

18. Küçük bir üçgeni benzer olduğu büyük bir üçgene yerleştirme



Yerleştirilmek istenen açının gördüğü tabana paralel bir doğru çizilir.

Örnek:

$\overline{AB} \parallel \overline{DH}$ olacak şekilde $\overline{DH}$ çizilir. DBH üçgeni oluşur.

¹⁷² “Kitap VI, 4. Önerme”, a.g.e., 180-181.

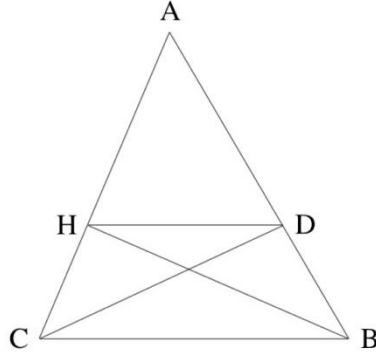
¹⁷³ “Kitap VI, 5. Önerme”, a.g.e., 182-183.

$$m(D) = m(A) \& m(H) = m(C)$$

$$\frac{|DB|}{|BH|} = \frac{|AB|}{|BC|} \& \frac{|DB|}{|DH|} = \frac{|AB|}{|AC|}$$

$$\frac{|BH|}{|DH|} = \frac{|BC|}{|AC|}$$

19. Üçgenin tabanına paralel çizilen bir doğruyla benzer üçgen oluşur.



$$\overline{DH} \parallel \overline{BC}$$

$$\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|DV|}{|HV|}$$

Delil:

$$DBH \cong HCD$$

$$k = \frac{|AD|}{|DB|}$$

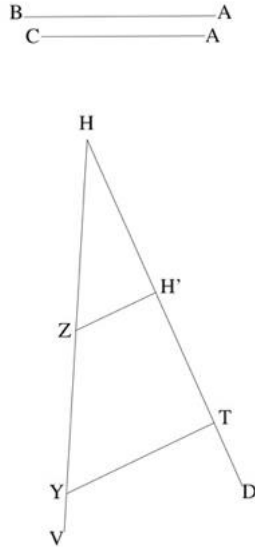
$$DH \parallel BC \therefore m(ADH) = m(ABC) \& m(AHD) = m(ACB)$$

$$\therefore \frac{|AD|}{|AH|} = \frac{|AB|}{|AC|}$$

Diğer kenarlarda da benzer oran vardır.

20. İki benzer doğruya benzer üçüncü bir doğruyu bulma¹⁷⁴

¹⁷⁴ “Kitap VI, 11. Önerme”, a.g.e., 190-191.



$m(DHV)$ açısı belirlenir.

$|AB| = |HH'|$ olacak şekilde H' belirlenir.

$|AC| = |HZ|$ olacak şekilde Z belirlenir.

$|AB| = |H'T|$ olacak şekilde T belirlenir.

$|AB| = |HH'|$ olacak şekilde H' belirlenir.

$\overline{H'Z} \parallel \overline{TY}$ olacak şekilde $\overline{H'Z}$ ve $\overline{TY}$ doğruları çizilir.

$\overline{ZY}$ istenen doğrudur.

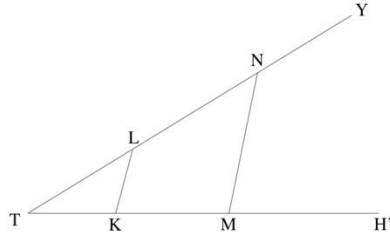
$$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|AC|}{|ZY|}$$

21. Üç benzer doğruya benzer dördüncü bir doğruyu bulma¹⁷⁵

1. yol: Dördüncü doğru bilinenlerden uzun olursa;

¹⁷⁵ “Kitap VI, 12. Önerme”, a.g.e., 191.

B ——— A
D ——— C
V ——— H



$m(H'TY)$ açısı belirlenir.

$|AB| = |TK|$ olacak şekilde K belirlenir.

$|CD| = |TL|$ olacak şekilde L belirlenir.

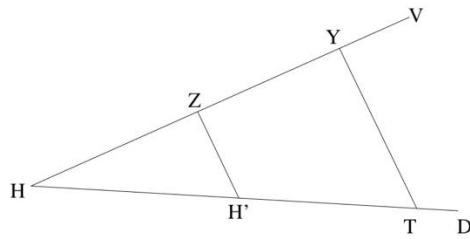
$|HV| = |KM|$ olacak şekilde M belirlenir.

$\overline{KL} \parallel \overline{MN}$ olacak şekilde $\overline{KL}$ ve $\overline{MN}$ doğruları çizilir.

$\overline{LN}$ istenen doğrudur.

2. yol: Dördüncü doğru bilinenlerden daha kısa olursa;

B ——— A
D ——— C
V ——— H



$m(DHV)$ açısı belirlenir.

$|CD| = |HH'|$ olacak şekilde H' belirlenir.

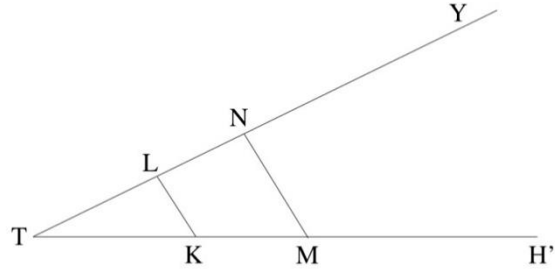
$|AB| = |HZ|$ olacak şekilde Z belirlenir.

$|H'T| = |AB|$ olacak şekilde T belirlenir.

$\overline{H'Z} \parallel \overline{TY}$ olacak şekilde $\overline{H'Z}$ ve $\overline{TY}$ doğruları çizilir.

$\overline{ZY}$ istenen doğrudur.

3. yol: Dördüncü doğru en kısa olursa;



$m(H'TY)$ açısı belirlenir.

$|HV| = |TK|$ olacak şekilde K belirlenir.

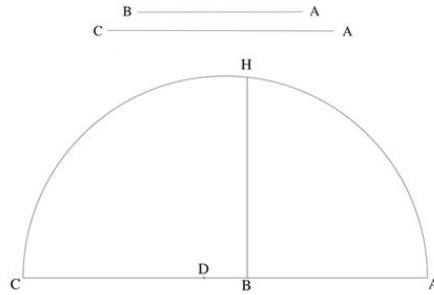
$|CD| = |TL|$ olacak şekilde L belirlenir.

$|AB| = |KM|$ olacak şekilde M belirlenir.

$\overline{KL} \parallel \overline{MN}$ olacak şekilde $\overline{KL}$ ve $\overline{MN}$ doğruları çizilir.

$\overline{LN}$ istenen doğrudur.

22. İki doğru arasında bu doğrulara benzer oranda olan üçüncü doğruyu bulma



$\overline{AB}$ ve $\overline{BC}$ doğruları birleştirilerek $\overline{ABC}$ doğrusu çizilir.

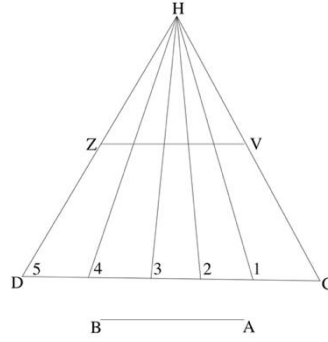
$|AD| = |DC|$ olacak şekilde D belirlenir.

D merkezli AHC yarım dairesi çizilir.

$|AC| \perp |HB|$ olacak şekilde $\overline{BH}$ çizilir.

$\overline{BH}$ istenen doğrudur.

Birinci Mesele¹⁷⁶: Bir doğruyu eşit parçalara bölme



$|CD| > |AB|$ olacak şekilde $\overline{CD}$ çizilir.

$\overline{CD}$ beş eşit parçaya bölünür.

(Daha önce bahsedildiği gibi¹⁷⁷) HCD eşkenar üçgeni çizilir.

$|AB| = |HV| = |HZ|$ olacak şekilde V ve Z belirlenir. $\overline{VZ}$ çizilir.

H 'den $\overline{CD}$ parçalarının her birine doğru çizilir.

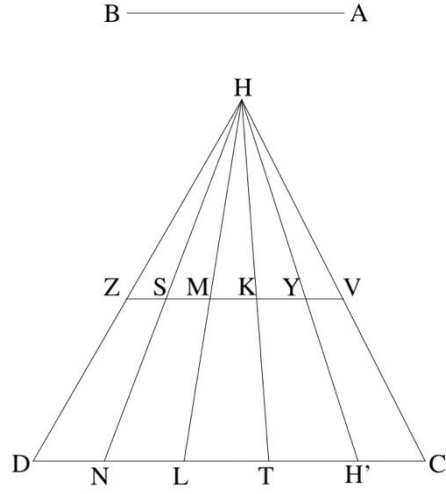
$|AB| = |VZ|$ çizgisi de beş parçaya ayrılmış olur.

$HCD \sim HVZ$ 'dir.

İkinci Mesele: Farklı parçalara bölünmüş doğruya benzer oranla başka bir doğruyu eşit parçalara bölme

¹⁷⁶ Metinde orantılılığa dair iki mesele şeklinde ifade edilmiştir.

¹⁷⁷ Aynı bölümden 5. Maddedeki önermeye atıf yapılmıştır.



Birinci meseledeki gibi farklı kısımlara bölünmüş $\overline{CD}$ üzerine eşkenar üçgen çizilir.

$|AB| = |HV| = |HZ|$ olacak şekilde V ve Z belirlenir. $\overline{VZ}$ çizilir.

H' 'den $\overline{CD}$ parçalarının her birine doğru çizilir.

$|AB| = |VZ|$ çizgisi de beş farklı parçaya ayrılmış olur.

Delil:

$$\frac{|CH'|}{|CD|} = \frac{|VY|}{|VZ|} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{|CT|}{|CD|} = \frac{|VK|}{|VZ|} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{|CL|}{|CD|} = \frac{|VM|}{|VZ|} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{|CN|}{|CD|} = \frac{|VS|}{|VZ|} = \frac{5}{6}$$

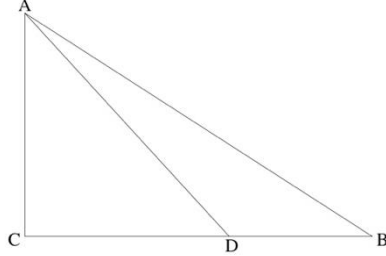
$$\frac{|ND|}{|CD|} = \frac{|SZ|}{|VZ|} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{|LD|}{|CD|} = \frac{|MZ|}{|VZ|} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{|TD|}{|CD|} = \frac{|KZ|}{|VZ|} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{|H'D|}{|CD|} = \frac{|YZ|}{|VZ|} = \frac{3}{4}$$

23. Bir üçgende daha büyük kenar daha büyük açığı görür.¹⁷⁸



Delil:

$$|DC| = |AC| \text{ olsun.}$$

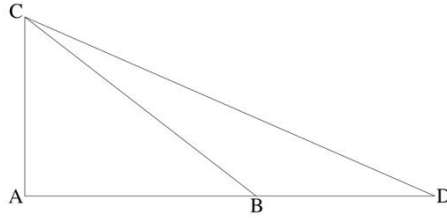
$$\text{O zaman } m(CAD) = m(CDA)$$

$$m(CDA) > m(CBA) \therefore m(CAD) > m(CBA)$$

$$m(CAD) + m(DAB) = m(CAB) > m(CBA)$$

$$\therefore |CB| > |CA|$$

Bir üçgende daha büyük açı daha büyük kenarı görür.¹⁷⁹



Delil:

$$|CB| > |CA|$$

$$1. \text{ Durum: } m(CAB) = m(CBA) \therefore |CB| = |CA|$$

$$2. \text{ Durum: } m(CAB) < m(CBA) \therefore |CB| < |CA|$$

İki durum da mümkün değildir. Dolayısıyla $m(CAB) > m(CBA)$

¹⁷⁸ “Kitap I, 18. Önerme”, a.g.e., 20.

¹⁷⁹ “Kitap I, 19. Önerme”, a.g.e., 21.

24. Üçgenin iki kenarının toplamı üçüncü kenardan büyüktür.¹⁸⁰

Delil:

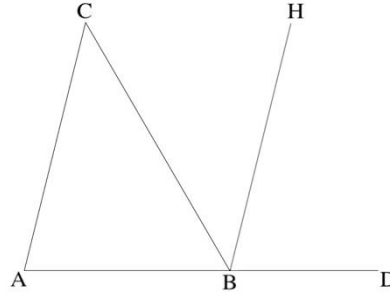
$$|BC| = |BD| \therefore BCD \text{ ikizkenar üçgendir.}$$

$$m(BCD) = m(BDC) \therefore m(BDC) < m(BCD) + m(ACB) = m(ACD)$$

$$\therefore |AC| < |AD|$$

$$\therefore |AC| < |AB| + |BC|$$

25. Üçgende bir dış açı, iki iç açının toplamıdır.¹⁸¹

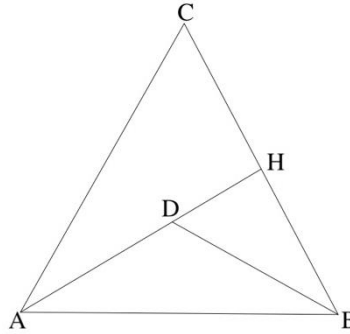


$$BH \parallel AC \therefore m(CAB) = m(HBD) \text{ \& } m(BCA) = m(CBH)$$

$$\therefore m(CBD) = m(CBH) + m(HBD) = m(CAB) + m(BCA)$$

$$m(BCA) + m(CAB) + m(ABC) = m(CBD) + m(ABC) = 180^\circ$$

26. Bir üçgenin içinde oluşturulan küçük üçgenin kenarları toplamı büyük üçgenin kenarları toplamından küçüktür.¹⁸²



Delil:

¹⁸⁰ “Kitap I, 20. Önerme”, a.g.e., 22.

¹⁸¹ “Kitap VI, 32. Önerme”, a.g.e., 33-34.

¹⁸² “Kitap I, 21, Önerme”, a.g.e., 23.

$$|AC| + |CH| > |AH|$$

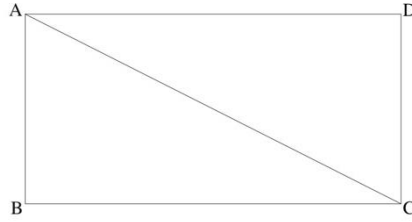
$$|AC| + |CH| + |HB| > |AD| + |DH| + |HB| \& |AC| + |CB| > |AH| + |HB|$$

$$\therefore |AC| + |CB| > |BD| + |DA|$$

$$m(AHB) > m(ACB), m(ADB) > m(AHB), m(ADB) > m(ACB)$$

$$\therefore |AC| + |BC| > |AH| + |HB|$$

27. Paralel kenarlı dörtgenlerde köşegen dörtgeni iki eşit üçgene böler.¹⁸³



AC: köşegen

$$m(CAD) = m(ACB) \& m(ACD) = m(CAB)$$

$$ACD \cong CAB$$

$$|CD| = |AB| \& |AD| = |BC|$$

$$\therefore m(D) = m(B) \& m(DAB) = m(BCD)$$

$$m(DAC) + m(CAB) = m(BCA) + m(ACD)$$

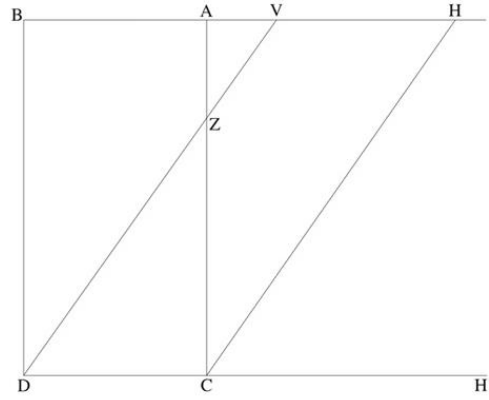
$$m(CAD) = m(ACB) \& m(ACD) = m(CAB)$$

28. Paralel doğrular arasında tabanları ortak veya eşit olan iki paralelkenarın alanları da eşittir.¹⁸⁴

Tabanları ortak olduğunda;

¹⁸³ Paralel kenarlı dörtgen genelde dikdörtgen için kullanılır. Buradaki kullanım da bu şekildedir. bkz.; a.g.e., 2. Açıklama sonunda aynı özelliklerin kare, paralelkenar ve eşkenar dörtgen için de geçerli olduğu ifade edilmiştir. “Kitap I, 34. Önerme”, a.g.e., 35-36.

¹⁸⁴ “Kitap I, 35. ve 36. Önerme”, a.g.e., 36-37.



$$HB \parallel H'D$$

CD : $ABCD$ ve $DHVC$ 'nin tabanı

$$A(ABCD) = A(HVCD)$$

Delil:

$$m(\angle BCD) = m(\angle ACH') = 90^\circ \text{ \& } m(\angle VDH') = m(\angle HCH')$$

$$\therefore m(\angle BCD) - m(\angle VDH') = m(\angle ACH') - m(\angle HCH')$$

$$\therefore m(\angle BDV) = m(\angle ACH)$$

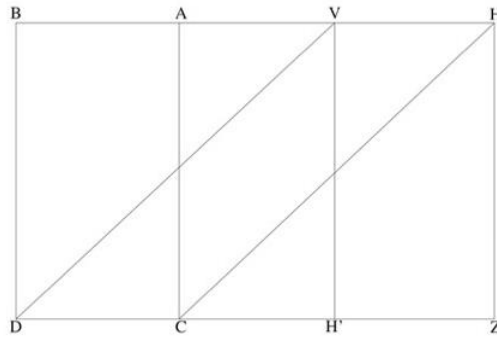
$$BDV \cong ACH$$

$$\therefore A(\triangle BDZ) = A(\triangle HVCZ)$$

$$\therefore A(\triangle BDZ) + A(\triangle ZCD) = A(\triangle HVCZ) + A(\triangle ZCD)$$

$$\therefore A(ABCD) = A(HVCD)$$

Tabanları ortak olmayıp eşit olduğunda;



$$HB \parallel ZD, |ZH'| = |CD|$$

$$\therefore A(ABCD) = A(HVZH')$$

Delil:

$\overline{DV}$ ve $\overline{CH}$ çizilir.

$HB \parallel ZD, \overline{CD}: ABCD$ ve $CDHV'$ nin tabanı

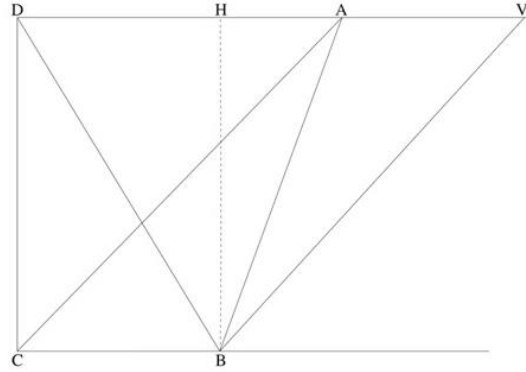
$$\therefore A(ABCD) = A(CDHV)$$

$$A(HVZH') = A(HVCD)$$

Dolayısıyla “iki eşit miktar üçüncü miktara eşit olursa üçü de eşittir”¹⁸⁵ dolayı

$$\therefore A(ABCD) = A(HVZH')$$

29. Paralel doğrular arasında tabanları ortak veya eşit olan iki üçgenin alanları da eşittir. Tabanları ve yükseklikleri eşit olan iki üçgenin alanları da eşittir.¹⁸⁶



$$\overline{VD} \parallel \overline{BC}$$

$$A(ABC) = A(CDB)$$

Delil:

$\overline{BV}$ ve $\overline{BH}$ doğrusu çizilir.

$$A(VBCA) = A(HBCD)$$

¹⁸⁵Öklid'in Elemanlarında *ortak kavramlar (common sense)* olarak ifade edilen önermelerin ilkidir. a.g.e., s. 3. Günümüzde peano aksiyomları olarak bilinen aksiyomların dördüncüsüdür. Joseph Peano, *Arithmetices Principia*, (Roma, 1889), Erişim 2 Temmuz, 2023. <https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasure-peano-s-vector-calculus>.

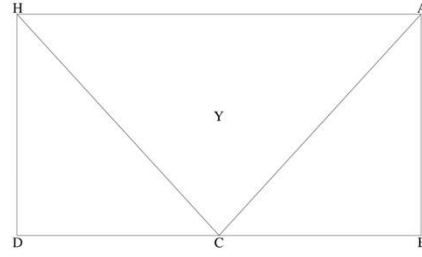
¹⁸⁶ “Kitap I, 37. ve 38. Önerme”, *Öklid'in Elemanları*, 38-39.

$$A(ABC) = \frac{A(VBCA)}{2} \& A(DBC) = \frac{A(HBCD)}{2}$$

$$A(DBC) = \frac{A(VBCA)}{2}$$

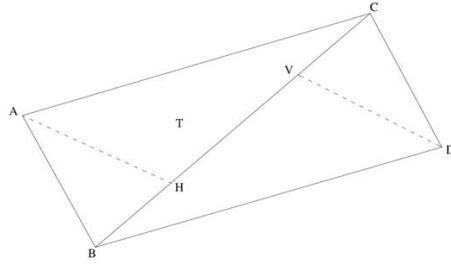
$$\therefore A(ABC) = A(DBC)$$

Paraleller arasında olup tabanları eşit olduğunda;



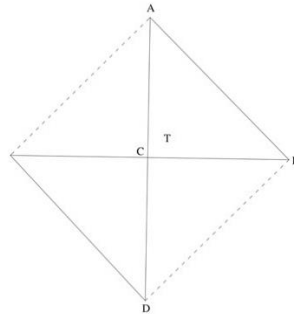
$$\overline{AH} \parallel \overline{BD}, |BC| = |DC|$$

$$A(ABC) = A(HDC)$$



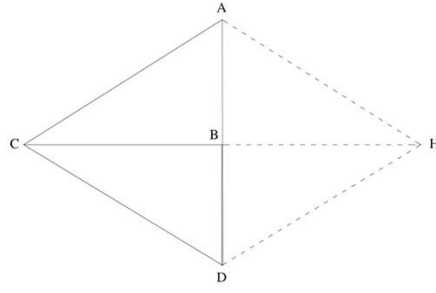
$$|AH| = |DV|$$

$$A(ABC) = A(DBC)$$



$$|AC| = |CD|$$

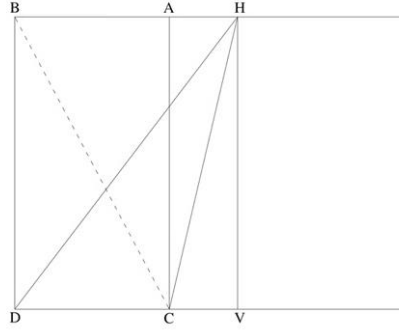
$$A(ABC) = A(DCB)$$



$$|BC| = |HB|, |AB| = |DB|$$

$$A(ABC) = A(DHB)$$

30. İki paralel doğru arasında olan ve tabanları ortak olan paralel kenarlı yüzey ile üçgende, üçgenin alanı paralel kenarlı yüzeyinin alanının yarısıdır.¹⁸⁷



Delil:

$\overline{BC}$ çizilir. 29. Madde (önerme) dolayısıyla

$$A(HCD) = A(BCD)$$

$$A(BCD) = \frac{A(ABCD)}{2}$$

$$\therefore A(HCD) = \frac{A(ABCD)}{2}$$

$$h_{HCD} = h_{ACDB}$$

Açıklama:

$$HB \parallel VD$$

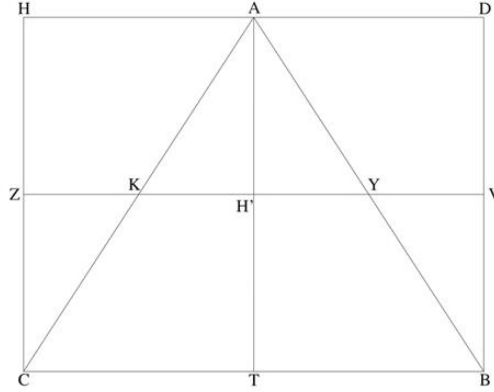
$\overline{VH}$ çizilir.

¹⁸⁷ “Kitap I, 41. Önerme”, a.g.e., 41.

$$\overline{HV} \perp \overline{VD}$$

$$\therefore |HV| = |BD|$$

31. Tabanları ve yükseklikleri eşit olan bir dörtgen ile üçgenin alanında ise üçgenin alanı dörtgenin alanının yarısıdır.



Sağlama:

$\overline{AT} \perp \overline{BC}$ olacak şekilde $\overline{AT}$ çizilir.

$$A(DAVH') = A(VH'BT) = A(AHH'Z) = A(H'ZTC)$$

$$A(YAH') = A(YVB) = A(KAH') = A(KRC)$$

$$A(DAVY) = A(YH'BT) = A(H'KTC) = A(AHKZ)$$

$$A(ADVY) + A(YVB) = A(ADB) = A(ABT) = A(ATC)$$

$$A(ADB) = \frac{A(ABC)}{2} \text{ \& } A(ADB) + A(ABT) = \frac{A(DHBC)}{2}$$

$$A(ADB) + A(ABT) = \frac{A(ABC)}{2} + \frac{A(ABC)}{2} = \frac{A(DHBC)}{2}$$

$$\therefore A(ABC) = \frac{A(DHBC)}{2}$$

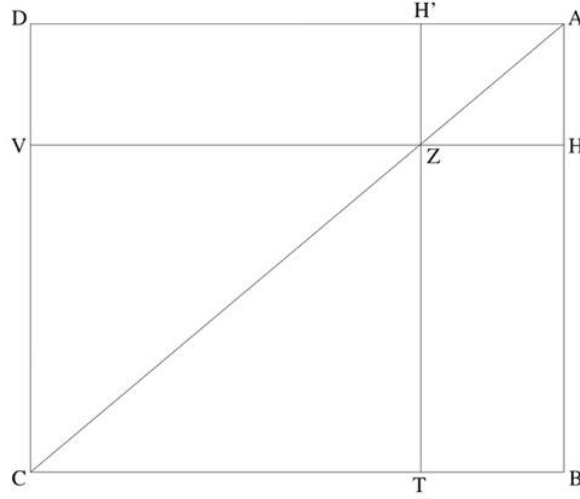
Üçgenin Alanı:

$$A = \frac{|AT| \cdot |BC|}{2} = |AT| \cdot \frac{|BC|}{2} = \frac{|AT|}{2} \cdot |BC|$$

Üçgenin tabanı t ve yüksekliği h ise

$$A = \frac{h \cdot t}{2}$$

32. Tamamlayıcı şekillerin alanları¹⁸⁸



$$A(HZBT) = A(H'ZDV)$$

$$A(ABC) = A(ADC) \& A(CTZ) = A(CVZ) \& A(AHZ) = A(AH'Z)$$

$$\therefore A(ABC) - A(CTZ) - A(AHZ) = A(HZBT)$$

$$A(ADC) - A(CVZ) - A(AH'Z) = A(H'ZDV)^{189}$$

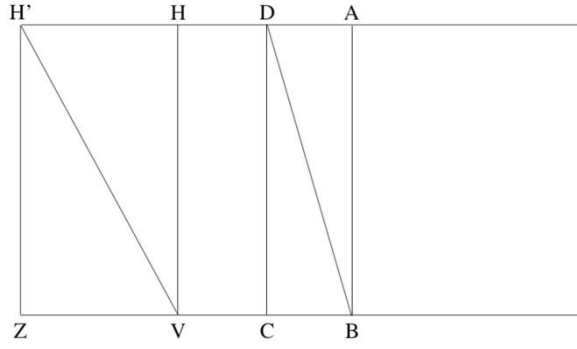
$$\therefore A(HZBT) = A(H'ZDV)$$

33. İki paralel doğru arasında bulunan iki paralel yüzeyi alanları oranı birinin tabanının diğerinin tabanına oranıdır.¹⁹⁰

¹⁸⁸ “Kitap I, 43. Önerme”, a.g.e., 42.

¹⁸⁹ “İki eşit sayıdan iki eşit sayı çıkarılırsa kalanlar eşit olur.” Hisab ilmi kaidesi olarak zikredilen bu özelliğin hendesedeki karşılığı Öklid’in Elemanlarında belirtilen ortak kavramların (common sense) üçüncüsüdür. a.g.e., 3.

¹⁹⁰ Müellif burada iki paralel arasında olmayan üçgenlerin eşitlenemeyeceğini ifade etmiştir. Tabanı eşit olan üçgenler için bu durum söz konusudur.



$$\overline{AH'} \parallel \overline{BZ}$$

$$\frac{A(ABCD)}{A(HVZH')} = \frac{|BZ|}{|VZ|}$$

Örnek:

$$|BC| = 4 \text{ cüz}, |VZ| = 6 \text{ cüz}, h = 8 \text{ cüz}$$

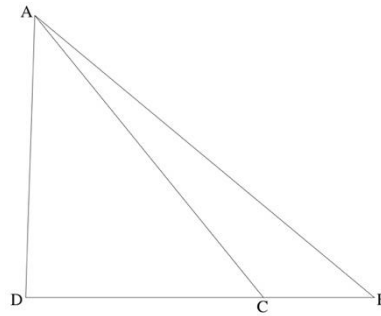
$$\frac{4}{6} = \frac{32}{48}$$

Üçgenlerde de aynı şekildedir. Yani yükseklikleri eşit olan iki üçgenin alanları oranı taban uzunlukları oranına eşittir.

$$\frac{A(ABC)}{A(VZH')} = \frac{|BC|}{|VZ|}$$

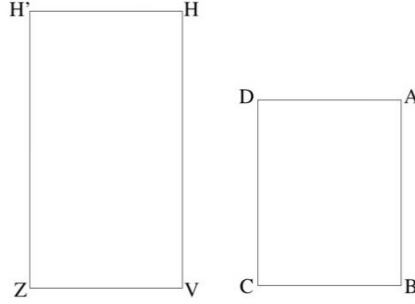
$$\frac{16}{24} = \frac{4}{6}$$

Yükseklikleri paraleller arasında olmayıp eşit olan üçgenler de birleştirilebilir.



$$\frac{A(ABC)}{A(ACD)} = \frac{|BC|}{|CD|}$$

34. Tabanları eşit olan yüzeylerin birbirine oranı yüksekliklerinin birbirine oranına eşittir.

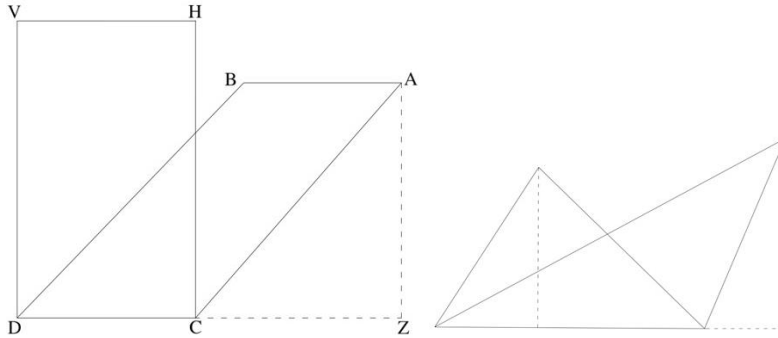


$$\frac{A(ABCD)}{A(HVZH')} = \frac{|AB|}{|HV|}$$

$$|AB| = 6 \text{ cüz}, |HV| = 8 \text{ cüz},$$

$$\frac{A(ABCD)}{A(HVZH')} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

35. Tabanları ortak yükseklikleri farklı olan yüzeylerin (dörtgen ve üçgenler) alanları oranı yüksekliklerinin oranına eşittir.



$$\frac{A(ABCD)}{A(HCDV)} = \frac{|AZ|}{|VD|}$$

36. Paralel kenarlı yüzeylerin birbirine oranı yüksekliklerinin birbirine oranına eşitse tabanları eşit veya birleşiktir.

$$A_1 = 24 \text{ cüz}, A_2 = 32 \text{ cüz} \text{ \& } h_1 = 6 \text{ cüz}, h_2 = 8 \text{ cüz}$$

t_1 : Birinci üçgenin tabanı

t_2 : İkinci üçgenin tabanı

Sağlama:

$$t_1 = \frac{24}{6} = 4 \text{ \& } t_2 = \frac{32}{8} = 4$$

$$\therefore t_1 = t_2$$

Benzer şekilde paralel kenarlı yüzeylerin birbirine oranı tabanlarının birbirine oranına eşitse yükseklikleri eşit olur.

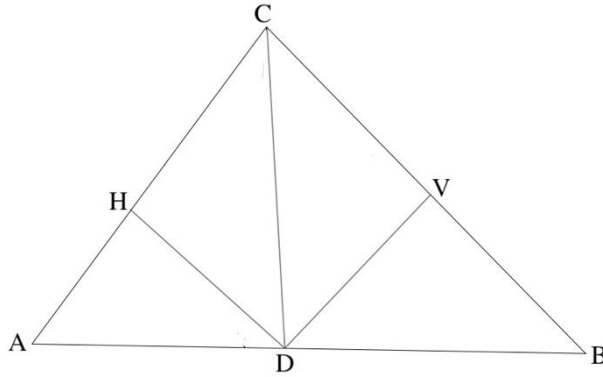
Örnek:

$$A_1 = 16 \text{ cüz}, A_2 = 32 \text{ cüz} \text{ \& } t_1 = 2 \text{ cüz}, t_2 = 4 \text{ cüz}$$

$$h_1 = \frac{16}{2} = 8 \text{ \& } h_2 = \frac{32}{4} = 8$$

$$\therefore h_1 = h_2$$

37. Üçgenlerden birinin diğerine oranı birinin yüksekliğinin diğerinin yüksekliğine oranı gibiyse üçgenlerin tabanları eşittir.



Delil:

$DH \perp AC$ olacak şekilde DH çizilir.

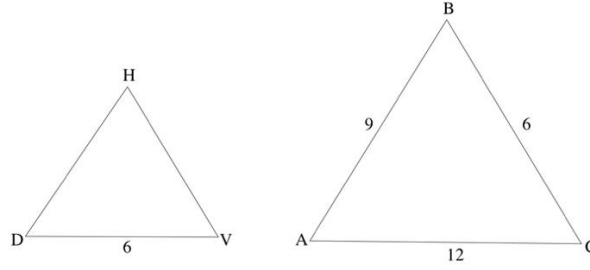
$DV \perp BC$ olacak şekilde DV çizilir.

$$m(DHC) = m(DVC) \text{ \& } m(HCD) = m(VCD) \text{ \& } m(HDC) = m(VDC)$$

$$|HD| = |VD| \therefore \frac{A(ACD)}{A(BCD)} = \frac{|AC|}{|BC|}$$

$$\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|AD|}{|BD|} \therefore \frac{A(ACD)}{A(BCD)} = \frac{|AD|}{|BD|}$$

38. Benzer üçgenlerde karşılıklı kenarlar orantılıdır.



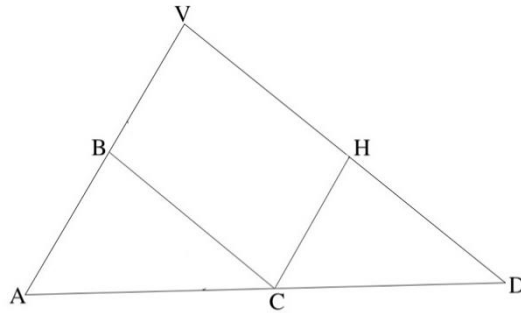
$$\frac{|AB|}{|DH|} = \frac{|AC|}{|DV|}$$

$$m(C) = m(V)$$

$$m(B) = m(H)$$

$$ABC \cong CHD$$

$$\therefore \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|CH|}{|CD|}$$



Açıklama:

İki üçgenin tabanı birleştirilir.

AB ve DH doğruları uzatılarak V noktasında birleştirilir.

$$ABC \sim CHD \text{ \& } m(BCA) = m(VDC) \therefore BC \parallel VD$$

$$\therefore m(VAC) = m(HCD)$$

$$|BV| = |CH| + |BC| = |VH|$$

$$\frac{|AB|}{|BV|} = \frac{|AC|}{|CD|} \therefore BC \parallel VD$$

$$\therefore \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|CH|}{|CD|}$$

Benzer iki üçgenin iki veya üç kenar uzunluğu bilindiğinde dörtlü oran yöntemiyle bilinmeyen kenar uzunlukları bulunabilir.

Örnek 1:

ABC ve DHV üçgeninde

$$|AC| = 12 \text{ cüz}, |AB| = 9 \text{ cüz}, |DV| = 6 \text{ cüz};$$

$$|DH| = \frac{6 \cdot 9}{12} = 4 \frac{1}{2}$$

Örnek 2:

$$|BC| = 6 \text{ cüz}, |DV| = 6 \text{ cüz}, |AC| = 12 \text{ cüz};$$

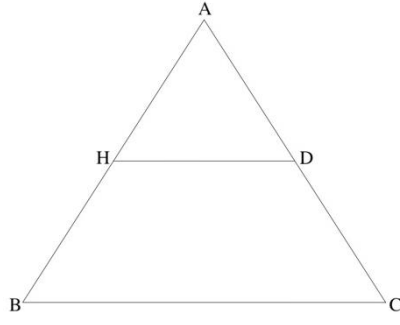
$$|HV| = \frac{6 \cdot 6}{12} = 3$$

39. (Üçgenin içinde tabana paralel yerleştirilen doğru ile büyük üçgene benzer küçük bir üçgen oluşur.)¹⁹¹

$$DH \parallel BC$$

$$\frac{|BA|}{|BC|} = \frac{|HA|}{|HD|}$$

¹⁹¹ Metinde önerme yazılmamış *ABC* üçgeni üzerinden ifade edilip açıklaması yapılmıştır.



Açıklama:

$m(A)$: AHD ve ABC üçgenleri ortak açısı

$$m(BAC) = m(HAD)$$

$$DH \parallel BC \therefore m(ABC) = m(AHD) \& m(ACB) = m(ADH)$$

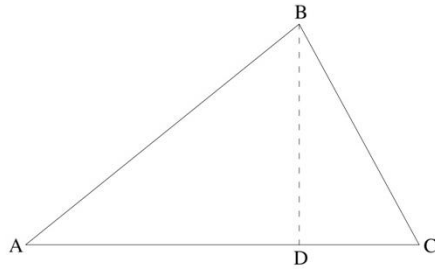
$$\therefore ADH \cong ABC$$

$$\therefore \frac{|BA|}{|BC|} = \frac{|HA|}{|HD|} \text{ veya } \frac{|BC|}{|BA|} = \frac{|HD|}{|HA|}$$

$$\therefore \frac{|CA|}{|CB|} = \frac{|DA|}{|DH|} \text{ veya } \frac{|CB|}{|CA|} = \frac{|DH|}{|DA|}$$

$$\therefore \frac{|BA|}{|HA|} = \frac{|BC|}{|HD|}$$

40. Bir üçgende hipotenüse bir dikme çıkarıldığında üçgen iki benzer üçgene bölünür.



$$ADB \cong ABC \& CDB \cong ABC$$

Açıklama:

$$m(A) = m(A) \& m(ADB) = m(ABC) \therefore m(ABD) = m(ACB)$$

$$\therefore ADB \cong ABC$$

$$m(C) = m(C) \& [m(CDB) = m(ABC)] \therefore m(DBC) = m(BAC)$$

$$\therefore CDB \cong ABC$$

Bu önerme ile ulaşılan önermeler aşağıda sıralanmıştır:¹⁹²

1. İki şey üçüncü bir şeye benzerse iki şey de benzerdir. O zaman;

$$ADB \cong CDB$$

2. Daha önce gösterildiği gibi

$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|DB|}{|DC|}$$

3. Daha önce gösterildiği gibi

$$|DB|^2 = |CD|. |AD|$$

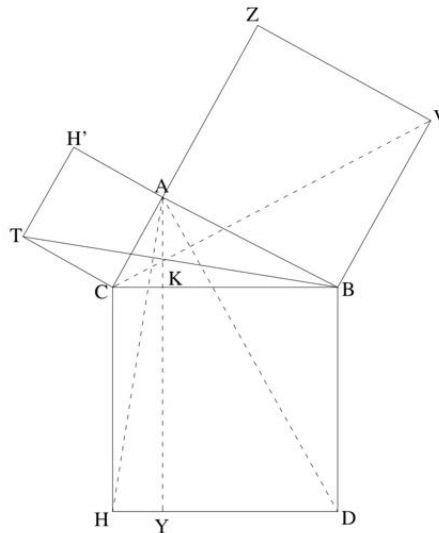
41. Tüm dik açılı üçgenlerde dik açının karesi kenarların kareleri toplamına eşittir.¹⁹³

ABC üçgeninde

$$|BC|^2 = |CD|^2 + |AD|^2$$

veya

$$A(BCDH) = A(ABVZ) + A(ACH'T)$$



¹⁹² Musaderât (lemma)konumu apaçık oluncaya kadar şüpheyle yaklaşılan ve kabul görmeyen önermelerdir.

¹⁹³ Metinde bu önerme verilirken Öklid’e atıf yapılmıştır. “Kitap I, 47. Önerme”, a.g.e., 47.

Delil:

A dik açısından $\overline{AY} \parallel \overline{CH}$ olacak şekilde $\overline{AY}$ çizilir ve K ve Y noktaları belirlenir.

$\overline{AH}$ ve $\overline{BT}$ çizilir.

Paraleller arasında olduklarından

$$A(HCA) = \frac{A(KYCH)}{2}$$

$$A(BCT) = \frac{A(CTH'A)}{2}$$

$$HCA \cong BCT \because |HC| = |BC| \& |AC| = |CT| \& |AH| = |BT|$$

$$\therefore A(KYCH) = A(CTH'A)$$

$\overline{AD}$ ve $\overline{CV}$ çizilir.

$$A(ABD) = \frac{A(BKDY)}{2}$$

$$A(CBV) = \frac{A(ABVZ)}{2}$$

$$ABD \cong CBV$$

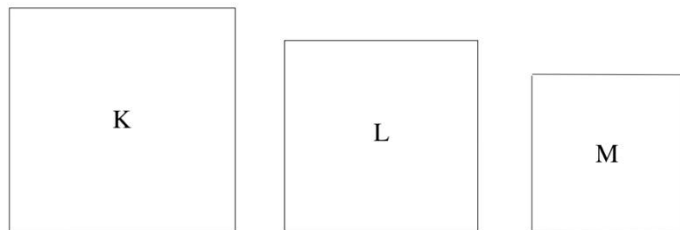
$$\therefore A(BKYD) = A(ABVZ)$$

$$\therefore A(BCDH) = A(ABVZ) + A(CTH')$$

Faydası:

Dik açılı üçgende bilinmeyen kenarın bulunmasını sağlar.

$$\sqrt{|Hipotenüs|^2 - |Bilinen Kenar|^2} = |Bilinmeyen Kenar|$$

Örnek:

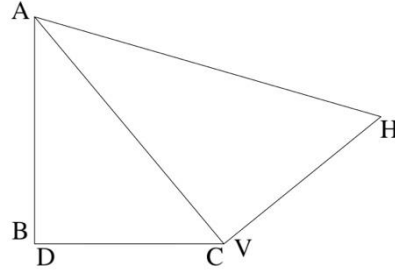
$\overline{AB}$, K karesinin bir kenarı; $\overline{CD}$, L karesinin bir kenarı ve $\overline{HV}$, M karesinin bir kenarı olsun.

$\overline{AB} \perp \overline{CD}$ olacak şekilde yerleştirilir ve $\overline{AC}$ çizilir.

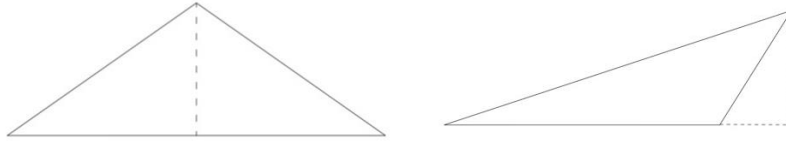
$$|AC|^2 = A(K) + A(L)$$

$\overline{CD} \perp \overline{HV}$ olacak şekilde yerleştirilir ve $\overline{AH}$ çizilir.

$$|AH|^2 = A(K) + A(L) + A(M)$$



Üçgenlerin dikmelerinin konumu üçgenin çeşidine göre değişir.



2.3.2.1.9 Dokuzuncu Fasıl: Düzgün ve Düzgün Olmayan Çokgenler

Düzgün Çokgenin Alanı:

D bir düzgün çokgen olsun. D düzgün çokgeninin kenar sayısı n ve çokgenin köşegenlerinin çizilmesiyle oluşan eşit üçgenlerden birinin alanı A_1 ise

$$A = n \cdot A_1$$

Düzgün Çokgenin İç Açısı

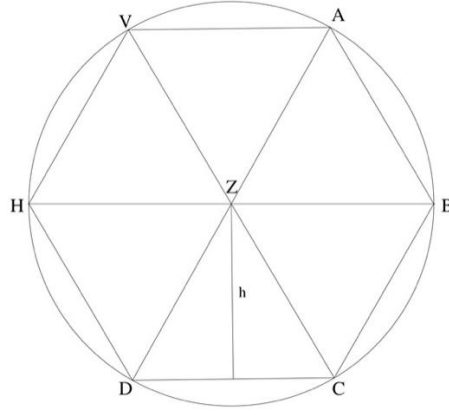
n düzgün çokgenin kenar sayısı, m düzgün çokgenin bir iç açısı olsun. O zaman

$$m = 180 - \frac{360}{n}$$

Örnek: Düzgün altıgenin iç açısı

$$m = 180 - \frac{360}{6} = 120^\circ$$

Delil:



$m(ABC)$ 'yi bulmak için

A, B ve C noktalarından geçen daire çizilir.

Daire altıgenin tüm köşelerinden geçer.

$$|AB| = |BC| \therefore \widehat{AB} = \widehat{BC}$$

Dairenin merkezi Z noktasından tüm köşelere doğru çıkarılır.

$$m(ABZ) = m(ZBC)$$

ZAB üçgeninde;

$$m(ZAB) = m(ABZ)$$

$$\therefore m(A) = \frac{\widehat{BCD}}{2} \text{ \& } m(B) = \frac{\widehat{AVH}}{2} \text{ \& } \frac{\widehat{BCD}}{2} = \frac{\widehat{AVH}}{2}$$

$$m(AZB) = m(ZAB) = m(ABZ)$$

$$\therefore \widehat{AB} = \frac{\widehat{BCD}}{2} = \frac{\widehat{AVH}}{2}$$

O zaman

$$m(AZB) = m(ZAB) = m(ABZ) = 60^\circ$$

$$180^\circ - m(Z) = m(ZAB) + m(ZBA)$$

$$\therefore m(\angle ZAB) + m(\angle ZBA) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$m(\angle CBZ) = m(\angle BAZ)$$

$$\therefore m(\angle ABZ) + m(\angle CBZ) = m(\angle ABC) = 120^\circ$$

Çokgenin İç Açılar Toplamı

n düzgün çokgenin kenar sayısı, $m_1, \dots, m_n$ çokgenin iç açıları olsun. O zaman

$$\sum_{1}^n m_n = n \cdot 180 - 360 \text{ veya } \sum_{1}^n m_n = (n - 2) \cdot 180$$

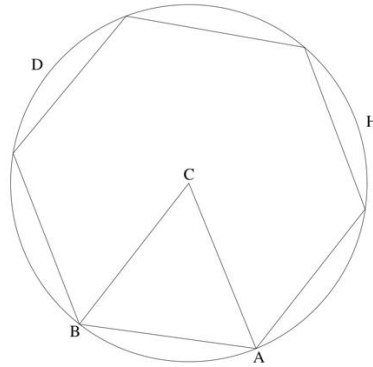
Örnek: Beşgenin iç açıları toplamı

$$(5 \cdot 180) - 360 = 540^\circ \text{ dir.}$$

1. Dairenin içine düzgün çokgen yerleştirme¹⁹⁴

n düzgün çokgenin kenar sayısı olsun. 360, n 'e bölünür.

Örnek: ABDH dairesine altıgen yerleştirmek istenirse



$n = 6$ olur. O zaman

$$m(\angle ACB) = 360 \div 6 = 60^\circ$$

$\overline{CA}, \overline{CB}$ ve $\overline{AB}$ çizilir.

$\overline{AB}$ altıgenin bir kenarıdır. Pergar ile büyüklüğü alınır. Diğer kenarlar da çizilir.

2. Belirlenmiş bir çizgiye düzgün çokgen yerleştirme

n , düzgün çokgenin kenar sayısı; m , düzgün çokgenin iç açılarından biri olsun.

¹⁹⁴ “Kitap IV, 15. Önerme”, a.g.e., 141.

$$m = \frac{180n - 360}{n}$$

Örnek: $\overline{AB}$ üzerine beşgen yerleştirmek istenirse

$$n = 5, m = 540 \div 5 = 108^\circ$$

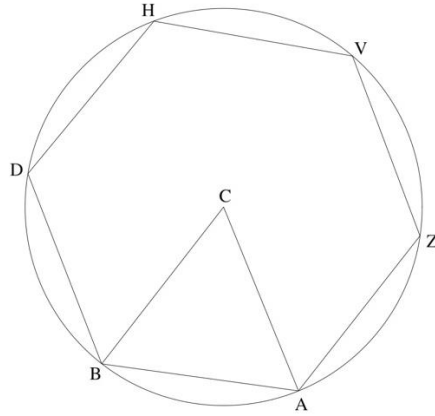
$\overline{AB}$ 'nin B ucuna minkale ile 108° yerleştirilir ve $\overline{BC}$ çizilir.

A, B ve C noktalarından geçen bir daire çizilir.

$\overline{AB}$ veya $\overline{BC}$ uzunluğu pergâr ile alınır. CD, DH ve HA çizgileri çizilir.

Beşgen oluştu.

3. Düzgün altıgenin kenarlarından her biri köşelerinden geçen dairenin yarıçapına eşittir.



Açıklama:

$$m(\angle ACB) = 60^\circ, m(\angle A) + m(\angle B) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$|AC| = |BC|$$

$$\therefore m(\angle A) = m(\angle B) = 120^\circ \div 2 = 60^\circ$$

$$\therefore m(\angle A) = m(\angle B) = m(\angle C)$$

$$\therefore |AB| = |AC| = |BC|$$

$$|AC| = |BC| = r$$

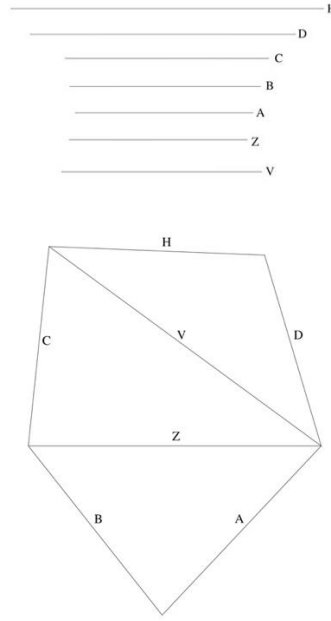
$$\therefore |AB| = r$$

4. Bir altıgen yerleştirilmek/çizilmek istenirse bir daire çizilir ve yarıçap uzunluğunda birbirine bağlı altı çizgi çizilir. Altıgen oluşur.

5. Kenarları ve köşegen uzunlukları bilinen çokgenin çizimi

(n çokgenin kenar sayısı ve k köşegen sayısı olsun. $k = n - 3$ ’tür.)

rnek: A, B, C, D ve H çizgileri ve V ve Z köşegenleri verilen beşgen çizilmek istenirse



Z köşegenine A ve B çizgileri yerleştirilerek üçgen oluşturulur.

Sonra Z köşegenine V köşegeni, C izgisi yerleştirilerek ikinci üçgen oluşturulur.

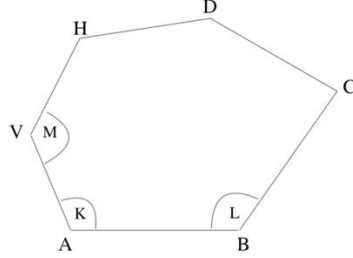
İkinci gen zerine V köşegeni ortak olarak D ve H çizgileri yerleştirilerek üçüncü üçgen oluşturulur.

6. Tüm kenar uzunlukları ve üç açısı bilinen çokgen çizimi

rnek: AB, BC, CD, DH, HV ve VA çizgileri olsun.

$m(K) = 130^\circ, m(L) = 111^\circ$ ve $m(M) = 112^\circ$ olsun.

B ————— A
 C ————— B
 D ————— C
 H ————— D
 V ————— H
 V ————— A



$\overline{AB}$ çizilir.

Minkale ile A noktasına K açısı yerleştirilir ve K açısına da $\overline{VA}$ yerleştirilir.

B noktasına L açısı yerleştirilir ve L açısına $\overline{BC}$ yerleştirilir.

V noktasına M açısı yerleştirilir ve M açısına $\overline{HV}$ yerleştirilir.

$|CD|$ pergâr ile alınır ve C 'den D 'ye doğru $|CD|$ uzunluğunda yay çizilir.

$|DH|$ pergâr ile alınır ve H 'den D 'ye doğru $|DH|$ uzunluğunda yay çizilir.

İki yayın kesişiminden $\overline{DC}$ ve $\overline{DH}$ doğruları çizilir.

Çokgen oluştu.

2.3.2.2 BİRİNCİ BÂBA İLAVE: HESAP BİLİMİNDE KULLANILAN SAYILAR VE İŞLEMLER

Hindî sayılar 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9'dur ve onuncusu da 0'dır.

Birler basamağındaki rakamlar 1,2,3, ...,9 değerlerini alır.

Onlar basamağındaki sayılar 10, 20, 30, ...,90 değerlerini alır.

Yüzler basamağındaki sayılar 100, 200, 300, ...,900 değerlerini alırlar.

Binler, milyonlar, milyarlar vb. şeklinde üç basamak değerleri devam eder.

İşlemler:

1. Sayma işlemi

2. Toplama işlemi

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \text{rüh} \\ \text{kadem} \\ \text{isba} \\ \text{hat} \\ \text{nokta} \end{array} \\
 \begin{array}{r}
 3 \ 4 \ 8 \ 2 \ 5 \\
 2 \ 7 \ 9 \ 3 \ 8 \\
 \hline
 6 \ 2 \ 7 \ 6 \ 3
 \end{array}
 \end{array}$$

3. İki katını alma

4. Çarpma işlemi

Rakamların kare ve küp değerlerinin tablosu aşağıdaki gibidir:

kök	kare	küp
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Örnek: 1936'nın kökünü alma

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{r}
 19 \\
 16 \\
 \hline
 3
 \end{array}
 & \begin{array}{r}
 36 \\
 00 \\
 36 \\
 84 \\
 4 \\
 \hline
 336 \\
 000
 \end{array}
 & \begin{array}{l}
 \text{kök} \\
 44
 \end{array}
 \end{array}$$

Örnek: 58564'ün kökünü alma

$$\begin{array}{r|l}
 & \text{kök} \\
 5 & 85 \mid 64 \mid 242 \\
 4 & 00 \mid 00 \\
 \hline
 1 & 85 \mid 00 \\
 & 44 \mid 00 \\
 & 4 \mid 00 \\
 \hline
 & 176 \mid 00 \\
 & 009 \mid 64 \\
 & 4 \mid 82 \\
 & 2 \\
 \hline
 & 964 \\
 \hline
 & 000
 \end{array}$$

Örnek: 869000000 sayısının kökünü alma

$$\begin{array}{r|l}
 8 & 69 \mid 00 \mid 00 \mid 00 \mid 29478 \\
 4 & \\
 \hline
 4 & 69 \\
 & 49 \\
 & 9 \\
 \hline
 & 441 \\
 & 028 \mid 00 \\
 & 5 \mid 84 \\
 & 4 \\
 \hline
 & 2336 \\
 & 0464 \mid 00 \\
 & 58 \mid 87 \\
 & 7 \\
 \hline
 & 41209 \\
 & 05191 \mid 00 \\
 & 58948 \\
 & 8 \\
 \hline
 & 471584 \\
 \hline
 & 047516
 \end{array}$$

Örnek: 79507'nin küpkökünü alma

79	507	43	4	
64			<u>4</u>	
15	507		16	
	4800		<u>3</u>	
	300		48	
				3
14400				<u>3</u>
108				9
27				<u>3</u>
				27
15507				<u>4</u>
				108
	00000			

Örnek: 843000000000'ın küp kökünü alma

843	000	000	000	9446
729				
114	000			
243				
4				
972				
432				
64				
101584				
12416	000			
26508				
4				
10603200				
4512				
64				
10648384				
1767616	000			
2673408				
6				
1604044800				
101952				
216				
1605064536				
162551464				

5. Çıkarma işlemi

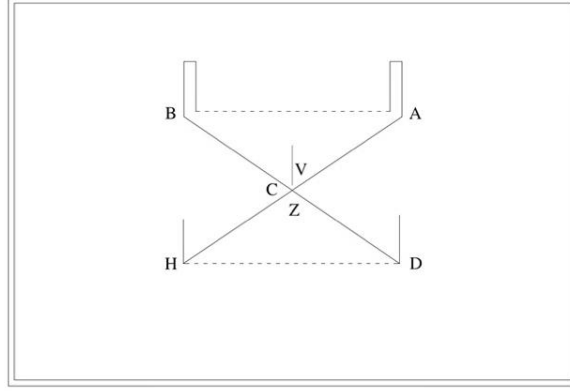
6. İkiye bölme

7. Bölme işlemi

2.3.2.3 İKİNCİ BÂB: MESAFE VE YÜKSEKLİK ÖLÇÜMLERİ

2.3.2.3.1 Birinci Makale: İki Konum Arası Mesafenin Bulunması

2.3.2.3.1.1 Birinci Fasil: Aralarında Engel Olmadığında İki Konum Arası Mesafenin Hesaplanması



$|AB|$ mesafesinin bulunması:

$|AC|$ mimsaha ile ölçülür.

$|AC| = |CH|$ olacak şekilde H belirlenir.

$|BC|$ mimsaha ile ölçülür.

$|BC| = |CD|$ olacak şekilde D belirlenir. O zaman

$$\therefore |HD| = |AB|$$

Delil:

$$m(V) = m(Z), m(A) = m(H) \text{ \& } m(B) = m(D)$$

$$|AC| = |CH| \text{ \& } |BC| = |CD| \therefore |HD| = |AB|$$

$$ABC \cong HCD$$

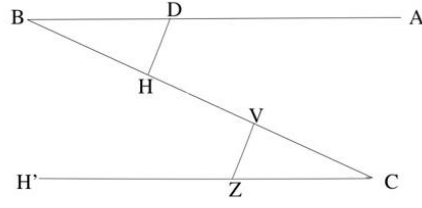
$$\therefore m(V) = m(Z) \text{ \& } m(A) = m(H) \text{ \& } m(B) = m(D)$$

$$|HC| = |AC| \text{ \& } |DC| = |BC|$$

Zorunlu olarak

$$|DH| = |AB|$$

Faide: Bir açıyı başka bir yere taşımanın yolu



Örnek: B açısını C açısına taşımak için

AB ve CBB' 'den belli bir uzaklıkta $\overline{BD}$ ve $\overline{BH}$ belirlenir.

$|DH|$ ölçülür.

$\overline{BC}$ üzerinde $|BH| = |CV|$ olacak şekilde $\overline{CV}$ belirlenir.

$\overline{CH'}$ üzerinde $|BD| = |CZ|$ olacak şekilde $\overline{CZ}$ belirlenir.

$|ZV| = |DH|$ olacak şekilde $\overline{ZV}$ çizilir.

$$m(\angle VCZ) = m(\angle HBD)$$

Delil:

$$\overline{AB} \parallel \overline{CH'}$$

Paralel doğruların arasında oluşan ters açılar eşit olduğundan

$$m(\angle C) = m(\angle B)$$

$$|CV| = |BH| \text{ \& } |CZ| = |BD| \text{ \& } |ZV| = |DH|$$

O zaman

$$m(\angle C) = m(\angle B)$$

$$m(\angle Z) = m(\angle D) \text{ \& } m(\angle V) = m(\angle H)$$

2.3.2.3.1.2 İkinci Fasıl: İki Konumdan Birine Ulaşılabildiğinde Aralarındaki Mesafenin Hesaplanması

$|AB|$ mesafesinin bulunması:

$$|HD| = |CD| \& |DV| = |BD| \therefore m(H) = m(C) \& m(V) = m(B)$$

$$|ZH| = |CA| \& |ZV| = |BA|$$

C noktası belirlenir.

$m(ACV) = m(VH'L), m(ZCB) = m(ZTM)$ olacak şekilde $m(VH'L)$ ve $m(ZTM)$ açıları oluşturulur.

$$|H'Y| = |AC|$$
$$|TK| = |BC|$$

Delil:

112

$$\therefore |AB| = |DH|$$

2.3.2.3.1.4 Dördüncü Fasıl: Tabla Aleti ve Kullanımı¹⁹⁵

$|AB|$ mesafesinin bulunması:

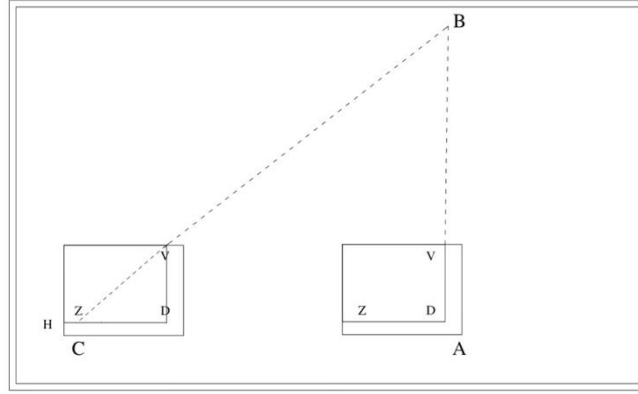


Tabla aleti A noktasına ve C noktasına yerleştirilir.

Alet üzerindeki kağıda ZDV üçgeni çizilir.

$|AC|$ ölçülür.

$$ZDV \sim CAB$$

Mikyâs ile $|ZV|$ 'nin cüz sayısı alınır. Bu sayı $|CB|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

$|ZD|$ 'nin cüz sayısı $|AC|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

$|VD|$ 'nin cüz sayısı $|AB|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

k : benzerlik katsayısı

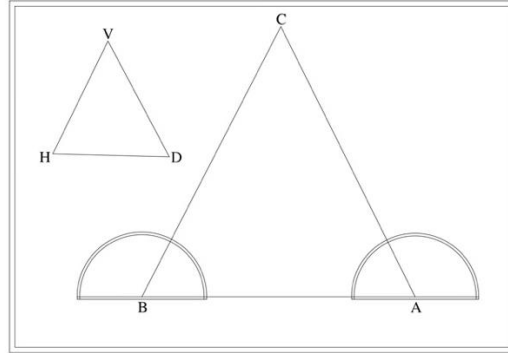
$$\frac{|AC|}{|ZD|} = \frac{|CB|}{|ZV|} = \frac{|AB|}{|VD|} = k$$

$$|AB| = k \cdot |VD|$$

¹⁹⁵ Tabla aleti Avrupa menşeli bir alet olup Osmanlı'ya Eğinli Numan Efendi'nin *Tebyînü Âmâli'l-Misâha*(1741) adlı eser ile tanıtılmıştır. Osman b. Abdülmennân da tabla ismini kullanmıştır. Üç ayak üzerine yerleştirilen büyük ebatlı bir yer ölçüm aletidir. Bu alette gerçekte bulunan mesafelerin oluşturduğu varsayılan üçgenin küçük ölçekte benzeri çizilir. Benzerlik oranı mikyâs ile bulunur ve ardından KKK (kenar-kenar-kenar) benzerliği kullanılarak gerçek mesafelere ulaşılır. Ayrıntılı bilgi için bkz. Bu tez çalışmasının 1.3.2.1. başlıklı bölümü ve Türkçe tercümede bulunan ilgili bölüm.

2.3.2.3.1.5 Beşinci Fasıl: Usturlâb-ı Basît Aleti ve Kullanımı¹⁹⁶

|AC| mesafesinin bulunması:



$m(BAC)$ ve $m(ABC)$ açıları aletle bulunur. $m(BCA) = 180 - [m(BAC) + m(ABC)]$

$ABC \sim DHV$ olacak şekilde DHV üçgeni kağıda çizilir. $|AB|$ ölçülür.

Mikyâsta $|AB|$ 'nin cüz sayısı $|DH|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

$|AC|$ 'nin cüz sayısı $|DV|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

k: benzerlik katsayısı

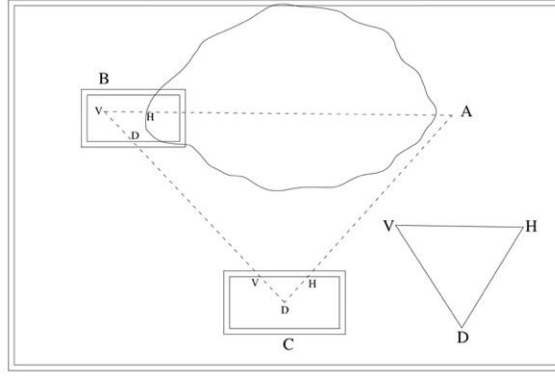
$$\frac{|AB|}{|DH|} = \frac{|AC|}{|DV|} = k$$

$$|AC| = k \cdot |DV|$$

2.3.2.3.1.6 Altıncı Fasıl: Aralarında Engel Olan İki Konum Arasındaki Mesafenin Hesaplanması

|AB| mesafesinin bulunması:

¹⁹⁶ Usturlâb-ı basît aleti yarım daire olarak da isimlendirilen Avrupa menşeli bir alettir. Üç ayak üzerine yerleştirilen büyük ebatlı bir yer ölçüm aletidir ve tabla aletine benzerdir. Usturlâb-ı basît aletiyle gerçekte bulunan mesafelerin oluşturduğu varsayılan üçgenin açı ölçümü yapılır ve küçük ölçekte çizimi yapılır. Benzerlik oranı mikyâs ile bulunur ve ardından KAK (kenar-açı-kenar) benzerliği kullanılarak gerçek mesafelere ulaşılır. Ayrıntılı bilgi için bkz. Bu tez çalışmasının 1.3.2.2. başlıklı bölümü ve Türkçe tercümede bulunan ilgili bölüm.



1. yol:

Tabla aletiyle B ve C noktalarında ölçüm yapılır.

$|BC|$ ölçülür.

ABC üçgenine benzer HVD üçgeni elde edilir.

Mikyâsta $|CB|$ 'nin cüz sayısı $|DV|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

$|AB|$ 'nin cüz sayısı $|HV|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

k : benzerlik katsayısı

$$\frac{|CB|}{|DV|} = \frac{|AB|}{|HV|} = k$$

$$|AB| = k \cdot |HV|$$

2. yol:

Usturlâb-ı basît aletiyle C ve A noktalarında ölçüm yapılır.

$m(BCA)$ ve $m(BAC)$ açıları aletle bulunur.

$|CA|$ bulunur.

Mikyâsta $|CA|$ 'nin cüz sayısı $|HD|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

$|AB|$ 'nin cüz sayısı $|HV|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

k : benzerlik katsayısı

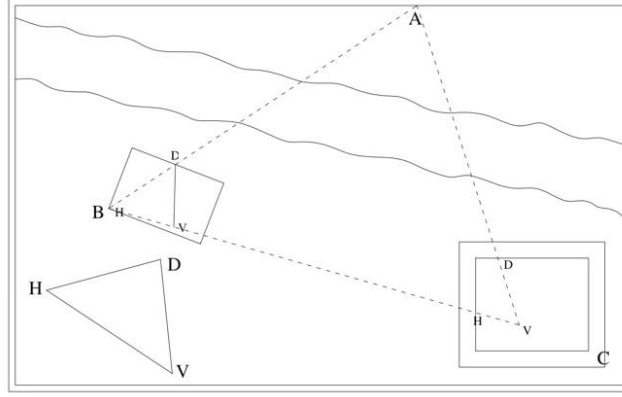
$$ABC \sim HVD$$

$$\frac{|CA|}{|HD|} = \frac{|AB|}{|HV|} = k$$

$$|AB| = k \cdot |HV|$$

2.3.2.3.1.7 Yedinci Fasıl: Aralarında Engel Olan ve Birine Ulaşılabilen İki Konum Arasındaki Mesafenin Hesaplanması

$|AB|$ mesafesinin bulunması:



1. Yol:

Tabla aleti ile C ve B 'de ölçüm yapılır.

$|CB|$ ölçülür.

ABC üçgenine benzer DHV üçgeni elde edilir.

Mikyâsta $|BC|$ 'nin cüz sayısı $|HV|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

$|AB|$ 'nin cüz sayısı $|HD|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

k : benzerlik katsayısı

$$DHV \sim ABC$$

$$\frac{|BC|}{|HV|} = \frac{|AB|}{|HD|} = k$$

$$|AB| = k \cdot |HD|$$

2. Yol:

Usturlâb-ı basît aleti ile C ve B noktalarında ölçüm yapılır.

$m(ACB)$ ve $m(ABC)$ açıları aletle bulunur.

$|CD|$ ölçülür.

ABC üçgenine benzer DHV üçgeni elde edilir.

Mikyâsta $|DH|$ 'nin cüz sayısı $|VH|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

$|AB|$ 'nin cüz sayısı $|CB|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

k : benzerlik katsayısı

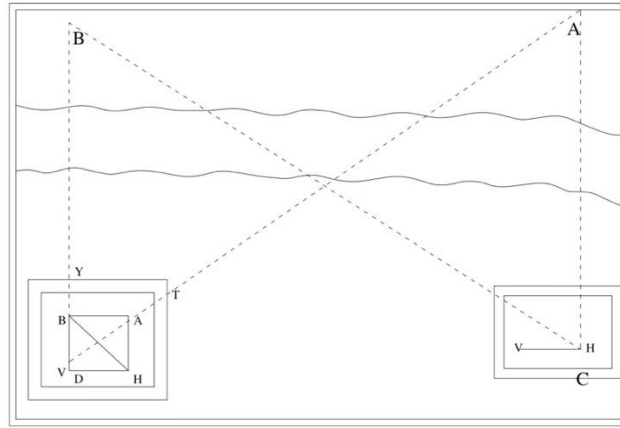
$$DHV \sim ABC$$

$$\frac{|AB|}{|CB|} = \frac{|DH|}{|VH|} = k$$

$$|AB| = k \cdot |DH|$$

2.3.2.3.1.8 Sekizinci Fasıl: Ulaşımı Mümkün Olmayan İki Konum Arasındaki Mesafenin Hesaplanması

$|AB|$ mesafesinin bulunması:



1. Yol:

Tabla veya usturlâb-ı basît ile C ve D'de ölçüm yapılır.

$|CD|$ ölçülür.

ABC üçgenine benzer DHV üçgeni elde edilir.

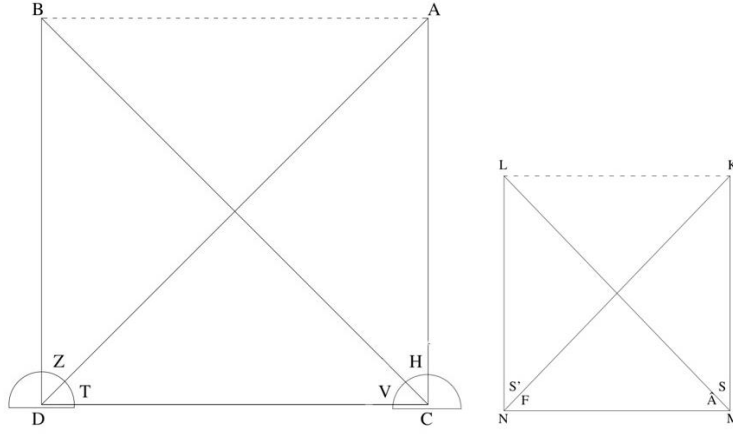
Mikyâsta $|CD|$ 'nin cüz sayısı $|HV|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

$|AB|$ 'nin cüz sayısı $|TY|$ 'nin cüz sayısına eşittir.

k : benzerlik katsayısı

$$\frac{|CD|}{|HV|} = \frac{|AB|}{|TY|} = k$$

$$|AB| = k \cdot |TY|$$



2. Yol:

Usturlâb-ı basît aleti ile C ve D noktalarında ölçüm yapılır.

C noktasında $m(DVB)$ ve $m(BHA)$ açıları ile D noktasında $m(CTA)$ ve $m(BZA)$ açıları aletle bulunur.

$$m(A) = 180 - m(H) - m(V) - m(T)$$

$$m(B) = 180 - m(Z) - m(V) - m(T)$$

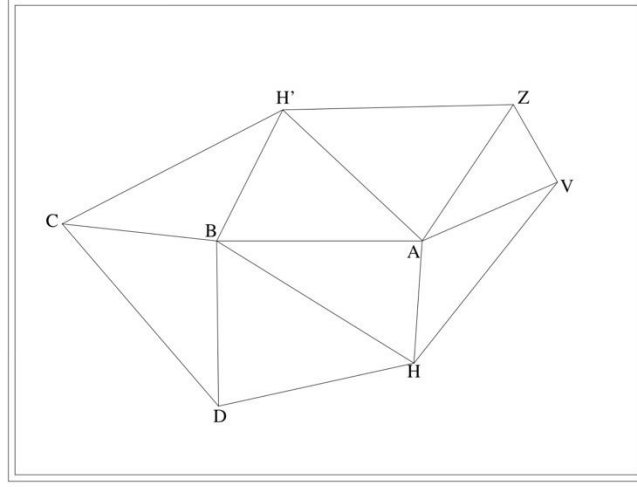
$|CD|$ ölçülür.

ACT ve BDV üçgenlerine benzer KMF ve LNH' üçgenleri elde edilir.

k : benzerlik katsayısı

$$|AB| = k \cdot |KL|$$

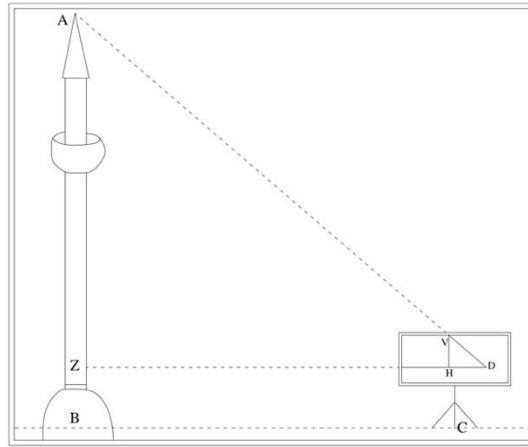
2.3.2.3.1.9 Dokuzuncu Fasıl: İkiiden Fazla Konum Arasındaki Mesafenin Hesaplanması



Usturlâb-ı basît aletiyle belirlenen noktalarda işlem yapılarak mesafeler hesaplanır.

2.3.2.3.2 İkinci Makale: Uzunluk Hesaplanması

2.3.2.3.2.1 Birinci Fasıl: Bir Nesnenin Uzunluğunu Tabla Aletiyle Hesaplama



$|ZB|$ gözlemcinin gözü ile yer arasındaki mesafesi bilindiğinde;

$$VDH \sim ADZ$$

k : benzerlik katsayısı

$$\frac{|CB|}{|DH|} = \frac{|AZ|}{|VH|} = k$$

$$|AZ| = k \cdot |VH|$$

$$|AB| = |AZ| + |ZB|$$

Delil:

$$VDH \sim ADZ$$

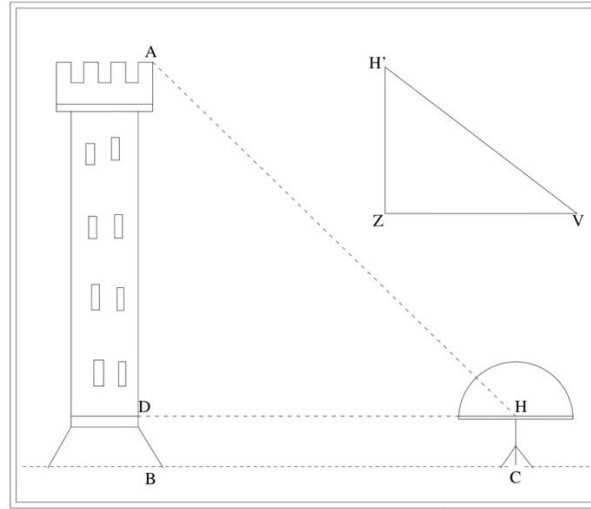
$\therefore m(D)$ ortak açıdır.

$$m(V) = m(A) \text{ \& } m(H) = m(Z) = 90^\circ$$

$$\therefore \frac{|AZ|}{|HV|} = \frac{|DZ|}{|DH|}$$

2.3.2.3.2 İkinci Fasl: Bir Nesnenin Uzunluğunu Usturlâb-ı Basît Aletiyle Hesaplama

$|AB|$ yüksekliğinin bulunması:



$|DB| = |HC|$ gözlemcinin/aletin boyu ve $|CB|$ ölçüm ile bilindiğinde;

k : benzerlik katsayısı

$$H'ZV \sim ADH$$

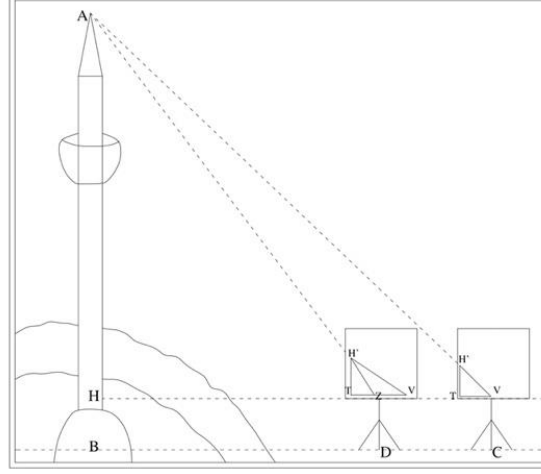
$$\frac{|CB|}{|VZ|} = \frac{|AD|}{|H'Z|} = k$$

$$|AD| = k \cdot |H'Z|$$

$$|AB| = |AD| + |DB|$$

2.3.2.3.3 Üçüncü Fası: Bir Nesnenin Uzunluğunu Nesnenin Tabanına Ulaşılamadığında Tabla Aletiyle Hesaplama

$|AB|$ yüksekliğinin bulunması:



$|CD|$ ve $|HB|$ bilindiğinde;

k : benzerlik katsayısı

$$AHZ \sim H'TZ \text{ ve } AHV \sim H'TV$$

$$\frac{|CD|}{|VZ|} = \frac{|AH|}{|H'T|} = k$$

$$|AH| = k \cdot |H'T|$$

$$|AB| = |AH| + |HB|$$

Delil:

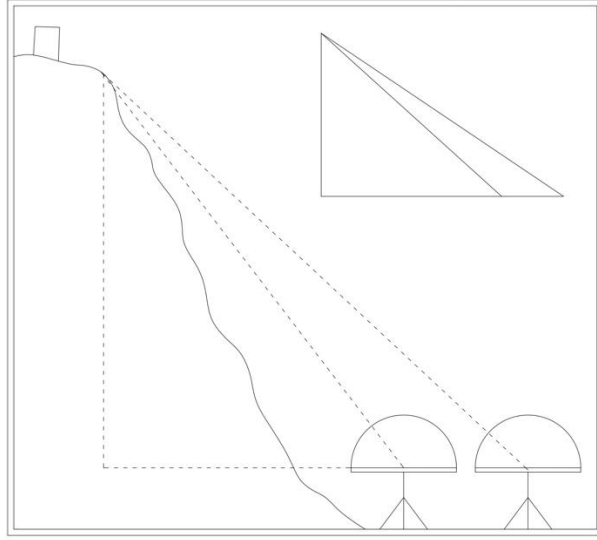
Açıları ve kenarları eşit olduğundan

$$AHZ \sim H'TZ \text{ ve } AHV \sim H'TV$$

$$\therefore h_{AVZ} = h_{AZH} \text{ ve } h_{H'VZ} = h_{H'ZT}$$

$$\therefore \frac{|CD|}{|AH|} = \frac{|VZ|}{|H'T|}$$

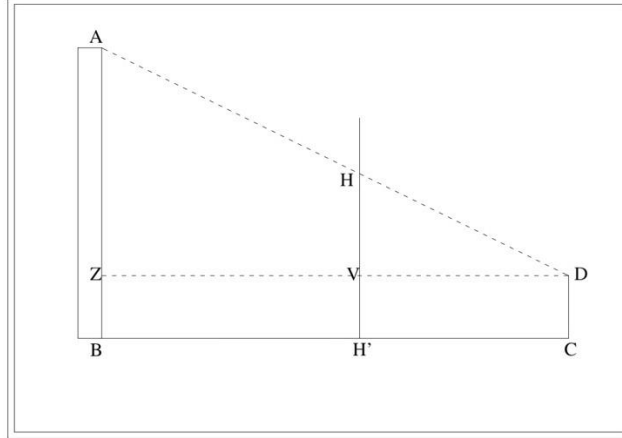
2.3.2.3.2.5 Beşinci Fasıl: Dağın Yüksekliğinin/Maskatul Hacer Hesaplanması



Hesaplamalar dördüncü fasıldaki gibidir.

2.3.2.3.2.6 Altıncı Fasıl: Nesnenin Yüksekliğini Çubuk ile Hesaplama

$|AB|$ yüksekliğinin bulunması:



Dörtlü oran yöntemiyle bilinenlerden bilinmeyen çıkarılır.

1. Bilinen	2. Bilinen	3. Bilinen	Bilinmeyen
$ DV $	$ DZ $	$ HV $	$ AZ $

$$|AZ| = \frac{|DZ| \cdot |HV|}{|DV|}$$

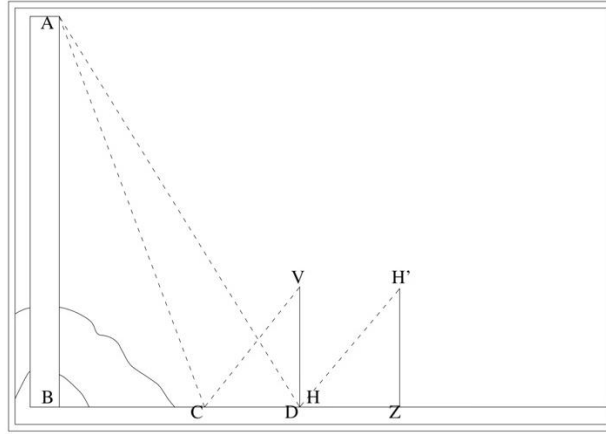
$$|AB| = |AZ| + |ZB|$$

1. Bilinen	2. Bilinen	3. Bilinen	Bilinmeyen
$ CD $	$ HD $	$ BC $	$ AB $

$$|AB| = \frac{|HD| \cdot |BC|}{|CD|}$$

2.3.2.3.2.9 Dokuzuncu Fasıl: Nesnenin Zeminine Ulaşamadığında Yüksekliğini Ayna veya Su ile Hesaplama

$|AB|$ yüksekliğinin bulunması:



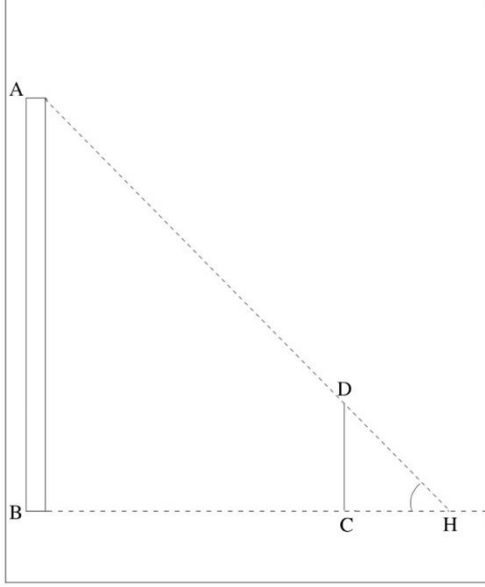
$$|AB| = \frac{|DC| \cdot |H'Z|}{||DC| - |DZ||}$$

2.3.2.3.3 Üçüncü Makale: Rub’ul-Müceyyeb İle Mesafe Ve Yükseklik Ölçümü¹⁹⁷

2.3.2.3.3.1 Birinci Fasl: Bir Nesnenin Yüksekliğinin Gölge (Zıl) Yöntemiyle Bulunması¹⁹⁸

|AB| yüksekliğinin bulunması:

1. yol:



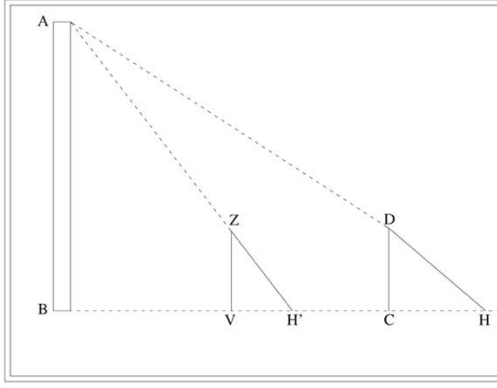
$$m(AHB) = 45^\circ \therefore |DC| = |CH|$$

$$|AB| = |HB|$$

2. yol:¹⁹⁹

¹⁹⁷ Rub’ul-müceyyeb, İslam Medeniyeti’nde üretilen rubu tahtasının arka yüzüne verilen isimdir. Rubu tahtasının rub’ul-müceyyeb yüzünde açı ölçümü ve trigonometrik hesaplamalar yapılır. Alet, tabla ve usturlâb-ı basît aletlerinin aksine portatif ve işlevsel bir alettir. Aletin hedefleriyle ölçümü istenen uzaklık veya mesafenin açısı bulunarak iki farklı yöntemle alet üzerindeki değerler üzerinden gerçek mesafelere ulaşılır. Ayrıntılı bilgi için bkz. Bu tez çalışmasının 1.3.2.3. başlıklı bölümü ve Türkçe tercümede bulunan ilgili bölüm.

¹⁹⁸ Gölge/zıl rub’ul-müceyyeb ile yapılan işlemlerde tanjant veya kotanjant anlamında kullanılır. Yere dik bir düzleme dik olarak yerleştirilen bir çubuğun gölgesine karşılık geldiği için bu şekilde isimlendirilmiştir. Gölge yönteminde bulunan açı değerinin rubu’l-müceyyebte karşılık geldiği tanjant veya kotanjant değeri bulunarak mesafe hesaplanır. Ayrıntılı bilgi için bkz. Ahmed Ziya bin Rıza, *Rubu Tahtası Kullanım Kılavuzu*, haz. Şinasi Acar, Atilla Bir, Mustafa Kaçar, (İstanbul: Biryıl Kültür Sanat, 2010), 103.



Birinci Durum: $m(\angle AHB) < 45^\circ$

$$m(\angle AHB) = 34^\circ, |DC| = 12 \text{ cüz} \therefore |CH| = 18 \text{ cüz}$$

$$|HB| = 72 \text{ zirâ};$$

$$|AB| = |HB| \cdot \tan 34^\circ = \frac{|HB| \cdot |DC|}{|CH|} = \frac{72 \cdot 12}{18} = 48 \text{ zirâ}$$

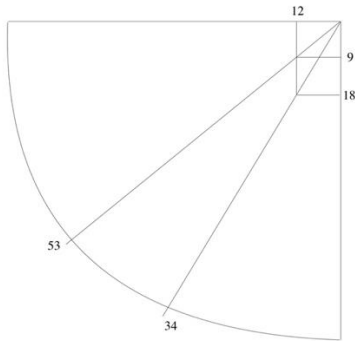
İkinci Durum: $m(\angle AH'B) > 45^\circ$

$$m(\angle AH'B) = 53^\circ, |DC| = 12 \text{ cüz} \therefore |CH| = 9 \text{ cüz}$$

$$|H'B| = 36 \text{ zirâ};$$

$$|AB| = |HB| \cdot \tan 53^\circ = \frac{|H'B| \cdot |ZV|}{|VH'|} = \frac{36 \cdot 12}{9} = 48 \text{ zirâ}$$

[Birinci ve ikinci durumlarda rubu'l-müceyyeb aletindeki değerler aşağıda verilen çizimdeki gibidir.



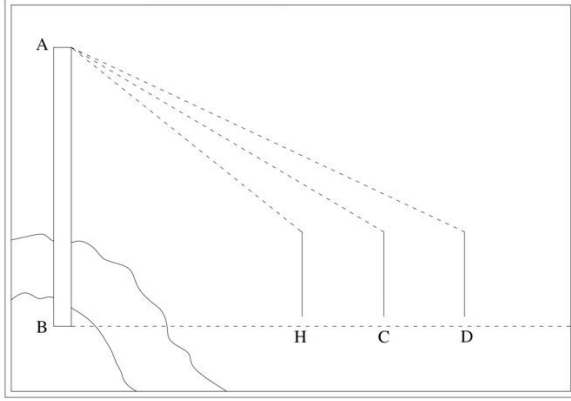
Bir açının tanjant değeri, açının kosinüs yarıçapında gözlemcinin boyu olarak kabul edilen 12 cüzün (kâme) açının iple kesiştiği noktadan sinüs yarıçapına gidildiğinde

okunan değerdir.²⁰⁰ Böylece varsayılan kâme uzunluğunun tanjant değeri bulunur. Bu değer bugün kullanılan tanjant değerinin payda kısmına karşılık gelir.]

2.3.2.3.2 İkinci Fasıl: Tabanına Ulaşlamayan Nesnenin Yüksekliğinin

Gölge Yöntemiyle Bulunması

|AB| yüksekliğinin bulunması:



Birinci Durum:

$$m(C) = 41^\circ, m(D) = 35^\circ$$

$$\cot 41^\circ = \frac{14}{12}, \cot 35^\circ = \frac{17}{12}$$

$$|AB| = |DC| \times \frac{1}{|\cot 35^\circ - \cot 41^\circ|} = |DC|.4$$

İkinci Durum:

$$m(C) = 41^\circ, m(H) = 47^\circ$$

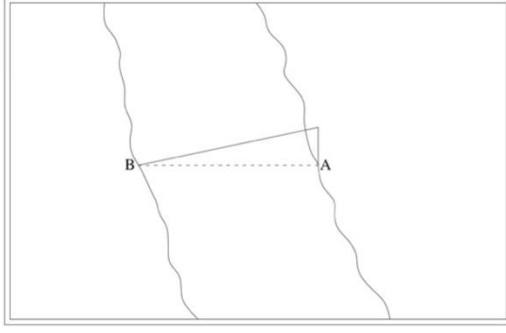
$$\cot 41^\circ = \frac{14}{12}, \cot 47^\circ = \frac{11}{12}$$

$$|AB| = |HC| \times \frac{1}{|\cot 47^\circ - \cot 41^\circ|} = |HC|.4$$

2.3.2.3.3 Üçüncü Fasıl: Nehir vb. Genişliğinin Gölge Yöntemiyle Bulunması

|AB| genişliğinin bulunması:

²⁰⁰a.g.e., 107.

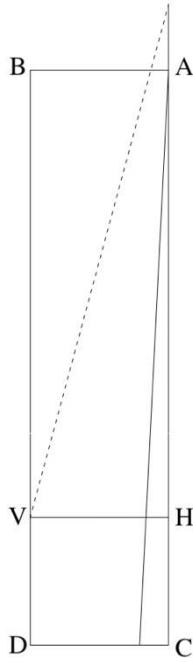


α : Düşme açısı²⁰¹, gözlemcinin boyu 2 *zirâ* olsun.

$$\tan \alpha = \frac{53}{12}$$

$$|AB| = 2 \cdot \tan \alpha = 2 \cdot \frac{53}{12} = 8\frac{5}{6} \text{ zirâ}$$

2.3.2.3.4 Dördüncü Fasıl: Kuyu Derinliğinin Gölge Yöntemiyle Bulunması



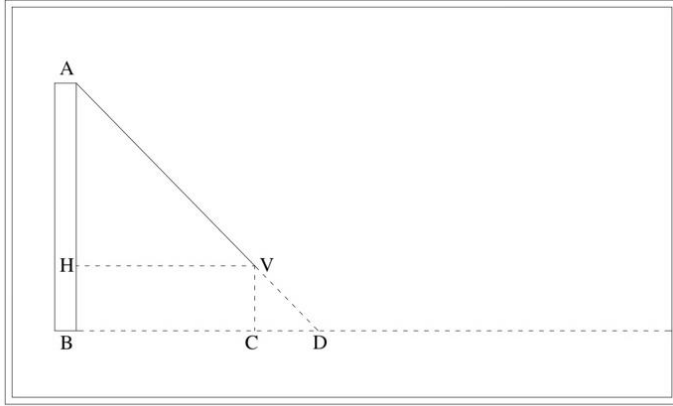
α : Düşme açısı, $\alpha = 75^\circ$, $|AB| = 4 \text{ zirâ}$, h_g

$$|AH| = 4 \cdot \tan 75^\circ - h_g = 15 - h_g^{202} \text{ zirâ}$$

²⁰¹ α : Düşme açısı, aşağı doğru eğim olarak da düşünülebilir. Düşme açısı için bkz. a.g.e., 157.

²⁰² h_g , gözlemcinin gözü ile yer arasındaki mesafedir. Gözlemcinin gözü kuyu ağzıyla aynı yükseklikte olduğunda $h_g = 0$ olur.

2.3.2.3.3.5 Beşinci Fasıl: Bir Nesnenin Yüksekliğinin Cüyûb Yöntemiyle Bulunması



$$m(\angle ADB) = 60^\circ, |DB| = 25 \text{ zirâ}$$

$$m(\angle BAD) = 30^\circ$$

1. yol:

$$|AB| = 25 \cdot \cot 30^\circ = 41 \frac{1}{3} \text{ zirâ}$$

2. yol:

$$\frac{|AB|}{\cos 30^\circ \text{'un payı}} = \frac{|DB|}{\sin 30^\circ \text{'un payı}}$$

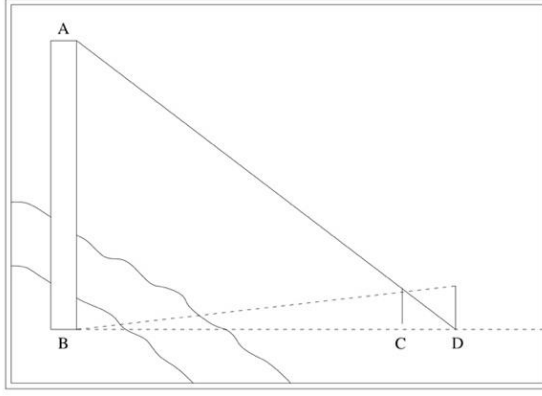
$$\frac{|AB|}{52} = \frac{|DB|}{30}$$

$$|AB| = \frac{25 \cdot 52}{30} = 41 \frac{1}{3} \text{ zirâ}$$

2.3.2.3.3.6 Altıncı Fasıl: Tabanına Ulaşılamayan Nesnenin Yüksekliğinin Cüyûb Yöntemiyle Bulunması²⁰³

$|AB|$ yüksekliğinin bulunması:

²⁰³ Rub'ul-müceyyebtesinüs *ceyb-i mebsût* olarak isimlendirilir. a.g.e., 103. Kosinüs yarıçapını 60'a bölen kosinüs çizgilerine *cüyûbü'l-menkûse*, sinüs kosinüs yarıçapını 60'a bölen sinüs çizgilerine *cüyûbü'l mebsûta* denir. bkz. Remzi Demir, "Eski Bir Hesap Aleti: Rub'ul-Müceyyeb ve Takiyüddin İbn Mâruf'un 'Rub'ul-Müceyyebe Yapılan İşlemler Manzumesi' Adlı Risalesi", *Bilim ve Felsefe Metinleri*, c.1, S. 1, (1992), 31. Cüyûb yönteminde alette ölçülen açının sinüs ve kosinüs değerleri okunarak işlem yapılır.



$$|CD| = 16 \text{ cüz} = \tan C \text{ payı}$$

$$m(D) = 37^\circ, m(A) = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

$$\sin 53 \text{ payı} = 48 \text{ cüz}, \cos 53 \text{ payı} = 36 \text{ cüz}$$

$$\alpha_D = 5^\circ$$

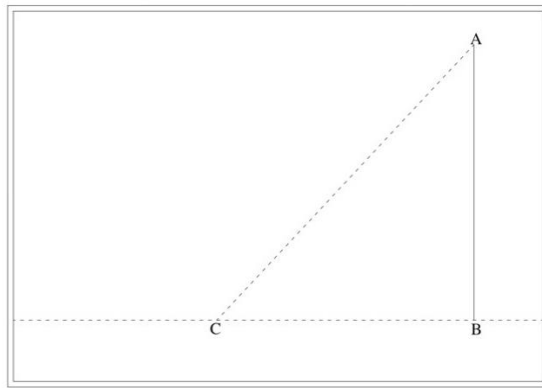
$$\sin 5 \text{ payı} = 48 \text{ cüz}, \cos 5 \text{ payı} = 4 \text{ cüz}$$

$$\frac{|AB|}{\cos 53 \text{ payı}} = \frac{h_g}{\cos 5 \text{ payı}}$$

$$h_g = 3 \text{ zirâ}, |AB| = \frac{h_g \cdot 36}{4} = 27 \text{ zirâ}$$

2.3.2.3.3.7 Yedinci Fasıl: Bir Konuma Olan Mesafenin Cüyûb Yöntemiyle Bulunması

$|AB|$ mesafesinin bulunması:



1. yol: C noktası B'nin sağında ise;

$m(B) = 90^\circ$ olarak ayarlanır.

C noktasında ölçüm yapılır. $m(C)$ bulunur.

$$\frac{|VA|}{|VA|_v} = \frac{|DC|}{|DC|_v}$$

$$|DC| = 468 \text{ zirâ}; \frac{|VA|}{50 \text{ cüz}} = \frac{468 \text{ zirâ}}{44 \text{ cüz}}$$

$$|VA| = \frac{468.50}{44} \cong 531 \frac{3}{4} \text{ zirâ}$$

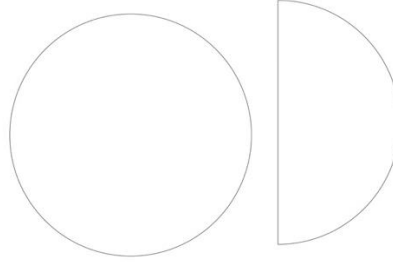
2.3.2.4 ÜÇÜNCÜ BÂB: KATI CİSİMLER

2.3.2.4.1 Birinci Bahis: Cisimlerin Oluşumu ve Çeşitleri

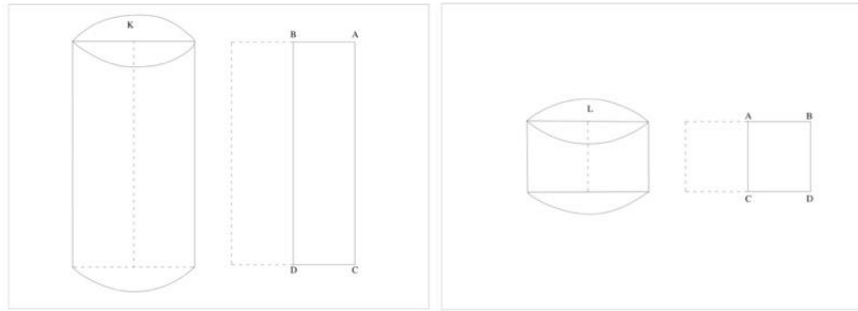
2.3.2.4.1.1 Birinci Fası: Cismin Tarifi

Cisim, yüzeyin dönel veya dikey hareketiyle oluşur.

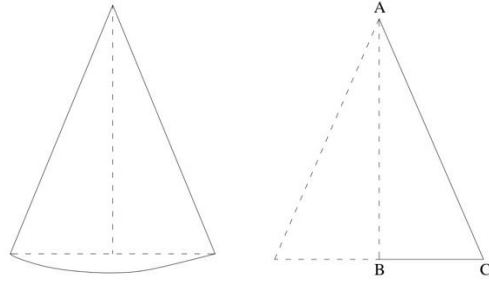
2.3.2.4.1.2 İkinci Fası: Yüzeyin Dönel Hareketiyle Cisimlerin Oluşması



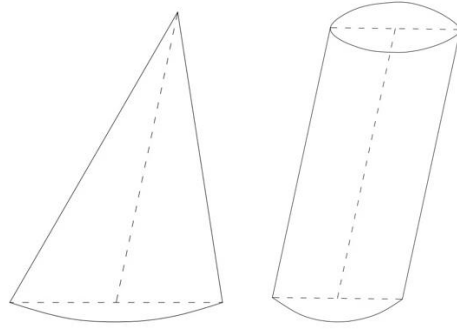
Küre, yarım dairenin çapı etrafında bir tam tur dairesel hareketiyle oluşur.



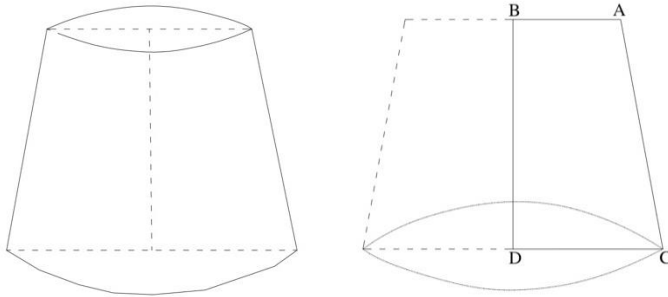
Silindir, dikdörtgenin veya karenin bir kenarı etrafında bir tam tur dairesel hareketiyle oluşur.



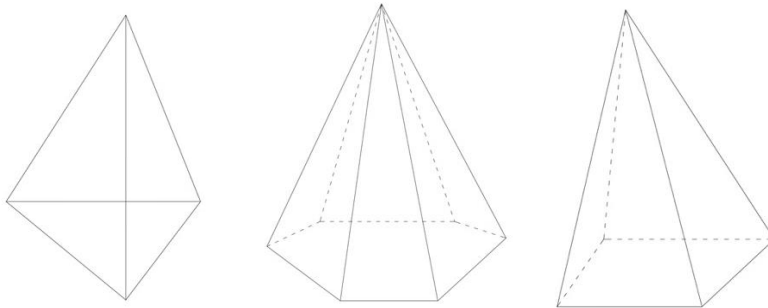
Koni, dik üçgenin dik kenarı etrafında bir tam tur dairesel hareketiyle oluşur.



Döndürülen yüzeyler eğikse oluşan cisimler de eğiktir.



Kesik koni, yamuğun dik kenarı etrafında bir tam tur dairesel hareketiyle oluşur.



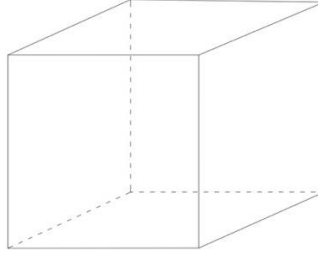
Piramitler çokgen tabanlı konilerdir.

2.3.2.4.1.3 Üçüncü Fasl: Yüzeyin Dikey Hareketiyle Cisimlerin Oluşması

- Dairenin dikey hareketiyle silindir oluşur.



- Karenin dikey hareketiyle küp oluşur.



- Dikdörtgenin dikey hareketiyle dikdörtgen prizma oluşur.

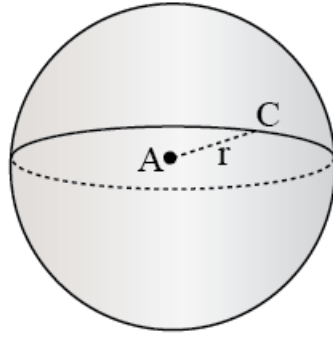


- Üçgenin dikey hareketiyle üçgen prizma oluşur.
- Çokgenin dikey hareketiyle çokgen prizma oluşur.

2.3.2.4.2 İkinci Bahis: Birinci Bahiste Verilen Cisimlerin Alan ve Hacim Ölçümleri

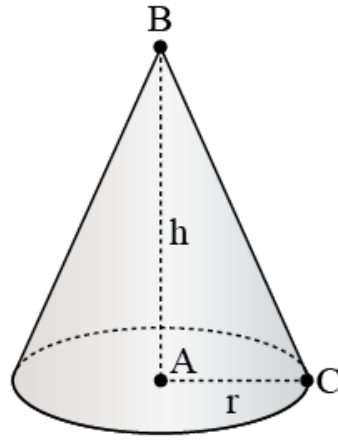
2.3.2.4.2.1 Birinci Fasl: Küre, Koni ve Silindirin Yüzey Alanı ve Hacimleri

Kürenin hacmi: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$



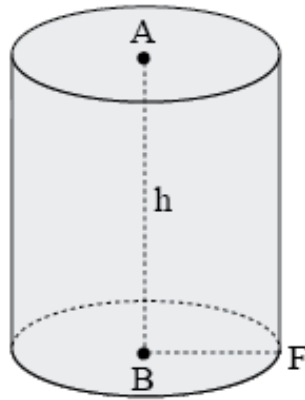
Koninin yüzey alanı: $YA = \pi r(2h + r)$

Koninin hacmi: $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$



Silindirin yüzey alanı: $YA = 2\pi r h$

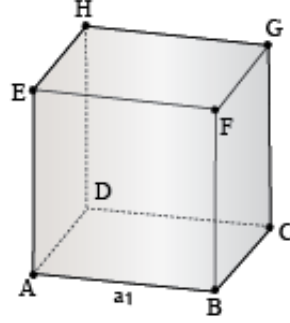
Silindirin hacmi: $V = \pi r^2 h$



2.3.2.4.2.2 İkinci Fasıl: Küp ve Dörtgen Prizmaların Yüzey Alanı ve Hacimleri

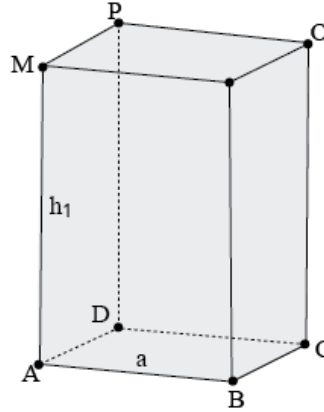
Küpün yüzey alanı: $YA = 6a^2$

Küpün hacmi: $V = a^3$



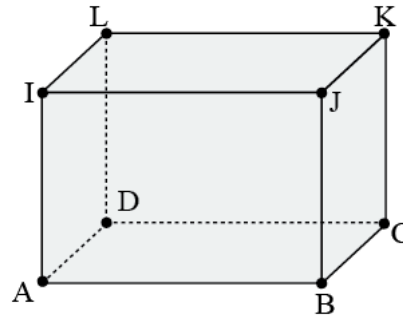
Kare prizmanın yüzey alanı: $YA = 2a^2 + 4ah$

Kare prizmanın hacmi: $V = a^2 \cdot h$



Dikdörtgen prizmanın yüzey alanı: $YA = 2(ab + ac + bc)$

Dikdörtgen prizmanın hacmi: $V = abc$



Diğer dörtgen prizmaların yüzey alanı: $YA = TA$.

Diğer dörtgen prizmaların hacmi: $V = TA \cdot h$

2.3.2.4.2.3 Üçüncü Fasl: Üçgen Prizma, Çokgen Prizma ve Piramidin Yüzey Alanı ve Hacimleri

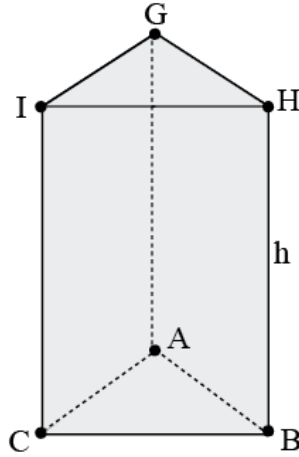
ABC üçgeni prizmanın tabanı olsun.

Üçgen prizmanın yüzey alanı: $TÇ = a + b + c$, $TA = \frac{ch_{\bar{u}}}{2}$ olduğundan

$$YA = TÇ \cdot h + 2 \cdot TA$$

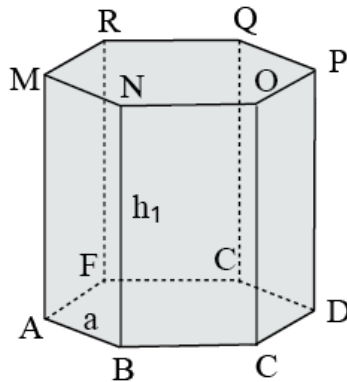
$$YA = (a + b + c)h + ch_{\bar{u}}$$

Üçgen prizmanın hacmi: $V = TA \cdot h = \frac{ch_{\bar{u}}h}{2}$



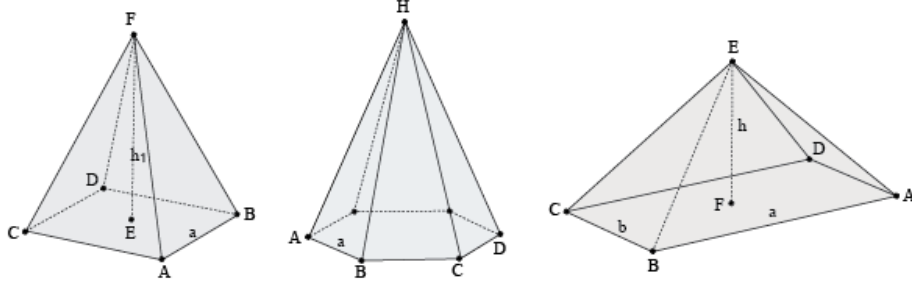
Çokgen prizmanın yüzey alanı: $YA = TÇ \cdot h + 2TA$

Çokgen prizma hacmi: $V = TA \cdot h$



Piramitin yüzey alanı: $YA = TA + \frac{TÇ \cdot h}{2}$

Piramitin hacmi: $V = \frac{TA.h}{3}$



2.3.2.4.2.4 Dördüncü Fasıl: Cisimlerin Eşitliği veya Oranları

1. Silindir, çokgen prizma, üçgen prizmada taban alanları ve yükseklikler eşitse hacimler de eşittir.

Delil:

İki silindir tabana paralel olarak mümkün olduğunca ince tabakaya bölündüğünde hepsinde iki taban olarak silindir bulunur. İki silindirde de bu tabakaların sayısı aynıdır, daha fazla tabakaya bölünmesi mümkün değildir. Dolayısıyla tabanları ve yükseklikleri eşit olan silindirler eşittir.

Aynı durum tabanı ve yüksekliği eşit olan prizmalar için de geçerlidir.

2. Tabanları ve yükseklikleri eşit olan koniler veya piramitler eşittir.

Delil:

İkisinin de hacmi taban alanıyla yüksekliğin üçte birinin çarpımı ile elde edilir. İki koni veya piramitten birincideki çarpılanlar ikincideki çarpılanlara eşittir. Birinci çarpımın sonucu ikinci çarpımın sonucuna eşittir. Hesap ilmindeki iki eşit sayının iki eşit sayıyla çarpımının eşit olmasına benzer bir durumdur.

3. Silindir veya prizmanın tabanları eşit yükseklikleri farklıysa hacimleri oranı birinin yüksekliğinin diğerinin yüksekliğine oranı gibidir. Koni ve piramitte de aynı durum geçerlidir.

Yüksekliği eşit iki silindirden birinin diğerine oranı birinin taban alanının diğerinin taban alanına oranına eşittir.

Koni veya silindirde yükseklikler eşitse hacim oranları taban alanı oranları gibidir.²⁰⁴

²⁰⁴Ali Sinan Sertöz (çev.), “Kitap XII, 11. Önerme”, *Öklid’in Elemanları*, 608-611.

Silindir, çokgen prizma, üçgen prizmanın yükseklikleri eşit taban alanları farklıysa hacimleri oranı taban alanları oranına eşittir.

4. İki kürenin hacimleri oranı birinin çapının küpünün diğerinin çapının küpüne oranına eşittir.²⁰⁵

Örnek:

$R_1 = 20$ isbâ, $R_2 = 42$ isbâ olsun.

$$\zeta_1 = 60 \text{ isbâ}, A_1 = 346 \frac{1}{2} \text{ isbâ}$$

$$\frac{2R_1}{3} \cong 14 \text{ isbâ}$$

$$V_1 = A_1 \cdot \frac{2R_1}{3} = 4851 \text{ isbâ}$$

$$(R_1)^3 = 9261 \text{ isbâ}$$

$$\zeta_2 = 132 \text{ isbâ}, A_2 = 1384 \text{ isbâ}$$

$$\frac{2R_2}{3} = 28 \text{ isbâ}$$

$$V_2 = A_2 \cdot \frac{2R_2}{3} = 38808 \text{ isbâ}$$

$$(R_2)^3 = 74008 \text{ isbâ}$$

O zaman

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(R_2)^3}{(R_1)^3}$$

$$\frac{38808}{4851} = \frac{74008}{9261} = 8$$

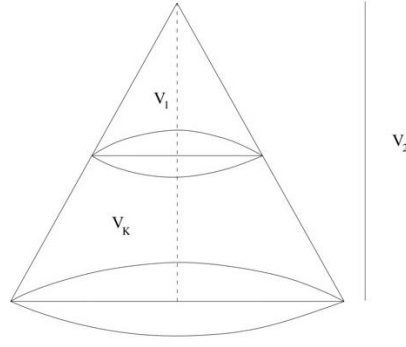
Dolayısıyla ikinci küre birinci kürenin sekiz katı kadardır.

2.3.2.4.2.5 Beşinci Fası: Kesik Koni, Kesik Piramit, Kesik ve Oyuk Silindir,

Küre Parçası ve Küre Halkasının Hacimleri

Kesik koninin hacmi:

²⁰⁵ “Kitap XII, 18. Önerme”, a.g.e., 630-632.



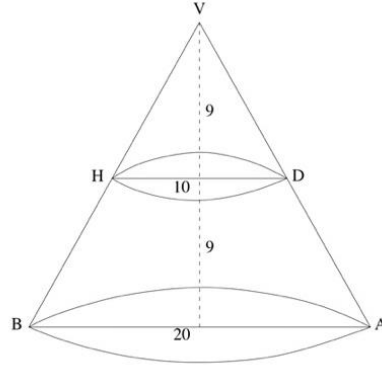
V_1 : Küçük koninin hacmi

V_2 : Büyük koninin hacmi

V_K : Koni kesitinin hacmi olsun.

$$V_K = V_2 - V_1$$

Örnek:



$$R_1 = 20 \text{ isbâ}, R_2 = 14 \text{ isbâ}, h_1 = 18 \text{ isbâ}, h_2 = 9 \text{ isbâ}$$

Dörtlü oran yöntemiyle

V_1 : Büyük koninin hacmi, V_2 : Küçük koninin hacmi

V_{KK} : Kesik koninin hacmi

$$TÇ = 62\frac{1}{7} \text{ isbâ}$$

$$TA_1 = \frac{R_1}{4} \cdot TÇ = 5.62\frac{1}{7} = 314\frac{2}{7}$$

$$V_1 = TA_1 \cdot h_1 = 314\frac{2}{7} \cdot 18 = 1885\frac{5}{7}$$

$$V_2 = TA \cdot h_2 = 235\frac{5}{7}$$

$$V_{KK} = V_1 - V_2 = 1650 \text{ isbâ}$$

Kesik piramitin hacmi:

V_1 : Küçük piramitin hacmi

V_2 : Büyük piramitin hacmi

V_K : Koni piramitin hacmi

$$V_k = V_2 - V_1$$

Örnek: Kesik kare piramitin hacmi

$$h_1 = 21, h_2 = 7$$

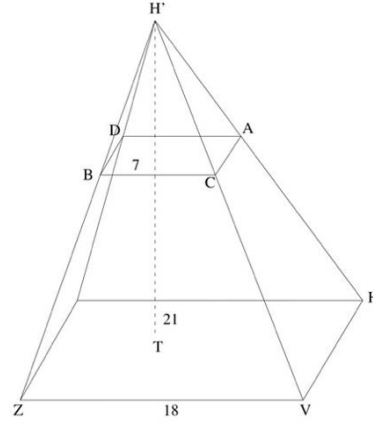
V_1 : Büyük piramitin hacmi, V_2 : Küçük piramitin hacmi

V_{KK} : Kesik piramitin hacmi

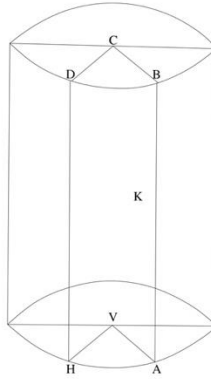
$$TA_1 = 18 \cdot 18 = 324$$

$$V_1 = TA_1 \cdot h_1 = 324 \cdot 21 = 2298$$

$$V_{KK} = V_1 - V_2 = 2298 - 163 \frac{1}{3} = 2104 \frac{2}{3}$$



Silindir parçasının hacmi:



V_S : Silindirin hacmi

K : Silindir parçası

V_K : K parçasının hacmi

$$V_K = V_S \cdot \frac{360 - m(C)}{360} = \pi r^2 h \cdot \frac{360 - m(C)}{360}$$

Örnek: V_S : Silindirin hacmi 425 zirâ ve $m(BCD) = 50^\circ$ olsun.

V_{KS} : kesik silindirin hacmi =?

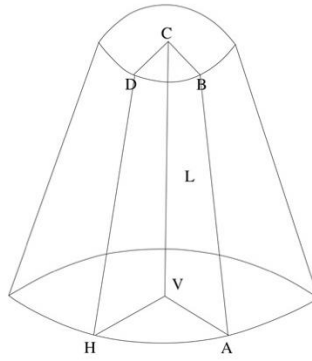
Dörtlü oran yöntemiyle V_K : kesilen parçanın hacmi bulunur.

1. Bilinen	2. Bilinen	3. Bilinen	Bilinmeyen
360	425	50	x

$$x = V_K \cong 59$$

$$V_{KS} = V_S - V_K = 425 - 59 = 366 \text{ zirâ}$$

Koni kesiti parçasının hacmi:



V_K : Koni kesitinin hacmi

L : Koni kesiti parçası

V_L : Çıkarılan koni kesiti parçasının hacmi

V_{KK} : Koni kesiti parçasının hacmi

$$V_L = V_k \frac{360 - m(C)}{360}$$

$$V_{KK} = V_K - V_L$$

Örnek: $V_K = 600$ kadem, $m(C) = 60^\circ$ olsun.

1. Bilinen	2. Bilinen	3. Bilinen	Bilinmeyen
360	600	60	V_L

$$V_L = \frac{600 \cdot 60}{360} = 100 \text{ kadem}$$

$$V_{KK} = V_K - V_L = 600 - 100 = 500 \text{ kadem}$$

Oyuk silindirin hacmi:

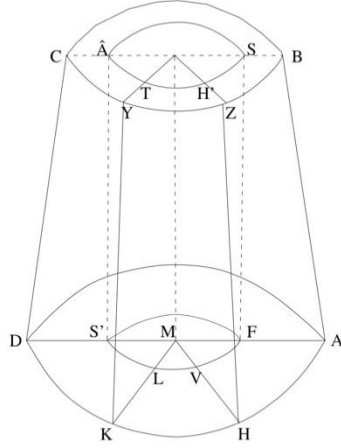
V_S : Büyük silindirin hacmi

V_K : Küçük silindirin hacmi

V_M : Oyuk silindirin hacmi

$$V_M = V_S - V_K$$

Oyuk kesik koninin hacmi:



V_K : kesik koninin hacmi

V_S : Oyuk silindirin hacmi

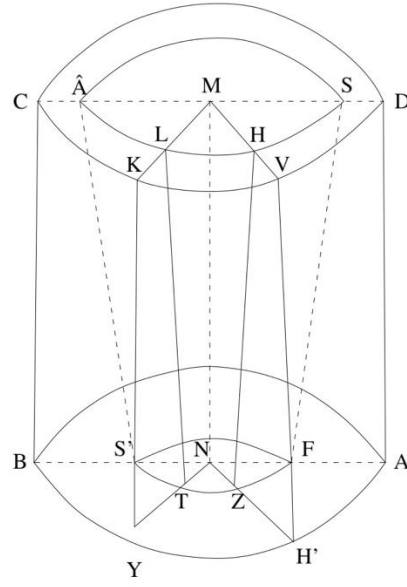
V_{OS} : Oyuk silindir parçasının hacmi

V_{OK} : Oyuk koni parçasının hacmi

V_{KK} : Oyuk kesik koninin hacmi

$$V_{KK} = V_K - V_S - V_{OK} + V_{OS}$$

Oyuk kesik silindirin hacmi:



V_S : Silindirin hacmi

V_K : Oyuk kesik koninin hacmi

V_{OS} : Oyuk silindir kesitinin hacmi

V_{OK} : Oyuk koni kesitinin hacmi

V_{OKS} : Oyuk kesik silindirin hacmi

$$V_{OKS} = V_S - V_K - V_{OS} + V_{OK}$$

Halkanın (oyuk kürenin) hacmi:

V_1 : Kürenin hacmi

V_2 : Oyuğun hacmi

V_H : Halkanın hacmi

$$V_H = V_1 - V_2 = \frac{4}{3}\pi(r - r_1)^3$$

Örnek:

$$R_1 = 36 \text{ zirâ}, R_2 = 30 \text{ zirâ}$$

V_H : Halkanın hacmi

$$V_1 = 24438\frac{6}{7} \text{ \& } V_2 = 14102\frac{6}{7}$$

$$V_H = V_1 - V_2 = 24438\frac{6}{7} - 14102\frac{6}{7} = 10296 \text{ zirâ}$$

$R_1 - R_2$ halkanın kalınlığıdır.

Oyuk yarım kürenin hacmi:

1. yol:

V_1 : Kürenin hacmi

V_2 : Oyuğun hacmi

V_O : Oyuk kürenin hacmi

V_{OY} : Oyuk yarım kürenin hacmi

$$V_{OY} = \frac{V_O}{2}$$

2. yol:

Yarım dairenin tabanı silindirin tabanı ve yarıçapı da yüksekliği olarak alınır.

TA_1 : yarım kürenin taban alanı, TA_2 : Oyuğun taban alanı

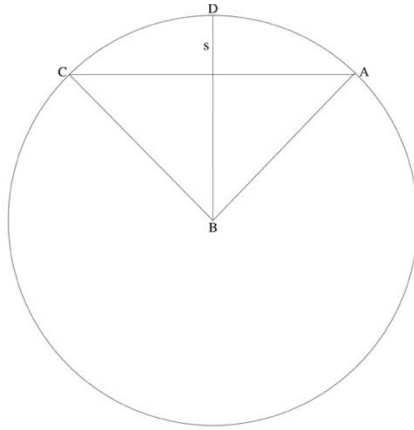
r_1 = yarım kürenin yarıçapı, r_2 = oyuğun yarıçapı

$$V_1 = TA_1 \cdot \frac{r_1}{3} \text{ \& } V_2 = TA_2 \cdot \frac{r_2}{3}$$

V_{OY} : Oyuk yarım kürenin hacmi

$$V_{OY} = V_1 - V_2$$

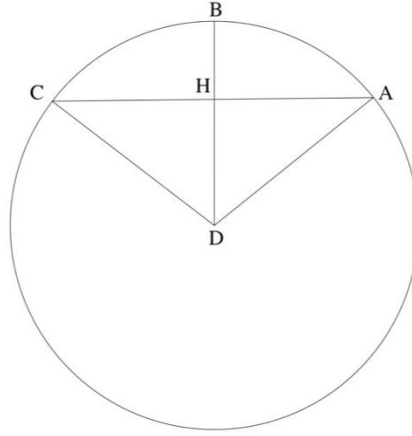
Küre parçasının hacmi:



$$YA = 2\pi rs$$

$$V = YA \cdot \frac{r}{3} = \frac{2\pi r^2 s}{3}$$

Örnek: $R = 14$ zirâ olsun.



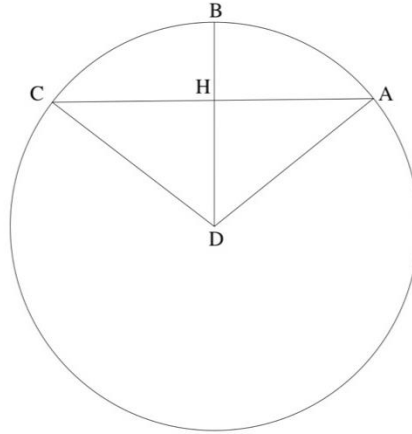
$$\zeta = 44 \text{ zirâ olur.}$$

$$YA = \zeta. |HB| = 44.3 = 132$$

$$V = YA. \frac{r}{3} = 132. \left(2 \frac{1}{3}\right) = 308$$

V Küçük olan küre parçasının hacmidir. Büyük parçanın hacmini bulmak için kürenin hacminden V çıkarılır.

Küre kapağının hacmi:



V_P : Küre parçasının hacmi

V_K : ABCD Konisinin hacmi

V_D : Küre kapağının hacmi

$$V_D = V_P - V_K$$

2.3.2.4.2.6 Altıncı Fasl: Cisimlerin Açıları ve Düzgün ve Düzgün Olmayan Cisimlerin Hacmi

Cisimsel açı, üç veya üçten fazla yüzeysel açının birleşimiyle oluşur.

Düzgün Altı Yüzlünün Hacmi:

V_p : Düzgün altı yüzlüyü oluşturan eşkenar üçgen piramitlerden birinin hacmi

$$V = 2V_p$$

Düzgün sekiz yüzlünün hacmi: $V = 8V_p$

Düzgün yirmi yüzlünün hacmi: $V = 20V_p$

Küpün hacmi:

V_p : Küpü oluşturan çokgen piramitlerden birinin hacmi

$$V = 6V_p$$

Bu cisimler dışında bir cismin hacim ölçümü:

Bakır vb. yapılmış oyuk bir küp veya prizma alınır.

Hacmi bilinmek istenen cisim bu oyuğa konulur.

Küp veya prizma dolana kadar kum veya su ile doldurulur.

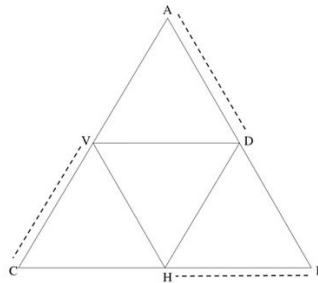
Hacmi bilinmek istenen cisim küp veya prizmanın içinden çıkarılır.

Geriye kalan kumların hacmi ölçülüp küp veya prizmanın hacminden çıkarılır.

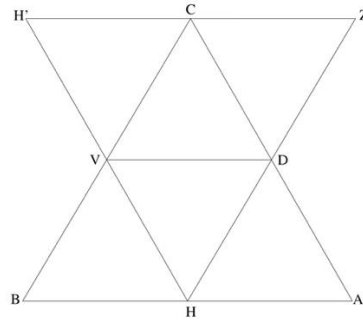
Kalan miktar ölçümü istenen cismin hacmidir.

2.3.2.5 BÂBA İLAVE: CİSİMLERİN AÇILIMLARI

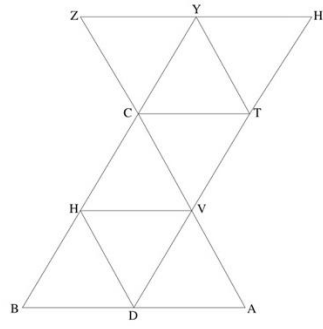
Düzgün Dört Yüzlü:



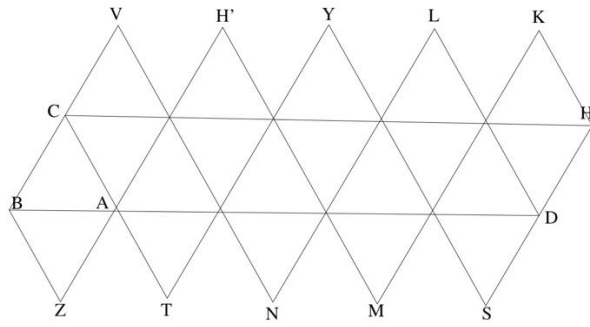
Düzgün Altı Yüzlü:



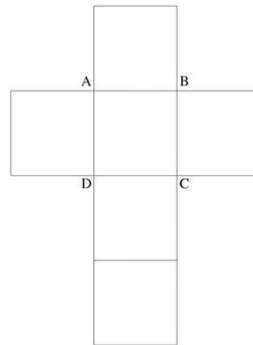
Düzgün Sekiz Yüzlü:



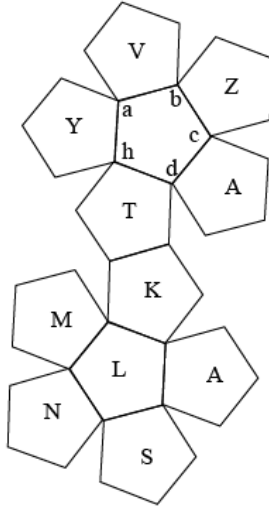
Düzgün Yirmi Yüzlü:



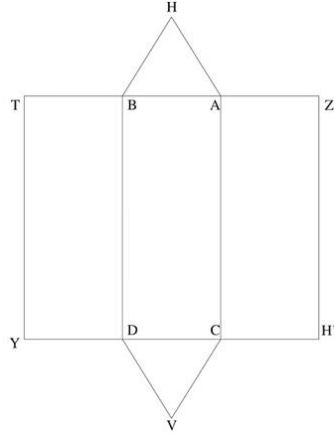
Küp:



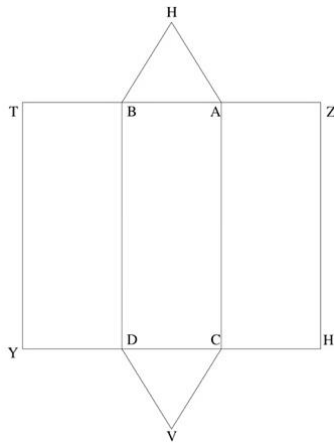
Düzgün On İki Yüzlü:



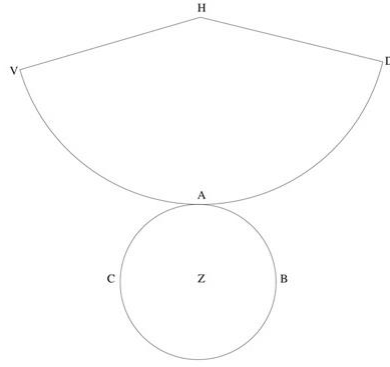
Üçgen Prizma:



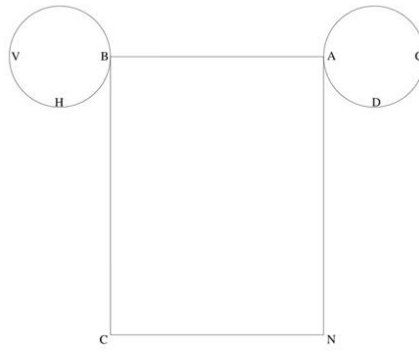
Üçgen Piramit:



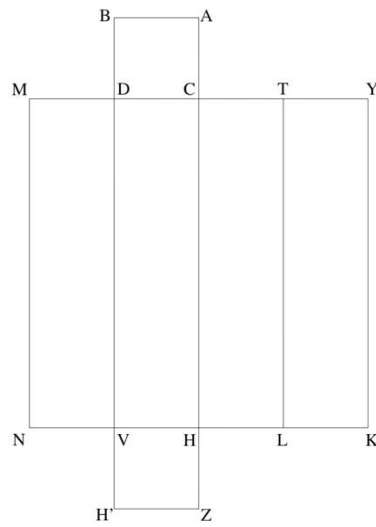
Koni:



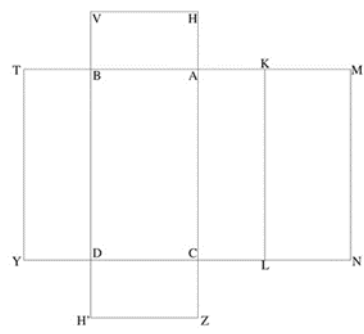
Silindir:



Kare Prizma:



Dikdörtgen Prizma:



3 BÖLÜM HEDİYYETÜ'L-MÜHTEDÎ ESERİNİN TÜRKÇE TERCÜMESİ

3.1 TERCÜMEDE KULLANILAN YÖNTEM

- Tercümede metne sadık kalınmıştır ancak Türkçe metnin anlaşılabilirliğini korumak adına yeri geldiğinde bazı ifadelerde kısaltmalara gidilmiş, bazı kısımlarda ise ilaveler yapılmıştır. Yapılan ilaveler köşeli parantez “[]” içerisinde verilmiştir.
- Metinde bölüm başlıkları kırmızı mürekkeple yazılmıştır ancak önermeler için ayrı bir başlıklandırma yapılmamıştır. Önermelerin daha rahat takip edilebilmesi için tespit edilen önermeler köşeli parantez “[]” içerisinde her bölümde ayrı olacak şekilde numaralandırılmıştır.
- Metnin akışının daha iyi takip edilebilmesi için numaralandırmaya ek olarak önerme ispatlarının başlangıcı, alan ve hacim ölçümü başlangıçları bold yazı tipinde yazılmıştır.
- Metnin girişinde izah edildiği üzere eser yeni başlayanların anlaması için basit bir dille yazıldığı için “اعني, اي” gibi lafızlardan sonra yapılan Arapça zamirlerin açıklamalarında açıklanmak istenen kelimenin yazılması tercih edilmiştir.
- Metinde yer yer farklı şahıs çekimleri kullanılmasına karşılık tercümede müellifin kendi çalışmalarını anlattığı bölümlerde birinci çoğul şahıs, metni okuyan kişiye hitaben uygulamaları anlattığı bölümlerde ikinci tekil şahıs çekimi tercih edilmiştir.
- Tercümede sade bir dil kullanılmaya gayret gösterilmiştir. Ancak mesâha, mikdar gibi bazı kavramlar sadeleştirilmemiştir. Bu kavramların kullanımının dönemin mesâha (uygulamalı geometri) çalışmalarında kullanım yerlerinin görülmesi açısından önemli olduğu düşünülmektedir.
- Metinde mesâha kavramı hem bir ilmin adı olarak verilmiş hem de yüzey söz konusu olduğunda alan, cisim söz konusu olduğunda hacim anlamında kullanılmıştır.
- Mikdar kavramı sürekli niceliği ifade etmektedir ve her türlü geometrik nesnenin ölçümü o nesnenin mikdarı olarak ifade edilmiştir.
- Münharif kelimesi bugünkü yamuk şekliyle benzerlik gösterse de bugünkü tanıma uymaması sebebiyle tercümede olduğu gibi aktarılmıştır.

- Metinde bulunan çizimlerde harflerle gösterilen açı, kenar gibi terimlerde Arapça alfabesindeki harflerin Türkçe'deki karşılıkları kullanılmıştır; ة için H, ح için H' gibi.

3.2 TÜRKÇE METİN:

Rahman ve Rahim olan Allah'ın adıyla.

İnsana bilmediğini öğreten Allah'a hamdolsun.²⁰⁶ Salât ve selâm ilim ve hikmet şehri Muhammed (sas)'e, onun âline ve karanlıktaki yıldızlar gibi olan ashabına olsun.

Mütekaddiminden bazı risalelerde hendese yöntemlerinin yalnızca üçünden bahsettiğini gördüm. Bu yöntemler onlara göre üçtür: 1. **Ulûm-u müteârif** (aksiyomlar), ispata ve açıklamaya ihtiyaç duymayan ve kendinden açık olanlardır; 2. **Usûl-i mevzua (postulatlar)**, hüsnü zan üzere [doğruluğu] kabul edilen ancak açıklanmaya ihtiyacı olan önermelerdir ve 3. **Musâderât**, konumu apaçık oluncaya kadar şüpheyile yaklaşılabilir ve kabul görmeyen önermelerdir. Müteahhirin de bunlara ilaveler yapmıştır: 4. **Usûl-i müsteâre (yardımcı önerme)**, usulün açıklamasını kolaylaştırmak için olan usuldür; 5. **Usûl-i muhtâre**, bir şekilde seçilmiş olan ve başka bir şekilde de oluşması mümkün olan şeylerdir. Musâdereler veya onlardan önce gelen hudutlar/sınırlar ve daire, üçgen, dörtgen gibi yüzeysel şekiller ve bunlardan oluşanlar onların usulüne göre vasıtasız ortaya çıkarlar.

Şekillerdeki “ج” bazı usullere atıf yapmak içindir ve beşgen, altıgen, yedigen, sekizgen vb. şekillerin hepsinin bu risalelerde olmadığına işaret eder. Bu risalelerde bu şekillerden ve atıf yapılanlardan bahsedilmez ve açıklamaları yapılmamıştır. Bununla maksatlarının ve faydalarının ne olduğunun açıklaması da yapılmamıştır. Bu sebeple hesap (hisab) ve mesâha ilimleri ve hey'e ilmi, bina ilmi, ağırlıklar ilmi, musiki gibi birçok ilimde kullanılan bazı hendese usullerini açıklayarak özellikle mesâhada olan bu ihtiyacı karşılamak istedim. Çünkü hesap dışındaki tüm hendese ilimleri mesâhaya bağlıdır ve mesâha ve hesap onların temelini oluşturur. Hesap ilmi ise mesâhadan önce gelir. Bu yüzden müteahhirinden mühendislik kitapları yazarlar

²⁰⁶Kur'an-ı Kerîm 96:5.Erişim 2 Eylül, 2023. <https://kuran.diyaret.gov.tr/mushaf/kuran-meal-2/alak-suresi-96/ayet-1/diyaret-isleri-baskanligi-meali-1>.

hesap ilmini mesâha ilmine ve diğer ilimlere öncelediler. Ancak kısa olması ve kadim bilinen mesâha aletleri ve asrımızda icat edilen aletler vb. gibi yeri geldiğinde Allah'ın izniyle açıklanacak olan mesâhada gereken bütün açıklamaların bulunduğu bir kitap olmaması nedeniyle bu risalede hesap ilmini işlemedik. Bazı hendese ilimlerini ekledik ve bunlarda yani mesâha ve hendesede az rastlanılan şeyleri çıkardık. Bu [yöntem] ise metin ve risaledeki iki durumun şerhi/açıklanması ve alternatiflerinin verilmesi, ilkinden daha doğrudur. Çünkü böylece açıklama kolaylaşır ve yeni başlayanların (mübtedilerin) anlamasını kolaylaştırmak için dilin akıcı kullanımını önleyen sıfat tamlamalarında açıkça yazılmayan gayri sarîh mef'ulün-bih²⁰⁷ ibarelerinin anlaşılmasındaki zorluğu giderir.

Sıralamasına gelince; bu risaleyi bir mukaddime, iki kısım ve bir hatime olarak tertip ettim. Mukaddimede mesâhanın meseleleriyle alakalı konular açıklanmıştır. İlk kısım yüzeysel şekiller ve mesâhaları, açıların büyüklüğünü bilme ve büyüklüklerin birbirlerine oranı ve bunun gibi onlara dair konuların beyanını içerir. İkinci kısım, tâ'limî cisimler ve onların mesâhaları ve oranları için gerekenler hakkındadır. Hâtimede ise bu risaleye ve mesâhaya ilave olarak hendese ilminin bazı çeşitleri açıklanmaktadır. Bu risaleyi sönmüş kandili yakmak yani bu ihmal edilmiş ve unutulmuş ilmi yeniden canlandırmak ve yenilemek için Allahu Teala'nın İslam şerefiyle şereflendirdiği (Mühtedî'nin Hediyesi) *Hediyyetü'l-Mühtedî* olarak adlandırdım. Hayırve kazançtaki başarımlar ancak Aziz ve Kerim olan Allah'tandır ve kötülük ve sapıklıktan da O'na sığınırım.

3.2.1 MUKADDİME:

Hendese ve mesâha ilminin ve kesin surette hendesî temel problemlere dayanan şeylerin tarifi hakkındadır.

Hendese, miktar (büyüklük) olarak isimlendirilen her şeyin, yani çizgi, yüzey, cisim ve açının bilinmesini sağlayan kuralları veren, ayrıca aynı tür miktarların oranlarını bildiren kuralların ilmidir.

Mesâha, hendesî ilimlerden bir tür olması bakımından uzunluk, genişlik ve derinlik açısından çizgi, yüzey ve bu ikisi dışındakiler gibi miktarların uzamlarının

²⁰⁷ Mef'ulün-bih'in Türkçedeki karşılığı düz tümleçtir. Mefulün bih gayr-i sarîh ise "açık olmayan mefulün bih" anlamına gelir. Çünkü harf-i cerden dolayı açıkça nasb alametini alamaz.

kurallarının bildirildiği ilimdir. Bu mikdarların uzamları çizgi için uzunluk, yüzey için uzunluk ve genişlik ve cisim için de uzunluk, derinlik ve genişliktir.

Mesâhanın temel kavramları şöyle bilinir:

Çizgi (hat), sadece uzunluğu olan, yani genişliği ve derinliği tasavvur edilemeyendir. Çizgi konumda sonlu olduğunda [noktanın bir uzamda hareketiyle oluşur ve] her iki ucu yani başlangıç ve bitiş noktasıdır.

Yüzey (sath), derinlik boyutuna bölünmeyen sadece uzunluğu ve genişliği olanıdır. Her ucunda çizgi vardır. Onun her ucu, daha önce söylendiği üzere noktanın bir uçtan diğerine hareket ettiği varsayılarak oluşan ve başlangıcında ve bitişinde nokta olan çizgidir. Çizginin bir uçtan diğerine hareket ettiği varsayılırsa da bu hareketle yüzey oluşur ve kenarları da ondandır [çizgidendir].

Talimî cisim (el-cismü't-tâlimî) ise mesâhada yalnızca eğitim amaçlı bahsedilir ve uzunluk, genişlik ve derinliği olanıdır, yani bu üçüne de bölünebilir. Bütün uçları yüzeylerden oluşur ve bir yüzey yukarıdan aşağıya doğru hareket ettirildiği varsayıldığında, ortaya cisim çıkar ve onun her bir ucu da bu yüzeydendir. Bu, tıpkı küpün karenin hareketiyle oluşması gibidir. Onun çevresi altı eşit kenardan/yüzeyden oluşur. Nokta, çizgi ve yüzeyin hareketi ise yeri geldiğinde Allahu Teala'nın izniyle gösterilecektir.

Nokta, hissî [sezgisel] olarak işaret edilebilen konum sahibi şeydir. Nokta ne akli ne kavramsal ne de varsayımsal olarak uzunluk, genişlik ve derinliğe bölünür. Bu nokta hendesî noktadır ve bunun haricinde kullanımı yoktur. Bunu bir örnekle açıklarsak; bir çizgiyi iki parçaya bölmek istediğinde bu sadece hissî bir işaretle olur, ki bu işaret de noktadır. Bu nokta, tam olarak çizginin cüzlere ayrılma yeridir. Bu cüzlerden hiçbir şey eksilmez ve ikisi [birleştiğinde yine] bütüne eşittir. Buradan da hendesî noktanın hariçten tasvir edilemeyeceği ortaya çıkar, çünkü ancak bu şekilde ondan çizgi veya yüzey meydana gelir.

Çizgi;doğru (el-müstakîm), eğri (el-münhanî) vedoğru ve eğrininkarışımı olan *karışık (el-muhallet)* şeklinde üçe ayrılır. Doğru, ucu ortasını örtendir, yani Eflatun'un deyişiyle bir ucu görme ışını doğrultusunda bulunduğunda ortasını örtendir. Eğri isedoğrunun aksine ucu ortasını örtmeyendir. Bazıları doğruyu, tamamı bir cüzüne benzeyen olarak ve eğriyi de bunun tam tersi olarak ifade eder. Karışık çizgi ise bir

kısmı doğru bir kısmı da eğri olan çizgidir. Ancak çizginin bu çeşidi hendesede nadir görülür. Hendesede daha çok bilinen ve sıklıkla kullanılan çizgi, daire gibi tam dairesel olan çizgi veya beydavî²⁰⁸ çevresi gibi tam dairesel olmayan çizgi, yani eğridir. Zikredilen iki şeklin çevrelerinin tamamı veya bir cüzü de olsa her halükârda eğridir.

Çizgiyi üç kısma ayırdığımız gibi yüzey de aynı şekilde üç kısma ayrılır. İlki, *düzgün yüzey* (*es-sathu'l-müstevî*), küp vb. gibi tüm kenarlarının ve merkezinin doğrulardan meydana geldiği yüzeydir. İkincisi, *tümsek* yani *dışbükey yüzey* (*es-sathu'l-mürtefi/el-muhaddeb*)'dir ki küre ve diğerlerinin dış yüzeyi gibi dışbükeydir. Üçüncüsü ise *çukur* yani *içbükey yüzey* (*es-sathu'l-mücevvef/el-muka'ar*)'dir ki kürenin iç yüzeyine benzer. Bu son ikisinde yani tümsek ve çukurda, dışbükey ve içbükey yüzeylerin tamamında doğrular varsaymak imkansızdır. Hatta bazılarında uzunluk varsayılabilir, genişlik varsayılamaz; bazılarında genişlik varsayılabilir, uzunluk varsayılamaz ve bazılarında ise ne genişlik ne uzunluk varsayılabilir.

Yüzeysel Açı (*ez-zâviyetü'l-basîta*), bir kesişim noktasıdır ki bu mutlaka iki çizginin kesiştiği noktadır. Bu çizgilerden ikisi doğru veya ikisi tümsek veya çukur, yani eğri veya biri tümsek veya çukur, yani eğri diğeri doğru olabilir. Açı; *dik* (*kâim*), *dar* (*hâdde*) veya *geniş* (*münferice*) olabilir. Bu açılardan *dik açı*, bir doğruya başka bir dik doğru/dikme indirilmesiyle oluşan iki açıdan her biridir.



Dikme (*el-hattu'l-amûd*), bir doğruya dik olan doğrudur. Öyle ki dik doğru asla eğimli olmaz yani asla diğer doğruya doğru meyletmez. Şu hâlde oluşan iki açının da dik açı olması zaruridir.

²⁰⁸ Arapçadan birebir yumurtamsı olarak çevrilebilir ancak müellifin burada bahsettiği şekil yarım daireden küçük iyi yayın birleşimi sonucu oluşur.



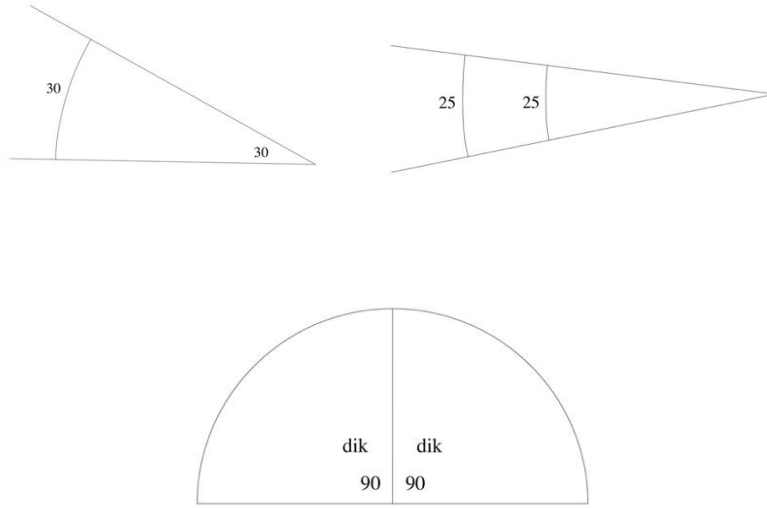
Dar açı ise dik açıdan küçük olan açıdır. Kesişen çizgilerden biri diğerine yaklaşmış demektir. *Geniş açı* ise dik açıdan büyüktür yani kesişen çizgilerden biri diğerinden uzaklaşmış demektir. Geniş açı ve dar açı, iki doğrunun veya iki eğrinin kesişimiyle veya bir eğri ve bir doğrunun kesişimiyle oluşabilir.

Dairenin çevresi/çember (muhîtu'd-daire) ise, bir noktanın kendisine belli bir uzaklıkta olan başka bir nokta üzerinde döndürülmesiyle oluşan dairesel çizgidir. Öyle ki ikinci noktadan [merkezden] bu çevreye herhangi bir doğru çıkarılsa, hepsi eşit uzunlukta olur. Dairenin çevresi büyük veya küçük olması fark etmeksizin üç yüz altmış eşit cüz'e bölünür. Bunun amacı dairenin diğer sayılara bölünmesini kolaylaştırmak, kesirsiz bir şekilde/tam sayılarla ifade etmektir. Böylece sayıların çoğunda bu durum oluşmaz. Mesela çevrenin yarısı için yüz seksen cüz, üçte biri için yüz yirmi cüz, çeyreği için doksan cüz, altıda biri için altmış cüz, on ikide biri için otuz cüz olur ve böyle devam eder.

Üç yüz altmış eşit cüzden her biri *derece* olarak adlandırılır. Her derece altmış dakikaya, her dakika altmış saniyeye, her saniye altmış saliseye ve bunun gibi râbie, hâmise, sâdisi diye taksim edilir. Bu taksim; mesâha, hey'e ve hendesi ilimlerdeki diğer işlemlerde geçerlidir ve kullanılmaktadır.

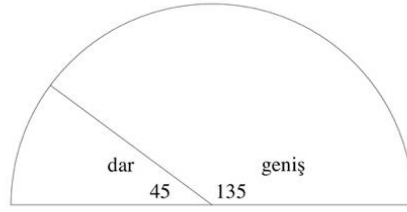
Daire çevresinin her bir dilimine *yay (kavs)* denir. Yayın uzunluğu, derece ve dakikası yoksa derece ve dakikasının sayısıyla veya dakikası yoksa sadece derecesinin sayısıyla, veyahut da derece, saniye ve salisesi vs. yoksa dakikasının sayısıyla ifade

edilir. Bu; dik, dar veya geniş olsun tüm açların miktarını tespit etmek için gerekir ve bu değer yayın uzunluğunu verir. Yay uzunluğu, ortak bir noktadan çıkan iki doğrunun içinde kalan yay açısıyla çevrili olan kısımdır. Yani iki doğrunun içindeki açıya yerleştirilen yay, bu ortak noktadan belli bir miktar uzaklıktadır. Öncesinde büyük ve küçük çevrenin parçalarının miktarının aynı olduğunu bildiğinde yayın uzunluğunun onun çevrelediği açının miktarı olduğunu da bilirsin.



Dik açı doksan derecedir ve onun çevrelediği yay, dairenin çevresinin çeyreğidir ve o da doksan derecedir. İki dik açının miktarı da yüz seksen derecedir. Bu açılarının çevrelediği yay dairenin çevresinin yarısına tekabül eder ve o da yine yüz seksen derecedir. Bir doğrunun diğer doğruya dikey olarak oluşturduğu iki açı, iki dik açının oluşturduğu gibi yüz seksen derece olur. Çünkü ikisinin yayları toplamı, birbirine eşit ve doksan derece olan iki dik açının toplamı gibi dairenin çevresinin yarısıdır. Oluşan bu iki açının birbirinden farklı olduğu söylenirse o zaman dik açının tersine, bu açılardan biri dar açı diğeri ise geniş açıdır. Bu iki açının toplamı her zaman eşit olduğundan, o zaman iki farklı açıdan birinin miktarı bilindiğinde ve bu miktar yüz seksen²⁰⁹ dereceden çıkarıldığında geriye kalan diğeri açının miktarıdır.

²⁰⁹ Metinde قف olarak ifade edilen değer ebced hesabıyla kullanılan harflerin sayısal değerlerini göstermektedir. Bu harflerin sayısal değerleri toplamı onluk sayı sisteminde 180'e tekabül eder.

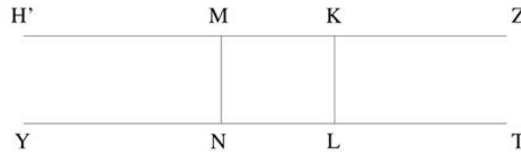


Mesela dar açının değeri kırk beş olursa, bu mikdar çevrenin yarısından yani yüz seksenden çıkarılır ve geriye kalan yüz otuz beş derece geniş açının mikdarıdır. Bütün açların özel bir aletle ölçümünü de inşallah göstereceğiz.



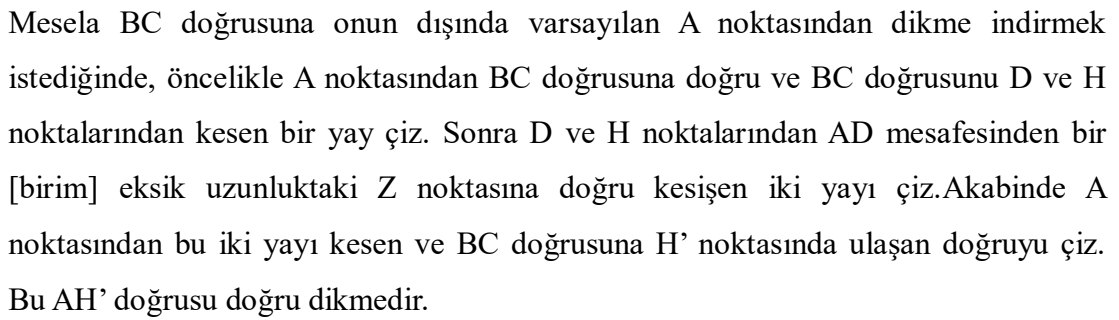
Paralel doğrular (el-hutûtu'l-müstakîmetu'l-mutevâziye) aralarında sabit bir mesafe bulunan doğrulardır. AB, CD ve HV doğrularındaki gibi bu doğrular her iki taraftan uzatılsa da asla kesişmezler ve hepsi paraleldir. İki doğru bir üçüncü doğruya paralel olursa, bu iki doğru da birbirine paralel olur. Yani [yukarıda] zikredilen doğrular [AB, CD ve HV] gibi birinci doğru ikinci doğruya ve aynı şekilde ikinci de birinciye paraleldir. Eğer AB ve CD doğruları HV doğrusuna paralel olursa, AB doğrusu CD doğrusuna paralel demektir; açık olduğu üzere tam tersi de söylenebilir.

[1.]Paralel doğruların birinden diğerine iki veya daha fazla dikme indirildiğinde bu dikmeler de birbirine eşit [uzunlukta] ve paralel olur.



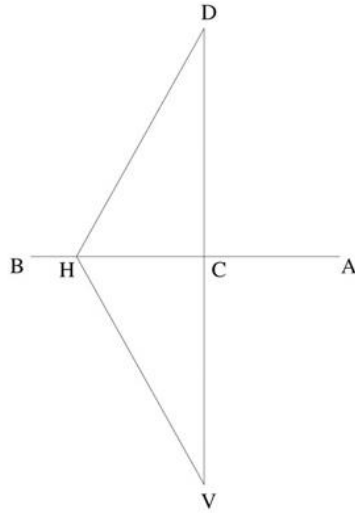
Mesela; ZH' [doğrusu] TY doğrusuna paralel olup ZH' doğrusundan TY doğrusuna KL ve MN gibi iki ayrı dikme indirilirse KL ve MN dikmeleri birbirine eşit olur. Paralel doğruların boyutlarının bir [aynı] olması ve sürekli paralel olmaları

[2.] Sonra bir doğrunun dışında kalan bir noktadan o doğruya dikme indirmenin yolunu anla.

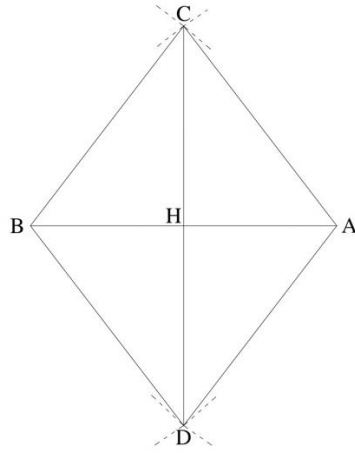


[3.] AB doğrusu üzerinde belirlenen herhangi bir C noktasından dikme çıkarmanın yoluna gelindiğinde, dikme çıkarılmak istenen C noktasının AB doğrusu üzerinde her iki tarafından eşit mesafede olan D ve V noktalarını öğren. Sonra DV mesafesi veya daha fazla bir mesafede D ve V noktalarından H yönüne doğru kesişen iki yayı çiz ve yayların kesişiminden C noktasına bir doğru uzat. Bu doğru tam dikmedir.

[4.] **Bunun sağlaması:** Daha öncekinde olduğu gibi varsayılan bir noktadan bir doğruya çıkarılan en kısa doğru dikmedir. Bil ki bunu açıklamak için, D noktasından dikme çıkarıp C noktasına ulaştığında ve D noktasından H'ye bir doğru çıkardığında, bu halde DC dikmesi DH'den hatta D noktasından AB doğrusuna indirilebilecek tüm doğrulardan kısadır.



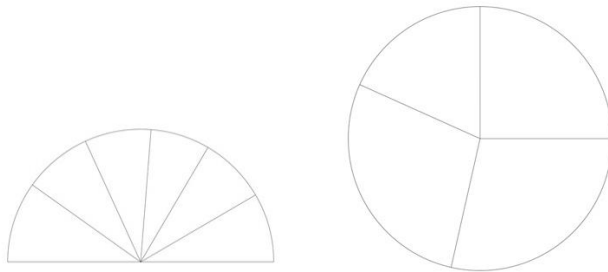
Bunun sağlaması: dikmeyi V'ye doğru uzatın ve CV'yi CD'ye eşit uzunlukta yapın. Sonra başka bir doğruyla HV'yi oluşturun. Böylece açıkça DC'nin iki katı olan DCV doğrusu, DH'nin iki katı olan DHV'den küçüktür. DCV'nin yarısı olan DC doğrusu da DHV'nin yarısı olan DH'den küçüktür.



[5.] Bir doğrunun iki eş parçaya bölünmesinin yoluna gelince, bu doğrunun üst tarafına doğru iki yay çizilir. Sonra yine aynı uzunlukta doğrunun alt tarafına da iki yay çiz. Sonra da kesişim noktalarının birinden diğerine iki tarafından dik olarak bölünmek istenen doğrudan geçen bir doğru çıkar. Bu doğrunun ilk doğruya göre durumu diktir. Bu iki doğrunun kesiştiği yer ilk doğruyu iki eşit parçaya böler. Mesela AB doğrusunu iki eşit parçaya bölmek istediğinde, öncelikle A ve B’den eşit mesafedeki C’ye doğru iki yay çiz. Sonra aynı şekilde bu noktalardan aşağıda olan D’ye doğru iki yay çiz. Akabinde C’deki kesişim noktasından ilk doğrudan geçerek D’ye ulaşan bir doğru çıkar. İşte bu doğru ilk doğruya dik olur. Kezâ ilk doğru da ikinciye dik olur. İkincisi ilkinin H’de [noktasında] eşit iki parçaya ayırır.

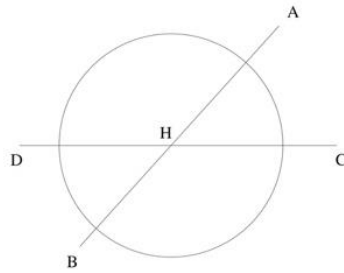
Bunun delili/ burhanı²¹⁰: Her iki tarafta [çizilen] yayların kesişim noktası [ilk doğruya] eşit mesafededir.

Sağlaması: C’den A’ya, A’dan D’ye, D’den B’ye ve B’den C’ye doğru çiz. Bunların hepsinin eşit olduğunu görürsün.



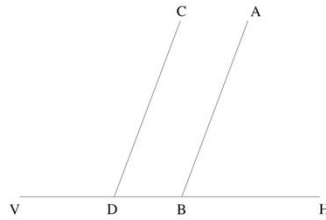
²¹⁰Burhan, doğruluğunda şüphe bulunmayan ve zaruri bilgi getiren kesin delil anlamına gelir. bkz. Yusuf Şevki Yavuz, “Burhan”, *TDV İslam Ansiklopedisi*. Erişim 1 Ağustos, 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/burhan>.

[6.] Çok sayıda doğruyu bir doğru üzerindeki bir noktada topladığında, bu doğruların [diğer] doğrunun üzerindeki noktada oluşturduğu açılar toplamı iki dik açıya eşit olur. Yani iki dik açının büyüklüğüne 180 dereceye eşittir. Ayrıca bu açıların çevrelediği yay yarım daireye eşittir. Bir doğru üzerindeki [herhangi] bir noktada oluşan bu açılar toplamının iki dik açıya eşit olmasından, yine [herhangi] bir noktada birleşen doğruların oluşturduğu açının o noktada çevrilmesiyle dairenin çevresinin sarmalandığı ve ortaya çıkan açının dört dik açı miktarında olduğu sonucu ortaya çıkar.



[7.] İki doğru kesiştiğinde birbirine karşılık gelen açılar birbirine eşit olur. Mesela AB ve CD doğruları H noktasında kesiştiğinde meydana gelen AHC açısı BHD açısına karşılık gelir ve eşittir. AHD açısı da CHB açısına karşılık gelir ve eşittir. Yani karşılıklı açılar miktarı aynıdır.

Bunun sağlaması: Kesişim noktası olan H noktasından BDAC [çemberi] üzerinden geçen yay çiz. Sonra yarım daire miktarında olan ADB ve DAC yaylarından ikisinde de bulunan DA yayını çıkardığında kalan AC yayı DB yayına eşittir. Bu yayların açıları da birbirine eşittir.

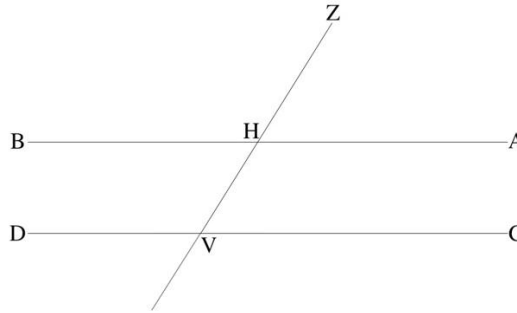


[8.] İki paralel doğru bir üçüncü doğrunun üzerinde olursa, paralel doğruların her iki tarafında oluşan açılardan aynı yöne bakanları birbirine eşittir. Mesela, AB ve CD doğruları HV doğrusu üzerinde iki paralel doğru olduğunda, AB ve CD doğrularının

aynı yöne bakan ABH ve CDH açıları eşittir. Aynı şekilde bu doğruların üzerinde oluşan diğer yöne bakan açılar da birbirine eşittir.

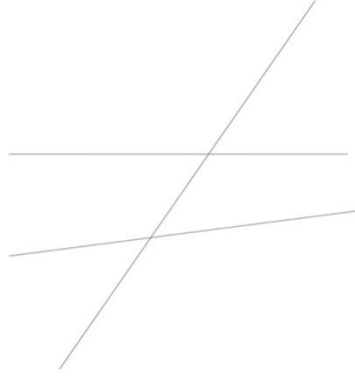
Bunun delili; doğruların kesişiminde oluşan açıların yakınsak veya uzaksak eğimlerini hesaplamaktır. Eğer iki doğru üçüncü bir doğru üzerinde paralel olurlarsa, o zaman iki paralel doğrunun eğimleri eşit olduğundan dolayı bu kesişmeyle oluşan açılardan aynı yöne bakanları birbirine eşit olur. Bunun sağlaması önceki yaptığımız gibi açıların üzerine yaylarını yerleştirme ile yapılır.

[9.] Paralel iki doğru üzerinden üçüncü bir doğru olduğunda karşılıklı açılar birbirine eşit olur. Yani karşılıklı iki iç açı mutlaka birbirine eşittir. Çünkü aynı yöne bakan iki açının yani paralel doğruların oluşturduğu iç açılarının toplamının her ikisi de iki dik açıya eşittir. Eğer böyle olmasaydı yani paralel doğruların oluşturduğu iç açılarının toplamının her ikisi de iki dik açıya eşit olmasaydı; aynı yöne bakan açılarının toplamı iki dik açıdan az olurdu. Aynı yöne bakan açılarının toplamı dört dik açıya eşit olduğundan, o zaman aynı yöne bakan iki iç açının toplamı iki dik açıdan küçük olursa diğeri de iki dik açıdan büyük olur. Paralel doğruların kesişiminden oluşan açılarının toplamı iki dik açıdan küçük olursa, o zaman karşılıklı iç açılarının toplamı da iki dik açıya eşit olmaz.



Bunu açıklamaya gelirsek, HV doğrusu AB ve CD paralel doğruları üzerine yerleştirilir. O halde aynı yöne bakan AHV ve CVH iç açıları toplamı iki dik açıya eşit olduğundan AHV ve DVH karşılıklı açıları da birbirine eşittir. Benzer şekilde diğer yöne bakan BHV ve DVH açıları toplamı da iki dik açıya eşit olduğunda, AHV ve CVH açıları toplamı ve BHV ve DVH açıları toplamı ve DVH ve AHV karşılıklı açıları toplamı da birbirine eşittir. Yine karşılıklı açılardan biri olan BHZ açısı AHV açısına eşittir. Karşılıklı açılarının birbirine eşit olmalarından ötürü BHZ dış

açısı DVH iç açısına eşit olur. Karşılıklı açılardan biri olan BHZ ve diğeri AHV'nin birbirine eşit olması, ortak olan BHZ açısının DVH'ye eşit olması demektir.



Bu eşitlikte aynı yöne bakan tüm açılarının toplamı iki dik açığa eşit olmazsa ve hatta açılarının toplamı iki dik açıdan daha küçük olursa o vakit bu çizimdeki gibi doğruların paralellüğinden, karşılıklı açılarının eşitliğinden, yöndeş açılardan bahsedilemez. İki doğru birbirine yaklaşıyorsa yani kesişen doğruların açıları toplamı iki dik açıdan küçük olur ama iki doğru kesişmeyip birbirinden uzaklaşıyorsa da açılarının toplamı iki dik açıdan büyük olur.

Burada anlatılması gerekenler, yani yüzeysel şekiller ve mesâhanın meselelerinin tümü buraya kadardı. Zaten mümkün olduğu kadar çok bahsedildi. Asgari seviyede inceleyenler için bu kadarı kâfidir. Böylece risaleyi açıklamaya iki kısımla devam ettik.

3.2.2 BİRİNCİ KISIM:

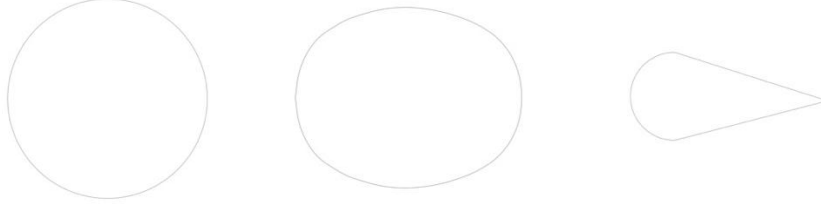
İki kısımdan [ilkinde] yüzeysel şekiller ve onlarla alakalı olanları; mesâhalarını, açılarının bulunmasını vs. açıklamaktadır. Birinci kısım üç bâbtan oluşmaktadır.

3.2.2.1 BİRİNCİ BÂB:

Şekillerin çeşitleri, durumları ve konumları hakkındadır. Mikdarlarını mesâhayla bulmak ve birinin diğesine oranı sıradaki bahis olan birinci fasıldadır.

3.2.2.1.1 Birinci Fasil:

Şekillerin tarifi ve yüzeysel şekillerin çeşitleri hakkındadır. Daire kusursuz, ayrılmaz sınırlarla sınırlandırılmış belirli bir yüzeyin şeklidir. Bir, iki, üç vs. sınırla sınırlandırılmış yüzeylere gelince, ilk olarak tek bir sınırı olan ve açısı olmayan daire ve beydavî gelir. Bir açısı olan ise levzîdir.



İkincisi, iki sınırla sınırlandırılmış olan şekil, bir doğruyla sınırlandırılmış yaydır veya kesişen iki yaydır. İki sınırla sınırlandırılmış yaylı şekillerin iki açısı vardır.



Üçüncüsü ise, üç veya daha fazla sınırı bulunur ki üçgen, dörtgen, beşgen vb. bunlardandır. Bu üç veya daha fazla sınırlı şekillerin iki, üç, dört, beş veya daha fazla açıları vardır. Üçüncü gruptaki şekillerden düzgün olanlara gelince, onların kenarları ve açıları birbirine eşittir. (Şekillerin) Düzgün olmayanların ise kenarları ve açıları muhteliftir.

Kenar, şeklin sınırlarında olan çizgidir. Kenarların yani şekillerde oluşan doğruların biri diğerinin üstüne gelse, yani üstünü kapasa, bu örtüşmede eşit doğruların biri diğerinden ne uzun ne de kısa olur. İşte bu eşit kenarlar özdeş olurlar. Kenarlar eşit ve özdeşse, biri diğerini örtmelidir. Açılar ve şekillerde de böyledir. Yani açılardan biri diğerinin üstüne gelip biri diğerini örttüğünde, bunlardan biri ne içte kalır ne de dışa taşar. Birbirlerine eşit olurlar. Şekillerde de aynı şey geçerlidir.

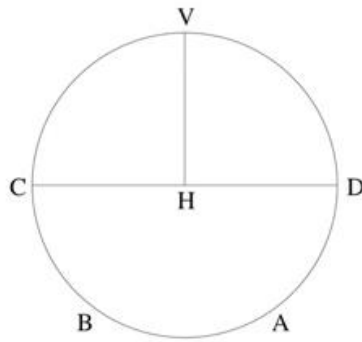
İki belirli nokta arasında birden fazla doğrunun bulunması açıktır ki mümkün değildir. Birden fazla doğrunun bir araya gelmesi mümkün olmadığından bir yeri iki düz çizginin çevrelemesi mümkün değildir. Böylece [sadece] düz bir şekil ile çevrili olur. Çünkü ikisinin buluşmaları gerekir yani noktadan çıkan iki doğrunun iki uç noktasına ulaşması lazımdır ki bu imkansızdır. Bu [durum], önceki durum için de geçerlidir ki; düz kenarlı bir üçgenin kenarlarından herhangi biri, bir noktada buluşan diğer iki kenarın toplamına eşit olamaz. Ancak bu kenar üçgenin her halinde diğer iki

kenarın toplamından küçüktür. İki açıdan birinin büyüklüğü diğerine, yani diğerinin büyüklüğüne eşitse, büyüklükleri eşit olan iki açı da eşittir. Eşitlik olduğunda yani iki açının büyüklüğü eşit olduğunda açılar da eşit olur.

Simetrik şekiller kenar yani çevredeki doğru sayıları aynı olan; tüm açıları karşı açısına eşittir. Her bir kenarının diğer kenarlara oranı, bütün kenarların diğer kenarlara oranı gibidir. Şekillerin simetrik olması şekillerin farklılıklarına yani küçüklük ve büyüklük farkı olmasına mâni değildir. Simetrik şekillerden biri büyük diğeri küçük olur. Benzer şekillerin hükmü de böyledir. Yani büyüklük ve küçüklük farkı aralarındaki benzerliğe mâni değildir. Çünkü doğrunun bütünün parçasına benzer olduğunu söylüyoruz ve açıktır ki parça bütünden küçüktür. Bununla beraber istikamette ona benzer.

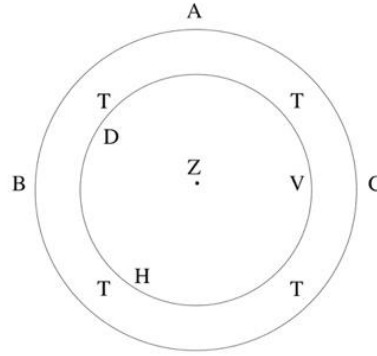
3.2.2.1.2 İkinci Fasl:

Daire ve daireyle ilgili şeyler hakkındadır. Daire, sabit bir noktaya sabit uzaklıktaki dönel çizgiyle çevrili yüzeysel şekildir. Yani sabit noktadan çizginin döndürülmesi, sabit noktadan bu çizgiye olan bütün mesafelerin eşit olacağı şekildedir. Bu nokta dairenin merkezidir. Noktanın etrafında döndürülen dairesel çizgi dairenin çevresidir. Dairenin çevresinden çıkıp diğer yöne doğru merkezden geçerek yine çevreye ulaşan doğru, dairenin *çapıdır (kutr)*. Dairenin merkezinden çıkan ve çevresine giden doğru ise yarıçap yani dairenin *yarıçapı (nısf kutr)* olarak adlandırılır.

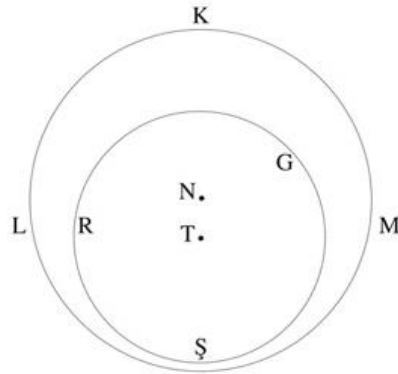


Mesela ABCDV dairenin çevresi ve H noktası merkezidir. C noktasından çıkan ve merkezden geçerek D noktasına ulaşan CD doğrusu da çapıdır. Dairenin merkezinden çevreye çıkarılan doğrular aynı mesafede olduğundan HV, HC veya HD doğrularının her biri dairenin yarıçapıdır. Uzunluk eşitliğine gelince noktadan yani dairenin

merkezinden dairenin çevresine gidene uzunluklar HC, HV ve HD doğruları birbirine eşit olur. Bu [kural] sabitleştiğinde; eşit çemberler elde edildikleri yarıçaplar eşit olan çemberler olurlar. Çapları eşit olduğunda çemberler eşittir de denilebilir.

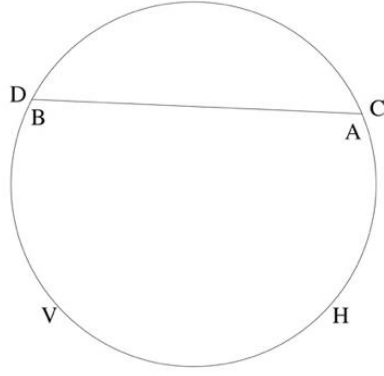


Ortak merkezli daireler ise bir merkezden çizilen çemberlerdir. Çevreleri de birbirine paralel olur. Yani tıpkı ABC ve DHV dairelerindeki gibi her birinin çevresi birbirine paraleldir. Bu iki daire aynı merkezden yani Z'den çizildiğinden çevreleri yani ABC ve DHV birbirine paralel olur. Onların arası yani ABC çevresine içbükey ve DHV çevresine dışbükey olan TTT kısmı müteahhirûn arasında tâc (*halka*) olarak isimlendirilir.

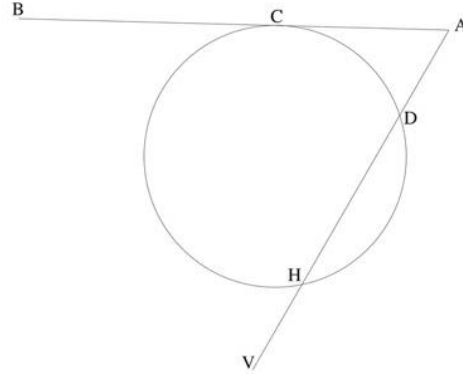


Ortak merkezli olmayan daireler, merkezleri değişken olan dairelerdir. KLM ve GRŞ dairelerindeki gibi çevreleri birbirine paralel değildir. KLM dairesinin merkezi N noktası, GRŞ dairesinin merkezi T noktasıdır. Bu iki dairenin çevreleri paralel değildir.

Kiriş, iki ucu dairenin çevresinde biten düz doğrudur ve bu doğrunun dairenin çevresinde kestiği iki nokta arasındaki kısım da yaydır.



[Şekildeki] AB doğrusunun uçları CDHV dairesinin çevresindeki C ve D noktalarıdır ve C ve D noktaları arasında kalan kısım yaydır. AB kirişiyle CD yayının arasındaki alan, daire parçasıdır. Benzer şekilde dairenin kesilen diğer tarafı da yani AB kirişiyle kesilen daire çevresinde C'den HVD noktalarına doğru olan yay ve yayın kirişle aralarında kalan alan da bir daire parçasıdır.



Bir doğru AB doğrusunun CDH dairesine çevresindeki C noktasında teğet olması gibi daireye çevresinde yani tümseğinde değiyorsa dairenin çevresine bitişik olan ve bir noktasından daireye teğet olan bu dışbükey doğru, *teğet doğru* olarak isimlendirilir. Eğer bir doğru, AV doğrusunun CDH dairesinin çevresini D ve H noktalarında kesmesi gibi daireye teğet olmayıp onu bir veya iki noktadan kesiyorsa bu doğruya *kesen doğru* (*hatt'ul-mekâtî*) denilir.

3.2.2.1.3 Üçüncü Fasıl:

Üçgenler hakkındadır. Düz kenarlı üçgen, yaylardan oluşan üçgen gibi düz olmayan üçgenlerden ayrılır ki o, üç düz kenarla çevrili yüzeydir. Bütün üçgenlerin üç

kenarları ve üç açıları olmak üzere altı eşyası vardır. Kenarlardan herhangi birini taban olabilir ve buna göre de kalan diğer iki kenar *sâk*²¹¹ olur.

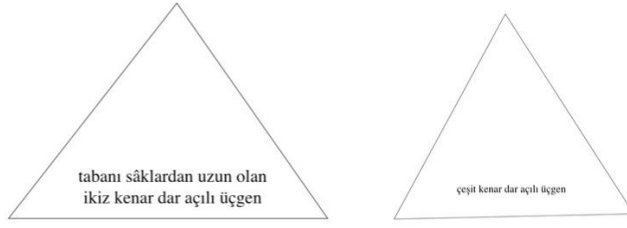


Üçgenler kenarlarına göre üçe ayrılırlar: Eşkenar üçgenler, tüm kenarları birbirine eşit olan üçgenlerdir; ikizkenar üçgenler, sâkları eşit ama tabanları farklı uzunlukta olan üçgenlerdir; çeşitkenar üçgenler ise tüm kenarları birbirinden farklı olan üçgenlerdir.

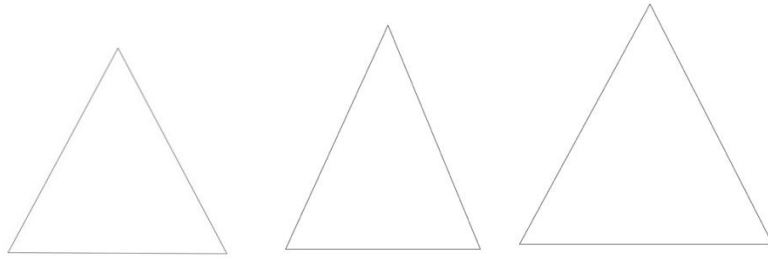
Üçgenler açılarına göre de üçe ayrılırlar: dik açılı üçgen, önceden izah ettiğimiz üzere bir açısı dik olan üçgendir; geniş açılı üçgen, içinde geniş açı bulunan üçgendir ve dar açılı üçgen de tüm açıları dar açı olan üçgendir. Bu üçgenler mütekaddimîne göre altı çeşittir. Çünkü onlar kenarı esas aldıklarında açıya bakmazlar ve açıyı esas aldıklarında da kenara bakmazlar. Müteahhirûn buna iki kısım yani iki üçgen daha eklemiştir çünkü hem kenarı hem de açıyı birlikte esas aldıkları durumlar vardır. Eşkenar üçgen zaruri olarak dar açılı üçgendir. Dik açılı üçgen ise ikizkenar üçgen veya çeşitkenar üçgen olabilir. Aynı şekilde geniş açılı üçgen de ikizkenar veya çeşitkenar üçgen olabilir. İkizkenar dar açılı üçgenin tabanı ikiz kenarlardan kısa veya uzun olur. Böylece müteahhirûna göre üçgenler sekiz çeşit olur:



²¹¹Üçgenin tabanı dışında kalan iki kenarına *sâk* denir. Dilimizde tam karşılığı olan bir kelime bulunmadığı için metindeki sâk ifadeleri olduğu gibi verilmiştir.



Birincisi eşkenar üçgen, ikincisi ikizkenar dik açılı üçgen, üçüncüsü ikizkenar geniş açılı üçgen, dördüncüsü ikizkenar dar açılı üçgen, ki tabanı ikiz kenarlardan küçüktür, beşincisi ikizkenar dar açılı üçgen, ki tabanı diğer kenarlardan uzundur, altıncısı çeşitkenar dik üçgen, yedincisi çeşitkenar geniş açılı üçgen ve sekizincisi çeşitkenar dar açılı üçgendir. Bazıları dördüncü çeşidi yani tabanı diğer kenarlardan küçük olan ikizkenar üçgeni üç kısma ayırırlar. Çünkü taban dışındaki kenarların açılarından tabana dikme indirildiğinde bu dikme taban uzunluğuna eşit veya ondan büyük veya küçük olabilir. Onlara göre üçgenler on çeşit olur.

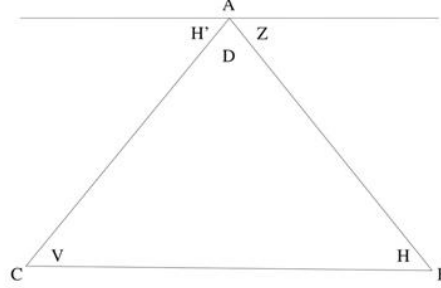


Ancak mühendisler yedi çeşit üçgen kullanmaktadır. Çünkü çeşitkenar üçgen ve ikizkenar üçgen dar açılı, dik açılı veya geniş açılı olurken eşkenar üçgen sadece dar açılı olur. Üç kenar ve üç açı [çeşitleri] çarpıldığında dokuz [çeşit] olması gerekir ancak eşkenar üçgenli kısımlar yani dik açılı ve geniş açılı eşkenar üçgenlerin mevcudiyeti imkânsız olduğu için [bu eşleştirmeler] çıkarılır ve geriye yedi [çeşit] kalır.

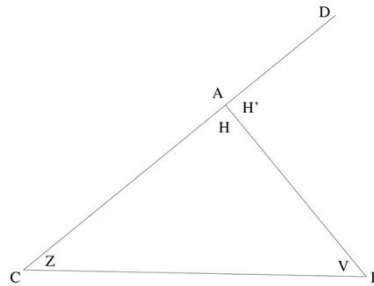
İlk kısımda üç kenarı ve üç açısı eşit olduğundan dolayı düzgün şekil olan ve gerçek üçgen olarak adlandırılan eşkenar üçgen vardır. Üçgenin açıları toplamı tüm üçgenlerde iki dik açının toplamına yani yüz seksen dereceye²¹² eşittir. Bundan dolayı bir üçgende iki dik açı bulunması mümkün değildir. [Çünkü] Açılar üç tane olduğu için toplamları yüz seksenden fazla olur. Zikrettiğimiz gibi aynı şekilde iki geniş açı

²¹²قف derece

veya dik ve geniş açı da bir üçgende bir arada bulunamaz. Hatta dik veya geniş açı olduğunda diğer iki açının her biri dar açı olur. Tüm açıların miktarını hususi bir aletle bulmanın yoluna gelince şekiller [üzerinde gösterilip] işlenen fasılda anlatılacaktır Allah Teâlâ'nın izniyle.

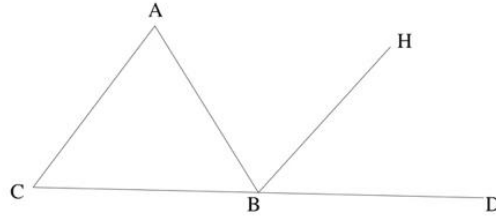


Bir üçgende iki dik açının, iki geniş açının veya dik ve geniş açının bir arada bulunamamasının delili ise, böyle olduğunda üç açının toplamının yüz seksen [derece]den büyük olması gerekmektedir. İki yönden A açısına bitişik olan ve ABC üçgeninin tabanına, ki o BC kenarıdır, paralel olan bir doğru yerleştirilir. Sâkların yani BA ve CA kenarlarının birleşiminde olan ve A açısına yerleştirilen paralel doğruya üç açı meydana gelir ve bu açılar Z, D ve H' açılarıdır. Z ve H' açıları, paralel doğrunun yerleştirilmesiyle oluşmuştur ve aslî açı olarak adlandırılan D açısı ise öncesinde ABC üçgeninin A açısı olan açıdır. ABC üçgenindeki üç açının yani Z, H ve D açılarının toplamı ne bir eksik ne de bir fazla tam olarak yüz seksen derecedir. H' ve V açıları karşılıklı eşit açılardır. Aynı şekilde Z ve H açıları da karşılıklı eşit açılardır. Z, D ve H açılarının toplamı D, H ve V açılarının toplamına eşittir, yani her iki tarafta da toplam yüz seksen dereceye eşittir. Zaruri olarak biri diğerinden eksik veya fazla olamaz.



İkinci çizimde, ABC üçgenindeki AC kenarı bir D noktasına uzatıldığında CA kenarından çıkış noktası olan A noktasında H iç (aslî) açısı ve H' dış açısı oluşur ki

toplamları iki dik açıya eşittir. İki dik açıya eşit olan H ve H' açılarının toplamı, söz konusu üçgenin açıları olan H, V ve Z açılarının toplamına eşittir yani her bir toplam tam olarak yüz seksen derecedir. Böylece istenilen ortaya çıktı. Her üçgen ve her kenar için işlem aynı şekildedir. Bunun izahı için üçüncü şekli ekledik. ABC üçgenindeki CB kenarından D'ye bir doğru çıkardığında DAB²¹³ dış açısı oluşur ve B açısının bitişiğindeki A ve C açılarının toplamına eşittir.



Bunun açıklaması için ise B açısının noktasından H'ye doğru AC kenarına paralel bir doğru çıkarılır. O zaman HBD açısı ACB açısına eşit olur ve ABH açısı BAC açısına eşit olur. BD ve BH doğrularıyla oluşan üç açıya baktığında, toplamlarını iki dik açıya eşit yani ne eksik ne de fazla tam olarak yüz seksen derece bulursun.

Böylece yukarıda bahsedilen üç şeklin her birinde iki dik açı, iki geniş açı veya dik ve geniş açı bir üçgende bir araya gelmedi. Çünkü böyle olursa üçgende üç açının toplamı yüz seksen dereceden fazla olması gerekir ki bu imkansızdır.

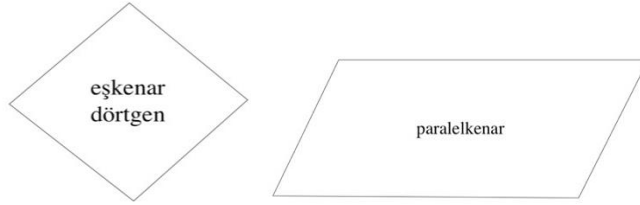
3.2.2.1.4 Dördüncü Fasıl:

Dörtgenler hakkındadır. *Dörtgen* dört kenarla çevrili olan şekildir ve ona dört kenarlı denir. Dörtgenin üç kısmı vardır, çünkü içinde paralel çizgiler bulunur veya hiç paralel çizgi bulunmaz. İlki, yani içinde paralel çizgiler bulunan dörtgen, ya karşılıklı kenarları paralel olur veya karşılıklı kenarlardan biri paralel olurken diğeri paralel değildir yani yamuktur. İkincinin birincisi, yani ikinci tekrarın birinci kısmıdır. Onun yani ikinci tekrarın ikincisi ikinci kısım. İlkinin ikincisi yani birinci tekrarın ikincisi üçüncü kısım. Her birinin çeşitlerini göstereceğiz.

²¹³ABD olarak yazılmış.



İlk kısmın bütün karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. Açılarına gelince herhangi bir açı dikse kalan açılar da aynı şekilde diktir. Karşılıklı kenarlardan her biri paralel olur ve dik açılı olur ve dört kenar da birbirine eşit olursa, aslî dörtgen gibi, *tam kare* veya *gerçek(hakiki) kare(murabbâu'l-tâm)* olarak isimlendirilir. Onun açıları diktir ve aynı şekilde tüm kenarları da birbirine eşittir. Tüm karşılıklı paralel kenarları kare gibi birbirine eşit olursa *dikdörtgen (mustafîl)* olur ve dört açısı da dik olur.

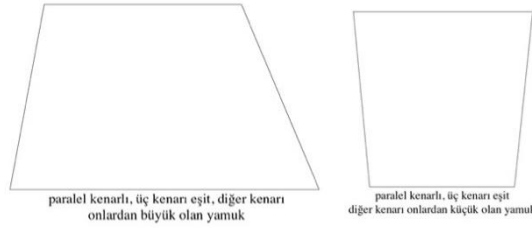


Karşılıklı iki uzun kenar birbirine eşittir ve aynı şekilde karşılıklı iki kısa kenar da öyledir. Ancak içinde hiç dik açı olmasa da yine birbirlerine eşittirler. Bu içinde dik açı olan gibi veya eşit kenarlı *eşkenar dörtgen (muayyen)* gibidir, ki onda iki karşılıklı açı dar açıdır ve diğer iki karşılıklı açı ise geniş açıdır. Yahut bütün karşılıklı paralel kenarların eşit olduğu bir *paralelkenar (eş-şebîh bi'l-muayyen)* gibidir ki onun da karşılıklı iki açısı dar ve diğer iki açısı geniştir.



İkinci kısımda sadece karşılıklı iki kenar paraleldir ve iki dik açı vardır ki böyle olduğunda ya iki kenardan küçük olanı karşılıklı iki kenarın en kisasından daha uzundur ya paralel kenarlardan kısa olanı karşılıklı iki kenarın en kisasından daha kısadır ya da paralel iki kenarın kısa olanı paralel olmayan kenarların kısa olanına

eşittir. Üç şeklin her biri *munharif*²¹⁴ olarak adlandırılır. Çünkü paralel olmayan kenarlar eğridir veya hiçbir zaman dik olmazlar. Hiçbir zaman dik açısı olmayan [munhariflerin] ya üç kenarı ya da iki kenarı birbirine eşittir. İlkinde yani üç kenarı eşit olan munharifte farklı olan dördüncü kenar ya eşit olan üç kenarın her birinden uzundur ya da eşit olan üç kenarın her birinden kısadır. Onlardan ilkinde birleşik olan kenarlardan biri dışa [doğru] eğik olduğu için ve ikincisinde de birleşik olan kenarlardan biri içe [doğru] eğik olduğu için her biri munharif olarak adlandırılır.



İkincisinde ise yani iki kenarı eşit olan munharifte ise paralel olan kenarların her iki tarafında oluşan eşit büyüklükte açılar oluşur ki bu açılardan iki eşit açılı dar açılı diğer iki eşit açılı geniş açıdır. *Dikdörtgen benzeri munharif (munharif şebîh bi'l-mustafîl)* olarak adlandırılır. İki paralel kenar arasında oluşan açılar birbirinden farklı ve biri geniş açı diğeri dar açı da olabilir. Bu halde oluşan munharif, karşılıklı iki geniş açılı ve karşılıklı iki dar açılıya sahip olduğu için *eşkenar dörtgen benzeri munharif (munharif şebîh bi'l-muayyen)* olarak adlandırılır.

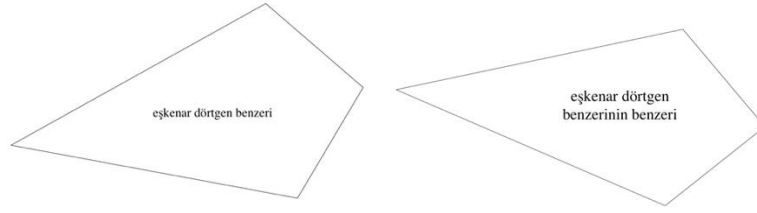


Üçüncü kısım ise paralel kenarı olmayan munhariflerdir veya bu munhariflerin tüm dar açılı oluşturan kenarları eşittir. Karşılıklı iki geniş açılı ve karşılıklı iki dar açılıya sahip olduğu için bunlar da *eşkenar dörtgen benzeri/deltoid (şebîh bi'l-muayyen)*²¹⁵ olarak adlandırılırlar. Yahut dar açılı oluşturan iki kenarı eşittir ve iki dar

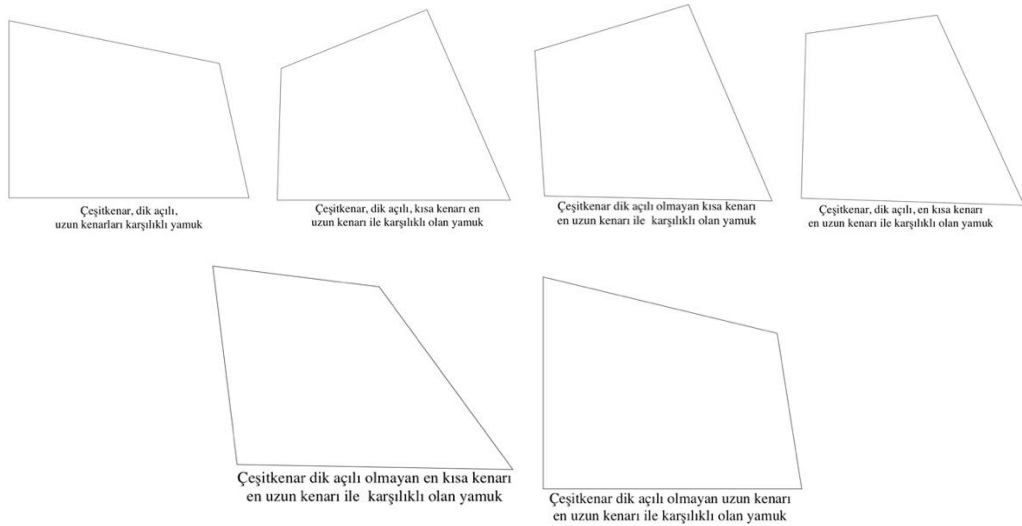
²¹⁴ Bugün kullanılan yamuk şekline çok benzese de bugünkü yamuk tanımından farklı olarak iki kenarı paralel olmayan şekiller de bu terimin altında verilmiştir. Tam karşılığı olmadığı için *munharif* kavramı kullanılmıştır.

²¹⁵ deltoid

açı ve iki geniş açı da karşılıklıdır, bundan dolayı *eşkenar dörtgen benzerinin benzeri/deltoid benzeri* (*şebîh şebîh bi'l-muayyen*) olarak adlandırılır.



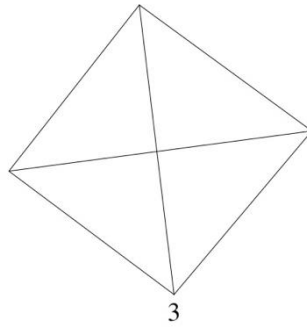
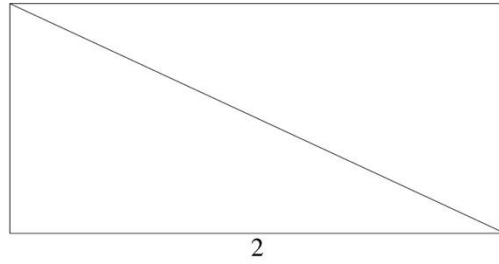
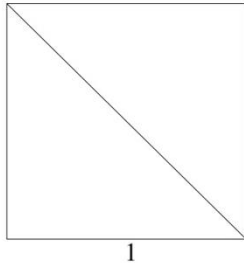
Bu munhariflerden paralel kenarları olmayan ve hiçbir kenarı eşit olmayan munharifler de olabilir. O zaman kenarlardan biri diğer üç kenardan daha kısa olur, yani en kısa kenar olur ve kenarlardan biri de en uzun kenar olur. Kalan iki kenarın da biri diğerinden küçüktür yani diğeri de ilkinden büyüktür. Karşılıklı ve bitişik olarak düşünmek gerekir ki uzun en uzunla karşılıklıdır ve diğer ikisi yani en kısa olan ve kısa olan da uzuna ve en uzuna bitişiktir. Yahut kısa en uzunla karşılıklıdır, diğer ikisi yani uzun olan ve en kısa olan da kısaya ve en uzuna bitişiktir. Yahut en kısa en uzunla karşılıklıdır ve kalan ikisi yani kısa ve uzun da en uzun ve en kısaya bitişiktir. Bunların hepsi açıklanan üç dörtgenin herhangi birindendir. Dik açılı olan ve dik açılı olmayanlara gelince toplamda altı dörtgen oluşur ve şekilleri de görüldüğü gibidir.



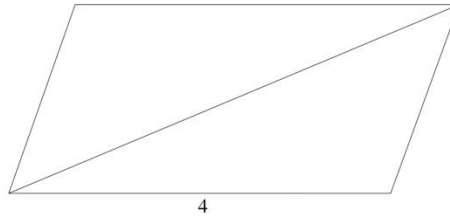
Üçüncü kısımda zikredilen sekiz dörtgende munharifte olduğu gibi bir eğrilik olduğu için her birine *munharif benzeri* denilir. Olası dörtgenler on dokuz çeşittir. Bu on dokuz çeşit dörtgenin her birinin dört köşesindeki açıların birinden bir doğru

ıkarılarak karşı açıya ulaşırsa doğrunun her iki tarafında birer üçgen oluşur. Bu genler, ilk kısımdaki drtgenlerdeki gibi simetrik eş üçgenler olabilir.

nc kısımdaki ilk dörtgenlerden -yani kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve dar açı oluşturan iki kenarın eşit olduğu dörtgenden- karede; oluşan üçgenlerin her biri ikizkenar ve dik açılı üçgendir. (1) Dikdörtgende oluşan üçgenler, eşitkenar ve dik açılıdır. (2)

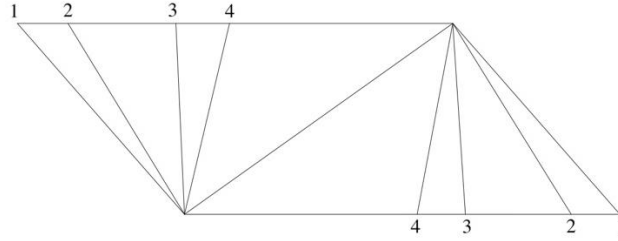


Eşkenar dörtgende dar açıların birleştirilmesiyle oluşan üçgenlerin her biri ikizkenar ve geniş açılı olurken geniş açıların birleştirilmesiyle oluşan üçgenlerin her biri ise ikizkenar ve dar açılı olur. (3)

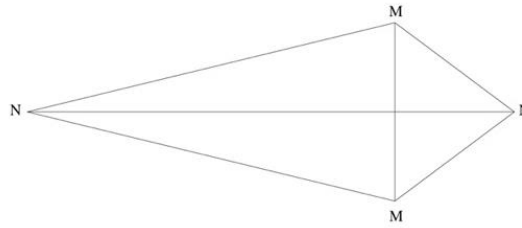


Paralelkenarda dar açıların birleştirilmesiyle oluşan üçgenlerin her biri eşitkenar ve geniş açılı olur. (4) Geniş açıların birleştirilmesiyle oluşan üçgenlerin her biri eğer en büyük kenarı çizilen doğrudan uzunsa eşitkenar ve geniş açılı olur. (1) Eğer kısa kenarı yerleştirilen doğruya dik olursa eşitkenar ve dik açılı olur. (2) Uzun kenar

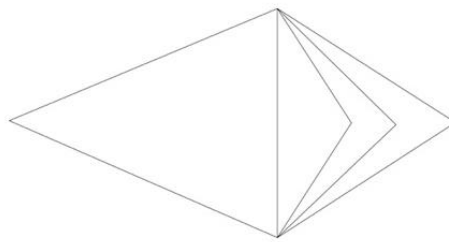
yerleştirilen doğruya eşit olursa da ikizkenar dar açılı iki üçgen oluşur. (3)
Yerleştirilen doğru en uzun kenardan uzun olursa da çeşitkenar dar açılı iki üçgen oluşur. (4)



Dar açı oluşturan iki kenarın eşit olduğu dörtgene gelindiğinde, karşılıklı dar açılar birleştirilerek çizilen doğru çeşitkenar geniş açılı iki üçgen oluştururken karşılıklı geniş açılar birleştirilerek çizilen doğru da ikizkenar dar açılı iki üçgen oluşturur.



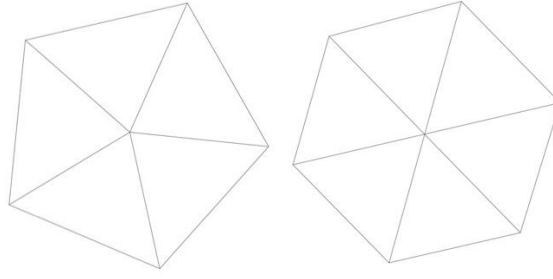
Bu dörtgenin üç kısma ayrıldığını söylüyorum. Çünkü yakınsayan iki kısa kenarın oluşturduğu açı ya zikredildiği gibi dar veya dik veya geniş açı olabilir. Diğerlerindeyse doğru iki geniş açı üzerine konumlandırıldığında oluşan üçgenler farklıdır. Dik açılıda oluşan küçük üçgen ikizkenar dik açılı üçgendir. Geniş açılıda üçgenlerden küçüğü ikizkenar geniş açılı üçgen; büyüğü ise ikizkenar dar açılı üçgendir.



Köşegenle oluşturulan üçgenlerin çeşitkenar dik açılı munharif benzeri dörtgenlerde eşit olmayıp simetrik olabileceğini anla. Köşegen dik açığa yerleştirildiğinde uzun kenarla en uzun kenar karşılıklıdır. Köşegen geniş açığa yerleştirildiğinde, çeşitkenar dik açılı olmayan munharif benzerinde eğer iki geniş açı birleştiriliyorsa uzun kenarla en uzun kenar karşılıklı olur. Bu da çeşitkenar ve dar açılı olur. Yine çeşitkenar dik açılı olmayan munharif benzerinde en kısa kenar en uzun kenarla karşılıklıdır. Dar açılara köşegen yerleştirildiğinde çeşitkenar geniş açılı üçgen oluşur. Dikkatli ol birbirine benzemeyebilirler. Yani tıpkı diğer dörtgenlerde olduğu gibi doğrunun her iki tarafındaki üçgen birbirinden farklıdır. Bir açıdan çıkıp karşı açısına doğru giden doğru, oluşan iki üçgenin ortak kenarıdır. Ve yeni açılar oluşur, çünkü iki açının bölünmesiyle her iki tarafta ikişer açı ve toplamda dört açı meydana gelir. Bunu dairenin çapına benzetmek doğru değildir çünkü dairenin çapı onu her zaman iki eşit parçaya böler. Bu doğru ise zikredilen dört dörtgen ve şekilde verilen beşincisi gibi her dörtgeni eşit iki parçaya bölmez. İyice düşün.

3.2.2.1.5 Beşinci Fasıl:

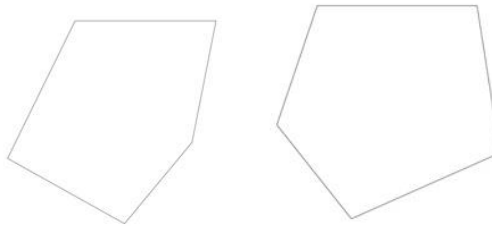
Çokgenler hakkındadır. Beş veya daha fazla doğruyla çevrili şekillere *çokgen*(*el-eşkâlu'l-kesîratu'l-edlâ*) denir. Düzgün veya düzgün olmayan beş kenarla çevrili şekillere *beşgen*(*muhammes*), altı kenarla çevrili şekillere *altıgen*(*müseddes*), yedi kenarla çevrili şekillere *yediggen*(*musebbâ*) ve sekiz kenarla çevrili şekillere *sekizgen*(*müsemmen*) denir. Birincisine yani beş kenarla çevrili olana beşgen denir çünkü beş kenarı ve beş açısı vardır. İkincisinde yani altıgende altı kenar ve altı açı vardır. Üçüncüsünde, yani yedigende yedi kenar ve yedi açı vardır. Dördüncüsünde ise, yani sekizgende, sekiz kenar ve sekiz açı vardır ve bu şekilde devam eder. Çokgenlerin her birinde, düzgün beş, altı, yedi veya daha çok kenar olduğunda açıları birbirine eşit olur. Kenarları eşit ancak açıları farklı olursa düzgün olmazlar. Beşgen böyledir. Kenarları ve açıları eşit olduğundan üzerine daire çizmek mümkündür. Çevresindeki her noktadan geçer.



Her açıdan bir doğru çıkarıldığında beş eşit üçgen oluşur. Düzgün altıgende de benzer şekilde daire çizilirse açıkladığımız gibi merkezden her açığa çizilen doğrularla altı özdeş ve eşit üçgen oluşur. Kalanlarda da böyledir; yedigen, sekizgen, dokuzgen, ongen diye devam eder. Her birinin üzerine, çevresi tüm köşelerden geçen daire çizilirse, onun merkezinden her bir açığa çizilen doğrularla kenar sayıları miktarınca özdeş ve eşit üçgenler oluşur. Altıgende altı, yedigende yedi, sekizgende sekiz ve dokuzgende dokuz özdeş ve eşit üçgen vardır.

Eşit kenarlılara gelince, yani oluşan eşit üçgenlere, onların her biri altıgende olduğu gibi eşkenardır veya diğerlerinde ikizkenar dar açılıdır. Merkezden çizilen her ortak doğru üçgenin kenarlarıdır ve şeklin çevresindeki doğrular da o kenarda oluşan üçgenin tabanıdır.

Düzgün olmayana bağlanırsa, düzgün olmayan yani kenarları eşit olmayan veya açıları eşit olmayan çokgenlerde, kenarları eşitse veya her ihtimalde yani kenarları eşit olmadığında veya açıları eşit olmadığında onun her kenarından geçerek çevreleyen bir daire çizmek mümkün değildir. Ancak mezkûr daireyle çevreyi kapatamama durumunda şeklin merkezinde olan bir nokta varsaydığında ve ondan tüm açılara birer doğru çıkardığında kenar sayılarına göre kenarları veya açıları eş olmayan üçgenler meydana gelir. Beşgende eş olmayan beş üçgen vardır, altıgende ise eş olmayan altı üçgen vardır ve çizimleri de şekildeki gibidir.



Beşgen ve altıgendenden geriye kalan şekillerde de yani yedigen, sekizgen, dokuzgen ve devamında da aynı şekildedir. Ancak bu çizimler mesâhada (yer ölçümünde) kullanılmaz ama olasılığını gösterdik. Çokgenlerin çizimine gelince onu ayrı bir fasılda açıklayacağız.

3.2.2.1.6 Altıncı Fasıll:

Bazı aletlerin açıklaması hakkındadır. Bu fasla, uzunluk ve genişliğin mikdarını bilme yöntemlerinin bahsedildiği ilerleyen fasıllara bir giriş niteliğinde olduğu için ihtiyaç duyulmaktadır. Bu [mikdarların bilinmesi] ise ancak belirli aletlerle mümkündür. Bunlardan *mikyâs* (ölçek) ile bir şeyin uzunluğunu, genişliğini veya derinliğini ölçersin ve o ehli İslam mühendisleri/mimarları ve tâbileri tarafından zirâ gibi bir şeyin/mikdarın ölçüldüğü ölçüdür. Ehli İslam'dan müteahhirîn tarafından itibar edilerek kullanılan zirâ, yirmi dört *isba''dır* (parmak). Bir *isbâ*, orta boylu bitişik bütün halindeki altı arpa boyundadır. Yahut kadem, zirâ yerine kullanılır; yani *mikyâsta* ölçü olarak ehli İslam yani Müslüman mühendisler tarafından zirâ kullanılır veya diğerleri olan Ehli Nasara (Hristiyan) mühendisler ve onlara tâbi olanlar tarafından kadem kullanılır. Hristiyanlar ve onlara tâbi olanlar tarafından kullanılan kadem, bizim parmak boyumuzla on iki parmaktır. Öyleyse on iki parmak mikdarındaki kadem bizim zirâmızın -yani bizde yirmi dört parmak olarak kabul edilen ve onların iki kademine karşılık gelen zirânın- yarısıdır. Bizim indimizde bir zirâ onlarda iki kademdir. Ancak Hristiyan mühendisler onunla yani on iki parmağa bölünen kademle hesabı kolaylaştırmak için onu on parmağa eşit yaptılar. Her bir parmağı da on *hatta* (çizgi) böldüler. Yani parmağı on eşit kısma böldüğünde parçaların her biri *hat* olarak adlandırılır. Bütün çizgileri de on noktaya böldüler, yani çizgi on eşit parçaya bölündüğünde parçaların her biri *nokta* olarak adlandırılır.

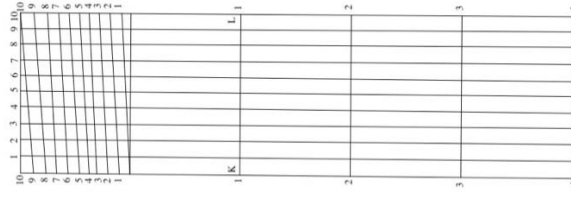
Hem kademın hem parmağın hem de çizginin on parçaya bölünmesi hesaplamayı ve mesâha olaylarını tetkik etmeyi kolaylaştırmak içindir. Ancak kademden büyük mikyaslarda *çubuk* (*sopa, asa, kadîb*) veya *rumh* (*mızrak*) tercih edilir. Çubuk ve rumh on kadem uzunluğundadır. Zirâyı yirmi parmak uzunluğunda alırsak bizim ölçümüzü onların ölçüsüne uygulamak/çevirmek mümkün olur ve bu şekilde zirânın yarısı onların kademine denk gelir ki o da on parmaktır. Tüm parmakları (*isba'*) da on hatta ve her hattı da on nokta olarak aldığında, rumh veya çubuk için tercih edilen *mikyâsı* zirâ ve kadem olarak belirlersin.

Mimsaha olarak isimlendirilen bu büyük mikyâs, yer ve nehirlerin ölçümünde veya minare vb. yüksekliklerin ölçümünde kullanılır. İster öğretmen olsun ister öğrenci tüm mühendislik ehlinin yarım zirâ yani kadem olarak mikyâsını belirlemesi gerekir ki ahşap veya bakırdan veya buna benzer kemik, mukavva vb. maddelerden yapılır. Her yarım zirâ yani bir kadem on eşit kısma bölünerek parmaklar işaretlenir ve on parmaktan her biri yine on eşit parçaya bölünür ve çizgilerin her biri işaretlenir. Bu mikyâs ihtiyaç halinde kullanılması için yanında tutulmalıdır. Mühendisler genel olarak onu yirmi zirâ, yani kırk kadem veya dört asa uzunluğunda bir mimsaha olarak yaparlar. Yahut otuz zirâ, yani altmış kadem veya altı asa uzunluğunda veya kırk zirâ, yani seksen kadem veya sekiz asa uzunluğunda olur ve her biri halat veya ahşaptan yapılabilir. İlkinde, demir vb. ile zirâlar birbirine eklenir, yani her bir zirâ bir diğerine hareket eden halkalarla bağlıdır. Eğer kademden yapılmışsa da o zaman kademlerin, yani mimsahanın, her iki tarafında büyük halkalar olur. Her birinden, yani iki halkadan, çubuklar geçirilir ve mimsaha, mesâha yapılacak yere böylece taşınır.

Ahşap, bakır ve benzerinden yapılmış bir levha gibi hareket eden kadem/yarım zirâ mikyâsını yerleştirmeye gelince, yarım zirâ veya bir kadem uzunluğunda paralel eşit uzunlukta on bir çizgi çizersin. Sonra bu çizgileri yine on eşit parçaya taksim edersin. Çizilen paralel çizgilerden oluşan kısımlardan her biri parmaklara işaret eder. Sonra iki uçtan her bir kısım on eşit kısma bölünür. Bil ki her iki yöne doğru çizilen bu kısımlardan her biri noktadır. Hindî (ondalık) rakamları veya cümle harfleriyle numaralarını, yani on noktanın içeriden yani başlangıçtan başlayıp dışarıya doğru her iki tarafa giderek işaretlersin. Sonra birinci uçtaki birinci noktadan diğer uçtaki ikinci noktaya, sonra ikinciden üçüncüye diye on çizgiyi tamamlayana kadar işaretlemeye böyle devam edersin. Onlar kendi aralarında paralel her iki taraftaki çizgilere eğik konumdadırlar.

Bu çizgiler parmağın kısımlarına işaret eder. Onlar her iki tarafta da bulunan ve rakamlarla parmak bölmelerinin bilindiği kabul edilen çizgilerdir. Eğik çizgiler de bu çizgilerin bir kısmı olan terim (terminolojik) noktalara işaret eder. İki genişlik çizgisine ulaşamayan taraftaki paralel uzunluklardan ikinci çizgiden başlayarak mikyâsın bitiminden sayılarla adedini öğretirsin. Sonra ikinci çizgiye ilk rakamı, üçüncüye ikinci rakamı, dördüncüye üçüncü rakamı yaz ve böylece açıklanan mikyâsın sayıları tamamlanana kadar devam edersin. Mühendisler tarafından

kullanılan bir icat olan mikyâs böylece tamamlanmıştır. Biz onu çeyrek zirâ veya yarım kadem olarak işaretledik ki o da beş işbadır. Kâğıtta yarım zirâ veya kadem için yeterince genişlik olmadığından hamişte çizimi bu şekilde bulunmaktadır.



Çizgiler ABCDHV gibi düz çizgiler olursa ve bunun uzunluğunu bilmek istersen, mesela AB'nin uzunluğunu bilinen bir alet olan pergâr ile ölçersin. Nitekim ona pergel (fircâr veya midver) de denir. Sonra iki [dikey ve yatay] çizginin kesiştiği K'nin bölmelerinden birine ilk ucu yerleştir. İkinci ucu da çizgilerin bölümleri yönündeki dikey çizgi üzerindedir. İkinci ucu gerçekten çizgilerin sayısından ikinci sayıya denk geldiğini nasıl uyuştüğünü görürsün. Böylece AB doğrusunun bir parmak ve iki çizgi uzunluğunda olduğunu söyleyebiliriz.

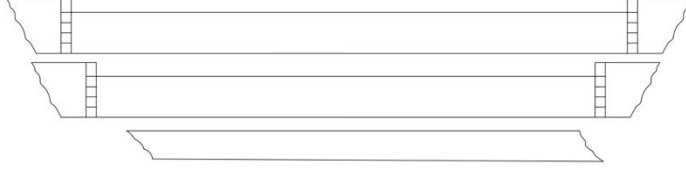
CD doğrusunun mîkdârı ise pergâr ile alınıp önceki gibi mikyâsa yerleştirildiğinde gerçekten pergârın diğer ucunun bir tam sayının üzerine, yani çizgilerin sayısından birine gelmediğini görürsün. Uçlarından birini KL çizgisi üzerinde L'ye doğru paralel dikey doğruları geçerek çizgi çizgi taşı ve dene yani diğer ucu eğik çizgilerden birine tam oturana kadar deneyerek onu bulursun. Diğer uç beşinci paralel çizgide eğri enine kesişme noktasındadır. Sonra çizginin bitiminde ne olduğuna bakarsın ki mikyâstan çıkan şey onun adedidir. Onun adedinde mikyastan kalan dört noktayı da bulursun. O zaman bil ki CD çizgisi bir parmak, üç çizgi ve dört nokta uzunluğundadır.

HV uzunluğunun mikdarını almaya gelince bunu yapmak da öncekiler gibidir. Pergâr mikyâsın üzerine yerleştirilerek nakledilir ve pergârın diğer ucu eğik çizgilerden birini kesene kadar deneme yapılır. Böylece HV uzunluğunun bir parmak beş çizgi ve yedi nokta olduğunu bulursun. Diğer ölçümler de bununla kıyaslanarak yapılır. Mesâha uygulamalarını tetkik etmek için en uygunu dikey paralel çizgilerden her çizgide eğri olanları on eşit kısma bölmendir. Böylece eğri üzerindeki tüm kısımları bilirsin. Noktaların kısımlarına da *zerre/atom* denir. Zerreler, eğer onları anlamsız küçük bir şey olarak görüyorsan, onlar kare ve küp olarak yüzeylerde ve büyük cisimlerde bulunan önemli şeylerdir ve öyle de olması gerekir. Yani bahsi geçen açıklanan mikyâsın yapıldığı gibi onun küçük bir örneği olan mukavva, ahşap vb. den bir veya iki isbâ uzunluğunda başka bir mikyâs yapılması gerekir. Bildiğiniz gibi gerçekten bu çok elzemdir, inşaallahu teala.

(i) Pergâr:

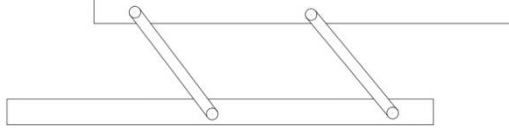
Bilinen bir alettir ve firkâr ve midvâr olarak da adlandırılır. Bir ucu diğer ucuna bağlı iki eşit kolu vardır ve kollar istenilen ve gerekli tarafa ulaşarak açılır. Kolların yani pergârın kollarının ucunun bir saç teli gibi çok ince olması gerekir ki hassas bir şekilde kullanılabilsin. Bunlardan çok sayıda olur ve daire ve yay çizmek için uçların biri cetvel kalemidir.

(ii) Mistara:



Sert ahşaptan, demirden veya bakırdan yapılan ve kenarları düz ve eşit olan bir levhadır. Uzunluğu yarım zirâ veya daha fazla; eni ise bir parmak veya daha azdır. Bu da düz çizgi çizmek içindir. Mistaralar birden fazla olmalıdır ve bazılarında her iki tarafına yerleştirilen hedefelerin olması gerekir. Yani mistaranın iki ucu hareketlidir ve bu iki delikle gözlem yapılırken yükseltmelerini sağlar. Hedefelerin ucu mistaranın dışında olmalıdır ve iki delik mistaranın bir ucuna hizalanmalıdır. Yahut deliksiz olur ve o zaman hedefelerin uçları mistaranın bir ucuna hizalanır ve belki iki delik yerine iki boşlukları vardır. Kullanımı yerinde anlatılacaktır ve görünümü de böyledir.

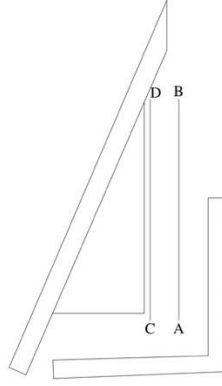
(iii) Paralel Mistara (mistarat'ul-muvâzât):



İki eşit ve paralel mistaranın birleştirilmesiyle oluşan ve iki yöne doğru hareket edebilen bir alettir. Yani iki eğik paralel ayırıcıyla biri diğerine sabitlenmiştir. Ayırıcılar eğik oldukları için [cetvellerin] de biri diğerinden ayrılır. Hesap üzere ikisinin ayrımı amel gerektirir. Öncelikle bakır olursa çekme ve uzamalarını kolaylaştırmak için ön ve arka (zâhir ve bâtın) her iki yüzeyinin son derece düz olması gerekir. Paralel mistara paralel çizgiler çizmek içindir. Mesela AB çizgisine paralel bir çizgi çizmek istersen, mistarayı gerekli miktarda aç ve üst mistaradan çıkan düz tarafa uygula. Yani başlangıçta AB doğrusuna uygula. Sonra sol elinle alt mistarayı yani sonuncuyu tut ve sağ elinle üst mistarayı kendine doğru istediğin kadar veya gereği kadar çek. Sonra üst mistaradan dışa doğru CD doğrusunu çiz. Böylece kaçınılmaz olarak CD doğrusu AB'ye paralel olur.

(iv) Dik Üçgen(el-müsellesü'l-kâimu'l-zâviye):

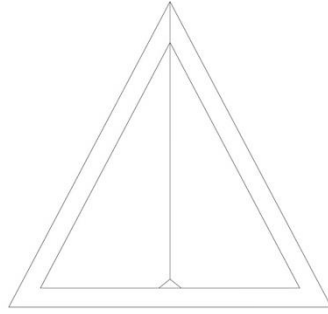
Somut (mücessem) üçgendir yani ahşap, bakır veya demir, kemik ve benzerinden yapılmış üçgen şeklinde bir cisimdir ki o çeşitkenar dik üçgendir. Yüzey, cisim üzerinde dikme ve dik açının uygulaması ve özellikle paralel kenarların çizilmesi gibi birçok mühendislik çalışması için gereklidir.



Mesela AB doğrusuna paralel bir doğru yerleştirmek istersen tek mistarayı eğik olarak onun üstüne ve aletin HV tarafı AB'ye karşılık gelecek şekilde yerleştir. Ardından mistarayı yerinden kaymaması için sola doğru tut ve cetvelin yanındaki üçgeni istediğin kadar sağa hareket ettir. HV tarafına CD doğrusunu çiz. CD doğrusu AB'ye paralel olur ve onu ölçersin. Onun çizimi de şekildeki gibidir.

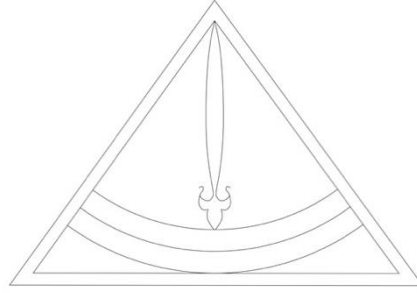
Mühendislerin çoğu ise dik açıları ve sütunları test etmek için bir taban veya hipotenüsü olmayan eşit veya eşit olmayan sâklara sahip bakırdan yapılmış dik açı şeklindeki başka bir alet kullanırlar.

(v) Gönye (el-kûniyâ):



Genellikle bakırdan yapılan ve ikizkenar dar açılı üçgen biçiminde olarak bilinen bir alettir. Gönyenin üzerinde dairenin çapına atfen çap olarak adlandırılan ve ikizkenar üçgeni iki eşit yarıya bölen ve ikizkenarlarla bağlı olan yani ikizkenarın oluşturduğu açıdan tabana dik olarak tabanı ikiye bölen çapın üzerinde ve ikiz kenarların birleştiği yerden bir ip/şâkul asılıdır. Gönye yer vb. ölçümü içindir ve yerin yüzeyini ve eşyaların yüzeyini ufka paralel yapar. Gönyenin ikizkenar dar açılı üçgen şeklinde olması gerekmez, yani açısı farketmeksizin ikizkenar üçgen de olsa yeterlidir. Bana göre gönyenin ikizkenar dik açılı üçgen şeklinde olması daha iyidir çünkü tabanından

dolayı yüzey ölçümleri daha dakik ve doğru olur. Dik kenar diğer kenarlardan uzundur. Tabanı diğer kenarlardan uzun olduğu için gönyenin ikizkenar geniş açılı üçgen şeklinde yapılması gerekir dersiniz, evet ancak dik açının faydaları geniş açıda yoktur derim. Aşağıdaki ifadeden ve onun içeriğinden, yani dik açılı gönyenin içeriğinden anlaşılacağı üzere, faydası ondan çoktur.

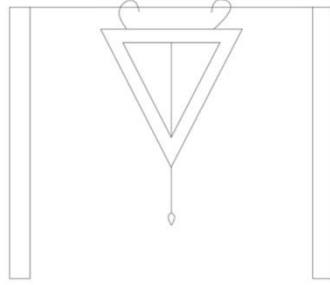


Dik açılı üçgen şeklinin üzerine tabana yani dik açının kirişine doğru iki kenar arasına bir yay çizilirse çeyrek daire meydana gelir. Bu çizilen yay kısmı da doksan eşit cüzdür ve şunu bil ki dik açığa bir ip bağlandığında onda [yayda] kırk beş dereceye denk geliyorsa bu yayın yüzeyi ufka paraleldir. İp kırk beş dereceden büyük veya küçük bir dereceyi gösteriyorsa da o zaman yüzey eğiktir. Daha önce belirttiğimiz gibi ipin kestiği (işaret ettiği) yayın derecesinin öğrenilmesiyle ilgili olan bu aletin yani gönyenin faydaları arasında dik açıları ve sütunları test etmek vardır. Çizimi de şekildeki gibidir.

(vi) Hevai Gönye (el-kûniyâ el-hevâiyye):

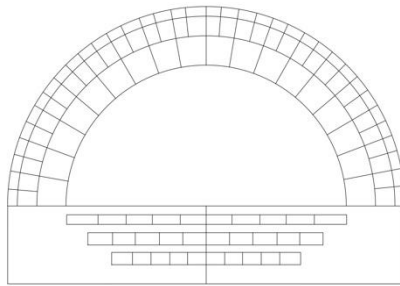
Yukarıda bahsedilen gönyeye benzerdir ve çoğu ikiz kenarlı olup tabanı diğer kenarlardan kısadır. Bununla birlikte tabanından doğrultulur yani havai gönyenin tabanında ip ve benzerine bağlanmasını sağlamak için iki halka açılmıştır. Tabanından çıkar ve tabana paralel olması için eşit ve hizalanmışlardır. Sonra ip asılır yani gönye anlatıldığı gibi havai (havada asılı) olduğunda ip, önceki [bölümdeki] gönye gibi ikizkenarların birleşiminden değil, tabanın ortasından asılır. Bu hevai gönye, ev ve benzerlerinin sütunlarını düzlemek için kullanılır. Onun düzlemesi de düzlenmesi istenen şeyde varsayılan noktalardan geçen çizgiyi ufka paralel yapmaktır. Direklerin birinden diğerine ip uzatılır ve gönyenin tabanındaki halkalar

ipin ortasına bağlandığında paralelliği yani direklerin paralelliğinin tabanın ortasına asılı olan ipin ikizkenarların birleşimini kesmesiyle yani onun üzerine intibak etmesiyle olduğunu öğren. Direklerin üzerine yerleştirilen ip ufka paralel olur. Şekli de görüldüğü gibidir.



Zannıma göre hevai [gönye]yi yarım daire şeklinde alıp iki halkayı onun çapına yani görünen tarafına bağlamak daha iyidir. Yarım daireyi düz bir çizgiyle çapın ortasından dairenin ortasına doğru iki çeyrek [daire]ye böldüğünde ve yarım dairenin ortasından başlayarak her bir çeyrek daireyi doksan eşit cüze böldüğünde, yani yarım dairenin üzerinde oluşan ipten başlayıp iki tarafa doğru çapa ulaşacak şekilde iki taraftaki yaylar numaralandırılır. Yarım daire şeklinde yapılan hevai gönye açıktır ki bahsettiğimiz iş için en uygun ve en mükemmel olandır ve çizimi de şekildeki gibidir.²¹⁶

(vii) Minkale/Açıölçer:



Bakırdan yapılan ince bir alettir. Yarım daire şeklindedir ve çevresi yüz seksen eşit dereceye taksim edilmiştir ve [derecelerin] adedleri her bir açıdan diğerine doğru

²¹⁶ Bahsedilen şeklin incelediğimiz nüshalarda çizimi yoktur.

iyice yazılmıştır. Çapın ortasına yani yarım dairenin çapının ortasına merkez işareti yerleştirilmiştir ki orası merkezdir, yani yarım dairenin çizildiği noktadır. O minkale açılarının mikdarını yani bilinmeyen açılardan her birinin mikdarını bilmek içindir. Minkale olarak isimlendirilmesine gelince bu, açılarının bir yerden başka bir yere aktarımında sıklıkla kullanılmasından dolayıdır.²¹⁷ Kullanımını da Allah'ın izniyle yeri gelince göstereceğiz. Çapın kenarına, yani minkale üzerindeki yarım dairenin çapına küçük ve tek ölçekler çizmek mühendislerin adetidir. Yani çizilen yerin sınırlarından dolayı daha önce zikredildiği gibi on bir çizgi oluşturularak farklı uzunluklarda çizgi veya çizgiler çizilir. [Bunlardan] bazıları bir buçuk isbâ, bazıları iki isbâ ve bazıları da üç isbâ mikdarındadır. Onlardan her birini yani bahsedilen ölçekleri on eş büyük kısma ve onlardan biri de yani büyük kısımlardan biri on eş küçük kısma bölünür. Bu ölçek, şekillerin yerleştirilmesinde ve bir şeklin birine benzer veya eşit hale getirilmesinde vb. gereklidir. Bu ölçeklerin muhtelif ve çok olmasından dolayı onlardan her birini ayrı ayrı defterindeki kâğıda çizmene gerek yoktur, hatta bahsedilen aletlere çizmek kâfidir.

Mesela minkale üzerine ve daha önce görüldüğü gibi dik açılı üçgen cisminin üzerine [çizilir] ve böylece uzun süre sabitlenir ve onu taşımak ve hazırlamak kolaylaşır. Çizgi çizmek için kullanılan mistaraya gelince onun yukarıda açıklanan ve şekli gösterilen ön yüzünün üzerine kadem, yani yarım zirâ ölçeğini çizmek daha iyi ve uygundur.

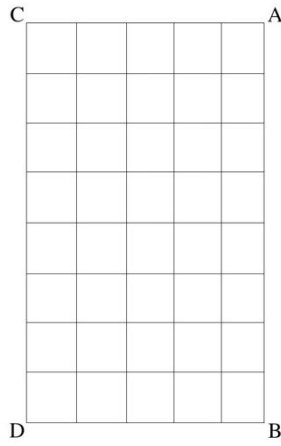
3.2.2.1.7 Yedinci Fasıl:

Dairenin mesâhası, özellikleri ve birinin diğerine oranını bilme hakkındadır. Şekillerin alanını bilmek bir girişi (mukaddime) zikretmeyi gerektirdiğinden söylüyorum ki ister daire ister diğer zikredilen şekiller üçgen, dörtgen vb. şekillerin mesâhası ve [mesâhanın] mikdarlarını bilmenin kareleştirmeye yani kare haline getirmeye yapıldığını bilin. *Kareleştirme(terbî')* bütün cüzleri yani şeklin bütün cüzlerini zirâ veya parmak [uzunluğunda] kareler yapmaktır. Onun bütün cüzleri de kare olarak adlandırılır. Kareler zirâ uzunluğunda olursa zirâ karesi ve eğer parmak uzunluğunda olursa parmak karesi olarak vb. isimlendirilir. Ölçeğin cüzlerinden biri ve kareleştirme [için] en kolayı dört kenarı birbirine eşit olan tam bir karedir. Dört

²¹⁷ Minkale kelimesinin nakil kelimesinden türetilmesine atıf yapılmıştır. Bkz. Hamza Ermiş, *Türkçeleşmiş Arapça Kelimelerin Tasnifi ve Kök Analizi* (İstanbul: Cantaş Yayınları, 2012), 161.

kenarı da eşit olduğu için cüzün bir kenarının mikdarını kendiyle çarparsın ve çarpımdan çıkan sonuç tam karenin yüzey [alanı]dır.

Mesela ABCD tam karesinin AB kenarı beş zirâ olsa onun mikdarını yani beş zirâyı kendiyle yani beşle çarptığında beş çarpı beşin sonucu yirmi beş zirâdır ve o yirmi beş zirâ ABCD tam karesinin yüzey alanının mikdarıdır. Bir kare, yani çizgilerle belirlenen tam kare, tüm cüzlerinden, cüzlerin kenarından karşılıklı kenara doğru çizgiler yerleştirilerek yapılırsa karenin içinde her biri bir zirâ tam kare olan yirmi beş zirâ tam kare oluşur.

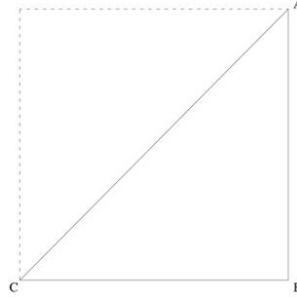


Dikdörtgende ise dört kenar eşitliği olmadığından iki eşit kenardan biriyle diğer iki eşit kenardan birini çarp. **Mesela** ABCD dikdörtgeninin iki eşit küçük kenardan biri olan AC kenarının mikdarı beş zirâ ve iki eşit büyük kenardan biri olan CD kenarının mikdarı sekiz zirâ olsun. O zaman AC kenarının mikdarı beş zirâyı CD kenarının mikdarı sekiz zirâ ile çarparsan beş ve sekizin çarpımından çıkan sonuç kırk zirâ tam karedir ve o, dikdörtgenin mikdarıdır.

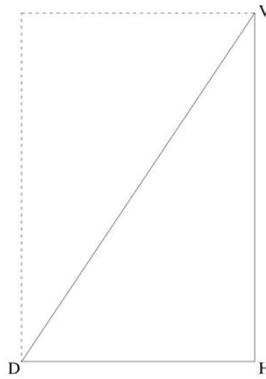
Bunun sağlaması ise daha önce yapıldığı gibi çizgilerle kareleştirmektir.

Üçgene gelince ister ikizkenar olsun ister çeşitkenar olsun dik açılı üçgen kareleştirmede dikme oluşturan iki kenardan birini *temel kenar (dal'an esâsiyyen)* yani taban olarak alırsın, ki ona diğer iki kenarın temeli olduğu için temel denir. Birbirine temas eden ve dik olan bu iki uzunluktan diğerini ise yan kenar olarak alırsın. Sonra *dik kenarın (kadde)* mikdarını temel kenarının, yani tabanın mikdarıyla çarparsın. Çarpmanın sonucu bu üçgenin iki katına çıkarılmasıyla oluşan karenin mikdarını verir. [Bunun için] onun bütün dik kenar cüzleri toplamını taban cüzleri

toplamıyla çarparsın. Sanki dikmenin ucundan temel kenara paralel ve ona eşit düz bir çizgi ve temel kenarın ucundan da dikmeye paralel ve eşit bir çizgi çizmişsindir. Böylece eşit iki simetrik üçgenle kare elde edilir ve üçgenlerin her biri bu karenin yarısıdır. Eğer dik kenarıyla tabanı çarpılan üçgen ikizkenar üçgen ise o zaman daha önce gösterilen tam kare meydana gelir. Yani karenin dört kenarı da eşittir ve onda oluşan iki üçgen de ikizkenar dik açılı üçgendir. Yahut dik kenarıyla tabanı çarpılan üçgen çeşitkenar üçgendir. O zaman meydana gelen kare dikdörtgendir ve onda oluşan iki üçgen de çeşitkenar üçgendir. Yani onlardan her biri çeşitkenar dik açılı üçgendir. Sonucu ikiye böldüğümüzde, yani bütün dik kenar cüzleri toplamını taban cüzleri toplamının çarpım sonucunun yarısı, kareleştirmeye mikdarı [bulunmak] istenen üçgenin mikdarıdır.



Mesela AB kenarı ABC ikizkenar dik açılı üçgeninin dik kenarı olsun ve uzunluğu beş zirâ olsun. BC kenarı da üçgenin tabanı olsun. Üçgen ikizkenar olduğu için BC kenarı da beş zirâdır. Üçgenin dik kenarını yani beş zirâyı tabanıyla yani beş zirâyı çarpınca çarpımın sonucu yirmi beş zirâdır. Bu da varsayılan kare yani üçgenin iki katının [mikdarıdır]. Öyleyse sonucu yani yirmi beş zirâyı ikiye böldüğünde mikdarı istenen üçgenin alanı olur ve sonucun yarısı da on iki tam ve yarım zirâdır.



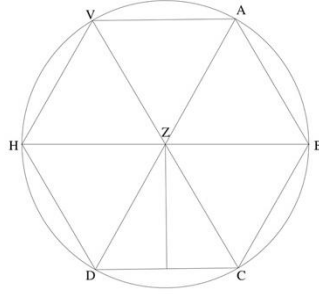
[Bu sefer] DH kenarı DHV çeşitkenar dik açılı üçgeninin tabanı ve beş zirâ olsun. HV kenarı da dik kenar ve sekiz zirâ olsun. Beş ile sekizi çarpınca çıkan sonuç kırk zirâdır ve bu, varsayılan dikdörtgenin mikdarıdır. Sonra kırk ikiye böldüğünde yarısı olur ve o da yirmi zirâdır. Bu, aynı zamanda mikdarı bilinmek istenen üçgenin mikdarıdır.

Bu yoldan daha kolay başka bir yol vardır. O da dik kenarı tabanın yarısıyla çarpmak veya tabanı dik kenarın yarısıyla çarpmaktır. Bu çarpımların sonucu da üçgenin mikdarını verir. İkinci misalde olduğu gibi tüm tabanı yani beş zirâyı dik kenarın yarısıyla, ki o dördüttür, çarptığında yirmi zirâ yani üçgenin mikdarı eder. Diğerlerine yani dik olmayan üçgenlere gelince, uygun görülen bir kenarı temel yani taban kabul edersin. İkizkenar bir üçgende kalan diğer [üçüncü] kenarın taban yapılması uygundur. Çeşitkenar dar açılı veya çeşitkenar geniş açılı üçgende en uzun kenar taban kabul edilir. Eşkenar üçgende ise her kenar taban için uygundur. Sonra onun yani tabanın karşısındaki açıdan tabana dik bir çizgi çıkarılır ki bu, üçgenin dikmesidir ve üçgeni ikiye böler. Böylece bir doğru üzerinde dikme indirildiğinde iki tarafında da dik açı olduğundan onlardan her biri dik açılı üçgen olur. Sonra dikme tabanın yarısıyla çarpılır veya dikmenin yarısı tabanın tamamıyla çarpılır. Neticede ikiye bölünmeden üçgenin mikdarı direk elde edilmiş olur. İki diğer yöntem ve biraz öncesinde bahsettiğim ilk yöntemin detayları yeri gelince aktarılacaktır.

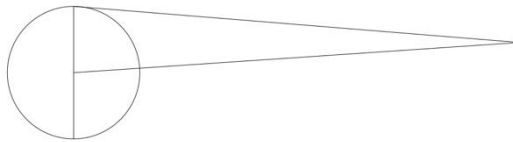
Kenarları ve açıları eşit olan ve üzerine daire çizilebilen dörtten fazla düzgün kenarı olan çokgenlere gelince, düzgün çokgenlerin her birine daire çizmek mümkün olduğundan daire onların çevresinde [kenarların] uçlarındaki noktalardan geçer. Çizilen dairenin merkezinden tüm açılara doğru çizmek mümkündür, yani dairenin merkezinden çıkan doğrulardan şekildeki açılara gidildiğinde tabanları çevrenin üzerinde olan ikizkenar veya eşkenar üçgenler ortaya çıkar. O zaman kareleştirme kendinden öncekilerin hepsine cevap olur.

Düzgün çokgenlere gelindiğinde [şekilde] oluşan üçgenlerin birinin merkezdeki açısından oluşan üçgenin tabanına bir dikme çıkar. Dikmenin üçgenin dik kenarı olduğunu kabul ederek dikmenin mikdarını tabanın yarısıyla çarp. Ardından çıkan sonucu düzgün çokgende oluşan üçgen adediyle çarp. İkinci çarpımın sonucu düzgün çokgenin mikdarını verir. Düzgün çokgende kareleştirmede kural, bahsedilen

dikmenin üçgenin dikmesi; şeklin çevresinin, varsayılan üçgenin temeli yani tabanı ve üçüncü çizginin de onu kestiği kabul edilmesidir. Sonra dikmenin miktarı tabanın miktarının yarısıyla çarpılır. Çarpmanın sonucu şeklin, yani [içinde] dik açılı çeşitkenar üçgenlerin varsayıldığı düzgün çokgen yüzeyinin miktarıdır.



Mesela ABCDHF düzgün altıgenimiz olsun ve merkezden, yani onun üzerine çizilen dairenin merkezi olan Z'den onun açılardan her birine doğrular çizersin. Şekilde oluşan altı üçgenden biri olan CZD üçgeninin Z açısından CD tabanına bir dikme çıkarırsın. O [CD kenarı] ZCD üçgeninin altıgenin altı kenarından biriyle oluşan bir kenarıdır. Dikmeyi dik kenar gibi düşünelim ve [dikme] sekiz isbâ uzunluğunda olsun. Tabanı da on isbâ olsun. Sonra dik kenarın miktarını yani sekizi tabanın miktarının yarısıyla yani beşle çarparsın ve sonuç kırk isbâ eder. Bu da altıgende oluşan altı üçgenden birinin yüzey miktarıdır. Kırkı da altıgende oluşan üçgenlerin sayısı ile yani altıyla çarptığında iki yüz kırk isbâ kare eder ki bu altıgenin yüzey miktarıdır.



[Bir başka yol olarak] dikmeyi bahsedilen asıl yüzün dik kenarı olarak ve sekiz isbâ olarak kabul edersin. Altıgende oluşan altı üçgenin tabanlarının tamamının mikdarında olan şeklin çevresini de temel çizgi yani taban olarak kabul edersin. O da altı ile onun çarpımından elde edilen sonuç olan altmış isbâdır. Şimdi dik kenarla yani sekizle tabanın yarısını yani otuzu çarp. Sonuç yine iki yüz kırk isbâ kare eder. Çünkü dik kenar, taban ve bu ikisini birbirine bağlayan üçüncü çizgi olan kenardan oluştuğu varsayılan üçgen, altıgenin şekline sahiptir. Aynı şekilde bir dairenin içine çizilebilen her çokgen için bahsedilen kural geçerlidir.

Dairenin mesâhasında istenen kareleştirmenin sağlanması yani dairenin kareleştirilmesinde bu kuralı sağlamak için düzgün çokgendeki dikme, onun çevresi ve üçüncü doğrunun bir çeşitkenar dik açılı üçgen oluşturduğunu varsayarsın. Bu nedenle bu bahsettiklerimiz bu faslın girişi mahiyetindedir. O halde dairenin yüzeyinin mikdarını yani kareleştirmeyele hesabının; dik kenarı dairenin çapının yarısı, tabanı da dairenin çevresine eşit olan çeşitkenar dik açılı üçgenin kareleştirmeyele hesabına eşit olduğunu söylüyoruz. Yahut onun mikdarı bir dikdörtgene eşittir. Bu dikdörtgenin dik kenarı dairenin çapının yarısı olup iki eşit kenarı bu uzunlukta olur ve dikdörtgenin tabanı da dairenin çevresinin yarısıdır ki bu da onun iki eşit büyük kenarına tekabül eder. Bunun nedeni dairenin bir çokgen gibi olmasıdır, dairenin sonsuz kenarı vardır. Böylece onun varsayılan kenarlarının toplamının mikdarı olan dairenin çevresi ile çapının yarısı da önceki gibi dik olarak farz edilir. O zaman çapın yarısıyla çevresinin yarısının çarpımının sonucu kareleştirilen dairenin yüzeyinin mikdarıdır. Ancak bundan [kareleştirmeden] tam olarak dairenin çevresine eşit uzunlukta bir doğru oluşmaz. Eğri olduğu için o temeli yani tabanı doğru yaparsın ve üçgenin dik kenarı da onun çapının yarısı olduğu için çarpımdan yüzeyin tam kare mikdarını çıkarırsın.

Ayrıca [dairenin] çapını çevresine oranlayabilirsin. Tabanı da tamamıyla çapı bilinen dairenin çevresini bulmak veya çevresi bilinen dairenin çapını çıkarmak için [bu orana] yerleştirirsin. Mütেকaddimûndan mühendisler bu oranı bulabilmek ve Roma'nın kadim taifesinden bilge mühendis Arşimed'in, -hemzesi fethalı, ra'sı sükun, ha'sı ve mimi kesralı ve dal'ı fethalı olacak şekilde²¹⁸- bulunduğu değere

²¹⁸ Arşimed'in isminin telaffuzu aktarılmıştır.

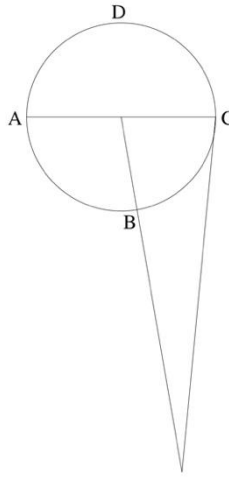
yaklaşmak için dairenin çevresinden düz bir doğru çıkarmayı teklif ederler. Dairenin çapının çevresine oranı “yedi bölü yirmi iki” $[\frac{7}{22}]$ veya “bir bölü üç tam bir bölü yedi”dir $[\frac{1}{3\frac{1}{7}}]$. Yani dairenin çapı bir olduğunda çevresi çapın “üç tam bir bölü yedi”si $[3\frac{1}{7}]$ olur. Müteahhirûndan bazısı der ki dairenin çapıyla çevresi arasındaki oran “yüz bölü üç yüz on dört” $[\frac{100}{314}]$ gibidir. Yani dairenin çapı yüz cüz olduğunda çevresi üç yüz on dört cüz olur. İkisi de olabilir yani Arşimed’in söylediği gibi dairenin çapının çevresine oranı “yedi bölü yirmi iki” $[\frac{7}{22}]$ veya müteahhirinden bazılarının dediği gibi aralarındaki oran “yüz bölü üç yüz on dört” $[\frac{100}{314}]$ olabilir. Bu kaide daireyi çevresine oranlamak, bu ikisinden bilinmeyeni diğerini kullanarak elde etmek ve [dairenin] yüzeyini kareleştirmek içindir.

Mesela bize bir daire verilmiş olsun ve bu dairenin çapı yirmi sekiz kadem olsun. Bu dairenin çevresini bulmak istersen *dörtlü oran* (erbaa mütenasibe) olarak anılan ve Hristiyan mühendislerin *üçlü [yöntem]* (müselles) olarak adlandırdığı yöntemle başvurursun. Böyle anılmasının sebebi bilinmeyenin bulunması için üç tane bilinenin sıralanmış olmasıdır. Dairenin çapından elde ettiğimiz miktar olan yedi cüz ilk bilinen, yirmi iki cüz de ikinci bilinendir. Üçüncü bilinen de diğer dairenin çapı olan yirmi sekiz kademdir. Sonra bir bilineni diğeriyle yani ikinci bilineni üçüncüyle çarparsın. Yani yirmi ikiyle yirmi sekizi çarparsın ve sonucu altı yüz on altı olur. Sonra da bu sonucu, altı yüz on altıyı, ilk bilinene -yedi- bölersin. Bu bölmeden çıkan sonuç, yani altı yüz on altının yediye bölümünden çıkan sonuç seksen sekizdir. Böylece çapı yirmi sekiz kadem olan dairenin çevresinin seksen sekiz kadem olduğuna karar verirsin.

Aynı şekilde bize bir daire verilmiş olsun ve dairenin çevresi altmış altı kadem olsun. Dairenin çapını yani kaç kadem olduğunu bilmek istersen, üçlü yöntemde, yani dörtlü oranda söylediğimiz üzere dairenin çevresinden elde edilen sonuç [oran] yirmi iki bu örnekte ilk bilinendir. Onun çapının oranı olan yedi ikinci bilinendir. Bir diğer daire çevresi ise altmış altı kademdir ve bu üçüncü bilinendir. Onun çapı için yani bu dairenin çapı için bilinenlerden birini diğeriyle çarparsın. Yani yediyi altmış altıyla çarparsın ve dört yüz altmış iki sonucu çıkar. Sonra sonucu, dört yüz altmış ikiyi, birinci bilinene bölersin, ki o yirmi ikidir. Bölmeden çıkan sonuç yirmi birdir.

Böylece çevresi altmış altı kadem olan dairenin çapının yirmi bir kadem olduğuna karar veririz. Geri kalan işleri de böyle ölçersin. Dairenin çapının çevresine oranının yedi bölü yirmi iki olduğu bildiğinde dairenin bilinmeyen çevresini veya çapını bahsedilen kuralla ortaya çıkarırsın.

Sonra onu kareleştirmek yani dairenin yüzeyini kareleştirmeye bulmak istediğinde çapının yarısını, bir çeşitkenar dik açılı üçgenin dik kenarı ve çevresini de tabanı olarak kabul edersin ve işlemi daha önce açıklandığı gibi tamamlarsın.



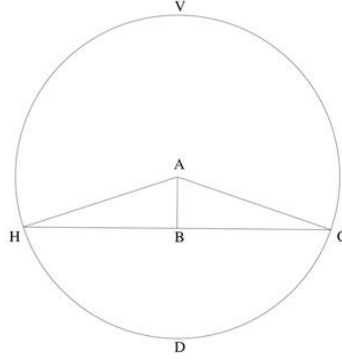
Mesela zikredilen kuralla çapı on dört zirâ ve çevresi kırk dört zirâ olduğunu bildiğin ABCD dairesini kareleştirerek yüzey alanını bilmek istediğinde çapın yarısını üçgenin dik kenarı ve çevresini [üçgenin] tabanı olarak kabul ettikten sonra [bu iki değeri] çarparsın. Çapın yarısını, ki o yedi zirâdır, çevrenin yarısıyla yani tabanın yarısıyla, ki o da yirmi iki zirâdır, çarparsın. Çarpımdan çıkan sonuç yüz elli dört zirâ tam karedir ve bu, dairenin yüzeyinin mikdarıdır. Diğer örneklerde de böyle yaparsın.

Kareleştirme kuralıyla dairenin mikdarını bilme yöntemini açıkladığımıza göre dairenin bazı halleri ve özelliklerini [anlatmaya şu özelliklerle] başlıyoruz:

[1.] Bir dairedeki veya eşit daireler içindeki aynı [büyüklükteki] yaylar eşit olduklarından yayların kirişleri de eşittir. [Yine] kirişler eşit olduğunda yaylar da eşit olur. Bu iki durum iyi bilindiği için açıklamaya gerek yoktur. Bu zikrettiğimizden de kirişlerin eşitliğinin yayların eşitliği demek olduğunu veya tam tersine daire veya halkalarda büyük yayların kirişlerinin [dairenin kalan kısmındaki] küçük yayların kirişlerinden en büyüğüne eşit olduğunu bilirsin. Daire veya eşit daireler içindeki kirişler daha büyük veya daha küçük olduklarında yaylar da aynı şekilde daha büyük

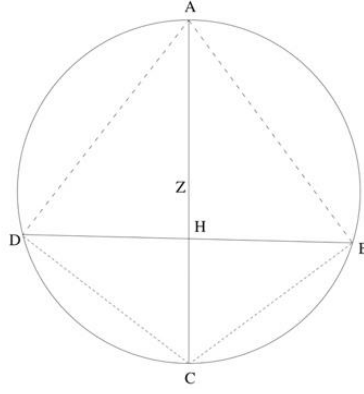
veya daha küçük olurlar. Bilinenlerden vasitasız [başka bir işleme ihtiyaç olmadan] çıkarılabildiğinden bu ikisinin açıklamaya ihtiyacı yoktur.

[2.] Bir dairenin merkezinden yayın kirişine dik bir doğru çıkıyorsa daire ister büyük ister küçük olsun, kirişi iki eşit parçaya böler. Yani CDHV dairesinin merkezinden çıkan ve CH kirişine indirilen AB dikmesi gibi dikme, kirişi ortadan ikiye böler. Böylece o dikme kirişi iki eşit kısma bölmüştür.



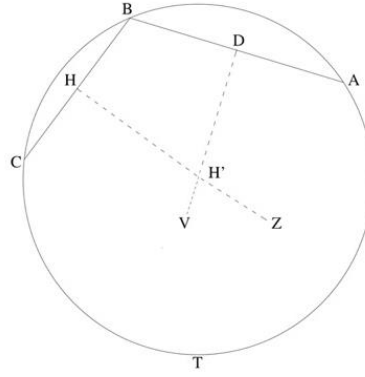
Merkezden indirilen dikmeyle kirişin iki eşit kısma bölündüğünün sağlaması için A merkezinden kirişin uçlarına yarıçap uzunluğunda iki doğru çıkar. Böylece dikmenin her iki tarafında simetrik ve eşit iki çeşitkenar dik açılı üçgenin oluştuğunu görürsün. Oluşan üçgen eşitliğinde simetrik olan ACB açısı ve AHB açısı eşittir. CAB ve HAB açıları da eşittir. AB kenarı da üçgenlerin ortak kenarı olduğundan kendine eşit olur. AC kenarı AH kenarına ve kirişin yarısı olan CB kenarı da HB kenarına eşittir. Dolayısıyla zorunlu olarak HB de kirişin yarısına eşittir.

[3.] Bu zikredilenlerden kirişi eşit iki parçaya bölen her yarıçap [uzunluğundaki doğrunun] kirişe dik olduğu ortaya çıkar. Aynı şekilde dairede oluşan bir çizgi eğer yayın üzerindeki kirişlerin birinden dik olarak geçiyorsa, o zaman o kirişi bölen çizginin dairenin merkezinden geçmesi gerekir. Bu durum ABCD dairesinde oluşan ve BD kirişini ikiye yani iki eşit kısma bölen AC doğrusunun dik olması gibidir. Yani dikme ABCD dairesinin Z merkezinden geçmiştir.



Bunun sağlaması: AB, AD, CB ve CD çizgilerini çizersin. AC çizgisinin BD kirişine dik olmasıyla DHC ve BHC açıları iki eşit ve dik açılar olur. HC kenarı da ortak kenar olarak kendine eşit olur. DH kenarı BH kenarına ve BC kenarı da DC kenarına eşit olur. Yine AHB ve AHD açıları birbirine eşit ve dik açılar olur. AH kenarı ortak kenar olarak kendine eşit olur. BH ve DH müşterek ve eşit kenarlar olur ve AB ve AD kenarları da birbirine eşit olur. Dairede oluşan tüm çizgiler kirişlerdir. BC ve DC çizgileri BCD yayının yarısının kirişidir ve yayları birbirine eşittir. AB ve AD çizgileri de BAD yayının yarısının kirişidir ve yayları birbirine eşittir. Bu dört yayın toplamı da dairenin çevresidir. İki eşit kısma bölünen BD çizgisine gelince o, BCD ve BAD yaylarının ortak kirişidir ve onun yayları toplamı dairenin çevresini verir. Benzer şekilde AC çizgisi de ABC ve CDA yarım dairelerinin ortak kirişidir ve bu yüzden çap olur. Dolayısıyla merkezden geçmelidir. Bu da istediğimizdi.

[4.] Doğrusal olmayan A, B ve C noktaları gibi düz bir doğru üzerinde paralel olmayan üç noktadan geçen bir daire çizebiliriz ve bu, yani bahsedilen dairenin resmi A noktasından B'ye ve B'den C'ye düz doğrularla bağlanır. Sonra her bir doğru yani AB ve BC iki eşit parçaya bölünür ve ortalarından yani D ve H'den [dairenin] içine doğru ve H' [noktasında] kesişen DV ve HZ dikmeleri çıkarılır. İşte bu H' noktası yani dikmelerin kesişim noktası, çizimi üç noktayla çevrelenmek istenen dairenin merkezidir. Sonra H'A veya H'B veya H'C arasını kesişimden bir mesafe üzerinden bu noktalardan geçen ABCT dairesini oluşturmak için çizersin.



Bunun delili: AB ve BC çizgileri üzerine çizimi yapılmak istenen dairenin kirişleri olsun. Bir önceki meselede bir doğru bir kirişi iki eşit parçaya bölerse bölen doğrunun dairenin merkezinden geçtiği belirtilmişti. O zaman AB'yi iki eşit parçaya bölen VD dikmesi belirlenmiş olmayan merkezden geçer ve BC'yi iki eşit kısma bölen ZH dikmesi de merkezden geçer ve merkez dikmelerin kesiştiği nokta olan H' olarak belirlenir.

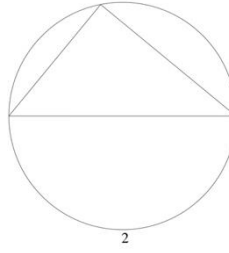
[5.] Herhangi bir çember bulursak ve merkezi bilinmiyorsa bahsedilen kurala göre bilinmeyen merkezi bulabiliriz. Yani çevresine üç farklı nokta koyar ve açıklandığı üzere amel edersek dikmeleri kesiştirerek bilinmeyen merkezi buluruz. Ayrıca hizalanmamış ayrı noktalara da bir daire çizebiliriz.

[6.] Eğer dairenin çevresi üçgenin açılardan geçiyorsa her bir üçgen üzerinde bir daire çizebiliriz. Onun kenarının ortasından yani tüm kenarlarının ortasından dikmeler çıkarıp dikmelerin kesişiminden, yani üçgenin açısından biriyle dikmelerin kesişiminden bir daire çizeriz. Çevresi de üçgenin her bir köşesinden geçer.

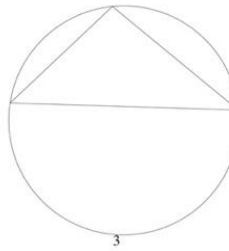
[7.] Eğer bir dairenin merkezinden ona değen başka bir düz çizgiye, yani dairenin çevresine temas ettiği noktada biten bir çizgi çizersek, yani ikinci çizgi dairenin çevresine teğet olursa, merkezden çıkan çizgi teğet olan çizgiye dik olacaktır. Bu tıpkı D merkezinden ona [daireye] teğet olan ve dairenin dışındaki AB çizgisindeki C noktasına düz bir çizgi çıkardığında, merkezden çıkarılan DC çizgisinin dairenin çevresine teğet olan AB çizgisine dik olması gibidir. Çünkü girişte anlatıldığı gibi merkezden B doğrusuna çizilebilecek doğruların en kısası o dikmedir ve ona değen çizgi de merkezden çıkan doğruya diktir.

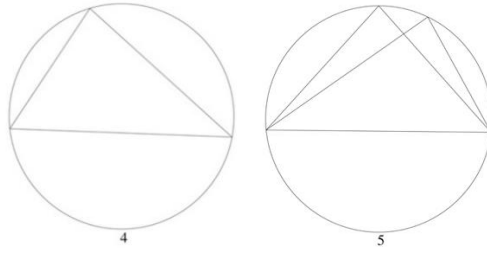
üçgen olur. $\angle ADH$ açısı, eşit olan $\angle DBA$ ve $\angle BAD$ karşılıklı iç açılarının toplamına eşit olur. Yani miktarları o iki açının [toplam] miktarına eşittir. Aynı durum diğer taraftaki ikizkenar geniş açılı $\triangle CDB$ üçgeni için de geçerlidir. $\angle CDH$ açısı, eşit olan $\angle CBD$ ve $\angle BCD$ karşılıklı iç açılarının toplamına eşittir. Dolayısıyla $\angle DBC$ açısı $\angle HDC$ açısının yarısıdır ve $\angle DBA$ açısı da $\angle HDA$ açısının yarısıdır. Çevrede bulunan ve AC yayını kapsayan $\angle ABC$ açısının, merkezde olan ve yine AC yayını kapsayan $\angle ADC$ açısının yarısı olduğu ortaya çıktı.

[10.] Çevre açının yayının miktarı merkez açının oluşturduğu yayın yarısıdır. Bahsedilen kurallardan olan dairenin çevresine yerleştirilen açının miktarının, üzerine yerleştirildiği yayın yarısı olmasından dolayı dairenin yarısına eşit bir daire parçasını kapsayan ve çevresine değen açının dik açı olması gerekir. Dairenin yarısının yarısı doksan derecedir. Bu miktar yarım daireyi kapsayan ve çevrede oluşan açının miktarıdır. (2) Girişte belirtildiği gibi o da dikmenin miktarıdır.



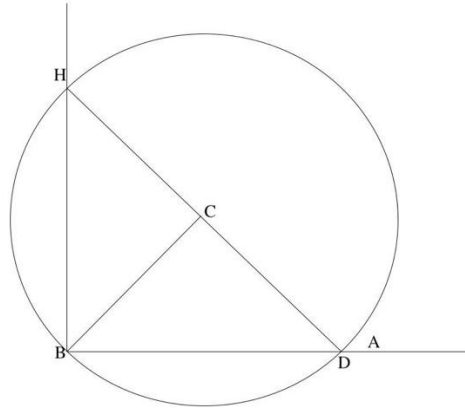
Bahsedilen kurala göre eğer çevre açısı yarım daireden küçük bir daire parçasında oluşuyorsa çevre açısı geniş açı olur. Çünkü yarım daireden daha büyük bir yay kapsar. (3) Bu açının miktarı çeyreğinden yani dikmenin miktarından büyüktür.





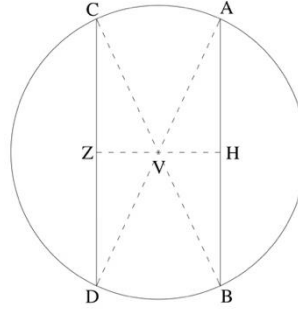
Yine kurala göre oluşan açının daire parçası yarım daireden büyük olursa açının miktarı dairenin çeyreğinden küçük olur. (4) Ayrıca yukarıda belirtilen kuraldan ister yarım daire ister daha büyük veya daha küçük olsun, bir parçada oluşan açıların eşit olması gerekir, (5) çünkü her birinin miktarı açılarının yerleştirildiği yayın yarısıdır.

[11.] AB çizgisindeki B noktasından AB çizgisine dikme çıkarmak istersen, AB çizgisi dışında belirli bir noktadan mesela C noktasından CB çizgisini yani CB arasını çiz. DBH dairesi veya onun yarısından büyük bir yay AB çizgisini D noktasında keser. Sonra kesişme noktasından çevreye C noktasından geçen herhangi bir çizgi çek. O [çizgi], çevreyi H noktasında keser. Sonra H noktasından B'ye bir çizgi çizersin ve HB çizgisi de AB çizgisine dik olur.



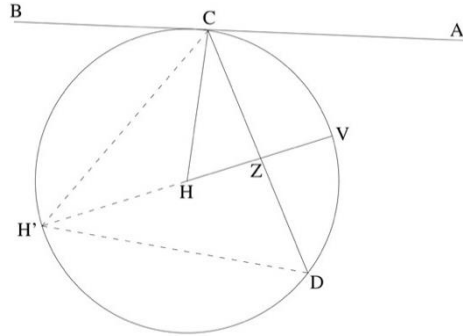
HB çizgisinin AB'ye dik olmasının delili ise şöyledir: C noktası dairenin merkezi olduğunda DH dairenin çapı olur. Böylece DBH yayı yarım daire olur. DBH açısı da çevrenin yarısı olan bir yayı temel aldığı için dik açıdır. Aynı şekilde HB doğrusu AB doğrusuna diktir. Çünkü dik açı, birbirine dik olan eşit kırışlar olan BH ve AB doğruları ile çevrilidir.

[12.] Bir dairede, daire ister büyük ister küçük olsun, merkeze eşit uzaklıkta olan kırışlar eşittir. Bu açıklamaya göre ABCD dairesindeki AB ve CD kırışları birbirine eşittir. Kırışlar merkeze eşit uzaklıktadır.



Sağlaması için kirişlerin ortasından merkeze doğru HV ve ZV doğrularını ve merkezden kirişlerin uçlarına da AV ve CV doğrularını çizersin. HV ve VZ doğruları AB ve CD doğrularına diktir ve AV ve CV doğrularının her biri de yarıçap olur ve birbirine eşittir. Kirişlerin arası da iki eşit yarı [uzunlukta] olur. Dolayısıyla oluşan dört üçgen de birbirine eşit ve simetrik olur. Kenarları da birbirine eşit ve simetriktir. AHV üçgenindeki AH kenarı CZV üçgenindeki CZ kenarına eşit olur. Yine HBV üçgenindeki HB kenarı ZDV üçgenindeki ZD kenarına eşittir. Ayrıca AB kirişi de CD kirişine eşit olur.

[13.] Bir daireye teğet bir çizgiden ve bu dairedeki yayın kirişinden oluşan bir açı kirişin oluşturduğu yayın yarısına eşittir. O zaman CVDH' dairesine teğet olan AB çizgisi ve CVD yayının kirişi olan CD doğrusundan oluşan ACD açısını açıklayalım.

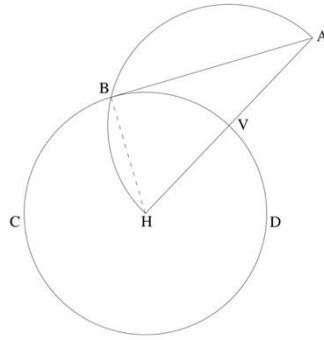


CVD yayının yarısının ACD açısının mikdarı olduğunu test etmek için merkezden AB ile DC doğrularının kesişim noktasına HC doğrusunu çiz. Böylece HC doğrusu AB doğrusuna dik olur. Sonra merkezden CD doğrusuna dik olan HV doğrusunu çiz. Bu dik olan HV doğrusuyla kiriş ve yayı iki eşit yarıya bölersin. HCD açısı olmadan ACD açısı dik açı olmaz ve HCD açısı olmadan da CHZ açısı dik açı olmaz.

ACD açısı miktarının CDV yayının yarısı olması gerekir. Bil ki ACD ve CHZ eşit açılarının miktarı CVD yayının yarısı kadardır. CVDH' dairesinden CVD daire parçasının karşısındaki CH'D daire parçasına CH'D üçgeni yerleştirilirse dairenin çevresinde oluşan H' açısı ACD açısına eşit olur. Yani ACD yayı CVD yayının yarısı olduğu gibi CH'D açısı da kapsadığı CVD yayının yarısıdır.

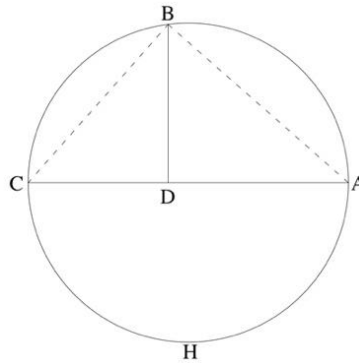
Tamlayanı ACD dar açısı olan BCD geniş açısının miktarının sağlanması yapılabilir. CD kirişini ve CVD yayını ortadan ikiye bölen VH çizgisi H' noktasına kadar çıkar. O zaman BCD açısı CHH' açısına eşit olur. İzahı arttırmak için C'den V'ye ve oradan da D'ye eşit çizgiler çıkar. Böylece dairenin çevresinde olan CVD açısı miktarının CH'D yayının yarısına eşit olan BCD ve CHH' açılara eşit olduğunu görürsün. Bu da [ulaşılmak] istenendir.

[14.] Eğer bir daireye varsayılan bir noktadan bir teğet çizmek istersen, mesela BCD dairesi dışında varsayılan bir A noktasından BCD dairesine çevresinden bir noktada ona değen bir teğet çizmek istersen, öncelikle A noktasından dairenin merkezi olan H noktasına bir doğru çizersin. Sonra oluşan AH doğrusunu ortadan ikiye böl ve bu noktadan ABH yarım dairesini çiz. A noktasından da B'ye bir doğru çizdiğinde oluşan AB doğrusu istenilen doğru yani daireye B noktasında değen teğet doğrusudur.

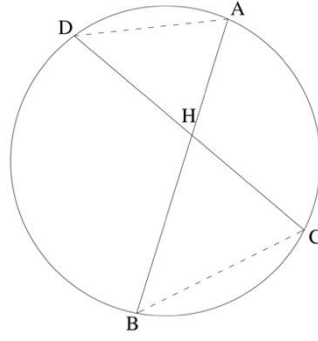


AB doğrusunun daireye teğet olduğunun sağlanmasını yapmak için H merkezinden yarım daireyle kesişim noktası olan B'ye HB yarıçapını çizersin. Bu nedenle kaçınılmaz olarak yarım dairede bir dik açılı üçgen oluşur. Çünkü daha önce işaret ettiğimiz gibi yarım daireyi kesen çevre açı dik olur. AB teğet doğrusu HB doğrusuna dik olur. Bu da teğet doğrunun merkezden kesişim noktasına çıkan yarıçapa dik olmasının gereğidir.

[15.] Dairenin çapı üzerinde ancak merkezde olmayan belli bir noktadan bir dikme çıkardığında, mesela AC çapından ABCH dairesinin çevresinde olan B noktasına ulaşan DB doğrusu çıkarıldığında o zaman DB dikmesinin karesi, miktarının kendisiyle çarpımından elde edilen sonuç, [dikmenin] kirişi böldüğü parçalar olan AD ve DC'nin oluşturduğu dikdörtgenin miktarına eşit olur. Yani dikmenin her iki tarafında oluşan AD ve DC doğrularının çarpımı kiriş parçalarının oluşturduğu dikdörtgenin miktarına eşittir. Dikmeden BA ve BC doğrularını çıkardığında ortaya çıkan ABC açısı yine daha önce belirttiğimiz gibi yarım daireyi kapsadığından kaçınılmaz olarak dik olur. DB dikmesi AB ve BC doğrularıyla oluşan ABC üçgenini iki benzer üçgene böler ki onlar çeşitkenar dik açılı ADB ve CDB üçgenleridir. Dikme bu iki üçgenin ortak kenarıdır. CD'nin DB'ye oranı DB'nin DA'ya oranı gibidir. DB'nin karesinin, kendisiyle çarpımının sonucu, kirişin parçalarından AD ve DC kenarlı dikdörtgenin alanına eşit olur. Bahsettiğimiz postulattan (usûl mevzûa) dairenin çapının merkez hariç herhangi bir noktasından çıkan dikmeyle oluşan çapın, yani yarım daire kirişi, parçalarının oranlı olmasını gerekir. Bu bahsedilen kural mühendisler tarafından *dairenin karakteristiği (hâssatü ed-daire)* olarak isimlendirilir.

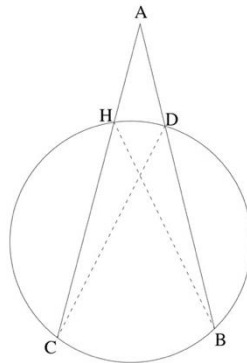


[16.] Daire içinde iki doğru, mesela ABCD dairesinin içinde AB ve CD gibi iki doğru H noktasında kesiştiğinde DH ve HC'nin dikdörtgeni yani DC'nin bölünmesiyle oluşan iki parçanın çarpımı sonucu, AB doğrusunun parçaları olan AH ve HB'nin çarpımıyla oluşan dikdörtgenin miktarına eşittir.



Bu iki sonucun eşitliğinin sağlaması şöyledir: AD ve CB doğrularını çiz. Bunlardan iki benzer üçgen olan DAH ve BCH üçgenleri oluşur. A ve C açıları, ikisi de AD yayının yarısı mikdarında olduğundan eşittirler. D ve B açıları da birkaç kere ifade ettiğimiz gibi AC yayının yarısı mikdarında olduklarından eşittirler. O zaman HC doğrusunun HA doğrusuna oranı, HB doğrusunun HD doğrusuna oranı gibidir. Öyleyse HC ve HD'nin çarpımları sonucunun HA ve HB'nin çarpımına eşit olması gerekir.

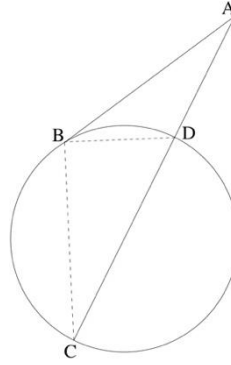
[17.] DHCB dairesinin dışındaki A noktasından dairenin kıvrımlarına doğru AB ve AC doğrularının çıkarılması gibi, dairenin dışında belirlenmiş bir noktadan dairenin kıvrımlarına iki doğru çıkarıldığında, bu doğruların tamamının oluşan diğer cüzüyle çarpımı sonucu oluşan dikdörtgen [mikdarı], yani AB'nin cüzü olan AD ile çarpımıyla oluşan dikdörtgen diğer doğrunun cüzüyle çarpımı sonucu oluşan dikdörtgene yani AC ile onun cüzü olan AH'nin çarpımı sonucu oluşan dikdörtgene eşittir.



Bu çarpımların eşit olduğunun açıklaması için HB ve DC doğrularını çizersen ve böylece A açısı ortak açıları olan ADC ve AHB benzer üçgenleri oluşur. Dahası ikisinin mikdarı da HD yayının yarısına eşit olduğu için B ve C açıları da eşittir.

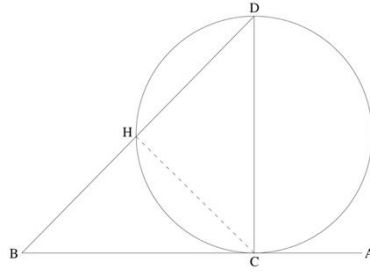
Böylece AB doğrusunun cüzü olan AD'nin AC'ye oranı, AC doğrusunun cüzü olan AH'nin AB'ye oranı gibidir. Oranın zikrettiğimiz şekilde olması AD ve AB çarpımının AH ve AC çarpımına eşit olmasını gerektirir. Bu da [göstermek] istediğimizdir.

[18.] Dairenin dışında belirli bir noktadan daireye teğet olan bir doğru ve daireyi kesen bir doğru çizildiğinde, örneğin dairenin dışındaki A noktasından DBC dairesine B noktasında teğet olan AB doğrusu ve D noktasında daireyi kesen AC doğrusu çizildiğinde AB doğrusunun kendisiyle çarpımıyla oluşan kare[nin miktarı] ile AC doğrusu ile AC'nin cüzü olan AD doğrusunun çarpımından oluşan dikdörtgen[in miktarı] birbirine eşittir.



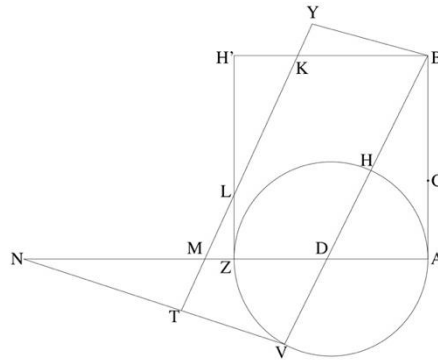
Bu kareyle dikdörtgenin eşitliğinin sağlaması için, BD ve BC doğrularını çizersin. Bu doğrularla beraber CBA ve BAD benzer üçgenleri oluşur. Bu üçgenlerin benzer olmalarının sebebi A açısının ortak açıları olması ve ABD ve BCD açılarının [ikisinin de] BD yayını gördüklerinden eşit olmasıdır. Bu şekilde AC doğrusunun AB doğrusuna oranı AB doğrusunun AD doğrusuna oranı gibi olur. Bu da AB doğrusunun kendisiyle çarpımından elde edilen kare [mikdarının] AC doğrusu ve onun cüzü olan ve dairenin dışında oluşan AD doğrusunun çarpımından elde edilen dikdörtgen [mikdarı] ile eşit olmasını gerektirir.

[19.] CHD dairesinde AB teğet doğrusunun CD çapına dik olması gibi daireye teğet olan bir doğru dairenin çapına dik olarak geldiğinde ve çapın bitiminde ve çevre üzerindeki D noktasından teğet doğruya daireyi H noktasında kesen DB doğrusu gibi bir doğru çıkarıldığında DC çapının kendisiyle çarpımıyla oluşan kare [mikdarı], DB doğrusu ile onun [daire] içerisindeki cüzü olan DH çarpımından oluşan dikdörtgen [mikdarı] eşittir.



Bu kareyle dikdörtgen eşitliğinin delili için HC doğrusunu çizersin. Bu doğruyla her ikisi de dik açılı olan ve D açısı ortak açıları olan ve bu sebeple benzer olan DCB ve DHC üçgenlerini elde edersin. Böylece DB doğrusunun DC doğrusuna oranı DC doğrusunun DH doğrusuna oranı gibi olur. Bu da DC'nin kendisiyle çarpımından oluşan kare [mikdarı]nın DB doğrusu ve onun dairenin içine yerleştirdiğimiz cüzü olan DH'nin çarpımından oluşan dikdörtgen [mikdarın]a eşit olmasını gerektirir.

[20.] Doğrular arasındaki oranlar bulunmuşsa, bu doğruların dış ve iç oranlara bölündüğü söylenir. Eğer bir doğru, doğrunun kendisinin en büyük cüzüne oranının en büyük cüzünün küçük cüzüne oranı gibi olacak şekilde cüzlere bölünmüşse, o zaman bu oranın doğruluğuna dayanarak en büyük cüzün diğer ikisi [doğrunun tamamı ve kısa cüz] arasında orta orantılı olduğu ve kısa cüzün de küçük orantılı olduğu söylenebilir. Orana dair tüm söylenenlerden anlaşılacağı üzere bütün [doğru] da en büyük orantıdadır.²¹⁹



AB doğrusu gibi bir doğruyu söylenildiği şekilde dış ve iç oranlara bölmek istediğinde, AB doğrusunun bitimindeki A noktasından bu doğruya kendisinin yarısı mikdarında AD doğrusu gibi bir dikme çıkarırsın. Sonra D noktası merkez olacak

²¹⁹Uç ve orta orantılı veya altın oranlı doğru denilebilir. Bkz. Sertöz (çev.), *Öklid'in Elemanları*, 175; Nasirüddin Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 189.

şekilde AD uzunluğuyla AHVZ dairesini çizersin. B noktasından daireyi H noktasında kesen ve D merkezinden geçerek V'de çevresine ulaşan BV doğrusunu çıkarırsın. Sonra da BC mesafesini BH mesafesine eşitlersin, yani AB doğrusunu BH mesafesine eşitleyerek bölersin. O zaman AB doğrusunun dış ve iç oranlara C noktasında bölündüğü söylenebilir. Yani AB bütününün büyük cüz olan BC'ye oranı, büyük cüz BC'nin küçük cüz CA'ya oranı gibidir. Yahut CB'nin AB'ye oranı, AC'nin CB'ye oranı gibidir ve AC'nin CB'ye oranı da CB'nin AB'ye oranı gibidir. Ayrıca yukarıdaki oran misallerindeki gibi, AB doğrusunun kendisiyle çarpımı sonucunda oluşan kare [mikdarı] ile VB doğrusuyla HB doğrusunun çarpımı sonucunda oluşan dikdörtgen [mikdarı] eşittir.

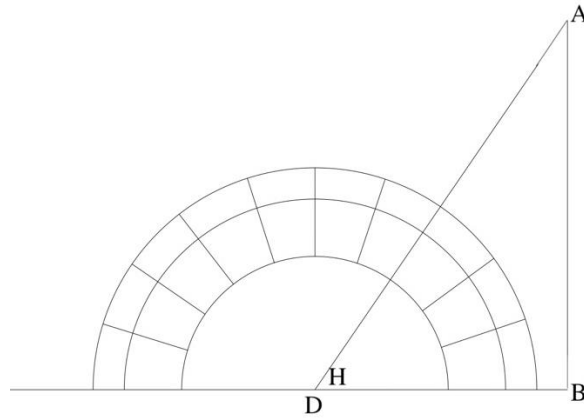
Kareyle dikdörtgenin eşitliğini açıklamak için, AB doğrusu üzerinde ABH'Z karesini ve VB doğrusu üzerinde de HB uzunluğunda VBYT dikdörtgenini çizersin. Böylece dikdörtgenin TY kenarı karenin BH' kenarını K noktasında ve ZH kenarını da L noktasında keser. Yine dikdörtgenin VB kenarı karenin AZ kenarını D noktasında keser. BH, DZ ve LK parçaları dikdörtgenin karenin içinde kalan parçalarıdır. Bundan oluşan BKY üçgeni de K LH' üçgenine eşittir. Çünkü H' ve Y açıları diktir ve karşılıklı K açıları da birbirine eşittir. Aynı şekilde bütün karşılıklı açıların mikdarının ve kenarların birbirine eşit olmasından ötürü karşılıklı B ve L açıları da eşittir. N yönüne doğru AN doğrusunu uzattığında ve VT'yi de N'ye doğru uzattığında NV doğrusu oluşur. AN ve TY kenarları M noktasında kesişir ve biri dikdörtgenin içinde olan ve biri de dışında kalan NTM ve LZM küçük eş üçgenleri oluşur. İç üçgeni dış üçgenle değiştirdiğinde karenin dışındaki NVD büyük üçgeni, onun içindeki BAD üçgenine eşit olur. Çünkü A ve V açıları diktir. D noktasında oluşan açılar birbirine eşittir ve ikisi de AV yayının yarısı mikdarında olduğundan B ve N açıları ve karşılıklı kenarları birbirine eşittir. Buradan da kareyle dikdörtgenin birbirine eşit olduğu ortaya çıkmış oldu.

Bu şekle bakıldığında AB doğrusu dışında zikredilen oran üzerine bölünmüş üç doğru bulursun. İlk olarak BH' kenarı K noktasında, ikincide H'Z kenarı L noktasında ve üçüncü olarak VN doğrusu YT doğrusunun bitiminde bölünür. BK, H'L ve VT doğruları AB doğrusunun büyük kısmı olan BC doğrusuna eşittir. KH', LZ ve TN doğruları da AB doğrusunun küçük kısmı olan AC doğrusuna eşittir. Bu da

istenendir. Dairenin hallerini [anlatmak] için bu kadarı bize kafidir. Kim daha fazlasını isterse dilediği kadarını inşa etsin ve özenli bir şekilde çalışsın.

3.2.2.1.8 Sekizinci Fasıl:

Üçgenler ve dörtgenlerin mesâhaları ve özellikleri hakkındadır. Üçgenin mesâhası dörtgenin mesâhasını içerdiğinden ikisinin mesâhası tek seferde bir fasılda açıklandı. Çünkü öncesinden paralel olmayan doğruların birbirlerine yakınsayan yönlerinden uzatıldığında kesinlikle bir noktada kesiştiklerinde o iki doğrunun kesiştiği noktada üç açıdan biri oluşur ve o da bu açının mikdarıdır. Bu iki doğrunun uzak olan tarafına, zıddına üçüncü bir doğru, yerleştirilen doğrulardan birinin ucundan diğerinin ucuna doğru yerleştirildiğinde bu üçüncü doğrunun diğer doğruların üzerinde yerleştirilmesiyle uç noktalarında diğer iki açı oluşur. Aynı zamanda bu yerleştirmeye üç doğru ve her biri de bir açı içerdiğinden dolayı bir üçgen de oluşur. Üçgende oluşan açılarının toplamının mikdarı da yüz seksen derecedir.²²⁰ Yüz seksen derece iki dik açı mikdarına eşittir ve üçgende ondan daha fazlasının olması mümkün değildir. Daha önce açıkladığımız üzere dik açılı bir üçgenin kalan iki açısı da -eksiği veya fazlası değil- tam olarak dik açıya eşittir. Eğer açı geniş açıysa o zaman kalan açılarının toplamı dik açıdan küçüktür. Mukaddimede açıklandığı üzere bir üçgende iki dik açı, iki geniş açı veya dik ve geniş açı bir arada bulunamaz.

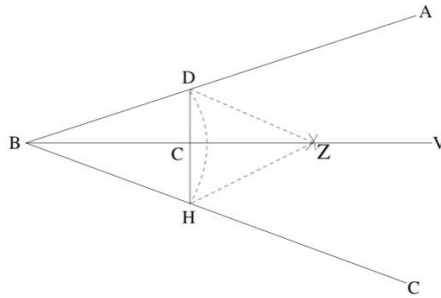


[1.] Tüm açılarının mikdarını bilmenin yolu da altıncı fasılda gösterilen ve anlatılan minkaleyi kullanmaktır. Bunun için yarım dairenin çapının ortası olan merkez, mikdarı bilinmek istenen açığa sabitlenir. Mesela ABH üçgenindeki H açısı üzerine D

²²⁰ Burada ölçü değeri ebced harfleriyle ifade edilmiştir. قف 100 ve 80 toplam 180 değerine karşılık gelir.

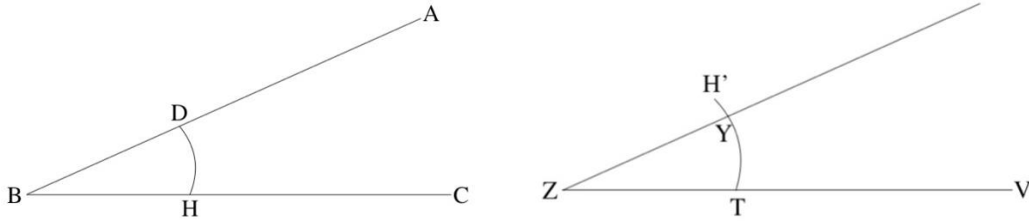
merkezi sabitlenir. Minkalenin iç kısmı HB kenarıyla tam olarak üst üste geliyorsa o zaman HB kenarıyla HA kenarı arasında olan ve minkalenin yarım dairende okunan aded, H açısının mikdarıdır. Bahsedilen iki kenar arasını da kırk sekiz olarak bulursun ve bu şekilde tüm açılarının mikdarını çok bilinen üçgenlere ihtiyaç duymadan bilirsin. Ayrıca üçgenlerin iki açısını da bilmene gerek yoktur. Açılarının toplamını yüz seksen dereceden çıkardığında kalan [mikdar] üçüncü açının mikdarıdır. Eşkenar üçgene gelince, onun bütün açıları altmış derecedir. İkiz kenar üçgende ise öncelikle minkaleyle taban açısını bulursun ve sonra da yüz seksenden bu mikdarı çıkarıp ikiye böldüğünde o[nun yarısı] tabanın üzerindeki bu iki eşit açının her birinin mikdarıdır.

[2.] ABC açısı gibi bir açıyı iki eşit kısma bölmek istediğinde pergârı belli bir ölçüde açarsın ve bir ucunu B noktasına sabitlersin, diğer ucuyla da onun çizgileri üzerinde DH yayını çizersin. Sonra pergârın uçlarından birini D noktasına yerleştirip V'ye doğru kavis/yay çizersin. Sonra H noktasından da yine eşit uzaklıkta ve diğer kavisi kesecek şekilde bir kavis çizersin. Bu kavislerin kesiştiği noktadan B'ye yani doğruların birleştiği yere bir doğru çıkardığında B açısı iki eşit kısma bölünmüş olur. DH yayı da aynı şekilde iki eşit kısma bölünmüş olur.



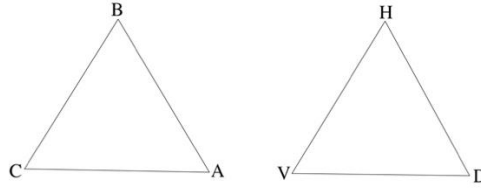
Bunun delili: B'nin iki eşit parçaya bölündüğünün delili için DZ ve HZ doğrularını çıkarırsın. Sonra görürsün ki BD ve BH doğruları eşittir ve DZ doğrusu da HZ doğrusuna eşittir. ZD ve DV doğrularının BD ve BH doğrularıyla birleşimiyle oluşan kare ZB doğrusuyla iki eşit üçgene bölünür ki bu üçgenler BDZ ve BHZ üçgenleridir. Yine DH yayı üzerine bir kiriş yerleştirerek de B açısı iki eşit kısma ayrılabilir. BC doğrusu da bu kirişe dik olur veya onu iki eşit kısma böler. Böylece BC doğrusunun her iki tarafında eşit üçgenler oluşmuş olur.

İstenilen belli [mikdarda] mesela altmış derecelik bir açıyı yerleştirmek istediğini düşün. Öncelikle kâğıt üzerine AB doğrusu gibi bir doğru çiz. Sonra minkaleyi, merkezi doğrunun uçlarından birinin üzerinde olacak şekilde yerleştir. Minkalenin iç tarafı doğruyla örtüşür haldedir, yani minkalenin çapı A'dan B'ye [olacak şekilde] doğrunun üzerindedir. AB doğrusundan minkalenin yarım dairesini altmış dereceye oturt ve orayı kâğıtta C noktası gibi bir noktayla işaretle. Sonra da minkaleyi kaldır ve A'dan C'ye bir doğru çiz. A açısının açısı böylece altmış derece olur.

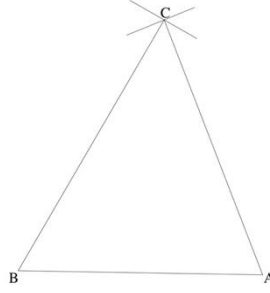


[3.] ABC açısı gibi kâğıda çizilmiş sınırları belirli bir açı olursa ve bu açıya eşit bir açı konumlandırmak istersen, pergârın bir ucunu B noktasına konumlandır ve B açısına belli bir uzaklıkta olacak şekilde DH yayını çiz. Sonra başka bir yere konumlandırılmış ve üzerine açı yerleştirilmek istenilen bir VZ doğrusu çiz. Pergârın bir ucunu Z noktasına yerleştir ve önceki mesafe olan BD mesafesinde bir H'T yayını çiz. Sonra çizilen açıdan pergâr ile DH mesafesini al. Sonra da pergârın bir ucunu VZ doğrusundaki T noktasına yerleştir ve diğer ucunu da H'T yayında bir önceki mesafede [DH mesafesinde] olacak şekilde Y noktasına yerleştir ve o noktayı işaretle. Z noktasından H'T yayını Y'de kesecek şekilde bir doğru daha çıkar. Böylece son çizilen Z açısı ilk çizilen B açısına eşit ve onun özdeşidir.

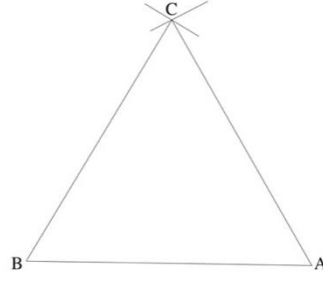
[4.] ABC üçgenindeki A açısı, DHV üçgenindeki D açısına ve B açısı da H açısına eşit olursa, ayrıca AB kenarı da DH kenarına eşit olursa o zaman bu üçgenler benzerdir. Dahası C açısı V açısına eşittir ve BC kenarı HV kenarına ve CA kenarı da VD kenarına eşittir. Aynı zamanda bunun tam tersi olarak DHV üçgeninin DH kenarı ABC üçgeninin AB kenarı birbirine eşit olursa ve BC kenarı HV kenarına ve C açısı da V açısına eşit olursa bu iki üçgen birbirine eşittir.



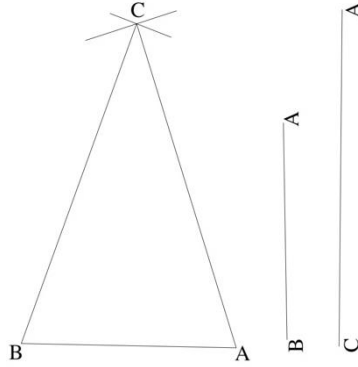
AC kenarı DV kenarına, A açısı D açısına ve B açısı da H açısına eşit olursa ABC üçgenindeki AB kenarı ve DHV üçgenindeki DH kenarı ve BC kenarı ile HV kenarı eşit ve CA kenarı ile VD kenarı eşit olduğunda, üçgenler birbirine eşittir. A açısı D açısına, B açısı H açısına, C açısı V açısına eşit olursa iki üçgen birbirine eşit olur. İki üçgenin üst üste yerleştirildiği kabul edilirse A açısı D açısına, BC kenarı HV kenarına gelirse B açısı H açısının üzerine ve C açısı da V açısının üzerine gelir. Aynı şekilde üçgenin tüm kenarlarının ve açılarının eşitliğini sağlamak için AB kenarı DH kenarına ve CA kenarı VD kenarına eşit olur.



[5.] AB doğrusu gibi sınırları belirlenmiş bir doğru üzerine eşkenar üçgen yerleştirmek istersen -ki iki eşit kenarı AB doğrusuna dikey olarak yerleştirirsen oluşan şekil bir eşkenar üçgendir- pergârın bir ucunu AB doğrusunun bir ucuna yerleştir ve C yönüne doğru AB mesafesinde bir yay çiz. Sonra pergârı [AB doğrusunun] diğer ucu olan B noktasına taşı ve yine aynı AB mesafesinde ve diğer yayla kesişen bir yay daha çiz. Ardından bu kesişim noktasından CB ve CA doğrularını çıkardığında eşkenar üçgen oluşmuş olur. Çünkü BC kenarı AB kenarına ve AC kenarı AB kenarına eşittir. Böylece kenarları eşit olmuştur.



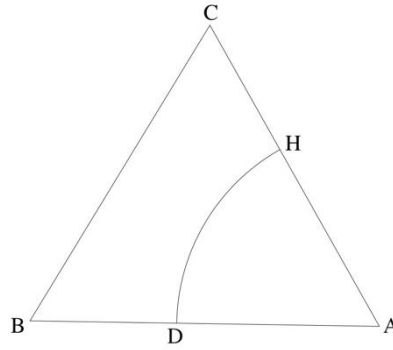
[6.] AB ve AC doğruları gibi iki sınırları belirlenmiş doğruya ikiz kenar üçgen yerleştirmek istersen pergârı ikisinden birinin uzunluğunda al ve sonra da bir öncekindeki [yöntemi] uygula. Mesela AC uzunluğunu alırsan pergârın bir ucunu AB doğrusunun bir ucu olan A noktasına sabitle ve C yönüne doğru bir yay parçası çiz. Sonra da B noktasından C yönüne doğru ve bir önceki yayla kesişen bir yay parçası çiz. Bu kesişim noktasından da CA ve CB doğrularını çıkar. Böylece ABC üçgeni gibi bir ikiz kenar üçgen oluşmuştur.



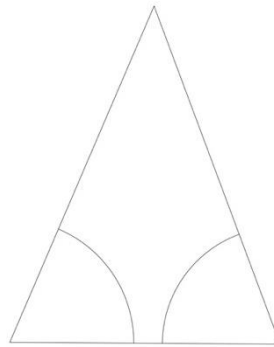
[7.] AB, AC ve AD doğruları gibi sınırları belirlenmiş üç doğruya bir çeşitkenar üçgen konumlandırmaya gelince, bunun yolu için bu üç doğrudan birini mesela AB kenarını taban yaparak tabanın uçlarından birinden yukarıya doğru kalan iki kenardan birinin uzunluğunda bir yay parçası çiz, A noktasından AC uzunluğunda bir yay parçası çizmek gibi. Sonra da AB'nin diğer ucu olan B noktasından üçüncü yayı, AD'nin uzunluğunda bir yay parçasını bir önceki yayla C noktasında kesişecek şekilde çiz. Akabinde bu kesişim noktasından tabanın uçlarına doğru CA ve CB doğrularını çiz. Böylece bundan çeşitkenar üçgen oluşmuştur. Bu üçgen ancak iki doğrunun toplamının diğerinden [üçüncüden] büyük olduğunda oluşabilir diyoruz. Bu iki toplamın üçüncüden küçük olması [durumu]na gelince bu durumda [çizilen] yaylar kesişmez ve bu çizime bir üçgen yerleştirilemez.



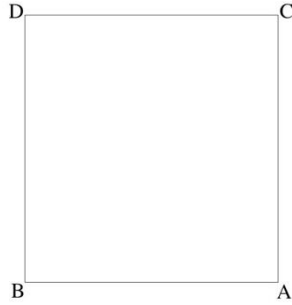
[8.] AB ve AC doğruları gibi sınırları belirlenmiş iki doğruya açıları bilinen bir üçgen yerleştirmenin yolu için, mesela açılardan biri kırk beş derece olsun ve AB doğrusu da taban olsun, A noktasından belli bir mesafeden DH yayını çiz. Sonra daha önce yapıldığı gibi DH yayında minkaleyle bilinen açıyı işaretle. Ardından A noktasından DH yayı üzerinde daha önce uzunluğu bilinen AC doğrusunu çıkar ve AB ve AC noktalarının uçları olan C ve B noktalarını da üçüncü bir doğruyla birleştir. Böylece istenilen sonuç elde edilmiş olur.



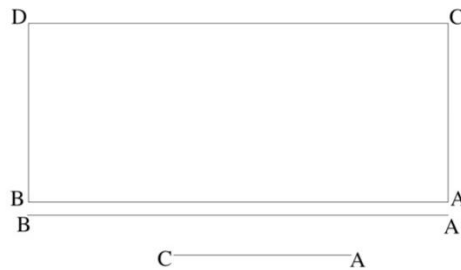
[9.] Mikdarı bilinen iki açı ve bir doğru olduğunda onlardan bir üçgen oluşturmak istersen doğrunun her iki ucundan yay çizersin. Sonra da onlar üzerinde bilinen açıların mikdarını birini bir yaya diğerini de öbür yaya işaretlersin. Ardından bilinen doğrunun her iki ucundan yaydaki açı işaretlerine doğru ve yayı geçecek şekilde önceden uzunluğu bilinmeyen doğruları çıkar. Böylece istenilen sonuç elde edilmiş olur.



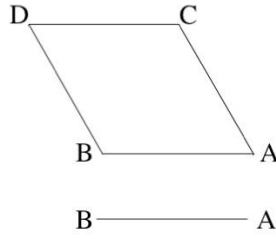
[10.] AB doğrusu gibi [mikdarı] bilinen bir doğru üzerine dört kenarı eşit olan bir tam kare yerleştirmek istersen bunun yolu için AB doğrusunun uçlarından birinden diyelim ki A noktasından AB doğrusuna eşit uzunlukta ve bu doğruya dik olan bir doğru çizersin ve bu doğru da [çizimi] istenilen karenin ikinci kenarı olan AC doğrusu olur. Sonra pergâr ile [uzunlukları] eşit olan AB veya AC doğrularından birinin uzunluğunu belirle ve C ve B [noktaların]dan A açısının karşısına doğru kesişen iki yay çiz. Bunun için öncelikle pergârın bir ucunu C noktasına yerleştir ve diğeriyle de belirtilen yöne doğru yayı çiz. Ardından pergârın bir ucunu B noktasına yerleştir ve oluşturulan yayı D noktasında kesen diğeri yayı da çiz. Son olarak da yayların kesişim noktasından DC ve DB doğrularını çıkar. Böylece [çizimi] istenilen dört kenarı eşit olan ve dört açısı eşit ve dik açı olan tam kare elde edilmiş olur.



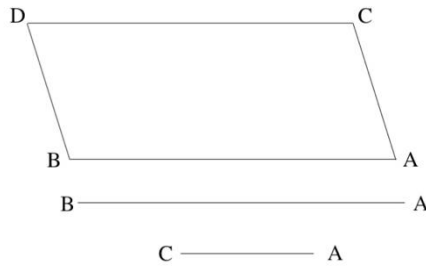
[11.] AB ve AC doğruları gibi farklı uzunlukta olan ve uzunlukları bilinen iki doğru üzerine bir dikdörtgen yerleştirmek istediğinde [öncelikle] AC doğrusunu AB doğrusunun A noktası üzerine dik olarak yerleştir. Sonra da tam karede yaptığın gibi C noktasından AB uzunluğu uzaklığında ve B noktasından da AC uzunluğu uzaklığında olan ve birbiriyle D noktasında kesişen iki yay çiz. Sonra kesişim noktasından DC ve DB doğrularını çiz. Böylece istenen ABCD dikdörtgeni elde edilmiş olur.



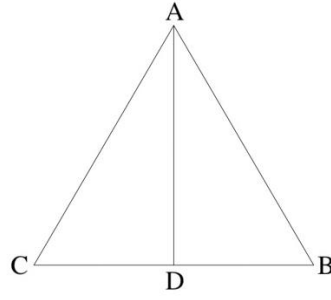
[12.] AB doğrusu gibi sınırlandırılmış bir doğru ve bilinen bir dar açıyla eşkenar dörtgen yerleştirmenin yolu, minkale ile A noktasına dar açıyı yerleştirip AB doğrusuna eşit uzunlukta bir doğru çizmektir. Sonra işlem tam karedeki gibi C ve B noktalarından AB uzaklığında ve D noktasında kesişen birer yay çizip kesişim noktasından DC ve DB doğrularını çıkararak tamamlanır. Böylece [çizimi] istenilen ABCD eşkenar dörtgeni elde edilmiş olur.



[13.] AB ve AC doğruları gibi farklı uzunlukta olan ve uzunlukları bilinen iki doğru ve sınırları bilinen bir açı ile bir paralelkenar yerleştirmede öncelikle bilinen açıyı AC çizgisindeki A noktasına yerleştir. Sonra dikdörtgende olduğu gibi işlemi C'den AB uzaklığında ve B'den de AC uzaklığında D noktasında kesişen iki yay çıkarıp kesişim noktasından da DC ve DB doğrularını çıkararak tamamla. Böylece istenilen [çizim] elde edilmiş olur. Aynısı eşkenar dörtgen ve onun benzeri için de geçerlidir. Sınırları bilinen açı geniş açı ise ilk önce geniş açı yerleştir ve işlemi tamamla. Diğer dörtgenlerde işlem yapmaya gelince [bunun yolu] daha önceki yollardan anlaşılabilir.

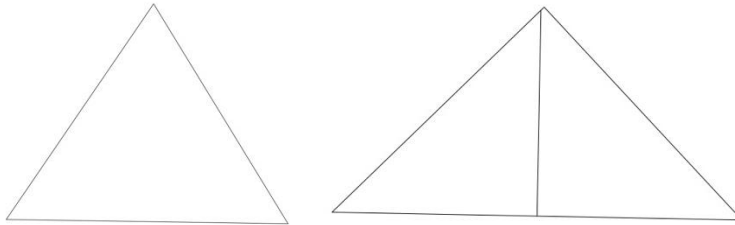


[14.] Üç kenarı eşit olan eşkenar üçgeni düşün. Üç açısının birinden karşısındaki kenara dikme indirdiğinde bu çıkarılan dikmeyle üçgen iki eşit çeşitkenar dik üçgene bölünür.



Dikmeyle oluşan iki üçgenin eşit olmasının delili: ABC üçgenindeki AD dikmesi oluşan iki üçgenin ortak kenarı olarak kendine eşittir. ABD üçgenindeki DB kenarı ACD üçgenindeki DC kenarına ve ilkindeki AB kenarı ikincisindeki AC kenarına eşittir. Ayrıca D noktasında oluşan iki açı birbirine eşittir ve asıl üçgende B açısı da C açısına eşittir. Sonuçta şüphesiz bu iki üçgen eşittir.

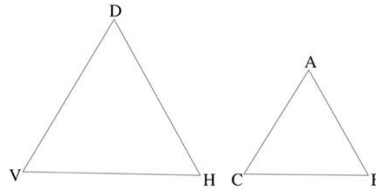
[15.] Dar, dik veya geniş açılı olan ikizkenar üçgende sâkların birleşimindeki noktadan yani açıdan karşısındaki tabana bir dikme çıkardığında eşkenar üçgende olduğu gibi bu dikmeyle iki eşit çeşitkenar dik açılı üçgen oluşur. Ancak dikme tabanın yarısına eşit olursa oluşan iki üçgen ikizkenar dik açılı üçgen olur.



Bunun delili: Delili önceki gibidir. Çünkü ondan dikme çıkardığında açığı iki eşit açığa böler ve dikmenin iki yanında oluşan iki açı da her zaman birbirine eşit ve dik açıdır. Üçgen ikizkenar üçgen olduğu için asıl üçgende tabandaki diğer karşılıklı açılar da birbirine eşittir. Bunların hepsi yani yukarıda belirtilen eşkenar ve ikizkenar üçgende dikme parçaları çoğu durumda olduğu gibi çeşitkenar dik açılı üçgenlerdir veya eşkenar üçgende her zaman herhangi bir açıdan çıkarılan dikmeyle oluşanlar ve ikizkenar üçgende sadece tabanın karşısından çıkarılan dikmeyle oluşanlar gibi bazı özel durumlarda ikizkenar dik açılı üçgenlerdir.

[16.] Diğerlerine yani eşkenar ve yukarıdaki şartı sağlayan ikizkenar olmayan dik, geniş veya dar açılı çeşitkenar üçgenlere gelince, dikme çıkardığında -ki bu her

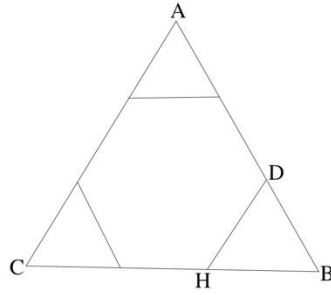
açıdan mümkündür veya ikizkenar üçgende dikmeyi eşit kenarların birleşiminden çıkarmadıkça diğerlerinden çıkarılabilir- aynı durum oluşmaz yani dikmeyle bölünen üçgenler eşit üçgenler değil farklı üçgenler olur. Bunun için de üçgenlerin her birinde dik açı varsa ve tabanın iki tarafındaki açı dar açı olursa açıdan çıkarılan dikme tabanın üzerinde olur çünkü o zaman üçgenin içinde olur. Eğer tabanın açılarından biri dik açıysa sâkların dikmelerinin dik açı olması mümkün değildir. Yahut geniş açı olursa o zaman dikme üçgenin dışında olur.



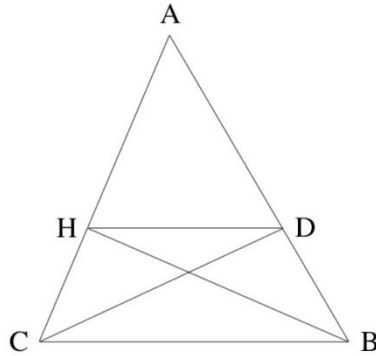
[17.] İki benzer üçgende, üçgenin açılarından biri diğer üçgende açığa eşittir ve ilk üçgende kenarın diğerindeki kenara oranı üçgenin diğer kenarlarının, diğer üçgende diğer kenarlara oranı gibidir. ABC küçük üçgeni DHV büyük üçgeninin benzeri ve temsilidir. Çünkü küçük [üçgen]deki A açısı büyük üçgende karşılığına eşittir ve o da D açısıdır. Küçükteki B açısı büyükteki karşılığı olan H açısına eşittir ve küçükteki C açısı da büyükteki karşılığı olan V açısına eşittir. Küçük [üçgen]deki AB kenarının AC ve BC kenarlarına oranı büyük [üçgen]deki DH kenarının DV ve HV kenarlarına oranı gibidir. Ayrıca ilkindeki AC'nin BC'ye oranı ikincideki DV'nin HV'ye oranı gibidir.

[18.] Küçük bir üçgeni yukarıda geçen açıların eşitliği ve kenarların oranı bakımından benzer olan belirli bir açıda büyük bir üçgene yerleştirmek istersen, bunun yolu küçük üçgenin yerleştirilmesi istenilen açıya istenilen bir uzaklıktan paralel bir doğru yerleştirmektir. O zaman bu belirli açıda büyük üçgene benzer küçük bir üçgen oluşmuş olur. Küçük üçgende her açı büyük üçgende karşılıklı açılara eşittir. Ayrıca küçükteki her bir kenarın diğer iki kenara oranı büyükteki her bir kenarın diğer iki kenara oranı gibidir. Mesela ABC büyük üçgeninin B açısında ABC büyük üçgenine benzer küçük bir üçgen oluşturmak istersen, yerinde izah ettiğimiz gibi B açısından belirli veya küçük ölçek (mikyâs) ile belirlenen bir uzaklığa AC doğrusuna paralel olan DH doğrusunu yerleştir. Böylece bu büyük

üçgende zikredilen özellikleriyle büyük üçgene benzer DBH üçgeni elde edilmiş oldu. Büyük ve küçükte ortak olan B açısı kendine eşittir. Küçükteki D açısı büyükteki A açısına ve küçükteki H açısı da büyükteki C açısına eşittir. Ayrıca DB kenarının diğer BH ve DH kenarlarına oranı AB kenarının diğer BC ve AC kenarlarına oranı gibidir. Bir de BH kenarının DH'ye oranı BC kenarının AC'ye oranı gibidir. Bu şekilde diğer açılara da bahsedilen kıyas uygulanabilir. Bu kıyas üçgenlerdeki bütün açılar için geçerlidir. Bu kural yani burada anlattıklarımız ve benzer üçgenlere dair bahsettiklerimiz mesâhada yani boyutların mesâhası/ölçümü ve yerdeki diklik vb. de çok önemli şeylerden biridir. Çünkü küçük üçgenin büyüğüne benzer kenarlarına ve kâğıt üzerindeki gözlem boyutlarının açısına bakıldığında varsayılan büyüğün kenarlarının miktarı, boyut noktalarından ve gözlemin konumundan bilinir. Allah'ın izniyle pek çok işte bunun birçok faydasını bilirsın.

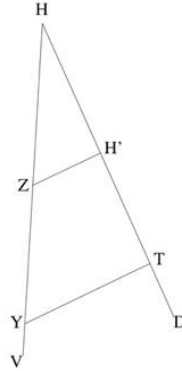


[19.] ABC üçgeni gibi bir üçgeni getirip üçgeni tabana yani BC doğrusuna paralel olan DH doğrusuyla kestiğinde üçgen parçalara ayrılmış olur ve aynı şekilde sâkları da orantılı olarak kesilmiştir. Yani AD'nin DB'ye oranı AH'nin HC'ye oranı gibidir. Aynı şekilde AB'nin BC'ye oranı AD'nin DH'ye oranı gibidir.



Bunun delili: DC ve HB'yi kesişen doğrularla birleştir. Böylece DBH ve HCD eş üçgenleri meydana gelir. DBH üçgeni HCD üçgenine eşit olduğu için ADH üçgeninin meydana gelen DBH ve HCD üçgenine oranı eşittir. ADH üçgeninin DBH üçgenine oranı AD'nin DB'ye oranı, yani birinin tabanının diğerininkine oranı gibidir. ADH üçgeninin tabanı olan AD'nin DBH üçgeninin tabanı olan DH'ye oranı, başka bir tarafın taban olarak kabul edilmesiyle AHD üçgeninin tabanı AH'nin CH tabanına oranı gibidir. DH doğrusu da BC doğrusuna paraleldir. Dolayısıyla ADH açısı ABC açısına ve AHD açısı da ACB açısına eşittir. AD'nin AH'ye oranı AB'nin AC'ye oranı gibidir. Yani önceki şekilde olduğu gibi küçük üçgenin sâklarının oranı büyük üçgenin sâklarının oranına eşittir. Aynı şekilde AB'nin BC'ye oranı AD'nin DH'ye oranı gibidir ve tam tersi yönde AC'nin CB'ye oranı diğer taraftaki AH'nin HD'ye oranı gibidir. AD'nin AH'ye oranı AB'nin AC'ye oranı gibi olduğu için AD'nin AB'ye oranı AH'nin AC'ye oranı gibi olur.

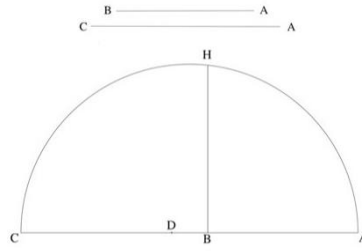
[20.] Bilinen ve belli bir oranda olan iki doğrudan [uzunluğu] bilinmeyen üçüncü bir doğru çıkarmak istersen, onun iki kenara oranı iki kenarın birbirine oranına eşittir. Dolayısıyla üç doğru da birbirine oranlı olur. Mesela varsayılan iki doğru olan AB ve AC doğrularına öncelikle H noktasında birleşen DH ve DV doğrularının oluşturduğu DHV açısı gibi bir açı belirlersin. Sonra varsayılan doğrulardan ilki olan belirli AB doğrusunu HD doğrusu üzerinde HH' doğrusu olacak şekilde birleştir ve bir noktayla işaretle. Sonra da ikinci bilinen olan AC doğrusunu HV doğrusu üzerinde HZ doğrusu olacak şekilde birleştir ve bir noktayla işaretle. HD doğrusu üzerindeki CT'yi de yine ikinci bilinen AC doğrusu miktarında belirle ve bir noktayla işaretle. Sonra da H'Z yi yani H' noktasından Z noktasına bir doğru çıkar ve T noktasından bu H'Z doğrusuna paralel olan ve Y noktasında biten bir doğru çıkar. Mesela ZY doğrusu AB ve AC'ye oranlı olan üçüncü doğrudur. AB'nin AC'ye oranı AC'nin ZY'ye oranı gibidir veya tam tersi ZY'nin AC'ye oranı AC'nin AB'ye oranı gibidir.



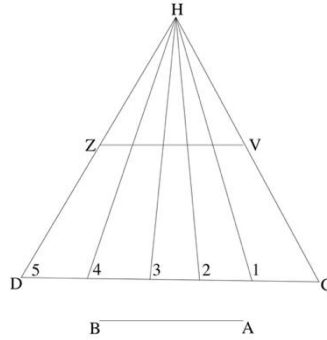
[21.] AB, CD ve HV gibi bilinen ve belirli bir oranı olan üç doğruya benzer oranda dördüncü bir doğru çıkarmak istersen daha önce yaptığımız gibi yine seçilen bir miktarda $H'TY$ açısını çiz. Sonra önceki yöntemde olduğu gibi TK 'yi AB doğrusuna eşit olarak al, TL 'yi CD doğrusuna eşit olarak al ve KM 'yi de HV doğrusuna eşit olarak al. Sonra KL 'yi birleştir ve M noktasından KL doğrusuna paralel olan ve N noktasında biten bir doğru çiz. Mesela LN doğrusu [elde edilmek] istenen benzer dördüncü doğru olur. Bu bahsettiğimiz üçüncü veya dördüncü orantılı doğruyu çıkarma yöntemi ancak bilinmek istenen orantılı doğru bilinen doğrudan uzun olduğunda geçerlidir. Bilinmek istenen orantılı doğrunun daha kısa olmasını istersek tam tersi şekilde yani bilinen doğruların en uzunundan başlarsın. Kısa olan üçüncü doğruyu çıkarmada DHV açısını çizdikten sonra öncelikle HD doğrusu üzerinde AB doğrusundan uzun olan AC doğrusunu ayırırsın. Sonra da HV doğrusunda daha kısa olan AB doğrusunu ayırırsın ve ilkinin H' harfiyle ve ikincisini Z harfiyle işaretlersin ve $H'Z$ yi birleştirirsin. Sonra HD doğrusu üzerinde H' [noktasın]dan T 'ye AB miktarınca ayrıl ve $H'Z$ doğrusuna paralel olan T 'den Y 'ye bir doğru çiz. Böylece mesela ZY doğrusu da bilinmek istenen orantılı doğrudur ve bilinen doğruların ikisinden de küçüktür.

En kısa olan ve orantılı olan dördüncü doğruya gelirsek $H'TY$ açısını çizdikten sonra önce $H'T$ doğrusu üzerinde T 'den K 'ye doğru en uzun olan HV doğrusu miktarını ayırırız. Sonra CD miktarını TY 'deki T 'den L 'ye doğru ayırırız ve KL 'yi birleştiririz. Ardından K 'den M 'ye doğru AB miktarını ayırırız ve M 'den N 'ye KL doğrusuna paralel bir doğru çizeriz. Böylece LN doğrusu bilinen üç doğrunun her birinden kısa olan dördüncü orantılı doğru olur.

[22.] AB ve AC gibi bilinen iki çizgi arasında bilinmeyen üçüncü bir orantılı çizgi istersen, o ikisini aynı istikamette koyarsın yani ABC gibi ikisini düz bir doğru kabul ederiz. Sonra ortasını çizersin yani AHC dairesinin yarısı D noktasından iki eşit kısma bölersin. Ardından AB ve AC çizgilerinin buluşma noktası olan B noktasından H'ye doğru yani yarım dairenin çevresine ulaşan dik bir doğru çıkar. Bu dikme yani BH doğrusu orantılı üçüncü doğrudur. Orantılılık vesilesiyle birçok işlemde ihtiyaç duyulan iki gerekli meseleye değinmek istedik.



Birinci Mesele:

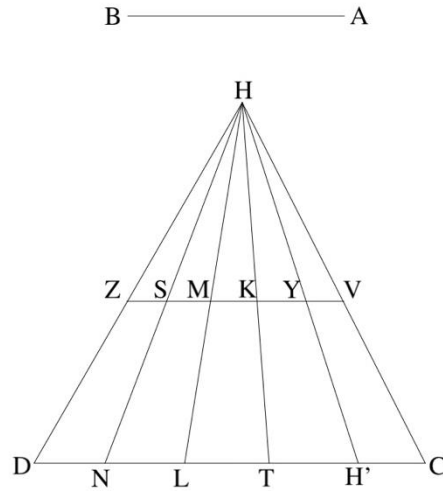


AB doğrusu gibi küçük bir doğrun varsa ve onu beş eşit parçaya bölmek istiyorsan, AB'den uzun olan CD çizgisini çiz ve beş eşit parçaya böl. Ardından yukarıda bahsettiğimiz gibi CD çizgisinin üzerine iki eşit kenar (sâk) yerleştirerek bu çizgiden bir eşkenar üçgen elde edersin. Sonra iki kenarın birleştiği H noktasından HC kenarı üzerinde V'ye kadar olan AB çizgisi [mikdarınca] bir çizgi çıkar ve HD kenarı üzerinde de Z'ye kadar bir çizgi çıkarıp V ve Z'yi bir doğruyla birleştir. Onda yine eşkenar olan HVZ üçgeni ortaya çıktı. Sonra kenarların birleştiği noktadan CD çizgisinin bütün parçalarına birer doğru çıkarırsın ve sonuçta, AB çizgisi kadar olan VZ çizgisi de CD çizgisi gibi beş eşit parçaya bölünmüş olur. Öyleyse HCD büyük üçgeninde oluşan HVZ küçük üçgeni ona benzer ve orantılıdır ve küçükteki açılar ve kenar oranları büyükteki açılar ve kenar oranlarına eşittir. CD çizgisi HCD büyük

üçgeninin tabanı varsayıldığından ve beş eşit parçaya bölündüğünden VZ çizgisi de HVZ küçük üçgeninin tabanıdır ve beş eşit parçaya bölünmüştür. CD çizgisinin cüzlerinden her birinin bütüne oranı açık olduğundan VZ çizgisinin her bir cüzünün bütüne oranı da açıktır. Yani CD'nin cüzlerinden her biri onun beşte biridir ve öyleyse de VZ çizgisinin her bir cüzü de onun beşte biridir.

İkinci Mesele:

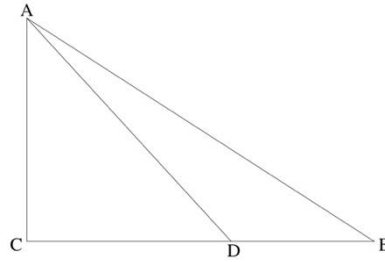
Farklı kısımlara bölünmüş bir çizgin varsa, mesela CD çizgisi beş farklı parçaya ayrılmışsa ve AB çizgisi gibi ilkinden küçük olan başka bir çizgiyi de ilkindeki orantıyla beş farklı parçaya bölmek istersen daha önce yaptığın gibi CD çizgisinden eşkenar üçgen elde edersin. Ardından kenarların birleştiği H [noktasın]dan AB çizgisi mikdarınca HC çizgisinde V'ye kadar ve HD çizgisinde de Z'ye kadar gidersin. V ve Z'yi bir doğruyla birleştirirsin. Böylece HCD büyük üçgeni içinde HVZ küçük üçgeni meydana gelir. Sonra H açısı noktasından CD'nin parçalarının her birine doğrular çizersin ve AB çizgisi yerine VZ çizgisi de CD çizgisinin parçalarıyla oranlı beş farklı parçaya bölünmüş olur.



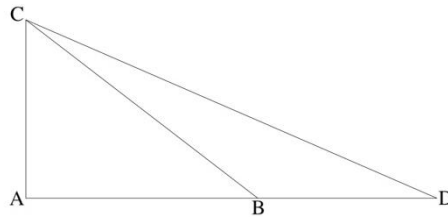
Bunun delili: İlk meseledeki gibi onun sonucunda CD çizgisinden CH' cüzü bütünün dörtte biri olduğundan VZ çizgisinden VY cüzü de bütünün yani VZ çizgisinin dörtte biridir. Dahası CT cüzünün CD çizgisinin üçte biri olduğu gibi VK cüzü de VZ çizgisinin üçte biridir. CL cüzünün CD çizgisinin [beşte üçü] olduğu gibi VM cüzü VZ çizgisinin beşte üçüdür. CN cüzü CD çizgisinin olduğu gibi VS cüzü VZ

çizgisinin altıda beşidir. ND, CD çizgisinin olduğu gibi SZ, VZ çizgisinin altıda biridir. LD, CD çizgisinin olduğu gibi MZ de VZ'nin beşte ikisidir. TD, CD çizgisinin olduğu gibi KZ, VZ'nin üçte ikisidir. H'D, CD çizgisinin olduğu gibi YZ de VZ'nin dörtte üçüdür.

[23.] Herhangi bir üçgende kenar, karşılık geldiği açıya göre hesap edilir. Bu nedenle ABC üçgenindeki en büyük kenar olan AB kenarı en büyük açı olan C açısının karşısındadır. En küçük kenar olan AC kenarı en küçük açı olan B açısının karşısındadır. Ortalarında olan BC kenarıysa yine ortada olan A açısının karşısındadır. Tam tersi olarak bir üçgendeki açılar karşılardaki kenara göre hesap edilir denilebilir. Yani en büyük açı olan C açısı en büyük kenar olan AB kenarının karşısındadır ve en küçük açı olan B açısı en küçük kenar olan AC kenarının karşısındadır. Ortadaki A açısı da ortadaki BC kenarının karşısındadır.



Bir üçgendeki kenarların o üçgenin açılara göre hesap edildiğinin delili için, CD'yi BC'den ayırırız ve BC'den küçük olduğu için onu AC kenarına eşit olarak alırız. Sonra AD'yi bir doğruyla birleştiririz. Böylece ACD üçgeninin ikizkenar olduğunu görürüz. Gerçekten de CAD açısı CDA açısına eşittir. Ancak CDA açısı CBA açısından büyüktür ve bu nedenle CAD açısı da CBA açısından büyüktür. CAD ve DAB açılarının toplamı yani CAB açısı CBA açısından büyüktür. Böylece CBA açısıyla sınırlandırılmış CA kenarının CAB açısıyla sınırlandırılmış CB kenarından küçük olduğu ortaya çıktı. Bu da istenendi.

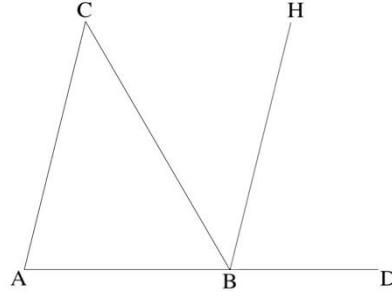


Bir üçgende açılar o üçgenin kenarlarına göre hesap edildiğinin delili şöyledir: CAB açısı CBA açısından büyüktür. Aksi takdirde CB kenarı CA kenarına eşit veya ondan daha küçük olur. İlk CAB açısının CBA açısına eşit olması ve ikinci olarak CAB açısının CBA açısından küçük olması, her ikisi de olması gereken gerçekliğe aykırıdır. CB kenarı CA kenarından büyüktür ve her ikisinin açısı da buna göre hesap edilir.

[24.] Bir üçgende iki büyük açının, iki küçük açının veya bir büyük bir küçük açının, küçük ve orta açının toplamı üçüncü açıdan büyüktür. Mesela ABC üçgenindeki AB ve BC kenarlarının toplamı AC kenarından büyüktür.

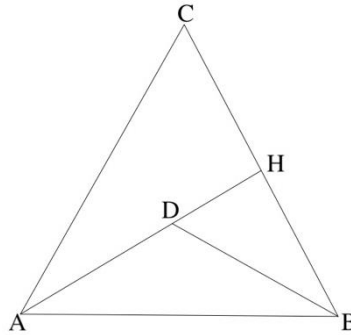
Bir üçgende iki kenarın [mikdarının] toplamının üçüncü kenardan büyük olmasının delili için AB kenarını BC kenarına eşit olacak şekilde D'ye çıkar ve CD'yi bir doğruyla birleştir. O zaman AD kenarı AB ve BC kenarları [toplamına] eşit olur ve oluşan BCD üçgeni de ikizkenar üçgendir. İkizkenar üçgenin taban üzerindeki iki kenarı eşit olduğundan BCD açısı da BDC açısına eşittir. Dolayısıyla BDC açısı BCD ve ACB açılarının toplamından veya ACD [açısı]ndan küçüktür. Aynı şekilde AC kenarı da AD kenarından küçük olur. Yani ABC üçgenindeki AC kenarı AB kenarı ile BC kenarı [toplamı]ndan küçüktür. Buradan da AB ve BC kenarları [toplamı]nın AD kenarından büyük olduğu sonucu ortaya çıktı. Bu bahsedilen nedenden dolayı şu ortaya çıktı ki; eğer üç çizgiden ikisini bir üçgene yerleştirdiğimizi düşünürsek bu ikisinin toplamı üçüncü doğrudan küçükse onu üçgene yerleştirmekten uzak dururuz. Çünkü açıktır ki çizgilerin buluşması mümkün değildir.

[25.] Bir üçgenin açılarından birindeki bir kenarın uzatılmasıyla elde edilen dış açı, üçgenin içindeki diğer iki açının toplamına eşittir. Mesela ABC üçgenindeki B açısında AB kenarının D'ye uzatılmasıyla oluşan CBD dış açısı, B açısının karşısındaki BCA ve CAB iç açılarının toplamına eşittir.



Üçgenin bir iç açısının dışında oluşan dış açının, o iç açının karşısındaki diğer iki açının toplamına eşit olduğunun delili için B noktasından H'ye AC kenarına paralel bir doğru çiz. Mesela onunla dış açı CBH açısı ve HBD açısı olarak iki açıya bölünmüştür. Böylece CAB iç açısının HBD dış açısına eşit olduğunu görürsün. Çünkü daha önce söylediğimiz üzere üçüncü bir çizgiye dik olan iki paralel çizginin her iki yanında meydana gelen iki açı eşit olduğundan her birinin dış açısı, karşılık geldiği iç açıya eşittir. Yine BCA iç açısı da CBH dış açısına eşittir. Çünkü iki paralel doğru üçüncü bir doğruyla kesildiğinde ters yöndeki iki iç açı ve iki dış açı birbirine eşit olur. CBH ve DBH açılarının toplamı olan CBD açısı, BCA ve CAB açılarının toplamına eşittir. Yine BCA ve CAB açılarının ABC açısıyla iki dik açı [toplamı] olması gibi BCD açısı da ABC açısıyla iki dik açı [toplamı] olur.

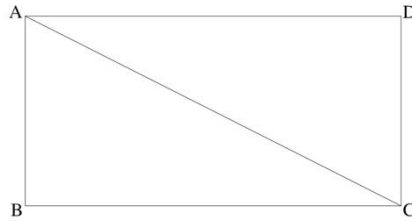
[26.] ABC üçgeninin bitiminde ve AB kenarının iki tarafından üçgenin içinde bir noktada, mesela D noktasında birleşen AD ve BD gibi iki doğru çıkarırsak o zaman AD ve BD doğrularının toplamı AC ve BC kenarlarının toplamından küçüktür deriz. Ancak bu ikisinin D noktasında birleşmesiyle oluşan açı, AC ve BC kenarlarının birleşimindeki ACB açısından büyüktür.



Bunun delili: AD çizgisini BC kenarındaki H'ye doğru çıkar. AC kenarı ve CH kısmının toplamı AH çizgisinden büyüktür. Eğer ACH tarafıyla ADH tarafını

birleştirirsen AC, CH ve HB çizgilerinin toplamı AD, DH ve HB çizgilerinin toplamından büyüktür. Yani AC ve CB [toplamı] AH ve HB [toplamından] büyüktür. Eğer BHD tarafıyla BD tarafını birleştirirsen BH, HD ve DA'nın toplamı BD ve AD [toplamından] daha büyüktür. Delilde buraya kadar söylediklerimizden dolayı AC ve CB'nin toplamı BD ve DA'nın toplamından daha büyüktür. Yine AHB açısı ACB açısından, ADB açısı AHB açısından ve ADB açısı da ACB açısından daha büyüktür. Delilin sonu ise aynı taban üzerine konulan veya eşit uzunluktaki tabanlar üzerine konulan kenarların(sâk) açısının mikdarı, birinden diğetine kenarların toplamına göre hesap edilir. Tabanları aynı [büyüklükte] veya ortak olan kenarların açılarının biri diğlerinden daha küçükse o zaman kenarların mikdarı diğlerinden daha büyüktür. Kenarların toplamının biri diğlerinden büyükse o zaman [açısının] mikdarı diğlerinden küçüktür.

[27.] Karşılıklı kenarları tam kare gibi paralel olan yüzeyleri düşün. Karedede bütün karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir ve aynı şekilde dikdörtgen ve eşkenar dörtgen ve eşkenar dörtgen benzeri gibi diğere dörtgenlerde de karşılıklı kenarlar paraleldir. Hepsisi paralel kenarlı yüzeylerdir. Onların bir açısından karşısındaki açığa bir doğru çıkardığında bu yüzey iki eşit ve simetrik üçgene bölünür. Bu bir açıdan diğetine çıkarılan doğruya *köşegen* (*kutr*) denir veya yüzeyi iki eşit üçgene böldüğü için *bölen* (*kâsımen*) denir. Ayrıca iki açı da yukarıda bahsedildiği gibi iki eşit açığa veya farklı açılara bölünür. Bu köşegen veya bölen çizgi kenarları paralel olmayan yüzeylerde de olur ancak yüzeyi iki eşit parçaya bölmez.



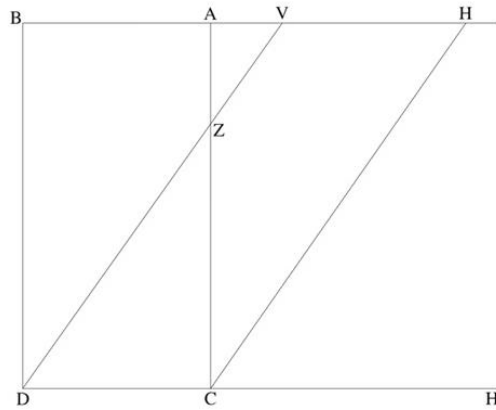
ABCD dikdörtgeni gibi [köşegenle] iki eşit üçgene bölünende ise [bu dikdörtgeni] dik açılı ve farklı kenarlı iki eşit üçgene böler. Köşegen de iki üçgen arasında olduğundan ortak kenardır. Yani ACD üçgeni ve ACB üçgenine [bölünür] ve AC kenarı da köşegen ve ortak kenar olarak kendine eşittir. Çünkü bu ortaklıkta iki üçgenden birindeki CAD açısı diğere üçgendeki ACB açısına eşittir ve ilkindeki ACD açısı da diğesindeki CAB açısına eşittir. Ayrıca daha önce izah ettiğimiz gibi ACD

üçgeni de CAB üçgenine eşittir. Üçgenler eşit olduğu için ilkindeki CD kenarı diğerindeki AB kenarına eşit olur ve ilkindeki AD kenarı da diğerindeki BC kenarına eşit olur. Böylece bütün paralel kenarlı yüzeylerde karşılıklı kenarların eşit olduğu ortaya çıktı.

Yine bundan dolayı dikdörtgendeki ilk üçgendeki D açısının ikincideki B açısına eşit olması gerekir. Yine dikdörtgendeki DAB açısının BCD açısına eşit olması gerekir. Yahut daha önce belirttiğimiz gibi iki üçgendeki DAC ve CAB açılarının toplamı, BCA ve ACD açılarının toplamına eşittir. CAD açısı ACB açısına ve ACD açısı CAB açısına eşittir. Sonuç olarak paralel kenarlı yüzeylerin her birinde karşılıklı açılar birbirine eşit olur.

Paralel kenarlı yüzeylerin yarısı olan ve daha önce olduğu gibi birleştirildikleri varsayılan üçgenler, onların eşit kenarlarının birleştirilen açısı farklı olacak şekilde birleştirilemez. Çünkü iki eşit ve benzer üçgen daha önce bahsedildiği gibi değil de farklı bir şekilde birleştirilseydi asla bir kare elde edilmez veya paralel kenarlı bir dörtgen oluşmazdı. Dikdörtgenin durumları, özellikleri ve şartları hakkında bahsedilenler üzerine tam kare de aynıdır [denilebilir]. Yani dikdörtgen gibi kenarları paraleldir. Yine eşkenar dörtgen ve onun benzeri de öyledir.

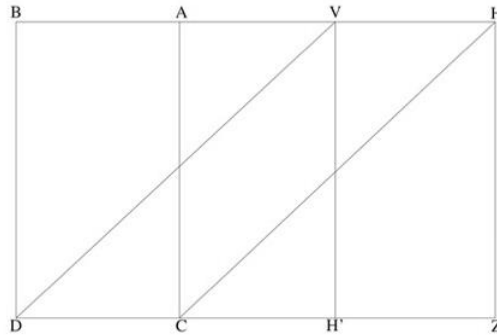
[28.] Paralel kenarlı yüzeyler iki paralel doğru arasında ve tabanları ortak veya eşit olduğunda bu paralel kenarlı yüzeyler birbirine eşit olur. Mesela ABCD ve DHVC yüzeyleri gibi iki yüzey HB ve H'D paralel doğruları arasındadır ve tabanları birdir ve CD çizgisidir. Bu yüzeyler yani ABCD paralel kenarlı yüzeyi ve HVCD paralel kenarlı yüzeyi birbirine eşittir -ki ilki dikdörtgen ikincisi ise paralelkenardır-. Çünkü onlar iki paralel doğru arasında oluşmuşlardır ve tabanları birdir.



Bunun delili: BDC açısının ACH' açısına eşit olduğunu görürsün. Çünkü H'D doğrusuna indirilen BD ve AC dikmelerinin bir tarafında oluşan karşılıklı dik açılardır. Yine HD doğrusu üzerindeki iki dik paralel doğru tarafında olduklarından VDH' açısı ve onun karşısında olan HCH' açısı eşittir. İlklerinden BDH' ve ACH' dik açılarının birinden sonrakileri [VDH' veya HCH'] çıkardığında geriye BDV ve ACH eşit açıları kalır. Çünkü çıkanlar birbirine eşittir ve aynı şekilde çıkarılanlar da birbirine eşittir. Dolayısıyla kalanlar da eşit olur. [Bu durum] benzer şekilde iki eşit adedden iki eşit adedi çıkardığımızda onlardan geriye kalanın da eşit olması gibidir.

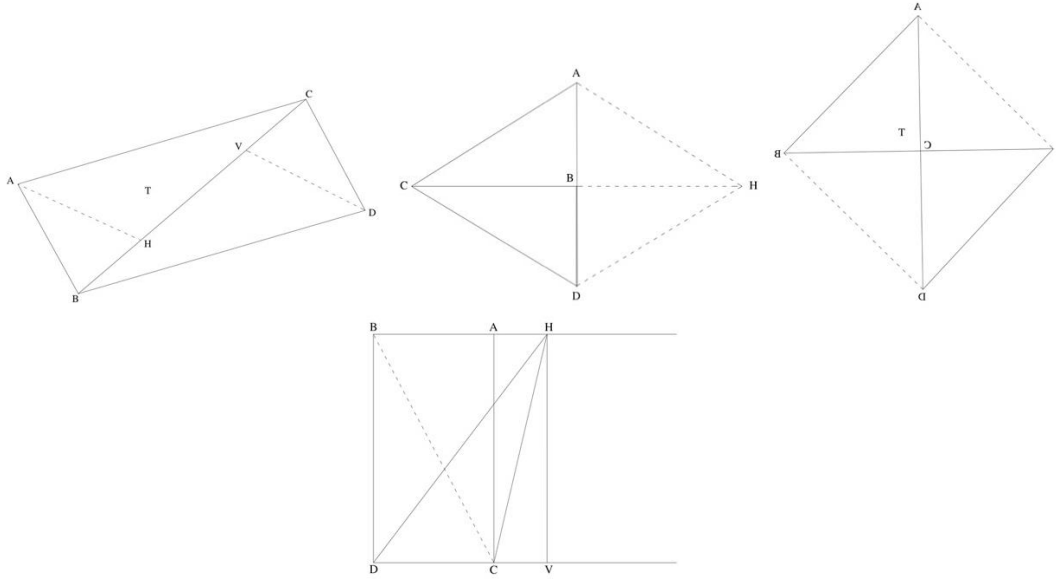
Dahası BDV ve ACH açıları gibi iki eşit açının etrafında birleşen kenarlar, her bir kenar karşısındaki kenara eşit olduğu için eşittir. Ayrıca açıktır ki BDV ve ACH üçgenleri de birbirine eşittir. Zikredilen iki eşit büyük üçgenden VZA küçük üçgenini çıkardığımızda geriye kalan miktarları eşit olan ABDZ ve HVZC munharif dörtgenlerdir. Çünkü üçgenlerin birinden çıkarılan diğerinden çıkarılanla aynıdır ve o da aralarında ortak olan VZA üçgenidir. Sonra da her bir munharif dörtgene ZCD üçgenini eklediğimizde ABCD paralel kenarlı yüzeyi yine paralel kenarlı olan HVCD yüzeyine eşit olur ve bu da istenendir. Bu bahsettiğimiz kuraldan -paralel kenarlı yüzeyler iki paralel doğru arasında olup tabanları bir olursa o zaman eşittirler kuralından- tabanları eşit [uzunlukta] olan paralel kenarlı yüzeylerin de eşit olduğu ortaya çıkar. Çünkü paralel [kenarlar] arasındadır ve tabanları eşittir.

Farklı yönde olsa bile paralel kenarlı ABCD yüzeyi paralel kenarlı HVZH' yüzeyine eşittir. Çünkü ABCD ve HVZH' yüzeyleri iki paralel doğru arasındadır -ki onlar da HB ve ZD doğrularıdır- ve ZH' ve CD tabanları eşittir.



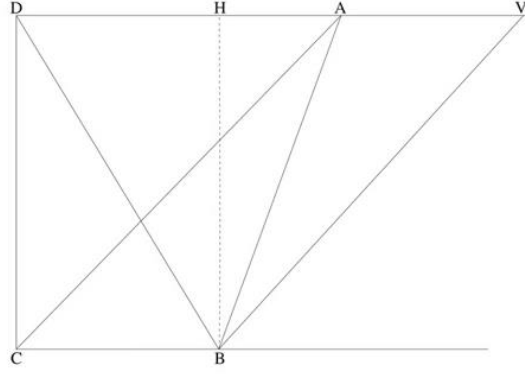
Bunun delili: DV ve CH çizgilerini çıkar. Böylece CDHV paralel kenarlı yüzeyinin ABCD yüzeyine eşit olduğunu görürsün. Çünkü paralel [doğrular] arasındadırlar ve

tabanları CD ortaktır. HVZH' paralel kenarlı yüzeyi de HVCD yüzeyine eşittir. Çünkü paralel [doğrular] arasındadır ve tabanları HV ortaktır. Böylece her ikisi de HVCD yüzeyine eşit oldukları için ABCD yüzeyi ile HVZH' yüzeyi birbirine eşittir. Çünkü aksiyomlardan (usul-i mütearifeden) iki eşit mikdar üçüncüye eşit olduğunda her biri diğerine eşit olur. Paralel doğrular arasında oluşan ve paralel kenarlı yüzeylerin yüksekliklerinin eşit olması, dikmelerin eşit olmasından dolayı ve tabanların da ortak veya eşit olması durumunda bahsedilen hükümden ötürü bu paralel çizgiler arasındaki yüzeyler için de aynı şey geçerlidir.



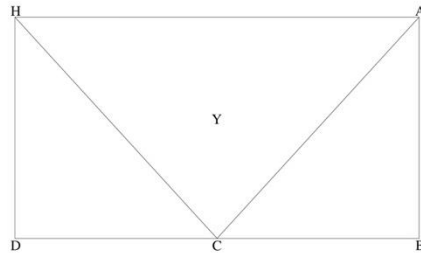
Eğer onlar arasında değilse ve paralel kenarlı yüzeylerden bahsedilen dört şekildeki gibi olurlar ki [onlar] paralel [doğrular] arasındadır ve [onların] tabanı ortaktır veya ikisi arasındadır ve tabanları eşittir veya yükseklikleri ortaktır ve tabanları da ortaktır veya yükseklikleri ortak ve tabanları eşittir.

[29.] Üçgenlerin hükmü ise, paralel doğrular arasında ve tabanları ortak olan üçgenler, VD ve BC paralelleri arasında olan ve BC ortak tabanları olan ABC ve CDB üçgenleri gibi eşittir.



Bunun delili: CA doğrusuna paralel olan BV doğrusunu çıkar. Böylece VBCA paralel kenarlı yüzeyi ortaya çıkar. Sonra CD doğrusuna paralel BH doğrusunu çiz ve böylece paralel doğrular arasında olup tabanları da ortak olduğundan VBCA yüzeyine eşit olan paralel kenarlı HBCD yüzeyi ortaya çıkar. Yine ABC üçgeninin VBCA yüzeyinin yarısı olduğunu ve DBC üçgeninin de ilk yüzeye eşit olan HBCD yüzeyinin yarısı olduğunu görürsün. İki yüzey eşit olduğunda birinin yarısı diğerinin yarısına eşittir. Bu da istenendir.

Paraleller arasında olan ve tabanları eşit olan iki üçgen ABC ve HDC üçgenleri gibidir. Onlar AH ve BD paralelleri arasındadır ve tabanları da eşit [uzunlukta] olan BC ve DC'dir. ABC ve DCB üçgenleri gibi aynı taban üzerinde oluşan ve yükseklikleri eşit olan iki üçgen veya ACB ve DCB üçgenleri; ilkindekiler BC tabanı üzerinde oluşur ve ilkinin yüksekliği AH dikmesi ve ikincinin yüksekliği de DV dikmesidir ve [dikmeler] birbirine eşittir. Diğer iki üçgen ise BC tabanı üzerinde oluşur ve ilkinin yüksekliği AC dikmesi ve ikincinin yüksekliği de DC dikmesidir ve [dikmeler] birbirine eşittir.



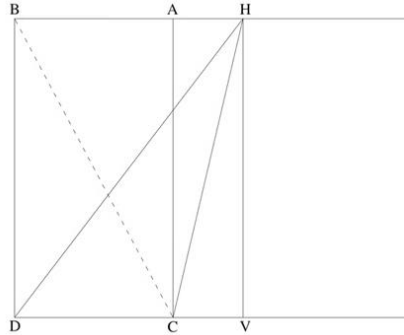
Eşit tabanlarda oluşmuş ve yükseklikleri eşit iki üçgen -mesela ABC ve DHB üçgenlerinin tabanları BC ve HB çizgileri birbirine eşittir ve ilkinin yüksekliği AB dikmesi ve ikincinin yüksekliği de DB dikmesidir- bu şekilde olan üçgenler birbirine

eşit olur. Bunun sebebi bahsedilen sebep ve delillerden ve bu konudan üçgenin hükümlerinin çıkarıldığı gibi anlaşılmaktadır.

[31.] Paralel kenarlı bir yüzey üçgenle beraber iki paralel [doğru] arasında olduğunda ve ikisinin tabanı ortak olduğunda üçgen, paralel kenarlı yüzeyin yarısı olur. Mesela paralel kenarlı ABCD yüzeyi ve HCD üçgeni HB ve VD paralel çizgileri arasında oluşmuştur ve tabanları CD çizgisidir. O zaman HCD üçgeni ABCD paralel kenarlı yüzeyinin yarısıdır.

Bunun delili: BC doğrusunu çıkar. Bu doğru ABCD yüzeyinin köşegeni olur ve yine onu iki eşit [kısmı] böler. Böylece ABCD yüzeyinin tabanı üzerinde olan HCD üçgeninin BC böleninin CD tabanı üzerinde çıkarılmasıyla oluşan BCD üçgenine eşit olduğunu görürsün. Çünkü daha önce [belirtildiği] gibi iki paralel [doğru] arasında olan ve tabanları ortak olan iki üçgen birbirine eşittir. Böylece HCD üçgeni, ABCD yüzeyinin yarısı olan BCD üçgenine eşit olur. Dolayısıyla HCD üçgeni de ABCD yüzeyinin yarısı olur.

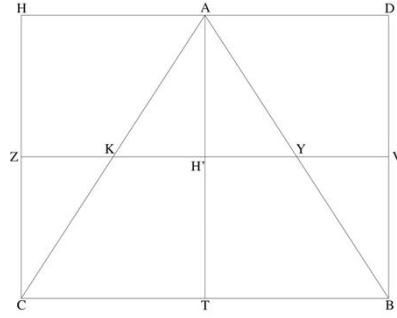
Bu iki üçgen yani HCD ve BCD üçgenlerinin iki paralel [doğru] arasında olması ve tabanlarının ortak olmasından dolayı eşit olmaları iki üçgenin yüksekliklerinin hatta HCD üçgeniyle ACDB yüzeyinin de yüksekliklerinin eşit olmasını gerektirir.



Bunun açıklaması için; HCD üçgeninin başındaki H noktasından üçgenin dışında kalan ve tabanın HB çizgisiyle paralelliğini koruyacak ve doğru şekilde çıkarılmasıyla [oluşan] VC çizgisi üzerine gelen bir dikme çıkarırsın. O dikme de HCD üçgeninin yüksekliği olan ve BCD üçgeninin ve hatta ABCD yüzeyinin yüksekliği olan BD çizgisine eşit olan HV dikmesi olur. Tüm dışa eğimli üçgenlerin yani başı tabanın dışında kalan üçgenlerin yüksekliği tabanın dışında kalır. Bu kural

tüm eğik paralel kenarlı yüzeyler için de geçerlidir. Onun yüksekliği tepe [nokta]sından tabanın dışa doğru uzatılan kısmına indirilen dikmedir.

[32.] Tabanları ve yükseklikleri de birleşik olduğu için DH ve BC paralelleri arasında oluşan ABC üçgeni paralel kenarlı DHBC yüzeyinin yarısıdır. Dolayısıyla bu üçgen DHBC yüzeyinin yarısıdır.



ABC üçgeninin DHBC yüzeyinin yarısı olduğunun sağlaması için, söz konusu BAC üçgeninden tabana üçgeni ve paralel kenarlı yüzeyi ikiye bölen AT dikmesini indir. İlkini [üçgenin] bölünmesiyle ilk ABT ve ikinci olarak ATC üçgeni oluşur. Paralel kenarlığının bölünmesiyle de ilk DABT ve ikinci olarak AHTC oluşur. Sonra ikinci olarak VZ çizgisiyle DHBC yüzeyini ikiye bölersin. Böylece bu VZ dikmesiyle DHBC yüzeyi hepsi birbirine eşit olan dört dörtgene bölünür ki onlar DAVH', VH'BT, AHH'Z ve H'ZTC'dir. Ayrıca VZ dikmesiyle DHBC yüzeyinde dört eşit üçgen oluşur ki onlar da YAH', YVB, KAH' ve KRC [üçgenleri]dir. Yine dört tane de eşit yamuk oluşur ki onlar da DAVY, YH'BT, H'KTC ve AHKZ [yamukları]dır. Hepsine yani ABC üçgeni ve DHBC yüzeylerinden oluşan [şekillere] baktığımızda DHBC'nin dikmeyle oluşan her iki yarısında birbirine eşit büyük üçgenler bulursun. DABT yarısında ADB ve BTA üçgenleri, AHTC yarısında AHC ve CTA büyük üçgenleri vardır. Her büyük üçgenin içinde de küçük üçgen ve yamuk dörtgenler bulursun. Bu küçük üçgenler eşittir ve yamuklar da yine eşittir. Yani büyük üçgenlerin birinde oluşan küçük üçgen diğer büyük üçgenlerde oluşan küçük üçgenlere eşittir. Aynı şekilde tüm yamuklar da birbirine eşittir. O ikisi de yani küçük üçgenle yamuk, içinde bulundukları büyük üçgene eşit olur. Diğer büyük üçgenlerde de böyledir, yani küçük üçgenlerden biriyle yamuklardan biri büyük üçgenlerden birine eşittir. Dahası ADVY yamuğuyla YVB küçük üçgeni yani ADB büyük üçgeni ABC üçgeninin yarısına yani ABC üçgeninin yarısı olan ABT üçgenine veya diğer

yarısı olan ATC üçgenine eşittir. Durum böyle olunca ADB üçgeni bir küçük üçgenle yamuğun toplamına eşit olunca ABC üçgeninin yarısına eşit olur ve DHBC yüzeyinin yarısı olan ADB ve ATB üçgenleri ABC üçgeninin tamamına eşit olur. Böylece ABC üçgeninin DHBC yüzeyinin yarısına eşit olduğu ortaya çıktı. Bu da [ulaşılacak] istenendir.

Sonra bütüne bakınca VZ çizgisiyle bölünmüş DHBC yüzeyinin her bir yarısında iki üçgen ve iki yamuk bulursun. Böylece küçük üçgenler arasında ve yamuklar arasında eşitlik olur. Yamuğa üçgeni eklediğinde büyük üçgenlerden birine eşit olur ki o da ABC üçgeninin yarısıdır. Zaten ABC üçgeninin yarısı da bir küçük üçgenle bir yamuk vardır. DHVZ veya VZBC gibi iki yarımdan birinde oluşan iki yamuğa iki üçgeni de eklediğimizde tüm yarımlardaki toplamı ABC üçgenine eşit olur ki onda da iki yamuk ve iki üçgen vardır. Böylece ABC üçgeninin DHBC yüzeyinin yarısı olduğu ortaya çıktı. Bahsedilen hususlardan ötürü üçgenin mesâhasını bulmak için üç yöntemimiz oldu.

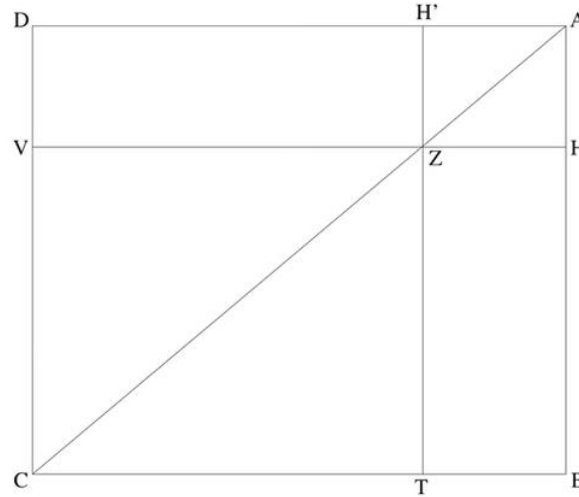
Birinci yöntem: Bahsedilen çizimdeki ABC üçgeninin mesâhasını bulmak istediğinde AT dikmesinin tamamını yani üçgenin yüksekliğini tabanın tamamıyla yani BC çizgisiyle çarparsın. Böylece paralel kenarlı dikdörtgen DHBC yüzeyinin mikdarı ortaya çıkar. Sonra da bu dikdörtgenin mikdarını ikiye bölersin ve onun yarısı ABC üçgeninin mikdarıdır.

İkinci yöntem: Dikmenin tamamını tabanın yarısıyla çarparsan ABC üçgeninin mikdarı ortaya çıkar. Bu çarpımdan elde edilen adeta DABT ve AHTC yarılarından biridir ve onlardan biri de daha önce görüldüğü gibi bu üçgene eşittir.

Üçüncü yöntem: Yüksekliğin yarısını tabanın tamamıyla çarparsın ve böylece üçgenin mikdarı ortaya çıkar. Bu elde edilen mikdar ise adeta DHVZ ve VZBC yarılarının birinin mikdarıdır. Onlardan her biri de daha önce birçok kez bahsedildiği gibi bu üçgene eşittir. Bu üç yolun aslının izahını açıklayarak sözümüzü buraya kadar uzattık. [Çünkü] bu en önemli hususlardandır.

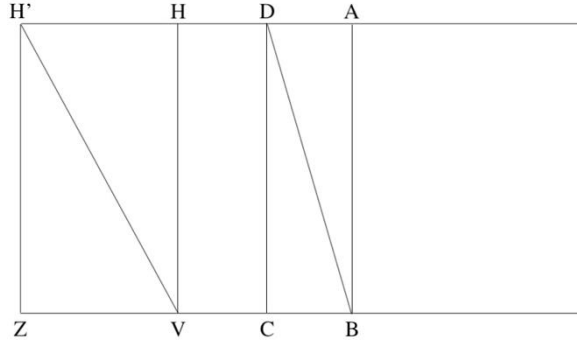
[33.] Tamamlayıcı şekillerin mesâhasında, ki o ikisi paralel kenarlı yüzeydir ve başka bir paralel kenarlı yüzeyin içinde oluşurlar ve köşegeninin yanında ve bu köşegenin iki yanında ve ortak bir noktasında karşılık gelirler. Yani diğer yüzeyin iki açısı vardır ve tamlayan cüzlerden biri o yüzeye bir açıyla ve diğeri de bir açıyla katılır. O iki açı

da eşittir. Mesela $H'ZDV$ ve $HZBT$ paralel kenarlı yüzeyleri $ABCD$ paralel kenarlı yüzeyinin içinde AC köşegeninin iki yanında ve bahsedilen köşegendeki Z ortak noktasıyla oluşur. $ABCD$ yüzeyiyle kesişimleri B ve D açılarında yani biri B açısında diğeri D açısında olacak şekildedir. Bu tamlayanlar birbirine eşittir. Çünkü AC köşegeniyle $ABCD$ yüzeyi ABC ve ADC gibi iki eşit üçgene bölünür. Yine $ZTCV$ yüzeyini aynı şekilde iki eşit üçgene böler ve onlar da CTZ ve CVZ üçgenleridir. $AHZH'$ yüzeyini de iki eşit üçgene böler ve onlar AHZ ve $AH'Z$ üçgenleridir. Böylece büyük, küçük veya orta tüm üçgenlerden köşegenin bir tarafında olan, diğer tarafta karşılık geldiği simetriğine eşittir. Eğer ilk olarak AHZ ve CTZ üçgenlerini $ABCD$ yüzeyinin yarısı olan ABC büyük üçgeninden çıkarırsan [geriye] tamlayanlardan biri olan $HZBT$ yüzeyi kalır. Sonra ikinci olarak da $AH'Z$ ve CVZ üçgenlerini yine $ABCD$ yüzeyinin yarısı olan ADC büyük üçgeninden çıkardığında [geriye] tamlayanlardan diğeri olan $H'ZDV$ yüzeyi olur ve $HZBT$ yüzeyine eşit olur. Böylece bu iki tamlayan birbirine eşittir bu da istenendir. Bu durum hisâb [ilmin]de aynı şekildedir; tümünden iki eşit adedden iki eşit aded çıkarırsak bütünden geriye kalanlar da zorunlu olarak birbirine eşit olur.



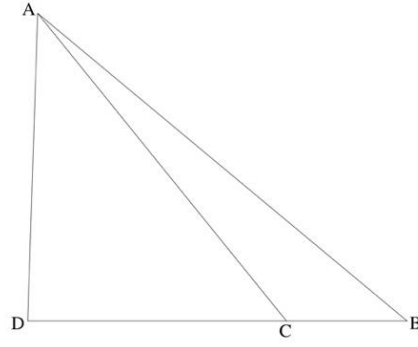
[34.] Paralel yüzeylerin yükseklikleri bir olursa veya [paralel yüzeyler] paralel [doğru]lar arasında olursa birinin diğerine oranı birinin tabanının diğerinin tabanına oranı gibidir. Mesela $ABCD$ ve $HVZH'$ paralel kenarlı yüzeylerinin yükseklikleri eşit veya AH' ve BZ paralelleri arasında olsun. Bu paralel kenarlı yüzeyler paraleller arasında olursa yüksekliklerinin bir olması gerekir. Yine paraleller arasında oluşan iki

üçgenin de yüksekliği birdir. Çünkü yükseklikleri birleştirilebilir. Ancak bazılarının iddiasının aksine iki paralel arasında olmazsa birleştirilemezler.



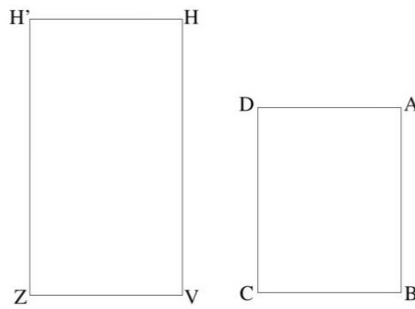
İlk yüzeyin yani ABCD yüzeyinin ikinci yüzeye yani HVZH' yüzeyine oranı ilk tabanın yani BC tabanının ikinci tabana yani VZ tabanına oranı gibidir. Mesela BC tabanı dört cüz ve VZ tabanı da altı cüz olsa ve yükseklikleri de sekiz olsa o zaman ilk yüzeyin ikinci yüzeye oranı dördün altıya oranı yani dört bölü altının bir tama oranı gibi veya üçte ikinin bir tama oranı gibi olur. İlk tabanı yani dördü sekizle çarptığında sonuç otuz ikidir. İkinci tabanı yani altıyı sekizle çarptığında [sonuç] kırk sekizdir. Böylece ilk yüzeyin mikdarı [olan] otuz iki, ikinci yüzeyin yani kırk sekizin dört bölü altısı veya üçte ikisidir.

Üçgenler paralel kenarlı yüzeylerin yarısı olduğu için aynı durum paraleller arasında olan veya yükseklikleri eşit olan üçgenler için de geçerlidir. Mesela bahsedilen yüzeydeki ABC ve VZH' üçgenleri paraleller arasında oldukları için yüksekliklerini birleştirmek mümkündür. Böylece ABC üçgeninin [mikdarının] VZH' üçgenine oranı BC tabanının VZ tabanına oranı gibidir. Yani dört bölü altıdır veya üçte ikinin bütüne oranı gibidir. ABC üçgeninin mikdarı on altıdır ve o da ABCD yüzeyinin yarısıdır. VZH' üçgeninin mikdarı da yirmi dördtür ve o da HVZH' yüzeyinin yarısıdır. On altı da yirmi dördün üçte ikisidir.

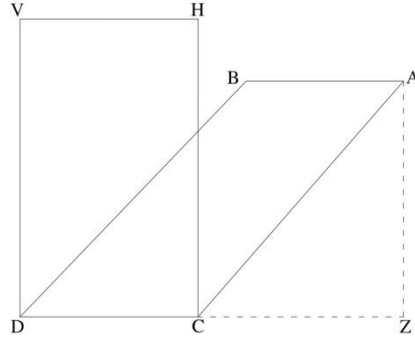


Yükseklikleri paraleller arasında olmayan ancak eşit olan üçgenlere gelince, ki onların örneği ABC ve ACD üçgenleridir ve tepeleri bir A noktasında birleşir. Yükseklikleri iki paralel arasında değildir ancak onları birleştirmek mümkündür. Yükseklikleri de CD doğrusu üzerindeki AD dikmesidir. O zaman ABC üçgeninin ACD üçgenine oranı ilk tabanın ikinci tabana oranı gibidir. İlk tabanın beş cüz ve ikinci tabanın on [cüz] olduğunu varsayarsan o zaman birincinin ikinciye oranı yarımın bütüne oranı gibidir. Yani ikinci yüzey birincinin iki katı olur.

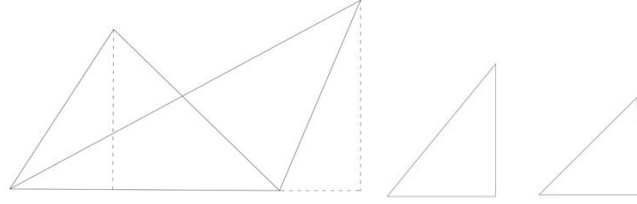
[35.] Tüm paralel kenarlı yüzeylerde tabanları birleştirdiğinde/eşitlediğinde birinin diğerine oranı o ikisinin yüksekliklerinin oranı gibi yani bir yüksekliğin diğerine oranı gibi olur. Bunun misali ABCD ve HVZH' paralel kenarlı yüzeyleridir. İlkinin yani ABCD yüzeyinin ikinciye yani HVZH' yüzeyine oranı altı cüz olan ilk yükseklik AB'nin sekiz [cüz] olan ikinci yükseklik HV'ye oranı gibidir. Yani üç bölü dördün bütüne oranı gibidir.



[36.] Tabanları ortak ancak yükseklikleri farklı olan yüzeylere gelince; mesela ABCD ve HVCD paralel kenarlı yüzeyleri olsun. İlkinin yüksekliği A noktasından çıkan ve iki yüzeyin ortak tabanlarından uzatılan ZC doğrusu üzerinde olan dikmedir. İkinci yükseklik de VD veya HC doğrusudur. Çünkü ikisi de dikmedir ve HVCD yüzeyinin kenarıdır. Tabanları CD'dir. İkisinin oranı ve miktarı önceki iki yüzey gibidir.



Tabanları birleşik olan veya eşit tabanlı olan üçgenlerde de durum böyledir. Onların her biri paralel kenarlı yüzeylerin yarısıdır ve birinin diğerine oranı birinin yüksekliğinin diğerinin yüksekliğine oranı gibidir. Misali de şekildeki gibidir.

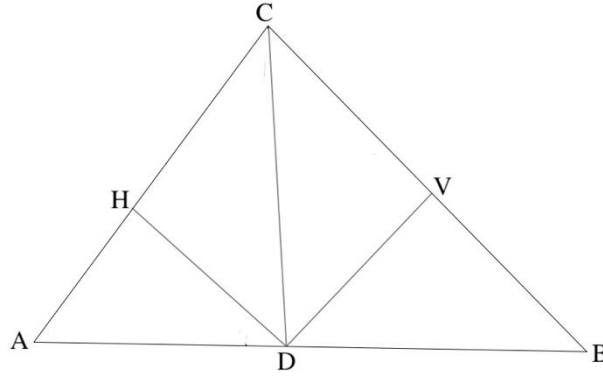


[37.] Paralel kenarlı yüzeylerden birinin diğerine oranı ikisinin yüksekliğinin yani birinin yüksekliğinin diğerinin yüksekliğine oranı gibiyse tabanları eşit veya birleşik olur. Mesela yüzeylerden birinin miktarı yirmi dört cüz ve diğerinin miktarı otuz iki olsa ilk yükseklik altı ve ikinci yükseklik sekiz olur. Böylece altının sekizin dörtte üçü olduğu gibi yirmi dördün de otuz ikinin dörtte üçü olduğunu görürsün.

Tabanların eşit olduğunun sağlaması: İlk miktarı yani yirmi dördü yüksekliğine yani altıya bölersin ve dört çıkar. Sonra ikinci miktarı, ki o otuz ikidir, yüksekliğine yani sekize bölersin ve yine dört çıkar.

Aynı şekilde bir paralel kenarlı yüzeyin diğerine oranı tabanlarının birinin diğerine oranı gibi olursa yükseklikleri eşit olur. Mesela paralel kenarlı bir yüzeyin miktarı on altı ve ikincinin miktarı otuz iki olursa ve ilk taban iki ve diğer taban dört olursa on altının otuz ikiye oranı ikinin dörde oranı gibi yani yarımın bütüne oranı gibidir. İlk miktarı yani on altıyı tabana yani ikiye bölersek sonuç sekiz olur ve bu birinci yüksekliktir. İkinci miktarı da yani otuz ikiyi tabanına yani dörde bölersek sonuç yine sekiz olur ve bu ikinci yüksekliktir ve birinci yüksekliğe eşittir. Geri kalanlarda da aynı şekilde yaparsın.

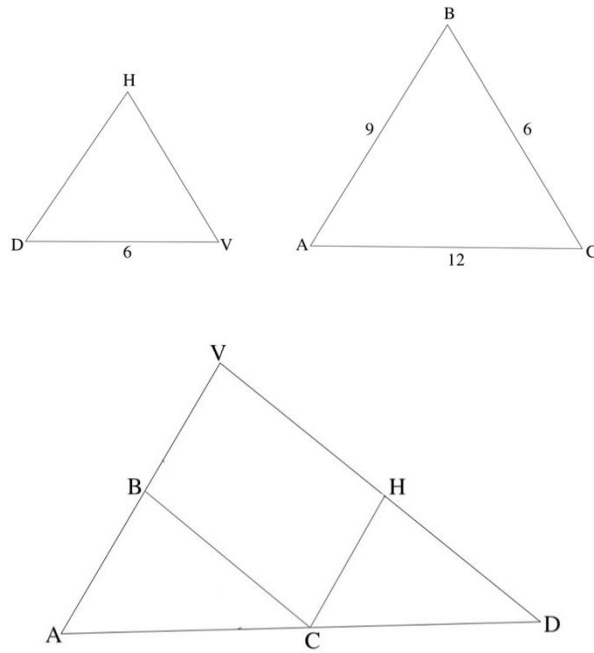
[38.] Üçgenlerdeki durum da aynı şekildedir. Üçgenlerden birinin diğerine oranı ikisinin yüksekliklerinin oranı gibi olduğunda ikisinin tabanı eşit olur. Üçgenlerden birinin diğerine oranı ikisinin tabanlarının oranı gibi olduğunda ikisinin yüksekliği eşit olur. ABC üçgenindeki ACB açısını mesela bir CD çizgisiyle iki eşit kısma yani iki eşit açıya böldüğümüzde iki kısımdan AD, BD oranı yani birinin diğerine oranı AC CB kenarlarının yani birinin diğerine oranı gibidir.



Bunun delili: kısımlarının oranının kenarların oranı gibi olduğunun delili için D noktasından karşı kenara yani AC kenarına DH dikmesini ve CB kenarına da DV dikmesini çıkarırsın. Böylece ACB açısını böldüğün CD çizgisinin kendisine eşit olduğunu görürsün. DHC açısı DVC açısına eşittir çünkü ikisi de dik açıdır. HCD açısı da VCD açısına eşittir. Yine HDC açısı da VDC açısına eşittir. Ne var ki bir üçgenin iki açısı başka bir üçgenin iki açısına eşitse hepsi değiştirilebilir olur ve kalan açılar da eşit olur. HD kenarı yani dikmelerden biri diğer dikme olan VD kenarına eşit olduğundan ACD ve BCD üçgenlerinin yüksekliği tabanlarına göre, yani AC ve BC'ye göre eşittir. İkisinin yüksekliği de yine HD ve VD dikmeleridir. Dolayısıyla ACD üçgeninin BCD üçgenine oranı kısımlarından birinin yani AD'nin diğerine yani BD'ye oranı gibidir denilse doğru olur. Bu bahsedilenden AC kenarının BC kenarına oranının AD kısmının BD kısmına oranı gibi olduğu ortaya çıktı ve bu da istenendir.

[39.] Benzer üçgenlerde ve diğer benzer şekillerdeki eşit açılarla karşılıklı olan kenarlar *karşılıklı kenarlar (el-edlâu'l-mütebâdile)* olarak isimlendirilir ve bu karşılıklı kenarlar orantılıdır. Karşılıklı kenarlar orantılı olduğunda, bu karşılıklı orantılı kenarlar benzer olduğundan onların açılarının da karşılıklı olması gerekir.

ABC üçgeninde C açısı karşısında olan AB kenarının -bu ilk üçgene benzer olan DHV üçgeninde AB kenarının karşısında olan- V açısı karşısındaki DH kenarına oranı denildiğinde ilkindeki B açısı karşısındaki AC kenarının ikincideki H açısı karşısındaki DV kenarına oranı gibidir. İlkindeki AB kenarının karşısındaki C açısının ikincideki DH kenarının karşısındaki V açısına eşit olması gerekir. Yine ilkindeki AC kenarının karşısındaki B açısının DV kenarının karşısındaki H açısına eşit olması gerekir. ABC üçgeni CHD üçgenine benzer olduğunda ABC üçgenindeki AB kenarının AC kenarına oranı, CHD üçgenindeki CH kenarının CD kenarına oranı gibidir.



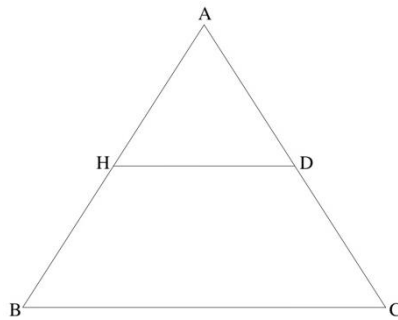
Bunun açıklaması: İki üçgenin tabanını tek bir düz çizgi oluşturacak şekilde doğrusal olarak birleştirirsin ve AB kenarını ve DH kenarını V noktasına ulaşacak şekilde çıkarırsın. Böylece ABC üçgeni CHD üçgenine benzer olur ve BCA açısı VDC açısına eşit olur. Çünkü BC kenarı VD kenarına paraleldir ve daha önce söylediğimiz gibi iki paralel doğru tek bir doğru üzerinde olursa paralel doğrular arasındaki karşılıklı iç açılar eşittir. Söylenilen nedenden dolayı da VAC açısı HCD açısına eşit olur. Yine oluşan BCHV şeklinin paralel kenarlı olduğu da ortaya çıkar. Onun BV kenarı CH kenarına eşittir ve benzer şekilde BC kenarı da VH kenarına eşittir. BC kenarı AV ve AD kenarları arasında oluşur ve VD kenarına paraleldir. Böylece AB'nin BV'ye oranı AC'nin CD'ye oranı gibi olur. Yine BV kenarını BV

kenarına eşit olan CH kenarına yerleştirirsen AB'nin BV'ye oranı AC'nin CD'ye oranı gibidir. Sonuç olarak da AB'nin AC'ye oranı CH'nin CD'ye oranı gibi olur. Bu da istenendir.

Bu husustan anlaşılmıştır ki benzer iki üçgenin birindeki iki veya üç kenarının mikdarını ve diğer benzer üçgenin bir kenarının mikdarını bildiğinde benzer üçgenin bilinmeyen diğer iki kenarını da erbaa mütenasibe ile bilmek mümkündür. Mesela ABC üçgenindeki AC kenarının [mikdarının] on iki cüz, AB kenarının dokuz ve benzer üçgenlerin diğeri olan DHV üçgenindeki DV kenarının da altı olduğunu bildiğinde DH kenarının mikdarını bilmek istersen altıyı dokuzla çarparsın. Sonra sonucu [olan] elli dördü on ikiye bölersin ve [sonuç] dört tam bir bölü iki olur ve o da ikincideki bilinmeyen DH'nin mikdarıdır. İkinciden HV kenarının mikdarını bilmek istediğinde ilkinde ona karşılık gelen BC kenarının [mikdarının] altı olduğunu bildiğinde bu [değeri] altıyı DV kenarıyla çarparsın ki o da yine altıdır. Sonra sonucu yani otuz altıyı on ikiye bölersin. Böylece çıkan sonuç üçtür. O da HV kenarının mikdarıdır.

Bil ki bahsedilen mevzu mesâhanın önemli usullerindendir ve onların tamamının aslı gibidir. Dolayısıyla daha önce bahsettiğimiz bazı usulleri ve yine sözümüzle işaret edeceğimiz diğer usulleri bu usulle anlamak için bu yeni usulü eksiksiz bir şekilde bilmek gerekir.

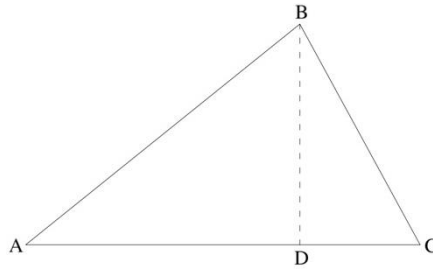
[40.] ABC üçgenine BC tabanına paralel olan bir DH doğrusu yerleştirirsen o zaman BA kenarının BC kenarına oranı HA kenarının HD kenarına oranı gibi olur.



Bahsedilen oranın açıklaması: BAC açısı HAD açısına eşittir. Çünkü DH, BC tabanına paralel olarak yerleştirildiğinden ABC büyük üçgeni ve ADH küçük üçgeni oluşur ve bildiğin gibi A açısı hem küçük hem de büyük üçgenin tabanlarının

karşısındadır ve ikisinin ortak açısı olarak kendine eşittir. Daha önce de söylediğimiz gibi iki paralel doğru üçüncü bir doğru üzerinde olduğunda iki paralelin her iki tarafındaki karşılıklı açılar eşit olduğundan ABC açısı da AHD açısına eşittir. Yine belirtilen nedenden dolayı ACB açısı da ADH açısına eşittir. Böylece ADH küçük üçgeninin ABC büyük üçgeniyle benzer olduğu ortaya çıktı. Dolayısıyla BA'nın BC'ye oranı HA'nın HD'ye oranı gibi olur. Aynı hüküm diğer taraf için de geçerlidir. Yani CA'nın CB'ye oranı DA'nın DH'ye oranı gibidir. Tam tersi de böyledir. Yani BC'nin BA'ya oranı HD'nin HA'ya oranı gibidir veya CB'nin CA'ya oranı DH'nin DA'ya oranı gibidir. Yine BA'nın HA'ya oranı BC'nin HD'ye oranı gibidir.

[41.] ABC üçgeni gibi çeşitkenar dik açılı bir üçgenin B açısından hipotenüsü olan AC'ye D noktasında ulaşan BD dikmesini çıkarmak gibi dik açıdan hipotenüs üzerine bir dikme çıkardığında onunla üçgeni iki benzer üçgene bölersin ki onların her biri asıl üçgene yani ABC üçgenine benzerdir.



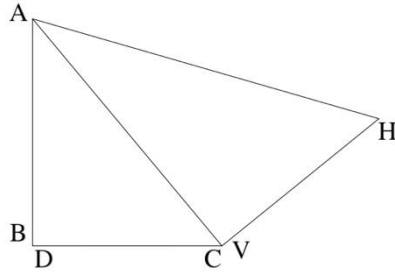
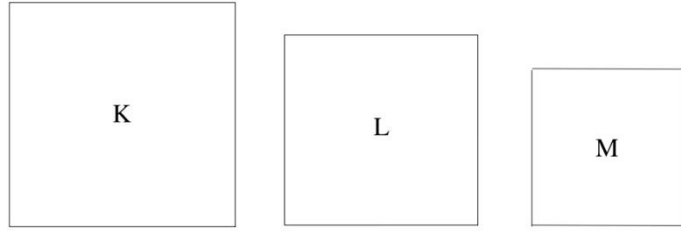
Dikmeyle oluşan iki üçgenin asıl üçgene benzer olduğunun açıklaması: Dik açının dikmesiyle oluşan ADB ve CDB üçgenlerinin her ikisinin asıl üçgene benzer olduğunu görürsün. ADB üçgenindeki A açısı kendisi ve asıl üçgende bulunan ortak [açı]dır ve kendine eşittir. Oluşan ADB üçgenindeki B açısı da ABC asıl üçgenindeki C açısına eşittir. Çünkü iki benzer üçgenden birindeki iki açı diğerine eşitse o zaman kaçınılmaz olarak ilkindeki üçüncü açı da diğerinde karşılık geldiği açıya eşittir. Böylece ABC üçgeniyle ADB üçgeninin benzer oldukları ortaya çıktı. Sonra aynı A açısının da kendine eşit olması gibi oluşan CDB üçgenindeki C açısı kendisiyle asıl üçgen arasında ortak olduğunu ve kendine eşit olduğunu görürsün. Bahsedilen nedenden dolayı oluşan CDB üçgenindeki [açı]ların üçüncüsü olan B açısının ABC asıl üçgenindeki A açısına eşit olması gerekir. Böylece oluşan CDB üçgeni ve ABC asıl üçgeni, ADB ve ABC üçgenleri gibi benzerdir. Bu da istenendir.

Hipotenüsün karesinin dik açıda birleşen kenarların kareleri toplamına eşit olduğunun delili şöyledir: İlk olarak A dik açısından CH doğrusuna paralel bir doğru çıkarırsın ki bu doğru CB hipotenüsünü K'de keser ve DH doğrusuna Y'de ulaşır. Sonra ikinci olarak A noktasından H noktasına ve B açısından da T açısına bir doğru çizersin. Gördüğün gibi HCA üçgeni, AY ve CH paralel doğruları arasındaki paralel kenarlı HCKY yüzeyiyle aynı taban üzerindedir ki o da HC'dir ve KYCH yüzeyinin yarısıdır. Yine görürsün ki TCB üçgeni BH' ve CT paralel doğruları arasındaki paralel kenarlı CTH'A yüzeyiyle aynı taban üzerindedir, ki o da CT'dir ve CTH'A yüzeyinin yarısıdır. Çünkü daha önce değindiğimiz gibi iki paralel arasında olan ve aynı veya eşit tabanlarda olan paralel kenarlı yüzeyde oluşan bir üçgen o yüzeyin yarısıdır. Sonra HCA ve BCT üçgenlerinin eşit olduğunu görürsün. Çünkü ilkindeki HC kenarı ikincideki BC kenarına eşittir ve ilkindeki AC kenarı ikincideki CT kenarına eşittir. Yine hipotenüsleri de eşittir. Böylece iki eşit üçgenin biri yani HCA üçgeni KYHC dikdörtgeninin yarısı olur ve bu iki eşit üçgenin diğeri olan BCT üçgeni de CTH'A karesinin yarısı olur. Yine BCDH karesinde oluşan KYHC dikdörtgeninin AC kenarının kendiyile çarpımından [mikdarı] oluşan CTH'A karesine eşit olduğu ortaya çıktı. Aynı şekilde diğer kare için yani ABVZ karesi için yaparsak A'dan D'ye bir doğru ve C'den V'ye diğer bir doğruyu çıkarırsın. Böylece iki eşit üçgen oluşur ve bunlardan biri BKDY dikdörtgeninin yarısıdır ve diğeri ise ABVZ karesinin yarısıdır. O zaman ilkindeki gibi BKDY dikdörtgeninin ABVZ karesine eşit olması gerekir. Dahası zikredilen iki dikdörtgenin toplamı olan BCDH dikdörtgeni de ABVZ ve ACTH' karelerinin toplamına eşittir. Bu da istenendir.

Bil ki bu şekil Euclides'in birinci kitabının kırk yedinci şeklidir. Onu bilge mühendis Pisagor oluşturmuş ve onu bulmasına yardım ettiği için putuna yüz inek kurban etmiştir. Bu şeklin birçok faydası vardır ve özellikle dik açılı üçgenlerin kenarını bulmada [kullanılır]. Mesela hipotenüsü ve dik açıda birleşen kenarlardan birini bildiğinde ve bu birleşen [kenarlardan] ikinci kenarı çıkarmak istediğinde bütün bilinenlerin karesini alırsın ve bilinen birleşen kenarın karesini hipotenüsün karesinden çıkarırsın. Sonra da fazlasının kökünü alırsın ve o da bilinmeyen kenardır.

Birleşen iki kenarın mikdarını bildiğinde ve hipotenüsün mikdarını bilmek istediğinde, bu ikisinin karesini alırsın ve toplamlarının kökünü çıkarırsın. İstenilen ortaya çıkmıştır. Bahsedilen bir dik açılı üçgende dik açının hipotenüsünün karesinin

iki kenarın kareleri toplamına eşit olduğu kuralını sabitleştirmek istersen ve bilinmeyen bir kare yerleştirmek istersen onun mikdarı bilinen iki karenin veya daha fazlasının yani üç veya dört veya daha fazla karenin toplamına eşittir. Bu ise bahsedilen şeklin önemli faydalarından birine işaret eder.



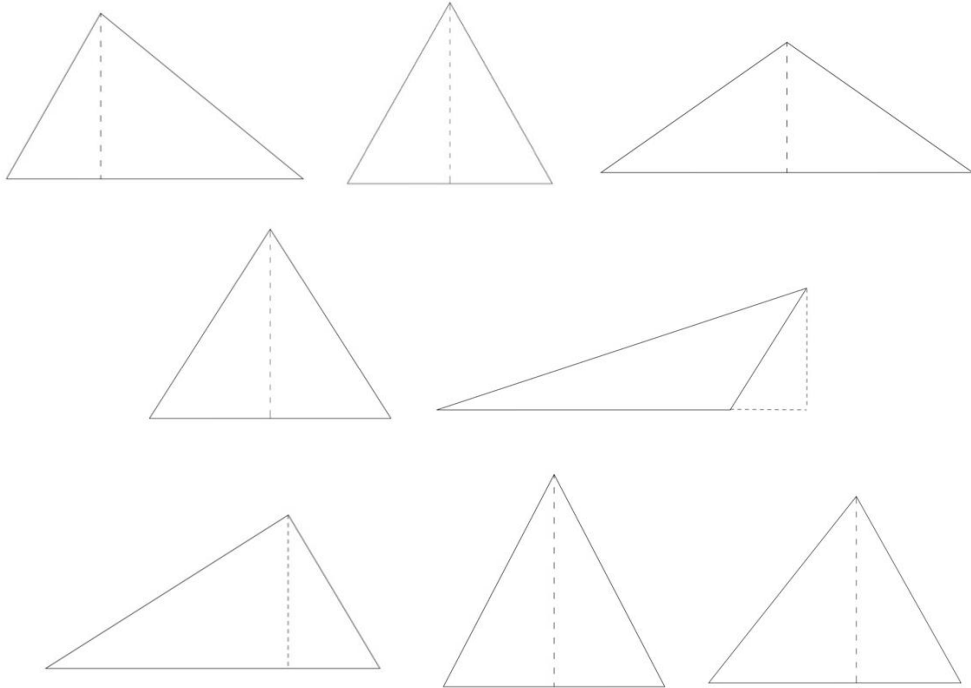
Mesela K, L ve M kareleri gibi tüm kenarları eşit olduğu için K karesinin herhangi bir kenarı mesela AB kenarını L karesinin kenarlarından birine mesela CD kenarına dik açı oluşturmak için dik olarak yerleştirirsin. Ardından da dikmeyi örtersin yani AB ve CD kenarlarına AC doğrusunu yerleştirirsin. Hipotenüs yani AC bilinmeyen karenin kenarı olur ki mikdarı zikrettiğimiz K ve L karelerinin toplamına eşit olur. Sonra M karesinin bir kenarını mesela HV kenarını ikinciye yani CD kenarına dik olarak yani AC hipotenüsü üzerine yerleştirdiğinde -yani CD'yi AB'ye dik olarak yerleştirip sonra da dikme AH doğrusuyla örtülür- AH hipotenüsü bilinmeyen karenin kenarı olur ve o karenin mikdarı K, L ve M karelerinin toplamına eşittir. İşte bu şekilde uygularsın.

Dört veya daha fazla karenin toplamının mikdarına eşit olan bir kare yerleştirmek istediğinde, daha önce dairenin yüzeyinin mesâhası ve çapının bahsedildiği giriş kısmı ve kare ve dikdörtgenin mesâhasının bahsedildiği yedinci fasılda bahsedildiği gibi ilkindeki kenarlardan birini kendiyle çarparsın ve çıkan sonuç da kare yüzeyinin

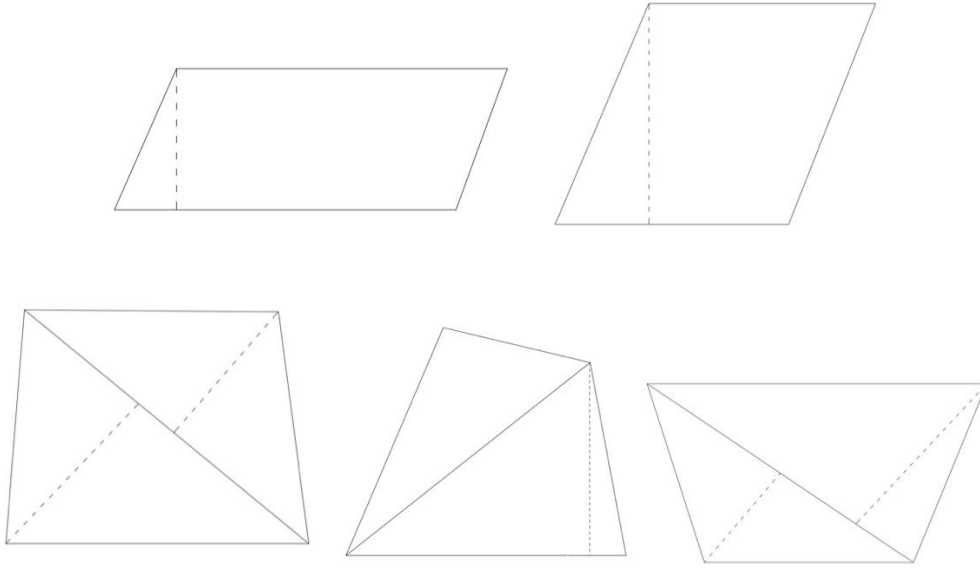
miktarıdır. İkincisinde iki eşit kısa kenardan birini iki eşit uzun kenardan biriyle çarparsın ve sonuç da dikdörtgen yüzeyinin miktarı olur.

Dik açılı üçgende ise ilk dik açıda birleşen kenarlardan biri dik kenar (kadde) diğeri de tabandır. Sonra dik kenarın miktarıyla tabanın miktarını çarparsın ve sonucu ikiye bölersin. O, yarım üçgen yüzeyinin mesâhasıdır. Yahut dik kenarın miktarını tabanın yarısıyla veya dik kenarın yarısını tabanın tamamıyla çarparsın. Adımların sonucu ise üçgenin miktarıdır.

Eşkenar veya dar açılı, geniş açılı ikiz kenar ve dar açılı veya geniş açılı çeşitkenar gibi diğer üçgenlerin mesâhasına gelince üç kenardan biri taban olarak kabul edersin. Tabanın karşısındaki açıdan tabana dikme çıkarırsın. Onun karşısındaki açı onun dışındaysa veya dikme tabanın dışına doğru devam eden bir doğru üzerine çıkarsa karşısındaki açı onun dışında olur ve daha önce bahsedildiği gibi bu dikme üçgenin dik kenarı ve yüksekliğidir. Sonra dikmenin tamamını tabanın yarısıyla veya dikmenin yarısını tabanın tamamıyla çarparsın. Sonuç ise istenendir. Yahut dikmenin tamamını tabanın tamamıyla çarpıp sonra da sonucu ikiye bölünce de istenen sonuç elde edilir. Örneği de şekildeki gibidir. Birçok kere açıklanan şeyi tekrar açıklamaya lüzum yoktur.



Dörtgenlerden eşkenar dörtgen ve benzerinin mesâhasına gelince o ikisinin her birinde kenarlarından birini taban olarak kabul edersin. Karşısındaki açıdan yüzeyin içine dikme çıkarırsın ki bu, dikme şeklin dik kenarı ve yüksekliği olması içindir. Sonra dikmeyi tabanla çarparsın ve çarpımdan çıkan sonuç yüzeyin yani eşkenar dörtgen veya benzerinin yüzeyinin mikdarıdır.

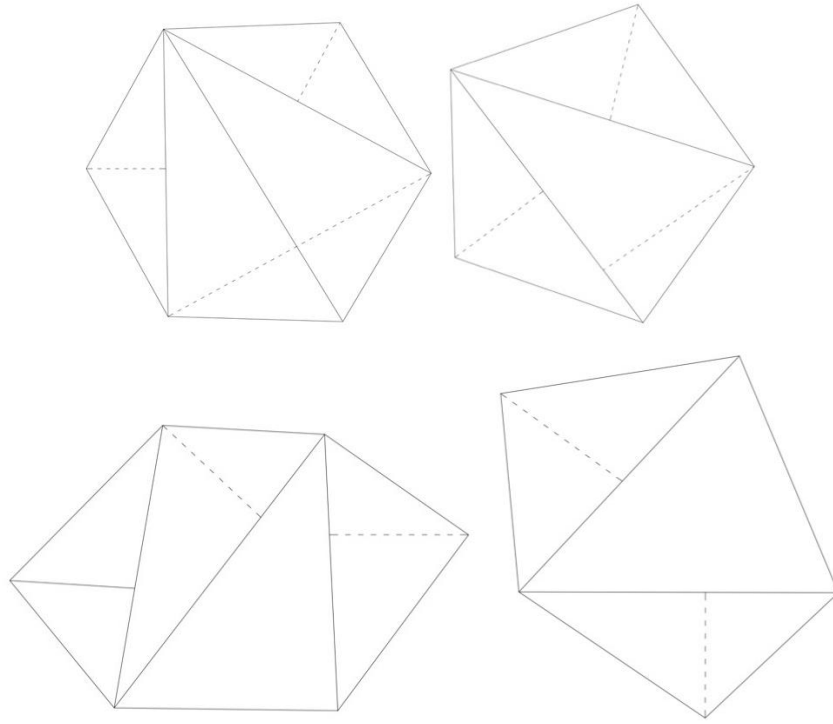


Diğer dörtgenlere gelince, ki onlar yamuk veya diğer paralel kenarlılardır, onları köşegenlerle üçgenlere bölmek gerekir. İlk olarak herhangi bir açıdan karşı açısına bir doğru çıkarırsın. Daha önce iki farklı üçgende bahsedildiği gibi bu doğru köşegen veya bölendir. Sonra oluşan üçgenlerin her birinde tabanın karşısındaki açıdan köşegene yani üçgenlerin ortak tabanına bir dikme çıkarırsın. Sonra da dikmeyi yani üçgenin dik kenarını ve yüksekliğini tabanın yarısıyla çarparsın. Tüm çarpımların sonucu üçgenin mikdarıdır. Sonra da iki sonucu toplarsın ve bu toplam istenilen karenin yüzeyinin mikdarıdır. Bu yoldan birçok kez bahsettik, o yüzden bundan fazla açıklamaya ihtiyaç yoktur.

3.2.2.1.9 Dokuzuncu Fasıl:

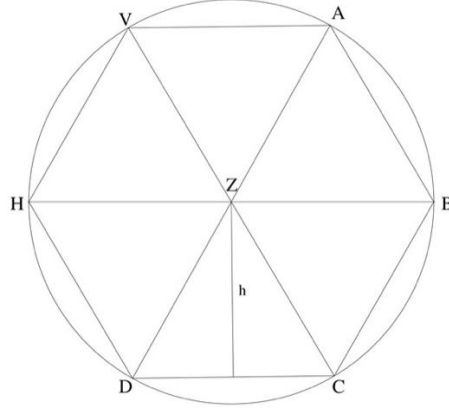
Düzgün veya düzgün olmayan beşgen, altıgen vb. gibi çokgenlerin mesâhası ve kenarlarının konumu hakkındadır. Düzgün çokgenlerin mesâhasını bilmeyi daha önce yedinci fasılda dairenin mesâhasını bilme yolundan önce açıklamıştık. Çokgenlerin mesâhası için yedinci fasılda bahsedilmeyen bir diğer yöntem düzgün olmayan çokgenlerin mesâhasını da içerir. Bu, çokgen şekillerinin onların kenar sayısının iki

eksiği kadar üçgene bölünmesi aslına dayanan bir yöntemdir. Nitekim beşgen üç üçgene bölünür ve altıgen dört, yedigen beş üçgene bölünür ve bu şekilde açılarının üç eksiği sayısında köşegenle bölünürler. Beşgen iki köşegenle, altıgen üç köşegenle ve yedigen de dört köşegenle bölünür ki bu köşegenler bir açıdan [o açının] karşı açısına doğru çıkarılır. Çıkarılan her köşegeni şeklin çevresinde oluşan üçgen veya ortada ve çevrede ortak olan iki üçgenin tabanı olarak kabul edersin. Sonra köşegenin yani tabanın karşı açısından tabana dikme çıkarırsın ve dikmeyi tabanın yarısıyla çarparsın. Sonuç da üçgenin mikdarıdır. Aynı şekilde şeklin içinde oluşan tüm üçgenler için aynı işlemi yaparsın ve mikdarlarını yani tüm üçgenlerden çıkan sonuçları kaydedersin ve hepsini toplarsın. Sonuçların toplamı da mesâhasını istediğin şeklin mikdarı olur. Önceki fasılda söylediğimiz gibi bu yöntem dörtgenler için de geçerlidir.



Beşgen, altıgen vb. düzgün çokgenlerin açısını bilmek istediğinde bunun yolu dairenin çevresi olan üç yüz altmışı açısını bilmek istediğin şeklin kenar sayısına bölmektir. Eğer bu şekil beşgen olursa [kenar sayısı] beş, altıgen olursa altı olur. Ardından bölmeden çıkan sonucu üçgenin mikdarı olan yüz seksenden çıkarırsın. Kalan da istenen açının mikdarıdır.

Mesela altıgen şeklinin iç açısını bilmek istediğinde üç yüz altmışı altıya bölersin -ki o kenar sayısıdır- ve çıkan sonuç altmış olur. Sonra da altmışı yüz seksenden çıkarırsın ve geriye yüz yirmi kalır. O da istediğin açının veya tüm iç açıları eşit olduğunu bildiğin için tüm açıların mikdarıdır.



Bunun delili: ABCDHF altıgenindeki bilmek istediğin ABC açısının üç noktasından geçen ve daha önce bahsettiğimiz yöntem ile bir daire çizersin. Böylece altıgenin tüm açılardan geçtiğini ve ABC açısının çevresinden geçen AB ve BC yaylarının kırışleri eşit olduğundan yayların da eşit olduğunu görürsün. Çünkü bir dairedeki eşit kırışlerin yayları da eşittir. Aynı şekilde kalan yaylar da yine kırışler eşit olduğundan eşittir. Ardından dairenin merkezi olan Z [noktası]dan tüm açılara doğrular çıkarırsın. Böylece ABC açısının ZB yarıçapıyla iki eşit açığa bölündüğünü görürsün. Yine ZA ve ZB yarıçapları ve AB kenarıyla oluşan AZB üçgenindeki ZAB açısının ABC açısının yarısı olan ZBC açısına eşit olduğunu görürsün. Çünkü her birinin mikdarı diğerine eşittir. Yani dairenin çevresinde oluşan A açısının mikdarı dayandığı/kapsadığı BCD yayının yarısıdır. Yine dairenin çevresinde oluşan B açısının mikdarı dayandığı AVH yayının yarısıdır ve o iki yayın yarısı birbirine eşittir. Sonrasında ise merkezde oluşan AZB açısının ZAB ve ZBA açılara eşit olduğunu görürsün. Çünkü Z açısının mikdarı onların her birine yani A açısı ve B açısına eşittir. Bu da merkezde oluşan açının mikdarı dayandığı yayın mikdarı kadar olması ve AB yayının BCD ve AVH yaylarının yarısı olmasından dolayıdır. Böylece ABZ, BAZ ve BZA açılarının üçünün eşit olduğu ve her birinin mikdarının da dairenin altıda biri yani altmış derece olduğu ortaya çıktı. Merkezdeki Z açısının mikdarını yani altmışı yüz seksenden çıkardığında geriye ZAB ve ZBA açılarının

mikdarı olarak yüz yirmi kalır ki o da ABZ ve CBZ açılarının mikdarı veya ABC açısının mikdarıdır. Çünkü önceki gibi birbirlerine eşit olduklarından CBZ açısını BAZ açısıyla değiştirirsin. Bu da istenendir.

Bir çokgendeki açıların toplamını bilmek istediğinde şeklin kenar sayısını yüz seksenle yani üçgenin mikdarıyla çarparsın. Sonra da sonuçtan üç yüz altmışı, yani merkezde oluşan açıların mikdarını çıkarırsın. Çıkarmadan bize kalan çevrede oluşan açıların toplamının mikdarıdır.

Mesela beşgen şeklinde beşi yüz seksenle çarptığında sonuç dokuz yüz olur. Sonra sonuçtan üç yüz altmışı çıkarırsın ve geriye beş yüz kırk yani beşgenin açıları toplamının mikdarı kalır. Altıgende altıyı yüz seksenle çarparsın ve sonuç bin seksen olur. Sonra ondan üç yüz altmışı çıkarınca geriye altıgen için yedi yüz yirmi kalır. Geri kalanı da aynı şekilde bulunur.

Çokgenlerde merkezden kenardaki açılara doğrular çıkararak üçgenler oluşturulabilir ve böylece düzgün çokgenler veya ona benzeyen düzgün olmayan çokgenlerde oluşan her üçgenin şeklin çevresinde iki açısı ve merkezde de bir açısı olur. O açıların mikdarı da yüz seksendir. Çokgenlerden bir şeklin kenar sayısını yüz seksenle çarptığında o şeklin kenar sayısı kadar üçgenin açısını elde edersin. Sonra da sonuçtan üç yüz altmışı yani merkezdeki açıların mikdarını çıkarırsın. Çıkarmadan kalan çevredeki açıların mikdarıdır. Bu da istenendir.

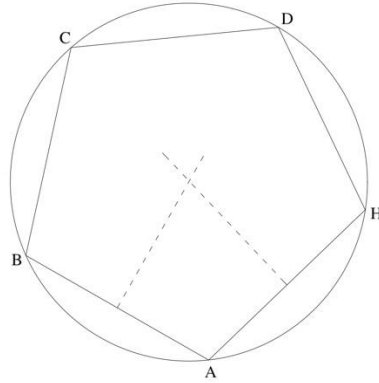
Bu yöntemden daha kolay bir yol ise şeklin kenar sayısının iki eksiğini yüz seksenle çarpmaktır. Böylece sonuç açıların toplamının mikdarını verir. Beşgende üçü, altıgende dördü ve yedigende beşi vd. yüz seksenle çarparsın.

Düzgün çokgeni ABDH gibi bir dairenin içine yerleştirmeyi bilmeye gelince bu konumlandırmanın yolu için üç yüz altmışı yerleştirmek istediğin şeklin kenar sayısına bölersin.

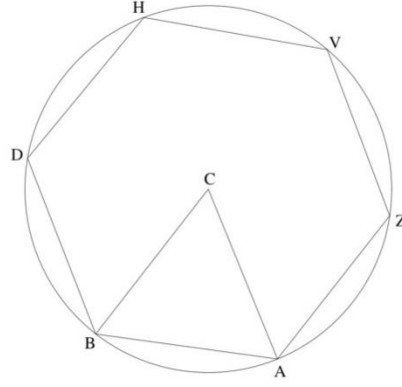
Mesela altıgen yerleştirmek istediğinde altıya bölersin. Bölmeden çıkan sonuç ACB açısının mikdarıdır ve altmıştır. Sonra C merkezinden kenarları dairenin çevresine ulaşacak şekilde A noktasından B noktasına doğrular çizersin. Bu doğru altıgenin bir kenarıdır. Sonra AB kenarının uzunluğunu pergâr ile alırsın ve çevredeki AB kenarının bir tarafından çıkıp diğer tarafına ulaşacak şekilde döndürürsün. Böylece

istenen yani ABDH dairesinde altıgen oluşmuş olur. Diğer çokgenlerde de işlem bu şekildedir.

Belirlenmiş bir çizgiye düzgün bir çokgen yerleştirmek istersen çokgenin kenar sayısının adediyle yüz sekseni çarparsın. Sonra da sonuçtan üç yüz altmışı çıkarırsın. Çıkarmadan kalan yine açılar toplamının miktarıdır. Daha sonra bu açılar toplamı istenilen şeklin kenar sayısına bölünür. Bölmenin sonucu bu şeklin açılardan birinin miktarıdır.



Mesela belirlenmiş bir AB çizgisi üzerine düzgün beşgen yerleştirmek istediğinde beşgenin açılarının toplamını yani beş yüz kırk beşgenin kenar sayısı olan beşe bölersin. Bölmenin sonucu yüz sekizdir ve o da eşit açılardan birinin miktarıdır. Bu açıyı daha önceki gibi minkaleyle AB çizgisinin uçlarından birine mesela B noktasına taşırsın ve AB çizgisine eşit olan BC çizgisini oluşturursun. AB ve BC çizgileri istenilen beşgenin iki kenarı olur. Sonra daha önce yeri gelince zikredilen hususi yöntemle A, B ve C noktalarının üzerinden geçen bir daire çiz. Uzunlukları aynı olduğu için AB veya BC kenarlarından birinin uzunluğunu pergârla al ve CD, DH ve HA çizgilerini çiz. Böylece istenilen beşgen elde edilmiş olur. Bütün düzgün altıgenlerde altıgenin kenarlarının her biri altıgeni her iki kenarın birleşim noktasından geçecek şekilde çevreleyen dairenin çapının yarısıdır.

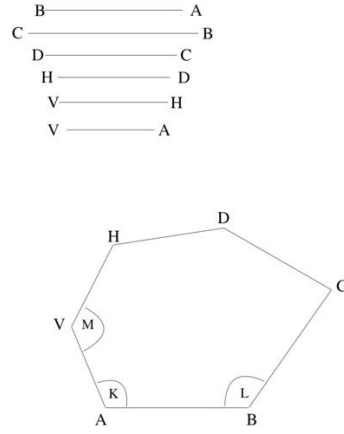


Bunun açıklaması: ACB açısının mikdarı altmış derecedir ve A ve B açılarının toplam mikdarı da yüz yirmi derecedir. Çünkü bir açıyı yüz seksenden çıkarınca geriye kalan iki açının toplamının mikdarıdır. AC kenarı BC kenarına eşit olur ve [taban dışındaki] kenarları (sâk) eşit olan üçgende tabandaki açılar da eşit olduğundan A açısı da B açısına eşit olur ve her ikisi de altmış derecedir. Yine bu açıların her ikisi de C açısına eşittir. Bahsettiklerimizden açık olarak üç açının eşit olduğu ve AB kenarının da çapın yarısı olan AC ve BC'ye eşit olduğu ortaya çıkar.

Bir altıgeni yerleştirmek istersen bir daire çizersin ve sonra çapının yarısı uzunluğunda birbirine bağlı altı çizgiyi çizersin. Böylece istenilen ortaya çıkmış olur.

Tüm kenarları bilinen ve kenar sayısının üç eksiği kadar olan köşegenleri bilinen her çokgen şeklini yerleştirmenin yolu: -Her çokgende köşegenleri bir açıdan karşısındaki açısına veya kenarına uzatmak üçü dışındaki kenar ve açılarda mümkün olduğundan köşegen sayısı kenar sayısından üç eksiktir.- Köşegenlerle kenar sayısının iki eksiği kadar üçgen oluşur. Köşegenlere bitişik üçgene veya iki ucundan birinin devamına üçgen konulur.

Mesela A, B, C, D ve H beş çizgisi ve V ve Z köşegenleri bilinen beşgeni yerleştirmek istediğinde Z köşegenine A ve B çizgilerini yerleştirirsin ve böylece ilk üçgen oluşur. Sonra onun üzerine V köşegeni, C çizgisi ve ikisinde ortak olan Z köşegeninden başka bir üçgen yerleştir. Sonra da ikinci üçgen üzerine D ve H çizgilerinden ve ikinci üçgenle ortak olan V köşegeninden oluşan bir üçgen yerleştir.



Tüm kenar [uzunlukları] bilinen ve üç açısı dışındaki açılar bilinmeyen bir çokgeni yerleştirme yöntemine gelince mesela altı adet olan AB, BC, CD, DH, HV ve VA çizgileri olsun ve K açısı yüz otuz, L açısı yüz on bir ve M açısı da yüz on iki olsun, öncelikle AB çizgisini çiz ve bildiğin üzere minkale ile A noktasına K açısını yerleştir. Ardından K açısı üzerine VA'yı yerleştir, sonra AB çizgisindeki B noktasına yüz on bir [derece]lik L açısını yerleştir ve üzerine BC doğrusunu çiz. V noktası üzerine de yüz on iki [derece]lik M açısını yerleştir ve üzerine de HV doğrusunu çiz. Geriye CD ve DH doğruları ve bilinenler dışında üç açı kaldı. Pergâr ile CD doğrusunun uzunluğunu al ve C noktasından D'ye doğru uzunluğu kadar uzaklıkta bir yay çiz. Yine DH doğrusunu da pergâr ile al ve H noktasından uzunluğu kadar uzaklıkta başka bir yay çiz ki ilk yayla D noktasında kesişsin. Yayların kesişim noktasından DC ve DH doğrularını çıkar. Böylece istenilen sonuç hasil oldu. Diğerlerinde de bu şekilde yaparsın.

3.2.2.2 BİRİNCİ BÂBA EK:

Hesabî rakamlar yani hesapta kullanılan rakamlar hakkındadır. Rakamların kullarımdaki şekli dokuz tanedir ve hindî sayılar olarak isimlendirilirler. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ve onuncusu da sıfırdır. Ancak sıfır diğer dokuz sayı gibi değildir, onların aksine sayıların olmadığı mertebelerde bulunur ki bu da bilinmektedir. Sayılardan müfred sayılarda zatına ve medlulüne bakılmadan her biri bir cinsten veya benzerinden birinin yerine ikame edilir. Dokuzundan biri müfred/ tek basamaklı olduğunda birin aded olması diğer rütbelere göre konumuz dahilindedir. Mürekkebe gelince ondan biriyle olup geri kalanı eşit rütbelerdir.

Sayıların basamakları (mertebeler) ise üçtür. İlki birler basamağıdır ve sayının en sağında bulunur veya tek olarak birden dokuz kadar olan rakamlara işaret eder. İkincisi onlar basamağıdır ve ilkinin solunda ikinci basamakta bulunur ve ondan doksana kadar onar onar artan sayılara işaret eder. Üçüncüsü ise yüzler basamağıdır ve ikincinin üstünde ve solundadır. Yüzlükler yüzden dokuz yüze kadar yüzer yüzer artan sayılara işaret eder. Bahsedilen üç basamağın ötesinde ise üç basamağı olan binler basamağı vardır. Yani fazla olan ilk mertebeye binler basamağı, ikinci mertebeye on binler basamağı ve üçüncü mertebeye ise yüz binler basamağıdır. Bu üç mertebenin ötesinde yine üç mertebesi olan binler basamağına ilaveten milyonlar (uluf uluf) basamağı vardır. Daha da ötesinde milyarlar basamağı (uluf uluf uluf) vardır ve böyle devam eder.

Büyük veya küçük farketmez herhangi bir sayı bulunduğunda ve durumu üzere bıraktığında yani bir durumdan başka bir duruma dönüştürmediğinde sadece değerini ifade/telaffuz etmek istediğinde mezkûr basamaklara göre ifade et ki o yani onun basamağına göre ifadesi sayım olarak adlandırılır. Herhangi bir sayıyı tahvil ve tebdil etmek istediğin duruma gelince, ya daha büyük bir sayıya tebdildir yani o sayıyı olduğundan daha büyük bir sayı yapmaktır ya da daha küçük bir sayı yapmaktır.

İlki bir sayıyı diğerine ekleyerek daha büyük bir sayı elde etmektir ve *toplama* olarak isimlendirilir. Toplananlardan her biri *toplanan (mecmu')* olarak adlandırılır. Yahut aynı sayıyı tekrar etmektir. Bir kere tekrar edilirse iki katını almak olur, birden çok tekrar edilirse o zaman başka bir sayı ile sayıyı *çarpma (darb)* olur ve ilk sayı yani tekrar eden sayı *çarpılan(madrûb fih)* ve diğer sayı da *çarpan (madrûb)* olur. Bu [işlem]den oluşan da çarpım sonucudur.

İkincisi ise bir sayıyı küçüğüyle değiştirmek yani kendisinden küçük olan başka bir sayıyı, yani çıkarılan eksiltile sayı- ondan eksiltmektir. İlki *çıkarılan (matrûh minh)*, diğeri de *çıkan(matrûh)* olarak isimlendirilir. Aralarındaki fark yani çıkarılan ile çıkan arasındaki farka da *fazlalık* veya *kalan* denir. Sayı ikiye bölünerek de daha küçük bir sayı yapılabilir. O toplamları ilk sayıyı veren iki eşit yarıya/sayıya bölmedir. İlk sayı *ikiye bölünendir (munassif?)* ve bölümlerinin her biri de yarımdır. Yahut sayı daha küçük bir sayıya ikiden büyük bir başka sayıya bölme işlemiyle dönüştürülür. Bu [işlem] ise *bölme (taksîm)* denir. İlk sayı *bölünen (maksûm)*, ikinci

sayı *bölen* (*maksûm aleyh*) ve bu ikisinden çıkan üçüncü sayı da *bölme sonucudur* (*haric 'ul-kısme*).

Bunlar hesap [ilmin]deki aksam-ı sebâdır, yani sayma, toplama, iki katını alma, çarpma, çıkarma, ikiye bölme ve bölme [işlemleri] hesap usulleri olarak adlandırılırlar. Bazıları iki katını almayı çarpmadan sayar ve ikiye bölmeyi de bölmeden sayar. Onlara göre usuller beşe düşer. Bazıları ise hesap usullerinin sayma, toplama ve çıkarma olarak üç tane olduğunu söyler. İki katını alma ve çarpmayı toplama olarak sayarlar. Bir sayıya [aynı] sayıyı eklersen iki katını alırsın ve o da ikisinin toplamıdır. İkiye bölme ve bölmeyi de çıkarmadan sayarlar. Bir doğru, yüzey veya cismin mikdarının mesâhasını ahşaptan yapılmış on kademe bölünmüş ve her kademi on isbâ'ya her isbâsı on çizgiye ve her çizgisi de on noktaya bölünmüş olan özel bir mimsaha ile veya işlemi kolaylaştırmak ve dışarıda uygulaması ve başarısını sağlamak için bölmeleri mimsahanın bölmeleriyle eşit olarak varsayılan mikyâs ile ölçersin.

İki çizgi veya çizgilerin, iki yüzey veya yüzeylerin vb. mikdarını toplamak istersen birinin rakamlarını diğerinin [rakamları] üzerine sayıların tamamı soldan sağa doğru yerleştir. Sonra... İkisinin mikdarını önceki yöntemle yazdıktan sonra onların altına bir çizgi çiz ve altına bir satır ekle. Sonra sağdan toplamaya başla ve diğer sayıların toplamında yaptığın gibi o ikisini topla. Sonra toplamın sağından en büyük cüze kadar her cüzü bir rakamla ayır. Cüzlerin en üstündeki sayının tamamıdır. Mesela iki çizgi, iki yüzeyin vb. biri üç rumh, dört kadem, sekiz isbâ, iki çizgi (hat) ve beş nokta olsa ve diğer çizgi, yüzey vb. de iki rumh, yedi kadem, dokuz isbâ, üç çizgi ve sekiz nokta olsa ikisinin toplamını bahsedildiği şekilde yazın ki o altı rumh, yedi isbâ, altı çizgi ve üç noktadır ve şekli de şöyledir:

rumh	kadem	isbâ	hat	nokta
3	4	8	2	5
2	7	9	3	8
6	2	7	6	3

Diğer uygulamalarda da böyle yaparsın.

Bir çizginin veya yüzeyin vb. iki katını almak istersen onun değerinde [bir sayıyı] altına yaz ve ikisini topla. Bu toplam çizginin vb. iki katının mikdarıdır. Yahut çizgiyi vb. ikiyle çarparsın ve çarpımın sonucu da istenen [çizginin vb.] iki katıdır. Çizginin mikdarını kendiyle yani kendi mikdarına eşit başka bir çizginin miktarıyla veya kendi mikdarından fazla veya eksik olan başka bir çizginin mikdarıyla çarparsan -bu çarpıma mesâhada kareleme denilir- çarpılanın çarpanın kendi olduğu yani çarpılanın çarpana eşit olduğu [durum olan] ilk ikisinin sonucu tam karenin yüzey mikdarıdır. Çarpılanla çarpanın farklı olduğu [durum olan] diğer ikisinin sonucu ise dikdörtgenin [yüzey] mikdarıdır.

Bir sayıyı kendiyle çarptığında ve sonra birinci çarpılanı ilk çarpımın sonucuyla çarptığında ikinci çarpımın sonucu küpünün mikdarıdır ve delili de küptür. Onun açıklamasını üçüncü bâbta göstereceğiz inşaallahu teala. Hesap [ilmin]de kendiyle çarpılana *kök* (*cezr*) denir veya çarpım sonucuna *kökünü alma* (*meczûren*), mesâhada *karesini alma* (*murabba'an*) denir. Yine çarpıma yani kendiyle çarpım sonucuna *kök* (*cezr*) de denilir. Ancak birincisine *karekök* (*cezr li'l-murabba*), ikincisine *küpkök* (*cezr li'l-mukaab*) denir. Aslında onlar birdir. Kök almayı kolaylaştırmak için cetvelde birden dokuza kadar her sayının kökünü ve küpünü işaret ettik.

kök	kare	küp
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Kök çıkarma(teczîr), bir sayının bilinen kökünden bilinmeyen sayıyı çıkarmaktır. Bilinmeyen çıkan [sayıyı] kendiyle çarptığında çarpımın sonucu bilinene sayıya veya ona yakın [bir sayıya] eşit olur. Sayının bilinen kökü küçükse yani bir veya iki basamaklıysa mesela dokuz ve otuz altı sayıları vb. gibi, tabloya bakıp köklerini bulursun, yani dokuzun kökü üç ve otuz altının kökü altıdır. Böyle amel edersin.

Kökünü çıkarmak istediğin kökü alınan sayının büyük olduğu duruma gelince mesela dört rakamdan oluşan 1936 sayısı gibi, onu çıkarmanın yolu şöyledir:

Sayının kökünü çıkarmak için her iki sayısını sağdan sola her tarafına çizgi çizerek ayır. Sonra soldan başlayarak cetveldən ilk iki sayıya, yani ilk kısma, yakın olan köke bak. İlk kısım on dokuzdur ve yakın olan da on altıdır. Onun kökü de dördtür. On altıyı ilk kısımdaki on dokuzun altına ve kökü olan dördü de ilk çizginin sağına yazarsın. Sonra on altıyı on dokuzdan çıkar. Geriye kalan üçü altının altına yaz. Sonra ikinci kısımdaki otuz altıyı kalan üçün hizasında sağ tarafına taşı. Ardından çıkarılan kök olan dördün iki katını al ve onu -sekizi- ikinci kısımdaki soldan birinci olan üç [sayısın]ın altına yerleştir. Eğer kökün iki katı iki sayıdan oluşuyorsa o zaman birini birinci sayının altına diğer onlar basamağındaki sayıyı da sol alta yazarsın. Sonra kökün iki katı olan sekizin üstündeki sayıyı, yani otuz üçü, kökün iki katına -sekiz- böl ve sonucu -dört- çizginin sağındaki önceki kökün hizasına yaz. Yine bu sonucu kökün iki katı olan sekizin sağına yaz ve sekizin sağındaki kendi değerinin altına da yaz. Üç sayının altına da bir çizgi çiz. Sonra da alttaki sayıyı -dört- üstündekiyle -seksen dört- çarp ve çarpım sonucu olan üç yüz otuz altıyı çizginin altına yaz. Ardından sonucu üç sayıdan en üstte olandan -üç yüz otuz altı- çıkar. İstenen ortaya çıktı. Birinci çizginin sağındaki -kırk dört- istenilen köktür.

Sağlaması: Çıkan kökü kendiyle çarp. Sonuç kökü istenilen [sayıya] eşittir. Şekli de aşağıdaki gibidir:

19	36	kök
16	00	44
3	36	
	84	
	4	
	336	
	000	

Diğer işlemlerde de böyle yaparsın. Bahsedilen yöntemin uygulamasının açıklamasını arttırmak için iki şekil daha koyduk. Bu yöntem zikredilen şekildeki gibi son çıkarmadan geriye bir şey kalmadığında geçerlidir.

59	28	29	0.23
20	.	.	.
228	.	.	.
1.2	.	.	.
2	.	.	.
217	.	.	.
.3229	.	.	.
1.83	.	.	.
3	.	.	.
3329	.	.	.

5	85	64	kök
4	00	00	242
1	85	00	
	44	00	
	4	00	
	176	00	
	009	64	
	4	82	
	2		
	964		
	000		

Son çıkarmadan geriye kalan olduğunda bunun yolu; kökü, gerçeğe yani istenen köke imkân olduğu kadar yakın bir sayıya yuvarlamaktır. Kalan küsurattan da kök alınır ve tüm kök sayısına eklenir. Yahut son çıkarmanın sağında kalan veya kalan altı sıfırla bir milyonla çarpılmış gibi olan kökü alınan [sayı]nın bütün cüzlerini bir milyona böl -tüm cüzlerin kökü bindir-. Mesela sağında altı sıfır olan ve görünüşü de 869000000 olan -ki o 869 ile bir milyonun çarpımına eşittir- bahsedilen sayıyla bağlantılı 869'un kökünü çıkarmak istersen bütün sıfırlarla diğer sayılar arasına önceki gibi sola doğru bitene kadar çizgi çekerek onları ayır. Sonra işlemi önceki gibi

tamamla. Bu işlemden çıkan sonuç 29478'dir. Birinci kısmın kökü iki, ikinci kısmın kökü dokuzdur yani tamamının kökü yirmi dokuzdur. Kalan üç sayı 478 bir milyona bölünen cüzlerin kökü ve küsuratıdır. İşlemdeki son çıkarmadan kalan sayıya gelince büyük olduğunu görürsün tamamen unutulup bırakılmıştır. Çünkü o [sayı] gayet küçük olduğundan önemsizdir. Şekli de aşağıdaki gibidir. Geri kalanlarda da böyle yaparsın.

$$\begin{array}{r}
 8 \mid 69 \mid 00 \mid 00 \mid 00 \mid 29478 \\
 \hline
 4 \mid 69 \\
 4 \mid 49 \\
 \hline
 9 \\
 \hline
 441 \\
 \hline
 028 \mid 00 \\
 5 \mid 84 \\
 4 \mid \\
 \hline
 2336 \\
 \hline
 0464 \mid 00 \\
 58 \mid 87 \\
 7 \mid \\
 \hline
 41209 \mid \\
 05191 \mid 00 \\
 58948 \\
 8 \\
 \hline
 471584 \\
 \hline
 047516
 \end{array}$$

Bir küp sayının kökünü çıkarma yolunagelince bu kendisinden kökü çıkarmak istenen sayının açılımıyla olur. Mesela 79507 küp sayısı olsun, sonra her kısımdan kök çıkarmak için rakamları karede ikişer ikişer ayırdığın gibi burada üçer üçer ayırıcı çizgilerle ayır ve soldan yani birinci kısımdan başla. Birinci kısım -yetmiş dokuz- için tablodaki en yakın küpü ara. Onda bulduğun en yakın küp altmış dördtür ve [cetvelde] üst karedeki [değeri] dördtür ve yetmiş dokuzun köküne en yakın olanıdır. Kökü yani dördü dış çizginin sağına yaz ve en yakın küpü de birinci kısım olan yetmiş dokuzun altına yaz. Sonra bu küpü yetmiş dokuzdan çıkar ve kalan on beşi onun altına yaz. İkinci kısmı da kalan cüzün yanına taşı. Sonra aklından veya başka bir yerde çıkan kökün karesini al ve sonuç olan on altıyı üç ile çarp ve onu ikinci kısmın altına çiz. Yani sekizi ikinci kısımdaki beşin altına ve dördü birinci kısımdaki beşin altına yerleştir. Sonra ikinci kısmın kökünü çıkarmak için on beşte

dört üç defa var dersin. Üçü ilk kökün sağına ve sekizin altına yazarsın. Ardından onun altına bir çizgi çek ve sonra üçü kırk sekiz ile çarp. Sonucu -yüz kırk dört- da çizginin altına yaz. Sonra çarpan ve çarpılanı sil. Çünkü artık onlarla işlem yapılmayacak.

Akabinde ikinci kökün karesini al ve karesini -dokuz- üç ile çarp ve sonucu yani yirmi yediyi de birinci kök olan dört ile çarp. Sonucu da -yüz sekiz- şekildeki sonucun -yüz kırk dört- altına sekiz yüz kırk dördün bir basamak dışında kalacak şekilde yaz. Yine ikinci kök olan üçün küpü olan yirmi yediyi de yüz sekizin altına yedi onun bir basamak dışında kalacak şekilde yerleştir. O üç sayının altına bir çizgi çiz ve onları topla. Toplamı da çizginin altına yaz. Sonra bu toplamı ikinci kısımdaki en büyük toplam sayıdan çıkar. Geriye birinci kısımdan hiçbir şey kalmadı. Onunla işlem tamamlandı. Çizginin dışındaki kök kırk üçtür. İşlemin çizimi de şekildeki gibidir:

$$\begin{array}{r|l}
 79 \overline{) 507} & 43 \quad 4 \\
 \underline{64} & \underline{4} \\
 15 \, 507 & \underline{16} \\
 \quad 4800 & \underline{3} \\
 \quad \quad 300 & \underline{48} \\
 \hline
 14400 & \quad 3 \\
 \quad 108 & \quad \underline{3} \\
 \quad \quad 27 & \quad \underline{9} \\
 \hline
 15507 & \quad \underline{3} \\
 \hline
 00000 & \quad 27 \\
 & \quad \underline{4} \\
 & \quad 108
 \end{array}$$

Eğer küpün [sayısının] üç, dört veya daha çok kısmı olursa hepsinde de iki kısımdaki işlem den fazlasını yapmazsın. Bu işlem son çıkarmadan geriye kalan/küsurat olmadığında böyledir. Eğer küsurat kalırsa onu çıkarmanın yolu şöyledir: Onu veya küpü birleştirmektir. Sağında her biri küple çarpılarak elde edilen binlerden [oluşan] dokuz sıfır vardır. Sonra onu önceki gibi üçer üçer ayır. Mesela 843'ün küp kökünü çıkarmak istediğinde ona dokuz sıfır ekle veya 1000000000 ile çarp -o, birinciyle aynıdır-. Sonra sayıların tamamını ayırıcı çizgilerle üçer üçer ayır. Soldan başla ve birinci kısımdaki 843 sayısına en yakın değeri cetvelde ara. 729'u bulursun ve onun

üst karesinde kök [değerini] dokuz bulursun. Kökü yani dokuzu dış çizginin sağına ve küpü olan 729'u da 843'ün altına yerleştir. Yolunu daha önce gösterdiğimiz gibi işlemi tamamlarsın. Şekli de aşağıdaki gibidir:

$$\begin{array}{r}
 843 \overline{) 000\,000\,000\,9446} \\
 \underline{729} \\
 114\,000 \\
 243 \\
 \underline{4} \\
 972 \\
 432 \\
 \underline{64} \\
 101584 \\
 \underline{12416\,000} \\
 26508 \\
 \underline{4} \\
 10603200 \\
 4512 \\
 \underline{64} \\
 10648384 \\
 \underline{1767616\,000} \\
 2673408 \\
 \underline{6} \\
 1604044800 \\
 101952 \\
 \underline{216} \\
 1605064536 \\
 162551464
 \end{array}$$

Çıkarmadan kalan küsurat daha önce söylediğimiz gibi çok küçük olduğu için önemsizdir. Dış çizgide soldaki sayı kökün tam kısmıdır ve sağdaki sayı da kalan kesir kısmıdır. 843 küp sayısı rumh olursa kökün soldan birincisi rumh, onun yanındaki kadem, onun yanındaki isbâ olur ve böyle son cüze kadar gider.

Beş rakamdan oluşan köke ekleme yaparsan mesela altı rakam olursa o zaman sağdan birincisi nokta, ikincisi hat, üçüncüsü isbâ, dördüncüsü kadem ve dördün üstünün tamamı da rumh olur. Ancak rumhun on kademe, kademın on isbâyâ, isbânın on hatta ve hattın on noktaya bölünmesi şarttır.

Çizgi veya yüzeyi vb. ikiye bölmeye gelince bunun yolu çizgi, yüzey vb. sayısının tam kısmını ve cüzlerini soldan sağa doğru yaymaktır. Yani tam kısmı sağa ve cüzü varsa cüzlerini onun soluna sonra cüzün cüzünü vs. en küçük cüze kadar yerleştir. Sonra tam kısımdan başla ve hesap [ilmin]deki gibi tam kısım ve cüzlerin hepsini

ikiye böl. Son cüz tek sayı değilse onun yarısı hesaptaki kesirler gibi kesirli değildir. Hatta bildiğin gibi on cüzden beşi onda cüz olmaz, diğer nokta kesirleri gibi kesirdir

<table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">rumh</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">kadem</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">isbâ</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">hat</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">nokta</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">4</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">8</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">7</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">2</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">3</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black; padding-top: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">2</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">4</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">3</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">6</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">1</td> </tr> </table>	rumh	kadem	isbâ	hat	nokta	4	8	7	2	3						2	4	3	6	1	<table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">rumh</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">kadem</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">isbâ</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">hat</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">nokta</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">1</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">2</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">9</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">6</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">5</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black; padding-top: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">6</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">4</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">8</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">2</td> <td></td> </tr> </table>	rumh	kadem	isbâ	hat	nokta	1	2	9	6	5						6	4	8	2			5
rumh	kadem	isbâ	hat	nokta																																							
4	8	7	2	3																																							
2	4	3	6	1																																							
rumh	kadem	isbâ	hat	nokta																																							
1	2	9	6	5																																							
6	4	8	2																																								

<table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">rumh</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">kadem</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">isbâ</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">hat</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">nokta</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">2</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">4</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">6</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">5</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">4</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px solid black; padding-top: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">6</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">6</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">6</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">6</td> <td></td> </tr> </table>	rumh	kadem	isbâ	hat	nokta	2	4	6	5	4						6	6	6	6			<table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">kadem</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">isbâ</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">hat</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">nokta</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">4</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">1</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">9</td> </tr> </table>	kadem	isbâ	hat	nokta	4	1	0	9
rumh	kadem	isbâ	hat	nokta																										
2	4	6	5	4																										
6	6	6	6																											
kadem	isbâ	hat	nokta																											
4	1	0	9																											

Mesâhadaki çıkarma yöntemine gelince onun yöntemi önce büyük sayıyı yani çıkarılanı daha önce gösterildiği gibi solda tam kısmı sağda cüzleri olacak şekilde ve cüz olmayan yerlere sıfır yerleştirerek yaymak; sonra da küçük sayıyı yani çıkanı çıkarılanın altına tam kısmı [büyüğün] tam kısmın altına ve cüzleri [büyüğün] cüzleri altına gelecek şekilde ve ve cüz olmayan yerlere sıfır yerleştirerek yaymaktır. Sağdan başlayarak hesap [ilmin]de olduğu gibi aynı şekilde çıkar.

Mesâhadaki bölmeye gelince o da hesap [ilmin]deki gibidir sadece mikdarların sayılarının tam ve cüz kısımları birkaç kez değinildiği şekilde yazıldıktan sonra hesaptaki tam sayı gibi hepsini böl. Eğer bölmeden tam kısım çıkarsa bölmenin sonucu yine ilk sonuçtaki gibi önce tam kısım, ikincisi cüz, üçüncüsü cüzün cüzü vs. diye yazılır. Eğer tam kısım çıkmazsa o zaman birinci sonuç tamın cüzü, ikincisi cüzün cüzü vs. şeklinde devam eder.

Mesela bir rumh dört kadem altı isbâ beş hat dört noktayı altıya bölersen sonuç 4109 olur. Rumhun payı olmadığından birinci sayı olan dört kadem için, bir isbâ için, yanında sıfır olduğundan hat için bir şey yoktur ve dokuz da nokta içindir.

Bölünen çok küçük ve bölen çok büyük bir sayıysa bölmeyi yapabilmek için bölünen sayıyı bölenden büyük olana kadar cüzlere ayırırsın. Mesela rumhu onla çarp, sonuç

kadem olur; kademin sayısını onla çarp, isbâ olur; isbâyı onla çarp, sonuç hat olur; hattı onla çarp, sonuç nokta olur. Sonra bölüneni bölene böl. Bölmenin sonucu bu çarpmanın sonucunun cüzleridir. Sonuç kadem olursa kadem, isbâ olursa isbâdır ve diğerlerinde de kıyas bu şekildedir.

İki sayıdan biri veya iki benzer veya simetrik miktardan biri veya sayılardan veya mikdarlardan biri diğerine oranlanırsa ki onlar orantılı iki sayı veya orantılı iki mikdar denir ve sayılar veya mikdarlar orantılıdır.

Oran büyük sayıda küçükten ne kadar büyüktür veya küçükte, büyükten ne kadar büyük olduğunu bildirir şekildeyse bu oran hisâbî bir tahmindir. Mesela üç, beş ve yedi [sayıları] olsun. Aralarındaki farkı çıkarmayla bul ki o ikidir. Yani yedi beşten iki fazladır ve beş de üçten iki fazladır. Tam tersi de üç beşten iki az ve beş de yediden iki azdır.

Eğer oran büyük sayının küçükteki kapsamının ölçüsünü veya küçük sayının büyük sayıdaki mevcudiyetinin ölçüsünü bildirir şekildeyse bu oran mesâhî bir orandır. Mesela üç ve dokuz [sayıları] olsun. Sonra dört ve on iki [sayıları] olsun. Dokuz içinde üç tane üç bulundurur aynı on ikinin içinde üç tane dört bulundurması gibi. Yahut üç dokuzun içinde üç defa vardır aynı dördün on ikinin içinde üç defa olması gibi. Büyük sayının küçüğe bölümüyle aralarındaki farkı bil. Bu dört sayı *dörtlü orantılı (el-erba el-mütenâsibe)* olarak isimlendirilir. Çünkü birincinin ikinciye oranı üçüncünün dördüncüye oranı gibidir. İki taraftan birini diğeriyle çarptığında mesela yukarıdaki örnekten üçü on ikiyle çarptığında sonuç olan otuz altı ortadaki iki sayıdan birinin diğeriyle çarpımına yani dördün dokuzla çarpımına -ki o otuz altıdır- eşittir.

Taraflardan biri bilinmese mesela 4, 8; 6, ? veya ?, 8; 6, 12 olsa ortadaki iki sayıdan birini diğeriyle çarp, mesela iki örnekteki sekiz ve altıyı çarp. Sonra sonucu -kırk sekiz- bilinen tarafa yani birinci örnekte dörde ve ikinci örnekte de on ikiye böl. Bölmenin sonucu olan birincide on iki, ikincide dört bilinmeyen tarafın [sayısı]dır ve onlar 4, 8; 6, 12 olur.

Ortadaki iki sayıdan biri bilinmese mesela 2, 6; ?, 24 veya 2, ?; 8, 24 olsa bilinen taraflardan birini diğeriyle çarp, ki o iki örnekte de iki ve yirmi dördtür. Sonra sonucu -kırk sekiz- ortadaki bilinen sayıya böl, ki o birinci örnekte altı ikinci örnekte

sekizdir. Bölmenin sonucu birinci örnekte sekiz ve ikinci örnekte altı ortadaki bilinmeyen sayıdır ve onlar 2,6; 8, 24 olur. Dörtlü oran kuralı daha önce de ifade ettiğimiz gibi üçgen kuralı olarak da isimlendirilir. Mesâhada Orantılı bilinmeyenleri çıkarmak için kullanılır ve mesâha problemlerinin çoğunda ona ihtiyaç vardır. Bu kural mesâhada akılda tutulması gerekenlerdendir. Buraya kadar hesaptan bahsettiklerimiz mesâhadaki hesaplar için yeterli olsun. Daha fazlasını isteyen hesap ilmine dair risalelere başvursun. Detaylı ve kısımlara ayrılmış hesap konularından istediğini bulur.

3.2.2.3 İKİNCİ BÂB:

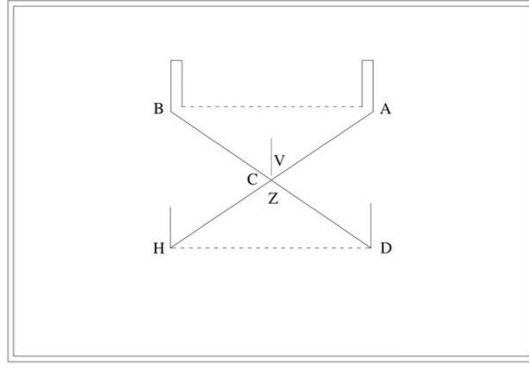
Şeylerin boyutlarının mesafeleri yani konumlara olan mesafeleri ve ağaç, dağ vb. şeylerin yükseklikleri ve geçit, nehir vb. genişliklerinin mesâhasına dairdir. İkinci bâbta üç makale vardır.

3.2.2.3.1 Birinci Makale:

İki şey arasındaki veya iki köy, iki kuşatma gibi şeyler arasındaki mesafeyi veya durulan yerden varsayılan yerin mesafesini vb. bilmenin yolları hakkındadır. Birinci makale yöntem veya konumların çeşidine göre fasıllardan oluşmaktadır.

3.2.2.3.1.1 Birinci Fasil:

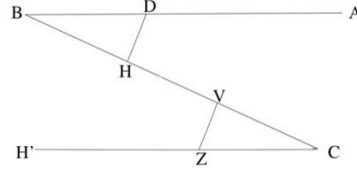
Varsayılan iki konum (mevzi) arasında herhangi bir engel yokken bu iki konum arasındaki mesafeyi bilmeye dairdir. Mesela A ve B sütunları (amûd) arasındaki mesafeyi ikisi arasındaki mesafeyi ölçmeden bilmek istediğinde belirlenmiş bir konumdan mesela C konumuna bir tahta parçası veya sopa [gibi bir çubuk] yerleştir ve A ve C arasını mimsaha ile ölç. Ardından bu miktarı H'ye doğru taşı ve nakledilen miktarın bitimine A sütununa doğru uzanan doğru üzerinde bulunan [bir noktaya] C çubuğu gibi başka bir tahta çubuk yerleştir. Sonra aynı şekilde B ve C arasını da ölç ve ölçüm miktarını C'den D'ye doğru taşı. Sonra da D'ye B sütununa doğru uzanan C çubuğunda olduğu gibi bir çubuk yerleştir. Ardından da D ve H arasını mimsaha ile ölç, ki bu ölçüm ilk mesafenin de mesâhasıdır. D ve H arasındaki mesafenin miktarı, A ve B arasındaki mesafenin miktarına eşittir. O da istenendir.



Bunun delili: İki doğru kesiştiğinde oluşan karşılıklı açılar eşit olduğundan V ve Z açıları eşittir. AC doğrusu CH doğrusuna ve yine BC doğrusu da CD doğrusuna eşittir. Her birini yanındakine eşit yaptığın için de mecburi olarak DH doğrusu da AB doğrusuna eşit olur. Böylece işleminin sonucunda birbirine eşit iki üçgenin oluştuğunu görürsün. Çünkü V açısı Z açısına, birincideki A açısı ikincideki H açısına ve birincideki B açısı da ikincideki D açısına eşittir. HC kenarı AC kenarına, DC kenarı BC kenarına ve ikinci üçgendeki DH kenarı da zorunlu olarak birinci üçgendeki AB kenarına eşittir. Bu da istediğindi. Bu [durum] iki doğruyu geriye taşıyabildiğinde mümkündür.

İki doğrunun taşınması mümkün olmadığında yarısını veya üçte birini taşırsın ve işlemi taşıma işleminin hesabına göre istenenin yarısı veya üçte biriyle tamamlarsın.

Faide: Bu bir kuraldır ve bir sonraki fasıl için bir giriştir. Bir açıyı bulunduğu yerden başka bir yere taşımak istersen, yani ip haricinde başka bir alet kullanmadan, boşluktaki bir yerde başka bir açıyı o açıya eşit yapmak istersen mesela B açısını C açısına taşımak veya C noktasında B açısına eşit bir açı oluşturmak istediğinde bunun yolu şöyledir: AB ve CB birleşenlerini B açısından belli bir ölçüde mesela BD ve BH olacak şekilde ayırırsın. Ardından DH arasının [mikdarını] alırsın. Sonra BC üzerinde BH'ye eşit bir CV'yi alırsın. Yine CH' üzerindeki CZ'yi de BD'ye eşit olarak alırsın. Sonra da Z'yi V'den DH uzaklığı ölçüsünde ayırırsın. Böylece VCZ açısı HBD açısına eşit olur.



Bunun delili: İki farklı yöne bakan C ve B açılarının eşit olmasının delili, BC doğrusunun AB ve CH' paralel doğruları üzerinde oluşmasındandır. Yani C açısı B açısına eşittir çünkü iki paralel doğru arasında üçüncü bir doğru olduğunda içteki ve dıştaki karşılıklı açılar birbirine eşittir. Bir diğer yönü ise CV doğrusu BH doğrusuna, CZ doğrusu BD doğrusuna ve ZV de DH'ye eşittir. C açısı da zorunlu olarak B açısına eşittir. Hatta Z açısı D açısına ve V açısı da H açısına eşittir. Bu faide bir sonraki fasılda görülecektir.

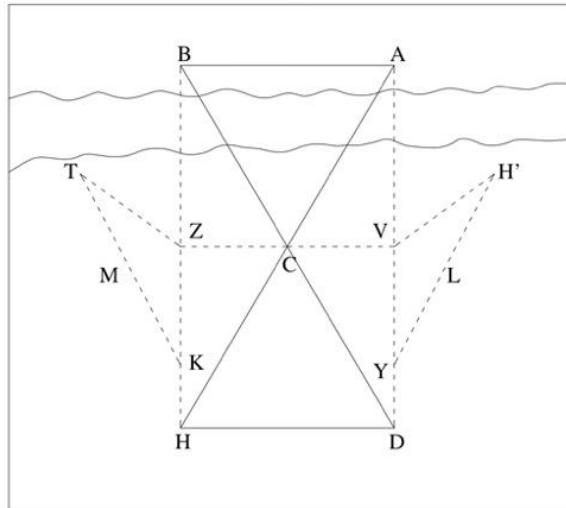
3.2.2.3.1.2 İkinci Fasıl:

İki konum arasının mikdarını, içlerinden birine ulaşım mümkün olduğunda ve iki konum arasında nehir, havza vb. bulunduğunda bilme hakkındadır. Mesela MMM nehrinin ötesindeki A konumuyla senin tarafında olan B konumu arasını bilmek istersen, **bunun yolu şöyledir:** Belirli bir konuma mesela C noktasına bir çubuk dikersin ve BC mesafesini doğru üzerinde ileriye taşırsın ve onun bitimindeki D noktasına da önceki durumda yaptığın gibi başka bir çubuk dikersin. Sonra D'de önceki fasılda zikredilen yöntemle B açısı mikdarınca bir açı, mesela CDV açısını oluşturursun. Bu açı CBZ açısına eşittir. Ardından H'ye doğru V noktasına denk gelecek şekilde bir çubuk dikersin ki bu çubuk, D noktasındaki çubuk ile aynı doğru üzerinde ve C sopası ve A konumu ile de aynı doğru üzerindedir. Böylece DH arası istediğin miktardır yani DH, AB mesafesine eşittir.

3.2.2.3.1.3 Üçüncü Fasıl:

Araştırmacıyla iki konum arasında nehir vb. bir engel olduğunda aralarındaki mesafeyi bilmek hakkındadır.

Mesela nehrin diğer yakasında olan A ve B arasını bilmek istediğinde, **bunun yolu şöyledir:** Ölçüm yapılan konum için bir C noktası varsayarsın. Sonra C noktasından A ve C arasını ve B ve C arasını ikinci fasıldaki yöntemle çıkarırsın. Yani ikinci olan C noktasının her iki tarafına doğru belirli uzaklıkta iki nokta, mesela V ve Z noktaları alırsın ve CV'yi H' [noktası]na doğru CV miktarınca uzatırsın ve CZ'yi de T'ye doğru CZ miktarınca uzatırsın. Ardından VCA açısına eşit olacak şekilde H' [noktasın]da VH'L açısını oluşturursun. Yine ZCB açısına eşit olacak şekilde T'de ZTM açısını oluşturursun. Sonra da H' [noktasın]dan Y'ye doğru, Y, L ve H' [çizgisin]i ve aynı şekilde Y, V ve A'yı da birer doğru üzerinde görebilecek kadar gidersin ve burada ölçüm yaparsın. Yine T'den K tarafına doğru K, M ve T'yi ve aynı şekilde K, Z ve B'yi birer doğru üzerinde görebilecek kadar gidersin ve burada ölçüm yaparsın. H'Y arası AC miktarı kadardır ve TK arası da BC arasına eşittir. Ölçüm yaptığın AC mesafesini ve BC mesafesini şöyle yaparsın: Birinci fasılda zikredilen yöntemle CH'yi AC mesafesine yani H'Y mesafesine eşit alırsın ve CD'yi CB mesafesine yani TK mesafesine eşit alırsın. Böylece DH arası da AB arasına eşit olur, o da ölçümü istenendir.

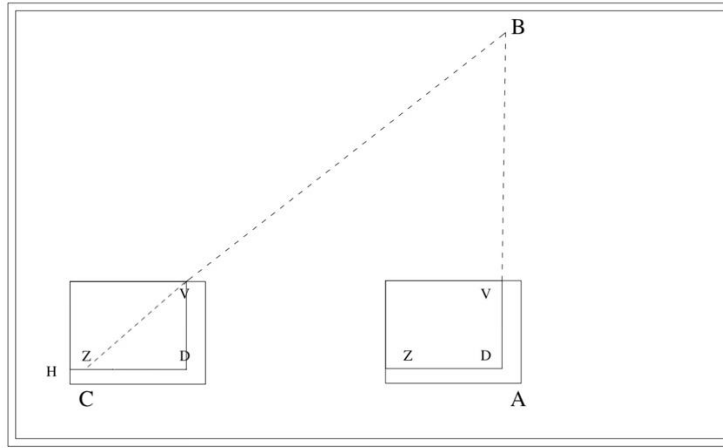


Bunun delili yine birinci fasıldaki gibidir. Yani C'deki doğruların kesişimindeki karşılıklı iki açı eşit olur. H açısı A açısına ve D açısı B açısına eşittir. HC kenarı AC

kenarına, DC kenarı BC kenarına ve mecburi olarak DH kenarı da AB kenarına eşittir. Bu da istenendir.

3.2.2.3.1.4 Dördüncü Fasıl:

Tabla aleti ve bu aletin kullanımına dairdir. Nesnelerin boyutlarının ve yüksekliklerinin bilindiği, mühendisler arasında bilinen karmaşık bir alettir. Tabla düz yüzeyli tahtadan yapılmış bir levhadır ve kare şeklindeki üst yüzeyi son derece düz olmalıdır. Uzunluğu ve genişliği genellikle yirmi isbâdır. Yani dört tarafı da yirmi isbâdır. Eksik veya fazla olması da mümkündür. Derinliği ise iki isbâ veya uygun bir miktardadır. Başka bir yuvarlak/dönel levha üzerine yerleştirilmiştir ve yuvarlak levhanın altında Farsça’da sepa denilen üç ayak vardır. Bu yuvarlak levhanın çapı tablanın uzunluğunun yarısıdır ve merkezinde bir delik bulunur. Aynı şekilde tabla da alttan ortasından delinir ve Türkçede burma denilen vidayla yuvarlak levhaya tutturulur. Yani ufka paralel olan nesnelerin boyutlarını bilmek istediğinde üstteki kare yüzey ufka paralel olarak kare levha düz olarak yuvarlak levhanın üzerine vidayla sabitlenir. Yahut devrik yapılır. Böylece bir sütunun yüksekliğini bilmek istediğinde levhanın yüzeyi yuvarlak levha üzerinde dik olur. Bu nedenle [levhanın] uçlarından birinin ortasında vidayla sabitleme yapılabilmesi için bir delik olmalıdır.



Tablanın kullanımına gelince yüzeyinin üzerine çizim yapmak için bir kâğıt yerleştirilir ve balmumu vb. ile iki tarafından sabitlenir. Dolayısıyla bir konumun sana olan uzaklığını bilmek istersen mesela A konumunda olup ve B konumunun A konumuna olan mesafesini, yani ikisi arasındaki mesafeyi bilmek istersen tablayı A noktasına tabladaki D noktası A noktası üzerine denk gelecek şekilde yerleştirirsin ve kâğıda tablanın kenarına paralel olacak şekilde DH çizgisini çizersin. Ardından

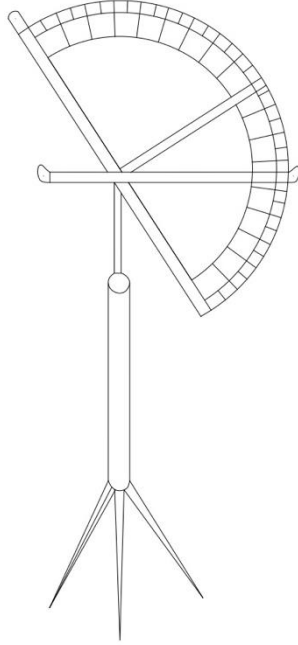
bilinen bir mimsaha ile yani rumh, zirâ veya kadem [birimi] ile DH doğrusuyla uyumlu bir şekilde A noktasından C yönüne doğru belirli mikdarı mesela kırk veya elli rumh veya zirâ olsun ölçerek [gidersin] ve ölçümün sonuna bir çubukyani tahta yerleştirirsin. H, D ve A noktalarını alırsın ve küçük ölçekle rumh veya zirâ ile alınan yerdeki ölçümlerin küçük cüzlerini alırsın ve tabla üzerine küçük ölçekle alınan cüzleri D noktasından Z noktasına taşırsın ve onu işaretlersin. Tüm bu anlatılanları yaptıktan sonra tabladaki cetveli D noktasına bir ucu B yönüne doğru olacak şekilde yerleştirirsin ve cetvelin iki hedefesinden B konumuna doğru bakarsın. Cetveli tutup cetvelin yanına DV doğrusunu çizersin. Sonra tablayı kaldırıp A noktasına bir çubuk veya tahta yerleştirirsin.

Akabinde C'deki dikili çubuğa gidip bu çubuğu kaldırdıktan sonra tablayı C noktasına üzerindeki Z noktası ona denk gelecek şekilde yerleştirirsin. Alınan Z ve D noktaları A'daki çubuğun iki noktasıdır veya tabladaki ZD çizgisi yerde varsayılan CA çizgisine denk gelir. Sonra cetvelin bir ucunu Z noktasına koyup diğerini B'ye doğru yerleştirirsin ve hedefelerden B konumuna bakarak cetvelin yanından tablanın üzerine ZV çizgisini çizersin. Zikredilen bu çizim işlemiyle yerde varsayılan BAC büyük üçgenine benzer olan VDZ küçük üçgeni oluşur. Küçük üçgendeki açılar büyük üçgende karşılık geldikleri açıya eşittir. Küçükteki ZD çizgisinin cüz sayısı büyükteki AC çizgisinin cüz sayısına eşittir. Küçükteki ZV çizgisinin cüz sayısı büyükteki CB çizgisinin cüz sayısına eşittir. Küçükteki VD çizgisinin cüz sayısı da büyükteki AB çizgisinin cüz sayısına eşittir. DV çizgisini DZ çizgisinin parçalarını aldığı ölçek ile bul. Böylece onun mikdarı, AB çizgisinin A'dan C'ye ölçüm yaptığın mimsahayla ölçümüne eşit olur. Bu da istenendir. Diğer boyutlar için de ulaşım ister mümkün olsun ister olmasın veya önce dik açı oluşsun veya oluşmasın buna kıyasla işlem yaparsın.

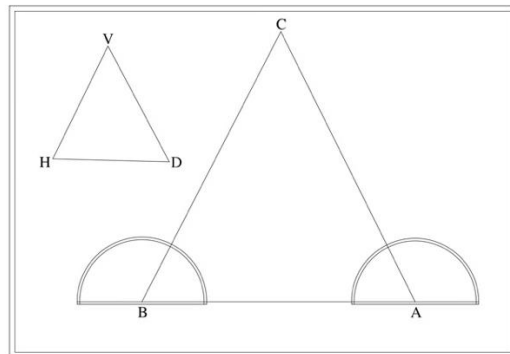
3.2.2.3.1.5 Beşinci Fasıl:

Frenk mühendisler arasında usturlâb-ı basît olarak adlandırılan yarım daireyle bütün mesafelerin mikdarını bilme hakkındadır. *Yarım daire* yani *usturlâb-ı basît*, mesafelerin ve yüksekliklerin mesâhasında açıları bilmek için kullanılan özel bir alettir. Pirinçten yapılan yarım daire şeklindeki alet başından sonuna birbirine eşit yüz seksen parçaya bölünmüştür. Usturlâbın (usturlâb-ı basît) merkezinde -ki o yarım dairedeki çapın ortasıdır- yine pirinçten yapılan hareket edebilen ve iki hedefesi

bulunan bir cetvel vardır. Usturlâp ufka paralel olarak düz bir şekilde yerleştirilir ve gözlem sırasında üç ayağı (sepâ) üzerindeki çubuk döndürülür. Şekli de şöyledir:



Onunla ölçüm yapmak istediğinde mesela A konumuyla C konumu arasındaki mesafeyi bilmek istersen A noktasına yani ilk konuma usturlâb ile bir çubuk dikersin ve usturlâbı da üzerine düz bir şekilde yani ufka paralel olarak koyarsın. Aletin çevresi C'ye doğrudur ve yarım dairenin çapı da diğer yöne mesela B'ye doğrudur. Rumh veya zirâ vb. birimli mimsaha ile A noktasından B'ye doğru istediğin ölçüde veya mümkün olduğu kadarıyla ölçersin ve ölçümün sonuna işaret olarak bir çubuk dikersin.



Eğer çapta başka iki hedefe yoksa çaptaki hareket eden cetvelle işlem yap ve hedefelerden gözlem yap. Aleti yani usturlâbı hedefelerden B noktasına diktiğin çubuğu görene kadar döndür. Eğer çapta başka iki hedefe bulursan da o zaman

cetvelle işlem yapmaya gerek kalmaz ve çapı varsayılan AB çizgisi doğrultusuna uygulamak için o hedefelerden bakarak aleti çubuğu görecektir şekilde döndür. Sonra cetveli mesafesini bilmek istediğin mesela C konumuna doğru hedefelerden C konumunu görecektir şekilde hareket ettir. Ardından yarım dairenin çaptaki başlangıcından aletin çevresine cetvelin B yönüne doğru kestiği bölme say ve BAC açısının miktarını bul. Sonra da bu açı değerini kaydedersin.

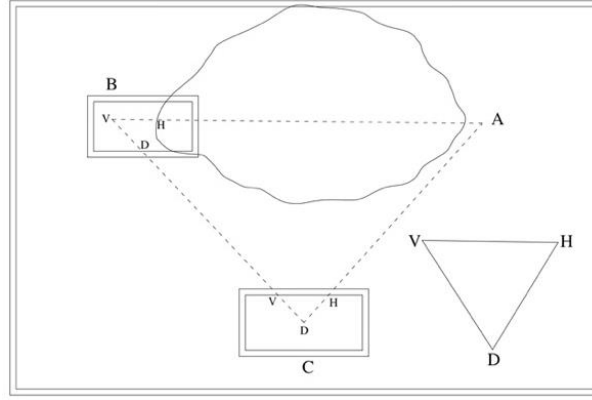
Ardından aleti kaldırıp aleti koyduğun yere bir çubuk dik ve aleti de ikinci konum olan B konumuna götür. Usturlâp aletini ilk konumun A'da yaptığın gibi merkezi B noktasına denk gelecek şekilde yerleştir. Sonra cetveli hareket ettir yani ilkinde çapı B'ye doğru yerleştirdiğin gibi bu sefer çapı A'ya doğru yerleştirdikten sonra cetveli C mevzisine doğru iki hedefeyle onu görene kadar hareket ettir. Cetvelin aletin çevresinde kestiği bölme say ve ABC açısının miktarını bul. Bu açının miktarını da kaydedersin. Bu iki açıyı toplayıp sonra da yüz seksenden çıkarınca geriye ACB açısının miktarı kalır. Önceki şekildeki işleminden sonra yerde varsayılan üçgeni kâğıda vb. üzerine yerleştir. Pergâr ile küçük ölçekten yerde mimsahayla A'dan B'ye yapılan ölçümün küçük cüzlerini al ve onun alınan ölçeğiyle AB çizgisine karşılık gelen DH çizgisini çiz. Sonra elde ettiğin ve kaydettiğin iki [açıyı], D ucuna zikredilen yöntemle ve minkale ile BAC açısını çiz ve H ucuna da ABC açısını çiz. D açısına DV çizgisini, H açısına HV çizgisini çiz. Böylece ABC üçgenine benzer olan DHV üçgeni oluşur. O zaman bilmek istediğin mesafe olan AC çizgisinin AB'ye oranı AC çizgisinin benzeri olan DV çizgisinin AB çizgisinin benzeri olan DH çizgisine oranı gibidir. DV çizgisini ölçeğinle çarparsın ve AC'nin miktarını bulursun ki o ilk konum olan A ile C konumu arasındaki mesafedir. Bu da istenendir.

3.2.2.3.1.6 Altıncı Fasil:

İki konum arasında havza vb. bir engel olduğunda ancak gözlemcinin her ikisine de ulaşımı mümkün olduğunda bu iki konum arasındaki mesafeyi iki yolla bilme hakkındadır. Bu yollardan biri tablayla ve diğeri de usturlâb-ı basît ile bilme yoludur.

Birinci yol tabla [aleti] ile bilmedir. Mesela aralarında büyük bir havza bulunan ve C'deki konumundan her ikisine de ulaşabildiğin A konumuyla B konumu arasındaki mesafeyi bilmek istediğinde tablayı konum olan C noktasına yerleştir ve cetveli de

tabla [üzerinde] belirli bir noktaya mesela D noktasına yerleştir. Cetveli A konumunu görene kadar hareket ettir ve cetvelin yanında DH çizgisini çiz.



Sonra da cetveli diğer yöne doğru taşıyıp bahsedilen varsayılan D noktasında cetveli hedefelerden B konumunu görene kadar hareket ettir ve yine ilkinde yaptığın gibi cetvelin yanından DV çizgisini çiz. Sonra tablayı kaldır ve zirâ vb. mimsaha ile C ve A arasında C ve B arasında ölç. Her iki miktarı da kaydet. Hesaplaman için uygun bir küçük ölçekten CA cüzlerinin miktarını pergâr ile al ve miktarı DH çizgisinde ayır ve onun üzerinde hesaplama yap. Küçük ölçekten CB cüzlerinin miktarını al ve miktarını DV çizgisi üzerinde ayır ve yine onda hesaplama yap. Sonra iki işaret üzerinde HV doğrusunu çiz ve böylece yerde varsayılan ACB üçgenine benzer olan tabladaki HDV üçgeni oluşur. Sonra HV çizgisini küçük ölçeğinle çarp ve istediğin yani AB arasının mimsahayla ölçülen miktarı -ki CA ve CB mesafelerinin mesâhasıyla- ortaya çıkar.

İkinci yola gelince o da usturlâb-ı basit ile dir. Usturlâbı yine C noktasına yerleştir ve işlemleri onunla yap. C açısını yerleştirmek için cetveli giriş üzerinde uygularsın ki o CA veya CB'ye uygundur. Sonra da mesela A mevzisinden B'ye doğru iki hedefeden de mevzilerden birini görene kadar cetveli hareket ettir. Çap ile cetvel arasının çevredeki derecesi C açısının miktarıdır. Ardından bildiğin üzere C açısını minkale ile kâğıt üzerine taşı. DH ve DV çizgilerini çiz ve mimsaha ile de C'den B'ye olan mesafeyi yerden ölç. Adedleri de kaydet. Sonra usturlâbı B noktasına yerleştir ve onun açısıyla yani B açısıyla işlem yap. Sonra küçük ölçekten C ve B arasındaki mesafenin parçalarının miktarını pergâr ile al ve DV'yi ona eşitle. Bahsedilen yöntemle V'ye B açısını yerleştir. İstersen bu işlemi diğer tarafta yaparsın.

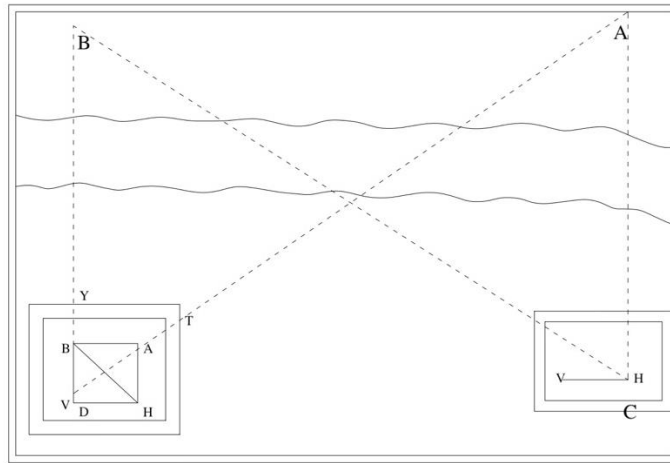
3.2.2.3.1.7 Yedinci Fasıl:

277

aralarında olanı kaydet. Akabinde usturlâb ile B noktasına git ve CB mesafesini mimsaha ile ölç. C açısını bulmaya benzer şekilde B noktasından açısını ölç ve kâğıt vb. üzerine küçük ölçekte CB'ye tevafuk eden VH kenarını çiz. Sonuna yani V'ye C açısını ve H'ye de B açısını yerleştir. Ardından VD ve HD doğrularını çiz. Böylece ikisi D noktasında birleşir ve ABC üçgenine benzeyen DVH üçgeni oluşur. Son olarak işlemi bitir yani AB'nin CB'ye oranının DH kenarının VH'ye oranından çıkar. İstenen ortaya çıktı.

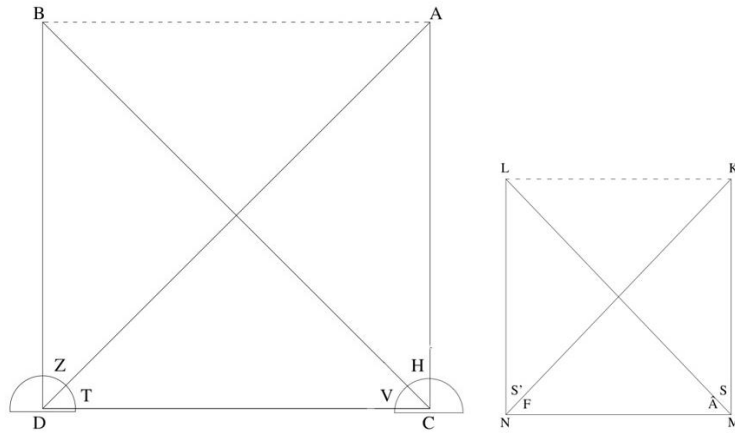
3.2.2.3.1.8 Sekizinci Fasıl:

Nehir, deniz vb. engellerden dolayı ulaşamadığın iki konum arasındaki mesafeyi bilmenin yolu hakkındadır. İki yöntemle bulunur. A ve B noktaları arasındaki mesafeyi o iki noktayla aranda nehir engeli olduğunda aralarındaki mesafeyi bilmek istediğinde **ilk yöntem yani tabla ile bulma yöntemi şöyledir:** Önce A konumuna karşılık gelen bir C noktası ve B konumuna karşılık gelen bir D noktası varsayarsın. Tabladaki H noktası yerde varsaydığın C noktasına ve VH doğrusu da CD doğrusuna denk gelecek şekilde tablayı yerleştir. Yine cetvelin hedefelerinden A konumuna doğru bak ve cetvelin yanından CA doğrusunu çiz. Sonra da cetvelin hedefelerinden B konumuna doğru bak ve CB doğrusunu çiz. Ardından mimsaha ile yerden C ile D arasını ölç ve kaydet. Sonra tablayı tabladaki V noktası D noktasına ve HV doğrusu varsayılan CD doğrusuna denk gelecek şekilde D noktasına yerleştir. Yine B konumuna doğru bak ve VB doğrusunu çiz. Sonra tekrar A konumuna doğru bak ve VA doğrusunu çiz. Böylece tablada yerde varsayılan üçgenlerin hepsine benzer iki üçgen oluştu.



Sonra açıların noktaları olan T'den Y'ye bir doğru çiz. Böylece bu doğru istenen yani AB arasına karşılık gelen doğru olur. TY doğrusunu VH'nin miktarından aldığı küçük ölçekte al ve CD arasını ölçtüğün mimsaha ile A ve B konumları arasının miktarını bul. C ile D arasının ölçü sayısının miktarını küçük ölçekte tabladaki HV noktalarından aldıysan VH cüzlerinin adedi CD cüzlerinin adedine eşit olur. Eğer adedleri eşit olmazsa AB mesafesinin miktarını daha önce yolu gösterilen dörtlü oran yöntemiyle çıkarırsın. Yani TY'yi CD ile çarp ve sonucu HV'ye böl. Bölmeden çıkan AB mesafesinin miktarıdır. Mesela HV on altı cüz ve CD yirmi dört rumh olsa ve TY de on iki cüz olsa on ikiyi yirmi dörtle çarp ve sonucu yani yüz seksen sekizi on altıya böl. Bölmeden çıkan sonuç on sekiz rumhtur.

İkinci yöntem yani usturlâb ile bulma yöntemi ise şöyledir: Öncelikle usturlâb ile DVB ve BHA açılarını öğren ve miktarlarını kaydet. İkinci olarak da yine benzer şekilde D konumundan CTA ve BZA açılarını öğren. Böylece H ve V açılarının toplamından ATC üçgenindeki ACT açısının miktarı ve ATC üçgeninin diğer açısı olan T açısı [mikdarı] elde edilir. C ve T açılarının toplamını yüz seksenden çıkardığında geriye kalan A açısının miktarı olur. Yine diğer tarafta T ve Z açılarının toplamından BVD üçgenindeki VDB açısı ve ikinci açısı olan B açısının miktarı çıkar. D ve V açılarının toplamını yüz seksenden çıkardığında geriye kalan B açısının miktarı olur. ACT üçgeni ve BDV üçgeninin açılarını bulduktan sonra açıölçer (minkale) ile belirlenmiş küçük ölçeğe KMF ve LNH' eşit üçgenlerini, yani açıları eşit olan üçgenleri yerleştir.



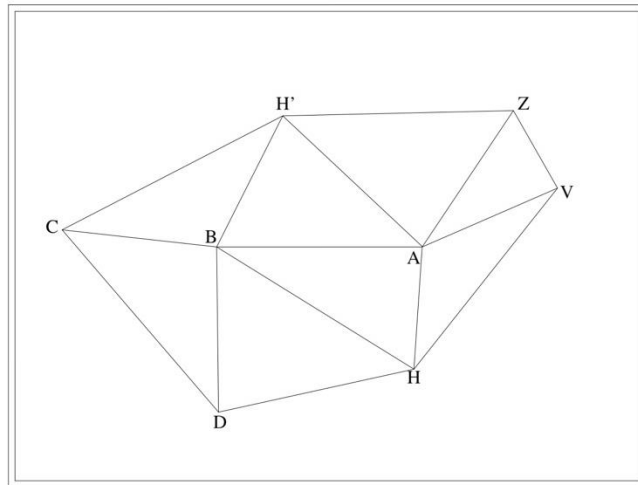
Kenarlarıysa, yani açıların karşısına gelen kenarları, ACT ve BDV üçgenlerinin [kenarlarına] benzerdir. Sonra K açısından L açısına doğru bir doğru çiz ve KL

doğrusunu ölçeğinle ölç. Böylece AB arasındaki mesafenin miktarını bulursun. Bahsi geçen fasıllarda devam edegelen yöntemler iki konuma veya ikisinden birine ulaşım mümkün olsun veya ikisine de ulaşım mümkün olmasın iki konum arasındaki durumlar içindir. Aynı şekilde ikiden fazla konum arası da daha önceki misallerdeki gibi gözlemle olur. Tüm noktalar arasındaki mesafeyi bilinmeyen kenarın bilinene kıyasıyla veya oranıyla bilirsın. Mesela sonraki şekildeki gibi A ve B arasını bil ve yine A ve C arasını, B ve D arasını, A ve D arasını ve B ve C arasını da ona kıyasla CD'yi de anlarsın.

3.2.2.3.1.9 Dokuzuncu Fasıll:

Birçok konumu hepsini bir veya iki yerden veya bazısını bazısından görmek mümkünken aralarındaki mesafeyi bilme hakkındadır. Kâğıt üzerindeki resmi harita gibi olur.

Mesela geniş boş bir arazide mescit, değirmen, kale vb. farklı konumlar olsun ve iki konum veya konumlar arasındaki mesafeyi bilmek istersen bunun yolu şöyledir: Öncelikle kayıtları ve işlemleri kolaylaştırmak için her birini ebced harfleriyle mesela A, B, C, D, H, V, Z ve H' gibi şeklin üzerinde işaretlersin. Bu mevzilerden ikisini seçersin mesela A ve B'yi ki onlardan istenilen diğer konumlar görülebilir.



Sonra seçtiğin bir birim rumh, zirâ vb. mimsaha ile aralarındaki mesafenin miktarını ölç ve bu miktarı kaydet. Bu ölçüm onlardan varsayılan üçgenin bilinen kenarı olur. Yine H' veya H konumunu seç ve bilinmeyen kenarları bulmak için onu bilinen kenar

kabul edersin. Sonra bahsedilen usturlâp ile B konumundan H'BC, CBD, DBH, HBA ve ABC açılarını bul. Bu beş açı B noktası etrafında oluşan beş üçgenin açılarıdır. Ardından C konumuna doğru git ve C noktasından H'CB ve DCB açılarını bul. Sonra da A konumuna doğru git ve A noktasından BAH', H'AZ, ZAV, VAH ve HAB açılarını bul. Bu beş açı da A noktası etrafında oluşan açılardır. Yine H' noktasından ZH'A ve CH'B açılarını bul ve Z mevzisinden VZA açısını bul. Diğer açıları da bilmeye gerek yoktur. Çünkü üçgenin açılarından ikisini bilirsın veya üç kenarını daha önceki gibi bilirsın inşaallahu Teâlâ.

Bahsedilen açıları bulduktan sonra mimsaha ile ölçtüğün A ve B konumları arasının cüz sayısının mikdarını küçük ölçekten pergâr ile alarak o açıların şeklini kâğıda çiz. Alınan mikdarla kâğıda bir doğru çiz ve uçların birini A (ا-Elif) ile diğerini B(ب-Be) [harfîyle] işaretle.

A noktasına açıölçer ile kaydedilen H'AB açısını yerleştir ve AH' doğrusunu çiz. B noktasına H'BA açısını çiz ve H'B doğrusunu çiz. Ardından diğer tarafa AB doğrusundan A noktası üzerine BAH' açısını yerleştir ve AH doğrusunu çiz.

B noktası üzerine de ABH açısını yerleştir ve BH doğrusunu çiz. Bu beş doğru yani AB, AH', BH', AH ve BH doğruları AH'B ve AHB üçgenlerini oluşturur. AB doğrusu da onların ortak kenarındır.

Ardından B noktası üzerine H'BC açısını yerleştir ve BC doğrusunu çiz. H' noktası üzerine de BH'C açısını yerleştir ve H'C doğrusunu çiz. Böylece ondan ve BH' ortak doğrusundan H'BC üçgeni oluşur.

C noktası üzerine BCD açısını yerleştir ve CD doğrusunu çiz.

B noktası üzerine CBD açısını yerleştir ve BD doğrusunu çiz. Böylece ondan ve BC ortak doğrusundan CDB üçgeni oluşur.

D noktasından H noktasına DH doğrusunu çiz. Böylece BD ve BH ortak doğrularıyla DBH üçgeni oluşur.

Daha sonra H' noktasına ZH'A açısını yerleştir ve H'Z doğrusunu çiz.

A noktasına da ZAH' açısını yerleştir ve AZ doğrusunu çiz. Bu ikisinden ve AH' ortak doğrusundan AZH' üçgeni oluşur.

Sonra A noktasına ZAV açısını yerleştir ve AV doğrusunu çiz.

Z noktasına da VZA açısını yerleştir ve ZV doğrusunu çiz. Böylece bu ikisinden ve AZ ortak doğrusundan AZV üçgeni oluşur.

Ardından V noktasından H noktasına doğru VH doğrusunu çiz. Ondan ve AV ve AH iki ortak kenarından AVH üçgeni oluşur. Bu üçgenle işlemi tamamlarsın.

Her iki konum arasındaki kenarı AB doğrusunun cüz sayısının miktarıyla aldığı ölçeğe böl. Böylece istediğin ortaya çıkar. Yani her iki mevzi arasının yerdeki A ve B konumları arasını ölçtüğün mimsaha ile ölçümünün miktarı ortaya çıkar. Bu da istediğindir. Bu ölçümlerle bir veya iki köyün veya ilçenin haritaları; şehirler, nehirler, denizler, büyük dağlar ile ülke veya ülkelerin -tüm dünya bile olsa- genel haritaları çizimleri yapılır. Ancak her konumun yerini belirlemek için yerlerin genişliğine ve derinliğine dikkat etmek gerekir.

3.2.2.3.2 İkinci Makale:

Yerin yüzeyindeki minare, sütun, ağaç vb. kâmelerin/yüksekliklerin uzunluklarını ve dağ, kayalık vb. yüksekliklerinin yüksekliklerini onların zeminine veya maskat'ul-hacerine erişebildiğinde veya erişilemediğinde bilme yolunun açıklanması hakkındadır. Bu makale birçok fasıldan oluşmaktadır.

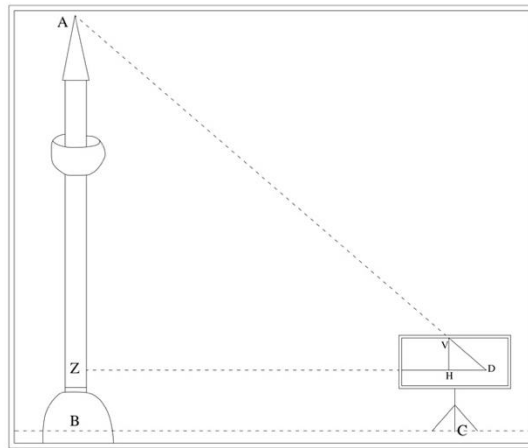
3.2.2.3.2.1 Birinci Fasil:

Bir nesnenin uzunluğunu, nesnenin tabanına ulaşım mümkünken, tablayla bilme hakkındadır. **Mesela minarenin AB uzunluğunu bilmek istersen bunun yolu** kendine işlemin için bir yer seçmek, mesela C konumu ve bu konuma tablayı eğimli olarak dört kenarından biri göğe ve karşısındaki de yere doğru gibi kabul edilerek ufka paralel şekilde yerleştirmektir. Onun eğimi de kalan iki kenardaki hevai gönnye veya ucunda çekül olan bir iple ortaya çıkar. Üstelik tabladaki iki hedefeli cetvel alt tarafına paraleldir. İki hedefeden minarede aldığınız bir noktaya, mesela Z noktasına, doğru bakın ve tabla üzerine cetvelin yanından belirli bir D noktasından DH doğrusunu çiz. Sonra cetvelin uçlarından birini D noktasına ve diğerini de minarenin zirvesine doğru minarenin zirvesi olan A [noktasını] görecektir şekilde döndür. Sonra da cetvelin yanından DV doğrusunu çiz. Ardından tablayı kaldır ve C konumuyla maskatül hacir olan B arasındaki mesafeyi mimsaha ile ölç. Küçük ölçekten yerde ölçülen cüz sayısının miktarını alın ve alınan miktar için D noktasından H'ye doğru

cüzleri ayır. H noktasından V noktasına bir dikme çıkar. Böylece tabla üzerinde yerde olduğu varsayılan ADZ üçgenine benzer bir üçgen oluşur. Sonra HV doğrusunu DH doğrusunun mikdarını aldığı ölçeğe böl. Böylece ölçeğindeki AZ uzunluğunun mikdarını bulursun. Ardından DH doğrusu ile tablanın konumu olan C noktası arasını veya Z ve B noktaları arasını mimsaha ile ölç. Bu ölçümü daha önce bulduğun AZ arasının mikdarından çıkar. Sonuç, istenilen mikdar olan A zirvesinden B noktasına kadar olan mesafenin mikdarı olur.

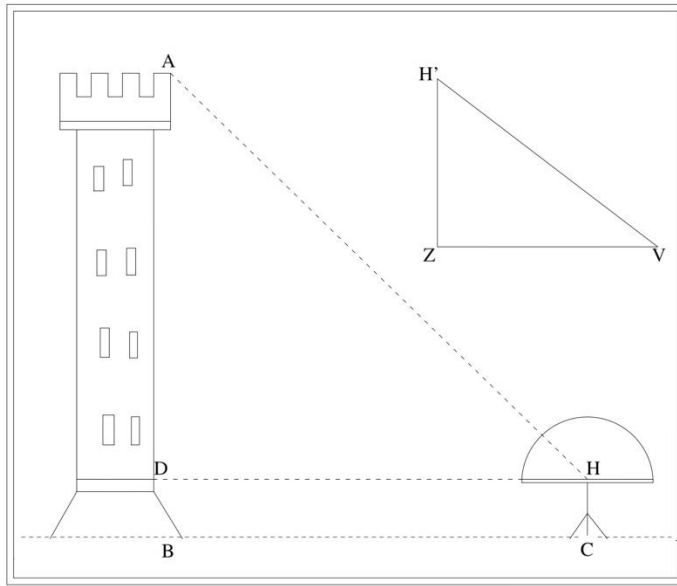
Eğer küçük ölçekten ölçümün sayısının mikdarı alınamazsa ölçekten belirli bir mikdar alıp [bu mikdarı] DH doğrusu üzerinde uygularsın. Sonra DH'nin ucundan DV doğrusuna bir dikme çıkar. Sonra da bu dik doğruyu ölçeğinle ölç ve dörtlülük oranla onu çıkar. DH doğrusuyla ona karşılık gelen CB'yi ve dikmeye karşılık gelen AZ mikdarını çıkar. DH mikdarı ilk orantılı sayı olur ve ölçülen CB mikdarı ikinci orantılı sayı olur. Dikme de üçüncü orantılı sayı olur. O zaman ikinciyle üçüncüyü çarp ve sonucu birinciye böl. Bölmeden elde edilen sonuç dördüncü orantılı sayı olan AZ uzunluğudur. Ardından ona ZB arasını ekle. Böylece istenilen sonuç yine ortaya çıktı.

Bunun delili: Tablada oluşan VDH küçük üçgeni yerde olduğu varsayılan ADZ üçgenine benzer olduğunu görürsün. Çünkü D açısı tablada oluşan küçük üçgenle yerde varsayılan büyük üçgenin ortak açısıdır ve kendine eşittir. Yine küçük üçgendeki V açısı da büyük üçgendeki minarenin zirvesinde varsayılan A açısına eşittir. H açısı da Z açısına eşittir. Çünkü ikisi de dik açıdır. Dolayısıyla daha önceki oranda zikrettiğimiz gibi AZ kenarının HV kenarına oranı DZ kenarının DH kenarına oranı gibidir. Bu da istenendi.



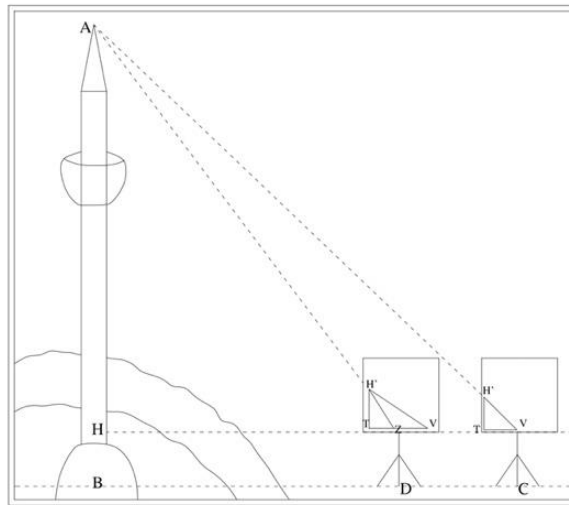
3.2.2.3.2 İkinci Fasil:

Bir nesnenin uzunluğunu, nesnenin tabanına ulaşım mümkünken, usturlâb-ı basît ile bilme hakkındadır. **Mesela AB zirvesinin uzunluğunu bilmek istediğinde bunun yolu** için önceki gibi kendine işlem yapmak için C noktası gibi bir konum belirlersin. Ardından C noktasına usturlâbı çevresi yukarı doğru, çapı da aşağı doğru olacak şekilde ufka paralel yerleştir ve onunla AHD açısını bahsettiğimiz yöntemle ölç ve kaydet. Sonra C konumuyla zirvenin temeli olan B noktası arasındaki mesafeyi mimsaha ile ölç. Sonra kaydettiğin bahsedilen AHD açısını kâğıda önceden bildiğin gibi açıölçer ile yerleştir ve H'V ve ZV doğrularını çiz. Sonra da küçük ölçekten CB ölçümünün sayısının mikdarını pergâr ile al ve V noktasından Z noktasına doğru alınan [mikdarı] ayır. Ardından Z'de alınan mikdarın ucundan VH' doğrusuna bir dikme çıkar ve dikmeyi veya H'Z doğrusunu VZ doğrusunun mikdarını alırken kullandığın ölçeğe oranla. Böylece mimsaha ile ölçülen AD uzunluğunun mikdarı oluşur. Ardından AD uzunluğunun mikdarına HC veya DB arasını ekle. Böylece AB uzunluğu oluşur. Yahut daha önceki gibi yaparsın. Yani küçük ölçeği belirli mikdar olarak alıp V noktasından VZ doğrusuna uygularsın. Ucundan H'V doğrusuna dikme çıkar ve ölçeğine uygula. VZ doğrusu ve CB arasındaki mesafenin mikdarından dörtlü oran yöntemiyle AD uzunluğunu çıkar. Ardından ona DB veya HC arasını ekle. Böylece istenen çıktı. **Bunun delili** ise önceki fasıldakiyle aynıdır.



3.2.2.3.2.3 Üçüncü Fasıl:

Bir nesnenin uzunluğunu, havza, nehir vb. engellerden dolayı nesnenin tabanına ulaşım mümkün değilken, tablayla bilme hakkındadır. **Mesela kendisiyle aranda nehir engeli bulunan AB minaresinin uzunluğunu bilmek istediğinde bunun yolu şöyledir:** İşlem yapman için C ve D konumları gibi iki konum belirle. Tablayı önce C noktasına önceki gibi eğik olarak yerleştir ve cetveli de tablaya aynı yolla alt kısmına paralel olacak şekilde yerleştir. Ardından hedefelerden minarenden bir noktaya, mesela H noktasına, bak ve VT doğrusunu çiz. Sonra cetveli hedefelerden minarenin zirvesini görececek şekilde döndür ve VH' doğrusunu çiz. Bundan sonra tablayı D konumuna taşı ve C ve D konumları arasını mimsaha ile ölçüp pergâr ile küçük ölçekten aralarındaki mesafenin ölçümünün aded miktarını al. Sonra da alınan miktarı VT doğrusu üzerinden V'den Z'ye kadar ayır. Tablayı da D konumuna Z noktası D noktasına tekabül edecek şekilde yerleştir. Yine önceki konumlarda yaptığın gözlemi yap ve doğrusunu çiz.



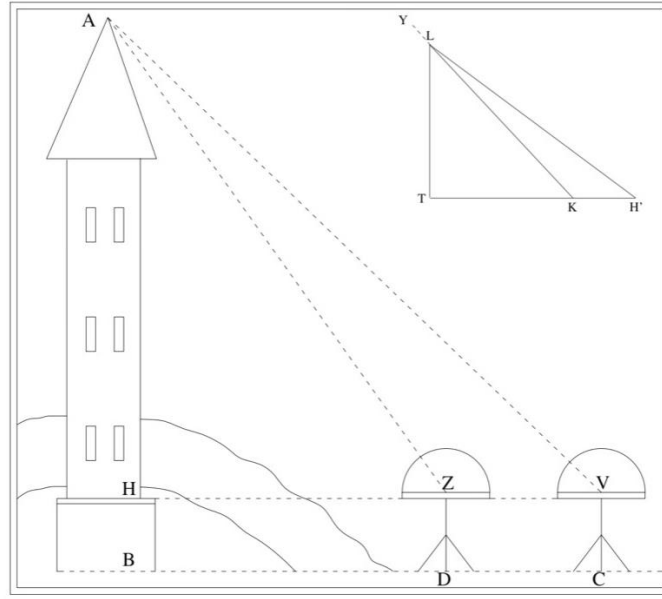
Böylece ZA doğrusunun tablada VA doğrusunun H' noktasına ulaştığını bulursun. H' noktasından da VT doğrusuna bir dikme çıkar ve CD arasının cüz adedi miktarıyla bulduğun ölçekten bu dikmeyi çıkar. Bulduğuna tabladaki VT arasını ekle. [Böylece] istenen fazlalığı yani minarenin uzunluğunu bulursun.

Bunun delili: Tablada oluşan H'ZT üçgeni yerde varsayılan AZH üçgenine benzerdir. Çünkü açıları eşittir ve kenarları benzerdir. Yine tablada oluşan diğer üçgen olan H'VZ üçgeni de yerde varsayılan AVZ üçgenine benzerdir. Çünkü aynı

şekilde açıları eşittir ve kenarları benzerdir. Böylece yerde varsayılan AVZ ve AZH üçgenlerinin yükseklikleri aynı olur ve tablada oluşan H'VZ ve H'ZT üçgenlerinin de yükseklikleri aynı olur. Sonuçta CD'nin AH'ye oranı VZ'nin H'T'ye oranı gibi olur. Bu da istenendi.

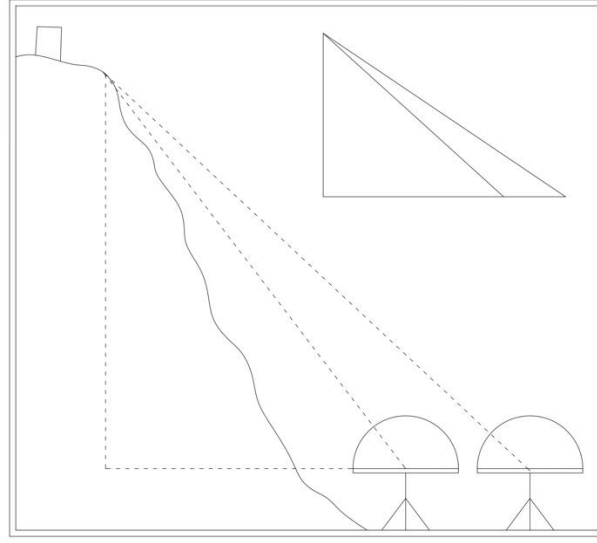
3.2.2.3.2.4 Dördüncü Fasıl:

Bir nesnenin uzunluğunu, nesnenin tabanına ulaşım mümkün değilken, usturlâb-ı basît ile bilme hakkındadır. **Mesela kendisiyle aranda nehir engeli bulunan AB yüksekliğinin uzunluğunu bilmek istediğindebunun yolu şöyledir:** Öncekinde olduğu gibi işlemin için iki konum, mesela C ve D konumları, belirlersin. İlk olarak usturlâbı C noktasına yine ufka paralel olacak şekilde eğik olarak sabitle ve onunla yüksekliğin zirvesinden aletin çapından alınan bir noktayla oluşan AVH açısını bul ve kaydet. Sonra usturlâbı D noktasına taşı ve yine ilkindeki gibi çapı H noktasında olacak şekilde eğik olarak sabitle. Ardından zirvedeki A noktasına ve H noktasına bakarak AZH açısını bul ve kaydet. Sonra da C ve D konuları arasını mimsaha ile ölç ve kâğıt üzerine bir doğru, mesela H'T doğrusunu, çiz. H' ucuna da açıölçer ile ilk elde ettiğin AVH açısını yerleştir ve H'Y doğrusunu çiz. Sonra pergâr ile küçük ölçekteki CD arası ölçümündeki cüz sayısının miktarını al ve ölçekten alınan miktarı H' noktasından K'ye doğru ayır ve H'T doğrusu üzerine yerleştir. K noktasına da ikinci elde ettiğin AZH açısını yerleştir ve KL doğrusunu çiz. Sonra KL ve H'Y doğrularının kesişiminden H'T doğrusuna bir dikme çıkar ve H'K [doğrusunun] cüz sayısını miktarından aldığın ölçeğinle ölç. Bulduğun sonuca usturlâbın merkeziyle yerdeki konumu arasındaki mesafeyi ekle. Böylece istediğin oluştu, yani AB yüksekliğinin miktarı oluştu. **Bunun delili** ise önceki fasıldakiyle aynı şekildedir.



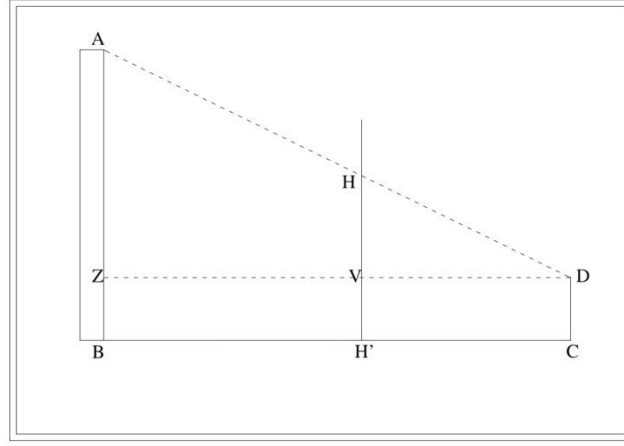
3.2.2.3.2.5 Beşinci Fasıl:

Dağın yüksekliğinin, yani zirvesinden maskatul hacrine kadar olan yüksekliğin mikdarını bilme hakkındadır. Bu yükseklik [*maskatul hacr*], dağın en üst noktasından içine doğru bir çizgi indiği varsayılarak bu çizginin, üzerinde işlem yapılan yerden veya başka bir yerden ufka paralel olarak çizilen doğruyla kesiştiği yere kadar olan mesafedir. Yüksekliği bulmada ilk akla gelen usturlâb yöntemidir. Çünkü dağın zirvesinde oluşan açı çok dar bir açıdır ve tablayla tam olarak ölçülemez. Bu nedenle iki konum arasındaki mesafeyi uzun seç yani bu açı iki konum arasında yakın mesafe olduğunda usturlâbla yine dar olur, özellikle dağ çok yüksek olduğunda ve işlem yaptığın yere uzak olduğunda. Dolayısıyla işlemi kolaylaştırmak için uzak mesafe seçersin. **Yüksekliği bulmanın yolu** dördüncü fasıldakiyle birebir aynıdır. İşlemin için iki konum belirle ve dağın tepesine ve usturlâbın çapına paralel olarak alınan en alt noktasına bakarak açığı bul. Ardından iki konum arasındaki mesafeyi mimsaha ile ölç ve sonra dağa yakın olan konumda da açığı bul. Sonra da iki açığı kâğıda yerleştir ve kesiştikleri yerden bir dikme çıkar. Ölçekle veya dörtlül oranla bu yüksekliğin mikdarını bul ve usturlâbın merkeziyle yer arasındaki mesafeyi ona ekle. Böylece istediğin oluştu. Bahsettiklerimizi şekil üzerinden anla.



3.2.2.3.2.6 Altıncı Fasıl:

Dikey bir nesnenin yerden yüksekliğinin mikdarını tahta çubuk veya sopa vb. ile başka bir alet olmadan ve nesnenin zeminine ulaşım mümkün olduğunda bilme hakkındadır. **Mesela ulaşımın mümkün olduğu AB yüksekliğinin uzunluğunu bilmek istediğindebunun yolu** diğerlerinde olduğu gibi önce bir konum, mesela C noktası, belirlemektir. C noktasıyla dikmedeki B noktası arasındaki mesafeyi mimsaha ile ölç ve [mikdarı] kaydet. Ardından çubuğu yere dik ve dikmeye paralel bir şekilde mimsaha ile ölçümü belirlenmiş bir uzaklığa, mesela H' noktasına, sabitle. Sonra B noktasından gözünle yer arasındaki mesafeyi, mesela BZ, ayır ve Z noktasına bir işaret yerleştir. İlk olarak dikmedeki Z noktasına bak, kaçınılmaz olarak bakış doğrultun dikilen çubuktaki V'den geçer. Bu noktayı yani görüş mesafenin çubukta kestiği noktayı işaretle. İkinci olarak dikmenin tepesine bak ve bu sefer bakış doğrultunuz çubukta H'den geçer. Bakışının geçtiği bu noktayı işaretle. Ardından sopadaki H ve V arasını ölç.

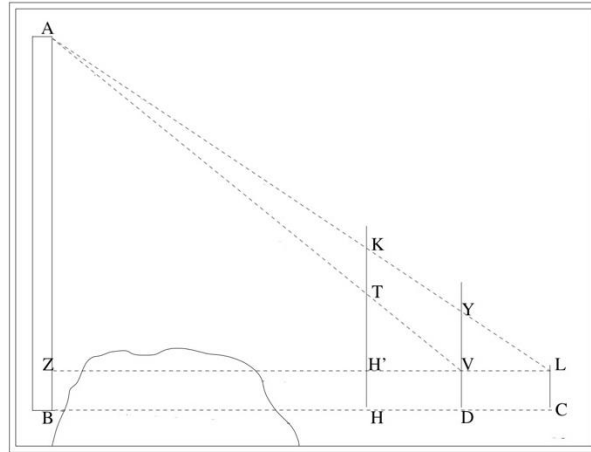


Böylece işlemin ile üç tane doğru bilinir. Bunlardan biri DV veya CH' arasındır yani konumun ile çubuk arasındır. İkincisi DZ, CB arasındır yani konumun ile dikme arasındaki mesafedir. Üçüncüsü de H ve V işaretleri arasındır. AZ mesafesinin iki işaret arasındaki mesafeye oranı konumun ile dikme arasındaki mesafenin konumun ile çubuk arasındaki mesafeye oranı gibidir. Sureti düzenledikten sonra üçüncü bilineni yani çubuktaki iki işaret arasındaki mesafeyi ikinci bilinenle yani konumun ile dikme arasındaki mesafe ile çarp. Sonra çarpmadan çıkan sonucu birinci bilinene yani konumun ile çubuk arasındaki mesafeye böl. Bölmeden çıkan sonuca gözün ile yer arasındaki mesafeyi ekle. Böylece AB dikmesinin yüksekliği ortaya çıktı. Bu bahsettiğimiz yöntem konumundan yeryüzeyinden dikmeye doğru bakamadığında kullanılabilir.

Yer yüzeyinden dikmeye bakmak mümkün olduğunda, yüzeyden dikmeye bak ve çubukta görüş doğrultundaki noktayı işaretle ve yerle bu işaret arasındaki mesafeyi ölç. İkinci bir bakış olmadan sadece bu işlemin ile ilkindeki gibi üç doğru bilinebilir. İlki, konumun olan C ile çubuğun konumu olan H' arasındaki mesafedir. İkincisi konumun ile dikme arasındaki mesafe yani C ile B arasındır. Üçüncüsü ise bakış doğrultunun çubuktan geçtiği yer olan işaretle yer arasındaki mesafedir. İlkinde olduğu gibi üçüncü bilinenin miktarıyla ikinci bilinenin miktarını çarparsın. Çarpımın sonucunu birinci bilinene bölersin. Bölmeden çıkan, başka bir işleme gerek kalmadan, AB dikmesinin uzunluğudur. Bu da istenendi.

3.2.2.3.2.7 Yedinci Fasıl:

Dikey bir nesnenin yerden yüksekliğinin miktarını tahta çubuk vb. ile ve nesnenin zeminine ulaşım mümkün olmadığında bilme hakkındadır. **Mesela kendisiyle aranda nehir engeli bulunduğundan zeminine ulaşamadığın AB dikmesinin yüksekliğini bilmek istediğinde bunun yolu** yere ufka paralel ve bakış açında olan iki çubuk dikmektir. Bu iki çubuk arasındaki mesafe mesela DH mesafesi mimsaha ile ölçülmüştür ve bilinmektedir. Yer yüzeyinden bakmak mümkün olmadığında yerden gözüne kadar olan mesafeyi çubuklarda mesela V ve H olarak ayır ve bu noktaları işaretle. Sonra dikmeden daha uzaktaki çubukta dur ve dikmenin tepesine bak. Bakış doğrultun dikmeye yakın olan çubuktan geçer. Dikmeye yakın olan ikinci çubuktaki bakış doğrultun üzerindeki bu yeri işaretleyip dikmeye uzak olan çubuktan ayrılırsın. C noktasından ikinci kez ilkindeki gibi dikmenin tepesine bak. Bu sefer bakış ışının iki çubuktan da geçer. Bu noktaları birer işaretle işaretle.



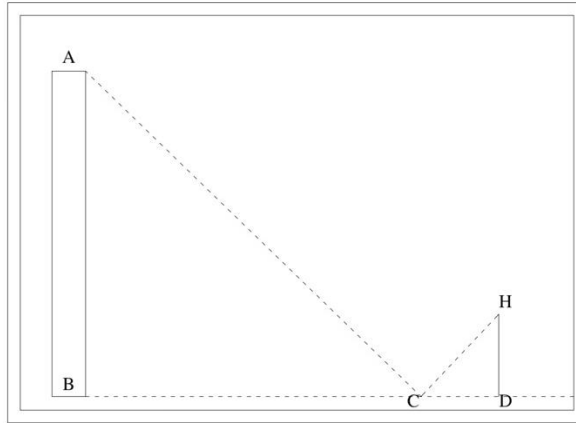
Sonra ilk sopayla C konumun arasındaki mesafeyi ölç. Sonra da ilk çubuktaki görüş hizandaki noktayla görüş ışınındaki işaret arasındaki mesafeyi yani YV'yi ölç. Dikmenin yakınındaki ikinci çubuktaki iki işaret arasındaki mesafeyi, yani KT'yi, ölç. Sonra ikinci çubukta görüş hizandaki noktayla aşağıda olan işaret arasındaki mesafeyi, yani TH', ölç. Bu bilinen mesafelerle dikmenin yüksekliğini bul. İki çubuk arasındaki mesafeyi yani DH veya VH''yi ilk işaretin yüksekliğiyle, yani VY, çarp. Çarpmadan çıkan sonucu bu işaretin yani VY'nin ikinci çubukta geçtiği KT'ye böl. Bölmeden çıkan sonuca iki gözlem noktası arasındaki mesafeyi, yani LV'yi, ekle. Sonra bu toplamı ilk işaretin yüksekliğiyle yani VY ile çarp. Sonucu da gözlem noktaları arasındaki mesafeye yani LV veya CD'ye böl. Çıkan sonuca gözün ile yer

arasındaki mesafeyi ekle. Böylece dikmenin yüksekliği ortaya çıkar. Bu, yerin yüzeyinden dikmenin tepesine bakılamadığında böyledir.

Yerin yüzeyinden bakmak mümkün olduğunda ise iki sopaya gözün ile yer arasındaki mesafeyi eklemeye, gözün ile yer mesafesinin son bölüme sonucuna eklenmesine gerek yoktur. Hatta son bölmenin sonucu dikmenin yüksekliğidir. Böylece anla!

3.2.2.3.2.8 Sekizinci Fası:

Dikey bir nesnenin yerden yüksekliğinin/boylamının ayna veya suyla ve zeminine ulaşım mümkün olduğunda bilme yönteminin açıklaması hakkındadır. **Mesela AB dikmesinin uzunluğunun mikdarını bilmek istediğinde bunun yolu şöyledir:** Ufka paralel şekilde yere bir ayna veya su dolu bir kaseyi yere -mesela C noktasında paralel olan- yerleştir. Sonra ayna veya suyla dikmenin zemini arasındaki mesafeyi mimsaha ile ölç ve ayna veya sudan dikmenin zirvesini görene kadar geri git. Bu misalde [gidilen nokta] D noktasıdır. Bu işlemde iki benzer üçgen oluşur ve bunlardan biri HCD üçgenidir.

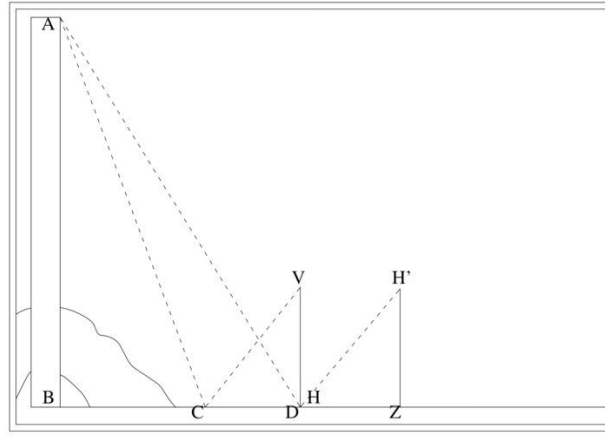


HC kenarı aynaya veya suya bakış doğrudur. HD kenarı yerden gözüne kadar olan uzunluğundur ve CD kenarı da konumun ile ayna veya su arasındaki mesafedir. İkinci üçgen ise ACB üçgenidir ki AC kenarı aynadan dikmenin zirvesine giden ışıdır. AB kenarı dikmenin zirvesiyle zemini arasındaki mesafedir. BC kenarı ise dikmenin zeminiyle ayna veya suyun arasındaki mesafedir. Dikmenin zirvesiyle zemini arasındaki mesafenin dikmenin zeminiyle ayna veya su arasındaki mesafeye oranı uzunluğunun konumun ile ayna veya su arasındaki mesafeye oranı gibidir. Uzunluğun olan DH'yi dikmenin zemini ile ayna veya su arasındaki mesafe olan BC ile çarpın. Çarpımın sonucunu konumun ile ayna veya su arasındaki mesafe olan

CD'ye böl. Böylece bölmenin sonucu dikmenin zirvesiyle zemini arasındaki mesafe olan AB miktarıdır. Mesela uzunluğun altı, zeminle ayna arasındaki mesafe on yedi olsa ve ayna ile konumun arasındaki mesafe sekiz olsa; altıyı on yediyle çarp ve sonucu yani yüz altmış ikiyi sekize böl. Sonuç yirmi dört olur. Bu da dikmenin zeminden uzunluğudur. Bu yöntemde ve örneğinde hesabı kontrol etmek için aynaya dik olarak durup çekülü olan ipin değerini çıkarmak gerekir.

3.2.2.3.2.9 Dokuzuncu Fasl:

Dikey bir nesnenin yerden yüksekliğinin ayna veya suyla ve zeminine ulaşım mümkün olmadığında bilme yöntemi hakkındadır. **Mesela kendisiyle aranda nehir olan AB dikmesinin uzunluğunu bilmek istersen bunun yolu şöyledir:**



Önceki gibi aynayı yere düz ve ufka paralel olarak mesela C'ye yerleştir ve aynadan AB dikmesinin tepesini görene kadar geri giderek konumunu H olarak işaretleyin. Ardından aynayı kaldır ve başka bir konuma biraz ileri veya geriye mesela D'ye taşı. Sonra dikmenin tepesini görene kadar geriye mesela Z'ye git ve ikinci konumunu işaretleyin. *Kamenin (çubuk boyu/gözlemcinin boyu)* iki konumun arasındaki mesafeye oranı *yüksekliğin (kaim)* iki ayna arasındaki mesafeye oranı gibidir. Kameyi iki ayna arasındaki mesafeye çarp ve çarpımın sonucunu bahsedilen mesafeye yani iki konumun arası mesafeye böl. Bölmenin sonucu dikmenin uzunluğudur. Mesela DC yani iki ayna arası yedi olsa ve HZ yani iki konum arası dokuz olsa aralarındaki fark iki olur. Kame uzunluğu da sekiz olsa sekizi yani bu uzunluğu yediyle yani iki ayna arası mesafeye çarp. Sonra da çarpımın sonucunu yani elli altıyı bahsedilen farka yani ikiye böl. Çıkan sonuç yirmi sekiz AB dikmesinin uzunluğudur. Allahu Teala en iyisini bilir.

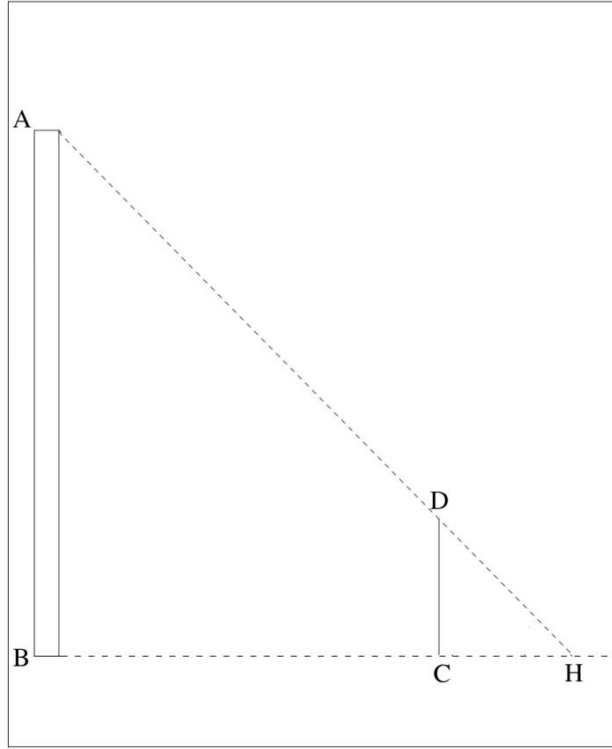
3.2.2.3.3 Üçüncü Makale:

Bir nesnenin yüksekliğinin ve yineşeylerin mesafelerinin *rub'ul-müceyyeb* ile bilinmesi hakkındadır. Onun çevresi doksan dereceye taksim edilmiştir ve ceybleri altmış cüzdür. Bu makalede yani üçüncü makalede diğer iki makalede olduğu gibi birçok fasıl bulunmaktadır.

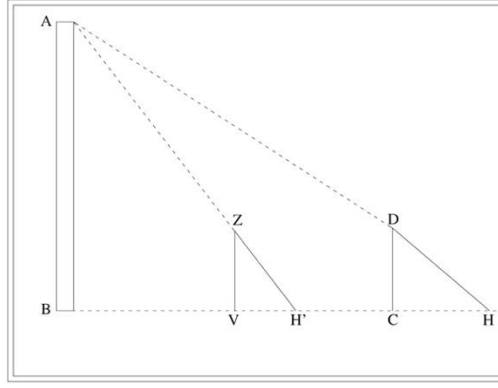
3.2.2.3.3.1 Birinci Fası:

Ulaşım mümkün olduğunda bir nesnenin yerden yüksekliğinin *rub'ul-müceyyeb* ile *vegölge (zıl, tanjant)*²²² yöntemiyle bilme hakkındadır. **Mesela AB cisminin uzunluğunun mikdarını bilmek istediğinde bunun iki yolu vardır. İlk yol şöyledir:** *Rub'ul-müceyyebi eline al ve hedefesiz kenarını cisme veya yüksekliğini ölçmek istediğin şeye doğru tut. Hedefelerden cismin en üst noktasını gözlemle ve derecesini kırk beşten fazla bulursan cisme doğru ilerle veya derecesini kırk beşten az bulursan cisimden uzaklaş ta ki cismin yüksekliğini kırk beş derecede bulana kadar.* Mesela bu misalde C noktasını bulursun. Sonra gözün ile ayakların arasındaki mesafeyi yani D ile C arasını ölç ve C'den gözüne kadar olan DC'yi mesela H'ye doğru ekle. Ardından ucundan yani H'den zirâ vb. mimsaha ile cismin zeminine kadar [olan mesafeyi] ölç. Bulduğun ölçüm aynı mimsaha ölçümüyle [elde edilen] cismin yüksekliğidir.

²²² Gölge, *rub'ul-müceyyebte tanjant* veya *kotanjant* anlamına gelir. Ahmed Ziya bin Rıza, *Rubu Tahtası Kullanım Kılavuzu*, 103.



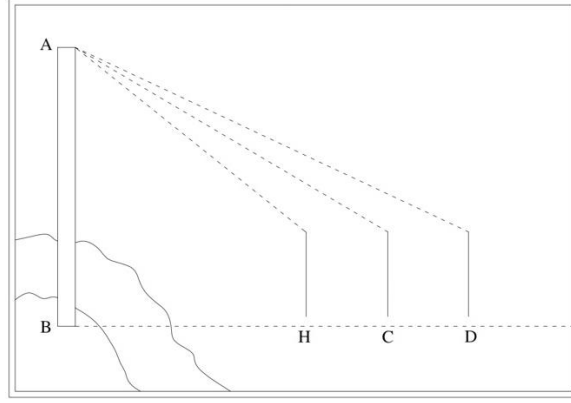
İkinci yol ise şöyledir: Cismin yüksekliğini öğrendiğin gibi [aletin ipinin gösterdiği] derecesi ister kırk beşten büyük olsun ister küçük olsun istediğin yerden alın. Mesela bu misalimizde C konumunda *yükseklik yayı* (*kavs-ı irtifa*) otuz dört derecedir. Sonra ipi *yükseklik yayının kosinüs yarıçapıyla kesiştiği yerden* (*evvel'ül-kavs*) bu yükseklik yayı mikdarınca yani otuz dört derece yürüt ve *sinüs yarıçapından* (*sittîni*) ipe doğru kame mikdarını, ki o on iki cüzdür, indirerek *tanjantını* (*zıll-ı mebsût*) çıkar. İple kesişiminden *kosinüs yarıçapına* (*ceyb'üt-tâm*, *ceyb'üt-temâm*) doğru dön. Böylece yüksekliğin tanjantı on sekiz cüz bulursun. O da bir buçuk kamettir. C konumuna mesela H'ye doğru gözün ile yer arası mikdarınca yani DC kadar ekle, ki o varsaydığın kamettir ve her zaman on iki cüze bölünür, ve DC arasının yarısını da ekle. Sonra ucundan yani H noktasından cismin zeminine kadar [olan uzunluğu] ölç. Böylece H noktasıyla dikmenin zemini arasını yetmiş iki zirâ bulursun. Bu mikdarı tanjanta yani on sekize böl ve bölmeden çıkan sonucu -dört-, kamenin cüz mikdarıyla -on iki- çarp. Çarpmanın sonucu olan kırk sekiz, AB cisminin yüksekliğidir yani bu yükseklik kırk sekiz zirâdır. Bu da istenendir.



Yüksekliği V konumundan almaya gelince yükseklik yayı elli üç derece olur. Onun tanjantını çıkar. Bunun için ipi yükseklik yayının kosinüs yarıçapıyla kesiştiği yerden derece mikdarınca yürüt. Sonra sinüs yarıçapından kame mikdarınca ilerleyip in ve bu çizginin iple kesişim noktasından kosinüs yarıçapına dön. Böylece yüksekliğin tanjantını dokuz kame cüzü olarak bulursun; o da üç bölü dört kamedir. Ardından V konumundan yerle gözün arası olan kametin üç bölü dördü kadar konumundan geriye mesela H'ye kadar uzaklaş. Sonra da uçtan yani H' noktasından cismin zeminine kadar olan kısmı mimsaha ile ölç. Eğer CB arası ölçümünü otuz altı zirâ bulduysan ölçüm mikdarını tanjanta yani dokuz'a böl ve sonucu da yani dördü de kametin bölme sayısı ile yani on ikiyle çarp. Çarpımın sonucu kırk sekizdir. Yani AB cisminin uzunluğu kırk sekiz zirâdır. Diğer işlemlerde de benzer şekilde yapılır.

3.2.2.3.2 İkinci Fasıl:

Nehir vb. engellerden dolayı ulaşım mümkün olmadığında bir nesnenin yerden yüksekliğinin veya maskat'ul-hacerinin rub'ul-müceyyeb ile ve gölge yöntemiyle bilme hakkındadır. **Mesela aranızda nehir olan AB cisminin uzunluğunu bilmek istersen bunun yolu şöyledir:** AB'nin yine bir konumdan, mesela C konumundan önceki gibi tanjantını al. C konumundaki yükseklik yayı kırk bir derece olsun. Sonra tanjantını çıkar. Onun tanjantını on dört cüz bulursun. Ardından bulduğun sonuca yani tanjantın cüzüne istediğin bir kame cüzü mesela üç cüz ekle -çeyrek kame-. Toplamları on yedi cüz eder ve diğer bir yüksekliğin payıdır. Yahut bulduğun sonuçtan payın cüzünü yani çeyrek kame olan üç cüzü çıkar. Geriye kalan on bir cüz başka bir yüksekliğin tanjantı olur.



İki yüksekliği yani on yedi cüzün ve diğer on bir cüzün yükseklik yaylarını çıkar. Yani ilkinde kosinüs yarıçapındaki kosinüs çizgilerinden on yedi bölme ilerleyin ve sinüs yarıçapındaki sinüs çizgilerinden kame mikdarınca git. Sonra ipi ceyblerin kesişimine yerleştir. Böylece on yedi olan tanjant için ipin yükseklik yayının başlangıcından otuz beş dereceyi kestiğini bulursun. İkincide de kosinüs yarıçapını on bir [bölmesine] götür ve sinüs yarıçapında da kameti işaretlersin. Sonra ipi kesişimlerine yerleştir. Böylece yükseklik yayının başlangıcından giderek kırk yedi derece bulursun. İlk konumdan sonra iki konum için biri eksik biri fazla olan yükseklik yaylarını bulduktan sonra iki dereceden birini seçebilirsin.

C'deki konumunu öteleyip yükseklik yayını otuz beş dereceyi bulacak şekilde almaya gelirsek bil ki otuz beş derece için konumunu bir D noktası olarak bulursun. Sonra bu iki konum arasını yani DC arasını mimsaha vb. ile ölç. Bulduğun sonuç çeyrek yüksekliğindir (kaim). Ardından bu sonucu dörtle çarp. Çarpımın sonucundan yüksekliğin elde edilir.

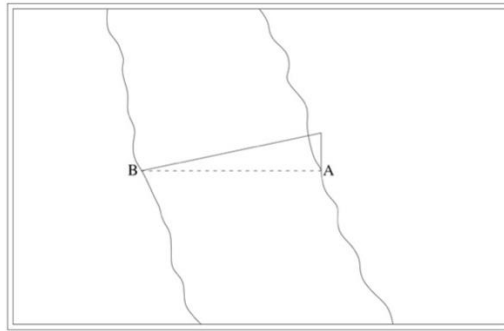
C'deki konumunu öne alıp yükseklik yayını kırk yedi dereceyi bulacak şekilde almaya gelirsek kırk yedi derecelik konumu bulursun ve iki konumun arasını yani CH arasını ölçersin. Bu ölçümü ilk iki konum arasındaki mesafenin ölçümüne yani CD'ye eşit olduğunu bulursun. Ölçümün sonucu yine çeyrek yüksekliğin kadardır. Bu ölçümü yine dörtle çarp. Böylece çarpımın sonucu yüksekliğin uzunluğudur.

3.2.2.3.3 Üçüncü Fasıl:

Nehir, havza, deniz vb. genişliğinin mikdarını rub'ul-müceyyeb ile ve gölge yöntemiyle bilmenin açıklaması hakkındadır. **Mesela AB nehir genişliğini bilmek istediğinizde bunun yolu şöyledir:** Nehrin kıyısını düzenle ve iki hedefinin boş

tarafını gözüne doğru alarak yüksekliğin yansıması olan bir eğim/alçaklık ile rubuyu tutarsın. Hedefelerden nehrin karşı tarafına doğru bak. İp yükseklik yayıyla sinüs yarıçapının birleştiği yeri yani düşme açısını/eğimini keser. Sonra yükseklik yayının başlangıcından bulunan düşme açısını ilerletirsin, sinüs yarıçapında kame mikdarınca ilerleyip ipe doğru inersin. Ardından kosinüs yarıçapına doğru dön ve oradaki değeri bul. Bu şekilde derecenin tanjantını bulursun. Bulduğun bölmeyi gözün ile yer arası uzunlukta olan kamene böl. İstediğin sonuç yani nehrin genişliği çıktı.

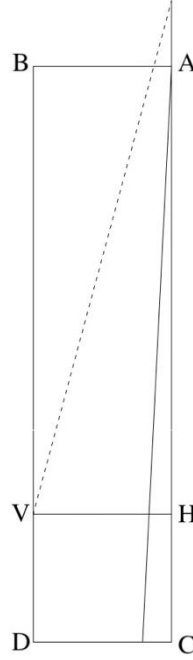
Mesela düşme açısı on üç derece olsa tanjantı elli üç cüz olur. O da dört kame ve on ikiden beş cüz demektir. Gözünüzle yer arası iki zirâ olursa nehrin genişliği de sekiz tam beş bölü altı zirâ olur. Diğer uygulamalarda da aynı yöntem kullanılır. Bu yöntemle aynı şekilde nehir vb. genişliğini bulduğun gibi aynı şekilde konumun ile başka bir konum arasını da bulabilirsin. Nehir, havza vb. geniş olduğunda veya diğer konum konumundan uzak olduğunda uygulanan yöntemde en uygun olan uygulamayı ve hesabını kolaylaştırmak için ayağının altına koltuk vb. bir eşyayı koyup gözünle yer arasındaki yüksekliği arttırmandır.



3.2.2.3.4 Dördüncü Fasıl:

Kuyu vb. derinliğinin mikdarını rub'ul-müceyyeb ile ve gölge yöntemiyle bilmenin açıklaması hakkındadır. **Mesela ABCD kuyusunun ağzından HV su seviyesine kadar olan derinliğini bilmek isterseniz bunun yolu şöyledir:** A noktasında durup rub'ul-müceyyebi karşı taraftaki su seviyesine doğru eğimli olarak tut. Sonra zirâ vb. mimsaha ile kuyu ağzı genişliğini ölç. Alınan eğim (düşme açısı, inhifâz) yetmiş beş derece ve kuyu ağzı da dört zirâ olursa ipi yükseklik yayının başlangıcından eğim mikdarınca yürüt ve oraya yerleştir. Ardından kosinüs yarıçapından kuyu ağzı ölçümü yani dört cüz kadar ipe doğru gidip kesişimden sinüs yarıçapına doğru dön. Bulduğun sayı on beş cüz yani on beş zirâdır. Sonra ondan gözünden yere kadar olan

yüksekliğini çıkar. Geriye kalan kuyunun ağzından su seviyesine kadar olan derinliğin miktarıdır. Bu durum eğimi dik ve ayaklarını da kuyunun ağzına paralel olarak aldığında geçerlidir. Eğimi kuyunun ağzından alırsan yüksekliğini çıkarman gerekmez.



3.2.2.3.3.5 Beşinci Fasıl:

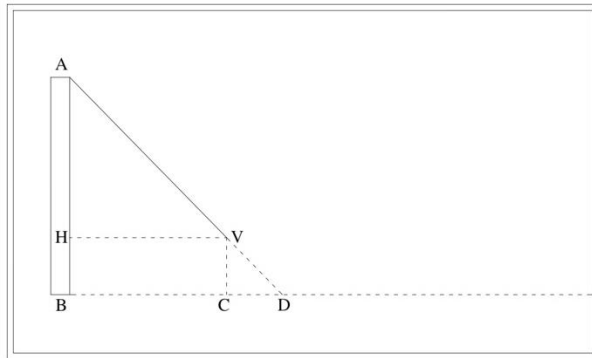
Ulaşım mümkün olduğunda bir nesnenin yerden yüksekliğini rub'ul-müceyyeb ile ve cüyûb²²³ yöntemiyle bilme hakkındadır. **AB cisminin yüksekliğini bilmek istersen bunun yolu** bir konumdan mesela C'den cismin yüksekliğini rub'ul-müceyyeb ile bulmaktır. C noktasından altmış dereceyi bulursun ve bu, uygulamanda varsaydığın ABD üçgenindeki ADB açısına eşit olan AVH açısının miktarıdır. Tümleyeni yani doksan dereceye tamamlayanı olan otuz derece de AHV ve ABD üçgenlerinde ortak olan VAH veya DAB açılarının miktarıdır. Birbirine eşit olan ABD ve AHV açıları da dik oldukları için doksan derecedir. Cismin yüksekliğini çıkarmak için ipi yükseklik yayının başlangıcından yükseklik açısı miktarına yani altmış dereceye yerleştir. Sinüs yarıçapından yüksekliğin olan on iki cüz kadar in ve kotanjanttaki kesişim noktasından kosinüs yarıçapına doğru dön. Onu yedi cüz bulursun. Sonra da C konumuna gözün ile yer arası mesafeyi on iki cüze bölen cüz cinsinden yedi cüz

²²³ Rub'ul-müceyyebte cüyûb sinüs ve kosinüs için kullanılır. a.g.e., 103.

kadar ekle, mesela D noktasına kadar git. D noktasıyla cismin zemini arasını mimsaha ile ölç. Ölçümün sonucunu yirmi beş zirâ bulursun. Bu ölçümü kaydet. Ardından ipi yükseklik yayının başlangıcından yükseklik açısının tamlayanı yani otuz derece mikdarı yürütüp yerleştir. O zaman yani ipi yükseklik açısının tamlayanına yerleştirdiğinde cismin uzunluğunu bulmanın iki yolu vardır.

Birinci yol: Sinüs yarıçapında karşılık gelinen sayıdan DB arasının ölçümü mikdarınca yani yirmi beş birimi ipe doğru indir ve tanjanttaki kesişimlerinden kosinüs yarıçapına dön. Karşılık geldiği sayıyı kırk üç tam bir bölü üç bulursun. Bu da AB cisminin zirâ cinsinden uzunluğudur yani uzunluğu kırk üç tam bir bölü üç zirâdır.

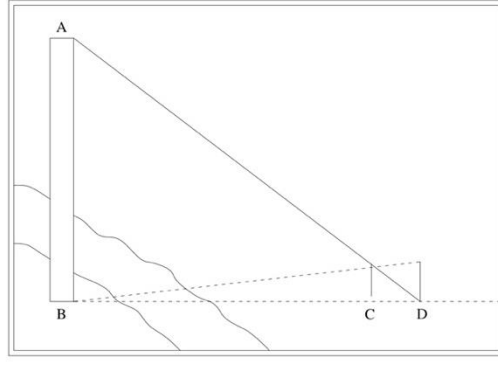
İkinci yol: Otuz derecenin tanjant çizgisindeki yayın ucundan sinüs yarıçapına doğru yukarı git. Otuz derecelik açı için sinüs çizgilerinden otuz cüzü bulursun. O da DB kenarına karşılık gelmektedir. İkinci olarak kosinüs çizgilerinin ucundan kosinüs yarıçapına doğru çıkarsın. Böylece otuz derecenin kosinüs yarıçapında karşılık geldiği sayı elli iki cüzdür. Bu da AB kenarına karşılık gelir. AB kenarının sinüs çizgisine oranı DB kenarı ölçümünün kosinüs çizgisine oranı gibidir. Kosinüs çizgisini yani elli ikiyi DB ölçümüyle yani yirmi beşle çarp. Çarpımın sonucunu -bin üç yüzü- sinüs çizgisine -otuz- böl. Bölmenin sonucu kırk üç tam bir bölü üç AB cisminin uzunluğudur. Yani [uzunluğu] kırk üç tam bir bölü üç zirâdır. Diğer uygulamalar da benzer şekilde yapılır.



3.2.2.3.3.6 Altıncı Fasıl:

Ulaşım mümkün olmadığında bir nesnenin yerden yüksekliğinin rub'ul-müceyyeb ile ve cüyûb yöntemiyle bilme hakkındadır. **Mesela aranızda havza bulunan ve bu yüzden ulaşamadığınız AB cisminin uzunluğunu bilmek istediğinizde bunun**

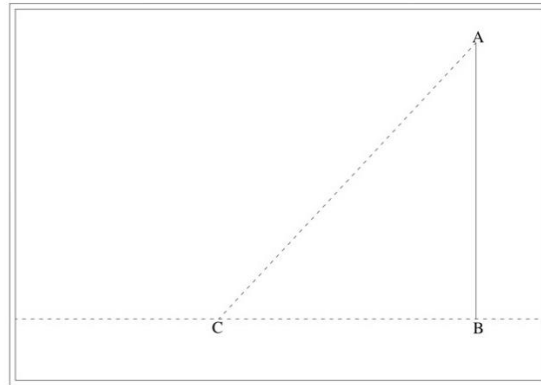
yolu şöyledir: Belirli bir konumdan mesela C konumundan rub’ul müceyyebi önceki yöntemdeki gibi cismin tepe noktasına doğru yükseklik yayı derecesini alırsın. Alınan yükseklik yayı derecesi otuz yedi derece olursa C konumundaki yüksekliğine göre ölçümünü arttırmak için ipi yükseklik yayının başlangıcından yükseklik yayı derecesine yerleştirerek tanjantını çıkar. Sonra sinüs yarıçapındaki çizgilerden yüksekliğin kadar ipe doğru inip kesişimlerinden kosinüs yarıçapına dön. Tanjant çizgisinden çıkan çizgiyi on altı cüz bulursun. O da yerden gözüne kadar olan yüksekliğin ve onun bir bölü üçü kadardır. Bir tam bir bölü üç yüksekliği C konumundan bir noktaya mesela D’ye doğru arttırın ve D’yi işaretle. Sonra alınan yükseklik değerini yani D açısının mikdarı olan otuz yediyi doksandan çıkar. Kalan elli üç derece de yüksekliğin tepesi olan A’da varsayılan açının değeridir. Ardından ipi yükseklik yayının başlangıcından A açısı mikdarına yani elli üç dereceye yerleştir. Sonra da sinüs ve kosinüslerini çıkar. İlki için elli üç derecedeki yayın ucundan sinüs çizgisiyle sinüs yarıçapına git. Sinüs yarıçapındaki çizgilerde bulduğun sayı kırk sekiz cüzdür ve DB kenarına karşılık gelir. İkincisi için ise bu yayın ucundan kosinüs çizgisinden kosinüs yarıçapına git. Kosinüs yarıçapındaki çizgilerde bulduğun [sayı] otuz altı cüzdür. O da cismin yüksekliği olan AB kenarına karşılık gelir. Bu açıları kaydet. Sonra D noktasında dur ve geri gitme yöntemindeki gibi rub’ul-müceyyeb ile B noktasındaki dikmenin zemininin düşme açısını bul. Düşme açısını yaklaşık beş derece bulursun. Ardından ipi yükseklik yayının bitiminden beş derece yürütüp oraya yerleştir. Sinüs yarıçapından kaydedilen sinüs çizgisi değerince yani kırk sekiz cüzü sinüs çizgisi üzerinden ipe götür. İp ile kesişim yerinden kosinüs çizgisiyle kosinüs yarıçapına gidince değeri dört cüz bulursun. Ki o gözün ile yer arası olan yüksekliğine göre dört açıdır. Sonra yüksekliğini mimsaha ile ölçüp ölçülen mikdarı kaydet. Cismin uzunluğunun A açısının kosinüs çizgilerinde karşılık geldiği değere oranı yükseklik ölçümünün yani üç zirânın açısına oranı gibidir. Kosinüs yarıçapındaki değeri -otuz altı- yükseklik ölçümün ile -üç- çarp. Sonra da çarpımın sonucunu -yüz sekiz- yükseklik açına -dört- böl. Bölmeden çıkan sonuç olan yirmi yedi AB cisminin yüksekliğidir. Allah daha iyisini bilir.



3.2.2.3.3.7 Yedinci Fasıl:

Bir konumun durduğun yere uzaklığını, konuma ulaşım ister mümkün olsun ister olmasın ister iki konumdan birine ulaşım mümkün olsun bu iki konum arasındaki mesafeyi rub'ul-müceyyeb ile ve cüyub yöntemiyle bilmenin açıklaması hakkındadır.

Mesela B konumunuzla A mevzisi arasını bilmek istediğinizde bunun yolu şöyledir: B noktasında dur ve rub'ul-müceyyebi yüzeyi ufka paralel olacak şekilde yüksek bir nesne üzerine ve merkezi de B noktasında olacak şekilde alırsın. Sinüs yarıçapı çizgisi de A mevzisine doğru bir doğru üzerindedir. Bunu sağlamak için en uygunu merkezdeki deliğe ve sinüs yarıçapının ucuna çivi, ibre veya mil vb. dikmektir. Ardından merkezden bu dikmeler bir yerde hizalanana kadar bak. Sonra da sinüs yarıçapındaki çiviye kaldırmak için C yönüne doğru kosinüs çizgisi hizasına zirâ vb. mimsaha ile ölçülmüş belirli bir uzaklığa asa veya çubuk dik. Yine kosinüs yarıçapının ucuna çiviye dik ve C yönüne doğru bak. Bu [işlem] ilk konum olan B'deki yükseklik açısını çıkarmak içindir.



Akabinde B noktasına çubuk diktikten sonra rub'uyu kaldır ve onunla C'ye git. İlkindeki gibi rub'ul-müceyyebi ufka paralel olacak şekilde yüksek bir nesne üzerine aletin merkezi C noktasında olacak şekilde yerleştir. Sinüs yarıçapı da B noktasındaki

asayla aynı hizadadır. Kosinüs yarıçapı için bir ibre yoktur. Hatta CB arasında sinüsle işlem yapmak yeterlidir. Sonra merkezde bulunan ve A konumuna doğru olan çividen bakarak ipi rubunun yüzeyi üzerinde çiviyle kesişecek şekilde hareket ettir. Böylece ip ve çivi A konumuna doğru aynı hizada olur. İpin yükseklik yayının bitiminden itibaren kestiği yer C açısının yani ikinci konumun miktarıdır. Yükseklik yayının başlangıcından itibaren kestiği yer de C açısının tümleyenidir. O da işlem için istenen A açısının miktarıdır. Bütün bunlar, yani rub'unun ilk konuma yerleştirilmesi, sinüs ve kosinüslerin uygulanması ve iki açının ipinin açıklanan yüzeyde kesişmesi bu misaldeki gibi ikinci konumun birinci konumun solunda olması durumunda olur.

İkinci konumun ilkinin sağında olmasını istediğinde yapılacak şey tam tersidir, yani B konumuna rub'unun merkezini yerleştirirsen AB üzerinde sinüs yarıçapı değil kosinüs yarıçapı merkezle aynı hizadadır. Sinüs yarıçapı da ikinci konum hizasında olur. Rub'uyu ikinci konuma yerleştirirsen kosinüs yarıçapı ilk konum hizasındadır. İpin yükseklik yayının başlangıcından gelerek kestiği açı ikinci konumun açısıdır. Yükseklik yayının bitiminden gelerek kestiği açı ise A konumunda oluşması istenen açıdır. İlk konumdaki açı da diktir. Diğer uygulamalarda da bu açının her zaman dik olması şartı aranır. Sonra ipi A açısı değerine yerleştir ve aynı beşinci fasılda bahsedilen iki yöntemdeki gibi A konumuyla B konumu arasını çıkarın. Mesela ikinci konumun açısı olan C açısı elli üç derece olursa A konumunun açısı otuz yedi derece olur. İpi yükseklik yayı başlangıcından A açısı kadar yani otuz yedi [derece] yürütüp açının değerine yerleştir.

İlk yöntemde BC arası ölçümü otuz zirâ olursa bu ölçümü sinüs yarıçapından sinüs çizgisi üzerinden ipe indir. İp ile kesişiminden kosinüs çizgisi üzerinden kosinüs yarıçapına dön. Yarıçap çizgilerinde kırk cüze karşılık geldiğini bulursun. Bu da AB arasının miktarı yani A konumuyla B konumu arasındaki mesafenin zirâ cinsinden miktarıdır.

İkinci yöntemde ipi yükseklik yayı başlangıcından giderek A açısına yerleştirdikten sonra ucundan sinüs çizgisinden sinüs yarıçapına git. Sinüs yarıçapı çizgilerinde otuz altı değerini bulursun. O da yerde olduğu varsayılan BC kenarına karşılık gelir. İkinci olarak ipin ucundan kosinüs çizgisi üzerinden kosinüs yarıçapına git. Kosinüs yarıçapı çizgilerinde kırk sekiz cüzü bulursun. O da varsayılan AB kenarına karşılık

gelir. AB mesafesinin kosinüs yarıçap değerine oranı BC arası ölçümünün sinüs yarıçap değerine oranı gibidir. Ardından ölçümü yani otuzu kosinüs yarıçap değeriyle -kırk sekiz- çarp ve çarpımın sonucunu -bin dört yüz kırk- sinüs yarıçap değerine - otuz altı- böl. Bölmenin sonucu olan kırk AB arasının, yani A konumuyla B konumu arasının- zirâ cinsinden mikdarıdır. Bu da istenendir. Bu benzerlik üzerinden iki mevziden birine ulaşım mümkün olmadığına ne yapılacağını düşün.

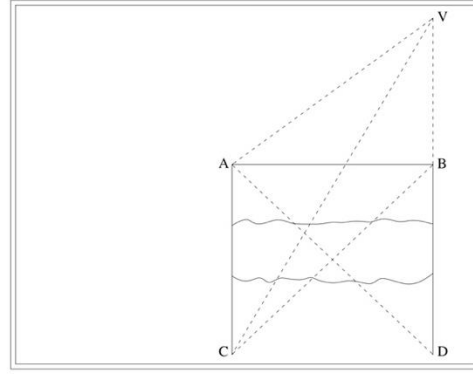
3.2.2.3.3.8 Sekizinci Fasil:

İki konum arasındaki mesafeyi, mevzilere nehir vb. engellerden ötürü ulaşım mümkün olmadığına rub'ul-müceyyeb ile ve cüyub yöntemiyle bilmenin açıklaması hakkındadır. İki konum arasındaki mesafeyi çıkarmanın yolu için tabla ve usturlâpta olduğu gibi iki konumda işlem yapmak gerekir. Ayrıca iki konumun ve aralarındaki mesafeyi bilmek istediğin her iki konumun açısının da dik olması gerekir. Yine iki konum arasındaki mesafenin yakın olması gerekir. Çünkü uzak olurlarsa iki konumun açısı da dik olması gerektiği bilindiğinden aralarındaki mesafeyi bulmak zor olurdu. İşlem yapmak için geniş bir yer gerekirdi veya yeteri kadar imkân olmadığından ikisi arasındaki mesafeyi bilmekten geri durulurdu.

Mesela ikisiyle aranızda nehir olduğundan ulaşamadığın A ve B konumları arasındaki mesafenin mikdarını bilmek istersen bunun yolu şöyledir: A ve B konumları hizasında iki konum almaktır ki mesela C konumu gibi konumda ve karşılık gelen konumda dik açı olma olasılığını düşünerek almak gerekir. Sonra rub'ul-müceyyebi C noktasına merkezi C'de olacak şekilde ve kosinüs yarıçapı A konumu hizasında olacak şekilde yerleştir. Rub'unun merkezine ve sinüs yarıçapının ucuna birer ibre vb. yerleştir. Bu iki ibreden H'ye doğru bak ve iki ibreyle H'nin oluşturduğu doğru üzerinde H'ye bir çubuk dik. Sonra merkezdeki ibreden B konumuna doğru bak ve rubu üzerinde ipi ibreye başından sonuna kadar uyacak şekilde hareket ettir. Bu B konumunda alınan ibrenin durumudur. Onun ipi yükseklik yayının başlangıcından [başlayarak] kestiği yer C açısının mikdarıdır. Sonra rub'uyu C konumundan kaldır ve bir doğru üzerinde H'ye doğru yaklaşık olarak B konumu hizasında olana kadar götür ve daha önce belirtildiği gibi merkez CH doğrusu üzerinde olacak şekilde ve sinüs yarıçapı B'ye doğru ve kosinüs yarıçapı da C'ye doğru olacak şekilde yerleştir.

Bir diğerk şekilde sinüs yarıçapı B konumu hizasında, kosinüs yarıçapı C konumunda olacak şekilde uygularsın. İki açı da konumla hizalandığı vakit bu konumda mesela D'de dik açı oluşur. Sonra rub'uyu iki açısı ve merkezinin varsayılan CH doğrusu hizasında olduğu halden çıkar ve merkezdeki ibreden A konumuna bak. İpi rub'u yüzeyinde ibreyle örtüşecek şekilde başından sonuna hareket ettir. O zaman ipin yükseklik yayını başlangıcından doğru kestiği yer D açısının mikdarıdır. Sonra zirâ vb. mimsaha ile yerden DC arasını ölç ve ölçümü kaydet. İki konumda oluşan iki açıya bak. Açılar eşit olursa AB arası da mimsaha ile ölçülen CD arasına eşit olur.

Bu iki konumdaki açılar eşit olmaz ve biri diğerkinden büyük olursa mesela A ve V konumları arasındaki mesafeyi bilmek istersen VCD açısı yani ilk konumdaki açı altmış derece ve ADC açısı yani ikinci konumun açısı kırk üç derece olsun.



Açıları eşit olmayan A ve V konumları arasındaki mesafeyi bilmenin yolu için ilk olarak ipi yükseklik yayının başlangıcından D açısının tümleyeni olan kırk yedi dereceye getir. Tanjantını bul. İpin ucundan sinüs çizgisi üzerinden sinüs yarıçapına git. Buradaki değeri kırk dört cüz bulursun. Bu da DC kenarına karşılık gelir. Bu sinüs değerini kaydet. D ve C açılarının sinüs çizgilerini ipi yükseklik yayı başlangıcından D açısı mikdarına yani kırk üç dereceye yerleştirerek çıkar. İpin ucundan sinüs çizgisi üzerinden sinüs yarıçapına git. Bulduğun değer kırk bir cüzdür ve AC kenarına karşılık gelir. Sonra yükseklik yayının başlangıcından ipi C açısına yani altmış dereceye yerleştir. İpin ucundan sinüs çizgisi üzerinden sinüs yarıçapına git. Sinüs yarıçapında bulduğun değer elli iki cüzdür ve VD kenarına karşılık gelir. Sonra ipi yükseklik yayı başlangıcından D açısına, kırk üç dereceye, yerleştir. C açısının, altmış derecenin, ucundan kosinüs çizgisinden ipe git. Sonra kesişimden sinüs çizgisi üzerinden sinüs yarıçapına git. Bulduğun değer yirmi sekizdir. Onu C

açısının sinüs değerinden -elli iki- çıkar. Aralarındaki fark yirmi dört birim açı olur. Bundan sonra sinüs yarıçapındaki değerden iki değer arasındaki fark mikdarınca - yirmi dört- sinüs çizgisi üzerinden inip kosinüs yarıçapından D açısının kosinüs yarıçap değeri mikdarınca -kırk dört- kosinüs çizgisi üzerinden in. İpi iki değer in kesişimine yerleştir ve orada yani kesişimlerinde mürî (gösterge) ile işlem yap. Sonra ipi sinüs veya kosinüs yarıçapına taşı. Varsaydığın bölme değeri için bulduğun değer elli cüz olur ve o da varsayılan AV kenarına karşılık gelir. AV mesafesinin varsayılan açıya oranı DC ölçüm değerinin açısına oranı gibidir. Varsayılan açı değerini AV'nin varsayılan değeriyle -elli- DC ölçümünü -dört yüz altmış sekiz- çarp. Sonucu -yirmi üç bin dört yüz- DC'ye karşılık gelen değere -kırk dört- böl. Bölmenin sonucu da yaklaşık olarak beş yüz otuz bir tam üç bölü dört A ve V konumları arasındaki mesafenin zirâ cinsinden mikdarıdır. Allah Tealâ en iyisini bilir.

3.2.2.4 ÜÇÜNCÜ BÂB:

Mühendisler arasında kullanımda olan cisimler, varsayılan oluşma imkanları, özellikleri ve mesâhalarının açıklaması hakkındadır. Üçüncü bâbta konumlarının çeşitliliğinden ve mesâhalarından bahseden iki bahis bulunur.

3.2.2.4.1 BİRİNCİ BAHİS:

Cisimlerin konumları ve varsayılan oluşma ihtimallerinin açıklaması ve çeşitlerinin zikredilmesi hakkındadır. Bu bahiste birçok fasıl bulunur.

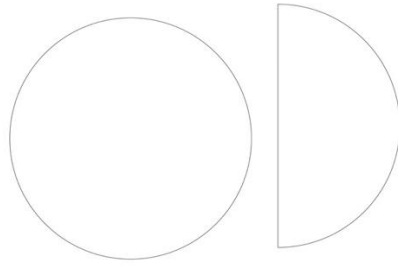
3.2.2.4.1.1 Birinci Fasıl:

Cismin tarifi hakkındadır. *Cisim*, üç boyutlu yani uzunluk, genişlik ve derinlikli konumu olan şeydir. Daha önce bu risalenin girişinde noktanın uzunluk, genişlik ve derinliğe hiçbir zaman bölünemediği ve boyutu olmadığı belirtilmişti. Sonra noktanın az da olsa hareket ettiği düşünülürse bu hareketten bir boyut oluşur. O da sadece *uzunluktur*. Bu uzunluğun hareketi varsayılırsa ama bu hareket uzunluğun iki ucundan birinin karşısına doğru olursa uzunluğun bu hareketinden ilkinden, yani uzunluktan, farklı bir boyut oluşmaz. Bu da noktanın hareketiyle oluşmuştur. Ancak uzunluğun az da olsa her iki tarafından hareket olursa o zaman uzunluktan başka bir boyut oluşur ki o da *genişliktir*. Bahsedilen yöntemdeki hareketten *yüzey* meydana gelir. Yüzeyin iki boyutu vardır ve ilki uzunluk, ikincisi ise genişliktir. Aynı şekilde yüzeyin hareket ettiği varsayılırsa ama dört tarafından biri hareket ederse ilk iki

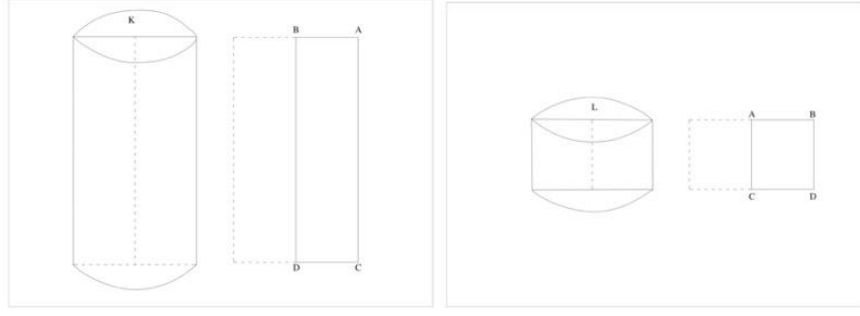
boyutu olan uzunluk ve genişlikten başka bir boyut oluşmaz fakat uzunluğu veya genişliği artar. Ancak daire hareketi yani çembersel hareket veya dik olarak yukarı veya aşağı doğru hareket ederse o zaman üçüncü boyut oluşur ve o da *derinliktir*. Üç yüzden birindeki herhangi bir hareketle yüzeye ve harekete göre çeşitlerinden bir cisim oluşur. Cismin üç boyutundan kastedilen de budur. Hiçbir şekilde onlardan biri olmadan cisim olamaz.

3.2.2.4.1.2 İkinci Fasıl:

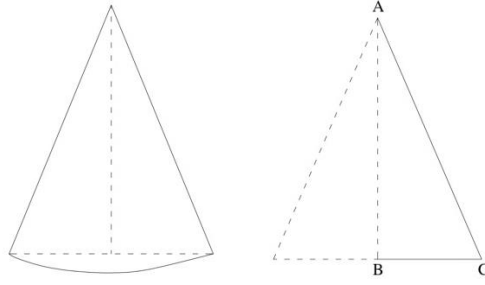
Daire ve diğer yüzeylerin çembersel hareketi varsayılarak oluşan cisimlerin durumları hakkındadır. Çembersel hareket eden yüzeylerin bu hareketinden yarım daire cisimleri oluşur, ki yarım daire daha önce bahsedildiği gibi iki açısı olan yüzeydir. Yarım dairenin çapının bir tam tur attığı yani dönerek hareketin başlangıç noktasına ulaştığı bir hareket varsayılırsa bu hareketinden *küre* cismi oluşur. Kürenin çevresindeki yani yüzeyi üzerindeki noktaların kürenin merkezine uzaklığı eşit olur.



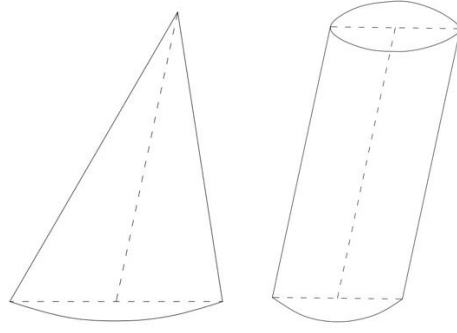
Dikdörtgende ise ABCD dikdörtgeninin mesela BD kenarı gibi uzun paralel kenarlar etrafında bir tam tur yani hareketin başlangıç noktasına ulaşacak şekilde döndürülerek hareket ettiği varsayılırsa söz konusu dikdörtgenin bu hareketinden K silindiri gibi bir *silindir* oluşur. Kare için de böyledir. Mesela ABCD karesinin dört kenarından biri mesela AC kenarı etrafında bir tam tur döndürülerek hareket ettiği varsayılırsa bu hareketten yine L silindiri gibi bir silindir meydana gelir. Silindirin üst ve alt yüzeyinde iki taban gibi birbirine eşit iki daire vardır. Her dairenin çapı karenin veya dikdörtgenin tabanının iki katıdır. Yani dairenin yarıçapı dikdörtgenin veya karenin tabanı kadardır. Aynı şekilde silindirin her bir kesitinin iki yüzeyi en alt ve en üst yüzeylerine paraleldir ve iki eşit dairedir, tıpkı silindirin daireleri gibi.



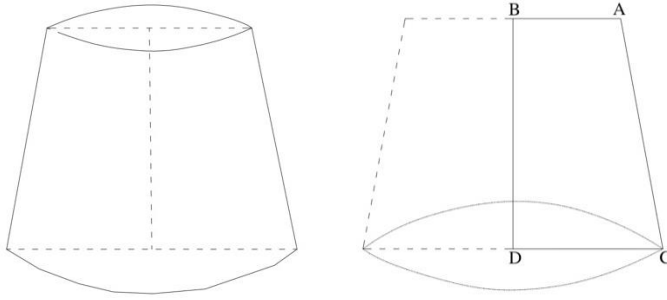
Bu yüzeylerden çeşitkenar üçgen veya ikiz kenar dik açılı üçgenin mesela ABC üçgeninin dik kenarının tabanı üzerinde ve tabana dik olarak döndürülerek yani AB dik kenarının BC tabanı üzerinde bir tam tur döndürülerek -yani hareketin başlangıç noktasında dönmeyi bitirerek- hareket ettiği varsayıldığında bu yüzeyin söz konusu hareketinden *koni* yani konik cisim oluşur.



Silindirde olduğu gibi en alt yüzeyi yani tabanı, görünen döndürülen yüzeyin -yalnız biri hariçtir, çünkü koninin en üstü bir noktaya ulaşır.- dairedir. Dairenin çapı, hareketiyle koni oluşan üçgenin tabanının yani BC tabanının iki katıdır. Çapın yarısı da bu tabandır. Koni kesitlerinin her birinin yüzeyi bu en alttaki yüzeye paraleldir ve koninin tabanı gibi dairedir. Ancak kesitlerin daireleri koninin tabanı olan daireye eşit olmaz, hatta her bir kesit koninin en üst noktasına yaklaşır ve bir önceki daireden minimum seviyede azalır. Yine açıktır ki bu dairelerin çapları ve yarıçapları eşit değildir. Yükseklikleri dik olduğunda her bir silindir ve koninin tabanı tam dairedir. Çünkü dairenin çevresindeki her bir noktanın merkezine uzaklığı eşittir. Her bir silindir ve koni de tabanına diktir. Çünkü önceki iki çizimde görüldüğü üzere her birinin sehmi yani eksenini -ki silindirde iki dairenin merkezini ve konide de noktayı merkez arasını birleştirdiği varsayılan çizgidir- tabana diktir. Eğik olana gelince tabanı çevresindeki noktaların merkeze uzaklığı eşit olmadığından tam daire olmayan ve beyzavî şeklinde olan ve sehmi de tabana dik olmadığından dik olmayan tüm silindir ve koniler eğiktir. Eğik olanlar şekildeki gibidir.

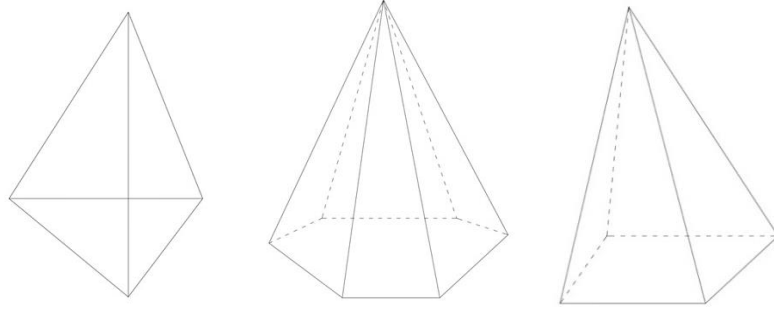


Koninin tabanına paralel şekilde koniden bir parça kesersen tabana yakın kısmı kesik koni olur. Çünkü noktaya kadar devam etmez. Kenar uzunlukları farklı ve iki açısı dik olan ABCD dörtgeni gibi bir yamuğu BD kenarı etrafından bir tam tur döndürerek - yani hareketin başlangıç noktasına dönerek- hareket ettirirsen bahsedilen sebepten ötürü kesik koni oluşur.



Tam koninin iki yüzeyinden biri daha önce belirttiğimiz gibi tabanı olan dairedir. İkinci yüzeyi ise am ağacı olarak bilinen am olarak görülür. Kastedilen ağacın meyvesidir. Kesik koninin ise üç yüzeyi vardır ve ikisi dairedir. Büyük daire tabanıdır ve üst yüzeyi de küçük dairedir. Yüzeyi [yukarıda] görölmektedir.

Koninin tabanı çokgen olursa yani kenarı ve açısı olursa mesela üçgen, dörtgen, beşgen veya daha fazla kenarı ve açısı olan çokgenler olursa bu çokgen tabanlı konilere *piramit* denir, aynı Mısır piramitleri gibi ki onlar da çokgen tabanlı konilerdir. Çokgen tabanlı koni eğer tam ise en üstü noktayla biter ve tepesi tabana paralel olarak kesildiyse de kesiktir.



Tam olanda eğer tabanı üçgense dört yüzeyi vardır. Biri tabanın yüzeyidir diğerleri de dış yüzeylerdir. Tabanı dörtgen olursa beş yüzeyi olur ve tabanın kenar sayısı bir artar. İlkinde yani tabanı üçgen olan konide dört yüzeyin hepsi üçgendir. Koni dik olursa yani sehmi/ekseni tabana dik olursa onun tabanı eşkenar üçgendir ve diğer üç yüzey de tabanı koninin tabanı üçgenin kenarında başlayan ve tepesi noktaya ulaşan ikiz kenar üçgenlerdir. Koni dik olmazsa yani eğik olursa tabanı eşkenar üçgen olmaz ve diğer yüzeylerinin hepsi de ikizkenar üçgen olmaz. İkincisinde ise yani tabanı kare olan konide taban kare ve diğer dört yüzeyi de eğer koninin sehmi tabana dik olduğundan koni de dikse hepsi ikizkenar üçgenlerdir. Eğer koni dik değilse o zaman tabanı tam kare değildir ve diğer kenarlarının her biri de ikizkenar üçgen değildir. Aynı durum beşgen, altıgen, yedigen gibi çokgen tabanlı diğer koniler için de geçerlidir. Eğer koni dik ise tabanı düzgün beşgen, düzgün altıgen veya düzgün yedigen ve diğer yüzeyleri ikizkenar üçgenlerdir; dik değilse de böyle olmaz.

Kesik koniye gelirsek ki onun iki benzer tabanı vardır ve biri tabanı diğeri en üst yüzeyidir ve tabandan küçüktür ve bir çeşit tabandır. Tabanı üçgense iki üçgen benzer olur, dörtgense iki dörtgen benzer olur, beşgense iki beşgen benzer olur ve geri kalanlarda da aynı şekilde olur. Dış yüzeylerin geri kalanı tabanın kenar sayısına eşit karelerdir. Koni dik ise üç kenarı varsa üç dörtgen eşittir, dört kenarı varsa dört dörtgen eşittir ve bu şekilde devam eder. Koni dik değil ise bu durum geçerli değildir.

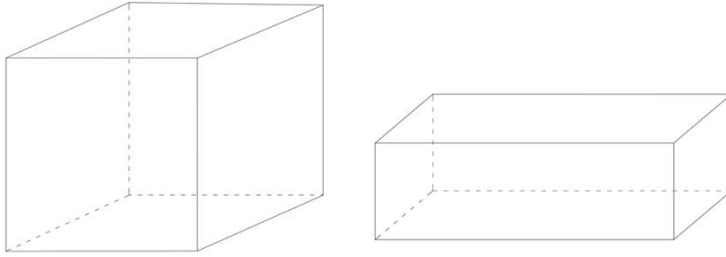
3.2.2.4.1.3 Üçüncü Fasıl:

Varsayılan bir yüzeyin yukarı veya aşağı hareket ettirilmesiyle oluşan cisimlerin oluşma durumlarının açıklaması hakkındadır. İki yöne varsayılan hareketiyle cisimlerin oluşması mümkün olan bu yüzeylerden dairede, eğer dairenin yukarıya veya aşağıya bir doğru üzerinde hareket ettiği varsayılırsa daha önce açıklandığı gibi

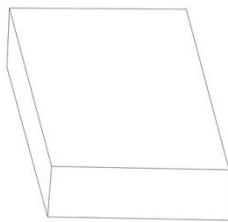
dikdörtgenin iki uzun kenarından birinin etrafında döndürülerek hareket ettirilmesiyle oluştuğu gibi bir silindir oluşur.



Bu yüzeylerden karede ise, onun aşağı veya yukarıya bir doğru üzerinde dört kenarından birinin uzunluğu mikdarınca hareket ettiği varsayılırsa onun bu hareketinden *küp* meydana gelir. Küpün altı eşit yüzeyi vardır ve her biri karedir.



Bu yüzeylerden dikdörtgende, onun aşağı veya yukarı bir doğru üzerinde ve küçük veya büyük kenarlarından farklı mikdarda hareket ettirilmesiyle *dikdörtgen prizma* oluşur ki onun karşılıklı paralel yüzeyleri eşittir. Bu cismin altı yüzeyi vardır ve karşılıklı paralel yüzeyleri birbirine eşittir ve tuğladaki gibi her biri dikdörtgendir. Eğer küp bir yüzeyine paralel olarak iki veya birkaç parçaya bölünürse her bir parçası dikdörtgen prizmaya benzer, mesela dikdörtgenin hareketiyle oluşan karşılıklı paralel kenarları eşit olan altı yüzeyli cisme benzer. Sadece bu kesilen kısım ve karşısındaki yüzey iki dikdörtgen değil, iki karedir.



Dikdörtgen prizma ise -karşılıklı paralel yüzeylerin eşit olduğu cisim- bir yüzeyine paralel olarak iki veya daha fazla parçaya bölünürse karşılıklı en küçük iki yüzey kare olmadığı müddetçe her bir parça, asıl halindeki gibi her bir yüzeyi dikdörtgen olan prizmaya -karşılıklı paralel yüzeylerin eşit olduğu cisim- benzer. O zaman o parça dikdörtgen prizma parçasıdır. Yahut o parçada karşılıklı en uzun iki yüzey karedir, o zaman küp parçası gibi bu parça da dikdörtgen prizmaya benzerdir. Tam kare daha çok dört kenarından biri etrafında hareket ettirildiğinde bu hareketten dikdörtgen prizma veya onun parçası oluşur. Tam kare kenarlarının birinden çok az hareket ettirilirse o zaman da bu hareketten parçası yani prizma benzeri meydana gelir.

Dikdörtgen en küçük iki kenarından biri mikdarınca hareket ettirilirse bu hareketten dikdörtgen prizma veya onun parçası oluşur. Eğer dikdörtgen uzun kenarlarından biri mikdarınca hareket ettirilirse bundan küp parçası yani dikdörtgen prizma benzeri oluşur. Bunu iyice düşün.

Eşkenar üçgen yüzeyi aşağı veya yukarı bir doğru üzerinde hareket ettirilirse *üçgen prizma (mevşûr)* oluşur. Mevşûr, veşera, yeşiru, veşr çekiminden gelir ve bölme, parça ve dar açı parçası gibi sınırlandırma manasındadır. Prizmanın beş yüzeyi vardır ve ikisi alt ve üst tabanı bu prizma gibi üçgendir yani eşkenar üçgendir. Kalan üç yüzey tabanı bahsedilen üçgenin kenarına eşit olan dikdörtgenlerdir.

Üçgen prizma, tabanlarından birine paralel olacak şekilde iki veya daha fazla parçaya bölünürse yine aslına benzer şekilde üçgen prizma oluşur. Bu prizmanın beş yüzeyinin ikisi üçgen ve diğerleri kısa kenarı tabandaki üçgenin kenarına eşit olan dikdörtgenlerdir. Ancak kesitin yüksekliği kendisinden prizmanın oluştuğu üçgenin kenarlarından birine eşit olursa kalan yüzeyler, kenarları eşit olduğundan tam kare olurlar. Yahut kesitin yüksekliği üçgenin kenarlarının birinden küçük olursa yine üçgen kenarından büyük olduğundaki gibi diğer yüzeyler dikdörtgen olur ve aslına benzeyen kesitlerdeki dikdörtgenlerin tersine bu dikdörtgenlerin uzun kenarları tabanda olur. Benzer kesitlere gelince iki küçük kenarı iki tabanda olur. Yine diğer üçgenlerde de eşkenar üçgende ki kurallar geçerlidir. Herhangi bir üçgenin aşağı veya yukarıya bir doğru üzerinde hareket ettirilmesiyle yine üçgen prizma olarak isimlendirilen cisim oluşur. Eşkenar üçgene göre bazı açıları dik veya geniş

bulabilirsin. Bu üçgen prizmaların kesitlerinin kurallarına gelince her biri için ayrıntılı düşünerek çıkarılırlar. Açık olduğuna göre sözü uzatmamak için burada bu kuralları aktarmadık.

Beşgen, altıgen vb. düzgün çokgen yüzeylerde, bu şekillerin aşağı veya yukarı dik bir doğru üzerinde hareket ettiği varsayıldığında *çokgen prizmalar (ustuvâne mudalla)* elde edilir. Çünkü sütunlardaki her bir silindirin en alt ve en üstte iki tabanı vardır. Tabanların her biri çokgen prizmayı oluşturan şekil gibidir. Beşgenden oluşuyorsa iki tabanı beşgene benzer. Altıgenden oluşuyorsa iki tabanı altıgene benzer. Geri kalan yüzeyler tabanın kenar sayısı kadardır ve birbirine eşittir. Tabanı beş kenarlı olursa beş dikdörtgeni, altı kenarlı olursa altı dikdörtgeni, yedi kenarlı olursa yedi dikdörtgeni olur ve bu şekilde devam eder. Bu dikdörtgenlerin tabanları silindirin tabanının kenarına eşittir.

Çokgen prizma kesitlerinin durumları üçgen prizmadaki gibidir. Kesitin tabanı prizmanın tabanına eşittir ve diğer yüzeyleri de yine prizmaya benzer şekilde dörtgendir. Ancak kesitin yüksekliği taban kenarına eşit olursa o zaman diğer yüzeyler kare olur. Yahut kesitin yüksekliği tabanın kenarından küçük olursa diğer yüzeyler yine dikdörtgen olur. Lakin ilkinden farklı olarak bu fasılda bahsettiğimiz yüzeylerin hareketi, cisimlerin oluşumu, tabanların ve diğer yüzeylerin izahında ve yine kesitlerin tabanları ve yüzeyleri her biri bu yüzeyler dik bir doğru üzerinde hareket ettiği kabulüyle açıklandı ve oluşan cisimlerin hepsi dik oldu.

Bahsedilen yüzeylerin dik olmayan bir doğru üzerinde hareketi varsayılırsa o zaman oluşan cisimler dik değil eğik olur. Her cisimdeki iki taban eşittir ve bunlar düzgün değildir. Diğer yüzeyler de eşkenar dörtgen benzeridir. Yine onların kesitlerinin tabanı eşittir ve diğer yüzeyleri ya eşkenar dörtgen veya benzeridir. Hepsi iyice düşünerek ortaya çıkarılır. Eşkenar dörtgen, eşkenar dörtgen benzeri veya munharifler gibi tam kare olmayan dörtgenler ve beşgen, altıgen, yedigen vb. gibi düzgün olmayan çokgenlere gelince her birinin aşağı veya yukarı hareketiyle çokgen tabanlı silindir meydana gelir. Bahsedilen dörtgenlerden oluşan silindirlerin altı yüzeyi vardır. Altı yüzeyden iki alt ve üst tabanıdır. Bu iki taban silindirin olduğu dörtgen benzeri dörtgenlerdir. [Cisim] eşkenar dörtgenden oluştuysa [iki taban]

eşkenar dörtgendir, eşkenar dörtgen benzerinden oluştuysa iki taban eşkenar dörtgen benzeridir. Bu böyle devam eder.

Diğer yüzeyler, eğer silindir kare veya çokgenlerden dik olarak oluştuysa eşkenar dörtgen gibi eşit dikdörtgenlerdir veya tabandaki kenarlara göre bazısı eşit bazısı farklı olur. Eğer silindir dik değil eğik ise o zaman iki tabanı eşit ve diğer yüzeyleri de eşkenar dörtgen benzeri olur. Tabanın kenarlarına göre bu yüzeylerin hepsi eşit olur veya bazısı eşit bazısı farklı olur. Kesitlerinin durumu ise dik veya eğik kesitlerin durumu prizmanın aslına benzerdir. Ancak diğer yüzeyler eşkenar dörtgen benzeridir ama taban kenarına göre hepsi veya bazısı eşittir veya hiçbiri eşit değildir. Kesitlerinde durum ise dik veya eğik olursa tam/asıl hallerindeki gibidir. Ancak dik kesitte kesit yüksekliği taban kenarına eşit olursa veya eğik kesitte tabana dik kenarlardan biri taban kenarına eşit olursa böyle olmaz. O zaman dik kesitin yüksekliği kare olur. Eğik kesitte ise yükseklik kenarları eşit olduğunda eşkenar dörtgen ve farklı olduğunda ise eşkenar dörtgen benzeri olurlar. Zamanımızdaki mühendisler arasında kullanılan cisimler hakkında bulduklarımız bunlardır. Allah en iyisini bilir.

3.2.2.4.2 İKİNCİ BAHİS:

Bahsedilen cisimlerin mesâhası hakkındadır ve bu bahis birçok fasıldan oluşur.

3.2.2.4.2.1 Birinci Fasil:

Küre, silindir ve koninin mesâhası hakkındadır. Üçünün de tabanı daire olduğu için ve mesâhaları arasında bir oran olduğu için üçünü bir fasılda topladık. Daha önce birinci bâbta şekillerin mesâhasını açıklarken incelemede, dairenin çevresinin dairenin çapına oranının yirmi ikinin yediye oranı gibi olduğu verilmişti. Yani dairenin çevresi yaklaşık olarak çapın üç tam bir bölü yedisi kadardır veya ilkinden daha yakın olarak çevrenin çapa oranı üç yüz on dördün yüze oranı gibidir. İki durumda da bilinmeyen daire çevresi veya çapı dörtlü oran yöntemiyle bulunur. Yüzeyinin mesâhasına yani mikdarına (alanına) gelince dairenin çevresini üçgenin tabanı olarak al ve yarıçapını da dik kenar olarak alırsın. Sonra dik kenarı yani yüksekliği tabanın yarısıyla veya yüksekliğin yarısını yani çapın çeyreğini tabanla çarp. Her iki durumda da çarpımın sonucu daire yüzeyinin mikdarıdır. Yahut tabanı yükseklikle çarp, sonucun yarısı yine daire yüzeyinin mikdarıdır.

Bil ki küre, silindir ve koninin yükseklikleri eşit olursa yükseklikleri/dik kenarları eksenleri olur ve bu üçünün tabanları ise kürenin [tabanı] onun en büyük dairesi olur, silindirin ve koninin de dairedir ve [üçü de] eşittir. Küre, silindir ve konide; kürenin silindire oranı iki bölü üçün bire oranı yani ikinin üçe oranı gibidir, koninin küreye oranı yarımın tama oranı yani birin ikiye oranı gibidir ve koninin silindire oranı da bir bölü üçün bire oranı yani birin üçe oranı gibidir. Zikredilenlerden anlaşılıyor ki küre silindirin üçte ikisidir ve koni silindirin üçte biri, kürenin yarısıdır.

Silindirin mesâhasını bilmek istediğinde önce tabanın yüzeyini biraz önce bahsedildiği şekilde tabanı dairenin çevresi olan dairenin çapını çıkar. Sonra çapın yarısı ve çevrenin yarısının [çarpımı] ile veya çapın çeyreği ve çevrenin [çarpımı] ile yüzeyinin mikdarını çıkar. Sonra dairenin yüzeyini silindirin kenarı yani yüksekliğiyle çarp. Çarpmanın sonucu silindir cisminin mikdarıdır.

Eğer silindirin yüksekliğini tabanın çevresiyle çarparsan bunun sonucu tabanlar hariç silindirin yüzeyinin mikdarıdır. Ardından taban yüzeyinin iki katını al ve çarpımı ve ilk sonucu topla. Bu toplamın sonucu silindirin tüm yüzey mikdarıdır.

Mesela tabanın çapı sekiz kadem olursa dairenin çevresi yirmi beş tam iki bölü yedi kadem olur. Silindirin tabanının yüzeyi elli tam bir bölü yedi kademdir. Silindirin yüksekliği de yirmi bir olursa yüksekliğini yani yirmi biri yüzeyiyle yani elli tam iki bölü yedi ile çarpın. Çarpımın sonucu bin elli altı silindir cisminin mikdarıdır / hacmidir. Silindirin yüksekliğiyle tabanın çevresi olan yirmi beş tam bir bölü yediyi çarpın ve sonuca yani beş yüz yirmi sekize iki tabanın yüzeyini yani yüz tam dört bölü yediyi ekleyin. Topamları olan altı yüz yirmi sekiz tam dört bölü yedi silindirin tüm yüzeylerinin mikdarıdır.

Kürenin mikdarı silindirin mikdarının üçte ikisidir ki bu silindirin tabanı kürenin tabanına yani en büyük dairesine eşittir ve silindirin yüksekliği de kürenin yüksekliğine yani en büyük dairesine eşittir. **Kürenin mesâhasını bilmek istediğinde** öncelikle daha önce gösterildiği gibi dörtlü oranla en büyük dairenin çapından çevresini çıkar. Sonra da yine gösterildiği gibi daire yüzeyinin [mikdarını] çıkar. Sonra eksenin üçte ikisini, ki o kürenin yüksekliği ve en büyük dairesinin çapıdır, tabanın yani en büyük dairenin yüzey [mikdarıyla] çarp. Çarpımın sonucu kürenin mikdarıdır.

Mesela kürenin çapı on iki olsun, en büyük dairesinin çevresi otuz yedi tam beş bölü yedi olur. Tabanın yüzeyi de yüz on üç tam bir bölü yedi olur. Yüksekliğin yani on ikinin üçte ikisini -sekiz- yüzeyiyle -yüz on üç tam bir bölü yedi- çarpın. Çarpımın sonucu olan dokuz yüz beş tam bir bölü yedi kürenin mikdarıdır.

Kürenin mesâhası için diğer yöntem: Kürenin eksenini -on iki- tabanın yani dairenin çevresiyle, ki bu örnekte otuz yedi tam beş bölü yedidir, çarp. Çarpımın sonucu olan dört yüz elli iki tam dört bölü yedi kürenin yüzey [mikdarı]dır. Sonra yüksekliğin altıda birini -iki- bu yüzeyin mikdarıyla -dört yüz elli iki tam dört bölü yedi- çarp. Çarpımın sonucu olan dokuz yüz beş tam bir bölü yedi kürenin mikdarıdır. Yahut kürenin kenarını yani yüksekliğini -on iki- kürenin yüzeyi elde edildikten sonra kürenin yüzeyi -dört yüz elli iki tam dört bölü yedi- ile çarp. Ardından çarpımın sonucunu -beş bin dört yüz otuz tam altı bölü yedi- altıya böl. Bölmenin sonucu olan dokuz yüz beş tam bir bölü yedi kürenin mikdarıdır. Son iki durumda kürenin mikdarı ilk yöntemdeki [mikdarı] ile aynıdır.

Koni, yüksekliği ve tabanını eşit olduğu silindirin üçte biri olduğundan **koninin mesâhasını [bulmak] istersen** öncelikle koninin tabanı olan dairenin çapını ve çevresini çıkar. Sonra ikinci olarak bu ikisiyle bahsedilen şekilde dairenin yüzeyini çıkar. Ardından koninin yüksekliğinin üçte birini tabanın yüzeyiyle çarp. Çarpımın sonucu koni cisminin mikdarıdır.

Mesela koni tabanının çapı on iki olsun, o zaman tabanın çevresi otuz yedi tam beş bölü yedi olur ve yüzeyi de yüz on üç tam bir bölü yedi olur. Koninin yüksekliği de yirmi dört olursa, yüksekliğin üçte birini -sekiz- taban yüzeyinin miktarıyla -yüz on üç tam bir bölü yedi- çarp. Çarpımın sonucu olan dokuz yüz beş tam bir bölü yedi koninin mikdarıdır. Yahut koninin yüksekliği olan yirmi dördü tabanın yüzeyiyle -yüz on üç tam bir bölü yedi- çarp. Sonra sonucu -iki bin yedi yüz on beş tam üç bölü yedi- üçe böl. Bölmenin sonucu olan dokuz yüz beş tam bir bölü yedi koninin mikdarıdır.

Koni yüzeyinin yüksekliğinin yarısını dairenin çevresiyle çarparsan koninin tabanı dışındaki yüzeyini yani çam [benzeri] yüzeyini elde edersin. Sonra ona tabanın yüzeyinin sonucunu eklediğinde bu toplam çam yüzey ve taban yüzeyinin tamamının mikdarıdır yani koni yüzeyinin mikdarıdır.

3.2.2.4.2.2 İkinci Fasıl:

Küp, dikdörtgen prizma ve dikdörtgen prizma benzerinin mesâha yönteminin açıklaması hakkındadır. Bu üçünün mesâha yöntemini bir fasılda açıkladık. Çünkü her birinin altı yüzeyi vardır ve karşılıklı yüzeyleri eşittir. Küpün mesâhasını bilmek istersen, bütün yüzeyleri eşit olduğu için altı yüzeyinden birini taban olarak al. Sonra taban kare olduğu için dört kenarından birini kendiyle çarp. Çarpımın sonucu tabanın yüzeyinin mikdarıdır. Sonra da bu sonucu yükseklikle yani ilk çarpanla çarp. Çünkü küpün yüksekliği, genişliği ve derinliğiyle eşittir. İkinci çarpımın sonucu küpün mikdarıdır. Taban yüzeyinin mikdarını altıyla yani küpün yüzey adediyle çarparsan [küpün] çevrelendiği yüzeylerin tamamının mikdarı elde edilir.



ABCDHVZ dikdörtgen prizmasının mesâhasında ABCD yüzeyindeki AB kenarını BC kenarıyla çarpın. Alttaki karşı yüzeyine eşit olan üstteki ABCD yüzeyinin mikdarı ortaya çıkar. Sonra çarpımın sonucu olan yüzeyin mikdarını prizmanın yüksekliğiyle çarp. Çarpımın sonucu dikdörtgen prizmanın mikdarıdır. Bütün yüzeyinin mikdarını bulmak istersen AB kenarını BC veya AD kenarıyla ve AB kenarını BH veya AZ kenarıyla ve BC kenarını BH veya CV kenarıyla çarp. Bu üç çarpımdan ABCD, ABHZ ve BCHV yüzeyleri elde edilir. Bu üç yüzey de paralel oldukları karşı yüzeylere eşit olduğu için bu üç yüzeyin mikdarının toplamını ikiyle çarpı. Çarpımın sonucu dikdörtgen prizmanın çevrili olduğu tüm yüzeylerin mikdarları toplamıdır.

Dikdörtgen prizma benzerinin mesâhasına gelince kare yüzeylerden birini taban olarak al ve kenarları eşit olduğu için dört kenardan birini kendiyle çarp. Böylece karşılıklı kare yüzeylerinin birinin mikdarı elde edilir. Sonra çarpımdan elde edilen yüzey mikdarını dikdörtgen prizma benzerinin yüksekliğiyle çarp. İkinci çarpımın sonucu dikdörtgen prizma benzeri cisminin mikdarıdır. Dikdörtgen prizma benzerinin yüzey mesâhalarında ise tabandaki karelerden birinin kenarını dikdörtgen prizma

benzerinin yüksekliğiyle çarp. Sonuç olarak dört eşit dikdörtgenden birinin yüzeyi [nin miktarı] elde edilir. Sonra da çarpımın sonucunu dört ile çarp. Böylece dört eşit dikdörtgenin tamamının yüzeyi elde edilir. Ardından ikinci çarpımın sonucuna tabandaki kare yüzey miktarının iki katını ekle. Bu toplam dikdörtgen prizma benzerinin yüzeylerinin tamamının miktarıdır.

3.2.2.4.2.3 Üçüncü Fası:

Üçgen prizma, çokgen prizma ve piramitin mesâha yönteminin açıklaması hakkındadır. Bil ki asıl üçgen prizma her tabanı eşkenar üçgen olandır. Ancak tabanlarının hiçbirisi eşkenar üçgen olmayan veya tabanlarından biri bir dörtgen çeşidinden olan veya çokgen olanları da mühendisler asıl prizmaya göre atfen *prizma (mevşûrât)* olarak adlandırırlar. Asıl prizmadaki gibi açıları dar açı olmazsa ve mesâhada onlar aralarındaki oranı sağlamak içindir. Eğer hepsi çokgen prizma denilirse aralarındaki benzer durumlarda olduğu gibi sağlaması yapılır. Bu yüzden prizmayla çokgen silindirin mesâhasını bir fasılda açıkladık. Piramite gelince çokgen tabanları dışında bir benzerlikleri olmasa da mesâhası diğer ikisinin mesâhasıyla aynı durduğu için bu fasılda ve ikisini takiben verilmiştir. **Üçgen prizmanın ve çokgen prizmanın mesâhası için** mutlaka yani üçgen prizma eşkenar üçgenden olsun veya eşkenar olmayan üçgenlerden olsun ve çokgen prizma ister kareden veya diğer dörtgenlerden ister çokgen şeklinden olsun ilk önce tabanlardan birinin yüzey miktarını bulursun. **Bunun yolu için;** iki üçgenin, iki dörtgenin veya iki çokgenin yerini belirle ve sonra da tabanın yüzeyinin miktarını prizma veya silindirin yüksekliğiyle çarp. Çarpımın sonucu, prizma veya silindirin istenen miktarıdır. Eğer yüksekliği ikisinin kenarını çevreli oldukları tabanın yüzey miktarıyla çarparsan çarpımın sonucunda tabanlar dışındaki diğer yüzeylerin toplam miktarı elde edilir. Sonra buna miktarı ölçülen yüzeyin iki katı eklenirse toplamaları prizma veya silindir cisminin tüm yüzeylerinin miktarı olur.

Piramitin yani çokgen tabanlı koninin mesâhasına gelince bunun yolu tabanı daire olan koninin mesâhasında bahsedilen yola benzerdir. Tabanı daire olan her koni, tabanı ve yüksekliği bu koniye eşit olan dönel silindirin üçte biri olduğundan çokgen tabanlı koninin tabanı ve yüksekliği de çokgen tabanlı silindirin üçte biridir. Dolayısıyla tabanın miktarını yüksekliğin yani eksenin üçte biriyle çarpın. Çarpımın sonucu çokgen tabanlı koninin miktarıdır. Yahut tabanını yüksekliğiyle çarpın. Sonra

da sonucu üçe bölün. Bölmenin sonucu koninin mikdarıdır. Çokgen koninin yüzeyinin yüksekliğinin yarısını çevrelendiği tabanın kenarları toplamıyla çarpın. Çarpımın sonucu çokgen koninin tabanı dışındaki yüzeyinin [mikdarı]dır. Sonra sonuca tabanın yüzeyinin mikdarını eklerseniz, bu toplam bütün yüzeyini verir.

Uyarı/Tenbih: Küre dışında cisimlerin mesâhası hakkında burada bahsedilenlersöz konusu cisimlerin dik olduğu ve yükseklikleri yani eksenleri [cismin] içinde olduğu durumları kapsar. Eğer bu cisimler dik olmaz eğik olurlarsa aynı üçgen, dörtgen gibi şekillerde varsayıldığı gibi tabandan çıkan cismin dışında bir dikme varsayarsın. Bu varsayılan dikme cismin yüksekliği olur.

3.2.2.4.2.4 Dördüncü Fası:

Cisimleri eşitleme ve oranlamanın açıklaması hakkındadır.

[1.] Bu cisimlerden -yuvarlak/dönel silindir veya çokgen prizma ve eşkenar üçgenden veya diğerlerinden oluşan üçgen prizmalar- silindir veya prizmaların tabanları ve yükseklikleri eşit olduğunda, yani birinin tabanı diğerine eşit ve birinin yüksekliği de diğerine eşit olursa prizma ve silindir eşit olur.

Bunun delili: Tabanları ve yükseklikleri eşit olduğunda silindir veya konilerin eşit olmasının delili için mesela silindiri tabana paralel şekilde kaç kesite yani eşit ince tabakaya bölünebilirse her biri eşit olarak böldüğünde her birinin iki taban olarak iki daire veya iki çokgen olduğunu ve o ikisinin kenar sayılarını vs. bulursun. Diğerlerinde de aynı şeyi bulursun. Tabanı ilk silindirin tabanına eşit olan diğer silindirin birinci silindirden daha fazla kesite, tabakaya bölünmesi mümkün değildir. İki eşit silindirin yükseklikleri ve kesitleri yani tabakaları eşittir. Çünkü kesitleri tabanlara paraleldir ve asıl silindirdeki tabanlar eşittir. Aynı durum tabanı ve yükseklikleri eşitlendiğinde tüm prizmalar için de geçerlidir.

[2.] Koni ve piramitte de tabanları ve yükseklikleri eşitlendiğinde koni ve piramit de eşit olur.

Koni ve piramidin mikdarlarının eşitliğinin delili: Onların her biri yüksekliğin üçte birinin taban yüzeyinin mikdarıyla çarpılması sonucu elde edilir. İki koni veya iki piramidin yükseklikleri eşit olursa ve aynı şekilde birinin tabanı diğerininkine eşit olursa birinci koni veya piramitteki çarpılanlar ikinci koni veya piramitteki

çarptıllara eşit olur. Yine birinci çarpımın sonucuyla ikinci çarpımın sonucu da eşit olur. Bu durum hesap [ilminde] iki eşit sayının iki eşit sayıyla çarpımında sonucun da eşit olması gibidir.

[3.] Silindir, çokgen prizma veya eşkenar üçgenden veya diğer üçgenlerden oluşan üçgen prizmalar yükseklikleri eşit ancak tabanları farklı olduğunda bir silindir veya prizmanın diğer silindir veya prizmaya oranı birinin taban yüzeyinin diğerinin yüzeyine oranı gibidir. Eğer silindir veya prizmanın tabanları aynı ama yükseklikleri farklı olursa birinin diğerine oranı birinin yüksekliğinin diğerinin yüksekliğine oranı gibidir. Bu durum koni ve piramit için de geçerlidir. Yani eğer iki koni veya iki piramit veya bir koni bir piramitin sadece yükseklikleri eşit olursa birinin diğerine oranı birinin tabanının diğerinin tabanına oranı gibidir. Eğer tabanları eşit olursa o zaman birinin diğerine oranı birinin yüksekliğinin diğerinin yüksekliğine oranı gibidir. Paralel kenarlı yüzeyler ve üçgenlerde de durum buna benzerdir.

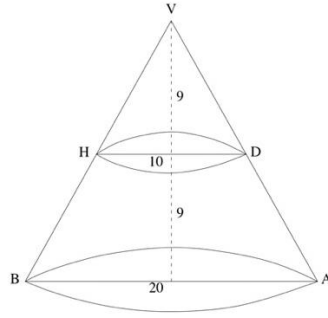
[4.] Mikdarları farklı olan kürelerdeki duruma gelince birinin diğerine oranı bir çapın küpünün diğer çapın küpüne oranı gibidir. Çapından kastedilen en büyük dairenin çapıdır ki o aynı zamanda [kürenin] eksenidir. Bunun anlamı kürelerden birinin çapının küpüne oranı diğer kürenin çapının küpüne oranı gibi olmasıdır.

Mesela bu kürenin çapı yirmi bir isbâ olursa en büyük dairesinin çevresi altmış altı isbâ olur ve yüzeyi de üç yüz kırk altı tam bir bölü iki isbâ olur. Çapının üçte ikisini - on dört isbâ- bahsedilen yüzeyin mikdarıyla çarptığında çarpımın sonucu olan dört bin sekiz yüz elli bir isbâ bahsedilen küre cisminin mikdarıdır. Çapın küpü de dokuz bin iki yüz altmış bir isbâ olur. Sonra diğer kürenin çapı kırk iki olursa en büyük dairenin çevresi yüz otuz iki olur ve yüzeyi de bin üç yüz seksen dört isbâ olur. Çapın üçte ikisini -yirmi sekiz isbâ- bu yüzeyin mikdarıyla çarptığında çarpımın sonucu olan otuz sekiz bin sekiz yüz sekiz isbâ diğer küre cisminin mikdarıdır. Çapın küpü de yetmiş dört bin sekiz isbâdır. Dolayısıyla birinci kürenin mikdarının diğer kürenin mikdarına oranı birinci kürenin çapının küpünün ikinci kürenin çapının küpüne oranı gibi olduğu sözümüzden iki mikdarın büyüğünün küçüğüne oranı ve iki çapın küpünden büyüğün küçüğe oranı görünür. İkinci kürenin mikdarı olan otuz sekiz bin sekiz yüz sekiz isbâyı birinci kürenin mikdarı olan dört bin sekiz yüz elli bir isbâya böldüğünde bölmenin sonucu sekiz olur. Sonra ikinci küre çapının küpü olanyetmiş

dört bin seksen sekiz isbâyı birinci küre çapının küpü olan dokuz bin iki yüz altmış bir isbâya böldüğünde bölmenin sonucu ilk sonuçtaki gibi sekiz olur. Böylece çapı kırk iki isbâ olan kürenin çapı yirmi bir isbâ olan küreye oranı sekizin bire oranı gibi olduğu ortaya çıktı. Yani ikinci küre birinci kürenin sekiz katı kadardır. Yahut birinci kürenin ikinci küreye oranı birin sekize oranı gibidir de denilebilir. Yani birinci küre ikincinin sekizde biridir. Diğerlerinde de bu şekilde yapın.

3.2.2.4.2.5 Beşinci Fasil:

Kesik koni yani tepesi kesilmiş koni, aynı şekilde kesik piramit, iki tarafından kesilmiş olan kesik silindir, küre parçası ve küre halkasını mesâhasının açıklaması hakkındadır.

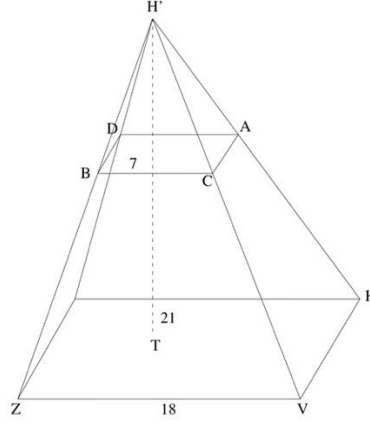


ABDH kesik konisi gibi kesik koninin mesâhasına gelince bunun yolu şöyledir:

Alt tabanın yani dairenin çapını ölç. Mesela onu yirmi isbâ buldun. Sonra da üst tabanın dairesinin çapını ölç. Onu da on dört isbâ buldun. Bu değerleri kaydet. Aynı şekilde yüksekliğini, yani eksenini, ölç ve o da dokuz isbâdır. Sonra kesilmiş olan ABDH tarafından V'ye ulaşacak şekilde koniyi tamamla ve eksenini de V noktasına ulaştır. O zaman arttırılmış eksen ilkinin dokuz isbâ fazlası yani toplamda on sekiz isbâ olur. Bundan sonra AVB tam konisinin mikdarını birinci fasılda gösterildiği gibi çıkarırsın. Dörtlü oran yöntemiyle dairenin çapından çevresini çıkar. Onu altmış iki tam bir bölü yedi isbâ bulursun. Sonra çevrenin mikdarını çapın çeyreği olan beş isbâ ile çarp. Böylece çapın yüzeyini üç yüz on dört tam iki bölü yedi isbâ bulursun. Sonra yüzeyi eksenin üçte biriyle -altı- çarp. Sonucu bin sekiz yüz seksen beş tam beş bölü yedi isbâ tam koninin mikdarıdır.

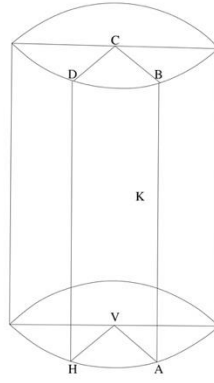
Sonra kesik koninin tamlayanı olan DVH konisini al ve DVH konisinin mikdarını çıkar. DH tabanının çapından çevresini ve yüzeyini çıkar. Sonra yüzeyini ekseninin

üçte biriyle -üç- çarp. Sonuçta iki yüz otuz beş tam beş bölü yedi isbâ DVH tamlayan konisinin mikdarıdır. DVH tamlayan konisinin mikdarı olan iki yüz otuz beş tam beş bölü yediyi tam koninin mikdarı olan bin sekiz yüz seksen beş tam beş bölü yedi isbâdan çıkar. Geriye bin altı yüz elli isbâ kalır ve o da kesik koninin mikdarıdır. Bu şekilde yap.

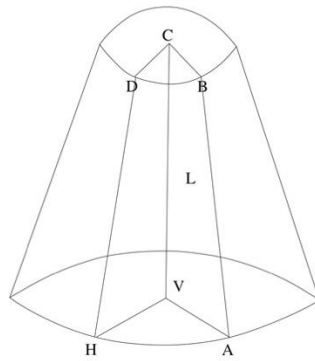


ABCDHVZ gibi tepesinden kesilmiş ve alt ve üst tabanı kare olan kesik piramitin mesâhasına gelince bunun mesâhasını [bulmanın] yolu şöyledir: Kesik konide yaptığımız gibi kesik piramidi tam piramide çevir ve tam piramidin mikdarını daha önce bahsettiğimiz gibi çıkar. Yani alt tabanın bir kenarını, mesela on sekiz, kendiyile çarp. Sonuç olan üç yüz yirmi dört yüzeyidir. Sonra yüzeyi ekseni yirmi bir olduğundan üçte biri yedi ile çarp. Sonuç olan iki bin iki yüz doksan sekiz tam piramidin mikdarıdır.

Sonra kesik piramidin tamlayanı olan ACBDH' piramidini al ve mikdarını çıkar. Üst tabanın kenarlarından birini kendiyile çarp. Sonuçta kırk dokuz onun yüzeyidir. Sonra onu eksenin -on- üçte biriyle üç tam bir bölü üç ile çarp. Sonuç yüz altmış üç tam bir bölü üç tamlayanın mikdarıdır. İkinci mikdarı yani tamlayanın mikdarı olan yüz altmış üç tam bir bölü üçü ilkinden yani tam piramidin mikdarı olan iki bin iki yüz doksan sekizden çıkar. Geriye kesik piramidin mikdarı kalır ve kalan iki bin yüz dört tam iki bölü üç kesik piramidin istenen mikdarıdır. Üçgen veya çokgen şeklinde tabanı olan piramidlerde de böyle yaparsın.



Bir tarafından uzunlamasına kesilmiş olan ABCDHV parçasının kesildiği K silindiri gibi bir silindir parçasının mesâhasına gelince bunun mesâhasını bulmanın yolu şöyledir: Daha önce yerinde bahsedildiği şekilde kesilen kısma bakmadan onun tamamının mikdarını bulursun. Yine BCD açısının mikdarını bul. Silindirin mikdarı dört yüz yirmi beş zirâ ve BCD açısı elli derece olursa dörtlül orandan kesilen parçanın mikdarını bulursun. Dairenin bir devrinin mikdarı olan üç yüz altmış dereceyi birinci bilinen, silindirin tamamının mikdarını -dört yüz yirmi beş zirâ- ikinci bilinen ve BDC açısını -elli- üçüncü bilinen olarak al. Üçüncü olan elliyi ikinci olan dört yüz yirmi beş ile çarp. Sonuç olan yirmi bir bin iki yüz elliyi birinciye yani üç yüz altmışa böl. Bölmenin sonucunu önemsiz bir küsurla elli dokuz bulursun. Bu kesilen kısmın mikdarını tam silindirin mikdarından çıkardığında silindir parçası için kalan üç yüz altmış altı zirâdır.



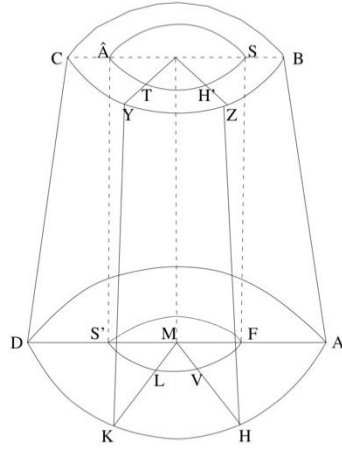
Kesik koni parçası ve L kesik konisinden ABCDHV parçası gibi çıkarılan parçanın mesâhasına gelince bunun yolu silindir parçasının mesâhasını bulma yolu gibidir. Bir tam turu birinci bilinen olarak alın. Parçayı görmeksizin koni kesitinin

tamamının mikdarı ikinci bilinen ve çıkarılan parçanın açısı da üçüncü bilinendir. Üçüncüyü ikinciyle çarpın ve sonucu bir tam tura bölün. Sonuç parçanın mikdarıdır.

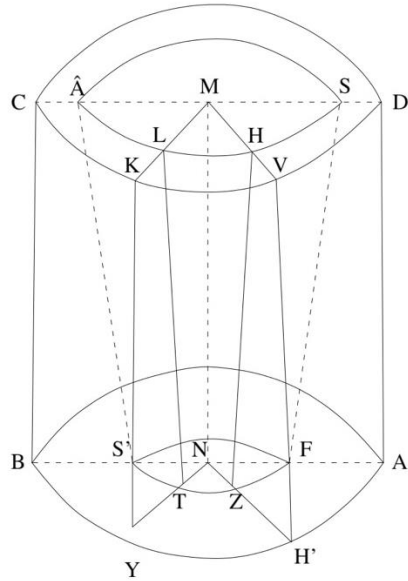
Mesela kesik koninin mikdarı altı yüz kadem ve BCD açısının mikdarı da altmış derece olursa birini diğeriyle yani altmışı altı yüz ile çarpın. Sonra çarpımın sonucunu -otuz altı bin- bir tam tura -üç yüz altmış- bölün. Bölmenin sonucu olan yüz kadem kesik koniden çıkarılan parçanın mikdarıdır. Kesik koninin mikdarından bu parçanın mikdarını çıkarırsanız kalan beş yüz kadem kesik koninin parça dışında kalan kısmının mikdarıdır.

Yuvarlak bir silindir içinden ona paralel olarak çok kenarlı olsa bu oyuk silindirin mesâhasını bulmanın yolu şöyledir: Silindir yuvarlak veya çokgen tabanlı olursa yuvarlak olduğunda oyuğu da yuvarlaktır veya çokgen olduğunda oyuğu da çokgendir. Oyuğu çokgen veya yuvarlak olsun dört suretin her birinin mesâhasını bulmanın yolu şöyledir: Oyuğuna bakmadan tam silindirin mikdarını bul. Sonra silindirin oyuğunun da yine silindir olduğunu varsayıp mikdarını bul. Sonra da tam silindirden varsayılan silindirin mikdarını çıkar. Çıkarmadan kalan oyuk silindirin mikdarıdır.

Kalil mesâhası gibi birçok mesâha konusunda bu mesâhaya çok ihtiyaç vardır. Küp, dikdörtgen prizma ve dikdörtgen prizma benzerinde oyuk olduğunda bu kural geçerlidir. Mesela oyuk küp, dikdörtgen prizma veya dikdörtgen prizma benzeri biçiminde olan evlerin duvarlarının mesâhasında da böyledir. Silindir oyuğu yuvarlak veya çokgen olsun, koni tam olsun kesik olsun yuvarlak veya çokgen tabanlı olsun bu kural geçerlidir. Yani önce tam silindirin mikdarını çıkar. Sonra koninin oyuğunu koni olarak kabul edip mikdarını tam silindirin mikdarından çıkar. Çıkarmadan kalan, oyuk silindirin mikdarıdır.



İçinde içi boş ve dışına paralel olmayan silindir bulunan ABCD konisi gibi bir koni varsa bu oyuk kesik koninin mesâhasını bulmak istersen bunun yolu şöyledir: Kesik koninin oyuğuna bakmadan oyuğu yokmuş gibi tamamının mikdarını çıkar. Sonra ZNYHMK parçasının mikdarını bul. Sonra oyuğu silindir olarak kabul edip daha önce gösterilen yöntemle mikdarını bul. Sonra silindirdeki H'NTVML parçasının mikdarını bul. İlk bulunan mikdardan bu silindir parçasının mikdarını çıkar. Geriye ZH'HVKLYT parçasının mikdarı kalır. Bu mikdar ilk bulunan kesik koni mikdarından çıkarıldığında ve sonra da kalan mikdardan varsayılan silindirin mikdarı da çıkarıldığında geriye bir yanından bir parçası çıkarılmış olan H'ZSBÂCTYS'DLKVHFA oyuk kesik konisinin mikdarı kalır.



Kesik bir koninin yüzeyinde oyuk silindir varsa -mesela büyük tabanı üstte ve silindirin kestiği küçük tabanı da altta olan ÂFS' kesik konisinin yüzeyinde ABCD oyuk silindirinde VHLKTYZH' parçası vardır- **oyuk silindirin ve kesilen parçanın mesâhasını bulmanın yolu şöyledir:** Öncelikle silindirin oyuğu ve parçasına bakmadan tam halinin mesâhasını bul ve silindirden çıkarıldığı varsayılan kesik koninin mesâhasını da bul. Sonra silindirden VMK açısından çıkarılan parçanın mesâhasını bul. Ardından koniden ZNT açısıyla kesilen parçanın miktarını da bulursun. İkinciye yani kesik koni miktarını birinciden yani tam silindirden çıkarılan parça miktarından çıkar. Geriye VHLKTYZH' istenilen parçanın miktarı kalır. Tam silindirin miktarından varsayılan kesik koninin miktarını çıkar. Sonra VHLKTYZH' parçasını da çıkar. Geriye kalan bahsedilen parçanın çıkarıldığı [ölçümü] istenen VHSCÂLKBYTZH'A oyuk silindirinin miktarıdır.

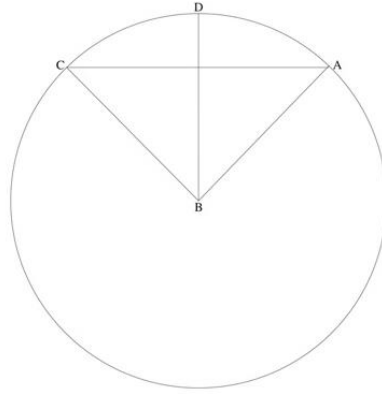
Bir kürenin içi ona paralel olarak oyuk ise ve mesâhasını bilmek istiyorsanız bunun yolu şöyledir: Öncelikle hepsinin yani oyuk kısmı yokmuş gibi kabul edilen kürenin ve oyuk kısmının çapını yani eksenini bul. Sonra daha önce yeri gelince bahsedildiği şekilde ilk çaptan tam kürenin miktarını bul. Ardından kürenin içindeki oyuğu başka bir küre olarak kabul edip ikinci çaptan yani oyuğun çapından varsayılan kürenin miktarını bul. İkinciye yani varsayılan kürenin miktarını birinciden yani tam kürenin miktarından çıkardığında kalan, ölçümü istenen oyuk kürenin miktarıdır.

Mesela birinci çap olan tam kürenin çapı otuz altı zirâ olursa tam kürenin miktarı yirmi dört bin dört yüz otuz sekiz tam altı bölü yedi olur. İkinci çap olan oyuk çapı da otuz zirâ olursa oyuğun miktarı on dört bin yüz iki tam altı bölü yedi zirâ olur. Akabinde ikinciye -varsayılan kürenin miktarını- birinciden -tam kürenin miktarından- çıkarırsan geriye kalan on bin iki yüz doksan altı zirâ oyuk kürenin miktarıdır.

İki çap arasındaki fazlalığı yani oyuğun çapı olan otuz ile tam kürenin çapı olan otuz altı arasındaki farkın -altı- yarısı -üç- *çember/halka(felek)* olarak isimlendirilen oyuk kürenin kalınlığı olur.

Oyuk yarım kürenin mesâhasında da yarım küreyi ve oyuğunu iki küre olarak al ve ikisinin de mikdarını bul. Sonra bu değerlerin yarısını al ve küçük yarımı büyük yarımından çıkar. Geriye kalan oyuk yarım kürenin mikdarıdır.

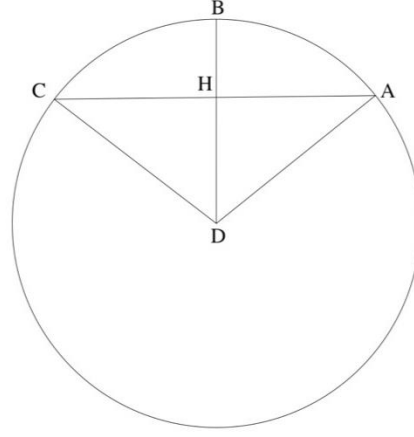
Oyuk yarım kürenin mesâhasında bir diğer yöntem ise şöyledir: Yarım dairenin tabanını ve yarıçapını silindir olarak al. Yani tabanını silindirin tabanı olarak al ve yarıçapını da silindirin kenarı olarak al. Sonra tabanın yüzeyini kenarın üçte biriyle çarp ve sonucu kaydet. Sonra oyuğunu da aynı şekilde tabanını başka bir silindirin tabanı ve yarıçapını da kenarı olarak alırsın. Tabanın yüzeyini kenarın üçte biriyle çarp ve bu sonucu da kaydet. Ardından ikinci sonucu birinci sonuçtan çıkar. Geriye kalan oyuk yarım kürenin mikdarıdır. İki çap arasındaki farkın yarısı kubbenin kalınlığı olarak isimlendirilen oyuk yarım kürenin kalınlığı olur. Bu şekilde uygulamaları yap.



Küre parçasının mesâhasına gelince mesela küreden çam benzeri yüzeyinin kürenin ucundan merkezine ulaşan ve tabanı da küre yüzeyinden bir parça olan bir koni parçası çıkarılmasında bu parçanın mesâhasını bulmanın yolu şöyledir: Kürenin en büyük çapını bul ve onun yarısını parçanın kenarı olarak al. Sonra parçanın kenarıyla asıl koninin sehmi arasındaki farkı bul. Aralarındaki fark büyük parçanın sehmidir. Çaptan kürenin en büyük dairesinin çevresini bul. Sonra da çevrenin mikdarını farkın mikdarıyla çarp. Çarpmanın sonucu küre yüzeyindeki parçanın yüzeyinin mikdarıdır. Sonra bu yüzey mikdarını sehmin yani yarıçapın üçte biriyle çarp. Sonuç parçanın mikdarıdır.

Mesela ADCV küresinden B merkezine ulaşan ABCD parçasının [küre kapağı] mesâhasını bilmek istersen çap AB'nin iki katı on dört zirâ olursa en büyük dairenin çevresi kırk dört zirâ olur. Onu ACB konisinden HB sehminden kalan DH fazlalığıyla

-mesela üç- çarp. Sonuç olan yüz otuz iki parçanın yüzeyidir ve onun tabanı gibidir. Ardından yüzey mikdarıyla yarıçapın üçte birini -iki tam bir bölü üç- çarp. Sonuç olan üç yüz sekiz ölçümü istenen ABCD parçasının mikdarıdır. O küçük olan parçadır. Büyük olan parça, kürenin mikdarından küçük olan parçanın çıkarılmasından geriye kalan parça olan AVCBA'dır.



Kürenin merkezinden geçmeden kesilen küre parçasının -ki merkezden geçseydi iki parça yarım küre olurdu- mesela ABCHA parçasının mesâhasına gelince onun yolu şöyledir: VABCV parçası gibi bir parça al ve daha önce gösterilen yöntemle mikdarını bul. Sonra önceki gibi ACV konisinin mikdarını bul. İkinci mikdar olan koninin mikdarını birinci mikdar olan parçanın mikdarından çıkardığında kalan, ölçümü istenen ABCHA parçasının mikdarıdır. Ardından parçanın mikdarını kürenin mikdarından çıkardığında çıkarmadan kalan birinciye karşılık gelen parça olan CDAC parçasının mikdarıdır.

3.2.2.4.2.6 Altıncı Fasıll:

Cismin açılarının ve düzgün olan ve düzgün olmayan cisimlerin açıklaması hakkındadır. Cisim iki şey olmadan olmaz. Öğrenmesi mesâhadaki yolla hendese kuralları hesabıyla yapılır. Onun öğrenilmesi ve öğretilmesi ilk olur yani İlkinde yani öğrenilmesi ve öğretilmesi mümkün olan cisimler düzgün ve düzgün olmayan cisimlerdir. İlk ifadedeki ikinci olandan hendesede veya mesâhada nadiren bahsedilir. İkinci ifadedeki birinci kısım düzgün cisim aynı türden, yani aynı mikdar ve şekilden eşit yüzeylerle çevrilidir. İkinci şart ihtiyatıdır. Çünkü eşitlik aynı şekilde olmadan mikdarda eşitlik de olabilir, mesela mikdarı kareye eşit olan üçgen gibi. Bunun

anlamı düzgün çokgenin çevrili olduğu yüzeylerin her biri eşit üçgenlerden veya eşit dörtgenlerden vb. olmak zorundadır. İkinci ifadede ikincisi olan dikdörtgen prizma, dikdörtgen prizma benzeri veya silindir vb. gibi düzgün olmayan cisim ise eşit yüzeylerle çevrili değildir.

Cisimsel açı üç veya üçten fazla olan dört, beş, altı, yedi vs. yüzey açısının birleştiği açıdır. Eğer birleşen yüzeylerdeki açıların hepsi küp, dikdörtgen prizma, dikdörtgen prizma benzeri ve kare, dikdörtgen veya dörtgen tabanlı silindirde olduğu gibi dik ise cisimsel açı diktir. Dikdörtgen prizmada olduğu gibi taban yüzeyinin açısı diktir veya yüzeyde birleşen açıların hiçbirisi dik olmayıp mesela hepsi dar, hepsi geniş veya karışık olursa veya bazıları dik bazıları dik olmazsa da cisimsel açının miktarı veya onda birleşen açılarının [toplam] miktarı üç yüz altmıştan küçük olması şartıyla, dik değildir. Çünkü eğer üç yüz altmış derece olursa yüzey açılarının hepsi düz olur ve cisimden bir şeyi kavramak mümkün olmazdı. Eşkenar üçgenin iç açılarından birinin miktarı altmış derecedir ve bu açıdan iki tanesinin miktarı yüz yirmi, üç tanesinin miktarı yüz seksen, dördünün miktarı iki yüz kırk ve beşinin miktarı üç yüzdür. Üç, dört veya beş eşkenar üçgenin cisimsel açıda buluşması mümkündür ancak daha fazlasının buluşması mümkün değildir. Çünkü altı açının miktarı üç yüz altmış derecedir.

Bu değerlendirmemize göre eşkenar üçgenden eşit üçgenlerle çevrili olan dört cisim oluşur. Dört cisimden ilk cisim dört üçgenle çevrili cisim düzgün dörtyüzlüdür. İkincisi altı üçgenle çevrili olandır. Üçüncüsü sekiz üçgenle çevrilidir (düzgün sekizyüzlü/oktahedron). Dördüncüsü de on eşkenar üçgenle çevrilidir ki dört cisimden her bir cisimdeki üçgenlerin hepsi eşkenardır ve birbirine eşittir.

Dik açı doksan derecedir ve cisimsel açıda üç dik açıdan fazlası buluşamaz ve altı eşit kareyle çevrili olan küp dışında dik açılı cisimler düzgün olmazlar.

Düzgün beşgenin her açısı yüz sekiz derecedir ve cisimsel açıda üçten fazla açısı buluşamaz. Beşgenden tek bir düzgün cisim oluşur o da on iki eşit beşgenle çevrili olan cisimdir (oniki yüzlü/dodekahedron). Sayılan altı cisim dışında başka düzgün cisim yoktur.

Düzgün altıgene gelince üç açısı üç yüz altmış derecedir. Üçten az yüzeysel açıyla cisimsel açının oluşması mümkün olmadığından altıgenden ve yedigen, sekizgen vs.

gibi daha fazlasından düzgün cisim oluşmaz. Dediğimiz gibi sadece altı düzgün cisim vardır, başka yoktur.

İkincinin mesâhası yani altı eşkenar üçgenden oluşan cismin mesâhası, tabanı eşkenar üçgen olan iki eşit piramidin yani çok kenarlı tabanı olan silindirin birleşimi olduğu için taban dışındaki diğer yüzeyleri ona eşittir. Daha önce bahsedilen yöntemle ikisinin de mikdarını bul. Sonra bu mikdarın iki katını al. Sonuç istenen düzgün cismin mikdarıdır.

Üçüncüsünün mesâhası yani sekiz eşkenar üçgenden oluşan düzgün cismin (düzgün sekiz yüzlü) mesâhası eşkenar üçgen piramitin birleşimi olduğundan onlardan birinin mikdarını bul. Sonra onun mikdarını eşkenar üçgen piramitlerin sayısıyla -sekiz- çarp. Sonuç, istenilen bu düzgün cismin mesâhasıdır.

Dördüncüsünün yani yirmi eşit üçgenle çevrili düzgün cismin (düzgün yirmi yüzlü) mesâhası ise yirmi eşkenar üçgen piramidin birleşimi olduğundan onlardan birinin mikdarını bul. Sonra mikdarını sayısıyla -yirmi- çarp. Ölçümü istenen bu düzgün cismin mikdarı elde edilmiş oldu.

Beşincinin yani altı eşit kareden oluşan düzgün cismin yani küpün mesâhası ise daha önce yerinde gösterildiği gibidir. Yine tabanı kare olan ve yüksekliği kenarın yarısı kadar olan altı çokgen piramit birleşimi olduğundan piramitlerden birinin mikdarını bul. Sonra da onu piramit sayısıyla çarp. İstenilen elde edilmiş oldu.

Altıncının mesâhası yani on iki beşgenle çevrili düzgün cismin mesâhası tabanı düzgün beşgen olan ve yüksekliği onun bir kenarına eşit olan on iki koninin birleşimi olduğundan konilerden birinin mikdarını bul. Onu da koni sayısıyla çarp. İstenilen sonuç elde edilmiş oldu.

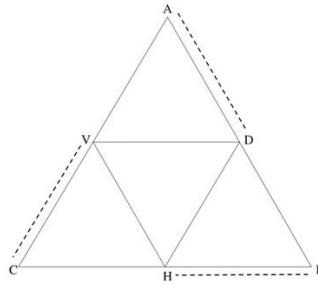
Onlardan olmayan bir cismin mesâhasına gelince mesâhadaki yöntem hendese kuralları hesabı ileler. Bu yolun ilk adımı bakır vb. bir tarafı yüzeysel olmayan oyuk olan ince bir küp veya prizmayı mesâhası istenen cismin üzerine yerleştir. Oyuğun uzunluk, genişlik ve derinliğini ölç yani karesini ve küpünü al. Her birinin adedini öğren ve küpün mikdarını kaydet. Sonra ölçümü istenen cismi küpün veya prizmanın oyuğuna yerleştir. Ardından cismin üzerine küp veya prizmanın etrafına gelene kadar su veya ince kum dök ve cismi su veya kumdan çıkar. Sonra da küp veya prizmanın sayılarından eksilen su veya kum mikdarına bak. Kareyi alıp yani küp veya prizmada

oluşan kısmın uzunluk ve genişliğini çarpıp sonra da sonucu derinlikle çarptıktan sonra su veya kumdan çıkan bulduğun eksiklik o cismin miktarıdır. Bunu iyice anla!

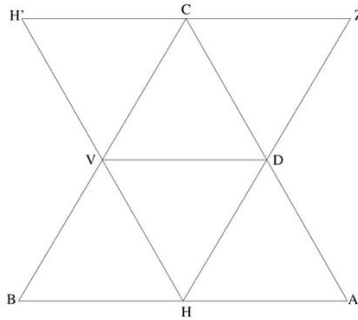
3.2.2.5 BÂBA İLAVE:

Cisimlerin açılımı ve parçaları ve bütünleri hakkındadır.

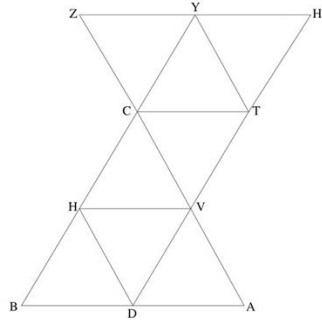
Dört eşkenar üçgenle çevrili cismin açılımını çizmek istersen önce ABC üçgeni gibi büyük bir eşkenar üçgen çiz.



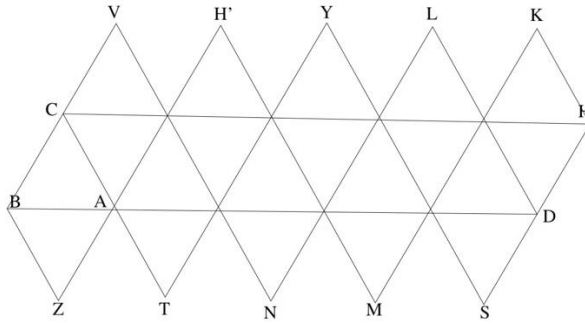
Her bir kenarını ikiye böl ve DH, HV ve VD çizgilerini çiz. Ortaya dört eşkenar üçgen çıktı. Sonra büyük üçgenin çevresini sadece küçük üçgenlerin kenarlarını birleştirmek için ufak bir fazlalık bırakarak kes. Sonra içeride oluşan üçgenleri birleştir ve her birini bir diğerine bağlarsın. Böylece dört eşkenar üçgenden oluşan bir piramit [düzgün dörtyüzlü] oluştu.



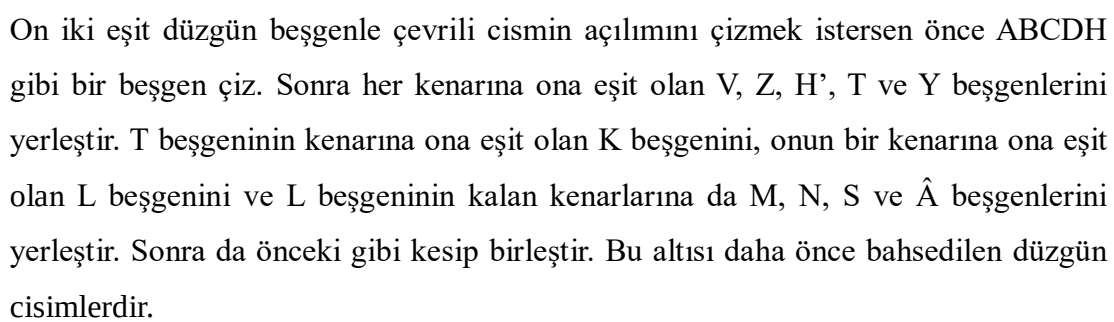
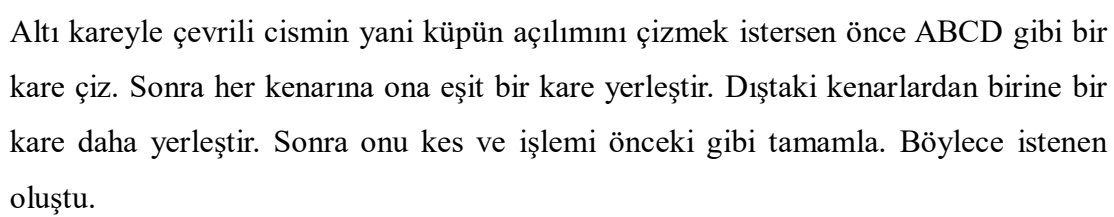
Altı eşkenar üçgenden oluşan cismin açılımını çizmek istersen önce ABC üçgeni gibi bir eşkenar üçgen çiz. Onun her bir kenarını ikiye böl ve DH, HV ve VD çizgilerini çiz. DC ve VC kenarlarına bu kenarlar üzerinde olduğu için eşit olan iki eşkenar üçgen yerleştir. Sonra öncekindeki gibi dışından kesip birleştir. Böylece altı eşkenar üçgenden oluşan cisim ortaya çıktı.

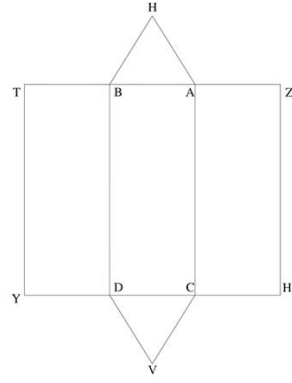


Eğer sekiz eşkenar üçgenle çevrili olan bir cismin (düzgün sekiz yüzlü) açılımını çizmek istersen önce ABC üçgeni gibi büyük bir eşkenar üçgen çiz. Önceki gibi kenarlarını ikiye ayır ve DH, HV ve VD çizgilerini çiz. Sonra AC kenarını Z'ye kadar çıkar ve CZ, VZ kenarına eşit olsun. Ardından VZ'ye VH'Z gibi eşkenar bir üçgen yerleştir ki bu üçgen ABC üçgenine eşit olur. VH' ve ZH' kenarlarını ikiye böl ve CT, TY ve YC çizgilerini çiz. Sonra onu dışından kes ve önceki gibi işlemi tamamla. Böylece istenilen oluştu.

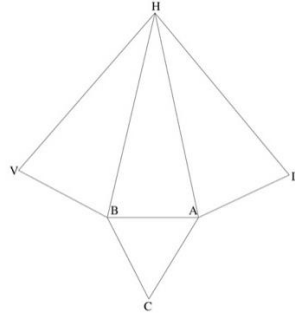


Yirmi eşkenar üçgenle çevrili olan bir cismin (düzgün yirmi yüzlü) açılımını çizmek istersen ABC üçgeni gibi büyük bir eşkenar üçgen çiz. AB kenarını AB kenarına eşit dört bölmeden oluşacak şekilde D'ye kadar çıkar. Sonra üçgenin tepesinden BD çizgisine paralel olacak şekilde ve AB kenarına eşit beş bölmesi olan CH çizgisini çiz. C'den V'ye BC kenarına eşit olacak kadar çık. V'nin ucundan CH çizgisine paralel olacak şekilde mürekkep olmadan çiz ve AB kenarına eşit dört kısma ayır. Her birini bir harfle mesela H', Y, L ve N harfleriyle işaretle. Ardından AB kenarına ABC üçgenine eşit olan ABD eşkenar üçgenini yerleştir. Z tepesinden BD çizgisine paralel olarak mürekkep olmadan çiz ve Z'den AB'ye eşit dört kısım olarak ayır ve her bölmeyi T, K, M ve S harfleriyle işaretle. Ardından BV'ye paralel olan ZH', TY, KL, MN ve SH çizgilerini çiz. Yine ZB'ye paralel olan TC, KV, MH', SY, DL ve HN

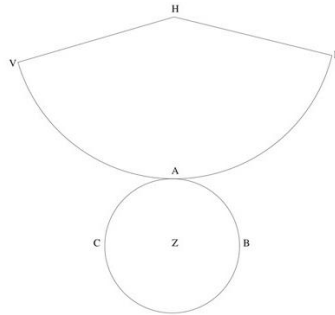




Düzgün olmayan cisimlere gelince prizmanın açılımını çizmek için önce ABCD dikdörtgenini çiz ve AB ve CD üzerine ABH ve CDV eşkenar üçgenlerini çiz. AC kenarına ACZH' dikdörtgenini ve BD kenarına da ilkinе eşit olan BDTY üçgenini çiz. İstenen oldu.

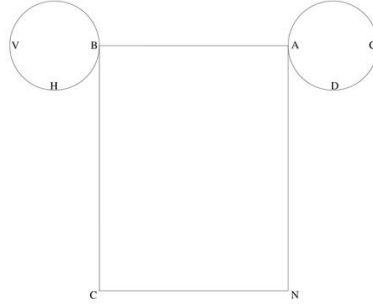


Tabanı eşkenar üçgen olan çok kenarlı koninin açılımını çizmek için önce ABC eşkenar üçgeni çiz. AB kenarına HAB ikizkenar üçgenini ve AH kenarına HAB üçgenine eşit HAD ikizkenar üçgenini ve BH kenarına da HAB üçgenine eşit HBV ikizkenar üçgenini çiz. İstenen çıktı. Tabanı kare, beşgen vb. olan diğer çok kenarlı konilerde de bu şekilde yaparsın.

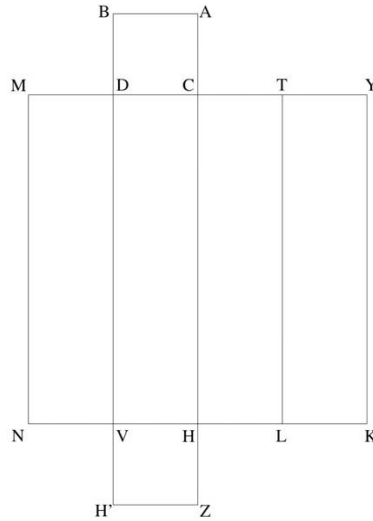


Tabanı daire olan koninin açılımını çizmek için önce ABC dairelerini çiz ve Z merkezinden ZH çizgisini çıkar. Ardından AH uzunluğunda daireye teğet olan bir yay

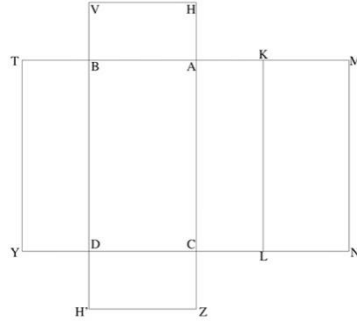
çiz. A'dan her iki yanında dairenin yarıçapının üç tam bir bölü altısı kadar D ve V'ye git. HD ve HV çizgilerini çiz. İstedğin ortaya çıktı.



Yuvarlak silindirin açılımını çizmek için önce silindirin kenarı mikdarınca AB çizgisini çiz ve uçlarına ACD ve BHV dairelerini çiz, ki onlar da silindirin tabanıdır. Sonra ANBC dikdörtgenini uzunluğu dairelerden birinin çevresi mikdarınca olacak şekilde çiz. İstedğin ortaya çıktı.



Tabanı kare olan çok kenarlı silindirin açılımını çizmek için önce ABCD karesini çiz ve altına CDHV dikdörtgenini ve onun altına da ilkinе eşit olan HVZH' karesini çiz. Sonra CDHV dikdörtgeninin yanlarına ilkinе eşit olan TCLH, TYLK ve DMVN dikdörtgenlerini çiz. İstenen ortaya çıktı. Diğer çok kenarlı ve tabanı çokgen şekilli olan silindirlerde de bu şekilde yaparsın.



Dikdörtgen prizmanın açılımını çizmek için önce ABCD büyük dikdörtgenini çiz ve üstüne ABHV küçük dikdörtgenini ve altına da ilk küçük dikdörtgene eşit olan CDZH' dikdörtgenini çiz. Sonra sağına orta büyüklükteki AKCL dikdörtgenini ve soluna da ilkinе eşit olan diğer bir orta büyüklükteki BTDY dikdörtgenini çiz. Sonra da KL kenarına ilk büyük dikdörtgene eşit olan büyük KLMN dikdörtgenini çiz. İstenen ortaya çıktı. Dikdörtgen prizma benzerinin açılımının çiziminde de bu şekilde yaparsın.

Uyarı/Tembih: Dört eşkenar üçgenle çevrili cismin açılımında işaret ettiğimiz noktalardaki gibi bu açılımları keserken her yüzeyin yanlarında bir fazlalık bırakılarak kesilip birbirine bağlanarak gerginleştirilmesi gerekir. Ona bakıp diğerlerinde de öyle yaparsın. Bunu iyice anla!

4 BÖLÜM TAHKİKLİ METİN

4.1 TAHKİKLİ METİNDE KULLANILAN YÖNTEM

- Metnin ortaya çıkarılmasında müellif nüshası olma ihtimali yüksek olan Vahid Paşa nüshası ve Askeri Müze nüshası esas alınmıştır.
- Metinde kırmızı mürekkeple yazılan başlıklar, kelimeler ve çizimlerin harflendirmeleri tahkikli metinde bold yazı tipiyle yazılmıştır.

- Buna ilaveten okumayı kolaylaştırması amacıyla metinde verilen çözüm yollarının başlangıcı olan *tarik* ve önermelerin *burhan*, *imtihan*, *beyan* gibi bölümleri de bold yazı tipiyle belirginleştirilmiştir.
- Eserdeki çizimler metnin akışında uygun yerlere eklenmiştir.
- Askeri Müze nüshası esas alınarak varagin a yüzüne “و” ve b yüzüne “ظ” harfi ile işaret edilecek şekilde varak başındaki her kelimenin önüne varak bilgisi []/ içerisinde verilmiştir. Örneğin v. 70a sayfası “[و٧٠]” şeklinde gösterilmiştir.
- Çizimlere yapılan atıflarda veya kelimelerdeki yanlışlar düzeltilmiş metinde yazılan ifadeler dipnotta verilmiştir.
- Metinde kullanılan “ظ” gibi kısaltmalar olduğu gibi verilerek açılımları “ظاهر” gibi dipnotta verilmiştir.

4.2 TAHKİKLİ METİN

[و٢] بسم الله الرحمن الرحيم.

الحمد لله الذي علم الإنسان ما لم يعلم. والصلاة والسلام على محمد الذي هو مدينة العلم والحكم وعلى آله وأصحابه الذين هم كالنجوم في الظلم.

وبعد؛ فلما رأيت بعض الرسائل الهندسية صنفها المتقدّمون لا يبحث فيها أي في تلك الرسائل إلا عن بعض الاصول أي أصول الهندسة. وهي ثلاثة عند المتقدّمين: (١) علوم متعارفة وهي البينة بنفسها الغير المحتاجة إلى دليل وبيان، (٢) واصول موضوعة وهي المسلمت فيها على سبيل حسن الظن المحتاجة إلى بيان، (٣) ومصادر وهي المسلمة في الوقت مع استنكار وتشكك الى ان تبين في موضعها. والمتأخرون زادوا (٤) الاصول المستعارة وهي التي تتقدّم على أصول آخر تسهياً لبيانها و(٥) الاصول المختارة وهي التي اختيرت لشيء على وجه مع جواز كونه على وجه آخر. والمصادر عند هم ما يصدر بلا واسطة عن أصول أو حدود متقدّمة عليها والاشكال المسطحة كالدائرة والمثلث والمربع وما نشأ منها.

والواو في الأشكال للعطف على بعض الاصول وفيه إشارة إلى ان الاشكال لا تكون كلها موجودة في تلك الرسائل فمثل المخمس والمسدّس والمسبّع والمثلث وغيرها. لا يبحث عنها في بعضها ولا تبين معطوف على لا يبحث لها أي لتلك الأشكال فيها أي في تلك الرسائل. مقاصدها أي لا يبين ما المقصود منها وما فوائدها أي ثمراتها ومحاصلها. فأردت جواب لما ان اكتب رسالة في بيان بعض علوم الهندسة لان لها علوما كثيرة كعلم الحساب والمساحة وكعلم الهيئة وعلم البناء، وحبر الاثقال والموسيقى وغيرها. لاسيما في المساحة لأن سائر العلوم الهندسية سوى علم الحساب موقوفة على مساحة والحساب فهما أصلان لها. وعلم الحساب مقدّم على

المساحة ولذا / [ظ٢] قدّم المتأخرون في كتبهم المدونة الهندسيّة علم الحساب على المساحة وغيرها. وترك في هذه الرسالة علم الحساب للاختصار ولعدم كونها كتابًا مدوّناً مع بيان كل ما تستلزمه المساحة كآلاتها العتيقة المعروفة والمخترعة بعد إلى عصرنا هذا وغير ذلك ممّا يتعلّق به كما سيجي في محلّه انشا الله تعالى. ذائداً أي مزيّداً حال من الضمير في اكتب بعضاً من أنواعها أيبعض نوع من أنواع العلوم الهندسيّة وتاركاً معطوف على ذائداً أي تاركاً ما كان نادر الوقوع فيها أي في المساحة أو في الهندسة مطلقاً. وهذا أصوب من الأول، متناً وشرحاً حالان من الرسالة وبدلان منها. وذلك لزيادة الايضاح وكشف المشكلات فيها بعبارة مفعول به غير صريح لا تكتب عارية صفة عبارة أي عارية عن الفصاحة تسهيلاً لفهم المبتدئين.

ورتبته أي جعلت هذه الرسالة مرتّبة على مقدّمة وقسمين وخاتمة. فالمقدّمة في بيان ما يتوقف عليه مسائلها أي مسائل المساحة، والقسم الأول في بيان الاشكال المسطّحة وبيان ما يتعلّق بها من مساحة الاشكال ومعرفة مقدار الزوايا ونسبة إلى مقدار الي آخر وغير ذلك، والقسم الثاني في بيان الأجسام التعليميّة و بيان ما يلزم فيها من مساحتها ونسبتها، و الخاتمة في بيان بعض انواع العلوم الهندسيّة الملحقّة في هذه الرسالة غير هذه المساحة. وسمّيتها أي هذه الرسالة هديّة المهتدي الذي شرفه الله تعالى بشرف الإسلام لايقاد السراج المنطفئ أي لاهياء هذا العلم المنسى المتروك وتجديده. وما توفّقي إلى الخير والسداد واعتصامي من الشر والخطاء ألا بالله العزيز الكريم.

المقدّمة:

في تعريف العلم أي علم الهندسة والمساحة وتعريف الأشياء الموقوفة عليها المسائل الهندسة مطلقاً. هي علم بأصول أي قواعد يعرف بها أي بتلك القواعد المقادير كل ما يبحث عنه في الهندسة يسمّى مقداراً خطأً كان أو سطحاً أو جسمًا أو زاوية ونسبة أي يعرف نسبة بعضها أي / [و٣] بعض المقادير إلى بعض آخر هو أي لبعض الآخر من نوعها أي من نوع المقادير الأولى.

والمساحة من حيث هي نوع من علوم الهندسة علم بأصول أي بقواعد يستعلم بها أي بتلك القواعد امتداد المقادير كالخطوط والسطوح وغيرهما، طولاً وعرضاً وعمقاً، أي امتدادها في الطول أو في الطول والعرض أو في الطول والعرض والعمق. فمقدار امتداد الخطّ، في الطول والسطح، في الطول والعرض والجسم، في الطول والعرض والعمق.

يعلم بقواعد المساحة؛

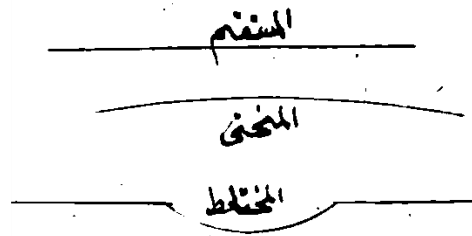
الخطّ، ما لم طول فقط أي لا يتصوّر فيه عرض ولا عمق. وطرفاه النقطّة أي ابتداءه وانتهاءه النقطة ان كان متناهيًا في الوضع.

والسطح ما له طول وعرض فقط أي لا ينقسم بالعمق. وطرفه الخطّ أي وكل طرف من أطرافه خطّ على ما قالوا أنّ النقطة إذا فرض تحرّكها من جانب إلى جانب يحصل الخطّ ابتداءً وانتهاءً نقطة. وأمّا الخطّ إذا فرض تحرّكه من جانب إلى آخر يحصل منه السطح فله حينئذ أطراف.

والجسم أي التّعليمي ولا يبحث في المساحة إلّا عنه ما له طول وعرض وعمق، أي ينقسم إلى هذه الثلاثة. وطرفه السطح أي كل طرف منه سطح، وذلك لأنّ السطح إذا فرض تحرّكه من الأعلى إلى الأسفل يحصل منه جسم بالفرض. فله حينئذ أطراف كل منها سطح، كالمكعب المفروض من تحرّك المربع التامّ. ففي أطرافه ستّة سطوح متساوية. وسيجي في تحرّك النقطة والخطّ والسطح بسط انشا الله تعالى.

والنقطة هي شيء ذو وضع يمكن الإشارة إليه إشارة حسّية. لا تنقسم اصلاً لا طولاً ولا عرضاً ولا عمقاً، لا بالعقل ولا بالفهم ولا بالفرض. وهي النقطة الهندسية لا المستعملة في الخارج. فنعم بيان من بيّنها بمثال أنّه إذا اريد انقسام خطّ بجزئين يكون ذلك بعلامة حسّية فقط، وهي النقطة. وتلك النقطة تشير إلى محلّ التفريق فقط ولا تنقص شيئاً من أحد الجزئين لأنّهما باقيا مساويين للكل. فمن هذا ظهر أنّ النقطة الهندسية لا يمكن تصويرها في الخارج. وإلّا ليحصل منها خطّ أو سطح.

والخطّ ينقسم إلى المستقيم والمنحني والمخلّط من المستقيم والمنحني. فالمستقيم، ما يستر طرفه وسطه أي إذا وقع طرفه في امتداد [٣ظ] شعاع البصر يستر ما سواه وهذا ما قاله افلاطون. والخطّ المنحني بخلافه أي ما لا يستر طرفه. وقال بعضهم الخطّ المستقيم هو الذي يشابه جزؤه كله والمنحني بخلافه. والخطّ المختلط ما بعضه مستقيم وبعضه منحني هكذا.



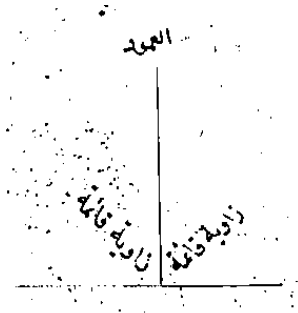
وهذا القسم الأخير منها نادر الوقوع في الهندسة. والأشهر والأكثر وقوعاً استعمالاً فيها أي في الهندسة من المنحني أي من القسم الثاني هو الخطّ المستدير التامّ كمحيط الدائرة أو الغير التامّ كمحيط الشكل البيضوي. كلا كجميع المحيطين المذكورين أو جزءاً كبعضهما.

والسطح ايضاً أي كما ينقسم الخطّ إلى ثلاثة أقسام ينقسم السطح ايضاً إلى ثلاثة أقسام. الأول، السطح المستوي، وهو الذي يمكن ان يفرض في جميعه أي في جميع السطح طرفاً ووسطاً خطوط مستقيمة كسطوح الكعب وما أشبهه. والثاني، السطح المرتفع أي المحدّب كمحدّب الكرة وغيرها. والثالث، السطح المجوّف أي المقعر²²⁴ كمقعر الكرة المجوّفة. ففي الأخيرين أي في المرتفع والمجوّف لا يمكن ان يفرض في الجميع أي في الجميع أحد

²²⁴مقعر

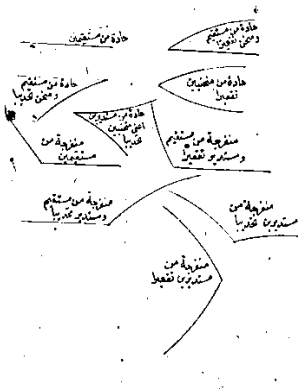
السّطحين خطوط مستقيمة. بل يمكن في بعض المرتفع والمجوّف فرضها عرضًا لا طولًا وفي البعض طولًا لا عرضًا وفي البعض لا طولًا ولا عرضًا.

الزاوية البسيطة هي نقطة تلاقي أي النقطة التي فرضت عند تلاقي الخطّين مطلقًا. سواء كان الخطّان المتلاقين مستقيمين أو غير مستقيمين أي مستديرين تحديبًا أو تعجيرًا أو كان أحدهما مستقيمًا والآخر مستديرًا تحديبًا أو تعجيرًا أيضًا. هكذا وهي أي الزاوية أمّا قائمة أو حادة أو منفرجة. فالقائمة منها هي إحدى الزاويتين الحادثتين عن جنبي الخطّ العمود القائم على خطّ مستقيم آخر.



والخطّ العمود هو الخطّ المستقيم القائم على خط المستقيم آخر. بحيث لا يميل القائم أصلاً أي لا يميل إلى أحد جانبي الخطّ الآخر أصلاً. فالزاويتان الحادثتان عن جنبي العمود كلتاهما قائمتان متساويتان بالضرورة هكذا.

والزاوية الحادة، هي الصّغرى من القائمة أي الحادثة من ميل أحد الخطّين تقربًا إلى الآخر. والزاوية المنفرجة هي الكبرى منها [و٤] من القائمة وهي حادثة من ميل أحد الخطّين تبعدًا من الآخر. سواء كانت أي الزاوية الحادة والمنفرجة مستقيمتي الخطّين أو لا أي أولم تكونا حادثتين من خطّين مستقيمين، بل من مستديرين أو مستقيمين ومستديرين هكذا صورها.

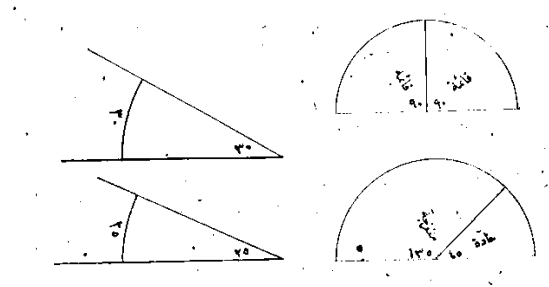


ومحيط الدائرة، هو خطّ مستدير يحصل من تحرّك نقطة أي من إدارتها على نقطة أخرى ثانية على بعد واحد بحيث لو أخرجت خطوط مستقيمة من النقطة الأخرى الثانية إليه أي إلى ذلك المحيط، كانت الخطوط المخرجة كلها متساوية لا محالة. وهو أي محيط الدائرة ينقسم إلى ثلثمائة وستين جزءًا متساويًا سواء كان محيط

الدائرة كبيراً او صغيراً. والتقسيمها إلى ثلثمائة وستين جزءاً إنما هو لتسهيل امر تقسيمها إلى اعداد آخر تأمة بلا كسور. ولا يحصل ذلك في كثير من الاعداد. فلنصف محيطها مائة وثمانون جزءاً وثلثه مائة وعشرون ولربعه تسعون وسدسه ستون وثلث ربعه ثلاثون إلى غير ذلك.

ويسمى كل جزء منها أي من الثلثمائة والستين درجة. وهي أي الدرجة تنقسم إلى ستين دقيقة وهي أي الدقيقة تنقسم إلى ستين ثانية وهي أي الثانية تنقسم إلى ستين ثالثة إلى غير ذلك، من الرابعة، والخامسة، والسادسة، وغيرها. وهذا أي التقسيم المذكور جار أي مستعمل ومعتبر في جميع امور محيط الدائرة سواء وقعت تلك الامور في المساحة او الهيئة او غيرهما من العلوم الهندسية.

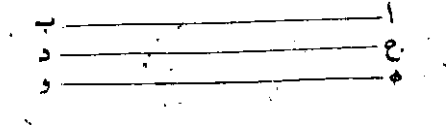
وكل قطعة منه أي من محيط الدائرة يسمى قوساً. ويعبر عن قدره أي عن مقدار طول القوس بأعداد درجاته ودقائقه ان كانت لم درجات ودقائق، او وبدرجاته فقط ان لم تكن معها دقائق، او بدقائق فقط ان لم تكن له درجات، وبالثانية والثالثة وغيرهما. ان اقتضت ومقدار كل زاوية قائمة كانت او حادة او منفرجة؛ هو مقدار طول القوس. الذي تحاط به أي بذلك القوس الزاوية داخل خطيها من نقطة تلاقيهما. أي القوس الذي وضع على الزاوية في داخل خطي تلك الزاوية بعيداً من نقطة تلاقي الخطين بعيد مخير. لما عرفت قبل // [٤٤] من ان اعداد أجزاء المحيط الكبير والصغير سواء هكذا، فمقدار طول ذلك القوس، مقدار الزاوية المحاطة به.



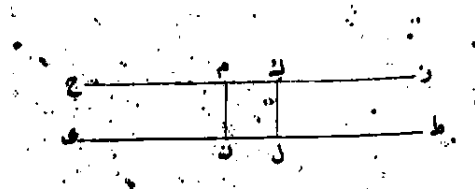
فمقدار الزاوية القائمة تسعون درجة، لأن قوسها الذي يحيطها ربع المحيط أي ربع محيط الدائرة، وهو تسعون درجة. ومقدار الزاويتين القائمتين مائة وثمانون درجة. لأن قوسهما الذين يحيطان بهما نصف المحيط أي نصف المحيط الدائرة، وهو مائة وثمانون درجة كما مرّ هكذا. والزاويتان الحادتان عن جنبي خط مستقيم مائل قائم على خط مستقيم آخر مساويتان لقائمتين أي مقدارهما مائة وثمانون درجة، لأن قوسيهما المحيطين بهما نصف المحيط كقوسي القائمتين، وهما أي الزاويتان مساويتان لقائمتين.

او نقول الزاويتان الحادتان عن جنبي خط مستقيم مائل قائم على خط آخر متخالفتان دائماً، فاحديهما حادة والأخرى منفرجة بخلاف القائمتين. فأنهما متساويتان دائماً فإذا عرفت مقدار احدى الزاويتين المتخالفتين واسقطت مقدارها من قف، فالباقى بعد الإسقاط للزاوية الأخرى. مثلاً لو كان مقدار الحادة مه درجة، وأسقطتها من نصف المحيط وهو قف درجة، بقيت قله درجة؛ وهي مقدار المنفرجة. وسيجي معرفة استعمال مقدار كل زاوية بألة مخصوصة انشا الله تعالى.

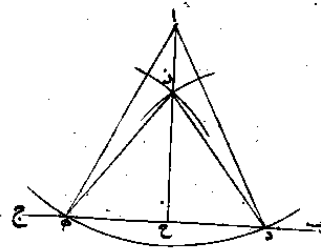
الخطوط المستقيمة المتوازية هي الخطوط التي بقيت على بعد واحد بينها. ولو اخرجت في الجهتين إلى غير النهاية ولا تتلاقى في إحدى الجهتين كخط $ا ب$ و $ج د$ و $ه و$ ، فكلها متوازية. فخطان إذا كانا موازيين الخط ثالث، كانا متوازيين أيضاً أي كان الأول أيضاً موازياً للثاني وهو مواز له أيضاً، كالخطوط المذكورة. فخط $ا ب$ $ج د$ لما كان موازيين الخط $ه و$ ، كان خط $ا ب$ أيضاً موازياً للخط $ج د$ وعلى العكس وهو ظاهر.



وإذا وصلنا أحد الخطين المستقيمين المتوازيين بالآخر بعمودين أو أكثر كان كل منهما أي من العمودين موازياً مساوياً للآخر. مثلاً؛ لو كان $ز ح$ موازياً للخط $ط ي$ واخرجنا من نقطتين مفروضتين في خط $ز ح$ عمودين على خط $ط ي$ مثل عمودي $ك ل$ و $م ن$ كان خط $ك ل$ و $م ن$ [و] العمودان متساويين. لوجب اتحاد ابعاد الخطين المتوازيين جميعاً ومتوازيين لوجب اتحاد ابعاد العمودين القائمين على خط مستقيم أيضاً.

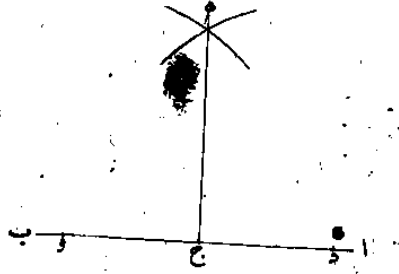


فافهم وطريق اخراج عمود من نقطة مفروضة خارجة من خط مستقيم مثل ما إذا أردنا استخراج عمود من نقطة المفروضة الخارجة من خط $ب ج$ على خط $ا ب$ ج، ان نرسم أولاً من نقطت $ا$ على خط $ب ج$ قوساً يقاطعه أي خط $ب ج$ عند نقطتي $د ه$. ونرسم ببعد واحد أقل من بعد $ا د$ من $د ه$ أي من تقاطع $د ه$ في جهة $ز$ قويسين متقاطعين. ثم نخرج خطاً مستقيماً من نقطة $ا$ ماراً بتقاطع القوسين وأصلاً إلى خط $ب ج$ عند $ح$ ، فخط $ا ح$ عمود صحيح.



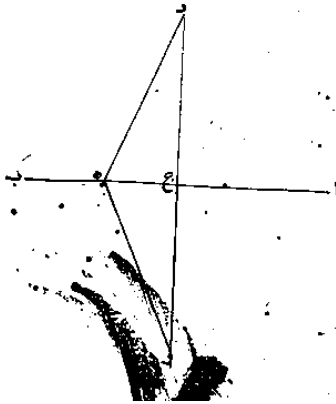
وامتحانه بان ترسم خطوط $ا د$ و $ا ه$ و $ا ب$ فان كان $ا د$ مساوياً ل $ا ه$ و $ا د$ مساوياً ل $ا ب$ فبالعمود صحيح. والّا فلا لأنه أي خط $ا ح$ إذا وضع على الطريق المذكور لا يميل إلى خط $ب ج$ لا تباعدًا ولا تقارباً منه.

وأما طريق اخراج عمود من نقطة ج المفروضة على خط ا ب، ان تعلم عن جنبي نقطة ج التي تريد اخراج العمود منها ببعد واحد بنقطتي د و على خط ا ب. ثم ترسم ببعد د و او أكثر من نقطة د و و في جهة ه قوسين متقاطعين. ثم تمد من تقاطع القوسين إلى نقطة ج خطاً مستقيماً. فذلك الخط المستقيم هو العمود الصحيح.

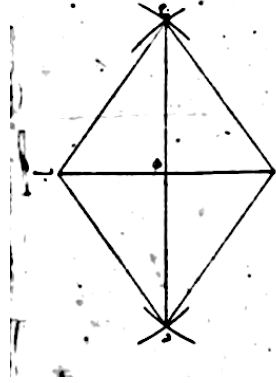


وامتحانه مثل ما تقدّم وهو أي العمود أقصر الخطوط التي يمكن إخراجها من نقطة مفروضة إلى خط مستقيم.

وليكون لبيان خط ا ب المستقيم فإذا اخرجنا العمود من نقطة د المفروضة واوصلناه إلى ج واخرجنا من نقطة د ايضاً خطاً مستقيماً آخر إلى ه، فنقول ان عمود ج اقصر من خط د ه بل من جميع الخطوط التي يمكن النزول بها من نقطة د على خط ا ب.



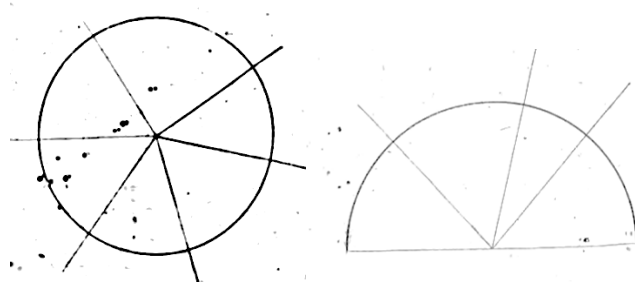
وامتحانه ان تمد العمود إلى و و تجعل ج و مساوياً للعمود ج د. ثم توصّل ه و بخط مستقيم آخر فظاهر ان خط د ج و الذي هو ضعف ج اقصر من خط د ه و الذي هو ضعف د ه. فخط د ج الذي هو نصف د ج و اصغر من د ه الذي هو ضعف د ه و ايضاً.



وطريق تقسيم / [٥٥] خطّ مستقيم إلى نصفين متساويين، ان يرسم من طرفي ذلك الخطّ في أعلاه أي في الجهة العليا قوسين متقاطعين. ثم منهما أي من طرفي ذلك الخطّ في أسفله أي في الجهة السفلي قوسين متقاطعين كذلك ببعد واحد. ثم يخرج من أحد نقطتي التقاطع إلى الآخر بخطّ مستقيم ماراً بالأول أي الخطّ الذي يراد تقسيمه عموداً على طرفيه أي حال كون الخطّ الأخير عموداً على طرفي الخطّ الأول. فعند تقاطعهما ينقسم الخطّ الأول قسمين متساويين.

مثّل ما إذا أردنا تقسيم خطّ ا ب إلى قسمين متساويين، نرسم أولاً من ا و ب ببعد واحد في اعلا الخطّ قوسين متقاطعين عند ج. ثم نرسم منهما في أسفله عند د قوسين متقاطعين كذلك. ثم نخرج من نقطة التقاطع عند ج خطّاً مستقيماً ماراً بالأول وأصلاً إلى نقطة التقاطع عند د. فهذا الخطّ وقع عموداً على طرفي الخطّ الأول. وهو أيضاً عمود على طرفي الثاني. فالثاني يقطع الأول عند ه قسمين متساويين.

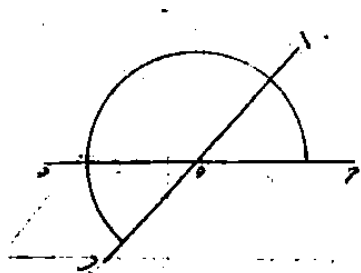
وبرهانه انّ نقطة تقاطع القوسين في كلتا الجهتين على بعد سواء. فنرسم لامتحانه من ج إلى ا ومن ا إلى د ومن د إلى ب ومن ب إلى ج خطوطاً مستقيمة فنجد كلها متساوية.



وإذا اجتمعت خطوط مستقيمة متعدّدة في نقطة واحدة من خطّ مستقيم فالزوايا²²⁵ الحاصلة من اجتماع الخطوط في تلك النّقطة عليه أي على ذلك الخطّ عند مجموعها أي محلّ اجتماعها مساوية لقائمتين. أي مقدار جميع الزّوايا مساوٍ لمقدار الزّاويتين القائمتين وهو قف درجة. لأنّ القوس المحيط بها أي تلك الزّوايا نصف محيط الدّائرة هكذا. ومن هذا أي من انّ الزّوايا المجتمعة عند نقطة على خطّ تساوي القائمتين ظهر انّ الزوايا الحاصلة من

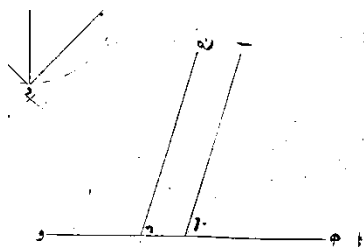
²²⁵ فالزوايا

خطوط مستقيمة مجتمعة في نقطة الواقعة حول نقطة كلها أي باجمعها مساوية في المقدار لأربع زوايا قائمة، لإحاطة محيط الدائرة بها هكذا.



والخطان [و٦] المستقيمان إذا تقاطعا فكل زاوية من الزاويتين متقابلتين مساوية للأخرى. أي للزاوية التي تقابلها مثلا خطاً ا ب و ج د إذا تقاطعا في نقطة ه فزاوية ا ه ج مساوية لزاوية ب ه د المقابلة لها. وزاوية ا ه د مساوية لزاوية ج ه ب المقابلة لها. اعنى كان مقدار المتقابلتين واحداً.

ولامتحانه نرسم من نقطة ه التي هي موضع تقاطع الخطين قوساً على ب د ا ج. فإذا نقصنا من نصفي محيطي ا د ب د ا ج مقدار قوس د ا المشترك بينهما، بقى قوس ا ج مساوياً لقوس د ب. فزاويتاهما متساويتان ايضاً.

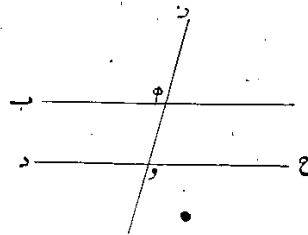


وإذا وقع خطان متوازيان مستقيمان على خط ثالث مستقيم، فالزاويتان الحادثتان عن جنبي الخطين المتوازيين في جهة واحدة متساويتان لموازية الخطين. مثلاً إذا وقع خطاً ا ب ج د المتوازيان على خط ه و، فنقول ان زاويتي ا ب ه ج د الحادثتين عن جنبي خطي ا ب ج د في جهة واحدة متساويتان. وكذلك الزاويتان الحادثتان عن جنبي الخطين في الجهة الأخرى متساويتان.

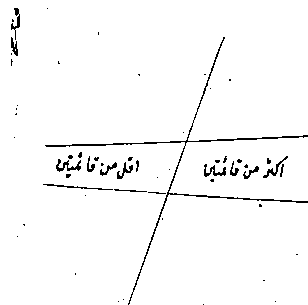
ودليل ذلك ان كل زاوية حادثة من تلاقي خطين مقدارها بحسب ميلهما تباعدًا او تقاربًا. فلما كان الخطان الواقعان على الثالث متوازيين، كان كل من الزاويتين الحادثتين من التلاقي في جهة واحدة مساوية للأخرى لتساوى ميل الخطين المتوازيين. وامتحانه بوضع القوسين على الزاويتين كما مر.

وإذا وقع على خطين مستقيمين متوازيين خط مستقيم ثالث فالزاويتان المتبادلتان متساويتان أي ان الزاويتين المتبادلتين الداخلتين متساويتان البتة. لان مجموع زاويتي كلتي الجهتين أي مجموع الزاويتين الحادثتين في

داخل المتوازييتين الواقعتين في كل واحد من الجهتين مساوي لقائمتين. والّا أي وان لم يكن مجموع الزاويتين المذكورتين مساويًا لقائمتين لكان مجموعهما في إحدى الجهتين أقل من القائمتين اذ مجموع زوايا الجهتين كأربع قوائم؛ فإذا كان مجموع الزاويتين الداخلتين في / [٦ظ] إحدى الجهتين أقل من قائمتين، كان في الأخرى أكثر منهما. فأذن لا يكون الخطان متوازيين فيتلاقيان الخطان في الجهة التي يكون مجموعهما أقل من قائمتين فيها ولا تكون المتبادلتان الداخلتان متساويتين لذلك أيضاً.



وليكن لبيان ان يقع خط ه وعلى خطي ا ب و ج د المستقيمين المتوازيين فنقول انّ زاويتي ا ه و د و ه المتبادلتين متساويتان، لأن مجموع زاويتي ا ه و و ج ه الداخلتين الواقعتين في إحدى الجهتين كقائمتين. وكذا مجموع زاويتي ب ه و د و ه الواقعتين في الجهة الأخرى كقائمتين ايضاً فيكون مجموع زاويتي ا ه و و ج ه و مجموع زاويتي ب ه و د و ه متساويين، فمتساوى زاويتا د و ه و ا ه و المتبادلتان. وزاوية ب ه د مساوية لزاوية ا ه و التي هي إحدى المتبادلتين. لكونهما متقابلتين كما مرّ من انّ المتقابلتين متساويتان فتكون زاوية ب ه د الخارجة مساوية لزاوية د و ه الداخلة المتبادلة الأخرى ايضاً. لمساواة إحدى المتقابلتين وهي ب ه د لأحدى المتبادلتين وهي زاوية ا ه و المشتركة في التقابل بزاوية ب ه د والتبادل بزاوية د و ه.



وفي التساوي بهما وان لم يكن الاخر كذلك أي ان لم يكن مجموع الزاويتين الداخلتين الواقعتين في كل واحدة من الجهتين كقائمتين. بل كان مجموع زاويتي أحدهما أقل منهما، فلا موازاة بين الخطين ولا تساوى بين المتبادلتين ولا تكون الخارجة كالدخلة كما في هذه الصورة. بل يتقربان أي الخطان شيئاً فشيئاً إلى ان يتلاقيا في الجهة التي تكون زاويتاها فيها أقل من قائمتين. ويتفرقان أي يتبعدان شيئاً فشيئاً ويزداد بعدهما من غير انقطاع في الجهة التي تكون زاويتاها فيها أكثر من قائمتين. هذا كله أي كل المذكور إلى هنا ممّا وجب تقديمه أي ممّا يتوقف عليه الأشكال المسطحة ومسائل المساحة. وقد سبق ذكره على قدر الا مكان. ويكفي لمن له أدنى تأمل. فشرعنا في بيان قسمي الرسالة بقولنا.

القسم الأول:

من القسمين في بيان الأشكال المسطحة وما يتعلّق بها من مساحتها ومعرفة مقدار الزوايا وغير ذلك. وهو أي القسم الأول على ثلاثة أبواب أي منقسم عليها.

الباب الأول:

في أنواعها أي أنواع الأشكال وبيان أحوالها / [٧٧] وأوضاعها إلى غير ذلك. من استعمال مقدارها بالمساحة ونسبة بعضها إلى بعض وله أي للباب الأول فصول متعدّدة.

الفصل الأول:

في التعريف أي تعريف الأشكال وذكر أنواعها أي أنواع الأشكال الشكل المسطح. هو هيئة السطح المعين المحدود حدوداً تامة لا فصل بينها. أمّا بحدٍ أي أمّا محدود بحدّ واحد أو حدّين أو حدود ثلاثة فصاعداً، فالأول أي المحدود بحدّ واحد أمّا بغير زاوية كشكل الدائرة و الشكل البيضاويّ. وأمّا ذو زاوية واحدة كالشكل اللوزي. والثاني أي المحدود بحدّين الشكل القوسي أي قوس يوتره خطّ مستقيم أو قوسين يتلاقيان وهو أي الشكل القوسي المحدود بحدّين ذو زاويتين أي له زاويتان. والثالث أي المحدود بحدود ثلاثة فصاعداً كالشكل المثلث والمربع والخمس وغيرها. وهو أي المحدود بحدود ذو الزوايا أي له ثلاث زوايا أو أربع أو خمس وما فوقها. وهذه الأشكال أي الأشكال من النوع الثالث المحدودة بحدود، أمّا منتظمة وهي الأشكال التي أضلاعها وزواياها متساوية. أو غير منتظمة وهي التي أضلاعها وزواياها مختلفة.

والضلع هو الخطّ الواقع في حدود الشكل، وجمعه أضلاع. الأضلاع أي الخطوط المستقيمة الواقعة في الأشكال إذا يستر بعضها بعضاً أي إذا أطبق أحد الأضلاع على سائرهما، فيسترهما بحيث لا يكون أحدهما أطول أو أقصر من الآخر، كانت تلك الأضلاع المتساوية متطابقة. فإذا تساوت أي إذا كانت الأضلاع متساوية متطابقة تساوت أي وجب ان يستر أحدهما الآخر. وكذا الزوايا والأشكال أي انّ الزوايا إذا اطبقت احديها على الأخرى فسترت أحديهما الأخرى بحيث لا تكون أحديهما خارجاً ولا داخلًا من الأخرى. كانت متساوية متطابقة. وكذا الحكم في الأشكال.

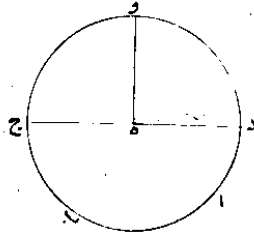
ولا يمكن ان يقع بين نقطتين معيّنتين أكثر من خطّ مستقيم واحد، وهو ظاهر. ومن هذا أي لعدم امكان وقع أكثر من خطّ مستقيم واحد بين نقطتين، لا يمكن ان يحيطا خطّان مستقيمان بمحلّ فيكون المحاط بهما شكلاً مسطحاً. / [٧٨] للزوم توصلهما أي بعد ما خرجا من نقطة لزم ان يتوصلا بنقطتيهما الخارجيتين المنتهيتين، وهو محال. ولا ان يكون أي وللعلة السابقة، لا يمكن ان يكون أحد أضلاع المثلث المستقيم الأضلاع مساوياً لمجموع الضلعين الآخرين المتواصلين في نقطه واحدة. بل هو اقلّ منهما أي من مجموع الآخرين على الدوام أي في كل حال من أحوال المثلثات. وإذا يساوى مقدار إحدى الزاويتين لأخريهما أي لمقدار الزاوية الأخرى كانت

الزاويتان اللتان يتساوى مقدارهما متساويتين. فإذا تساوتا أي زاويتان يكون مقدارهما أي مقدار الزاويتين المتساويتين متساويًا. وهو ظ.²²⁶

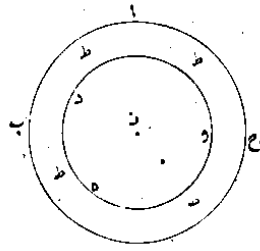
والأشكال المتماثلة هي التي اعداد أضلاعها أي الخطوط المستقيمة المحيطة بها سواء زواياها أي تكون كل زاوية منها مساوية لمبادلتها أي مساوية لكل زاوية هي بدلها في مماثلتها. ونسبة أي وتكون نسبة أضلاعها أي نسبة كل ضلع منها إلى الأضلاع الآخر كنسبتها أي كنسبة كل ضلع من الأضلاع إلى الأضلاع الآخر في مماثلتها. ولا يمنع التماثل أي كون الأشكال متماثلة اختلافاً أي اختلاف الأشكال في الصّغر والكبر. بان يكون أحد المتماثلة كبيراً والآخر صغيراً. وكذا المشابهة أي وكذا الحكم في مشابهة. يعنى ان اختلاف الشّئين في الصّغر والكبر لا يمنع المشابهة بينهما لأننا نقول انّ الخطّ المستقيم ما يشابه جزؤه كله وظاهر انّ الجزء أصغر من الكل ومع هذا كان مشابهاً له في الاستقامة.

الفصل الثاني:

في الدوائر وما يتعلّق بها. الدائرة هي شكل مسطح يحيط به أي بذلك الشّكل خطّ مستدير على نقطة ثابتة ببعد واحد. أي بدور ذلك الخطّ على نقطة ثابتة بحيث يكون جميع الأبعاد منها أي من تلك النقطة إلى الخطّ المستدير المحيط بها متساويةً. فالنقطة مركزها أي مركز الدائرة. والخطّ المستدير حولها أي حول النقطة محيطها أي إلى المحيط من الجهة الأخرى [٨]و[محيط الدائرة]. والخطّ الخارج المستقيم من محيطها ماراً بالمركز واصلاً / ومن مركزها أي الخطّ المستقيم الخارج من مركزها إلى المحيط يسمّى نصف قطرها. أي قطر الدائرة. أي نصف قطر الدائرة.

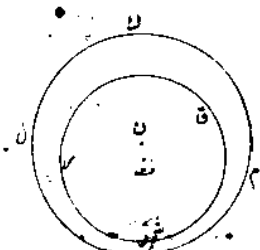


مثالها أي مثال الدائرة ا ب ج د و محيطها و نقطة ه مركزها. وخطّ ج د المستقيم الخارج من ج المارّ بالمركز الواصل إلى د قطرها. وخطّ ه و المستقيم او خطّ ه ج او ه د كل واحد منها نصف قطرها. فلمساواة الأبعاد منها أي من النقطة التي هي مركز الدائرة إلى المحيط أي محيط الدائرة كانت خطوط ه ج، ه و ه د كلها متساوية.

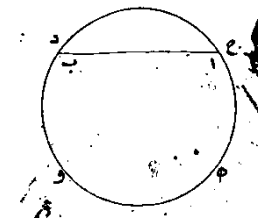


وإذا تقرّر هذا؛ فالدوائر المتساوية هي الدوائر التي كانت انصاف أقطارها التي حصلت منها الدوائر متساوية. ويقال أيضاً أنّ الدوائر متساوية إذا تساوت أقطارها.

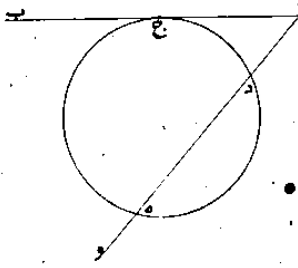
والدوائر المركزة أي المتراكزة هي الدوائر المرسومة من مركز واحد. وكان محيطها متوازيًا. أي كان كل واحد من محيطها موازيًا للآخر كدائرة ا ب ج ودائرة د ه و. فإنّهما مرسومتان من مركز واحد وهو نقطة ز ومحيطهما أي محيطًا ا ب ج و د ه و متوازيان. وما بينهما أي ما بين مقعر محيط ا ب ج و بين منحدب محيط د ه و يسمى عند المتأخرين تاجًا وهو ط ط ط.



والدوائر الغير المركزة أي الغير المتراكزة هي التي مراكزها متغايرة. ولا يتوازي محيطها كدائرتي ك ل م و ق ر ش. فإنّ مركز محيط ك ل م هو نقطة ن و مركز محيط ق ر ش هو نقطة ت. فلا يتوازي محيطاهما.



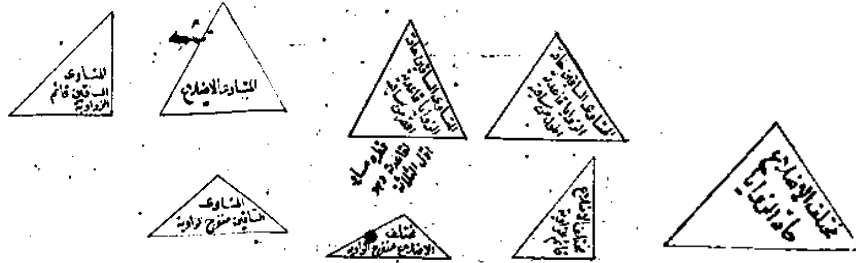
الوتر، خطّ مستقيم ينتهي طرفاه عند نقطتي محيط دائرة؛ فما بين النقطتين من المحيط، قوس منه يوتره ذلك الخطّ المستقيم. كخطّ ا ب المستقيم المنتهي طرفاه عند نقطتي ج و د من محيط دائرة ج د ه و، فما بين نقطتي ج و د من المحيط، هو قوس. وخطّ ا ب الذي يوتره هو وتره وما بين خطّ ا ب وقوس ج د من الدائرة هو قطعة الدائرة. وكذا القياس في الجهة الأخرى أي إنّ القطعة من المحيط من ج إلى هـ و د قوس يوتره خطّ ا ب أيضاً؛ وما بين هذا القوس والوتر قطعة الدائرة.



والخطّ المستقيم إذا التصق محيط /[٨ظ] دائرة عند نقطة منه أي محدّبه يسمّى أي خطّ الملتصق الخطّ الماسّ لمسه المحيط كخطّ ا ب الماسّ لمحيط دائرة ج د ه عند نقطة ج. وأما إذا لم يمسّه أي محيط الدائرة، بل يقاطعه عند نقطة من محيطها او نقطتين يسمّى الخطّ المقاطع لمقاطعته إيّاه كخطّ ا و المقاطع المحيط دائرة ج د ه عند نقطتي د ه هكذا.

الفصل الثالث :

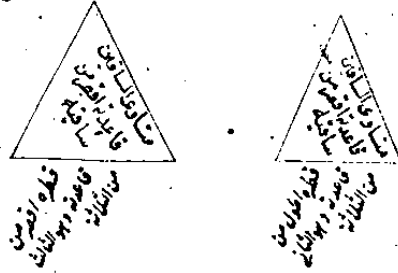
في بيان لمثلثات. المثلث المستقيم الأضلاع احترز به عن الغير المستقيم الأضلاع كالمثلث الحادث من القسّي، هو شكل مسطحّ يحيط به ثلاثة أضلاع مستقيمة. ففي كل مثلث ستة أشياء؛ ثلاثة أضلاع وثلاث زوايا. وجاز ان يعتبر كل ضلع من أضلاعه الثلاثة قاعدة بالنسبة إلى الآخرين وهما بالنسبة اليها ساقان. وينقسم المثلث باعتبار الضلع إلى ثلاثة أقسام: المتساوي الأضلاع، وهو الذي تكون أضلاعه الثلاثة متساوية؛ والمتساوي الساقين، وهو الذي يتساوى ساقاه فقط؛ والمختلف الأضلاع وهو الذي لا يتساوى أضلاعه، بل كلها مختلفة.



وينقسم باعتبار الزاوية إلى ثلاثة أقسام أيضاً: القائم الزاوية، وهو الذي تكون إحدى زواياه قائمة وقد مرّ بيانها؛ والمنفرج الزاوية، وهو الذي تكون فيه زاوية منفرجة؛ والحادّ الزاوية، وهو الذي فيه زواياه كلها حادة؛ وهذه الستة عند المتقدمين لأنهم إذا اعتبر الأضلاع لا ينظرون إلى الزوايا وإذا اعتبر الزوايا لا ينظرون إلى الأضلاع. والمتأخرون زادوا قسمين أي مثلثين لأنهم اعتبر الزاوية والضلع في الكل إلا في المتساوي الأضلاع لأنّ كون الزوايا فيه حادة بالضرورة، وجعلوا القائم الزاوية أما متساوي الساقين او مختلف الأضلاع، والمنفرج كذلك يعني أما متساوي الساقين او مختلف الأضلاع. وجعلوا المتساوي الساقين حادّ الزوايا أما قاعدة أقصر من كل واحد من الساقين او أطول من كل منهما. فكان المثلث عند هم ثمانية أقسام الأول المتساوي الأضلاع والثاني المتساوي الساقين القائم الزاوية والثالث المتساوي الساقين منفرج الزاوية والرابع المتساوي

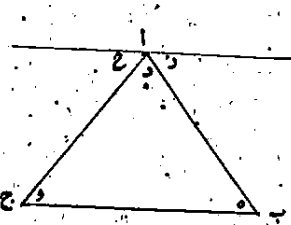
[٩٠] السّقيّن حادّ الزّوايا قاعدته أصغر من كل ساقيه والخامس المتساوي السّاقين حادّ الزّوايا قاعدته أطول من كل ساقيه والسادس المختلف الأضلاع قائم الزّاوية والسّابع المختلف الأضلاع منفرج الزّاوية والثّامن المختلف الأضلاع حادّ الزّوايا. وبعضهم جعلوا القسم الرّابع يعنى المتساوي السّاقين حادّ الزّوايا قاعدة أقصر من كل ساقيه ثلاثة أقسام، بأن اخرجوا من زاوية ساقيه عمودًا على قاعدته ويسمّونه بالقطر، فهذا القطر أمّا مساوٍ لقاعدته وأمّا أطول منها وأمّا أقصر منها؛ فكانت المثلثات عندهم عشرة وصور الكل هكذا.

أوحاد الزّوايا



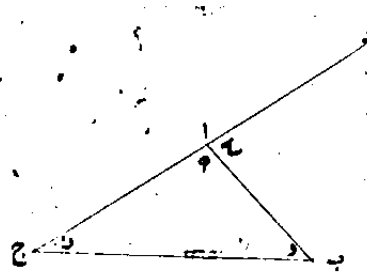
لكنّ المثلثات المستعملة عند المهندسين سبعة فقط لأنّ المختلف الأضلاع أمّا قائم الزّاوية او منفرج الزّاوية والمتساوي السّاقين كذلك أمّا قائم الزّاوية او منفرج الزّاوية والمتساوي الأضلاع حادّ الزوايا فقط. والقياس يقتضي ان تكون المثلثات تسعة بضرب ثلاثة أضلاع في ثلاث زوايا فلمّا سقط من متساوي الأضلاع قسمان اعنى القائم الزّاوية والمنفرج الزّاوية لعدم امكان وقوعهما فيه بقيت سبعة.

والقسم الأوّل أي المتساوي الأضلاع هو المثلث الأصلي المسمّى بالحقيقي لانه من الأشكال المنتظمة لتساوى جميع أضلاعه وزواياه. ومقدار جميع الزّوايا في كل مثلث مجموع الزّاويتين القائمتين أي قف درجة. ولذا لا تجتمع أي لا يمكن ان تجتمع قائمتان في مثلث واحد. وآلا لكان مقدار زواياه الثلاثة ازيد من قف درجة وهو مح ولا منفرجتان ولا قائمة ومنفرجة معًا. لما ذكرناه، بل وجب ان يلزم القائمة والمنفرجة أي كل واحدة منهما زاويتان حادثتان. وأمّا طريق استعمال مقدار كل زاوية بألة مخصوصة سيجيء في فصل أعمال الأشكال ان شاء الله تعالى.



وبرهانه أي برهان ان في مثلث لا تجتمع قائمتان ولا منفرجتان ولا قائمة ومنفرجة، لما يقتضي ان يكون مقدار الزّوايا الثلاثة أكثر من قف. من وجهين أحدهما ان يوضع [٩١] على زاوية ا متّصلا بها من مثلث ا ب ج خطّ مواز لقاعدته أي قاعدة المثلث المذكور وهي ضلع ب ج. فحصلت عند تلاقي السّاقين أي ضلعي ب ا ج ا في

الخطّ الموازي الموضوع على زاوية ا ثلاث زوايا، أي زوايا ز د ح. زاويتا ز ح الحادثتان من وضع الخطّ الموازي وزاوية د الأصلية المسماة قبل بزاوية ا من مثلث ا ب ج. وهي أي مجموع زوايا ز د ح مقدار مجموع الزوايا الثلاثة من مثلث ا ب ج يعنى قف درجة لا ازيد ولا أنقص. وزاويتا ح و المتبادلتان متساويتان وكذلك زاويتا ز ه المتبادلتان متساويتان. فمجموع زوايا ز د ح مساوٍ لمجموع زوايا د ه و أي كان كل من المجموعين قف درجة ولا يكون احدهما أي أحد المجموعتين أزيد ولا انقص من الآخر بالضرورة هكذا.



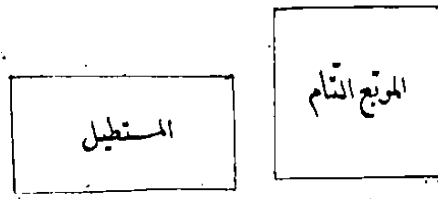
والوجه الثاني أنّه إذا اخرج ضلع ا ج من ا ب ج مثلاً إلى د فحينئذ حصلت عند ا أي نقطة مخرج ضلع ج ا زاويتا ه الدّاخلية الأصلية و ح الخارجة الحادثة المتساويتان للقائمتين وهما قف درجة. فمجموع زاويتي ه ح المساويتين لقائمتين مساوٍ لمجموع زوايا ه و ز من المثلث المذكور أي كان كل من المجموعين قف درجة لا ازيد ولا انقص. فظهر المطلوب وكذا العمل بكل ضلع من أضلاع كل مثلث هكذا. ولإيضاح هذا الوجه زدت وجهًا ثالثًا، وهو ان يخرج ضلع ج ب من مثلث ا ب ج إلى د فتكون زاوية ا ب د الخارجة الحادثة مساوية لزاويتي ا ج الدّاخلتين المقابلتين لزاوية ب.

وبيانه ان نخرج من نقطة زاوية ب خطًا مستقيمًا إلى ه موازيا لضلع ا ج، فحينئذ تكون زاوية ه ب د مساوية لزاوية ا ج ب وزاوية ا ب ه مساوية لزاوية ب ا ج. فإذا نظرنا إلى الزوايا الثلاثة الّتي عند نقطة مخرج خطى ب د ب ه وجدها²²⁷ مساوية لقائمتين وهما قف درجة لا ازيد ولا انقص. فظهر في كل وجه من الوجوه الثلاثة المذكورة، أنّه لا تجتمع في مثلث واحد قائمتان ولا منفرجتان ولا قائمة ومنفرجة معًا للزوم كون مقدار مجموع الزوايا الثلاثة في مثلث واحد ازيد من قائمتين اعنى قف درجة وهو مح. / [١٠٠]

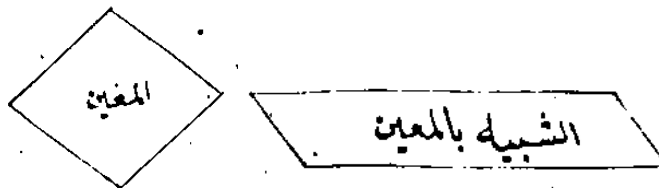
الفصل الرابع:

في بيان المربعات المربّع هو شكل مسطح يحيط به أربعة خطوط مستقيمة، ويقال له ذو أربعة أضلاع. وهو أي المربّع على ثلاثة أقسام لأنّه اما ان يقع فيه خطوط متوازية او لا يقع فيه خطوط متوازية أصلاً. فالأول أي ما يقع فيه خطوط متوازية اما ان يكون كل من الضلعين المتقابلين متوازيين او يكون فيه ضلعان متقابلان فقط متوازيين والآخران غير متوازيين أي منحرفين. فالأول من الثاني أي من التريديد الثاني هو القسم لأول. والثاني منه أي من التريديد الثاني هو القسم الثاني. والثاني من الأول أي من التريديد الأول هو القسم الثالث. وسببين كل منها بأنواعها.

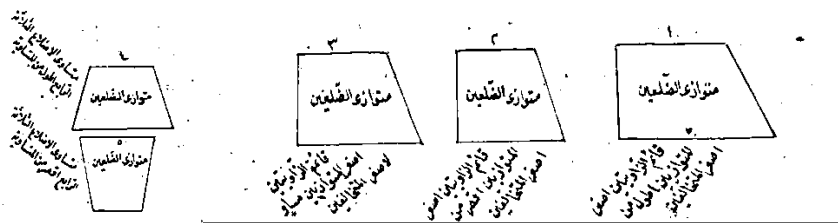
²²⁷تجدها



فالقسم الأول وهو ما يكون كل من الضلعين المتقابلين متوازيين أما ان تكون أي تقع فيه زاوية قائمة فالزوايا²²⁸ الباقية ايضاً قائمة. الموازية كل من الضلعين المتقابلين وهو أي ما تكون فيه زاوية قائمة أما ان يكون أضلاعه الأربعة متساوية كالمربع الأصلي المسمى بالمربع النام والمربع الحقيقي. ففيه أربع زوايا قائمة وأضلاعه كلها متساوية هكذا. وأما ان يكون فيه كل من الضلعين المتقابلين المتوازيين متساويين كالمربع المستطيل فزواياه الأربعة قائمة ايضاً. والضلعان المتقابلان الا طولان متساويان وكذا الا قصران هكذا. وأما ان لا تكون فيه قائمة أصلاً وهو ايضاً أي كالأذي تكون فيه قائمة أما متساوي الأضلاع الأربعة كالمعين. ففيه زاويتان متقابلتان حادثتان والأخرين منفرجتان هكذا. او يكون كل من الضلعين المتقابلين المتوازيين متساويين كالشبيه بالمعين لوجود زاويتين حادتين ومنفرجتين متقابلتين فيه هكذا.



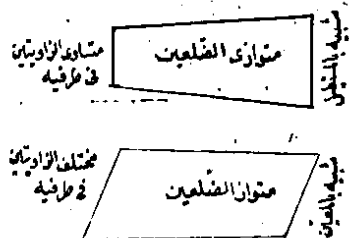
القسم الثاني وهو الذي يكون فيه ضلعان متقابلان فقط متوازيين أما ان تكون فيه زاويتان قائمتان؛ فحينئذ أما ان يكون أصغر الضلعين أطول من أقصر الضلعين المتخالفين أي الغير المتوازيين هكذا، او يكون اصغر المتوازيين اقصر منه أي من اصغر المتخالفين الغير المتوازيين هكذا او يكون اصغر المتوازيين مساوياً له أي لأصغر / [١٠] الغير المتوازيين هكذا.



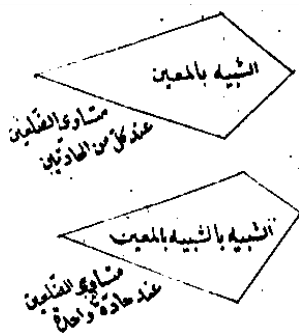
وهذه الثلاثة يسمّى كل منها منحرفاً لانحراف كل واحد من الغير المتوازيين او لا تكون فيه قائمة أصلاً. وهو أي مالا قائمة فيه أصلاً أما متساوي أضلاع ثلاثة او متساوي ضلعين. فالأول أي المتساوي الأضلاع الثلاثة أما ان يكون الضلع الرابع المخالف للثلاثة أطول من المتساوية أي من كل واحد من المتساوية هكذا او يكون الرابع

²²⁸فالزوايا

المخالف أقصر منها أي من كل واحد من المتساوية هكذا. ويسمى كل واحد منهما منحرفاً ايضاً لانحراف الضلعين المتواصلين بطرفي المخالف إلى الخارج في الاول وإلى الداخل في الثاني.



والثاني أي المتساوي الضلعين أما ان تكون في طرفي كل من المتوازيين زاويتان متماثلتان أي في طرفي أحد المتوازيين زاويتان حادّتان وفي طرفي الآخر زاويتان منفرجتان. ويسمى منحرفاً شبيهاً بالمستطيل هكذا. او تكون في طرفي كل من المتوازيين زاويتان متحالفتان أحدهما منفرجة والثانية حادة هكذا. ويسمى المنحرف الشبيه بالمعين لما فيه زاويتان متقابلتان منفرجتان وزاويتان متقابلتان حادّتان.

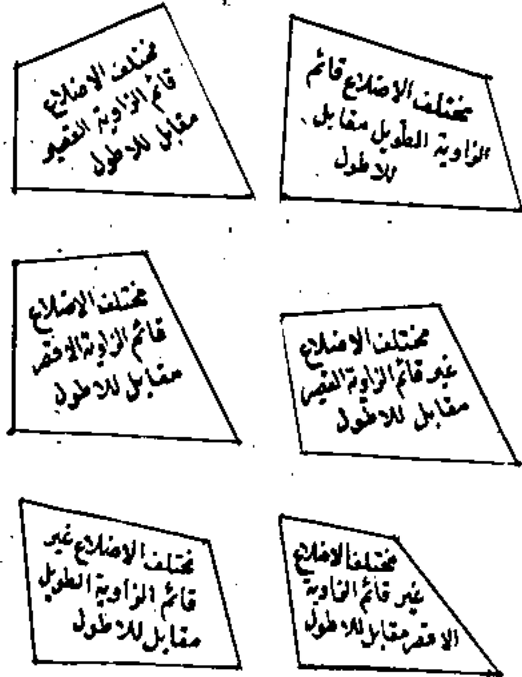


والقسم الثالث وهو مالا تكون فيه خطوط متوازية أما ان يكون كل من الضلعين المتواصلين في حادّتين متساويين هكذا. ويسمى بالشبيه بالمعين ايضاً لما فيه حادّتان متقابلتان²²⁹ ومنفرجتان كذلك. او يكون المتواصلان في حادة فقط متساويين هكذا ويسمى شبيهاً بالشبيه بالمعين لتساوي الضلعين المتواصلين في الحادة ولما فيه حادّتان متقابلتان ومنفرجتان كذلك كما في السابق.

او يكون أي ما لا فيه خطوط متوازية مختلف الأضلاع الأربعة. فلكون ضلع واحد منها أي من أضلاعه الأربعة المختلفة أقصر من الثلاثة الباقية وضلع واحد أطول منها. واحد الضلعين الباقيين بالنسبة إلى الآخر قصيراً وهو أي الضلع الآخر من الباقيين بالنسبة إليه أي إلى الاول طويلاً. يلزم باعتبار المقابلة والملاصقة أما ان يكون الطويل مقابلاً للأطول والآخران أي الأقصر والقصير ملاصقين بهما أي بالطويل والأطول [١١و] او يكون القصير مقابلاً للأطول والآخران أي الطويل والأقصر ملاصقين بهما أي بالقصير والأطول. او يكون الأقصر

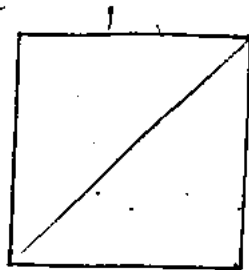
²²⁹مقابلتان

مقابلاً للاطول والآخران أي القصير والطويل ملاصقين بهما أي بالاطول والاقصر. وكل منها أي من المربعات الثلاثة المشروحة. أما قائم الزاوية او غير قائم الزاوية فكانت ستة مربعات صورها هكذا.

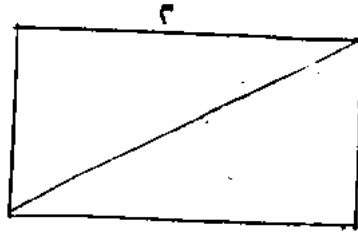


ولوقوع الانحراف فيها أي في هذه المربعة الثمانية المذكورة في القسم الثالث كما في المنحرف يسمى كل منها الشبيه بالمنحرف. فالمربعات الممكنة الحدوث تسعة عشر نوعاً. وفي كل مربع من هذه التسعة عشر إذا أخرج من إحدى زواياه الأربعة خطاً مستقيماً واصل إلى الزاوية المقابلة لها أي الزاوية الأولى يحدث عن جنبي الخط المستقيم المخرج مثلثان من أنواع المثلث، أما متماثلان متساويان كما في المربعات الأربعة للقسم الأول.

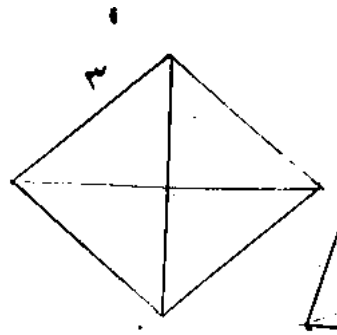
والمربع الأول من القسم الثالث، أي المربع التام والمستطيل والمعين والشبيه بالمعين والمتساوي الضلعين عند كل من الحادتين، ففي المربع التام يكون كل منهما متساوي الساقين قائم الزاوية هكذا. (١)



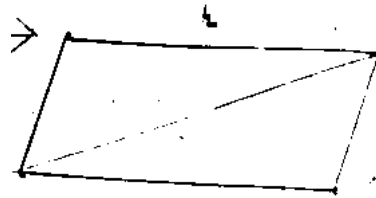
وفي المستطيل كل منهما مختلف الأضلاع قائم الزاوية هكذا. (٢)



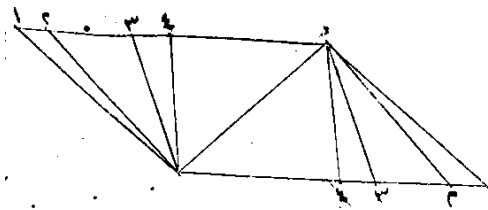
وفي المعين كل منهما متساوي الساقين منفرج الزاوية ان وضع الخط على الحادتين ومتساوي الساقين حاد الزاوية ان وضع الخط على المنفرجتين هكذا. (٣)



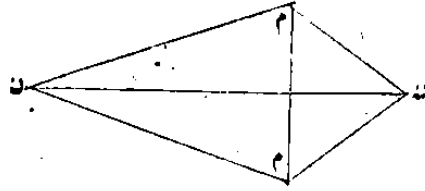
وفي الشبيه بالمعين كل منهما مختلف الاضلاع منفرج الزاوية ان وضع الخط على الحادتين هكذا. (٤)



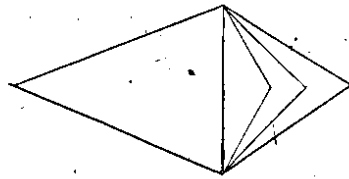
وأما إذا وضع الخط على منفرجتين فكل منهما اما مختلف الاضلاع منفرج الزاوية ان كان الضلع الأكبر منه أطول من الخط الموضع هكذا، (١) او مختلف الاضلاع قائم الزاوية إذا كان ضلعه الصغير عموداً على الخط الموضوع هكذا (٢) او متساوي الساقين حاد الزاوية إذا كان ضلعه الكبير مساوياً للخط الموضوع هكذا (٣) او مختلف الاضلاع حاد الزاوية إذا كان الخط الموضوع أطول من الضلع الكبير هكذا. (٤)



او في المربع المتساوي الساقين عند كل من الحادثين فكل منهما مختلف الاضلاع منفرج الزاوية ان وضع الخط على الحادثين هكذا. او متساوي الساقين حاد الزوايا ان وضع على المنفرجتين هكذا.



أقول انّ هذا المربع ينقسم إلى / [١١ ظ] ثلاثة أقسام لأنّ الزاوية عند تلاقي الضلعين الصغيرين اما ان تكون حادة كما في المذكور او قائمة او منفرجة. ففي الآخرين إذا وضع الخط على المنفرجتين فقد اختلف المثلثان. ففي القائمة، يكون المثلث الصغير متساوي الساقين قائم الزاوية. وفي المنفرجة، متساوي الساقين منفرج الزاوية والكبير متساوي الساقين حاد الزوايا فيهما.

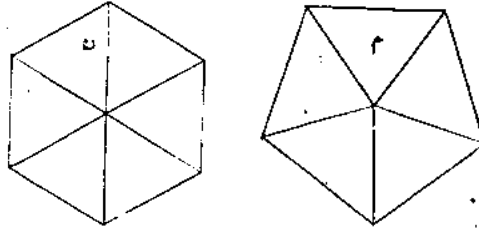


فافهم وقد يكون المثلثان الحادثان بالخط الموضوع متمثلين غير متساويين كما في الشبيه بالمنحرف المختلف الاضلاع قائم الزاوية. الطويل مقابل لاطول إذا وضع الخط على القائمة. والمنفرجة المختلف الاضلاع غير قائم الزاوية الطويل مقابل للاطول إذا وضع الخط على منفرجتين. ففيهما يكون مختلف الاضلاع حاد الزوايا. وفي المختلف الاضلاع غير قائم الزاوية الأقصر مقابل للاطول²³⁰. إذا وضع فيهما الخط على الحادثين يكون مثلثاهما مختلف الاضلاع منفرج الزاوية. فتدبرّ او غير متمثلين معطوف على اما متمثلان أي واما يحدث عن جانبي الخط المستقيم المخرج مثلثان غير متمثلين، يعنى متخالفان كما في سائر المربعات. والخط المستقيم المخرج من الزاوية الواصل إلى الزاوية المقابلة ضلع مشترك بينهما أي بين المثلثين الحادثين ومحدث الزوايا لانه قطع كلاً من الزاويتين بقسمين فتحدث به اربع زوايا في كل طرفيه زاويتان. واما تسميته تشبيها له بقطر الدائرة ليس بسديد لأن قطر الدائرة ينصفها بنصفين متساويين دائماً. وهذا الخط لا ينصف كل مربع بنصفين متساويين، بل بعضها فقط كالاربعة المذكورة والخامس على وجه فتأمل.

²³⁰ القصير مقابل للاطول

الفصل الخامس:

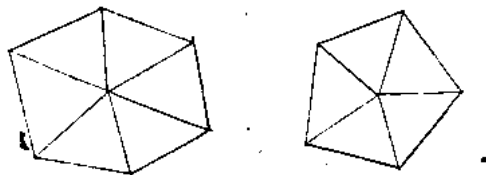
في بيان الأشكال الكثيرة الاضلاع. وأما الأشكال التي تحيط بها خمسة أضلاع أي خطوط مستقيمة فصاعداً تسمى الأشكال الكثيرة الاضلاع. فان تحيط بشكل خمسة أضلاع متساوية كانت أو غير متساوية يسمى أي الشكل المحاط بخمسة أضلاع محمّساً، وان سبعة أي وان أحاطت به ستة أضلاع فمسدّساً أي يسمى ذلك الشكل مسدّساً، وان سبعة أي وان أحاطت / [١٢و] به سبعة أضلاع فمستقيماً، وان حاطت به ثمانية أضلاع فمثمّناً أي يسمى شكلاً مثمّناً. لما في الأول أي يسمى الذي أحاطت به خمسة أضلاع مخمّساً لما فيه خمسة أضلاع وخمس زوايا. وفي الثاني أي في المسدّس ستة أضلاع وست زوايا. وفي الثالث أي في المسبّع سبعة أضلاع وسبع زوايا. وفي الرابع أي وفي المثلث ثمانية أضلاع وثمان زوايا إلى غير ذلك. من الأشكال الكثيرة الأضلاع وكل منها أي من الكثيرة الأضلاع أما منتظم وهو الذي تكون أضلاعه خمسة كانت أو ستة أو سبعة أو أكثر وزواياه متساوية. فلو كانت أضلاعه متساوية وزواياه غير متساوية فليس بمنتظم. فالمخمّس²³¹ هكذا فلكون أضلاعه وزواياه متساوية يمكن ان ترسم عليه دائرة. يمرّ محيطها بنقطة كل متواصلين فلو أخرجت خطوط مستقيمة من المذكور إلى كل زاوية من زواياه تحدث خمسة مثلثات متماثلة متساوية.



والمسدّس المنتظم هكذا فلو أخرجت خطوط مستقيمة بعد ان ترسم عليه دائرة كما مرّ بيانه من المركز إلى كل زاوية من زواياه حصلت ستة مثلثات متماثلة متساوية. وكذا البواقي أي المسبّع والمثلث والمتسّع والمعشّر المنتظمة إلى غير ذلك. إذا رسمت على كل منها دائرة يمرّ محيطها بكل المتواصلين ثمّ أخرجت من مراكزها خطوط مستقيمة إلى كل زاوية حصلت فيها مثلثات متماثلة متساوية على حسب كمية أضلاعها. فللمسدّس ستة مثلثات وللمسبّع سبعة وللمثلث ثمانية وللمتسّع تسعة وللمعشّر عشرة مثلثات متماثلة متساوية. أما متساوي الأضلاع أي كل من المثلثات الحادثة المتماثلة أما متساوي الأضلاع كما في المسدّس، وأما متساوي الساقين حادّ الزوايا كما في السائرة. والخطوط الخارجة من المركز كلها مشتركة بين المثلثين فهي أي الخطوط الخارجة من المركز سوق لها أي للمثلثات، والخطوط المحيطة بالشكل قواعدها أي كل واحد منها قاعدة المثلث. أو غير منتظم معطوف على أما منتظم أي كل شكل من الأشكال الكثيرة / [١٢ظ] الأضلاع أما منتظم أو غير منتظم وهو ما أي شكل كثير الأضلاع لا تكون أضلاعه متساوية أو لا تكون زواياه متساوية وان تساوت أضلاعه وفي

²³¹المنتظم

كلّی التّقديرين أي تقديران يكون أضلاعه مختلفة أو تقدير كون زواياه²³² مختلفة فقط لا يمكن ان يحاط بدائرة يمرّ محيطها بكل نقطة الخطّين المتواصلين. ومع هذا أي مع عدم امكان إحاطته بالدائرة المذكورة إذا فرضت نقطة في وسطه بسكون السّين أي في داخله وأخرجت منها أي من تلك النّقطة خطوط مستقيمة إلى كل زاوية حصلت مثلثات غير متماثلة لاختلاف أضلاعه أو زواياه على حسب كمّية أضلاعه.



ففي المحمّس خمسة مثلثات غير متماثلة وفي المسدّس ستّة مثلثات غير متماثلة وصورتها هكذا. وكذا القياس في البواقي أي بواقي المحمّس والمسدّس الغير المنتظمة كالمستّع والمثمن والمتّسع وغيرها. ولكن هذا الوجه ليس بمستعمل في المساحة، وأنما بيّنا الإمكان. وأنما وجه رسم الأشكال الكثيرة الأضلاع سيّبين في الفصل مخصوص.

الفصل السّادس:

في بيان بعض الآلات المحتاجة إليها هذا الفصل كمقدّمة للفصول الآتية التي تبين فيها طرق استعمال المقادير طولاً وعرضاً. ولا يمكن ذلك الا بالآلات مخصوصة. فمنها المقياس ما يقاس به شيء طوله أو عرضه أو عمقه. وهو أي المقياس الذي يقاس به شيء كالذراع عند مهندسي أهل الإسلام ومن تابعهم. وهي أي الذراع المعتبرة المستعملة عند المتأخرين أي متأخري أهل الإسلام اربع وعشرون إصبغاً. والإصبع ستّ شعيرة معتدلة ملاصقة البطون. أو القدم معطوف على الذراع أي المقياس كالذراع عند أهل الإسلام أو كالقدم عند غيرهم أي غير مهندسي الإسلام من مهندسي النّصارى وتابعهم. وهي أي القدم عندهم أي النّصارى ومن تبعهم اثني عشر إصبغاً موافقاً لإصبغنا. وهي أي القدم المقدّارة باثني عشر إصبغاً نصف ذراعنا أي نصف الذراع للمعتبرة عندنا بأربعة وعشرين إصبغاً فقد. ما هم أي القدمان عندهم [١٣و] ذراع عندنا. ولكنهم أي مهندسي النّصارى لتعسر الحساب بها أي بالقدم المنقسمة إلى اثني عشر إصبغاً جعلوها أي قسموا القدم إلى عشرة أصابع. وكل إصبع عشرة خطوط أي قسموه إلى عشرة أقسام متساوية يسمّى كل قسم خطّاً. وجعلوا كل خطّ عشرة نقاط أي قسموه إلى عشرة أقسام متساوية ايضاً يسمّى كل قسم منها نقطة.

تسهيلاً للحاسبين أي قسموا كلا من القدم والإصبع والخطّ إلى عشرة أقسام ليسهل الحساب عليهم وتدقيقاً أي ليدقّق في أمور المساحة. واعتبروا عمّا أي عن المقياس الذي فوق القدم أي أكبر منها بالقضيب أو الرّمح. وهو أي القضيب أو الرمح عشر اقدم. ويمكن التطبيق أي تطبيق مقياسنا إلى مقياسهم بان نجعل الذراع عشرين

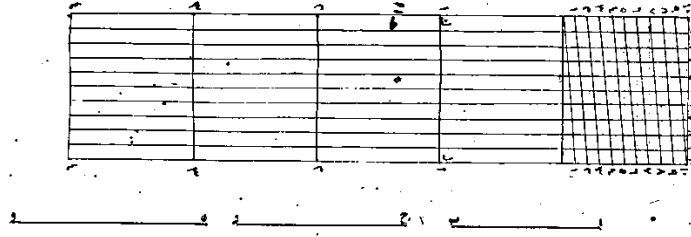
²³²زواياه

إصبعًا مع بقاء طولها فنصفها أي نصف ذراعنا وهو عشرة إصبع يوافق قدمهم وهي أيضا عشرة أصابع. وان تجعل كل إصبع عشرة خطوط، وكل خط عشر نقاط. وهذا المقياس المعتبر بالقضيب أو الرمح والذراع والقدم.

هو المقياس الكبير المسمى بالممسحة المستعملة في المساحة الأرض والأنهار والقوائم كالمنارة وما أشبه ذلك. وينبغي لكل أهل الهندسة معلما كان أو متعلما ان يضع مقياسا على قدر نصف ذراع أو قدم وهما متساويتان من حشب أو نحاس وما أشبههما كالعظم والمقوى وغيرهما. ويجعله أي ما هو على قدر نصف الذراع أو القدم منقسما إلى عشرة أقسام متساوية عبارة عن الأصابع ويقسم قسما واحدا منها أي من الأقسام العشرة إلى عشرة أقسام متساوية أيضا إشارة إلى الخطوط. ويمسكه عنده أي وينبغي ان يمسك هذا المقياس عنده إلى وقت الحاجة إليه. وعادتهم أي عادة المهندسين ان يجعلوا ممسحة على قدر عشرين ذراعا، وهي أربعون قدما، اعنى أربعين رماح؛ أو ثلاثين ذراعا وهي ستون قدما اعنى ستة رماح؛ أو أربعين ذراعا وهي ثمانون قدما اعنى ثمانية رماح من حبل أو حشب أي يجعلون الممسحة من احدهما. والأولى ان تجعل من حديد أو مثله معلقة اندراعها أي حال كون كل ذراع منها معلقة مربوطة بالأخرى بحلقة متحركة. أو معلقة/[٣١٣ظ] اقدامها بها ان كانت مصنوعة من الأقدام وعلى نهايتها أي نهايتى تلك الممسحة حلقتان كبيرتان من حديد أيضا. تمر بكل منهما أي الحلقتان عصا تنصبان أي العصوان على الأرض وتنقل الممسحة بهما عند المساحة.

وأما طريق وضع مقياس نصف الذراع أو المقياس القدم وهما سواء كما مر على لوحة من حشب أو نحاس وامثالهما ان تخط على قدر طول نصف الذراع أو طول القدم أحد عشر خطوطا مستقيمة متوازية. ثم تقسمها أي تلك الخطوط المتوازية إلى عشرة أقسام متساوية. وتعلمها أي كل قسم منها بخطوط مستقيمة على عرض المتوازية إشارة إلى الأصابع. ثم تقسيم قسما واحدا منها على أحد النّهائيتين إلى عشرة أقسام متساوية أيضا. وتعلم كل قسم منها بنقطة على الخط الخارج من كل الطرفين أي طرفى المتوازية. وتشير بالأرقام الهندية أو حروف الجمل اعدادها أي اعداد الأقسام العشرة من النقطة الأولى في الداخل أي مبدأ منها ذاهبا إلى الخارج على طرفيها أي طرفي المتوازية ثم ترسم من منتهى الخط المشير إلى الإصبع الأول في أحد الطرفين خطا مستقيما منتهيا عند النقطة الأولى في الطرف الآخر. ثم من النقطة الأولى في الطرف الأول إلى النقطة الثانية المقابلة في الطرف الآخر ثم من الثانية إلى الثالثة وعلى هذا القياس إلى ان تكمل الخطوط العشرة. وهي متوازية بينها منحرفة لخطين المتطرفين.

فهذه الخطوط مشيرة إلى الأقسام الإصبع، وهي الخطوط المصطلحة لأقسام الإصبع المعلمة بالأرقام في كل الطرفين. والانحراف إشارة إلى النقاط المصطلحة التي هي أقسام الخطوط المصطلحة. وتعلم اعدادها بالأرقام في نهاية المقياس مبتدئا من الخط الثاني من المتوازية طولا في الطرف الذى لم يتواصل الخطين العرضيين. وتكتب في الخط الثاني العدد الأول وفي الخط الثالث العدد الثاني وفي الرابع الثالث وهكذا إلى ان تكمل الأعداد هذا أي المقياس المشروح. هو أكمل المقياس المخترعة المستعملة عندهم وأشرنا إلى ربع الذراع أو نصف القدم وهو خمسة أصابع. فيهما بالصورة/[٤١٥و] المرسومة في الهامش لعدم وسعة الكاغد لنصف الذراع أو للقدم.

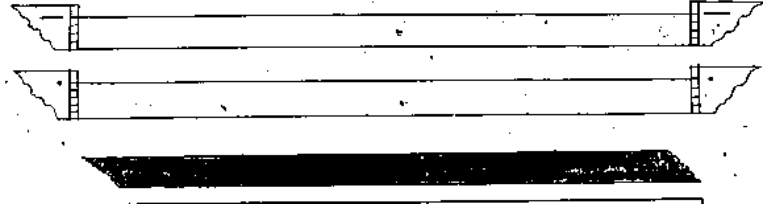


فإذا كانت لك خطوط مستقيمة مثل خطوط **ا ب ج د ه و** وأردت استعلام مقدار طولها، فخذ مقدارها مثلاً مقدار خط **ا ب** بالبركار آلة معروفة و يقال لها فرجار ومدوار ايضاً. وضع أحد رأسيه على الخط الأول العرضي الخالي عن أقسام الخطوط عند **ك** في تقاطع لخطين. والرأس الآخر على الخط الطولي في جهة أقسام الخطوط. كيف ما اتفق ترى أنه وقع الرأس الآخر على العدد الثاني من أعداد الخطوط. فجزم بأن الخط **ا ب** إصبعاً وخطين.

وإذا أخذت مقدار خط **ج د** بالبركار ووضعت على المقياس كما سبق ترى أنه أي الرأس الآخر من البركار لم يقع على عدد كامل منها أي من أعداد الخطوط. فانقل أحد رأسيه أي البركار إلى جهة **ل** على خط **ك ل** خطاً فخطاً من المتوازية الطولية. وجربه أي الرأس الآخر منه إلى ان يقع الرأس الآخر على أحد الخطوط المنحرفة تجده واقعا. أي الرأس الآخر قد وقع على الخط الخامس الطولي عند تقاطع العرضي المنحرف. فانظر إلى ما في نهاية الخط الطولي خارج المقياس من الاعداد تجد العدد الرابع المشير إلى النقاط. فاعلم انّ لخط **ج د** إصبعاً وثلاثة خطوط وأربع نقاط. أي انّ مقدار طول كذا.

وإذا أخذت مقدار خط **ه و** وعملت به على وجه السابق من وضع البركار على المقياس ونقله وتجربه إلى ان يقع الرأس الآخر على أحد المنحرفة وجدت انّ له أي الخط **ه و** إصبعاً و خمسة خطوط و سبع نقاط وعلى هذا القياس سائر الأعمال. والأليق لتدقيق أعمال المساحة ان يقسم كل منحرف من كل خط من الخطوط المتوازية طولاً إلى آخر إلى عشرة أقسام متساوية. ويعلم كل قسم على المنحرف. فتكون أقساماً للنقطة ويقال لها ذرات. وهذه الذرات وان ترى كشي قليل لا عبرة له تكون في السطوح والأجسام الكبيرة بالتربيع والتكعيب شيئاً معتبراً وينبغي ايضاً أي كما نبغى ان يصنع المقياس المذكور على الوجه [٤٤] المشروح ينبغي ان يرسم

مقياس آخر صغير مماثل للمذكور في كل ما ذكرناه فيه على مقوًى او حشب ونحوهما بقدر طول إصبع او أصبعين. وهذا لازم جدًا كما ستعرف انشا الله تعالى.



البركار: هو آلة معروفة ويسمى فركارًا ومدوارًا مركبة من ساقين متساويين مربوط أحد طرفيهما بالآخر يفتح²³³ ساقاه إلى ما يرد و يقتضى و يضم كذلك. ويلزم ان يكون رأسا ساقيه أي ساقى البركار رقيقا اشد الرقة مثل شعرة لتدقيق العمل به. والأولى ان يكون متعددًا وواحد منها على أحد رأسيه قلم الجدول لرسم الدوائر والقسى به.

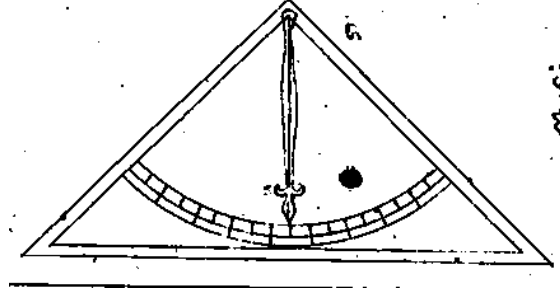
المسطرة: هي لوحة من حشب، صلب او من حديد او نحاس مستقيمة مستوية الطرفين. طولها مقدار نصف ذراع او أكثر وعرضها قدر إصبع او أقل. وهي لرسم الخطوط المستقيمة هكذا. وينبغي ان تكون المسطرة متعدّدة ويكون في بعضها هدفان موضوعتان على طرفيها. أي نهايتى المسطرة متحركتان بحيث يمكن رفعهما عند الرصد اما بثقبين. فحينئذ يلزم ان يكون طرفا الهدفتين خارجين عن المسطرة والثقبان محاذيين لطرف لمسطرة او بلا ثقاب فحينئذ يكون طرفاهما محازيين لطرف المسطرة وربما تكونان بفرجتين بدل الثقبين. والعمل بها سيذكر في محله، وصورتها هكذا.

مسطرة الموازاة: هي آلة مركبة من مسطرتين مستقيمتين موازيتي الجانبين متحركتين مرابطتين أي أحديهما مربوطة بالأخرى في محلّين على وجه الانحراف متوازييتين أي أحديهما متوازية للأخرى **تتفارقان** أي لربطهما

²³³يفتح

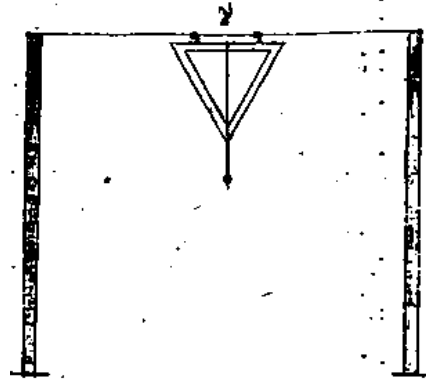
A diagram showing a horizontal beam with two diagonal bracing members. The beam is supported by a vertical member in the center. The bracing members are attached to the beam at two points, one on each side of the center. The beam is labeled 'Beam' in the center.

362



لو رسم عليها أي على مشكلها من الزاوية القائمة فيها قوس في جهة القاعدة أي وتر القائمة قريباً منها بين الساقين. فيكون ذلك القوس ربع دائرة. وقسم أي القوس المرسوم تسعين جزءاً متساوياً يعلم به أي بذلك القوس موازاة السطوح للأفق إذا وقع الخيط المعلق على الزاوية القائمة على خمس وأربعين درجة منه، وانحرافها أي يعلم انحراف السطوح عن الأفق إذا قطع الخيط أكثر أو أقل من خمس وأربعين درجة. من درجاته متعلق يعلم أي من درجات القوس المقطوعة بالخيط كما سبق ومنها أي من فوائدها امتحان الزوايا القائمة والاعمدة بها أي بالكونيا المذكورة، صورتها هكذا.

الكونيا الهوائية: هي عين الكونيا المذكورة وأكثرها من المتساوي الساقين قاعدته أقصر من كل ساقيه. إلا أنها تؤكد على قاعدتها أي قاعدة الكونيا الهوائية حلقتان منفصلتان ليتمكن تعليقها على الخيط ومثله، خارجتين عنها أي عن جانب قاعدتها متحاذيتين متساويتين لتكونا موازيتين للقاعدة. فيعلق الخيط أي إذا كانت الكونيا على الهيئة المذكورة يعلق الخيط في منتصف القاعدة لا في متواصل الساقين كما فعل بالكونيا السابقة. وهذه أي الكونيا الهوائية لتسوية القوائم كان البيت ونحوها وتسويتها هو جعل الخط الموهوم المار بنقاط مفروضة في الأشياء التي يراد تسويتها [١٦و] موازياً للأفق. فإذا يمدّ خيط من أحد القوائم إلى الأخرى وتعلق الكونيا من الحلقتين اللتين في قاعدتها على منتصف الخيط الموضوع على القوائم يعلم الموازاة أي موازاة القوائم بقطع الخيط المعلق في منتصف القاعدة نقطة تواصل الساقين أي بانطباقه عليها. فالخيط الموضوع على القوائم يكون موازياً للأفق، وصورتها هكذا.



والأولى عندي أي عند ظنّي ان تجعل الهوائية على شكل نصف دائرة وتعلّق الحلقتان على وترها أي على طرفها الظاهر الذي يشبه الوتر. وان يقسم نصف الدائرة الى ربعين بوضع خطّ مستقيم من منتصف الوتر الى منتصف نصف الدائرة وان يقسم كل من الربعين الى تسعين جزءًا متساويًا من منتصف نصف الدائرة أي مبتدئًا بأعداد اجزائهما من المحيط الواقع على منتصف نصف الدائرة إلى الزاويتين أي الى نقطة تواصل الوتر والقوس في الجهتين. فهي أي الكونيا الهوائية المصنوعة على شكل نصف الدائرة انصب وأكمل للعمل المذكور كما لا يخفى وصورتها هكذا.

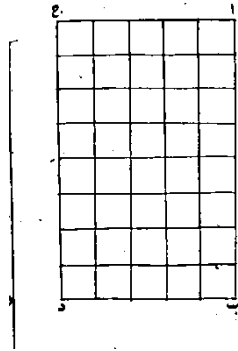
المنقلة: هي آلة مصنوعة من نحاس رقيق على شكل نصف الدائرة، محيطها منقسم الى مائة وثمانين درجة متساوية. تكتب اعدادها طردًا وعكسًا من زاوية الى أخرى. ولو أمكن تقسيم كل درجة الى نصفين او الى أربعة أقسام يكون أولى. وتوضع في منتصف الوتر أي وتر نصف الدائرة علامة الوسط، وهو المركز أي النقطة التي رسم منها نصف الدائرة. وهي أي المنقلة لاستعلام مقدار الزوايا أي مقدار كل زاوية من الزوايا المجهولة. وأما تسميتها بالمنقلة أتم هو لكثرة استعمالها في نقل الزوايا من موضع الى آخر. وطريق العمل بها سيبين في محله انشا الله تعالى. ومن عادتهم أي عادة المهندسين ان يرسموا عن جانب الوتر أي وتر نصف الدائرة في المنقلة مقاييس صغيرة مفردة. أي من خطّ او خطّين لأمن أحد عشر خطًا كما في المذكور قبل لعدم وسعة المحلّ محتلة أطوالها بعضها مقدار إصبع ونصف وبعضها قدر أصبعين وبعضها مقدار ثلاثة أصابع. وان يجعلوا كلا منها أي المقاييس المذكورة عشرة أقسام / [١٦ ظ] كبار متساوية وقسمًا واحدًا منها أي من كبارها عشرة أقسام صغار متساوية ايضًا. وهذه المقياس محتاجة اليها في وضع الأشكال وجعل شكل مماثلًا او مساويًا للآخر وغير ذلك. وفي كون هذه المقاييس متعدّدة كثيرة لا حاجة الى ان رسم كل واحد منها منفردًا على قرطاس في كتابك، بل يكفيك ان ترسمها على الآلات المذكورة. مثلاً على المنقلة كما مرّ وعلى المثلاث المجسم القائم الزاوية المجسمة فيكون ثبوتها مديدًا وحملها وإحضارها يسيرًا. وأما المسطرة التي لتخطيط الخطوط فالأولى والأنسب ان يرسم عليها مقياس القدم وهي نصف ذراع على الوجه المشروح والهيئة المصوّرة قبل.

الفصل السابع:

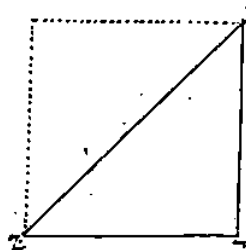
في معرفة مساحة الدوائر وخواصّها ونسبة بعضها الى بعض لما كانت معرفة مساحة الأشكال محتاجة الى ذكر مقدّمة اشير اليها بقول؛ اعلم انّ مساحة الاشكال واستعلام مقدارها دائرة كانت او غيرها من الأشكال المذكورة

كالمثلث والمربع وغيرهما إنما هي أي مساحة الأشكال بالتربيع أي جعل شيء مربعًا. وهو أي التربيع ان تجعل أجزاؤها أي كل جزء من أجزاء الشكل مربعًا تامًا اذراعًا كانت الأجزاء أو أصابع. ويسمى كل جزء منها به أي بالمربع. فان كانت الأجزاء اذراعًا تسمى اذرعًا مربعةً وان كانت أصابع فأصابع مربعة الى غير ذلك. من أجزاء المقياس والأسهل له أي التربيع هو المربع التام لتساوى أضلاعه الأربعة. فيضرب مقدار أجزاء أحد أضلاعه في نفسه لما مرَّ أنَّ أضلاعه الأربعة متساوية فالحاصل من الضرب هو مقدار سطحه أي سطح المربع التام.

مثلا لو كان ضلع ا ب من مربع ا ب ج د التام خمس اذراع وضربناه أي مقداره وهو خمس أذرع في نفسه أي في الخمسة حصلت من ضرب خمسة في خمسة خمس وعشرون ذراعًا. فهي أي الخمس والعشرون ذراعًا مقدار سطح مربع ا ب ج د التام. وإذا يربع أي المربع التام المذكور بالخطوط بان توضع خطوط مستقيمة من كل جذاء [١٧و] من أجزاء ضلع الى مقابله من الطرفين يحصل فيه أي في المربع خمسة وعشرون مربعًا تامًا كل منها ذراع مربعة هكذا. وفي المربع المستطيل يضرب مقدار أجزاء أحد الضلعين المتساويين في أحد المتساويين الآخرين لعدم تساوى الاضلاع الأربعة.



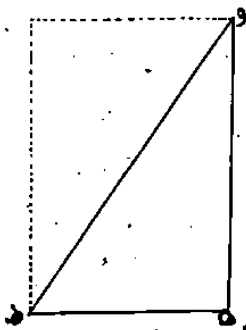
مثلا لو كان مقدار ضلع ا ج من مستطيل ا ب ج د وهو أحد الضلعين الصغيرين المتساويين خمس اذراع وضلع ج د وهو أحد الضلعين الكبيرين المتساويين ثمانى اذراع. وضربنا الخمسة أي مقدار ضلع ا ج في الثمانية أي في مقدار ضلع ج د حصل من ضرب الخمسة في الثمانية أربعون ذراعًا مربعة لمقدار ذلك المربع المستطيل.



وامتحانه بتربيعة بالخطوط كما مرَّ هكذا. وأما في المثلث فالتربيع في القائم الزاوية سواء كان متساوي الساقين او مختلف الاضلاع ان يجعل أحد الضلعين المتواصلين في القائمة ضلعًا أساسيًا أي قاعدة سمّوه أساسيًا لكونه

كالأساس الضلعين الآخرين القائمين عليه. وان يجعل الآخر أي اخر المتواصلين عند القائمة العمود عليه أي على أساسي قدا له أي لذلك المثلث. ثم يضرب مقدار قدّه في مقدار ضلعه الأساسي أي في قاعدته. فما حصل من الضرب فهو مقدار مربّع حصل من تضعيف المثلث. يضرب جميع أجزاء قدّه في جميع أجزاء قاعدته. كأنّه رسم خطّ مستقيم من نهاية القدّ موازيًا للضلع الأساسي وخط اخر مستقيم من نهاية الأساسي موازيًا مساويًا للقدّ. فيحصل مربّع فيه مثلثان متماثلان متساويان كل منهما نصف ذلك المربّع. فان كان المثلث الذي ضرب قدّه في قاعدته متساوية الساقين فالمربّع الحاصل على الوجه المشروح تامّ، أي أضلاعه الأربعة متساوية وكل من المثلثين الواقعين في المربّع متساوي الساقين قائم الزاوية. وان كان المثلث المضروب قدّه في قاعدته مختلف الاضلاع فالمربّع الحاصل مستطيل والمثلثان فيه مختلف الاضلاع، أي كل واحد منها مختلف الاضلاع قائم الزاوية. فإذا ينصف الحاصل من الضرب أي من ضرب جميع قدّه في جميع ضلعه الأساسي كان نصفه أي نصف حاصل الضرب مقدارًا للمثلث المطلوب مقداره بالتربيع.

مثلا لو كان [١٧ظ] ضلع ا ب الذي فرضناه قدّ المثلث ا ب ج المتساوي الساقين قائم الزاوية من خمس اذراع وضلع ب ج الذي فرضناه قاعدة للمثلث المذكور ايضًا من خمس اذراع لتساوى الساقين. وضربنا قدّه أي خمس اذراع في قاعده أي في خمس اذراع يحصل من الضرب خمس وعشرون ذراعًا للمربّع الفرضي. وهو أي الحاصل ضعف المثلث فإذا نصّفناه أي الحاصل وهو خمس وعشرون ذراعًا كان نصفه مقدار المثلث المطلوب. وهو أي نصف الحاصل اثني عشرة ذراعًا ونصف ذراع هكذا.

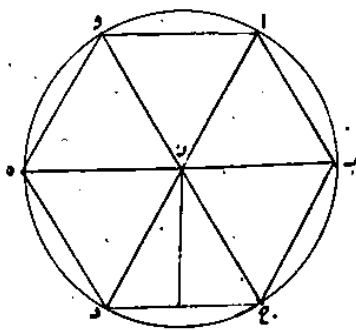


وإذا كان ضلع د ه المفروض بالقاعدة من مثلث د ه و المختلف الاضلاع القائم الزاوية خمس أذرع. وضلع ه و المفروض بالقدّ ثمانى اذراع. وضربنا الخمسة في الثمانية يحصل أربعون ذراعًا للمربّع المستطيل المفروض. ثم إذا نصّفنا الأربعين كان نصفه وهو عشرون ذراعًا، مقدار المثلث المطلوب مقداره هكذا.

وله طريق آخر أسهل من المذكور، وهو ان يضرب كل القدّ في نصف القاعدة او يضرب كل القاعدة في نصف القدّ. فالحاصل من الضرب فيهما هو مقدار المثلث كما في المثال الثاني إذا ضربنا كل قاعدة وهو خمسة في نصف القدّ وهو أربعة حصل عشرون ذراعًا لمقدار المثلث. وأما في غيره أي في المثلث الغير القائم الزاوية يفرض الضلع المناسب أساسيًا أي قاعدة. فالمناسب في بواقي المتساوي الساقين ان يجعل الضلع الواصل الى الضلعين المتساويين قاعدة. وفي المختلف الاضلاع حادّ الزوايا وفي المختلف الاضلاع منفرج الزاوية ان يجعل

الضلع الأطول قاعدة. وفي المتساوي الاضلاع يصلح كل ضلع للقاعدة. ثم يخرج من الزاوية المقابلة لها أي للقاعدة خط عمود عليها أي على القاعدة فذلك العمود. هو قَدَ المثلث قد قطعه أي المثلث قطعتين كل واحدة منهما أي من القطعتين مثلث قائم الزاوية لما مرَّ أن العمود إذا وقع على خطٍ مستقيم حدث عن جانبيه زاويتان قائمتان. ثم يضرب القَدَّ في نصفها أي نصف القاعدة او يضرب نصف القَدَّ في كل القاعدة يحصل مقدار المثلث بلا تنصيف / [١٨و] الحاصل. في الوجهين الآخرين وبالتنصيف في الوجه الأول كما مرَّ آنفاً وسيجئ التفصيل في محله.

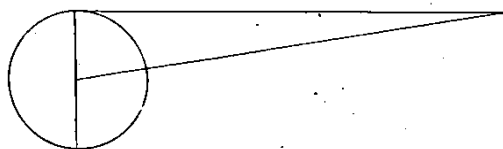
وأما الأشكال الكثيرة الاضلاع وهي التي لها أكثر من أربعة أضلاع المنتظمة التي أضلاعها وزواياها متساوية لإمكان رسم دائرة عليها أي لما يمكن ان ترسم على كل واحد من الأشكال الكثيرة الاضلاع المنتظمة دائرة يمرَّ محيطنا بنقطة كل متواصلين. وإخراج أي لإمكان إخراج خطوط مستقيمة من مركزها أي من مركز الدائرة المرسومة الى كل زاوية منها أي من الخطوط المخرجة من المركز الى الزوايا فيها أي في تلك الأشكال مثلثات متساوية الضلعين او مساوية الاضلاع قواعدا على المحيط. فيكون التربيع جملةً يكون جواب ما قبله. وهو أما الأشكال فيها أي في الأشكال الكثيرة الاضلاع المنتظمة بان يخرج من الزاوية التي عند المركز من أحد المثلثات الحادثة من الخطوط المخرجة فيها أي في تلك الأشكال خط عمود على قاعدته أي قاعدة المثلث الحادث. ويفرض العمود قَدًا له أي للمثلث. ويضرب مقدار قَدَّه في مقدار نصف قاعدته، ثم يضرب الحاصل من الضرب في عدد المثلثات الحادثة فيها أي في تلك الأشكال الكثيرة الاضلاع. فالحاصل من الضرب الثاني هو مقدار الأشكال الكثيرة الاضلاع. والأصل فيه أي في تربيع الأشكال الكثيرة الاضلاع المنتظمة ان يفرض العمود المذكور قَدًا والمحيط أي محيط الشكل خطًا أساسيًا أي قاعدة المثلث الموهوم منهما ومن خط ثالث يوتر عليها. ثم يضرب مقدار القَدَّ في مقدار نصف القاعدة. فالحاصل من الضرب هو مقدار الشكل أي مقدار سطح الشكل الكثيرة الاضلاع المفروض بمثلث مختلف الاضلاع قائم الزاوية.



مثلا لو كان لنا شكل مسدس منتظم كشكل ا ب ج د هـ و ونخرج من مركز ز أي مركز الدائرة المرسومة عليه خطوطاً مستقيمة الى كل زاوية من زواياه. ونخرج من زاوية ز من مثلث ج ز د وهو أحد المثلثات الستة الحادثة في الشكل خطاً عموداً على قاعدة ج د، وهو الضلع الخارج / [١٨ظ] من مثلث ج ز د الحادث واحد الاضلاع الستة المحيطة بالمسدس. ونفرض له أي للعمود الكائن قَدًا ثمانية أصابع، وللقاعدة عشرة أصابع. ثم نضرب مقدار القَدَّ وهو ثمانية في نصف القاعدة وهو خمسة يحصل أربعون أصبعًا. وهو مقدار سطح مثلث واحد من

السَّتَّةُ الحادثة في المسدّس. ونضرب الأربعين في عدد المثلثات الحادثة في المسدّس وهو ستّة يحصل مائتان وأربعون أصبغاً مربّعاً لمقدار سطح الشكل المسدّس.

او نفرض العمود قدّاً على وجه الأصل المذكور من ثمانية أصابع. ونفرض محيط الشّكل المسدّس خطّاً أساسيّاً أي قاعدةً له مقدار ستّ قواعد المثلثات الحادثة في الشّكل. وهو ستون أصبغاً وهو الحاصل من ضرب الستّة في العشرة. ونضرب مقدار القدّ أي الثمانية في مقدار نصف القاعدة اعنى في الثلاثين. يحصل من الضرب مائتان وأربعون إصبغاً مربّعاً للمثلث المفروض من القدّ والقاعدة ومن خطّ ثالث موتر لهما المفهوم منذ الشّكل المسدّس هكذا. وكذا القياس في كل شكل كثير الاضلاع يمكن رسمه في داخل دائرة وهذا الأصل المذكور.



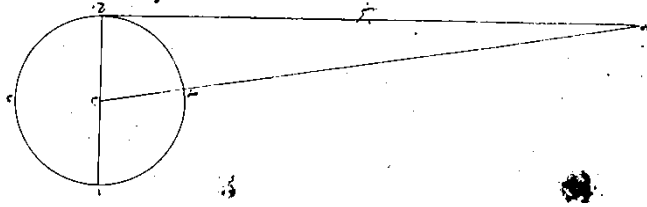
بان يفرض من العمود في الشّكل الكثير الاضلاع المنتظمة ومحيطه وخطّ ثالث مثلث مختلف الاضلاع قائم الزاوية ليتمكن تربيعه، هو المراد لمساحة الدائرة أي ليتمكن هذا الأصل قاعدةً لتربيع الدائرة. ولهذا كان ما ذكر الى هنا كمقدمة لما سيذكر في هذا الفصل. فنقول انّ مقدار الدائرة أي مقدار سطحها تربيعاً أي بحساب التّربيع مساوٍ لمثلث مختلف الاضلاع قائم الزاوية أي لمقداره المربّع قدّه نصف قطرها أي نصف قطر الدائرة وقاعدته أي قاعدة المثلث محيطها هكذا. او مقدارها مساوٍ لمستطيل قدّه نصف قطرها أي نصف قطر الدائرة فيكون أحد الضلعين المتساويين وقاعدته أي قاعدة المستطيل نصف محيطها فيكون أحد الضلعين المتساويين الكبيرين هكذا. وذلك لأنّ الدائرة كشكل من الأشكال الكثيرة الاضلاع لها أي للدائرة أضلاع غير متناهية. فيمكن اعتبار محيطها أي محيط الدائرة مقداراً لمجموع أضلاعها المفروضة [١٩و] فيها ونصف قطرها أي يمكن اعتبار نصف قطرها عموداً كما سبق. فإذا ضربنا نصف قطرها في نصف محيطها يحصل من الضرب مقدار سطح الدائرة تربيعاً. ولكن لم يوجد الى هذا الآن خطّ مستقيم يكون مساوياً لمحيط الدائرة مساوياً تامّة. لانحنائه ليصحّ جعله أي ذلك المستقيم خطّاً أساسيّاً أي قاعدة لمثلث قدّه نصف قطرها فيستخرج بالضرب مقدار سطحها مربّعاً.

ويمكن النّسبة بين قطرها ومحيطها. فتوضع قاعدة كلية لاستخراجه أي لاستخراج المحيط المجهول بالقطر المعلوم او القطر المجهول بالمحيط المعلوم. والمتقدّمون من الهندسين تكلفوا فيه أي في طلب واستخراج خطّ

مستقيم مساوٍ لمحيط دائرة ليتمكن تلك النسبة والأقرب الصواب ما وجده ارحميدس، بفتح الهمة وسكون الراء وكسر الحاء المهملة والميم وفتح الدال، اسم حكيم مهندس من مقدّمى الطائفة الرومانية. بأنّ نسبة قطر الدائرة الى محيطها كنسبة سبعة الى اثنين وعشرين او كواحد الى ثلاثة وسبع. اعنى انّ قطر دائرة إذا كان واحد فمحيطها مقدار ثلاثة أقطار وسبع قطر. وقال بعض المتأخرين أنّها أي النسبة بين قطر دائرة ومحيطها كنسبة مائة الى ثلثمائة وأربعة عشر، أي إذا كان قطر دائرة مائة جزء فمحيطها ثلثمائة وأربعة عشر جزءاً. فيمكن ان يكون كلا القولين أي قول ارحميدس من المتقدمين بأنّ نسبة بين قطر دائرة ومحيطها كنسبة سبعة الى اثنين وعشرين او قول بعض المتأخرين بان النسبة بينهما كنسبة مائة الى ثلثمائة وأربعة عشر. قاعدة كلية لنسبة كل الدائرة الى محيطها ولاستخراج مقدارهما المجهولين ولتربيه سطحها.

مثلاً لو كانت لنا دائرة ونعلم انّ قطرها أي قطر تلك الدائرة ثمان وعشرين قدماً، وتريد استعمال مقدار محيطها فترجع الى قاعدة المتناسبة الأربعة المسماة بالقاعدة المثلثة عند مهندسي النصارى سميت بها لكونها مرتبة من ثلاثة أوضاع معلومة لاستخراج الزايع المجهول. بان نقول إذا حصل لنا من قطر دائرة [١٩ظ] مقداره سبعة أجزاء، هذا هو المعلوم الأول، اثنان وعشرون جزءاً هذا هو المعلوم الثاني. فما حصل من ثمانية وعشرين وهذا هو المعلوم الثالث بالأقدام لقطر دائرة أخرى لمحيطها أي المحيط الدائرة الأخرى. فنضرب أحد المعلومين في الآخر أي المعلوم الثاني في الثالث اعنى اثنين وعشرين في ثمانية وعشرين. فحصل ستّمائة وستّة عشر. ثمّ نقسم هذا الحاصل وهو ستّمائة وستّة عشر على المعلوم الأول وهو سبعة كان خارج قسمته أي قسمة الستّمائة والستّة عشر على السبعة ثمانية وثمانين. فنحكم بأنّ مقدار محيط تلك الدائرة التي قطرها ثمان وعشرين قدماً ثمان وثمانون قدماً.

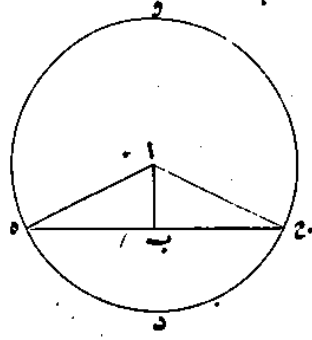
وكذا الحكم إذا كانت لنا دائرة ونعلم انّ لمحيطها أي لمحيط تلك الدائرة ستّاً وستّين قدماً وتريد استعمال قطرها أي كم قدماً له. نقول على وجه القاعدة المثلثة اعنى الأربعة المتناسبة إذا حصل لنا من محيط دائرة هو أي ذلك المحيط اثنان وعشرون جزءاً وهو المعلوم الأول في هذا المثال. قطرها فاعل حصل من سبعة أجزاء وهو المعلوم الثاني. فما حصل من محيط دائرة أخرى مقداره ستّ وستّون قدماً وهو المعلوم الثالث. لقطرها أي لقطر تلك الدائرة فنضرب أحد المعلومين الآخرين في الآخر، أي السبعة في الستّة والستّين حصل اربعمائة واثنان وستّون. ثمّ نقسم الحاصل أي الأربعمائة والاثنين وستّين على المعلوم الأول وهو اثنان وعشرون. كان خارج القسمة أحد وعشرون. فنحكم بأنّ لقطر الدائرة التي محيطها ستّ وستّون قدماً احدى وعشرين قدماً. فس على هذا سائر الأعمال فإذا عرفت هذا أي أنّ نسبة قطر الدائرة الى محيطها كنسبة سبعة الى اثنين وعشرين واستخرجت بها أي بالقاعدة المذكورة قطرًا مجهولاً او محيطًا مجهولاً لدائرة.



ثم أردت تربيعها أي استعلام مقدار سطحها بالتربيع تجعل نصف قطرها قدًا ومحيطها قاعدة لمثلث مفروض مختلف الاضلاع قائم الزاوية وتكمل العمل كما مرّ بيانه. مثلاً إذا علمت بالقاعدة المذكورة أنّ قطر دائرة ا ب ج د أربع عشرة ذراعًا / [٢٠] ومحيطها اربع و أربعون ذراعًا، و أردت تربيعها أي استعلام مقدار سطحها بالتربيع. فاضرب نصف قطرها بعد ما فرضته قدًا ومحيطها قاعدة لمثلث مفروض. وهو أي نصف القطر سبع اذراع في نصف محيطها أي نصف القاعدة وهو اثنان وعشرون ذراعًا. يحصل لك من الضرب مائة و اربع و خمسون ذراعًا مربّعه لمقدار سطح الدائرة هكذا. وقس على هذا سائرها.

لما بين طريق استعلام مقدار الدائرة بالتربيع شرع في ذكر بعض أحوالها وخواصّها بقول أوتار القسيّ المتساوية الواقعة في دائرة او في دوائر متساوية ايضًا لتساوى قسيّها. وإذا كانت الاوتار متساوية فقسيّها ايضًا متساوية. لا تحتاج هاتان القضيتان الى بيان لآتهما من المتعارفة. ويعلم من ذلك أي مما ذكر من تساوى الاوتار لتساوى قسيّها او على العكس انّ أوتار القسيّ الكبيرة الواقعة في دائرة او في دوائر متساوية أكبر من أوتار القسيّ الصّغيرة الواقعة فيها. وإذا كانت الاوتار الواقعة في دائرة او²³⁴ دوائر متساوية أكبر او اصغر كانت القسيّ ايضًا أي كأوتارها أكبر او أصغر. ولا محتاج هاتان القضيتان ايضًا الى بيان لتصدّرهما من المتعارفة بلا واسطة.

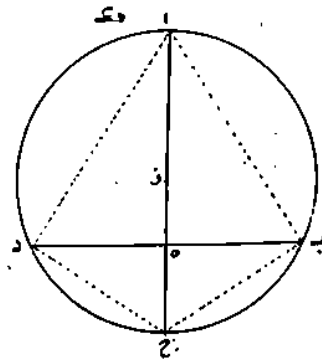
²³⁴ katar في



إذا اخرج من مركز دائرة خط عمود على وتر قوس فيها، أي موجود في تلك الدائرة كبيراً كان أو صغيراً، ينصف الوتر. أي ينصف العمود ذلك الوتر نصفين متساويين مثل عمود ا ب المخرج من مركز دائرة ج د هـ و الواقع على وتر ج هـ. فإنه أي العمود يقسمه أي الوتر قسمين متساويين.

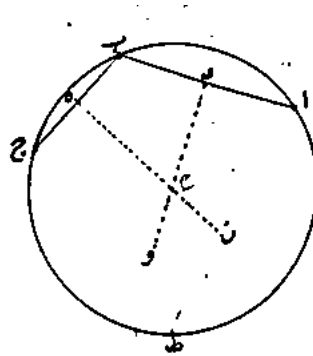
فلامتحان أي امتحان انّ الوتر منقسم قسمين متساويين بالعمود الخارج من المركز، نخرج من مركز ا خطين أي نصف قطر الى نهاية الوتر. فتري انّ من جانبي العمود قد حدثا مثلثان متماثلان متساويان كل منهما مختلف الاضلاع قائم الزاوية. وذلك أي تساوى المثلثين الحادثين انّ زاويتي ا ج ب و ا هـ ب المتقابلتين متساويتان و زاويتي ج ا ب و هـ ا ب المتقاربتين متساويتان. وان ضلع ا ب مساو لنفسه لاشتراكه بين [٢٠ ظ] المثلثين. وضلع ا ج مساو لضلع ا هـ فضلع ج ب وهو نصف الوتر مساو لضلع هـ ب. وهو نصف الوتر الآخر بالضرورة هكذا.

ومنها أي ومن المذكور ظهر انّ كل نصف قطر قسم الوتر قسمين متساويين يكون عموداً عليه أي على الوتر. وظهر منه ايضاً انّ خطاً واقعا في دائرة إذا قسم وتراً من الاوتار الواقعة على قسّى الدوائر عموداً أي إذا قسمه عموداً يمرّ أي وجب ان يمرّ ذلك الخط القاسم للوتر بمركز الدائرة، مثل خط ا ج الواقع في دائرة ا ب ج د القاسم لوتر ب د قسمين أي نصفين متساويين عموداً أي على وجه العمود قد مرّ بمركز ز لدائرة ا ب ج د.



فلامتحان نرسم خطوط ا ب ا د ج ب ج د، فلوقوع خط ا ج عموداً على وتر ب د تكون زاويتا د هـ ج ب هـ ج متساويتين قائمتين. وضلع هـ ج المشترك مساو لنفسه، وضلع د هـ مساو لضلع ب هـ، فضلع ب ج مساو لضلع د

ج. وكذا تكون زاويتا $\angle \text{هـ ا ب}$ و $\angle \text{هـ د ا}$ متساويتين قائمتين. وضلع ا هـ المشترك مساو لنفسه. وضلعا ب هـ د هـ المشتركان متساويان، فضلعا ا ب و ا د ايضاً متساويان. فجميع الخطوط الواقعة في الدائرة أوتار. فكل من خطي ب ج د ج وتر لنصف قوس ب ج د فقوساهما متساويان. وكل من خطي ا ب و ا د وتر لنصف قوس ب ا د فقوساهما متساويان ايضاً. وهذه القسي الأربعة مجموع محيط الدائرة. وأما خط ب د المقسوم قسمين متساويين مشترك بين كونه وتر القوس ب ج د وقوس ب ا د وقوساه مجموع الدائرة. وكذا خط ا ج مشترك في كونه وتر النصفى دائرة ا ب ج د ا فيكون قطرًا لها. ولذا وجب ان يمر مركزها هكذا وهذا ما أردناه.

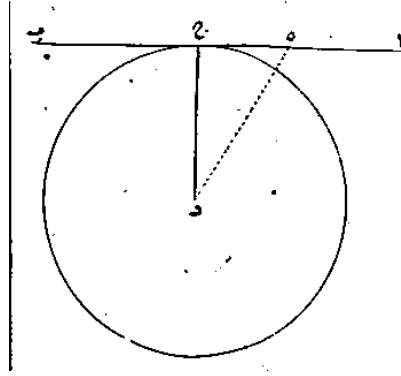


ولنا ان نرسم دائرة على ثلاث نقاط يمر محيطها بثلاث نقاط غير متحاذية في خط مستقيم مثل نقاط ا ب ج الغير المتحاذية. وذلك أي رسم الدائرة المذكورة ان نوصل نقطة ا الى ب و ب الى ج بخطين مستقيمين. وننصف كلا من الخطين أي خطي ا ب و ب ج نصفين متساويين ثم نخرج من منتصف د هـ الى الداخل عمودي د و هـ ز المتقاطعين عند ح . فنقطة ح أي نقطة تقاطع [و ٢١] العمودين هي مركز الدائرة التي تريد رسمها على النقاط الثلاثة المحدودة. فنرسم ببعد ح ا او ح ب او ح ج لكونها على بعد واحد عن التقاطع دائرة ا ب ج ط المارة بتلك النقاط.

وبرهان ذلك ان خطي ا ب و ب ج وتر ان أي وتران مفروضان لقوسي دائرة يراد رسمها عليهما. وقد مر في المسئلة السابقة ان خطاً إذا اقسام وترًا عمودًا قسمين متساويين يمر الخط القاسم الموتر بمركز الدائرة. فعمود د هـ الذي قسم وتر ا ب قسمين متساويين يمر بالمركز الغير المتعين، وعمود ز هـ الذي قسم وتر ب ج ايضاً قسمين متساويين لما يمر ايضاً بالمركز. يتعين المركز بتقاطعها أي بتقاطع العمودين عند نقطة ح هكذا.

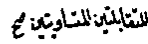
وإذا كانت أي وجدت لنا دائرة ومركزها مجهول يمكن لنا استعلامه أي المركز المجهول بالقاعدة المذكورة. اعنى لو فرضنا على محيطها ثلاث نقاط متفرقة وعملنا بها على الوجه المشروح وجدنا المركز المجهول بتقاطعه العمودين. ويمكن لنا ايضاً أي كما يمكن لنا رسم دائرة على نقاط متفرقة غير متحاذية. يمكن لنا رسم دائرة على كل مثلث من المثلثات يمر محيطها أي محيط تلك الدائرة بزواياه أي زوايا ذلك المثلث. إذا اخرجنا من منتصف ضلعيه أي من كل منتصف ضلعيه عمودًا ونرسم من تقاطع العمودين ببعد أي ببعد تقاطعهما عن احدى زواياه أي زوايا المثلث دائرة. فيمر محيطها على زواياه الثلاثة لما مر.

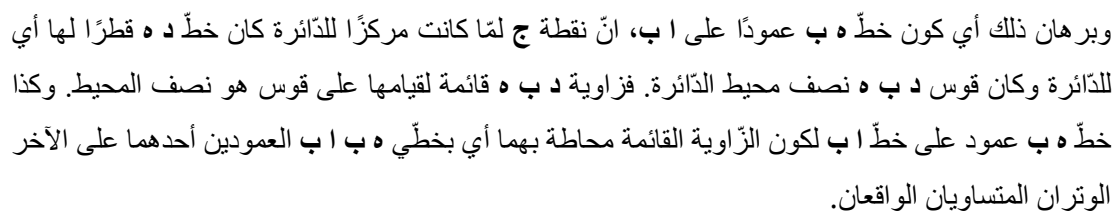
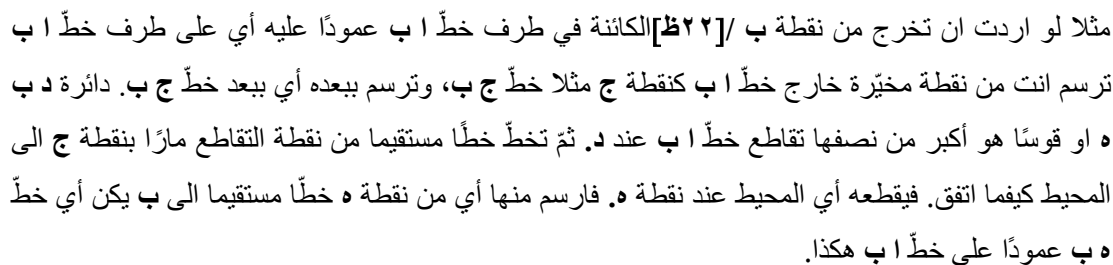
وإذا خرجنا من مركز دائرة خطاً مستقيماً على خطٍ مستقيم آخر يمسّها أي محيط الدائرة منتهياً عند نقطة المماسّ أي يماس الخطّ الثاني محيط الدائرة عندها يكون الخطّ الخارج من المركز عموداً على الخطّ المماسّ، مثل ما إذا خرجنا من مركز د خطاً مستقيماً الى نقطه ج التي يمس عندها خطّ ا ب الخارج عن الدائرة محيط الدائرة يكون خطّ د ج المخرج من المركز عموداً على خطّ ا ب المماسّ بمحيط الدائرة. وذلك لأنّه أي ذلك العمود أقصر الخطوط التي يمكن إخراجها من المركز الى خطّ ا ب كما مرّ بيانه في المقدّمة. وهو أي الخطّ المماسّ عمود عليه أي على الخطّ المخرج من المركز / [٢١ ظ] ايضاً.



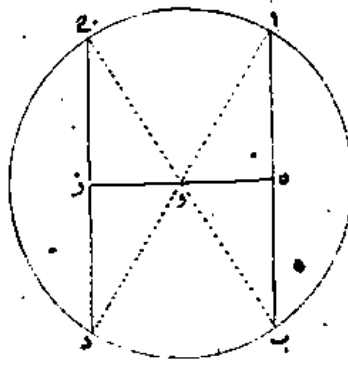
وإذا كان خطّ ماسّ بدائرة مثل خطّ ا ب في الصّورة المذكورة عموداً على منتهى نصف قطر الدائرة مثل خطّ د ج الخارج من مركز الدائرة المنتهى في المحيط عند ج يكون أي الخطّ المماسّ. وهو خطّ ا ب كله واقعا خارج الدائرة. وذلك لأنّه لو رسم خطّ آخر غير نصف القطر من المركز أي من نقطة د الى أيّة نقطة تراد على الخطّ المماسّ أي خطّ ا ب غير منتهى نصف القطر. أي نقطة ج مثلاً نقطة ه لكان ذلك الخطّ أي الخطّ الذي اخرج من مركز د الى نقطة ه في خطّ ا ب عند نهايته أي قريب نقطة ه واقعا خارج محيط الدائرة، لكونه أي خطّ د ه أطول من نصف القطر أي من خطّ د ج الذي ينتهي في المحيط. ولا يجاوزه لما ذكرنا من أنّ العمود أقصر الخطوط. ولأنّ نصف القطر ما يخرج من المركز وينتهي في المحيط. فالخطّ المماسّ أي خطّ ا ب قد وقع كله خارج الدائرة لأنّه يمسّها فقط عند نقطة منها. وهي نقطة ج في منتهى نصف القطر وهذا ما أردناه.

كل زاوية واقعة عند محيط دائرة مقدارها نصف القوس الذي قامت هي عليه والزّاوية الواقعة عند المركز مقدارها ضعف ما لها أي للزّاوية الواقعة عند محيط الدائرة. إذا قامت أي الزّاوية الواقعة عند المركز على قوسها أي على قوس الزّاوية عند المحيط مثل زاوية ا ب ج الواقعة عند نقطة ب من محيط دائرة ا ب ج ه القائمة على قوس ا ج. وزاوية ا د ج الواقعة عند مركز د القائمة على قوس ا ج ايضاً. فلزاوية ا ب ج نصف القوس الذي لزاوية ا د ج.

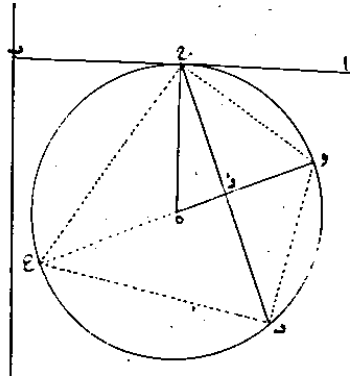




في دائرة سواء كانت الدائرة كبيرة أو صغيرة وكذا الوتران يكونان على بعد واحد من المركز وإذا كانا أي الوتران الموجودان في دائرة على بعد واحد من المركز فهما متساويان. فليكن لبيانها وتر AB ج د الواقعان في دائرة AB ج د متساويين. فهما أي الوتران على بعد واحد من المركز.



فلنرسم لامتحان من منتصف الوترين الى المركز خطى ه و ز، ومن المركز الى احدى نهايتي الوترين خطى ا و ج. و. فخطا ه و ز العمودان على خطى ا ب ج د متساويين، و خطا ا و ج و اذان كان كل واحد منهما نصف قطر متساويين. فبعدهما أي بعد الوترين نصفين / [و ٢٣] متساويين فالمثلثات الأربعة الحادثة كلها متساوية متماثلة، واضلاعها المتماثلة متساوية. ولكون ضلع ا ه من مثلث ا ه و مساويا لضلع ج ز من مثلث ج ز و وكذا لكون ضلع ه ب من مثلث ه ب و مساويا لضلع ز د من مثلث ز د و؛ كان وتر ا ب مساويا لوتر ج د هكذا.



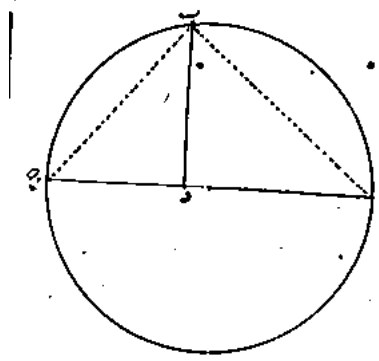
كل زاوية حصلت من خط ماس بدائرة وتر قوس منها أي من تلك الدائرة مقدارها أي مقدار تلك الزاوية نصف القوس الذى يوتره ذلك الوتر. وليكن لبيانها زاوية ا ج د حاصلة من خط ا ب الماس بدائرة ج و د ح و من خط ج د الذى هو وتر قوس ج و د.

فترسم لامتحان أي لامتحان كون نصف قوس ج و د مقدارا الزاوية ا ج د، خط ه ج أي خطا مستقيما من المركز الى نقطة تلاقى خطى ا ب و د ج. فيكون أي خط ه ج عمودا على خط ا ب الماس بالدائرة. ثم نرسم من المركز خط ه و عمودا على خط ج د. فينقسم به أي بخط ه و العمود كل من الوتر والقوس نصفين متساويين. فمن عدم كون زاوية ا ج د زاوية قائمة بدون زاوية ه ج د وعدم كون زاوية ج ه ز زاوية قائمة بدون زاوية ه ج د.

يلزم ان يكون زاوية α د التي مقدارها نصف قوس β د و. فيعلم انّ مقدارهما أي مقدار زاويتي α د β د $\frac{\beta}{2}$ د المتساويتين واحدًا أي مقدار كل منهما نصف قوس β د و. ولو وضع في قطعة β د الأخرى المقابلة لقطعة β د من دائرة β د ح مثلث β د تكون زاوية α د التي في محيط الدائرة مساوية لزاوية α د أيضا. يعني كما انّ مقدار زاوية α د نصف قوس β د وكذلك مقدار زاوية β د ح نصف قوس β د الذي قامت هي عليه.

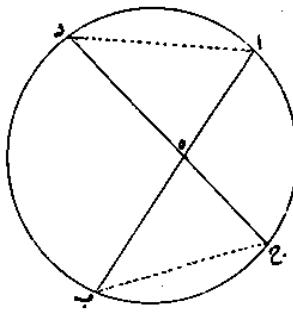
ويمكن امتحان مقدار زاوية β ج د المنفرجة $[\angle 23]$ بالمقارنة لزاوية α ج د الحادة بان يخرج خط $و ه$ القاسم لوتر $ج د$ و قوس $ج و د$ نصفين متساويين مستقيماً الى $ح$. فيكون زاوية β ج د مساويةً لزاوية α ج ه التي مقدارها نصف قوس $ج ح د$ و يكون مقدارهما متساويًا أيضاً. ولزيادة الايضاح نخرج من $ج$ الى $و$ ومنها الى $د$ خطين مستقيمين. فترى انّ مقدار زاوية β ج و د التي كانت في المحيط و ساوت لكل من زاويتي β ج د و α ج ح نصف قوس $ج ح د$ ، و هذا ما أردناه.

فإذا أخرجت من نقطة a الى b خطاً مستقيماً كان ذلك أي خط ab هو الخط المراد الماس لتلك الدائرة عند نقطة b . ولا متحانه أي كون خط a b الخط الماس الصحيح لتلك الدائرة تخرج من مركز e الى التقاطع أي تقاطع نصف الدائرة عند b نصف قطر eb . فيحصل في نصف الدائرة مثلث قائم الزاوية وقوعاً ضرورياً كما أشرنا اليه قبل من أن كل زاوية عند المحيط إذا وقعت في قطعه هي نصف دائرة تكون قائمة. ويكون خط ab الماس عموداً على خط eb وهو من شرطه أي كون الخط الماس عموداً على نصف القطر الذي اخرج من المركز الى نقطة الممسّ مشروط فيه هكذا.

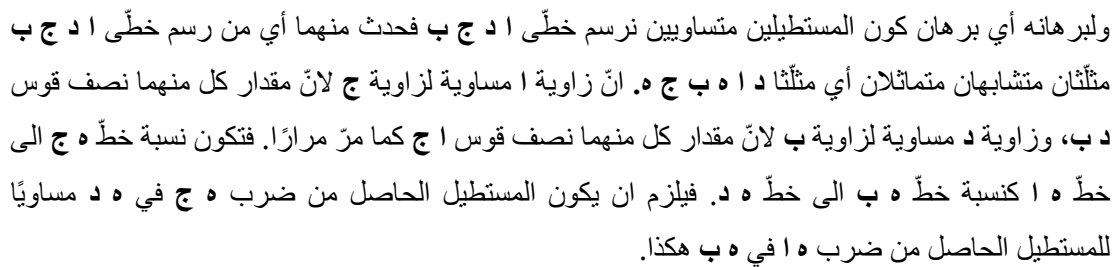


وإذا اخرج من نقطة مخيرة غير المركز في قطر دائرة خط عمود مثل خط $د ب$ العمود على قطر $ا ج$ واصل الى المحيط أي الى نقطة $ب$ من محيط دائرة $ا ب ج هـ$ ، فنقول ان مربع عمود $د ب$ الحاصل من ضرب مقداره في نفسه مساوٍ للمستطيل الحاصل من قطعتي وتر $ا د د ج$. أي من ضرب خطي $ا د$ و $د ج$ الكائنين عن جانبي العمود [و٢٤] مساوياً للمستطيل الحاصل من قطعتي القطر. أنه إذا اخرجنا من العمود خطي $ب ا ب ج$ حصلت لنا عند المحيط زاوية $ا ب ج$ القائمة لما مرّ ان الزاوية الواقعة في نصف دائرة عند المحيط قائمة وقوعاً ضرورياً. فمن قطع العمود أي خط $د ب$ مثلث $ا ب ج$ الذي حصل بسبب خطي $ب ا ب ج$ مثلثين متشابهين متماثلين هما مثلثا $ا د ب ج$ و $د ب ج$ المتشابهان في كون كل منهما مختلف الاضلاع قائم الزاوية، والعمود مشترك بينهما. تكون نسبة $ج د$ الى $د ب$ كنسبة $د ب$ الى $د ا$. فلذلك كان مربع $د ب$ الحاصل من ضربه في نفسه مساوياً للمستطيل من $ا د$ في $د ج$ أي من ضرب احدى قطعتي القطر في الأخرى.

ومن هذا أي من الأصل الموضوع المذكور يلزم ان يكون كل عمود اخرج من اية نقطة القطر غير المركز خطاً متناسباً بين قطعتي القطر الذي هو وتر نصف الدائرة. وهذا أي الامر المذكور ما يسمونه أي المهندسون بخاصة الدائرة.

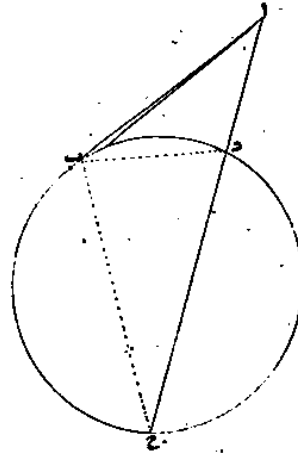


وإذا تقاطعا خطان في داخل دائرة مثل خطي $ا ب ج د$ المتقاطعين في داخل دائرة $ا د ب ج$ عند $هـ$ فنقول ان المستطيل من $د هـ$ في $هـ ج$ أي الحاصل من ضرب احدى قطعتي خط $د ج$ في الأخرى مساوٍ للمستطيل الحاصل من ضرب $ا هـ$ في $هـ ب$ أي قطعتي خط $ا ب$.



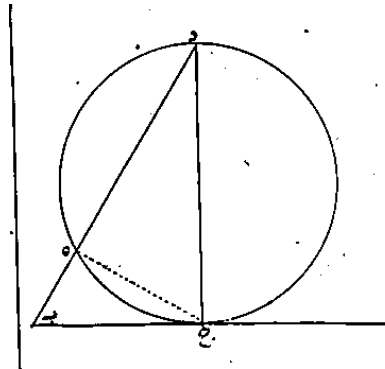
وإذا اخرجنا من نقطة محدودة واقعة خارج دائرة خطّين مستقيمين الى معقر الدائرة مثل خطّي ا ب ا ج المخرجين من نقطة ا/[٢٤] الواقعة خارج الدائرة الى معقر دائرة د ه ج ب، فنقول انّ المستطيل الحاصل من ضرب أحد الخطّين في جزئه الخارج أي المستطيل الحاصل من ضرب مقدار خطّ ا ب الكل في جزئه ا د الخارج مساو للمستطيل الحاصل من ضرب الخطّ الاخر في جزئه الخارج أي للمستطيل الحاصل من ضرب خطّ ا ج الكل في جزئه ا ه الخارج.

380



وإذا اخرجنا من نقطة محدودة مفروضة خارج دائرة خطاً ماساً بالدائرة وخطاً آخر مقاطعاً لها أي الدائرة مثل خطاً $اب$ الماس بدائرة $د ب ج$ عند $ب$ المخرج من نقطة $ا$ الواقعة خارج الدائرة وخطاً $ا ج$ المقاطع الدائرة عند $د$ ، فنقول انّ المربع الحاصل من ضرب خط $اب$ الماس في نفسه مساوٍ للمستطيل الحاصل من ضرب خط $ا ج$ في جزئه $اد$ الخارج من الدائرة.

ولبرهانه أي برهان كون المربع المذكور مساوياً للمستطيل، رسمنا خطي $ب د$ و $ب ج$. فحدث بهما أي بخطي $ب د$ و $ب ج$ مثلثا $ج ب ا$ و $ب ا د$ المتشابهان، لأن زاوية $ا$ مشتركة بينهما أي بين المثلثين ولأن مقدار كل من زاويتي $ا ب د$ و $ب ج د$ المتساويتين نصف قوس $ب د$. فتكون نسبة خط $ا ج$ الى خط $اب$ كنسبة خط $اب$ الى خط $اد$. فيلزم كون المربع الحاصل من ضرب خط $اب$ في نفسه مساوياً للمستطيل الحاصل من ضرب خط $ا ج$ في جزئه $اد$ الخارج من الدائرة هكذا.

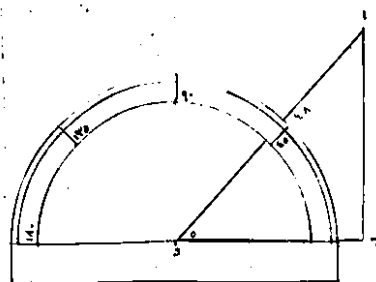


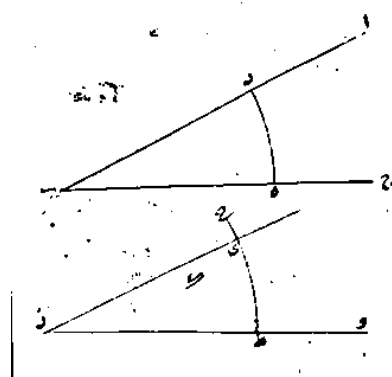
وإذا قام خط ماس بدائرة على $[٢٥و]$ قطر الدائرة عموداً مثل خط $اب$ الماس بدائرة $ج ه د$ و العمود على قطر $ج د$ فنقول إذا اخرجنا من نقطة $د$ أي من منتهى القطر عند المحيط خطاً مستقيماً الى الخط الماس مثل خط $د ب$ المقاطع للدائرة عند نقطة $ه$ انّ مربع قطر $د ج$ الحاصل من ضربه في نفسه مساوٍ للمستطيل الحاصل من ضرب خط $د ب$ في جزئه $ده$ الدّاخل.

من المربع. ومثلث ب ك ي الخارج منه مساو لمثلث ك ل ح منه، لأن زاويتي ح و ي قائمتان و زاويتا ك المتقابلتان متساويتان أيضا. وكذا زاويتا ب و ل المتقابلتان متساويتان لتساوى مقدارهما واضلاعهما المتبادلة كلها متساوية. وإذا اخرجنا ضلع ا ن الى جهة ن وضلع و ط اليها أيضا تواسلا عند ن و، تقاطعا ضلعا ا ن و ط ي عند م فيحصل مثلثان ط م و ل ز م المتساويان الصغيران احدهما داخل في المستطيل والآخر خارج عنه. ولو أبدل الخارج عن الدّاخل كان مثلث ن و د الكبير الخارج عن المربع مساوياً لمثلث ب ا د الكبير الدّاخل فيه، لأن زاويتي ا و و قائمتان و الزاويتان المتقابلتان عند د متساويتان و زاويتا ب و ن المتقابلتان متساويتان أيضا لكون مقدار كل منهما نصف قوس ا و و الاضلاع المتبادلة فيهما كلها متساوية. فمن هذا ظهر انّ المربع والمستطيل متساويان. وإذا نظرنا الى هذا الشكل نجد خطوطا ثلاثة غير خط ا ب تنقسم على النسبة المذكورة مثل خط ا ب. الأول هو ضلع ب ح المنقسم بتقاطع ك، الثّنى ضلع ح ز المنقسم بتقاطع ل، الثّالث خط و ن المنقسم بتواصل خط ي ط. فكل من خطوط ب ك، ح ل و و ط مساوٍ لخط ب ج الجزء الكبير من خط ا ب و كل من ك ح، ل ز و ط ن مساوٍ لخط ا ج الجزء [٢٦ و] الصغير منه. هذا ما أردنا، وهذا القدر كاف في أحوال الدوائر. ومن أراد الزيادة فليخترع ما يشاء ويقدر.

الفصل الثامن:

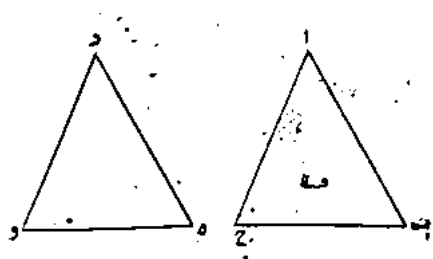
في مساحة المثلثات المربّعات وخواصّها. وجه اجتماع بيان مساحتهما في فصل واحد هو انّ مساحة المثلث متضمنة مساحة المربع كما سيعرف بعد قد سبق انّ الخطّين الغير المتوازيين إذا اخرجا من جانب التقارب يتواسلا في نقطة لامحالة، فحصلت عندها أي عند نقطة تواسلهما زاوية من الزوايا الثلاثة ولها أي لتلك الزاوية الحاصلة مقدار. وإذا وضع خطّ ثالث على نهايتي الخطّين المتباعدتين صفة للنهايتين أي إذا وضع الخطّ الثّالث عليهما بحيث تصل احدى نهايتي الخطّ الموضوع الى النهاية الخارجة من أحد الخطّين وأخرى الى النهاية الخارجة من الخطّ الآخر. حصلت منه أي من وضع الخطّ الثّالث عليهما زاويتان اخريان عند نقطتي نهايتي الخطّين. وحصل ايضا من ذلك الوضع شكل مثلث من المثلثات لاحاطته بثلاثة خطوط ولكل منهما أي من الزاويتين الحادتين بوضع الخطّ الثّالث مقدار ايضا ومجموعها أي مجموع مقدار الزوايا الثلاثة في مثلث قف درجة أي مائة وثمانون درجة. وهي أي قف درجة مقدار الزاويتين القائمتين ولا يمكن ان يوجد أكثر منها أي من قف درجة في مثلث، كما مرّ بيانه فإذا كانت احدى الزوايا في مثلث قائمة فمقدار الزاويتين الباقيتين مقدار قائمة اخرى لا أكثر ولا أقل. وان كانت احديها منفرجة فمقدار الزاويتين المتقابلتين أقل من قائمة. فظهر انّ في مثلث لا تجتمع قائمتان ولا منفرجتان ولا قائمة ومنفرجة معا كما سبق في المقدّمة.





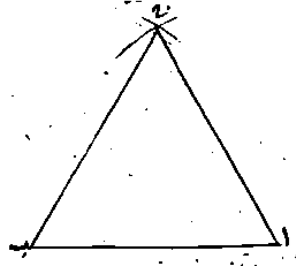
فافهم وإذا اردت ان تضع زاوية على قدر معين مطلوب مثلا على قدر ستين درجة فخط $[27و]$ أولا خطاً مستقيماً على القرطاس مثل خط $اب$. ثم وضع المنقلة عليه بحيث يقع مركز المنقلة على احدى نهايتي الخط والطرف الداخلى منها أي وتر المنقلة منطبقاً عليه أي على الخط من $ا$ الى $ب$ انطباقاً تاماً. قعد من خط $ا ب$ على نصف دائرة المنقلة ستين درجة وعلم عندها بنقطة على القرطاس كنقطة $ج$. ثم ارفعها أي المنقلة وارسم من $ا$ خطاً مستقيماً الى نقطة $ج$. تكون زاوية $ا$ أي مقدارها ستين درجة هكذا.

ولو كانت لك زاوية محدودة مرسومة على القرطاس او غيره و اردت وضع زاوية اخرى مشابهة مماثلة مساوية لها أي الاولى مثل زاوية $ا ب ج$ ، وضع أحد رأسي البركار على نقطه $ب$ وارسم عليها أي على زاوية $ب$ ببعد مخير قوس $د ه$. ثم خط على موضع آخر تريد وضع الزاوية الأخرى فيه خط $و ز$. وضع البركار أي أحد رأسيه على نقطة $ز$ وارسم ببعد السابق أي ببعد $ب د$ قوس $ح ط$. ثم خذ بالبركار بعد $د ه$ من الزاوية المرسومة وضع أحد رأسي البركار على نقطة $ط$ في خط $و ز$ والرأس الآخر على قوس $ح ط$ كيفما اتفق كما يتفق في هذا عند $ي$ وعلم عنده بعلامة. واخرج من نقطة $ز$ خطاً مستقيماً ماراً بتلك العلامة مقاطعاً قوس $ح ط$ عند $ي$. تكون زاوية $ز$ الاخرى مشابهة مماثله مساوية لزاوية $ب$ الاولى المحدودة المرسومة هكذا.

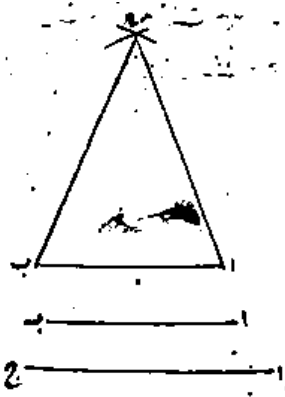


وإذا كانت زاوية $ا$ من مثلث $ا ب ج$ مساوية لزاوية $د$ من مثلث $د ه و$ والآخر زاوية $ب$ من الاول مساوية لزاوية $ه$ في الآخر وضلع $ا ب$ من الاول مساويا لضلع $د ه$ في الآخر فالمثلثان متساويان. وزاوية $ج$ مساوية لزاوية $و$ وضلع $ب ج$ مساو لضلع $ه و$ وضلع $ج ا$ مساو لضلع $و د$. وكذا إذا انعكس الامر يعنى إذا كان ضلع $ا ب$ من مثلث $ا ب ج$ مساوياً لضلع $د ه$ من مثلث $د ه و$ وضلع $ب ج$ مساو لضلع $ه و$ وزاوية $ج$ مساوية لزاوية $و$ فالمثلثان متساويان. وضلع $ا ج$ مساو لضلع $د و$ وزاوية $ا$ مساوية لزاوية $د$ [27ظ] وزاوية $ب$ مساوية لزاوية $ه$ وإذا كان ضلع $ا ب$ من مثلث $ا ب ج$ مساويا لضلع $د ه$ من مثلث $د ه و$ وضلع $ب ج$ مساويا لضلع $ه و$ وضلع $ج$

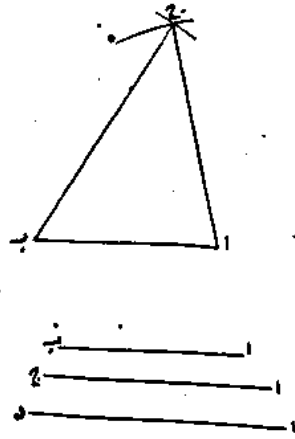
ا مساويا لضع و د فالمثلثان متساويان. وزاوية ا مساوية لزاوية د وزاوية ب مساوية لزاوية ه وزاوية ج مساوية لزاوية و وذلك أي كون المثلثين متساويين على الوجهين المذكورين. لو فرضنا انطباق المثلثين أي وضع أحدهما على الآخر بحيث تقع زاوية ا على زاوية د ضلع ب ج على ضلع ه و فزاوية ب كانت وقعة على زاوية ه وزاوية ج على زاوية و. وكذلك كان ضلع ا ب واقعا على ضلع د ه و ضلع ج ا على ضلع و د لتساوى كل من الاضلاع والزوايا في احدهما أي في أحد المثلثين بمبادلتها في الآخر أي بكل من الاضلاع والزوايا المبادلة في المثلث الآخر هكذا.



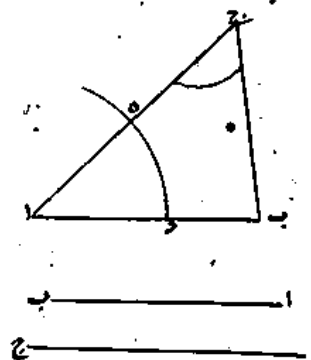
وإذا اردت وضع مثلث متساوي الاضلاع على خط محدود معلوم مثل خط ا ب أي ان تضع ضلعين مساويين لخط ا ب قائمين عليه فيكون الشكل الحاصل منه مثلثا متساوي الاضلاع فضع أحد رأسى البركار على نقطة ا أي على احدى نهايتى خط ا ب وارسم ببعد خط ا ب فى جهة ج قوسا ثم انقل البركار الي نقطة ب أي الى النهاية الاخرى و ارسم بالبعد الاول أي بعد ا ب قوسا آخر مقاطعا للاول. ثم اخرج من نقطة التقاطع اي تقاطع القوسين خطى ج ب ج ا يحصل لك مثلث متساوي الاضلاع لان ضلع ب ج مساو لضلع ا ب وضلع ا ج مساو لضلع ا ب. فكانت اضلاعه متساوية هكذا.



وإذا اردت ان تضع مثلثا متساوي الساقين من خطين محدودين معينين مثل خطى ا ب ا ج، فخذ بالبركار بعد أحدهما أي طول. ثم اعمل به على الوجه السابق بان تأخذ طول ا ج مثلا وتضع أحد رأسى البركار على ا من خط ا ب وترسم قطعة قوس فى جهة ج. ثم قطعة اخرى من نقطة ب مقاطعة للاولى و تخرج من نقطة التقاطع [٢٨و] خطى ج ا ج ب يحصل لك مثلث متساوي الساقين مثل مثلث ا ب ج هكذا.

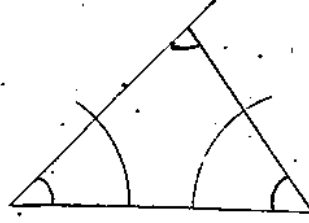


وأما وضع مثلث مختلف الاضلاع من ثلاثة خطوط مختلفة معينة مثل خطوط ا ب ج ا د، فطريقه ان تجعل أحد الخطوط الثلاثة قاعدة مثل خط ا ب ثم ترسم ببعد أحد الخطّين الآخرين مثل ا ج من احدى نهايتى القاعدة قطعة قوس فوقها أي فوق قاعدة ا ب من نقطة ا. ثم قطعة قوس اخرى ببعد الخطّ الثالث أي خط ا د من نهايتها الاخرى أي من نقطة ب مقاطعة القطعة الاولى عند ج. ثم تخرج من النقطة التقاطع خطّين الى نهايتى القاعدة أي خطّى ج ا ج ب يحصل لك مثلث مختلف الاضلاع هكذا. اقول هذا انما يكون إذا كان مجموع خطّين من الخطوط الثلاثة أكبر من الثالث. وأما إذا كان مجموعهما أصغر منه فعند ذلك لا يتقاطع القوسان ولا يمكن وضع مثلث منها.

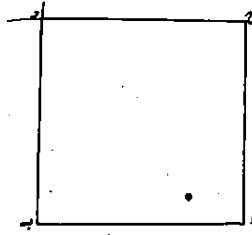


وطريق وضع مثلث من خطّين محدودين معلومين مثل خطّ ا ب ج وزاوية معلومة أي مقدارها معلوم مثلا من خمس واربعين درجة ان تجعل خطّ ا ب قاعدة وترسم ببعد مخير من نقطة ا قوس د ه. ثم تعلم عليه أي على قوس د ه مقدار الزاوية المعلومة بالمنقلة كما مر طريقه. ثم ان تخرج من نقطة ا خطّ ا ج مساويا للخطّ المعلوم مارا بالعلامة فى القوس د ه توصل نقطتى ب ج أي نهايتى خطّ ا ب ج بخطّ ثالث غير معلوم، يحصل مطلوبك هكذا.

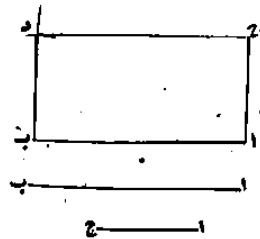
وأردت وضع مثلث منها أو من
الزاويتين للعلوتين والخط المعلوم



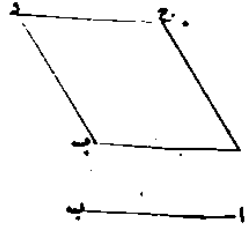
وإذا كانت لك زاويتان معلومتان أي معلوم مقدارهما وخط معلوم وأردت وضع مثلث منها أي من الزاويتين المعلومتين والخط المعلوم فاخرج على كل نهايتي الخط المعلوم قوسًا. ثم علم عليهما مقدار الزاويتين المعلومتين أي على أحدهما مقدار الاحدى الزاويتين وعلى الآخر مقدار الاخرى. واخرج من كل نهايتي الخط المعلوم الخطين الغير المعلومين مازين بالعلامتين أي كل منهما مازًا بعلامة الزاوية المعلّمة على القوس الذى فى جهته الى ان يتوصلا الخطان في الجهة الخارجة. يحصل لك المطلوب هكذا.



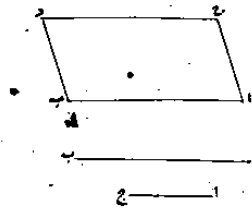
وأما وضع مربع تامّ أي متساوي / [٢٨ظ] الاضلاع الاربعة على خطّ معين معلوم مثل خطّ ا ب، فطريقه ان تخرج من نقطة ا أي على احدى نهايتي ا ب عند نقطة ا مثلًا خطًا عمودًا عليه أي خطّ ا ب عند ا. وتجعله مساويًا أي الخطّ العمود لخطّ ا ب فكان خطّ ا ج العمود على ا ب الضلع الثاني للمربع المطلوب. ثم تأخذ بالبركر طول خطّ ا ب او ا ج لانهما متساويان. وترسم من ج و ب في الجهة المقابلة لزاوية ا قوسين متقاطعين بان تضع اولًا أحد رأسي البركار على ج وترسم بالآخر قوسًا في الجهة المذكورة. ثم تضع البركار كذلك على ب وترسم قوسًا اخر مقاطعا للاول عند د. ثم تخرج من التقاطع أي من نقطة تقاطع القوسين خطّى د ج د ب. يحصل لك المطلوب أي مربع تامّ متساوى الاضلاع الاربعة وزواياه الاربعة قوائم هكذا.



وإذا اردت ان تضع مربعاً مستطيلاً من خطين محدودين معلومين مختلفين مثل خطي $ا ب$ $ا ج$ فضع خط $ا ج$ على $ا$ أي على نقطة $ا$ من خط $ا ب$ عموداً عليه أي على خط $ا ب$. ثم كمل العمل كما سبق في المربع التام بان ترسم ببعد $ا ب$ من $ج$ وبعد $ا ج$ من $ب$ قوسين متقاطعين عند $د$. ثم تخرج من نقطة التقاطع خطي $د ج$ $د ب$. يحصل المطلوب أي مستطيل $ا ب ج د$ هكذا.

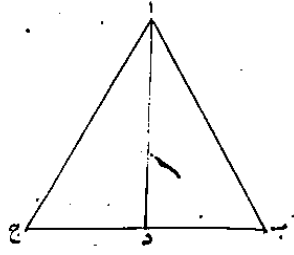


والطريق في المعين من خط محدود مثل خط $ا ب$ وزاوية حادة معلومة أي مقدارها معلوم ان توضع على نقطة $ا$ بالمنقلة الزاوية المحدودة بخط مساو لخط $ا ب$. ثم يكمل العمل كما في التام بان يرسم ببعد $ا ب$ من $ج$ و $ب$ قوسين متقاطعين عند $د$ ثم يخرج من التقاطع خط $د ج$ $د ب$ يحصل المطلوب أي معين $ا ب ج د$ هكذا.

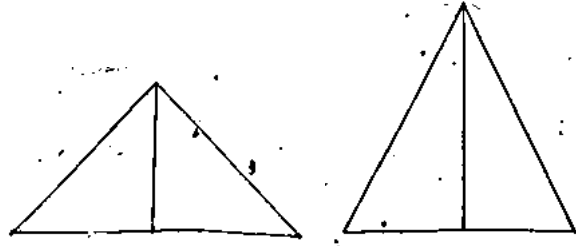


وفي وضع الشبيه بالمعين من خطين محدودين معلومين مختلفين مثل خطي $ا ب$ $ا ج$ وزاوية حادة محدودة معلومة توضع اولاً الزاوية المعلومة على نقطة $ا$ لخط $ا ج$. ثم يكمل العمل كما في المستطيل بان يرسم ببعد $ا ب$ من $ج$ وبعد $ا ج$ من $ب$ قوسين متقاطعين عند $د$ [٢٩] ويخرج من التقاطع خطي $د ج$ $د ب$ ، يحصل المطلوب هكذا. وكذا العمل في المعين والشبيه به. إذا كانت الزاوية المحدودة فيهما منفرجة أعنى توضع اولاً الزاوية المحدودة، ثم يكمل العمل. وأما العمل في سائر المربعات فقد يفهم مما ذكرناه في الطرق السابقة.

فتدبر المثلث المتساوي الاضلاع الثلاثة إذا اخرج من احدى زواياه الثلاثة خط عمود على الضلع المقابل لها أي لتلك الزاوية ينقسم ذلك المثلث به أي بالعمود المخرج مثلثين متماثلين متساويين كل منهما مختلف الاضلاع قائم الزاوية هكذا.



وبرهانه أي برهان كون المثلثين الحادّين بالعمود متساويين: أنّ عمود ا د في مثلث ا ب ج المشترك بين المثلثين الحادّين مساوٍ لنفسه. وضلع د ب من مثلث ا ب د مساوٍ لضلع د ج من مثلث ا ج د، وضلع ا ب من الاول مساوٍ لضلع ا ج من الثاني. والزائتان عن جنبي العمود عند د متساويتان وزاوية ب مساوية لزاوية ج في الاصل. فالمثلثان متساويان لا محالة.

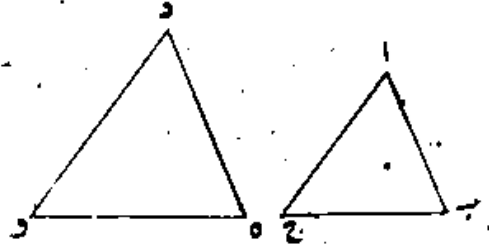


والمثلث المتساوي الساقين سوا كان حادّ الزوايا او قائم الزاوية او منفرج الزاوية إذا اخرج من نقطة تواصل الساقين المتساويين أي من الزاوية الحاصلة من تواصل الساقين عمود على قاعدة المقابلة لها ينقسم ذلك المثلث المتساوي الساقين ايضاً كالمساوي الاضلاع به أي بالعمود مثلثين متساويين كل منهما مختلف الاضلاع قائم الزاوية هكذا، الا إذا كان العمود مساوياً لنصف القاعدة فعند ذلك يكون المثلثان الحاصلان بالعمود كل منهما متساوي الساقين قائم الزاوية هكذا.

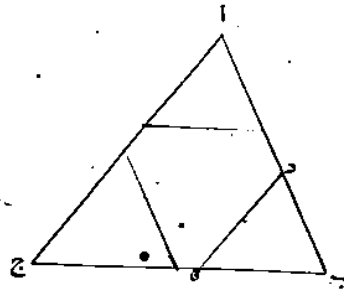
وبرهانه كما مر وذلك لأنّ الزاوية التي اخرج منها العمود تنقسم به زاويتين متساويين والزائتان الحادّتان عن جنبي العمود متساويتان قائمتان ابداً. والزائتان الباقيتان المتحاذيتان على القاعدة في المتساوي الاضلاع / [٢٩ظ] والمتساوي الساقين متساويتان في الاصل. وهذا كله أي المذكور من قطع العمود المثلث المتساوي الاضلاع والمتساوي الساقين مثلثين متساويين مختلفي الاضلاع قائمي الزاوية كما في الاكثر او متساوي الساقين قائمي الزاوية كما في البعض مخصوص بالمساوي الاضلاع مطلقاً من اية الزاوية من زواياه اخرج ذلك العمود والمتساوي الساقين بشرط اخراج العمود من الزاوية المقابلة للقاعدة.

وامّا في غيرهما أي غير المتساوي الاضلاع والمتساوي الساقين بالشروط المذكور كالمختلف الاضلاع قائم الزاوية او منفرج الزاوية او حادّ الزوايا إذا اخرج عمود ممكن من احدى الزوايا الى الضلع المقابل لها او المتساوي الساقين إذا لم يخرج العمود من الزاوية التي عند تواصل الضلعين المتساويين، بل من غيرها فلا يكون الامر كذلك أي فلا ينقسم المثلث بالعمود مثلثين متساويين، بل مختلفين. وان كان في كل منهما زاوية قائمة

والشرط في ذلك أي في اخراج العمود من زاوية على القاعدة ان تكون الزاويتان الواقعتان على طرفي القاعدة حادتين لان العمود حينئذ يقع عليها داخل المثلث. واما إذا كانت احدى الزاويتين عليها قائمة لا يمكن ذلك العمودية الساق عند القائمة وإذا كانت منفرجة يقع العمود خارج المثلث.

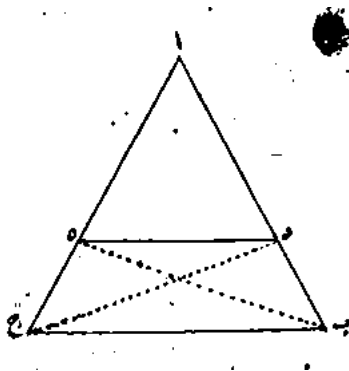


والمثلثات المتماثلة المتشابهة هي التي تكون زوايا أحدها مساوية للزوايا في المثلثات الاخر وتكون نسبة الاضلاع الاول أي نسبة كل ضلع من اضلاعه الى الآخرين كنسبة الاضلاع الاخر اي كنسبة كل ضلع من اضلاع المثلثات الأخر الى الآخرين فمثلث ا ب ج الصغير مماثل مشابه لمثلث د ه و الكبير لما ذكرنا لما ان زاوية ا في الصغير مساوية لمبادلتها في الكبير و هي زاوية د وزاوية ب في الصغير مساوية لزاوية ه المبادلة لها في الكبير وزاوية ج في الصغير مساوية لزاوية و المبادلة لها في الكبير. ونسبة ضلع ا ب الى كل من ضلعي ا ج ب ج في الصغير كنسبة ضلع د ه الى كل من ضلعي د و ه و [٣٠] في الكبير ونسبة ا ج الى ب ج في الاول كنسبة د و الى ه و في الثاني.



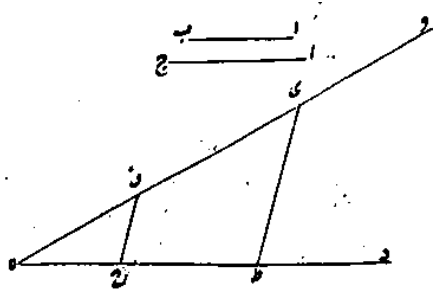
وإذا اردت وضع مثلث صغير في مثلث كبير على زاوية معينة من زواياه مماثل مشابه للمثلث الكبير بان يوجد فيه مساواة الزوايا ونسبة الاضلاع على الوجه المشروح آنفا، فطريقه ان تضع خطًا موازيًا للضلع المقابل لتلك الزاوية أي للزاوية التي تريد وضع المثلث الصغير عليها على قدر ما اردت أي على قدر بعد ما اردت. فحينئذ يحصل على تلك الزاوية المعينة مثلث صغير مشابه مماثل للكبير في ان كل زاوية من الصغير مساوية لكل مبادلتها في الكبير. وفي ان نسبة كل ضلع من الصغير الى الآخرين كنسبة كل ضلع من الكبير الآخرين مثل ما إذا أردنا ان تحدث في مثلث ا ب ج الكبير على زاوية ب مثلثًا صغيرًا مماثلًا مشابهًا للكبير أي لمثلث ا ب ج، فقتض على بعد مخير او معين بمقياس صغير مخترع لذلك من زاوية ب خط د ه موازيًا لضلع ا ج كما بين في محله ليحصل لنا في ذلك المثلث الكبير مثلث د ب ه الصغير المماثل للكبير اعني لمثلث ا ب ج في الاوصاف

المذكورة. من ان تكون زاوية ب المشتركة بين الكبير والصغير متساوية لنفسها وزاوية د في الصغير مساوية لزاوية ا في الكبير وزاوية ه في الصغير مساوية لزاوية ج في الكبير. ونسبة ضلع د ب الى كل من ضلعي ب ه د ه كنسبة ضلع ا ب الى كل من ضلعي ب ج ا ج. ونسبة ضلع ب ه الى د ه كنسبة ضلعي ب ج الى ا ج هكذا. او على هذا القياس المذكور يفعل بالزاويتين الباقيتين. وهذا القياس جارٍ مستعمل في جميع المثلثات. وهذه القاعدة أي ما ذكر من قولنا والمثلثات المتماثلة الى هنا من اهم الامور في المساحة أي مساحة الابعاد والقوائم على الارض وغيرها لانه بأضلاع المثلث الصغير المماثل لكبيره وزواياه الحادثة على القرطاس عند رصد الابعاد يستعلم مقدار اضلاع الكبير الموهوم المصور من / [٣٠ظ] نقاط الابعاد وموضع الرصد وستعرق فوائدها الكثيرة في الكثير الاعمال ان شاء الله تعالى.

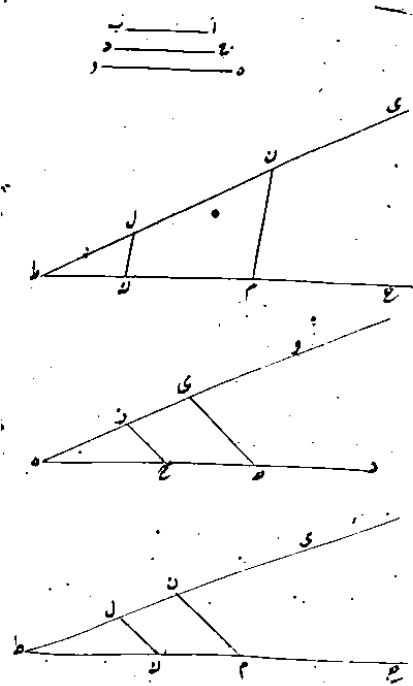


وإذا وصل في مثلث ا ب ج مثلاً وقطع المثلث بخط د ه موازياً لخط ب ج أي لقاعدة كان المثلث مقطوعاً وكذا ساقاه مقطوعين على وجه التناسب. اعني فنسبة ا د الى د ب كنسبة ا ه الى ه ج وكما ان نسبة ا ب الى ب ج كذا نسبة ا د الى د ه.

ولبرهانه نصل د ج ه ب بخطين متقاطعين يحصل مثلثا د ب ه ه ج د المتساويان. فلكون مثلث د ب ه مساوياً لمثلث ه ج د فنسبة مثلث ا د ه الى كل من مثلثي د ب ه ه ج د المتساويين الحادثين سواء. أي نسبة متساوية ولكون نسبة مثلث ا د ه الى مثلث د ب ه كنسبة ا د الى د ب أي كأحدي قاعدتهما الى الاخرى كان نسبة ا د أي قاعدة مثلث ا د ه الى د ب أي قاعدة مثلث د ب ه كنسبة ا ه الى ه ج أي كقاعدة مثلث ا ه د الى قاعدة ج ه بالفرض في الطرف الآخر. ولكون خط د ه موازياً لخط ب ج فزاوية ا د ه مساوية لزاوية ا ب ج وزاوية ا ه د مساوية لزاوية ا ج ب. ونسبة ا د الى ا ه كنسبة ا ب الى ا ج أي كان نسبة ساقَي المثلث الصغير كنسبة ساقَي المثلث الكبير أحدهما الى الآخر كما مرّ في الشكل السابق. وكذا نسبة ا ب الى ب ج كنسبة ا د الى د ه وعلى العكس أي نسبة ا ج الى ج ب كنسبة ا ه الى ه د في الطرف الآخر. وايضاً لكون نسبة ا د الى ا ه كنسبة ا ب الى ا ج كان نسبة ا د الى ا ب كنسبة ا ه الى ا ج هكذا.

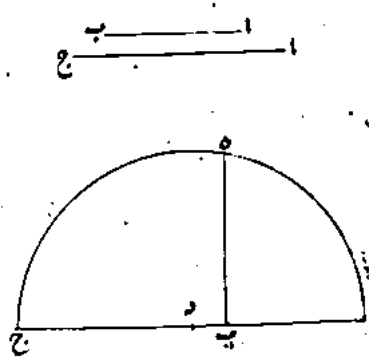


ولو أردنا ان نستخرج لخطين معلومين متناسبين خطاً ثالثاً مجهولاً تكون نسبته اليهما كنسبتهما أي كأحد المعلومين الى الآخر. فتكون الخطوط الثلاثة متناسبة مثل خطي ا ب ا ج المعلومين المفروضين نجعل أولاً زاوية على قدر مخير كزاوية د ه و من خطي د ه و المتواصلين عند ه. ثم نفصل ه ح على خط د ه بقدر خط ا ب المعين المعلوم الاول ونعلمه بنقطة. ونفصل ه ز على خط د ه و بقدر خط ا ج / [٣١ و] المعلوم الثاني ونعلمه بنقطة. ونفصل ج ط ايضاً على خط د ه بقدر خط ا ج المعلوم الثاني ونعلمه بنقطة. ثم نصل ح ز بخط من نقطة ح الى ز ونرسم من نقطة ط خطاً موازياً لخط ح ز كيفما اتفق الى ي. مثلاً فخط ز ي هو الخط الثالث المتناسب لخطي ا ب ا ج فكما ان نسبة خط ا ب الى خط ا ج فكذلك نسبة خط ا ج الى خط ز ي او بالعكس اعني نسبة ز ي الى ا ج كنسبة ا ج الى ا ب هكذا.



ولو أردنا استخراج خط رابع متناسب لخطوط ثلاثة معينة معلومة مثل خطوط ا ب ج د ه والمعلومة المعينة ترسم زاوية ح ط ي على قدر مختار كما مر. ثم نجعل ط ك مساوياً لخط ا ب ونجعل ط ل مساوياً لخط ج د ونجعل ك م مساوياً لخط د ه و كما مر طريقه. ثم نصل ك ل ونرسم من نقطة م خطاً موازياً لخط ك ل كيفما اتفق الى نقطة ن. مثلاً فيكون ما بين ل ن الخط الرابع المتناسب المطلوب هكذا. هذا أي الطريق المذكور في

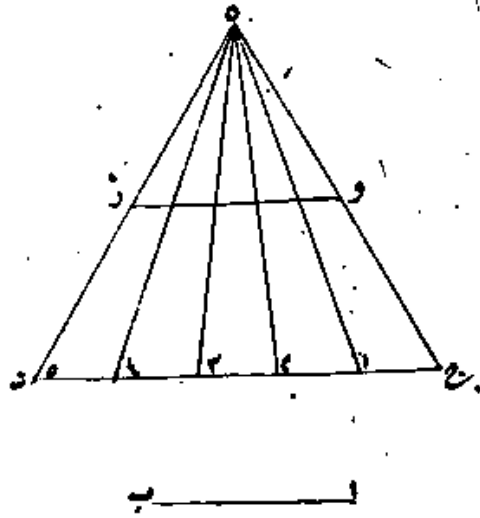
استخراج المتناسب المجهول الثالث او الرابع انما يصح إذا أردنا ان يكون الخط المتناسب المطلوب المجهول اطول من الخطوط المعروفة. وأما إذا أردنا ان يكون الخط المتناسب المطلوب أقصر منها نبدأ العمل بالعكس أي نبدأ العمل من اطول الخطوط المعروفة. ففي استخراج المتناسب الثالث الاقصر بعد ما رسمنا زاوية د ه و نفصل اولاً خط ج د²³⁶ الاطول من خط ا ب على خط ه د. ثم نفصل ا ب الاقصر على خط ه و واشرنا الاول بحرف ح والثاني بحرف ز ونصل ح ز. ثم نفصل ايضاً بمقدار ا ب من ح الى ط على خط ه د ورسمنا خطاً موازياً لخط ح ز من ط الى ي. مثلاً فخط ز ي هو الخط المتناسب الثالث المطلوب الأقصر من كل واحد من المعومين هكذا.



وأما في الرابع المتناسب الاقصر بعد رسم زاوية ح ط ي نفصل اولاً مقدار خط ه و الاطول من ط الى ك في خط ح ط. [٣١ ط] ثم نفصل مقدار ج د من ط الى ل في ط ي ونصل ك ل. ثم نفصل مقدار ا ب من ك الى م ونرسم خطاً موازياً لخط ك ل من م الى ن. فخط ل ن هو الخط المتناسب الرابع الاقصر من كل واحد من الخطوط الثلاثة المعروفة هكذا.

ولو أردنا خطاً ثالثاً مجهولاً متناسباً بين خطين معلومين مثل خطي ا ب ا ج نصلهما استقاماً أي تجعل منهما خطاً مستقيماً واحداً مثل ا ب ج. ثم نرسم عليه منتصف أي بعد ما قسمناه نصفين متساويين عند نقطة د نصف دائرة ا ه ج. ثم تخرج من نقطة ب وهو ملتقى خطي ا ب ا ج خطاً عموداً الى ه أي واصلاً الى محيط نصف الدائرة. فهذا العمود أي خط ب ه هو الخط ثالث المطلوب المتناسب بين الخطين المعومين. ولمناسبة التناسب اوردنا في هذا المقام مسئلتين لازمتين محتاجتين اليهما في كثير من الاعمال.

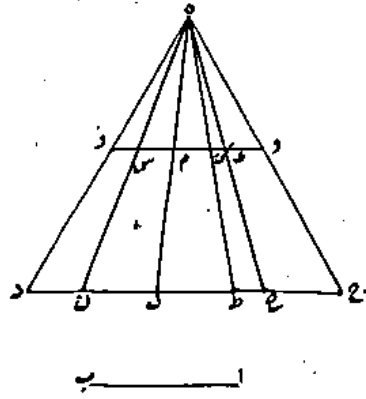
المسئلة الأولى



لو كان لك خط صغير مثل خط $ا ب$ وأردت تقسيمه الى اقسام متساوية مثلاً الى خمسة اقسام متساوية فارسم خط $ج د$ اطول من $ا ب$ واقسمه الى خمسة اقسام متساوية واجعل من خط $ج د$ مثلثاً متساوي الاضلاع بان تضع عليه ساقين متساويين له كما مرّ. ثم ابعد من توصل الساقين عند $ه$ بقدر خط $ا ب$ على ضلع $ه ج$ الى $و$ وعلى ضلع $ه د$ الى $ز$ واوصل $و ز$ بخط مستقيم. حصل فيه مثلث $ه و ز$ المتساوي الاضلاع ايضاً. ثم ارسم من نقطة توصل الساقين الى كل من اقسام خط $ج د$ خطوطاً مستقيمة يكن بها خط $و ز$ الذي هو بدل خط $ا ب$ منقسماً الى خمسة اقسام متساوية كما كان خط $ج د$ ايضاً. كذلك فلان مثلث $ه و ز$ الصغير الواقع في مثلث $ه ج د$ الكبير مماثل مشابه له كانت الزوايا ونسبة الاضلاع في الصغير مساوية للزوايا ولنسبة الاضلاع²³⁷ في الكبير. ولكون خط $ج د$ قاعدة لمثلث $ه ج د$ الكبير بالفرض ومنقسماً الى خمسة اقسام مساوية بالعمل كان خط $و ز$ قاعدة لمثلث $ه و ز$ الصغير منقسماً الى خمسة اقسام متساوية ايضاً كذلك. وكما كان نسبة كل جزء من اجزاء الخط $ج د$ الى الكل جارية فيه $[٣٢ و]$ كانت نسبة كل جزء من اجزاء خط $و ز$ الى كله ايضاً جارية كذلك أي كما كان كل جزء من اجزاء $ج د$ خُمساً له فكذلك كان كل جزء من اجزاء خط $و ز$ ايضاً خمساً له.

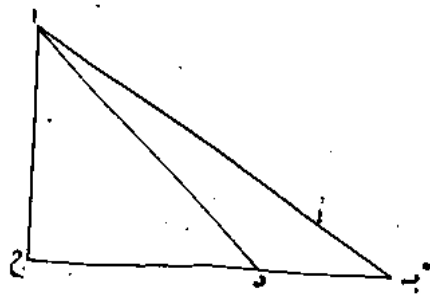
المسئلة الثانية

²³⁷في الصغير مساوية للزوايا و لنسبة الاضلاع



لو كان لك خط منقسم الى اقسام مختلفة مثل خط ج د المنقسم الى خمسة اقسام مختلفة وأردت ان تقسم خطاً آخر مثل خط ا ب الاصغر من الاول الى خمسة اقسام مختلفة على وجه التناسب الى الاول فاجعل من خط ج د مثلثاً متساوي الاضلاع كما مر. وابعد من نقطة تواصل الساقين عند ه بقدر خط ا ب الى و على خط ه ج والى ز على خط ه د واوصل و ز بخط مستقيم يحصل لك مثلث ه و ز الصغير في مثلث ه ج د الكبير. ثم ارسم من نقطة زاوية ه الى كل من اقسام ج د خطوطاً مستقيمة يكن خط و ز الذي هو بدل خط ا ب منقسماً الى خمسة اقسام مختلفة متناسبة لأقسام خط ج د.

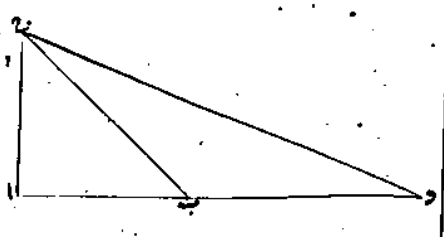
ودليله ما مر في المسئلة الاولى ونهايته ان جزء ج ح من خط ج د كما كان ربعاً للكل اعني لخط ج د فكذاك جزء و ي من خط و ز كان ربعاً للكل اعني خط و ز. وجزء و ك ثلث لخط و ز كجزء ج ط لخط ج د، وجزء و م ثلاثة أخماس لخط و ز كجزء ج ل لخط ج د. وجزء و س خمسة اسداس لخط و ز كجزء ج ن لخط ج د. و س ز سدس خط و ز مثل ن د لخط ج د. و م ز خمسان لخط و ز مثل لد لخط ج د. و ك ز ثلثان لخط و ز كجزء ط د لخط ج د. و ي ز ثلاثة ارباع لخط و ز مثل ح د لخط ج د.



الاضلاع في كل مثلث أي مثلث كان على حسب زواياه المقابلة لها فيه. ولذا كان ضلع ا ب الكبير في مثلث ا ب ج مقابلاً لزاوية ج الكبرى وضلع اج الاصغر مقابلاً لزاوية ب الصغرى وضلع ب ج الاوسط مقابلاً لزاوية ا الوسطى. وعلى العكس كذلك بان يقال الزوايا في كل مثلث على حسب الاضلاع المقابلة لها فيه. فزاوية ج الكبرى مقابلة لضلع ا ب الاكبر وزاوية ب الصغرى مقابلة لضلع اج الاصغر وزاوية ا الوسطى في مقابلة لضلع ب ج الاوسط.

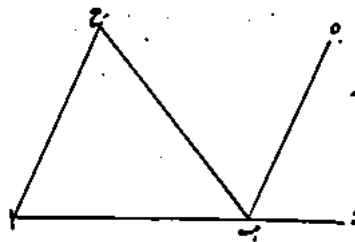
ولدليله أي أنّ الاضلاع في كل مثلث أي مثلث كان على حسب زواياه فيه / [٣٢ظ] نفصل ج د من ب ج ونجعله مساوياً لضلع ا ج لكونه اصغر من ب ج. ثم نصل ا د بخطّ مستقيم فتري ان مثلث ا ج د متساوي الساقين. وانّ زاوية ج ا د مساوية لزاوية ج د ا ولكنّ زاوية ج د ا كبرى من زاوية ج ب ا فلذا كانت زاوية ج ا د كبرى من زاوية ج ب ا. فزاويتا ج ا د ا ب مجموعتين اعنى زاوية ج ا ب كبرى من زاوية ج ب ا. فظهر انّ ضلع ج ا الذى يوتر زاوية ج ب ا أصغر من ضلع ج ب الذى يوتر زاوية ج ا ب وهو المطلوب.

ودليل انّ الزوايا في كل مثلث على حسب اضلاعها فيه، هو انّ زاوية ج ا ب كبرى من زاوية ج ب ا والا لزم اما ان يكون ضلع ج ب مساوياً لضلع ج ا او أصغر منه. فعلى الاول تكون زاوية ج ا ب مساوية لزاوية ج ب ا وعلى الثاني تكون زاوية ج ا ب صغرى من زاوية ج ب ا وكلاهما على خلاف الواقع اللازم. فضع ج ب أكبر من ضلع ج ا وزاويتاهما على حسبهما.



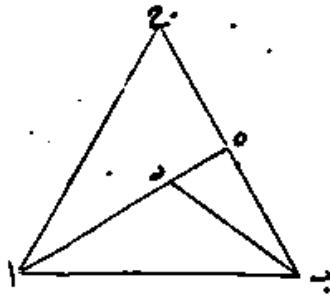
وفي كل مثلث يكون مجموع ضلعين كبيرين او صغيرين او الكبير معي الأصغر او الاصغر مع الاوسط أكبر من الضلع الثالث مثل ا ب ب ج من مثلث ا ب ج فهما أي مجموع ضلعي ا ب ب ج أكبر من ضلع ا ج.

ولبرهانه أي لبرهان انّ مجموع ضلعين في كل مثلث أكبر من الثالث يخرج ضلع ا ب الى د مساوياً لمقدار ضلع ب ج ونصل ج د بخطّ مستقيم. فيكون خطّ ا د مساوياً لضلعي ا ب ب ج فمثلث ب ج د الحادث الخارج متساوي الساقين. فزاوية ب ج د مساوية لزاوية ب د ج لما مر ان الزاويتين الواقعتين على القاعدة في المتساوي الساقين متساويتان. فلذا كانت زاوية ب د ج صغرى من مجموع زاويتي ب ج د ا ج او من ا ج د. فكذا كان ضلع ا ج أيضاً أصغر من ضلع ا د. اعنى ضلع ا ج من مثلث ا ب ج أصغر من ضلع ا ب مع ضلع ب ج. وحاصله ان ا ب مع ب ج أكبر من ا ج. فمن هذا أي من الاصل المذكور ظهر انه لو فرض خطوط ثلاثة لوضع مثلث اثنان منها أي من الخطوط الثلاثة أي مجموعهما / [٣٣و] اصغر من الخطّ الثالث المفروض امتنع وضع مثلث منها أي من تلك الخطوط الثلاثة لعدم تواصل الخطّين وهو ظاهر.



الزاوية الخارجة الحادثة من اخراج أحد الاضلاع عند لكل زاوية من كل مثلث مساوية الزاويتين أي لمجموعهما الداخليين المقابلتين لها. أي الزاوية الخارجة الحادثة مثل زاوية ج ب د الخارجة الحادثة من اخراج ضلع ا ب الى د عند زاوية ب من مثلث ا ب ج فهي مساوية لزاوية ب ج ا ج ا ب أي لمجموعهما الداخليين المقابلتين أي للزاوية الخارجة عند ب.

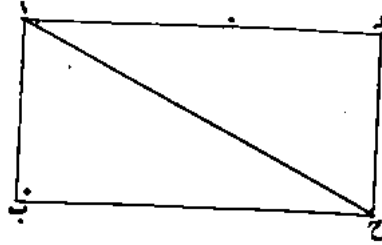
ولبرهانه أي برهان أنّ الزاوية الخارجة عن مثلث الحادثة عند زاوية منه مساوية لمجموع الزاويتين الداخليين المقابلتين لها نخرج من نقطة ب خطًا موازيًا لضلع ا ج الى ه. مثلاً قد قطعت به الزاوية الخارجة زاويتين زاوية ج ب ه وزاوية ه ب د فترى ان زاوية ج ا ب الداخلة مساوية لزاوية ه ب د الخارجة لما مر من ان الزاويتين الحادتين عن جنبي الخطّين المتوازيين القائمين على خطّ ثالث متساويتان كل خارجة لمقابلتها الداخلة. ونرى ايضًا ان زاوية ب ج ا الداخلة مساوية لزاوية ج ب ه الخارجة لما مر ان الخطّين المتوازيين إذا قطعاً بثالث فالزاويتان المتبادلتان الخارجتان والداخلتان متساويتان. وزاوية ج ب د وهي مجموع زاويتي ج ب ه د ب ه مساوية لمجموع زاويتي ب ج ا ج ا ب. وكما ان زاويتي ب ج ا ج ا ب مع زاوية ا ب ج كقائمتين فكذلك زاوية ج ب د مع زاوية ا ب ج كقائمتين.



ولو اخرج من طرفي ضلع ا ب أي من نهايته من مثلث ا ب ج خطّان مستقيمان كخطّي ا د ب د بحيث تواسلا الخطّان المخرجان عند نقطة في داخله أي داخل المثلث مثل نقطة د فنقول انهما أي مجموع خطّي ا د ب د أصغر من ضلعي ا ج ب ج. ولكنّ زاويتيها التي حصلت من تواسلهما عند نقطة د كبرى من زاوية ا ج ب التي حصلت من تواسل ضلعي ا ج ب ج.

ولبرهانه تخرج خطّ ا د الى ه أي الى نقطة من ضلع ب ج / [٣٣ظ] على الاستقامة. فمجموع ضلع ا ج من قطعة ج ه ازيد من خطّ ا ه. فلو نضمّ الى الطرفين أي طرف ا ج ه وطرف ا د ه قطعة ه ب فمجموع خطوط ا ج ج ه ه ب اكبر مقدارًا من مجموع خطوط ا د د ه ه ب. اعني ا ج ج ب اكبر من ا ه ه ب. ولو نضمّ الى طرف ب ه د وطرف ب د قطعة د ا يكون مجموع ب ه د د ا اعظم من مجموع ب د ا. فلذلك أي للمذكور في البرهان الى هنا كان مجموع ا ج ج ب اعظم من مجموع ب د ا د، وايضًا تكون زاوية ا ه ب عظمى من زاوية ا ج ب وزاوية ا د ب عظمى من زاوية ا ه ب فزاوية ا د ب عظمى من زاوية ا ج ب. ونهاية البرهان أنّ مقدار الزوايا التي قام ساقاها على قاعدة واحدة او متساوية بحسب مجموع ساقيهما الى الاخرى. فإذا كان مجموع ساقى زاوية

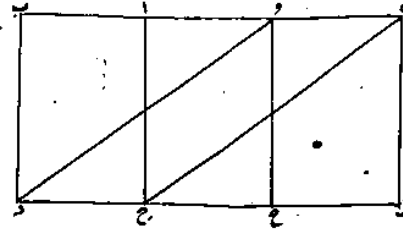
اقل من مجموع ساقي زاوية اخرى وقاعدتهما واحدة او متساوية كان مقدارها اكثر من مقدار الزاوية الأخرى.
وإذا كان مجموع ساقيها أكثر من مجموع ساقي الأخرى فمقدارها اقل من مقدار الأخرى.



فافهم السطوح المتوازية الاضلاع وهي التي يكون فيها كل من الضلعين المتقابلين موازيًا للآخر كالمربع التام.
فان فيه يوازي كل من الضلعين المتقابلين للآخر والمستطيل وهو ايضًا كذلك وغيرهما من المربعات التي
يتوازي ضلعها المتقابلان كالمعين والشبيه به. فكلها سطوح متوازية الاضلاع.

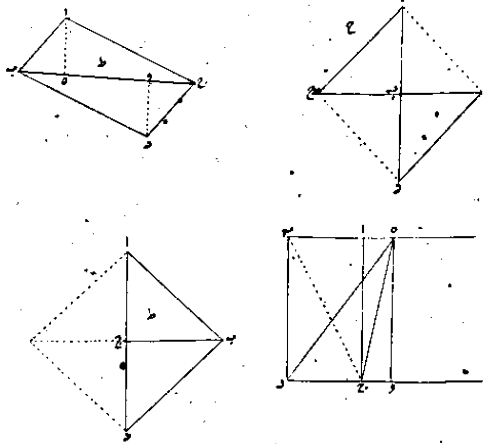
إذا اخرج من احدى زواياها خطً مستقيم الى الزاوية المقابلة لها تنقسم تلك السطوح مثلثين متساويين متمثلين،
والخط المخرج من زاوية الى الزاوية المقابلة يسمى قطرًا وقاسمًا لتقسيمه السطح مثلثين متساويين. والزاويتين
الى زاويتين متساويتين او متخالفتين كما مر بيانه. وهذا القطر او الخط القاسم وان وقع في السطوح الغير
المتوازية الاضلاع ايضًا لكنّه لا تنقسم به مثلثين متساويين. فالمقسوم به مثلثين متساويين كمستطيل ا ب ج د
يقسمه أي المستطيل القطر مثلثين متساويين كل منهما مختلف الاضلاع قائم الزاوية. وهو أي القطر مشترك
بينهما أي ضلع مشترك بين المثلثين. اعني مثلث ا ج د / [٣٤] ومثلث ا ج ب، فضع ا ج الذي هو القطر
والضلع المشترك بين المثلثين مساوي لنفسه. لذلك الاشتراك وزاوية ج ا د من أحد المثلثين مساوية لزاوية ج ا ب
من المثلث الآخر، وزاوية ا ج د من الاول مساوية لزاوية ج ا ب من الآخر فمثلث ا ج د مساو لمثلث ج ا ب لما
مر في محله. ولذا أي ولكون المثلثين متساويين كان ضلع ج د من الاول مساويًا لضلع ا ب من الآخر وضلع ا د
من الاول مساويًا لضلع ب ج من الآخر. فظهر ان في كل سطح متوازي الاضلاع يكون الضلعان المتقابلان
متساويين.

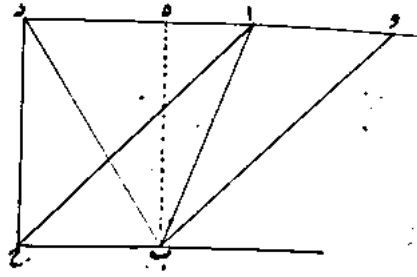
ولزم منه أي المذكور ايضًا ان زاوية د من المثلث الاول او من المستطيل مساوية لزاوية ب من الثاني او من
المستطيل وان زاوية د ا ب من المستطيل مساوية لزاوية ب ج د منه. او نقول ان مجموع زاوية د ا ج ج ا ب
من المثلثين مساوي لمجموع زاويتي ب ج ا ج د منهما كما ذكرنا في السابق. ان زاوية ج ا د مساوية لزاوية ا ج
ب وزاوية ا ج د مساوية لزاوية ج ا ب. فظهر ان في كل سطح من السطوح المتوازية الاضلاع تكون الزاويتان
المتقابلتان متساويتين. وان كل مثلث نصف السطح المتوازي الاضلاع الذي فرض من انضمام مثله على الوجه
السابق بان يضمّ الضلعان المتساويان على تخالف الزاويتين المنضمّتين لا مطلقًا أي لا بانضمام مطلق، لأنه لو
لم يضمّ المثلثان المتساويان المتماثلان على الوجه المذكور، بل على غيره فأما ان لا يحصل مربع اصلا او
يحصل مربع غير متوازي الاضلاع. فعلى هذا أي على ما ذكر في المستطيل من الاحوال والاصناف واللوازم
فالمربع التام ايضًا أي كالمستطيل سطح متوازي الاضلاع وكذا المعين والشبيه به منها.



ولو في جهة مختلفة فسطح ا ب ج د المتوازي الاضلاع مساو لسطح ه و ز ح المتوازي الاضلاع ايضا
لوقوعهما أي لوقوع سطحي ا ب ج د ه و ز ح بين خطين متوازيين وهما خطا ه ب ز د ولتساوي قاعدتهما ز ح
ج د.

ولبرهانه نخرج خطي د و ج ه فترى ان سطح ج د ه و/ [٣٥] المتوازي الاضلاع مساو لسطح ا ب ج د لما
مر اي لوقوعهما بين متوازيين ولكون قاعدتهما واحدة وهي ج د. وان سطح ه و ز ح المتوازي الاضلاع مساو
لسطح ه و ج د ايضا لما مر أي لوقوعهما بين متوازيين ولكون قاعدتهما واحدة وهي ه و. فعلى هذا يكون سطح
ا ب ج د مساو لسطح ه و ز ح لانهما مساويان أي لكون كل منهما مساويا لسطح ه و ج د. لان من الاصول
المتعارفة ان مقدارين إذا مساويا لثالث كانا متساويين احدهما للآخر. ولكون السطوح المتوازية الاضلاع الواقعة
بين خطين متوازيين على ارتفاع واحد أي كلها على ارتفاع سواء يجرى في المتساوية الارتفاع أي في التي
ارتفاعها وقدها متساو، إذا كانت قاعدتها واحدة او متساوية ما جرى من الاحكام المذكوره في السطوح الواقعة
بين خطين متوازيين.

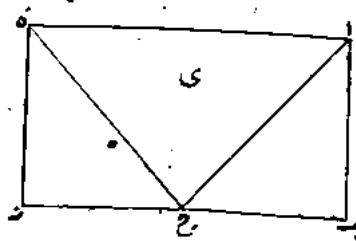




وان لم تكن بينهما وعلى هذه الصور الأربعة المذكورة في السطوح المتوازية الاضلاع وهي كونها بين متوازيين وقاعدتها واحدة او كونها بينهما وقاعدتها متساوية او كون ارتفاعها واحدًا وقاعدتها واحدة او كون ارتفاعها واحدًا وقاعدتها متساوية فعلى هذه الصور الأربعة.

احكام المثلثات فالمثلثان الواقعان بين خطين متوازيين وقاعدتهما واحدة كمثلثي ا ب ج د ج ب الواقعين بين متوازي و د ب ج وقاعدتهما واحدة وهي ب ج متساويان.

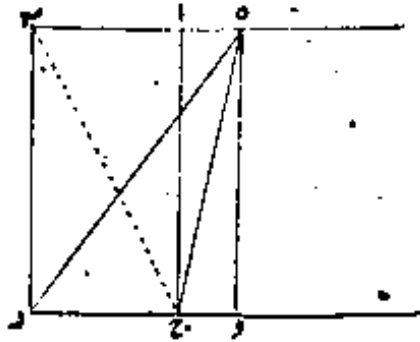
ولبرهانه نخرج خط ب و موازيًا لخط ج ا فيحصل سطح و ب ج ا المتوازي الاضلاع. ثم نخرج خط ب ه موازيًا لخط ج د يحصل سطح ه ب ج د المتوازي الاضلاع ايضًا مساويًا لسطح و ب ج ا لوقوعهما بين خطين متوازيين ولكون قاعدتهما واحدة. فنرى ان مثلث ا ب ج نصف سطح و ب ج ا المتوازي الاضلاع ومثلث د ب ج نصف سطح ه ب ج د المتوازي الاضلاع المساوي للسابق. فلما كان السطحان متساويين كان نصف أحدهما مساويًا لنصف الآخر وهذا هو المراد هكذا. والمثلثان الواقعان بين متوازيين وقاعدتهما متساويتان مثل مثلثي ا ب ج ه د ج الواقعين بين متوازيين وهما ا ه ب د / [ظ ٣٥] المتساوي قاعدتي ب ج د ج هكذا. والمثلثان الواقعان على قاعدة واحدة وارتفاعهما متساوي مثل مثلثي ا ب ج د ج ب او مثلثي ا ج ب د ج ب فكل من الاولين واقع على قاعدة ب ج وارتفاع الأول عمود ا ه وارتفاع الثاني عمود د و المتساويين. وكل من الاخران واقع على قاعدة ب ج وارتفاع الأول عمود ا ج وارتفاع الثاني عمود د ج المتساويان هكذا.



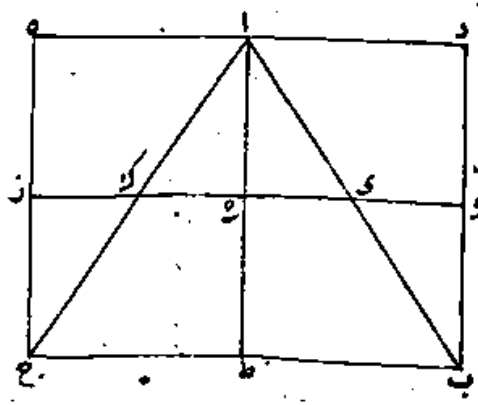
ومثلثان الواقعان على قاعدتين متساويتين وارتفاعهما متساوي مثل مثلثي ا ب ج د ه ب الذين قاعدتهما متساويان وهما خطًا ب ج ه ب وارتفاع الأول عمود ا ب وارتفاع الثاني عمود د ب هكذا، فهما أي المثلثان فيها أي في كل صورة من هذه الصور متساويان. لما ذكر من العلل والبراهين ومن هذا الموضوع صدر ايضًا كما صدرت احكام المثلثات المذكورة منه. ان السطح المتوازي الاضلاع إذا وقع مع مثلث بين خطين متوازيين وكانت قاعدتهما أي قاعدة المتوازي الاضلاع والمثلث واحدة كان ذلك المثلث نصف السطح المتوازي الاضلاع مثل

سطح ا ب ج د المتوازي الاضلاع ومثلث ه ج د الواقعين بين خطي ه ب و د المتوازيين وقاعدتهما أي قاعدة المتوازي الاضلاع والمثلث واحدة وهي خط ج د فمثلث ه ج د نصف سطح ا ب ج د المتوازي الاضلاع.

ولبرهانه نخرج خط ب ج الذي يكون قطر سطح ا ب ج د وينصفه نصفين متساويين كما مر. فترى ان مثلث ه ج د الذي هو قائم على قاعدة سطح ا ب ج د مساو لمثلث ب ج د الحاصل من اخراج قطر ب ج القائم على قاعدة ج د ايضاً لما مر في السابق من ان المثلثين الواقعين بين متوازيين وقاعدتهما واحدة متساويان. فلذا أي لكون مثلث ه ج د مساوياً لمثلث ب ج د الذي هو نصف سطح ا ب ج د كان مثلث ه ج د نصف سطح ا ب ج د ايضاً. ولما كان المثلثان أي مثلث ه ج د ومثلث ب ج د متساويين لوقوعهما بين متوازيين ولكون قاعدتهما واحدة وجب ان يكون ارتفاع المثلثين، بل ارتفاع مثلث ه ج د وسطح ا ب ج د ايضاً متساويين.



ولبيان / [٣٦ و] ذلك، نخرج من رأس مثلث ه ج د من نقطة ه عموداً خارج المثلث لميل زاوية الى الخارج على خط و ج الخارج عن القاعدة على الاستقامة لمحافظة الموازية بينه وبين خط ه ب. فظهر لنا ان عمود ه و الذي هو ارتفاع مثلث ه ج د مساو لخط ب د الذي هو ارتفاع مثلث ب ج د بل ارتفاع سطح ا ب ج د ايضاً. وان ارتفاع كل مثلث مائل الى الخارج أي مثلث كان رأسه خارجاً عن قاعدة هو أي ارتفاعه العمود الخارج من رأسه الواقع على خارج قاعدته أي على خط فخرج من قاعدته. وهذا الحكم جارٍ في السطوح المتوازية الاضلاع المائلة ايضاً. فان ارتفاعها هو العمود الخارج من رأسها الواقع على قواعدها الممتد الى الخارج.



ولكون مثلث $أ ب ج$ الواقع بين خطي $د ه ب ج$ المتوازيين نصف سطح $د ه ب ج$ المتوازي الاضلاع لاتحاد قاعدتهما وارتفاعهما كما مر. فهو أي المثلث المذكور مساو لنصف سطح $د ه ب ج$.

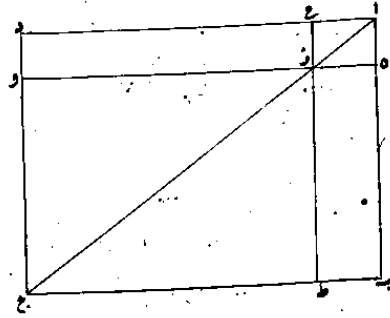
ولامتحان ذلك أي كون مثلث $أ ب ج$ مساو لنصف سطح $د ه ب ج$ نخرج من زاوية $ب أ ج$ من المثلث المذكور عمودًا على قاعدته فيه أي بعمود $أ ط$ ينصف المثلث والمتوازي الاضلاع نصفين متساويين. فالنصف الأول للمثلث $أ ب ط$ والآخر له $أ ط ج$ والنصف الأول للمتوازي الاضلاع $أ ب ط$ والآخر له $أ ه ط ج$. ثم ننصف سطح $د ه ب ج$ بخط $و ز$ ثانيًا فينقسم سطح $د ه ب ج$ بهما أي بالعمود وخط $و ز$ أربعة ارباع وهي $د أ و ح و ب ط ه ح ز ح ط ج$ كلها متساوية. ويحدث فيه أي في سطح $د ه ب ج$ بهما أي بالعمود وخط $و ز$ أربعة مثلثات متساوية وهي $أ ح ي و ب ك أ ح ك ر ج$. وأربعة مربعات منحرفة متساوية وهي $د أ و ح ب ط ح ك ط ج أ ه ك ز$. فإذا نظرنا إلى الكل أي إلى ما حدث في مثلث $أ ب ج$ و سطح $د ه ب ج$ وجدنا في كل من نصفي سطح $د ه ب ج$ بالعمود أي من النصفين الحادثين بالعمود مثلثين متساويين كبيرين في نصف $أ ب ط$ مثلثا $أ د ب ب ط$ / [٣٦ظ] وفي نصف $أ ه ط ج$ مثلثا $أ ه ج ج ط أ$. وفي كل مثلث أي وجدنا في كل مثلث كبير مثلثًا صغيرًا ومربعًا منحرفًا. كل منهما أي من المثلث الصغير والمنحرف مساو للآخر. أي المثلث الصغير في أحد المثلثات الكبيرة مساو لكل مثلث صغير في سائر المثلثات الكبيرة. وكذا كل منحرف مساو للآخر. وهما أي المثلث الصغير مع المربع المنحرف مساويان لمثلثهما أي للمثلث الكبير الذي وقعا فيه. ولكل من السائرة أي لكل سائر المثلثات الكبيرة فعلى هذا أي على تقدير كون أحد المثلثات الصغيرة مع أحد المنحرفات مساويين لأحد المثلثات الكبيرة. فمربع $د أ و ح$ المنحرف مع مثلث $أ و ب$ الصغير أو نقول فمثلث $أ د ب$ مساو لأحد نصفي مثلث $أ ب ج$ أي لمثلث $أ ب ط$ وهو أحد نصفي مثلث $أ ب ج$ أو لمثلث $أ ط ج$ الذي هو النصف الآخر. فلما كان الامر كذلك أي لما كان مثلث $أ د ب$ الذي هو مجموع المنحرف والمثلث الصغير مساويًا لأحد نصفي مثلث $أ ب ج$ كان مثلثا $أ د ب$ $أ ط ب$ $أ ط ج$ $أ ه ب ج$ $د ه ب ج$ مساويين لمجموع مثلث $أ ب ج$. فظهر ان مثلث $أ ب ج$ نصف سطح $د ه ب ج$ وكذا في الطرف الآخر وهذا هو المراد.

ثم وجدنا أيضًا بالنظر إلى الكل في كل نصفي سطح $د ه ب ج$ الذي نصف بخط $و ز$ مثلثين صغيرين ومربعين منحرفين فلاحظ التساوي بين المثلثات الصغيرة وكذلك بين المربعات المنحرفة. إذا انضم إلى منحرف مثلثة يساوي أحد المثلثات الكبيرة التي كل منها مساو لأحد نصفي مثلث $أ ب ج$ الذي يوجد في ذلك النصف مثلث صغير ومنحرف أيضًا. وإذا ضمنا إلى المنحرفين الكائنين في أحد النصفين اعنى في $د ه و ز$ أو $و ز ب ج$ مثلثيهما يكون المجموع في كل من النصفين مساويًا لمثلث $أ ب ج$ الذي يوجد فيه أيضًا منحرفان ومثلثان صغيران. فظهر ان مثلث $أ ب ج$ نصف سطح $د ه ب ج$ ولذا أي للامور المذكورة كان لنا في مساحة المثلثات طرق ثلاثة.

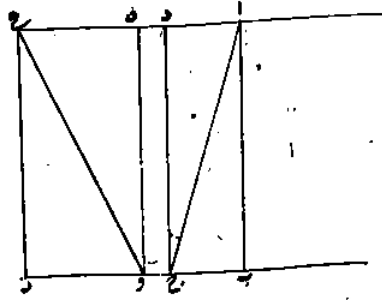
الطريق / [٣٧و] الأول: إذا أردنا مساحة مثلث $أ ب ج$ في الصورة المذكورة نضرب كل عمود $أ ط$ وهو ارتفاع المثلث وقده في كل القاعدة أي في خط $ب ج$ يحصل مقدار سطح $د ه ب ج$ وهو المربع المستطيل والسطح المتوازي الاضلاع. ثم ننصف مقداره أي المقدار الحاصل لذلك المستطيل فنصفه مقدار مثلث $أ ب ج$.

والطريق الثاني: ان نضرب كل العمود أي جميع ارتفاعه وقده في نصف القاعدة يحصل مقدار مثلث $ا ب ج$ كان حصل من ذلك الضرب أحد نصفي $د ا ب ط$ ، $ا ه ط ج$ الذين كل واحد منهما مساوٍ لذلك المثلث كما مر.

والطريق الثالث: ان نضرب نصفه أي نصف ارتفاع المثلث في كل القاعدة يحصل مقدار المثلث ايضاً كان حصل من هذا الضرب أحد نصفي $د ه و ز$ ، $و ز ب ج$ الذين كان كل واحد منهما مساوياً لذلك المثلث كما مر غير مرة. ولهذا أي بيان أصل هذه الطريق الثلاثة طولنا كلامنا الى هنا وهذا من اهم الأمور.

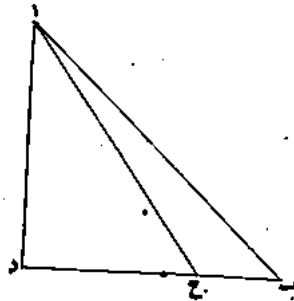


في مساحة الاشكال المتممات هما سطحان متوازي الاضلاع يقعان داخل سطح متوازي الاضلاع آخر عن جنبي قطره أي قطر السطح الآخر متلاقيان على نقطة واحدة منه أي من ذلك القطر ومشاركان له أي للسطح الآخر بزوايتين أي أحد المتممين مشترك بذلك السطح بزاوية والأخر في زاوية أخرى، فهما متساويان مثل سطحي $ح ز د و ه ز ب ط$ المتوازي الاضلاع الواقعين داخل سطحي $ا ب ج د$ المتوازي الاضلاع عن جنبي قطر $ا ج$ المتلاقيين عند نقطة $ز$ من القطر المذكور المشاركون بسطح $ا ب ج د$ في زاويتي $ب د$ اعني احدهما في زاوية $ب$ والاخر في زاوية $د$. وذلك أي كون المتممين متساويين لأن بالقطر أي قطر $ا ج$ ينقسم سطح $ا ب ج د$ المتوازي الاضلاع مثلثين متساويين أي مثلثي $ا ب ج ا د ج$. وينقسم كذلك سطح $ز ط ج و$ مثلثين متساويين $ز ط ج و$ وهما $ج ط ز ج و ز$. وينقسم سطح $ا ه ز ح$ ايضاً مثلثين متساويين وهما مثلثا $ا ه ز ا ح ز$. فلكون كل مثلث كبيراً كان او صغيراً او متوسطاً في أحد جنبي القطر مساوياً لمقابلة المماثل في الطرف الآخر. فإذا القينا أي طرحنا أولاً مثلثي $ا ه ز ج ط ز$ من مثلث $ا ب ج$ الكبير الذي هو نصف سطح $ا ب ج د$ بقى لنا سطح $ه ز ب ط$ الذي هو أحد المتممين. ثم إذا القينا ثانياً مثلثي $ا ح ز ج و ز$ من مثلث $ا د ج$ الكبير الآخر الذي هو ايضاً نصف سطح $ا ب ج د$ بقى لنا سطح $ح ز د و$ الذي هو المتمم الآخر مساوياً لسطح $ه ز ب ط$ أي للمتمم الأول فالمتممات متساويان هكذا وهذا ما أردناه. وقد وقع هذا في الحساب ايضاً بعينه كما لو طرحنا من كل من العددين المتساويين عددين متساويين يكون الباقي من كل منهما متساوي بالضرورة.



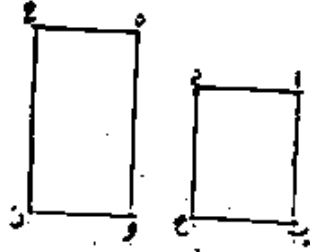
السطوح المتوازية إذا كانت على ارتفاع واحد أو بين متوازيين كانت نسبتها أي نسبة كل واحد منها إلى الآخر كنسبة قواعدها أي كنسبة قاعدة أحدها إلى قاعدة الآخر مثل سطحي $ا ب ج د ه و ز ح$ المتوازي الاضلاع المتساويين في الارتفاع أو الواقعين بين متوازي $ا ح ب ز$. وفيه أن السطحين المتوازي الاضلاع إذا وقعا بين متوازيين وجب أن يكون ارتفاعهما واحدًا. وكذا المثلثان إذا وقعا بين متوازيين لزم أن يتحدا في الارتفاع لا بالعكس كما زعم بعضهم لأنه يمكن أن يتحدا في الارتفاع وأن لا يقع بين متوازيين.

فنسبة السطح الأول أي سطح $ا ب ج د$ إلى السطح الثاني أي سطح $ه و ز ح$ كنسبة قاعدة الأول أي قاعدة $ب ج$ إلى قاعدة الثاني أي قاعدة $و ز$ كما لو كان قاعدة $ب ج$ أربعة أجزاء وقاعدة $و ز$ ستة وارتفاعهما ثمانية كانت نسبة السطح الأول إلى الثاني كنسبة أربعة إلى ستة وهي كأربعة اسداس إلى الكل أو كثلثين إلى الكل. فإذا ضربنا قاعدة الأول وهي أربعة في الثمانية يحصل اثنان وثلثون. وإذا ضربنا قاعدة الثاني وهي ستة / [٣٨ و] في الثمانية يحصل ثمانية وأربعون. فمقدار السطح الأول وهو اثنان وثلثون أربعة اسداس أو ثلثان من السطح الثاني وهو ثمانية وأربعون. وكذا الحكم في كل مثلثين متساوي الارتفاع أو الواقعين بين متوازيين لكون المثلث نصف السطح المتوازي الاضلاع مثل مثلثي $ا ب ج و ز ح$ في السطحين المذكورين فلو وقعهما بين متوازيين اتحد ارتفاعهما. فنسبة مثلث $ا ب ج$ إلى مثلث $و ز ح$ كنسبة قاعدة $ب ج$ إلى قاعدة $و ز$ أعني كنسبة الأربعة إلى الستة أو كنسبة الثلثين إلى الكل. فمقدار مثلث $ا ب ج$ ستة عشر وهو نصف سطح $ا ب ج د$ ومقدار مثلث $و ز ح$ أربعة وعشرون وهو نصف سطح $ه و ز ح$. فالستة عشر ثلثان من الأربعة والعشرين.

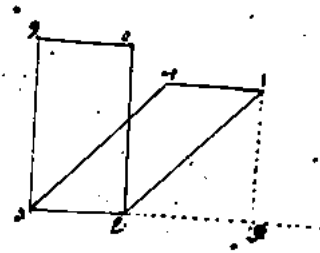


وأما المثلثان المتساويان في الارتفاع الغير الواقعين بين متوازيين فمثل مثلثي $ا ب ج ا ج د$ الذين يتواصل رأسهما عند نقطة $ا$ الغير الواقعين بين متوازيين، ولكن اتحد ارتفاعهما وهو عمود $ا د$ على $ب د$. فنسبة مثلث $ا$

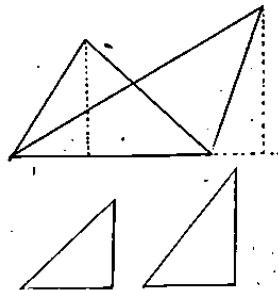
ب ج الى مثلث ا ج د كنسبة قاعدة الأول الى قاعدة الثاني. فلو فرضنا القاعدة الأول خمسة أجزاء ولقاعدة الثاني عشرة كان نسبة الاول الى الثاني كنسبة النصف الى الكل. وكان سطح الثاني ضعف سطح الأول.



وفي كل سطحين متوازي الاضلاع إذا اتحدت أو تساوت قاعدتهما كانت نسبة أحدهما الى الآخر كنسبة ارتفاعهما أي كنسبة ارتفاع أحدهما الى ارتفاع الآخر مثل سطحي ا ب ج د ه و ز ح المتوازي الاضلاع فنسبة الأول أي سطح ا ب ج د الى الثاني أي سطح ه و ز ح كنسبة ارتفاع الأول وهو ا ب من ستة أجزاء مثلا الى ارتفاع الثاني وهو ه و من الثمانية. اعني كنسبة ثلاثة ارباع الى الكل.



وأما السطحان الواقعان على قاعدة واحدة وارتفاعهما مختلف فمثل سطحي ا ب ج د ه و ج د المتوازي الاضلاع. فارتفاع الأول هو العمود المخرج من نقطة ا على خط ز ح الخارج من / ٣٨ ظ القاعدة المشتركة للسطحين وارتفاع الثاني هو خط و د او ه ج لكون كل منهما عموداً وضلعاً لسطح ه و ج د. وقاعدتهما ج د. وهما في النسبة والمقدار كالسطحين السابقين.



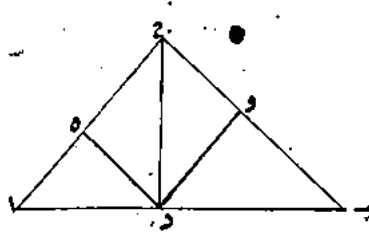
وكذا حكم المثلثين المتحدي القاعدة أو المتساوي القاعدة فلكون كل منهما نصف السطح المتوازي الاضلاع تكون نسبة أحدهما الى الآخر كنسبة ارتفاع أحدهما الى ارتفاع الآخر. ومثالهما هكذا.

وإذا كانت نسبة أحد السطحين المتوازي الاضلاع الى الآخر كنسبة ارتفاعهما أي كنسبة ارتفاع أحدهما الى ارتفاع الآخر كانت قاعدتهما متساويتين او متحدتين. مثلا لو كان مقدار أحد السطحين أربعة وعشرين جزء ومقدار الآخر اثنين وثلاثين وكان ارتفاع الأول ستة وارتفاع الآخر ثمانية. فترى ان الأربعة والعشرين ثلاثة ارباع للاثنتين والثلاثين كما انّ الستة ثلاثة ارباع للثمانية.

فلامتحان ان قاعدتهما متساوية قسمنا مقدار الأول وهو أربعة عشرون على ارتفاعه وهو ستة خرج أربعة. ثم قسمنا مقدار الثاني وهو اثنان وثلاثون على ارتفاعه وهو ثمانية كان الخارج أربعة ايضاً فظهر ان قاعدتهما متساوية.

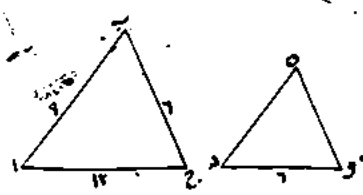
وكذا إذا كانت نسبتها أي نسبة أحد المتوازي الاضلاع الى الآخر كنسبة قاعدتهما أي كنسبة قاعدة احدهما الى قاعدة الآخر كان ارتفاعهما متساويين مثل ما إذا كان مقدار أحد المتوازي الاضلاع ستة عشر ومقدار الثاني اثنين وثلاثين وقاعدة الأول اثنين وقاعدة الآخر أربعة فنسبة الستة عشر الى الاثنين والثلاثين كنسبة الاثنين الى الأربعة اعنى كنسبة النصف الى الكل. فإذا قسمنا مقدار الأول وهو ستة عشر على قاعدة وهي اثنان كان الخارج ثمانية فهو ارتفاع الأول. وإذا قسمنا مقدار الثاني وهو اثنان وثلاثون على قاعدة وهي أربعة كان الخارج ايضاً ثمانية وهو ارتفاع الثاني المساوي لارتفاع الأول. وقس على هذا البواقي.

وكذا الحكم في المثلثات. إذا كانت نسبة أحد المثلثين الى الآخر [٣٩و] كنسبة ارتفاعهما فقاعدتهما متساويتان. وإذا كانت نسبة أحد المثلثين الى الآخر كنسبة قاعدتهما فارفعاهما متساويان. وإذا قسمت زاوية α ب من مثلث α ب ج مثلاً بخط ج د قسمين متساويين أي زاويتين متساويين فنسبة قطعتي α د ب أي نسبة احدهما الى الأخرى كنسبة ضلعي α ج ب أي كنسبة احدهما الى الآخر.

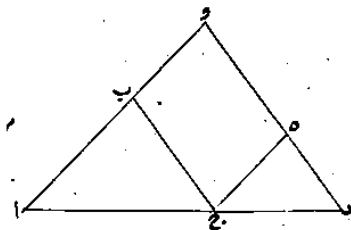


ولبرهانه أي برهان ان النسبة بين القطعتين كالنسبة بين الضلعين نخرج من نقطة د عمودين على الضلعين المتقابلين أي عمود د هـ على ضلع α ج، وعمود د و على ضلع ج ب. فنرى ان خط ج د الذي قسمت به زاوية α ج ب مساو لنفسه وان زاوية د هـ ج مساوية لزاوية د و ج لأن كليتهما قائمتان. وان زاوية هـ ج د مساوية لزاوية و ج د فزاوية هـ د ج ايضاً مساوية لزاوية و د ج لما مر من انه إذا ساوت وزاويتان من مثلث لزاويتين من مثلث آخر كل منهما لمبادلتهما فالزاويتان الباقيتان منهما متساويتان. فلذا كان ضلع هـ د وهو أحد العمودين مساوياً لضلع و د العمود الآخر فارفعاهما مثلي α ج د ب ج د باعتبار قاعدتهما وهما α ج ب ج متساوي. وارتفاعهما عمودا هـ د و د كما مر. فصح لنا ان نقول ان نسبة مثلث α ج د الى مثلث ب ج د كنسبة احدى القطعتين وهي α د الى الأخرى

وهي ب د. فظهر منه أي من المذكور أنّ نسبة ضلع ا ج الى ضلع ب ج كنسبة قطعة ا د الى قطعة ب د وهذا ما أردناه.



الاضلاع المتقابلة للزوايا المتساوية في المثلثات المتماثلة وغيرها أي في سائر الاشكال المتماثلة تسمى الاضلاع المتبادلة، وهي أي الاضلاع المتبادلة متناسبة. وإذا كانت الاضلاع المتبادلة متناسبة وجب ان تكون زواياها أي الزوايا المقابلة لتلك الاضلاع المتبادلة متناسبة متساوية مثل ما إذا قلنا أنّ نسبة ضلع ا ب من مثلث ا ب ج المقابل لزاوية ج الى ضلع د ه من مثلث د ه و المماثل للمثلث الأول المقابل لزاوية و المبادل لضلع ا ب/[٣٩ظ] كنسبة ضلع ا ج من الأول المقابل لزاوية ب الى ضلع د و من الثاني المقابل لزاوية ه المبادل لضلع ا ج. وجب ان تكون زاوية ج المقابلة لضلع ا ب من الأول مساوية لزاوية و من الثاني المقابلة لضلع د ه وأن زاوية ب المقابلة لضلع ا ج من الأول مساوية لزاوية ه المقابلة لضلع د و. وإذا كان المثلث ا ب ج مماثلاً لمثلث ج ه د فبقول أنّ نسبة ضلع ا ب الى ضلع ا ج من مثلث ا ب ج كنسبة ضلع ج ه الى ضلع ج د من مثلث ج ه د.

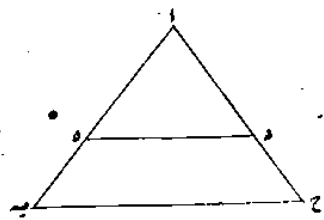


ولبيان ذلك نصل القاعدتين أي قاعدتي المثلثين على الاستقامة بان تكونا خطاً مستقيماً واحداً ونخرج ضلع ا ب وضلع د ه الى ان يتوصلا عند نقطة و. فلكون مثلث ا ب ج مماثلاً لمثلث ج ه د تكون زاوية ب ج ا مساوية لزاوية و د ج لأنّ ضلع ب ج موازٍ لضلع و د لما مر أنّ الخطّين المتوازيين إذا وقعا على خطّ مستقيم فالزاويتان المتبادلتان الداخلتان عن جنبي الخطّين المتوازيين متساويتان. وتكون زاوية و ا ج مساوية لزاوية ه ج د للعلّة المذكورة. فظهر أنّ شكل ب ج ه و الحادث متوازي الاضلاع. وأنّ فيه ضلع ب و مساوٍ لضلع ج ه وكذلك ضلع ب ج مساوٍ لضلع و ه. فلكون خطّ ب ج الواقع على ضلعي ا و ا د موازياً لضلع و د تكون نسبة ا ب الى ب و كنسبة ا ج الى ج د. وإذا وضعنا مكان ب و ضلع ج ه المساوي لضلع ب و كانت نسبة ا ب الى ب و كنسبة ا ج الى ج د ايضاً كذلك. فحاصله أنّ نسبة ا ب الى ا ج كنسبة ج ه الى ج د وهذا ما أردناه.

وصدر منه أي من هذا الموضوع أنّه إذا علمنا مقدار ضلعين او ثلاثة اضلاع في أحد المثلثين المتماثلين وضلعاً واحداً أي مقداره في المثلث المتماثل الآخر نستعلم أي يمكن لنا استعلام مقدار الضلعين الباقيين المجهولين من

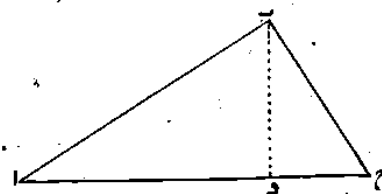
المثلث الآخر بالأربعة المتناسبة. مثلاً إذا علمنا أنّ مقدار ضلع $ا ج$ من مثلث $ا ب ج$ اثني عشر جزءاً وضلع $ا ب$ منه تسعة وضلع $د و$ من مثلث $د ه و$ و المتماثل الآخر ستة / [٤٠ و] وأردنا استعمال مقدار ضلع $د ه$ منه ضربنا الستة في التسعة. ثم قسمنا الحاصل وهو أربعة وخمسون على الاثنى عشر كان الخارج أربعة ونصفا ومقدار ضلع $د ه$ المجهول. وإذا أردنا استعمال مقدار ضلع $ه و$ من الثاني وعلمنا أنّ لضلع $ب ج$ المبادل له في الاول ستة ضربنا الستة في ضلع $د و$ وهو ستة ايضاً كما مرّ. ثم قسمنا الحاصل وهو ستة وثلاثون على الاثنى عشر كان الخارج ثلاثة، وهي مقدار ضلع $ه و$.

واعلم أنّ الموضوع المذكور من اهمّ الأصول المساحية وكانه اصل لجمعها ولذا لزم الجدّ بكمال معرفته لتدرك الأصول السائرة به بعضها قد سبق وبعضها سيذكر كما اشرنا اليه بقولنا.



لو وضعنا في مثلث $ا ب ج$ خطّ $د ه$ المستقيم موازياً لقاعدة $ب ج$ فنقول ان نسبة ضلع $ب ا$ الى ضلع $ب ج$ كنسبة خطّ $ه ا$ الى خطّ $ه د$.

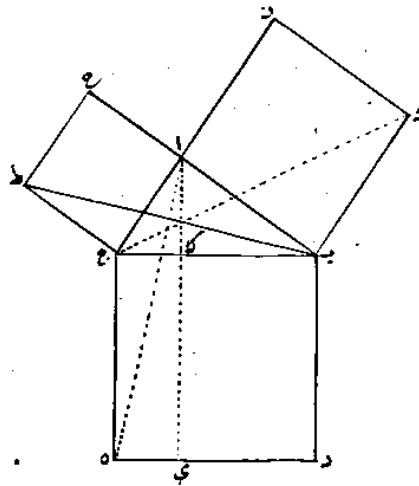
وبيان ذلك أي تناسب المذكور: أنّ زاوية $ب ا ج$ مساوية لزاوية $ه ا د$ لأنّ بوضع $د ه$ الموازي لقاعدة $ب ج$ يحصل في مثلث $ا ب ج$ الكبير مثلث $ا د ه$ الصغير كما عرفت. فلكون زاوية $ا$ مقابلة لقاعدة المثلث الصغير والكبير كانت مشتركة لهما ومساوية نفسها. وزاوية $ا ب ج$ مساوية لزاوية $ا ه د$ لما مر من أنّ الخطين المتوازيين إذا وقعا على ثالث مستقيم فالزاويتان المتبادلتان عن جنبي المتوازيين متساويتان. وزاوية $ا ج ب$ مساوية لزاوية $ا د ه$ للعلّة المذكورة ايضاً. فظهر أنّ مثلث $ا د ه$ الصغير مماثل لمثلث $ا ب ج$ الكبير. ولذا كانت نسبة $ب ا$ الى $ب ج$ كنسبة $ه ا$ الى $ه د$. وكذا الحكم في الطرف الآخر أي نسبة $ج ا$ الى $ج ب$ كنسبة $د ا$ الى $د ه$. وكذا عكسهما اعني نسبة $ب ج$ الى $ب ا$ كنسبة $ه د$ الى $ه ا$ او نسبة $ج ب$ الى $ج ا$ كنسبة $د ه$ الى $د ا$ وايضاً نسبة $ب ا$ الى $ه ا$ كنسبة $ب ج$ الى $ه د$.



وإذا اخرجنا من زاوية قائمة من مثلث مختلف الاضلاع قائم الزاوية مثل مثلث $ا ب ج$ خطّاً عموداً على وترها أي على وتر تلك الزاوية القائمة مثل عمود $ب د$ المخرج من الزاوية وهي ب / [٤٠ ظ] على وترها وهو $ا ج$

الواصل الى نقطة د منه ينقسم المثلث به أي بالعمود مثلثين مماثلين أي كل منهما مماثل لاصلهما أي لمثلث ا ب ج.

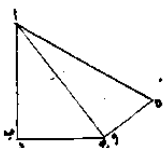
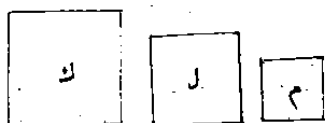
وبيانه أي بيان ان المثلثين الحادثين بالعمود مماثلين الاصل انا نرى ان في كل من مثلثي ا د ب ج د ب الحادثين بالعمود زاوية قائمة كما في المثلث الأصلي. وان زاوية ا في مثلث ا د ب مشتركة بينه وبين المثلث الأصلي ومساوية لنفسها. وان زاوية ب منه أي من مثلث ا د ب الحادث مساوية لزاوية ج من مثلث ا ب ج الأصلي لأنه إذا كانت زاويتان في أحد المثلثين المتماثلين مساويتين متساويتين لمبادلتها في الآخر والزاوية الثالثة من الأول مساوية لمبادلتها في الآخر بالضرورة كما مر. فظهر ان المثلثين أي مثلث ا ب ج ومثلث ا د ب متماثلان. ثم نرى ان زاوية ج من مثلث ج د ب الحادث مشتركة بينه وبين المثلث الأصلي ومساوية ايضاً لنفسها كما كانت زاوية ا مشتركة مساوية لنفسها كذلك. فلجوب كون زاوية ب الثالثة منه أي من مثلث ج د ب الحادث مساوية لزاوية ا من مثلث ا ب ج الأصلي للعلّة المذكورة. كان المثلثان أي مثلث ج د ب الحادث ومثلث ا ب ج الأصلي متماثلين ايضاً أي مثل مثلثي ا د ب ا ب ج وهذا ما أردنا. ويصدر منه أي الموضوع المذكور مصادرات ثلاثة. اولها ان مثلثي ا د ب ج د ب الحادثين متماثلان ايضاً لأن شئيين إذا يماثلا لشئ ثالث فهما متماثلان ايضاً. والثانية ان نسبة ا د أي القطعة الكبيرة من وتر ا ج الى د ب العمود كنسبة د ب العمود الى د ج أي القطعة الصغيرة من الوتر. فحصل ان العمود خط متناسب ثالث بين خطي ج د ا د أي بين قطعتي الوتر كما مر في محله. والثالثة ان مربع د ب أي مربع العمود الحاصل من ضربه في نفسه مساوٍ لمستطيل ج د ا د أي احدى قطعتي الوتر في الأخرى. وقد مر بيان هذا ايضاً.



كل مثلث قائم الزاوية فانّ مربع وتر الزاوية القائمة فيه أي المربع الحاصل من ضرب [١٤١] الوتر في نفسه مساوٍ لمجموع مربعي ضلعيها أي الضلعين المتواصلين بالقائمة مثل مثلث ا ب ج القائم الزاوية فانّ مربع ب ج أي الوتر الذي يوتر الزاوية القائمة وهو مربع ب ج د ه مساوٍ أي مقداره الحاصل من ضرب الوتر في نفسه مساوٍ لمجموع مربع ضلعي ا ب ج المتواصلين عند القائمة أي لمجموع سطحي ا ب و ز ا ج ح ط الحاصلين من ضرب كل واحد من ضلعي ا ب ج في نفسه.

ولبرهانه أي برهان كون مربع الوتر مساوياً لمربعي الضلعين المتواصلين عند القائمة: نخرج أولاً من زاوية α القائمة خطاً موازياً لخط ج ه مقاطعاً وتر ج ب عند ك واصلًا إلى خط د ه عند ي . ثم نخرج ثانيًا خطاً مستقيماً من نقطة α إلى نقطة ه وخطاً مستقيماً آخر من زاوية β إلى زاوية γ . فتري أنّ مثلث ه ج ا لوقوعه مع سطح ه ج ك $\text{ي المتوازي الاضلاع}$ بين خطي α ي ج ه المتوازيين على قاعدة واحدة وهي ه ج نصف سطح ك ي ج ه المتوازي الاضلاع. ونري أيضاً أنّ مثلث ط ج ب لوقوعه مع سطح ج ط ح ا المتوازي الاضلاع بين خطين متوازيين وهما ب ح ج ط على قاعدة واحدة وهي ج ط نصف سطح ج ط ح ا لما مرّ أنّ مثلثاً إذا وقع مع سطح متوازي الاضلاع بين متوازيين على قاعدة واحدة أو متساوية فهو نصف ذلك السطح. ثم نرى أنّ مثلثي ه ج ا ب ج ط متساويان لأنّ ضلع ه ج من الأول مساوٍ لضلع ب ج من الثاني وضلع α ج ا من الأول مساوٍ لضلع ج ط من الثاني والوتران متساويان أيضاً. فلكون أحد المثلثين المتساويين اعني مثلث ه ج ا نصف مستطيل ك ي ه ج والمثلث الآخر منهما أي من المثلثين المتساويين اعني مثلث ب ج ط نصف مربع ج ط ح ا . ظهر أنّ مستطيل ك ي ه ج الواقع في مربع ب ج د ه مساوٍ لمربع ج ط ح ا الحاصل من ضرب ضلع α ج في نفسه . وكذلك العمل بالمربع الآخر أي مربع α $\text{ب و ز بان يخرج خطاً مستقيماً من ا إلى د وآخر من ج إلى و}$ فيحصل مثلثان متساويان أحدهما نصف مستطيل ب ك د ي والآخر نصف مربع α ب و ز . فيلزم من ذلك كون مستطيل ب ك د ي مساوياً لمربع α $\text{ب و ز كما في الأول فمربع ب ج د ه الذي هو مجموع المستطيلين المذكورين مساوٍ لمجموع مربع ا ب و ز ا ج ط ح وهذا ما أردناه}$.

اعلم ان هذا الشكل هو الشكل المشهور السابع والاربعون في الكتاب الأول لأقليدوس. واوجده فيثاغورس الحكيم المهندس وقرب لصنمه بمائة بقر على زعم أنّه اعانه على إيجاده. ولهذا الشكل فوائد كثيرة لاسيّما لاستعلام اضلاع المثلث القائم الزاوية. مثلاً إذا علمت الوتر ومقدار ضلع من المتواصلين عند القائمة وأردت استخراج الثاني من المتواصلين تربع كلا من المعلومين وتطرح مربع الضلع المتواصل المعلوم من مربع الوتر. ثم تستخرج جزر فضله فالجزر هو الضلع المجهول.

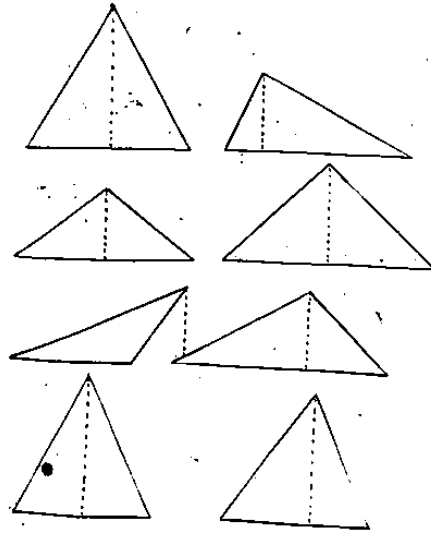


وإذا علمت مقدار الضلعين المتواصلين وأردت استعلام مقدار الوتر المجهول تربيعهما وتستخرج جزر المجموع يحصل المطلوب. فإذا أردنا أي لما تقررت القاعدة المذكورة من أن مربع وتر الزاوية القائمة في كل مثلث قائم الزاوية مساوي لمربعي ضلعيها فإذا أردنا وضع مربع مجهول يكون مقداره مساويًا بالمجموع مربعين معلومين معينين أو أكثر أي مقداره مساويًا لمجموع ثلاثة أو أربعة مربعات فصاعدًا. وهذا إشارة إلى فائدة جلية من فوائد الشكل المذكور مثل مربعات ك ل م تضع أحد اضلاع مربع ك مثل ضلع ا ب لأن اضلاعه الأربعة مساوية على أحد اضلاع مربع ل مثل ضلع ج د عمودًا عليه لتحصل زاوية قائمة. ونوتر القائمة أي تضع على ضلعي ا ب ج د خطًا ج ه فالوتر أي خطًا ج ه يكون ضلعًا للمربع المجهول الذي يكون مقداره مساويًا لمجموع مربعي ك ل لما ذكرنا. ثم إذا وضعنا أحد اضلاع مربع م مثل ضلع ه و على الثاني أي ضلع ج د عمودًا عليه أي على وتر ا ج أيضًا أي مثل ما وضعنا ج د على ا ب عمودًا ثم نوتر القائمة الحاصلة منهما بخطًا ه و [٢٤٠] يكون هذا الوتر أي خطًا ه و ضلعًا للمربع المجهول الذي كان مقداره مساويًا لمجموع مربعات ك ل م. وقس على هذا أي افعل هذا القياس.

إذا أردت وضع مربع كان مقداره مساويًا لمجموع مربعات أربعة فصاعدًا قد سبق فيما قبل أي فيما هو كالمقدمة لمساحة سطح الدائرة وقطرها في الفصل السابع مساحة المربع التام والمستطيل بان يضرب في الأول أحد اضلاعه في نفسه فالحاصل هو مقدار سطح المربع التام. وبان يضرب في الثاني أحد الضلعين المتساويين الأقصرين في أحد المتساويين الأطولين فالحاصل هو مقدار سطح المستطيل.

والمثلث القائم الزاوية بان يجعل أولًا أحد الضلعين المتواصلين عند القائمة قَدًا والآخر منهما قاعدة. ثم يضرب مقدار قَد في مقدار القاعدة، وينصف الحاصل فنصفه مقدار سطح المثلث أو يضرب مقدار القَد في نصف القاعدة أو نصف القَد في كل القاعدة. فما حصل في التقديرين فهو مقدار المثلث.

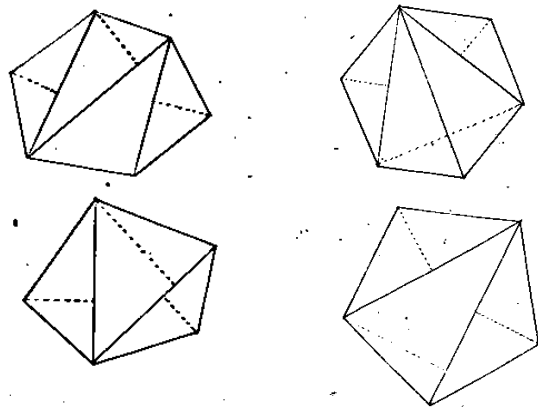
وأما المساحة في سائر المثلثات كالمساوي الاضلاع والمتساوي الساقين سواء كان حاد الزوايا أو منفرج الزاوية والمختلف الاضلاع حاد الزوايا أو منفرج الزاوية فيجعل أحد الاضلاع الثلاثة في كل منهما قاعدة. ويخرج من الزاوية المقابلة لها أي للقاعدة عمود عليها أي على القاعدة. ان لم تكن الزاوية المقابلة لها خارجة عنها أو يخرج العمود على خط ممتد إلى الخارج منها أي من القاعدة ان كانت الزاوية المقابلة لها خارجة عنها فذلك العمود هو قَد المثلث وارتفاعه كما مر. ثم يضرب كل العمود في نصف القاعدة أو نصفه أي نصف العمود في كلها أي كل القاعدة فالحاصل هو المطلوب أو يضرب كل العمود في كل القاعدة ثم ينصف الحاصل يحصل المطلوب ومثالها هكذا.



ولا يحتاج الى بيان لما مر اليه الإشارة غير مرة.

واما مساحة المعين والشبيه به من المربعات فيجعل أي يفرض فيهما أي في كل منهما أحد اضلاعهما قاعدة ويخرج من الزاوية المقابلة لها في الداخل أي داخل السطح عمود عليها ليكون / [٢٤٢] ذلك العمود ارتفاعا وقدًا للشكل. ثم يضرب العمود في القاعدة فالحاصل من الضرب هو مقدار السطح أي سطح المعين او الشبيه به.

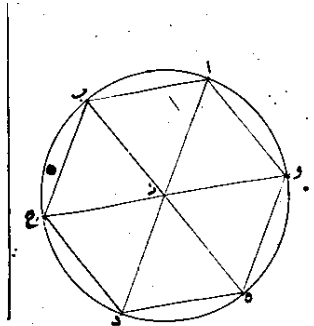
واما في سائر المربعات وهي كلها منحرفة او غير متوازية الاضلاع، يحتاج فيها الى تقسيمها مثلثين بالقطر. فيخرج أولا من اية زاوية من الزاوية خط مستقيم الى الزاوية المقابلة لها وذلك الخط المستقيم هو القطر او القاسم كما مر يحدث به مثلثان مختلفان. ثم يخرج في كل منهما أي من المثلثين الحادئين من الزاوية المقابلة للقطر عمود عليه أي على القطر الذي هو قاعدة مشتركة بين المثلثين ويضرب العمود وهو قد المثلث وارتفاعه في نصفه أي نصف القطر اعني نصف القاعدة فما حصل في كل منهما بالضرب فهو مقدار المثلث. ثم يجمع الحاصلان فالمجموع هو مقدار سطح المربع المطلوب هكذا. وهذا الطريق قد مر مرارًا ولذا ترك زيادة بيانه لعدم الاحتياج اليها.



الفصل التاسع:

في بيان مساحة الاشكال الكثيرة الاضلاع كالمخمّس والمسدّس وغيرهما منتظمة كانت او غير منتظمة وأوضاعها احوالها قد مر بيان معرفة مساحة الاشكال الكثيرة الاضلاع المنتظمة في الفصل السابع قبيل بيان طريق مساحة الدائرة ولها أي لمساحة الاشكال الكثيرة الاضلاع طريق آخر غير ما ذكر في الفصل السابع يشمل مساحة الاشكال الكثيرة الاضلاع الغير المنتظمة ايضاً. وذلك أي طريق ذلك مستند الى أصل وهو أي الأصل انّ كل شكل منهما أي من الاشكال الكثيرة الاضلاع مطلقاً يمكن تقسيمه الى عدة مثلثات اضلاعه الا اثنين. فالمخمّس ينقسم الى ثلاثة مثلثات والمسدّس الى أربعة المسبّع الى خمسة مثلثات وعلى هذا القياس سائرهما بعدة أي ينقسم بعدة اقطار زواياه الا ثلاثة. فالمخمّس ينقسم بقطرين والمسدّس بثلاثة اقطار والمسبّع بأربعة اقطار المخرجة من زاوية من زواياه الى الزاوية المقابلة لها / [٤٣و] أي للزاوية التي أخرجت منها الأقطار. فيفرض أي بعد ما أخرجت الأقطار كل قطر قاعدة لمثلث حادث عند محيط الشكل او لمثلثين على الإشتراك عند الوسط والمحيط على يقتضيه العمل. ثم يخرج من الزاوية المقابلة للقطر الذي هو قاعدة عمود عليه أي على القطر اعني القاعدة ويضرب العمود في نصف القطر أي نصف القاعدة. فالحاصل هو مقدار المثلث. وهكذا يفعل بكل مثلث حادث داخل الشكل ويحفظ مقاديرها أي مقدار الحاصل في كل مثلث ثم تجمع فالمجموع أي مجموع الحواصل مقدار الشكل الذي أردنا مساحته. وهذا الطريق جار في المربعات ايضاً كما مر بيانه في الفصل السابق.

وإذا أردنا استعمال زاوية من زوايا الشكل الكثير الاضلاع المنتظم مخمّساً كان او مسدّساً او غيرهما فطريقه ان نقسم ثلثمائة وستين وهي محيط الدائرة على عدد اضلاع الشكل الذي أردنا استعمال زاوية منه. فان كان محمّساً فعلى خمسة وان كان مسدّساً فعلى ستة. ثم نطرح الخارج من القسمة من مائة وثمانين أي من مقدار مثلث فالباقي هو مقدار الزاوية المطلوبة مثل ما إذا أردنا استعمال زاوية في الشكل المسدّس قسمنا الثلثمائة والستين على ستة وهي عدد اضلاعه كان الخارج من القسمة ستين. ثم طرحناه أي عدد الستين من مائة وثمانين بقي لنا مائة وعشرون لمقدار الزاوية المطلوبة او لكل زاوية من ذلك المسدّس لان زواياه متساوية كما عرفت.



ولبرهانه نرسم على النقط الثلاثة من زاوية ا ب ج المطلوبة من مسدّس ا ب ج د ه و دائرة على الطريق المذكور في محلّه. فترى انها قد مرت بجميع زواياه أي زوايا المسدّس وانّ قوسى ا ب ب ج المحيطين بزاوية ا

ب ج متساويان لتساوى وترهما لما مر من ان قسّى الاوتار المتساوية في دائرة متساوية ايضاً. وكذا القسّى الباقية متساوية / [٣٤ ظ] لذلك أي لتساوى الاوتار. ثم نخرج من مركز الدائرة وهو ز خطوطاً مستقيمة الى الزوايا أي الى كل زاوية. فنرى ان زاوية ا ب ج قد قطعت بنصف قطر ز ب زاويتين متساويتين وان زاوية ز ا ب من مثلث ا ز ب الحادث من نصفي قطر ز ا ز ب و ضلع ا ب مساوية لزاوية ز ب ج أي لنصف زاوية ا ب ج لان مقدار كل واحدة منهما مساوٍ لمقدار الأخرى. اعنى ان مقدار زاوية ا الواقعة عند محيط الدائرة نصف قوس ب ج د الذي قامت هي عليه. ومقدار زاوية ب الواقعة أيضاً عند محيط الدائرة نصف قوس ا و ه الذي قامت هي عليه، ونصفاهما متساويان. ثم نرى ان زاوية ا ز ب الواقعة عند المركز مساوية لكل من زاوية ز ا ب ز ب ا لان مقدارها أي مقدار زاوية ز مساوٍ لمقدار كل واحدة منهما أي من زاوية ا وزاوية ب لما مر ان الزاوية عند المركز مقدارها هو القوس الذي قامت هي عليه فقوس ا ب مساوٍ لكل من نصفي قوس ب ج د ا و ه. فظهر ان الزوايا أي زوايا ا ب ز ب ا ز ب ا الثلاثة متساوية وان مقدار كل منها مسدس الدائرة وهو ستون درجة. فإذا طرحنا الستين أي مقدار زاوية ز التي عند المركز من مائة وثمانين أي من مقدار الزوايا الثلاثة في مثلث بقى لنا مائة وعشرون أي مقدار زاوية ز ا ب ز ب ا وهو مقدار زاويتي ا ب ز ج ب ز ا و زاوية ا ب ج لاننا بدلنا زاوية ج ب ز من زاوية ب ا ز لكونهما متساويين كما مر. وهذا ما أردنا.

وإذا أردنا ان نعلم مقدار جميع الزوايا في شكل كثير الاضلاع نضرب عدد اضلاعه أي اضلاع ذلك الشكل في مائة وثمانين وهو مقدار مثلث، ثم طرحنا من الحاصل ثلثمائة وستين وهي مقدار الزوايا الحاصلة عند المركز. بقي لنا بعد الطرح مقدار جميع الزوايا الواقعة عند المحيط.

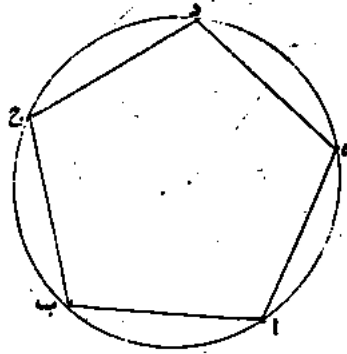
مثلاً إذا ضربنا الخمسة في مائة وثمانين في الشكل الخمس حصل تسعمائة ثم طرحنا من الحاصل ثلثمائة وستين بقي خمسمائة وأربعون لمقدار جميع زوايا الخمس. وفي المسدس ضربنا الستة في مائة وثمانين حصل / [٤٤ و] ألف وثمانون ثم طرحنا ثلثمائة وستين منه بقي سبعمائة وعشرون للمسدس وعلى هذا القياس البواقي. وذلك لان في الاشكال الكثيرة الاضلاع يمكن احداث مثلثات بإخراج خطوط مستقيمة من الوسط الى الزوايا على عدة اضلاعها تكون من كل منها أي من المثلثات الحادثة زاويتان عند المحيط أي محيط الشكل وزاوية عند نقطة الوسط أي المركز في المنتظمة او ما يقرب منه في الغير المنتظمة. ومقدارها أي مقدار زوايا المثلث مائة وثمانون. فإذا ضربنا عدد اضلاع الاشكال أي عدد اضلاع كل شكل من الاشكال الكثيرة الاضلاع في مائة وثمانين لحدوث في كل شكل مثلثات على عدة اضلاعه. ثم طرحنا الحاصل ثلثمائة وستين وهو مقدار الزوايا الحاصلة عند نقطة الوسط، فالباقي بعد الطرح هو مقدار الزوايا الحاصلة عند محيط الشكل. هذا هو المطلوب.

وله طريق آخر أسهل من الأول وهو ان يضرب عدد اضلاع الشكل غير اثنين في مائة وثمانين فالحاصل هو مقدار جميع الزوايا. ففي الخمس يضرب ثلاثة وفي المسدس أربعة وفي المسبع خمسة في مائة وثمانين الى غير ذلك.

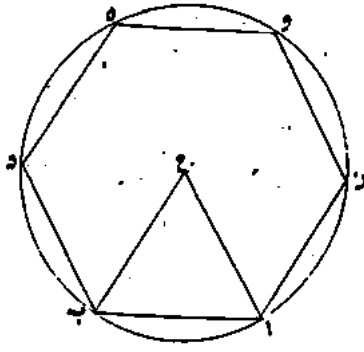
وأما معرفة وضع الاشكال الكثيرة الاضلاع المنتظمة أي شكل كان منها في دائرة مثل دائرة ا ب د ه فطريقه أي طريق الوضع ان تقسم ثلثمائة وستين على عدد الاضلاع التي تريد وضع الشكل منها مثل الستة إذا اردت وضع

المسدّس. فالخارج من القسمة هو مقدار زاوية $ا ج ب$ وهو ستون. ثم تضعها عند مركز $ج$ بحيث يتّصل ضلعاها بمحيط الدائرة وترسم خطا مستقيما من نقطة $ا$ الى نقطة $ب$. وذلك المستقيمة هو أحد اضلاع الشكل المسدّس. ثم تأخذ طوله أي طول ضلع $ا ب$ بالبركار وكوّره أي ضلع $ا ب$ من جانب أي من جانب ضلع $ا ب$ عند المحيط الى ان تصل الى الجانب الاخر من ضلع $ا ب$ يحصل المطلوب أي يحصل مسدّس في دائرة $ا ب د ه$. وتفعّل على هذا القياس بسائر الاشكال الكثيرة الاضلاع. / ٤٤ ظ

وامّا إذا اردت وضع شكل كثير الاضلاع منتظم على خطّ مفروض معين، تضرب عدد اضلاع الشكل المقصود في مائة وثمانين ثم تطرح من الحاصل ثلثمائة وستين فالباقي بعد الطرح هو مقدار جميع الزوايا كما مر فبعد ذلك تقسم مقدار جميع الزوايا على عدد اضلاعه أي اضلاع الشكل المقصود فالخارج من القسمة هو مقدار احدى زواياه أي زوايا الشكل المقصود.



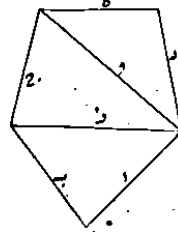
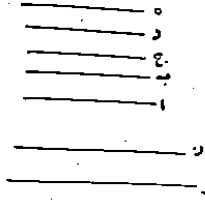
مثلا إذا اردت وضع مخمس منتظم على خطّ $ا ب$ المعين، تقسم مقدار جميع زواياه أي زوايا المخمس وهو خمسمائة وأربعون على خمسة وهو عدد اضلاع المخمس. كان الخارج من القسمة مائة وثمان، وهو مقدار زاوية من زواياه المتساوية. فانقلها أي تلك الزاوية بالمنقلة على احدى نهايتي خطّ $ا ب$ مثل نقطة $ب$ كما مر طريقه، واجعل خطّ $ب ج$ مساويا لخطّ $ا ب$ يكونا أي خطّ $ا ب ب ج$ ضلعين للمخمس المطلوب. ثم ارسم دائرة على نقاط $ا ب ج$ بالطريق المخصوص المذكور في محله. وخذ طول أحد ضلعي $ا ب ب ج$ لانهما متساويان بالبركار، وارسم ببعده خطوط $ج د ه ه ا$ يحصل المطلوب أي المخمس المقصود هكذا. وفي كل مسدّس منتظم يكون كل ضلع منه أي من المسدّس مساويا لنصف قطر دائرة تحيط المسدّس بحيث يمرّ محيطها بكل نقطة تواصل الضلعين.



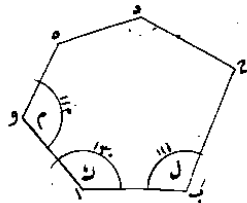
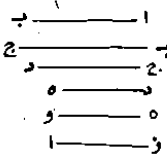
وبيانه: انّ زاوية $ا ج ب$ مقدارها ستون درجة، فزاويتا $ا ب$ أي مقدارهما مائة وعشرون درجة لانه إذا طرحنا مقدار زاوية من مائة وثمانين فالباقي للزاويتين الاخرين. فلكون ضلع $ا ج$ مساوياً لضلع $ب ج$ ، فزاوية $ا$ مساوية لزاوية $ب$ كل منهما من ستين درجة لما مر من ان الزاويتين الواقعتين على القاعدة في المتساوي الساقين متساويتان. فكل منهما أي من زاويتي $ا ب$ مساوية لزاوية $ج$. فيلزم منه أي ممّا ذكرنا من ان الزوايا الثلاثة متساوية، ان ضلع $ا ب$ ايضاً مساوٍ لكل من نصفي قطر $ا ج ب ج$ وهو ظاهر.

فإذا اردت وضع مسدّس، فارسم دائرة، ثم ارسم ببعد نصف قطرها ستة خطوط متواصلة عند المحيط هكذا؛
يحصل / [٤٥ و] المطلوب.

وطريق وضع كل شكل كثير الاضلاع من جميع اضلاعه المعلومة المعينة ومن اقطار معلومة على عدة اضلاعه غير ثلاثة -لما مر ان في كل شكل كثير الاضلاع يمكن وضع اقطار من زاوية الى المقابلة على عدة اضلاعه او زواياه غير ثلاثة- وان بالأقطار تحدث فيه مثلثات على عدة اضلاعه غير اثنين وضع مثلثاً على مثلث ملاصقة الاقطار او مواصلة عند أحد طرفيهما مثل ما إذا أردنا وضع مخمس من خطوط $ا ب ج د هـ$ الخمسة المعلومة وقطري $و ز$ المعلومين، فتضع على قطر $ز$ خطي $ا ب$ يحصل المثلث الأول. ثم تضع عليه مثلثاً آخر من قطر $و$ وخط $ج$ وقطر $ز$ المشترك بينه وبين الأول. ثم نضع على المثلث الثاني مثلثاً ثالثاً من خطي $د هـ$ وقطر $و$ المشترك بينه وبين المثلث الثاني هكذا.



و اما طريق وضع كل شكل كثير الاضلاع من جميع اضلاعه المعلومة المعينة وزواياه المعلومة غير ثلاث مثل خطوط ا ب ج د ه و ا الستة المعلومة وزوايا ك من قل و ل من قيا و م من قيب الثلاثة المعلومة المعينة، فارسم أولا خط ا ب وضع على نقطة ا زاوية ك من قل بالمنقلة كما عرفت. وارسم عليها أي زاوية ك خط و ا، ثم ضع على نقطة ب من خط ا ب زاوية ل من قيا وارسم عليها خط ب ج. ثم على نقطة و زاوية م من قيب، وارسم عليها خط ه و؛ فبقى لك خطا ج د ه وثلاث زوايا غير معلومة. ثم خذ بالبركار خط ج د أي طوله وارسم من نقطة ج ببعد قوسيا في جهة د، وخذ خط د ه بالبركار وارسم ببعد من نقطة ه قويسا آخر مقاطعا للأول عند نقطة د. ثم اخرج من نقطة تقاطع القوسين خطي د ج د ه يحصل لك المطلوب هكذا وقس على هذا سائر الاعمل.



ذيل لهذا الباب:

فى الأرقام الحسابية أي الأرقام التي تستعمل في الحساب. الأرقام أي صورها المستعملة تسعة وتسمى بالأرقام الهندية ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ وعاشرها صفر. وهو أي الصفر ليس من الاعداد كالتسعة المذكورة، بل انما هو أي الصفر قائم // [٤٥ظ] في المراتب الخالية عن الأرقام وذلك معلوم. وهي اي الأرقام اما مفردة بالنظر الى ذاتها لا بالنظر الى مدلولها فإن كلا منها بدل على احاد من جنس او نوع غير الواحد. وفي كون الواحد عددًا بحث إذا كان أحدها أي أحد هذه التسعة منفردًا غير منضمّ ومقارنا بالآخر رتبة. واما مركبة إذا كان مع أحدها أي مع أحد منها غيره منضمًا مقارنا رتبة.

ومراتبها أي مراتب الأرقام ثلاث. اولها الاحاد وهي الأرقام التي وقعت في المرتبة الأولى عن يمين العدد او منفردًا يشار بها الى الاعداد من الواحد الى التسعة. **والثانية** العشرات وهي التي وقعت قبل الأولى الى اليسار في المرتبة الثانية يشار بها الى الاعداد من العشرة الى التسعين عشراً عشراً متزايداً. والثالثة المئات وهي فوق الثانية الى اليسار ويشار بها الى الاعداد من مائة الى تسعمائة مائة مائة متزايدة. وما فوقها أي ما فوق هذه المراتب الثلاثة الوف على المراتب الثلاثة المذكورة. اعنى الاعداد التي وقعت فوقها في المرتبة الأولى احاد الألوف، وفي الثانية عشرات الألوف، وفي الثالثة مئات الألوف. وما فوقها أي ما فوق هذه المراتب الثلاثة الالوفية الوف الألوف على المراتب الثلاثة ايضًا باضافة الألوف الى الألوف، وما فوقها الوف الوف الألوف كذلك أي على المراتب المذكورة باضافة الألوف مكرّرًا الى الألوف الى غير ذلك.

فإذا وجدت عددًا كبيرًا كان او صغيرا وتركته على حاله أي لم ترد تحويله من حال الى حال بل تريد نطق مقداره فانطقه على المراتب المذكورة وهو أي نطقه على مراتبه يسمى التعداد. واما إذا اردت تحويل عدد من الاعداد وتبديله فاما ان تبدله الى عدد اكبر أي تجعله اكبر مما كان او اصغر منه.

فالاول أي جعل العدد أكبر اما بانضمام عدد آخر اليه أي الى الأول، وهو يسمى الجمع. وما يجتمع منهما يسمى المجموع، او بتكريره أي او جعل العدد أكبر بتكريره مرة واحدة وهو التضعيف او بتكريره مرات على حسب عدد آخر وهو أي تكرير مرات الضرب ويسمى العدد الأول المكرر المضروب // [٤٦و] فيه والعدد الآخر المضروب، وما حدث منهما حاصل الضرب.

والثاني أي تبديل العدد الى أصغر منه اما بتنقيص عدد آخر منه بشرط ان يكون العدد الآخر أصغر منه وهو أي تنقيص عدد من الطرح ويسمى الأول المطروح منه والآخر المطروح والتفاوت بينهما أي بين المطروح والمطروح منه الفضلة او الباقي. او يكون جعل العدد أصغر ممّا كان بتجزئته الى اثنين، وهو أي تجزئته الى اثنين التنصيف الى نصفين متساويين يساوى مجموعهما العدد الأول. فالأول أي العدد الأول هو المنصف وكل من جزئه نصفه أي نصف العدد الأول. او يكون تبديله الى أصغر منه بتجزئته على حسب عدد آخر فوق الاثنين أي يكون العدد الآخر أكثر من اثنين، وهو القسمة او التقسيم. فالاول أي العدد الأول هو المقسوم والعدد الثاني المقسوم عليه والعدد الثالث الحادث منهما خارج القسمة. وهذه اقسام سبعة في الحساب يسمونها بالاصول الحسابية اعنى التعداد والجمع والتضعيف والضرب والطرح والتنصيف والتقسيم. وبعضهم جعل التضعيف من الضرب في اثنين والتنصيف من التقسيم على اثنين، فبقيت الأصول عنده خمسة. وقال بعضهم ان أصول

الحساب ثلاثة اعنى التعداد والجمع والطرح، وجعل التضعيف والضرب من الجمع كانه لو يضم عدد الى عدد حصل التضعيف والى مجموعه مرة بعد أخرى الضرب، وادخل التنصيف والتقسيم في الطرح. وقد عرفت فيما قبل ان مساحة المقادير خطأ كان او سطحا او جسما بممسحات مخصوصة كالقضيب او الرمح المنقسم الى عشرة اقدام المنقسمة الى عشرة أصابع المنقسمة الى عشرة الخطوط المنقسمة الى عشرة نقاط او بالمقاييس المفروضة المماثلة اقسامها لاقسام الممسحات لتسهيل العمل بهاولتطبيقه وتوفيقه لما في الخارج.

فإذا اردت ان تجمع مقدار خطين او خطوط او سطحين او سطوح او مثلهما فضع ارقام مقدارهما احدهما فوق الآخر بحيث يقع الكل أي ارقام الكل عن [٤٦ظ] اليسار، ثم الجزء ان كان له جزء عن يمينه أي عن يمين الكل، ثم جزء الجزء ان كان للجزء جزء عن يمينه أي عن يمين الجزء وهكذا الى الجزء الأدنى. فخط أي بعد ما كتبت مقدارهما على الوجه السابق فخط تحتتهما أي تحت مقدارهما خطأ وابدأ بالجمع من اليمين واجمعهما كما فعلت في جمع سائر الاعداد. ثم افصل من اليمين أي من يمين المجموع لكل جزء رقمًا واحدًا بعلامة الى الجزء الأكبر، فما فوقها أي فوق الأجزاء فهو للكل مثل ما لو كان لاحد الخطين او السطحين او غيرهما ثلاثة رماح وأربعة اقدام وثمانية أصابع وخطان وخمس نقاط، وللآخر أي للخط الآخر او السطح الآخر او غيرهما رماح وسبع اقدام وتسعة أصابع وثلاثة خطوط وثمانية نقاط، فاكتبهما أي مقدارهما واجمعهما على الوجه المذكور يكن المجموع أي مجموعهما ستة رماح وقد بين وسبعة أصابع وستة خطوط وثلاث نقاط، صورته هكذا. وقس على هذا سائر الاعمال.

$$\begin{array}{r}
 ٣٤٨٢٥ \\
 ٢٧٩٣٨ \\
 \hline
 ٦٢٧٦٣
 \end{array}$$

وإذا اردت تضعيف مقدار خطأ او سطح او غيرهما فضع مثله تحته ثم اجمعهما. فالمجموع هو الضعف أي ضعف مقدار الخط أو غيره. او اضرب الاثنين فيه أي في مقدار الخط أو غيره فالحاصل من الضرب هو الضعف المطلوب. وإذا ضربت مقدار خطأ في نفسه او في مقدار خطأ آخر يساوى مقداره مقدار الأول او في مقدار خطأ آخر يخالفه أي يخالف مقداره مقدار الامل بان يكون ازيد او أنقص منه، فذلك الضرب يسمى التربيع في المساحة، فالحاصل في الاولين أي فيما إذا كان المضروب فيه نفس المضروب او كان المضروب فيه مساويًا للمضروب هو مقدار سطح مربع تام، والحاصل في الأخير أي فيما إذا كان المضروب فيه فحالفًا للمضروب هو مقدار مربع مستطيل.

واما إذا ضربت عددا في نفسه ثم ضربت المضروب الأول في الحاصل من الضرب الأول، فالحاصل من الضرب الثاني هو مقدار مكعب ومدلوله كعب، وسيجي بيانه في الباب الثالث انشاء الله تعالى. فالمضروب في نفسه يسمى جزرًا او الحاصل مجزورًا في الحساب، ومربعًا في المساحة. وكذا المضروب في الحاصل أي

الحاصل من $[٧٤٧]$ ضربه في نفسه يسمى جذرًا ايضًا، لكن الأول جذر للمربع والثاني جذر المكعب. وهما في الحقيقة واحد. وأشرنا في الجدول الى مجذور كل عدد هو جذر له من الواحد الى التسعة ومكعبه أي مكعب كل عدد من الواحد الى التسعة لتسهيل استخراج الجذر.

١	٢	٣
٤	٥	٦
٧	٨	٩
١٠	١١	١٢
١٣	١٤	١٥
١٦	١٧	١٨
١٩	٢٠	٢١
٢٢	٢٣	٢٤
٢٥	٢٦	٢٧
٢٨	٢٩	٣٠
٣١	٣٢	٣٣
٣٤	٣٥	٣٦
٣٧	٣٨	٣٩
٤٠	٤١	٤٢
٤٣	٤٤	٤٥
٤٦	٤٧	٤٨
٤٩	٥٠	٥١
٥٢	٥٣	٥٤
٥٥	٥٦	٥٧
٥٨	٥٩	٦٠
٦١	٦٢	٦٣
٦٤	٦٥	٦٦
٦٧	٦٨	٦٩
٧٠	٧١	٧٢
٧٣	٧٤	٧٥
٧٦	٧٧	٧٨
٧٩	٨٠	٨١
٨٢	٨٣	٨٤
٨٥	٨٦	٨٧
٨٨	٨٩	٩٠
٩١	٩٢	٩٣
٩٤	٩٥	٩٦
٩٧	٩٨	٩٩
١٠٠	١٠١	١٠٢

فالتجذير استخراج عدد مجهول من عدد مجذور معلوم، لو ضرب المجهول المستخرج في نفسه لكان الحاصل من الضرب مساويا للمعلوم او قريبا منه. فان كان العدد المجذور المعلوم قليلا كما لو كان من مرتبة او مرتبتين مثل التسعة والستة والثلاثين ومثلهما، فارجع الى الجدول تجد جذره اعني جذر التسعة ثلاثة وجذر الستة والثلاثين ستة. وقس على هذا.

واما إذا كان عدد المجذور الذي اردت استخراج جذره كثيرا مثل ١٩٣٦ من أربعة ارقام مثلا، فطريق استخراج ان تفصل بين كل عددين أي مرتبتين من اليمين الى اليسار بخطّ لتحصيل الجذر لكل شق هكذا. ثم ابدأ من اليسار واطلب من الجدول أقرب المجذور للعددين الاولين أي للشق الأول، وهما تسعة عشر تجده ستة عشر وفوقه أي فوق ذلك المجذور جذره أي جذر عدد الستة عشر أربعة. فاكتب المجذور أي الستة عشر تحت العددين الاولين في الشق الأول أي التسعة عشر، وجذره أي اكتب الأربعة وراء الخطّ الأول عن اليمين. ثم اطح الستة عشر من التسعة عشر يبق لك ثلاثة، واكتب الباقي أي الثلاثة تحت الستة. ثم انقل أي انزل العددين الآخرين في الشق الثاني أي الستة والثلاثين خذ الباقي أي خذ الثلاثة عن اليمين. وضعف الجذر المستخرج وهو أربعة وضعه أي ضع ضعف الجذر وهو ثمانية تحت الثلاثة من الشق الثاني أي تحت الأول في اليسار من الشق الثاني. ولو كان ضعف الجذر من عددين فضع احاده تحت العدد الأول من الشق الثاني وعشراته تحت الذي يليه الى اليسار. ثم اقسام ما فوق ضعف الجذر أي فوق الثمانية وهو في هذا المثال ثلاثة وثلاثون على ضعف الجذر أي على الثمانية $[٧٤٧]$ واكتب الخارج من القسمة وهو أربعة خذ الجذر السابق خارج الخطّ الأول عن يمينه. وكذلك اكتب الخارج خذ ضعف الجذر أي خذ الثمانية عن يمينه. وكذلك اكتب الخارج المذكور تحت نفسه أي تحت الأربعة التي عن يمين الثمانية. وخطّ تحتها أي تحت هذه الاعداد الثلاثة خطّا هكذا.

واضرب العدد الأسفل أي الأربعة فيما فوقها أي في الأربعة والثمانين. واكتب الحاصل من الضرب وهو ثلثمائة وستة وثلاثون تحت الخط. ثم اطرح أي الحاصل من العدد الأعلى من الاعداد الثلاثة وهو ثلثمائة وثلاثون. يحصل المطلوب أي فيما وراء الخط الأول فهو الجذر المطلوب وهو أربعة وأربعون.

وامتحانه بان يضرب الجذر المستخرج في نفسه. فالحاصل يساوى المجذور المعلوم، هكذا صورته. وقس على هذا سائر الاعمال.

$$\begin{array}{r}
 \text{جذر} \\
 19 \overline{) 44} \\
 \underline{16} \\
 28 \\
 \underline{28} \\
 0 \\
 33 \\
 \underline{33} \\
 0
 \end{array}$$

وضمنا اليها صورتين أخريين لزيادة ابضاح العمل هذا أي الطريق المذكور. انما يصح إذا لم يبق بعد الطرح الأخير شيء كما في الصورة المذكورة.

$$\begin{array}{r}
 \text{جذر} \\
 5 \overline{) 25} \\
 \underline{5} \\
 20 \\
 \underline{20} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{جذر} \\
 29 \overline{) 841} \\
 \underline{58} \\
 261 \\
 \underline{261} \\
 0
 \end{array}$$

وأمّا إذا ببقى شيء بعد الطرح الأخير فطريق تقريب الجذر الى حقيقته أي الى عدد يقرب من الجذر المطلوب بقدر الإمكان. لاستخراج الجذر من الكسر الباقي ايضاً بان الحق به أي بالعدد المجذور كله او بالباقي بعد الطرح الأخير عن يمينه أي عن يمين المجذور او الباقي ستة اصفار يكون المجذور بها أي بتلك الأصفار مضروباً في الف الف منقسماً كل جزء منه أي من المجذور الى الف الف، وجذر كل جزء الف، مثل ما إذا أردنا استخراج الجذر من ٨٦٩ المجذور الحقنا به أي بالعدد المذكور عن يمينه ستة اصفار كانت صورته هكذا ٨٦٩٠٠٠٠٠٠، وهو بعينه حاصل ضرب ٨٦٩ في الف الف، ثم نفصل بين كل صفرين و سائر الاعداد بخط فاصل الى نهاية اليسرى كما مر. ثم تكمل العمل على الوجه السابق. يحصل من هذا العمل ٢٩٤٧٨. فجذر الشق

الأول عن اليسار هو اثنان، وجذر الشاق الثاني تسعة اعنى الجذر الكلى تسعة وعشرون. والاعداد الثلاثة الباقية وهي ٤٧٨ / ٨ [و] كسور وجذر الأجزاء المنقسمة الى الف الف. وأما العدد الباقي بعد الطرح الأخير في العمل وان يرى كبيرا ترك نسيًا منسيًا لأنه لا عبرة له لغاية قلته. وصورته هكذا وقس عليه البواقي.

٨٦٩٠٠٠٠٠٠٠٠	٢٩٤٧٨
٨٦٩	٢٩٤٧٨
٤٩	
٩	
٤٤١	
٢٨١	
٥٨٤	
٤	
٢٣٣٦	
٠٤٦٤٠٠٠٠٠٠٠	
٥٨٨٧	
٧	
٤١٢٠٩	
٠٥١٩١٠٠٠٠٠٠٠	
٥٨٩٤٨	
٨	
٤٧١٥٨٤	
٠٤٧٥١٦	

وأما طريق استخراج جذر العدد المكعب، وهو ان تبسط العدد الذى اردت استخراج الجذر منه مثل عدد ٧٩٥٠٧ المكعب. ثم تفصل أرقامًا ثلاثة ثلاثة كما فعلت في المربع بين اثنين اثنين بخط فاصل لتحصيل الجذر من كل شق، وتبدؤ من اليسار اى بالشق الأول عن اليسار. وتطلب في الجدول أقرب المكعب اليه أي للشق الأول وهو تسعة وسبعون. تجده أي أقرب المكعب فيه أي في الجدول أربعة وستين، وفوق مربعه أربعة، وهو أقرب الجذر الى تسعة وسبعين. فاكتبه أي الجذر اعنى الأربعة عن يمين الخط الخارج. والمكعب الأقرب تحت الشق الأول أي تحت التسعة وسبعين. ثم اطرح المكعب مما فوقه أي من التسعة والسبعين، وضع الباقي وهو خمسة عشر تحته. وانقل الشق الثاني خذ الباقي عن يمينه هكذا. ثم رجع الجذر المستخرج اعنى الأربعة في خاطرك او في محل آخر، واضرب الحاصل أي الستة عشر في ثلاثة؛ يحصل ثمانية وأربعون وارسم هذا الحاصل تحت الشق الثاني والباقي اعنى ضع الثمانية تحت الخمسة من الشق الثاني والاربعة تحت الخمسة من الشق الأول ثم تقول لتحصيل جذر الشق الثاني أربعة فى خمسة عشر ثلاث مرات فاكتب الثلاثة عن يمين الجذر السابق وأيضا تحت الثمانية. وارسم خطًا تحتها. ثم اضرب الثلاثة في الثمانية والأربعين، وضع الحاصل أمانة وأربعة وأربعين تحت الخط. وامح المضروب والمضروب فيه لان لا عمل بهما بعد.

ثم رجع الجذر الثاني أي الثلاثة، واضرب مربعه أي التسعة في ثلاثة، واضرب الحاصل أي السبعة وعشرين في الجذر الأول أي في الأربعة؛ وارسم الحاصل وهو مائة وثمانية تحت الحاصل في الصورة وهو مائة وأربعة وأربعون بحيث تقع احاده أي الثمانية [٨ ظ] خارجة عنه أي عن المائة وأربعة واربعين بمرتبة. وضع مكعب

الجذر الثاني أي السبعة والعشرين تحته أي تحت مائة وثمانية بحيث تقع احاده أي السبعة خارجة عنه أيضاً بمرتبة. وارسم تحت هذه الاعداد الثلاثة خطاً واجمعها، وضع المجموع تحته. ثم اطرحه أي المجموع من العدد الأعلى المجتمع من الشق الثاني والباقي من الشق الأول تجد انه لايبقى لك شيء. وبه تم العمل، فجذر المكعب ما خارج الخط وهو ثلاثة وأربعون. وصورته هكذا.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 ٧٩ | ٥٠٧ | ٤٣ \\
 ٦٤ \\
 \hline
 ١٥٥٠٧ \\
 ٤٨٠٠ \\
 \hline
 ٣٠٠ \\
 ١٤٤٠ \\
 \hline
 ١٠٨٠ \\
 ٩٧ \\
 \hline
 ١٥٥٠٧ \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

ولو كان للمكعب شق ثالث او رابع او أكثر فالعمل في كل منها كالعمل في الشق الثاني بلا فوق. هذا إذا لم يبق بعد الطرح الأخير شيء أي كسر.

واما إذا بقي كسر فطريق استخراجها ان تلحق اليه او بالالمكعب عن يمينه تسعة اصفار كان كل جزء منه منقسم الى الف الف الف يحصل بضربها في المكعب. ثم ينفصل ثلاثة ثلاثة كما مر مثل ما إذا أردنا ان نستخرج الجذر من مكعب ٨٤٣ تضم اليه تسعة اصفار او نضربه في ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠ وهو عين الأول. ثم نفصل جميع العدد ثلاثة ثلاثة بخط فاصل هكذا. ونبدؤ من اليسار ونطلب أقرب المكعب للشق الأول أي لعدد ٨٤٣ في الجدول. نجده ٧٢٩ وفي الأعلى أي فوق مربعه جذره تسعة. فوضعناه أي جذره عن يمين الخط الخارج والمكعب أي وضعنا ٧٢٩ تحت ٨٤٣. ونكمل العمل كما سبق طريقه، وصورته هكذا.

426

$$\begin{array}{r} 12965 \\ 64825 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12965 \\ 64825 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12965 \\ 64825 \end{array}$$

واما طريق الطرح فيها أي في المساحة هو أي الطريق ان يبسط أولا العدد الأكبر أي المطروح منه على الوجه السابق أي الكل عن اليسار والأجزاء عن يمينه ويوضع في محل الأجزاء الغير الموجودة صفر. ثم يبسط العدد الأصغر أي المطروح تحته أي تحت المطروح منه كذلك أي الكل تحت الكل والجاء تحت الجزء وفي محل الغير الموجودة صفر. ويبدؤ من اليمين ويطرح كما في الحساب من غير فرق.

واما التقسيم فيها أي في المساحة فهو ايضاً على الطريق الذى في الحساب غير ان اعداد المقادير كلاً وجزءاً بعد ما انبسطت على الترتيب المذكور مراراً، يقسم الجميع كعدد واحد في الحساب. فالخارج من القسمة ايضاً على هذا الترتيب أي الخارج الأول للكل والثاني للجزء والثالث لجزء الجزء الى آخره ان خرج للمقسوم عليه سهم من الكل. والا أي وان لم يخرج له سهم منه فالخارج الأول جزء الكل والثاني جزء الجزء وهكذا الى الجزء الأخير.

مثلاً لو قسم ربحان وأربع اقدام وستة أصابع وخمسة خطوط واربع نقاط على ستة، كان الخارج ٤١٠٩. فلعدم السهم من الرمح كان العدد الأول اعنى الاربعة للأقدام والواحد للأصابع ولا شئ للخطوط لان في محله صفر والتسعة للنقاط. ولو كان العدد المقسوم صغيراً قليلاً والعدد المقسوم عليه كبيراً يلزم تجزئة العدد [٤٩ظ] المقسوم الى ان يصير الكبر من المقسوم عليه ليتمكن التقسيم مثل الرمح يضرب في عشر فتحصل اقدام ويضرب عدد الاقدام ايضاً في عشر فصارت أصابع ومنها أي من الأصابع تحصل الخطوط يضرب عدد الأصابع في عشر ومنها أي من الخطوط تحصل النقاط يضرب عدد الخطوط في عشر. ثم يقسم المقسوم على المقسوم عليه فما خرج من القسمة فهو من الأجزاء الحاصلة من ذلك الضرب. فان كان الحاصل من الضرب اقدماً فأقدام وان أصابع فأصابع وعلى هذا القياس سائرهما.

إذا نسب أحد العددين او أحد المقدارين المتماثلين او المتجانسين او أحد الاعداد او المقادير الى الآخر بنسبة ما يسميان أي العددان او المقداران متناسبين والاعداد او المقادير متناسبة.

والنسبة إذا كانت بحيث يعتبر العدد الأكبر بكم هو أكبر من الأصغر أو الأصغر بكم هو أصغر من الأكبر فهي أي النسبة على ذلك التقدير حسابية مثل ثلاثة وخمسة وسبعة. ويعلم الفرق بينهما بالطرح، وهو في هذه اثنان أي السبعة أكبر من الخمسة باثنين والخمسة من الثلاثة باثنين وعلى العكس أعنى الثلاثة أصغر من الخمسة باثنين

والخمس أصغر من السبعة باثنين أيضاً. وإذا كانت أي النسبة بحيث تعتبر كمية شمول العدد الأكبر على الأصغر أو كمية وجود الأصغر في الأكبر فهي أي تلك النسبة مساحية مثل ثلاثة وتسعة، ثم أربعة وأثنى عشر. فالتسعة تشمل الثلاثة ثلاث مرات كما يشمل الاثنى عشر على الأربعة ثلاث مرات أيضاً. أو الثلاثة موجودة في التسعة ثلاث مرات كما أن الأربعة موجودة في أثنى عشر ثلاث مرات أيضاً. ويعلم الفرق بينهما بالتقسيم أي تقسيم العدد الكبير على الصغير. وهذه الأعداد الأربعة هي التي تسمى الأربعة المتناسبة لأن نسبة العدد الأول إلى الثاني كنسبة العدد الثالث إلى الرابع. فإذا ضرب أحد الطرفين في الآخر مثل الثلاثة في الاثنى عشر في المثال المذكور كان الحاصل وهو ستة وثلاثون مساوياً للحاصل من ضرب أحد الاوسطين في الآخر مثل الأربعة / [٥٠] في التسعة، فحاصله أيضاً ستة وثلاثون.

فلو كان أحد الطرفين مجهولاً مثل ٨٤ - ٠٦ أو ١٢٦ - ٨٠ ضرب أحد الاوسطين في الآخر أي ضرب الثمانية في الستة في المثالين. ثم يقسم الحاصل وهو ثمانية وأربعون فيهما على الطرف المعلوم اعني على الأربعة في المثال الأول وعلى الاثنى عشر في المثال الثاني. فالخارج من القسمة وهو في الأول أثنى عشر وفي الثاني أربعة الفصل الثالث هو الطرف المجهول هكذا ٨٤ - ١٢ ٦ فيهما.

ولو كان أحد الاوسطين مجهولاً مثل ٦٢ - ٢٤٠ أو ٢٤٨ - ٠٢ يضرب أحد الطرفين المعلومين في الآخر، وهما فيهما اثنان وأربعة وعشرون. ثم يقسم الحاصل وهو ثمانية وأربعون على الأوسط المعلوم، وهو في المثال الأول ستة وفي المثال الثاني ثمانية. فالخارج من القسمة وهو في المثال الأول ثمانية وفي الثاني ستة هو الأوسط المجهول هكذا ٦٢ - ٢٤٨ فيهما. وهذه القاعدة أي قاعدة الأربعة المتناسبة التي تسمى بالقاعدة المثلثة أيضاً كما مر مستعملة في المساحة لاستخراج المجهولات المتناسبة محتاجة إليها في أكثر مسائلها أي مسائل المساحة. ومن الزم ما وجب حفظه فيها أي في المساحة. وليكن هذا القدر أي القدر الذي ذكر الى هنا من الحساب كافياً للحاسبين في المساحة. ومن أراد الزيادة فليراجع الى الرسائل المخصوصة له أي لعلم الحساب يجد ما يطلب من المسائل الحسابية المفصلة المتفرعة.

الباب الثاني:

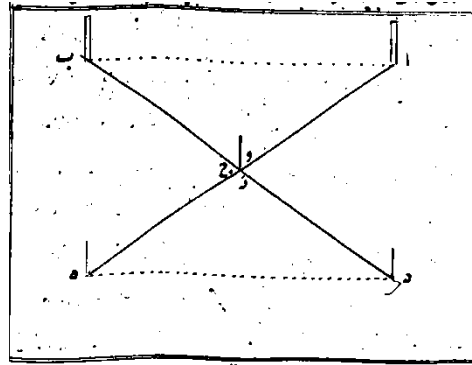
في مساحة ابعاد الأشياء أي مسافة ابعادها من مواضع مفروضة وطول قوائمها أي قوائم الأشياء كالاشجار والجبال وامثالهما وعروض المجار والانهار وما اشبههما وله أي للباب الثاني ثلاث مقالات.

المقالة الأولى:

في طريق استعلام البعد بين شيئين، أو أشياء كقريتين، أو حصارين؛ أو لاستعلام المسافة من موقف الى محل مفروض وأمثاله. ولها أي لمقالة الأولى فصول متعددة اما بحسب الطرق أو بحسب أنواع المحل. / [٥٠] [ظ]

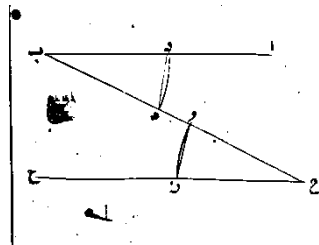
الفصل الأول:

في استعلام المسافة بين موضعين مفروضين يمكن الوصول الى كل واحد منهما من محلّ مفروض. مثلاً إذا اردت استعلام بعد المسافة بين عمودي ا ب من غير ان تمسح مسافة ما بينهما، فانصب عند موضوع مخير مثل موضع ج حشبة او عصا، وامسح ما بين ا و ج بممسحة. وانقل مقداره الى جهة ه، وانصب في نهايته أي نهاية المقدار المنقول حشبة أخرى بحيث تقع بالأولى أي بالحشبة عند ج في خطّ مستقيم الى عمود ا. ثم تفعل كذلك بالعمود الأخرى أي تمسح ما بين ب و ج وتنقل مقداره من ج الى جهة د، فتتصب عند د حشبة بحيث تكون مع الحشبة الأولى عند ج في خطّ مستقيم الى عمود ب. ثم تمسح ما بين د و ه بالممسحة التي مسحت بها الابعاد الأولى، فمقداره أي ما بين د و ه مساو لمقدار ما بين ا و ب وهذا هو المطلوب.



وبرهانه ان زاوية و ز متساويتان لما مر من ان الخطّين المستقيمين إذا يتقاطعان فالزاويتان المنقالتان متساويتان. وخطّ ا ج مساو لخطّ ج ه، وكذلك خطّ ب ج مساو لخطّ ج د لانك جعلت كل واحد منهما مساوياً لما في حدائه فخطّ د ه مساو لخطّ ا ب بالضرورة. فإنك ترى انه قد حصل من عملك مثلثان متساويان لان زاوية و مساوية لزاوية ز، وزاوية ا/ [و ١] من الأول مساوية لزاوية ه من الثاني، وزاوية ب من الأول مساوية لزاوية د من الثاني. وضلع ه ج مساو لضلع ا ج، وضلع د ج مساو لضلع ب ج، فضلع د ه من المثلث الثاني مساو لضلع ا ب من المثلث الأول بالضرورة. هذا ما أردنا. هذا إذا يمكن نقل كل الخطّين الى الوراء.

واما إذا لم يمكن نقلهما، فانقل نصفهما او ثلثهما وكمل العمل تجد نصف المطلوب او ثلثه على حسب نقلك.



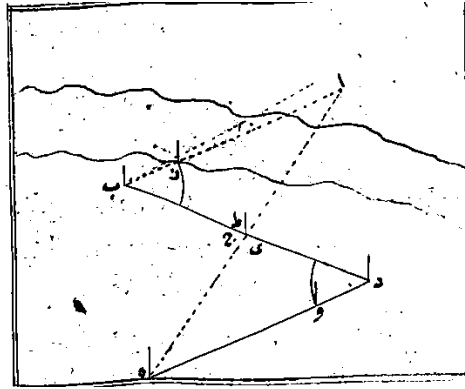
فائدة: وهي قاعدة مقدّمة لما في الفصل الآتى. إذا اردت نقل زاوية من موضع الي موضع آخر في الصحراء أي جعل زاوية مساوية لزاوية أخرى في محلّ آخر في الصحراء بلا آلة غير الخيط، مثل ما إذا اردت نقل زاوية ب الى ج او جعل زاوية عند نقطة ج مساوية لزاوية بفطريقه؛ ان تفصل على متواصلى ا ب ج ب من زاوية ب قدرًا مخيرًا مثل ب د ب ه، وتأخذ بعد ما بين د ه. ثم تجعل ج و على ب ج مساوياً لب ه، وتجعل ج ز على ج

ح مساويا ل ب د. ثم تفرق ز من و على قدر بعد د ه. فتكون زاوية و ج ز مساوية لزاوية ه ب د. هذه الفائدة ستظهر في الفصل الآتي.

ويرهانه أي برهان كون زاوية ج مساوية لزاوية ب من وجهين أحدهما لكون خط ب ج واقعا على خطي ا ب ج ح المتوازيين. فزاوية ج مساوية لزاوية ب لما مر من ان الخطين المتوازيين إذا وقع عليهما خط ثالث مستقيم فالزاويتان المتبادلتان الداخلتان والخارجتان متساويتان. والوجه الآخر ان خط ج و مساو لخط ب ه وخط ج ز مساو لخط ب د و ز و مساو ل د ه، فزاوية ج مساوية لزاوية ب بالضرورة؛ بل زاوية ز مساوية لزاوية د وزاوية و مساوية لزاوية ه ايضا كذلك.

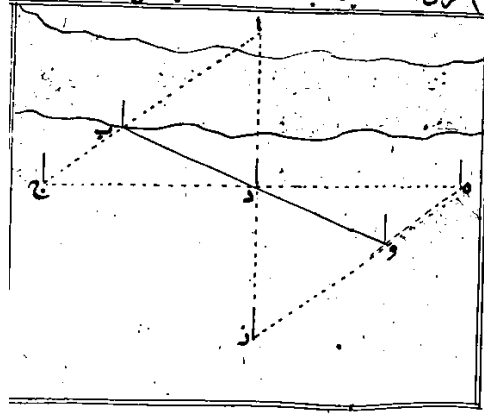
الفصل الثاني:

في الاستعلام مقدار ما بين موضعين إذا يمكن الوصول الى أحدهما أي الى أحد الموضعين من موضع مفروض فقط بان يكون بينهما نهر او حوض ونحوهما مثل ما إذا اردت استعلام ما بين موضع ا الذي وراء نهر م م م وموضع ب الذي وقع على جانبك، [٥١ ظ] فطريقه ان تنصب قضيبا في موضع مخير مثل موضع ج، وتنقل بعد ب ج الى وراك على خط مستقيم وتنصب في نهايته عند د قضيبا آخر كما فعلت في المسئلة السابقة. ثم تجعل عند د زاوية على قدر زاوية ب على الوجه المذكور في الفصل السابق مثل زاوية ج د و مساوية لزاوية ج ب ز. وانصب قضيبا في جانب ه بحيث يكون مع نقطة و وقضيب د على خط مستقيم وكذلك مع قضيب ج وموضع ا ايضا على خط مستقيم. فما بين د ه هو المقدار المطلوب أي فخط د ه مساو لبعد ا ب.



وذلك لأن من هذا العمل يحدث مثلثان متساويان لأنك جعلت زاوية د مساوية لزاوية ب وجعلت خط ج د مساويا لخط ب ج، وزاوية ط مساوية لزاوية ي لما مر من ان الخطين المستقيمين إذا يتقاطعان فالزاويتان المتقابلتان متساويتان. وخط ا ج مساو لخط ه ج وزاوية ا مساوية لزاوية ه، فخط د ه مساو لخط ا ب بالضرورة. وهذا اما أردناه.

طريق آخر لاستعلام ما بين موضعين لا يمكن الوصول الّا الى أحدهما، إذا اردت ان تستعلم مقدار ما بين موضعى ا ب أي مقدار عرض النهر الذى بين ا ب [٥٢ و] فطريقه ان تنصب قضيبا عند ج مثلا مخاديا لموضعى ب ا على خط. ثم تفرض نقطة مخيرة البعد عند د مثلا ليحصل مثلث د ب ج بالفرض.

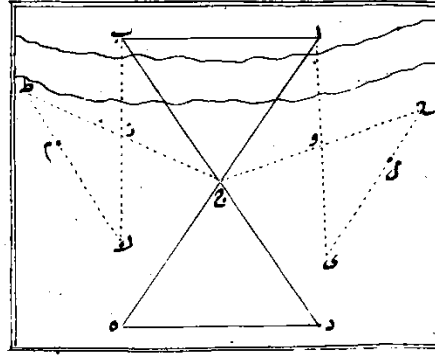


وتجعل هـ د مساوياً لـ ج د و د و مساوياً لب د، تكون زاوية هـ مساوية لزاوية ج و زاوية و مساوية لزاوية ب. وانصب في النهايتين أي في كل من نهايتي و هـ قضيباً. ثم انصب في جهة ز أيضاً قضيباً مخادياً لـ و هـ على خطٍ مستقيم ولـ د ا أيضاً على خطٍ مستقيم، فكان هـ ز مساوياً لـ ج ا و ز و مساوياً لـ ب ا أي يكون عرض النهر ما هو بين ز و؛ هذا ما أردنا.

الفصل الثالث:

في استعمال مقدار ما بين موضعين لا يمكن الوصول إلى أحد منهما لوجود نهر أو نحوه بينهما وبين المستعلم مثل ما إذا اردت ان استعمال ما بين موضعين ا ب الذين على الجانب المقابل من النهر.

فطريقه ان تفرض نقطة مثل نقطة ج لموضع عملك. ثم تستخرج منها أي من نقطة ج بعد ما بين ا ج وبعد ما بين ب ج على الطريق الأول من الفصل الثاني، اعني تفرض ثانياً نقطتين مخير في البعد عن جنبي نقطة ج مثل نقطتي و ز وتخرج ج و الى ح على قدر ج و و ج ز الى ط على قدر ج ز. ثم تجعل / [٥٢ ظ] عند ح زاوية و ح ل مساوية لزاوية و ج ا، وتجعل عند ط زاوية ز ط م مساوية لزاوية ز ج ب. ثم تذهب من ح الى جهة ي بحيث ترى منها ي ل ح على خطٍ مستقيم وكذلك ي و ا على خطٍ مستقيم ايضاً عند وتعلم عنده، وتذهب من ط الى جهة ك الى ان ترى ك م ط على خطٍ مستقيم وكذلك ك ز ب ايضاً على خطٍ مستقيم وتعلم عنده. فما بين ح ي هو مقدار ما بين ا ج وما بين ط ك يساوي مقدار ما بين ب ج. فتجعل أي بعد ما استعلمت بعد ا ج وبعد ب ج، تجعل ج هـ مساوياً لبعد ا ج اعني لبعد ح ي وتجعل ج د مساوياً لبعد ج ب اعني لبعد ط ك على الطريق المذكور في الفصل الأول. فيكون ما بين د هـ مساوياً لمقدار ما بين ا ب، وهذا هو المطلوب.

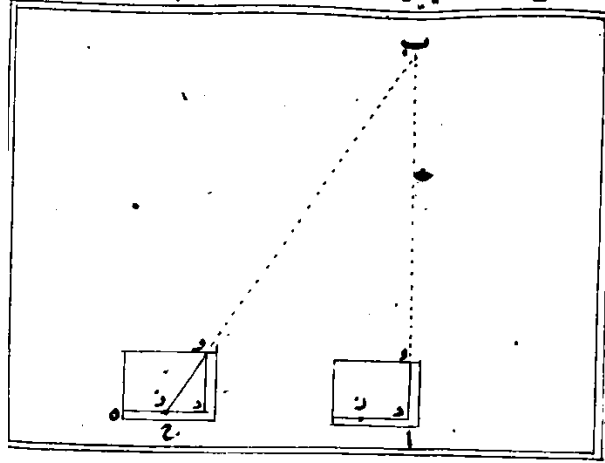


وبرهانه قد مرّ في الفصل الأول اعنى أنّ من تقاطع الخطّين عند ج تكون الزاويتان المتقابلتان متساويتين. وزاوية ه مساوية لزاوية ا وزاوية د مساوية لزاوية ب، وضلع ه ج مساو لضلع ا ج وضلع د ج مساو لضلع ب ج فضلع د ه مساو لضلع ا ب بالضرورة. وهذا اما أردناه.

الفصل الرابع:

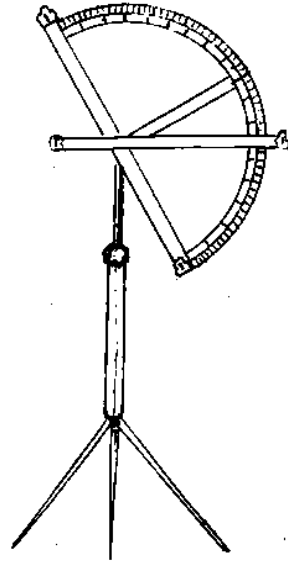
في بيان الطّيلة وعملها. وهي آلة مركّبة معروفة عند المهندسين تستعمل بها ابعاد الأشياء وارتفاعاتها. وهي أي الطّيلة لوحة من خشب مستوية السّطوح ولزم ان يكون السّطح الأعلى في غاية الاستواء على شكل مربع أي يكون طولها وعرضها سواء من عشرين إصبعاً غالباً أي كل من أطرافها الأربعة من عشرين إصبعاً غالباً ولو كان أكثر أو أنقص جاز، عمقها من اصبعين أو على قدر الكفاية. توضع على لوحة أخرى مدوّرة لها أي للوحة المدوّرة من تحتها اثنيّة، وهي بالفارسي سبه. قطرهما أي قطر اللوحة المدوّرة نصف طول الطّيلة في مركزها ثقب، وكذلك الطيلة مثقوبة من اسفلها في وسطها تشدّ الطيلة عليها أي على اللوحة المدوّرة بلؤلّب بالتركي بورمه أي تشدّ عليها بإدخال اللولب من تحتها منبسطة أي حال كون الطيلة منبسطة إذا اريد استعمال ابعاد الأشياء متوازية للأفق أي حال كون سطحها المربع الأعلى موازياً للأفق أو منقلبة أي / [٥٣و] أو تشدّ عليها منقلبة بان يكون سطحها قائماً على اللوحة المدوّرة إذا اريد استعمال القائم وارتفاعه. ولذا يلزم ان يكون على منتصف أحد أطرافها ثقب آخر يمكن شدها بإدخال اللولب فيه.

وطريق العمل بها أي بالطيلة ان يوضع عليها أي على سطحها قرطاس لرسم الخطوط عليه ويمسك القرطاس بشمع ونحوه على طرفيها. فإذا اردت استعمال مقدار بعد موضع منك مثلاً لو كنت في موضع ا وأردت ان تعلم مقدار بعد موضع ب من موضع ا أي مسافة ما بينهما، فضع الطيلة على نقطة ا بحيث تقع نقطة د من الطيلة على نقطة ا منطبقة عليها وترسم خطّ د ه على القرطاس موازياً لجانب الطيلة. وتمسح بمسحة معروفة مثل الرمح والذراع أو القدم من نقطة ا على خطّ مستقيمة منطبقاً لخطّ د ه الى جهة ج مثلاً قدرًا مخيّرًا كاربعين أو خمسين رمحاً أو ذراعاً، وتنصب عند النهاية أي نهاية ما مسحت عصاً أي حشبة مخاذياً لنقاط د ه ا وتأخذ من مقياس صغير اجزاءً صغاراً بقدر ما مسحة على الارض بالرمح أو الذراع وتنقلها أي الاجزاء المأخوذة من مقياس صغير على الطيلة من نقطة د الى نقطة ز وتضع عندها علامة.



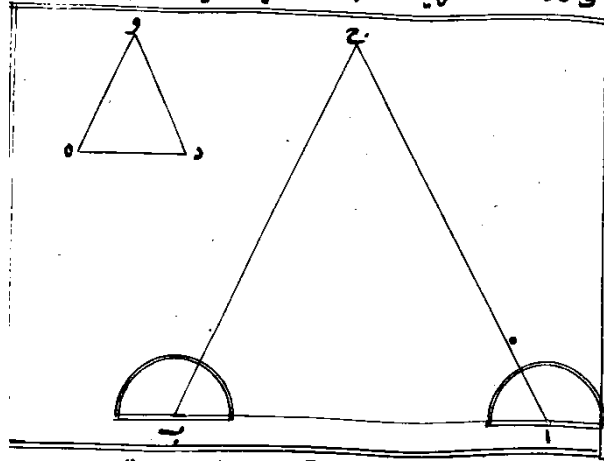
فبعد ذلك أي بعد ما فعلت هذا المذكور كله تضع المسطرة على الطبلية بحيث تقع احدى نهايتها على نقطة د والأخرى الى جهة ب وتنتظر من / [٥٣ظ] الهدفتين أي هدفتي المسطرة الى ان ترى موضع ب من الهدفتين. وتمسك المسطرة، فترسم على جنب المسطرة خط د و. ثم ترفع الطبلية وتضع في نقطة ا عصا او حشبة. وتذهب الى الحشبة المنصوبة عند ج وتضع الطبلية بعد رفع الحشبة على نقطة ج بحيث تقع نقطة ز من الطبلية عليها أي على نقطة ج. وتكون نقطتا ز د مخازيين للعصا عند ا او يكون خط ز د من الطبلية منطبقا على خط ج ا الموهوم على الأرض. ثم تضع احدى نهايتي المسطرة على نقطة ز والأخرى الى جهة ب، وتنتظر من الهدفتين الى ان ترى منهما موضع ب. فترسم عن جنب المسطرة خط ز و على الطبلية، فحدث به أي بالعمل المذكور عليها أي على الطبلية مثلث و د ز الصغير المماثل لمثلث ب ا ج الكبير الموهوم على الأرض. فإن زوايا المثلث الصغير مساوية لمباذلتها في الكبير. وعدد أجزاء خط ز د من الصغير مساوٍ لعدد أجزاء خط ا ج من الكبير، وعدد أجزاء خط ز و من الصغير مساوٍ لعدد أجزاء خط ج ب من الكبير، فعدد أجزاء خط و د من الصغير مساوٍ لعدد أجزاء خط ا ب من الكبير. فقس خط د و الى مقياسك الصغير الذي اخذت منه أجزاء خط د ز فما كان فهو مقدار خط ا ب بالممسحة التي مسحت بها من ا الى ج، وهذا ما أردناه. وعلى هذا القياس تفعل بسائر الابعاد مطلقا سواء يمكن الوصول اليها او لاو سواء حصل عند أحد موقفيك زاوية قائمة أولا.

الفصل الخامس:



في طريق استعلام الابعاد أي مقدار كل بعد بنصف الدائرة المسمى عند مهندسى افرنك بالاسطرلاب البسيط. وهو أي نصف الدائرة او الاسطرلاب البسيط آلة مخصوصة لاستعلام الزوايا عند مساحة الابعاد والارتفاعات على شكل نصف دائرة من نحاس اصفر منقسم الى مائة وثمانين جزءً متساويا طردًا وعكسًا. على مركزه أي على مركز الاسطرلاب وهو منتصف وتر نصف الدائرة مسطرة متحركة من نحاس ايضًا لها أي للمسطرة هدفان. ويوضع الاسطرلاب مبسوطًا موازيا للافق ومنقلبًا على عصا لها اثنيّة أي سبعة عند [٥٤هـ] الرصد به، وصورته هكذا.

فإذا اردت العمل به كما لو تريد استعلام مقدار بعد موضع ا من موضع ج أي مقدار ما بينهما، فتتصب العصا بالاسطرلاب على نقطة ا -وهي موقفك الأول- والآلة أي الاسطرلاب عليها أي على العصا مبسوطه أي موازية للافق. ومحيطها أي محيط الآلة الى جهة ج والوتر أي وتر نصف الدائرة نحو جهة أخرى مثل جهة ب. وتمسح من نقطة ا بممسحة مثل الرمح او الذراع ونحوهما الى جهة ب قدر ما تريد او يمكن وتتصب في نهايته حشبة للعلامة. ثم تطبق المسطرة المتحركة على الوتر ان لم تكن على الوتر هدفان اخريان وتنظر من الهدفتين وتدير الآلة أي الاسطرلاب

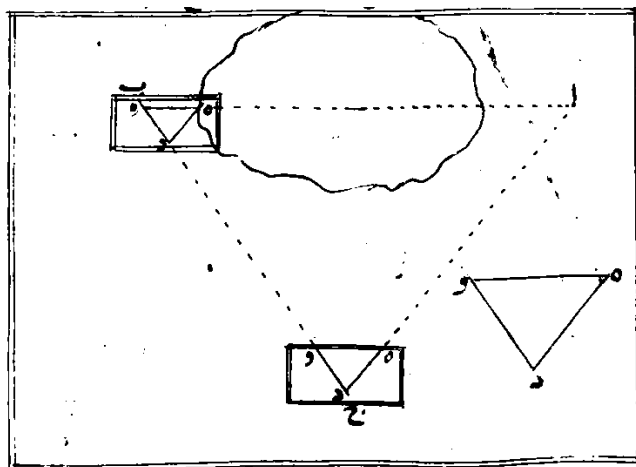


الى ان ترى منهما أي من الهدفتين الحشبة المنصوبة على نقطة ب. وأما إذا توجد على الوتر هدفان احيان فلا حاجة الى تطبيق المسطرة على الوتر بل تنظر من هدفيه وتدير الآلة الى ان ترى الحشبة لتطبيق الوتر على خط ا ب الموهوم. ثم تحرك المسطرة نحو موضع ج الى ان ترى من الهدفتين موضعه أي موضع ج الذي اردت معرفة بعده. فتعدّ على محيط الآلة ما قطعته المسطرة على طرف ب من مبداء نصف الدائرة عند الوتر تجد مقدار زاوية ب ا ج، فتحفظه أي مقدار الزاوية المذكورة. ثم ترفع الآلة ناصبًا في محلّها / [٥٤ هـ] حشبة، وتذهب الى موضع ب وهو موقفك الثاني. وتضع الآلة أي الاسطرلاب عليها أي على نقطة ب بحيث يقع مركزها عليها أي على ب كما وضعتها في الأول أي في موقفك الأول عند ا. وتحرك المسطرة اعني بعد تطبيق الوتر على جهة ا كتطبيقك إياه على جهة ب في الأول من نقطة ا الى نحو موضع ج حتى ترى من الهدفتين موضعه أي موضع ج. فتعدّ عند ذلك ما قطعته المسطرة من تلك الجهة على محيط الآلة تجد مقدار زاوية ا ب ج. فتحفظه أي مقدارها ايضًا. فإذا جمعت مقدارهما ثم طرحت المجموع من قف يبقى لك مقدار زاوية ا ج ب. فبعد ذلك أي بعد عملك على الوجه السابق تضع المثالث الموهوم على الأرض على قرطاس او غيره بان تأخذ بالبركار من مقياس صغير أجزاء صغيرة على قدر ما مسحته بالممسحة على الأرض من ا الى ب. وترسم به أي بذلك القدر المأخوذ خط د ه مبادلًا لخط ا ب، ثم نهاية د زاوية على قدر زاوية ب ا ج بالطريق المذكور بالمنقلة وعلى نهاية ه زاوية ا ب ج على ما حصلتهما وحفظتهما. ثم ترسم على زاوية د خط د و وعلى زاوية ه خط ه و يحدث مثلث د ه و المماثل لمثلث ا ب ج. فتكون نسبة خط ا ج وهو البعد الذي اردت استعلامه الى ا ب كنسبة خط د و المبادل لخط ا ج الى خط د ه المبادل لخط ا ب. ففقه أي خط د و الى مقياسك تجد مقدار بعد ا ج أي مقدار بعد ما بين موقفك الأول عند ا وبين موضع ج وهذا هو المطلوب.

الفصل السادس:

في طريق استعلام مسافة ما بين موضعين يمكن الوصول من موقفك الى كل واحد منهما لا من أحدهما الى الآخر لما بينهما حوض ومثله على الوجهين المذكورين أحدهما بالطبلة والآخر بالاسطرلاب البسيط. فالوجه الأول بالطبلة مثلا إذا اردت استعلام مقدار بعد ما بين موضع ا وموضع ب الذين يمكن الوصول / [٥٥ هـ] من

موقفك عند ج الى كل أحد منهما ولا يمكن الوصول من احدهما الى الآخر لما بينهما حوض كبير، تضع الطبلية على نقطة ج عند موقفك وتضع المسطرة على نقطة مخيرة منها أي من الطبلية مثل نقطة د.



وتحرك المسطرة حتى ترى من الهدفتين موضع ا وترسم والمسطرة على حالها عن جنب المسطرة خط د هـ. ثم تنتقل المسطرة الى الجانب الآخر وتحركها على تلك النقطة أي نقطة د المذكورة المفروضة حتى ترى من الهدفتين موضع ب فترسم والمسطرة على حالها عن جنبها أي جنب المسطرة خط د و كذلك أي كما رسمته في الأول. ثم ترفع الطبلية وتمسح بممسحة كالذراع وغيره ما بين ج ا، ثم ما بين ج ب وتحفظ مقدار كل واحد منهما. وتأخذ من مقياس صغير مناسب لعملك مقدار أجزاء ج ا بالبركار وتفصله أي ذلك المقدار خط د هـ وتعلمه عليه. وتأخذ منه أي من المقياس الصغير مقدار أجزاء ج ب وتفصله أي ذلك المقدار على خط د و وتعلمه ايضاً. ثم ترسم خط هـ والمستقيم على العلامتين يحصل مثلث هـ د و على الطبلية المماثل لمثلث ا ج ب الموهوم على الأرض ثم قس خط هـ و الى مقياسك الصغير يحصل المطلوب أي مقدار ما بين ا ب بالممسحة التي مسحت بها بعدى ج ا ج ب.

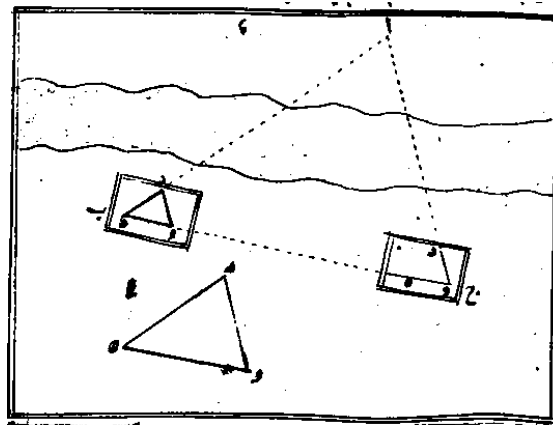
وعلى الوجه الثاني أي بالاسطرلاب / [هـ هـ ظ] البسيط تضع الاسطرلاب على نقطة ج كما مر بيان طريق وضعه وتستعلم به زاوية ج بان تطبق المسطرة على الوتر وهو منطبق على ج ا او ج ب ثم تحركها نحو موضع ا الى ب الى ان ترى من الهدفتين أحدهما فما بين الوتر والمسطرة من درجات محيطه فهو مقدار زاوية ج. فتضعها أي زاوية ج بالمنقلة على قرطاس كما عرفت. فترسم خطى د هـ د و وتمسح على الأرض بممسحة معلومة من ج الى ب وتحفظ اعداد اجزائه. وتضع الاسطرلاب على نقطة ب، وتستعلم زاويتها أي زاوية ب. ثم تأخذ من مقياس صغير مقدار أجزاء بعد ما بين ج و ب بالبركار وتجعل د و مساوياً له. وتضع على نهايته عند و زاوية ب بالطريق المذكور وان شئت تفعل هذا العمل على الطرف الآخر.

والاسهل في هذا العمل بعد ما استعلمت زاوية ج ورسمت خطى د هـ د و ان تمسح بعدى ج ب وتفصل مقدار كل منهما من مقياس صغير على خطى د هـ د و كما فعلت في الوجه الأول فترسم بعد كل واحد من هذه الاعمال الثلاثة خط و هـ يحصل على القرطاس مثلث هـ د و والمماثل لمثلث ا ج ب الموهوم على الأرض فنسبة بعد ا ب

الَّذِي هُوَ الْمَقْصُودُ إِلَى أَحَدٍ خَطَى **ا ج ج ب** كُنْسَبَةُ ضَلَع **ه و** إِلَى أَحَدٍ ضَلَعَى **ه د د و** فُقِسَ بَعْدَ **ا ب** إِلَى **د ه** أَوْ إِلَى **د و** بِمُقْيَاسِكَ تَجَدُّدُ الْمَطْلُوبِ.

الفصل السابع:

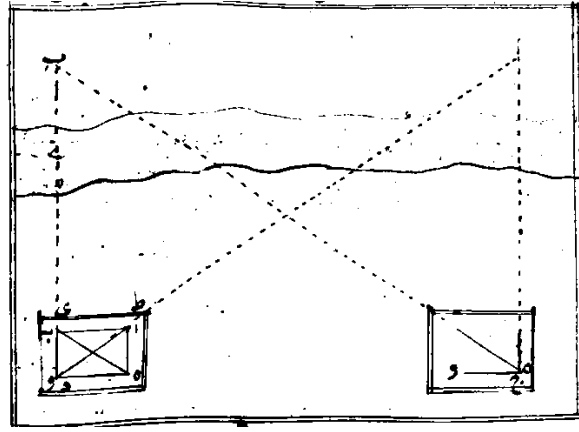
في استعمال مقدار بعد ما بين موضعين لا يمكن الوصول الا الى أحدهما من موقفك مثل ما إذا اردت ان تستعلم مقدار بعد ما بين موضع ا وموضع ب الذين بينهما نهر من نقطة ج فعلى الوجه الأول أي بالطبلة **فطريقه** ان تضع الطبلة على نقطة ج على الطريق الذى قد عرفت. وترصد أوّلاً بالمسطرة من نقطة مفروضة فيها موضع ا وترسم خطّ و د، ثم ترصد ثانياً موضع ب وترسم خطّ و ه. فترفع الطبلة وتذهب الى موضع ب وانت تمسح ما بين ج ب بممسحة. وتضع الطبلة على نقطة ب بالوضع المشروح. وتأخذ من مقياس صغير مقدار أجزاء ما مسحت بين ج ب وتفصله أي المقدار المأخوذ من المقياس من و الى ه على الطبلة. ثم ترصد من نقطة ه موضع ا من هدفتي المسطرة. وترسم خطّ ه د فيحدث على الطبلة / [و ٥٦] مثلاً د و ه المماثل لـ **مثالث ا ج ب**. فقس ضلع د ه الى مقياسك الصغير فما وجدت من اجزاء فهو مقدار بعد ما بين ا و ب بالممسحة التي مسحت بها بعد ج ب.



وعلى الوجه الثاني أي بالاسطرلاب البسيط، فطريقه ان تنصب الاسطرلاب على نقطة ج وتستعلم منها أي من نقطة ج زاويتها أي زاوية ج بان تنظر من هذفتي المسطرة مرّة الى موضع ب ومرّة أخرى الى موضع ا، وتحفظ ما بينهما من المحيط. ثم تذهب بالاسطرلاب الى موضع ب وبعد ج ب ممسوح بممسحة، وتستعلم منها أي من نقطة ب زاويتها أي زاوية ب كذلك أي كما استعلمت زاوية ج. وترسم على قرطاس ونحوه ضلع و ه موافقا لاجزاء ج ب من مقياس صغير. وتضع على نهايته زاويتي ج ب أي على و زاوية ج وعلى ه زاوية ب. ثم ترسم خطي و د ه د يحصل من توصلهما عند د مثلث د و ه المماثل لمثلث ا ج ب. ثم تكمل العمل أي فتنسب بعد ا ب الى ج ب كما تنسب ضلع د ه الى و ه يحصل المطلوب.

الفصل الثامن:

في طريق استعلام مقدار بعد ما بين موضعين لا يمكن الوصول الى أحد منهما لمانع كالنهر او البحر ونحوهما وهو ايضاً على الوجهين المذكورين مثل ما إذا اردت استعلام مقدار بعد ما بين موضعى ا ب الذين بينهما وبين موقفك / [٥٦ ظ] نهر يمنعك الوصول اليهما، فعلى الوجه الأول أي بالطبلة تفرض الولا في مقابلة موضع ا نقطة ج وفي مقابلة موضع ب نقطة د ثم تضع الطبلة على نقطة ج بحيث تقع نقطة ه من الطبلة على نقطة ج المفروضة على الأرض وخط ه من الطبلة منطبق على خط ج د الموهوم على الأرض. فتتظر مرة من هدفتي المسطرة الى موضع ا وترسم عن جنب المسطرة خط ج ا. وتتنظر مرة أخرى الى موضع ب وترسم خط ج ب. ثم تمسح بممسحة بعد ما بين ج د على الأرض وتحفظ مقداره. وتضع الطبلة على نقطة د بحيث تقع نقطة و من الطبلة على نقطة د وخط ه و منطبق على خط ج د الموهوم. فتتظر مرة الى موضع ب وترسم خط و ب. ثم تتنظر مرة أخرى الى موضع ا وترسم خط و ا يحصل بهذا العمل على الطبلة مثلثان متماثلان أي كل واحد منهما مماثل للمثلثين أي لكل واحد من المثلثين الموهومين على الأرض.



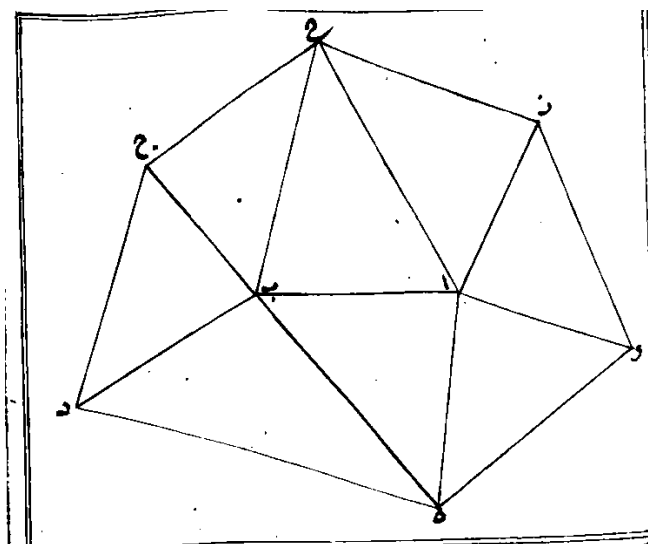
ثم ترسم على نقطتي زاويتي ط ي خطاً مستقيماً يكون ذلك الخط أي خط ط ي هو المطلوب أي يكون بدل بعد ما بين ا ب. فقسه أي خط ط ي الى مقياسك الصغير الذى اخذت منه مقدار و ه تجد مقدار أجزاء بعد ما بين موضعى ا ب بالممسحة التي مسحت بها بعد ما بين ج د على الأرض. ان كنت اخذت / [٥٧ و] مقدار الاعداد الممسوحة من ج الى د من مقياس صغير لنقطتي ه و على الطبلة اولم تكن اخذته ولكن كان عدد أجزاء و ه مساوياً لعدد أجزاء ج د. وآلا أي وان لم يكن عددهما متساويين فاستخرجه أي مقدار بعد ا ب بالأربعة المتناسبة كما مر طريقه غير مرة. اعنى تضرب ط ي في ج د وتقسم الحاصل على ه و فالخارج من القسمة هو مقدار بعد ا ب. مثل ما لو كان ه و ستة عشر جزءاً و ج د أربعة وعشرين رمماً و ط ي اثني عشر جزءاً، تضرب اثني عشر في أربعة وعشرين وتقسم الحاصل وهو مائتان وثمانية وثمانون على ستة عشر كان الخارج من القسمة ثمانية عشر رمماً لبعد ما بين ا ب.

وعلى الوجه الثاني بالسطرلاب، تستعلم بالسطرلاب من موضع ج أولاً زاوية د و ب ب ه ا، وتحفظ مقدارهما. ثم تستعلم من موضع د ثانياً زاويتي ج ط ا ب ز ا كما مر طريقه، يحصل من مجموع زاويتي ه و مقدار زاوية ا ج ط من مثلث ا ج و زاوية ط أي مقدارها للزاوية الثانية منه أي من مثلث ا ج ط. فإذا طرحت مجموع زاويتي

ج ط من مائة وثمانين كان الباقي مقدار زاوية ا. وكذلك يحصل في الطرف الآخر من مجموع زاويتي ط ز مقدار زاوية و د ب من مثلث ب و د وزاوية و أي مقدارها للزاوية الثانية منه أي من مثلث ب و د. فإذا طرحت مجموع زاويتي د و من مائة وثمانين فالباقي هو مقدار زاوية ب. فبعد ذلك أي بعد ما علمت كل زاوية من زوايا مثلث ا ج ط ومثلث ب د و تضع على خط من مقياس صغير مخير بالمنقلة مثلثي ك م فل ن ح مساويين أي مساوية زواياهما، ومتناسبة اضلاعهما لمثلثي ا ج ط ب د و أي للزوايا والاضلاع المبادلة فيهما. ثم ترسم من زاوية ك الى زاوية ل خطأ مستقيماً وتقيسه أي خط ك ل الى مقياسك تجد مقدار بعد ما بين ا ب هكذا. وبما ذكرنا من طرق متعددة في الفصول المذكورة تستخرج كل بعد / [٥٧هـ] بين موضعين سواء يمكن الوصول اليهما او الى أحدهما اولم يمكن الوصول الى أحد منهما. وكذا يبين مواضع كثيرة وقع عليها الرصد كما في الامثال المذكورة يعلم كل بعد ما بين نقطتين بقياس الاضلاع المجهول الى المعلومة او بنسبتها اليها مثل ما في الصورة الأخيرة اعنى كما يعلم مقدار بعد ما بين ا ب فكذلك يعلم مقدار بعد ما بين ا ج و ب د و ا د و ب ج بقياسها الى ج د فافهم.

الفصل التاسع:

في طريق استعمال مقدار بعد ما بين مواضع كثيرة يمكن ان يرى كلها من موضع او موضعين او بعضها من بعض. ورسمها على القرطاس فيكون لك كحريضة مثل ما لو كان لك صحراء واسع وفيه موضع متفرقة مثل مسجد ورحى وقلة ونحوها. وأردت ان تستعلم الابعاد بينها أي بين كل موضعين او مواضع فطريقه ان تشير أولاً اليها أي الى كل منها بحروف ابجد أي بحرف من حروف ابجد مثل ا ب ج د ه و ز ح في هذه الصورة لتسهيل الضبط والعمل. وتختار منها أي من تلك المواضع موضعين مثل ا ب يمكن ان ترى منهما سائرهما أي سائر المواضع المقصودة، وتمسح بممسحة مختارة كالزّمح والذراع مقدار ما بينهما



وتحفظه أي مقدار ما بينهما، وهذا الممسوح يكون لك ضلعاً معلوماً من مثلث / [٥٨هـ] مفهوم منهما؛ ومن موضع ح او ه مثلا وتجعله ضلعاً معلوماً لاستخراج سائر الاضلاع المجهولة. ثم تستعلم بالاسطرلاب المذكور

من موضع ب زوايا ح ب ج ب د د ب ه ه ب ا ا ب ح. فهذه خمس زوايا لخمس مثلثات واقعة حول نقطة ب. ثم تذهب الى موضع ج وتستعلم من نقطة ج زاويتي ح ب ج د ج ب. ثم تذهب الى موضع ا وتستعلم من نقطة ا زوايا ب ا ح ح ا ز ا و ا ه ه ا ب. فهذه الزوايا الخمسة كلها حول نقطة ا. ثم تستعلم من نقطة ح زاويتي ز ح ا ج ح ب ومن موضع ز زاوية و ز ا. ولا حاجة الى استعمال الزوايا السائرة لانها اما ان تكون زاويتان من زوايا المثلث الذى وقعت فيه معلومين او تكون اضلاعه الثلاثة محدودة كما ستعرف انشا الله تعالى. فبعد ذلك أي بعد استعمال الزوايا المذكورة ترسم شكلها أي شكل هذه الزوايا على الوضع الذى كانت هي عليه على القرطاس بان تأخذ من مقياس صغير بالبركار مقدار عدد أجزاء ما مسحت بممسحتك بين موضعى ا ب. وترسم به أي بالمقدار المأخوذ خطأ مستقيماً على القرطاس وتشير احدى نهايتيه بالالف والأخرى بالباء. وتضع على نقطة ا زاوية ح ا ب المحفوظة عند بالمنقلة، وترسم خطاً ح ا؛ وعلى نقطة ب زاوية ح ب ا، وترسم خطاً ح ب. ثم تضع في الطرف الآخر من خط ا ب على نقطة ا زاوية ب ا ح، وترسم خطاً ا ه؛ وعلى نقطة ب زاوية ا ب ه وترسم خطاً ب ه فهذا الخطوط أي خطوط ا ب ا ح ب ح ا ه ب ه الخمسة يحصل مثلثا ا ح ب ا ه ب وخطاً ا ب مشترك بينهما. ثم تضع على نقطة ب زاوية ح ب ج وترسم خطاً ب ج. وتضع على نقطة ح زاوية ب ح ج وترسم خطاً ح ج فيحصل بهما وبخط ب ح المشترك مثلث ح ب ج. وتضع على نقطة ج زاوية ب ج د وترسم خطاً ج د وعلى نقطة ب زاوية ج ب د، وترسم خطاً ب د؛ فيحصل بهما وبخط ب ج المشترك مثلث ج د ب. وترسم من نقطة د الى نقطة ه خطاً د ه يحصل به وبخطى ب د/ [هـ ٥٨] ب ه المشتركين مثلث د ب ه. ثم تضع على نقطة ح زاوية ز ح ا وترسم خطاً ح ز، وعلى نقطة ا زاوية ز ا ح وترسم خطاً ا ز، فيحصل بهما وبخطاً ا ح المشترك مثلث ا ز ح. ثم تضع على نقطة ا زاوية ز ا و وترسم خطاً ا و، وعلى نقطة ز زاوية و ز ا وترسم خطاً ز و، يحصل بهما وبخطاً ز المشترك مثلث ا ز و. ثم ترسم من نقطة و الى نقطة ه خطاً و ه يحصل به وبخطاً ا و ا ه المشتركين مثلث ا و ه. وبه تمّ العمل فتقسيم كل ضلع بين موضعين الى المقياس الذى اخذت منه مقدار عدد أجزاء خط ا ب يحصل المطلوب أي يحصل مقدار كل بعد بين موضعين بالممسحة التي مسحت بها بعد ما بين موضعى ا ب على الأرض، وهذا ما أردناه. وعلى هذا القياس قد احدث طريق رسم الخرائط الخاصة مثل خريطة قرية او قريتين او ناحية، والخرائط العامّة ايضاً مثل مملكة او ممالك بل جميع الدّنيا بمداين الشهيرة والانهار والبحار والجبالات العظيمة؛ ولكن لزم فيها رعاية عروض المواضع واطوالها ليقع كل موضع في محله.

المقالة الثانية:

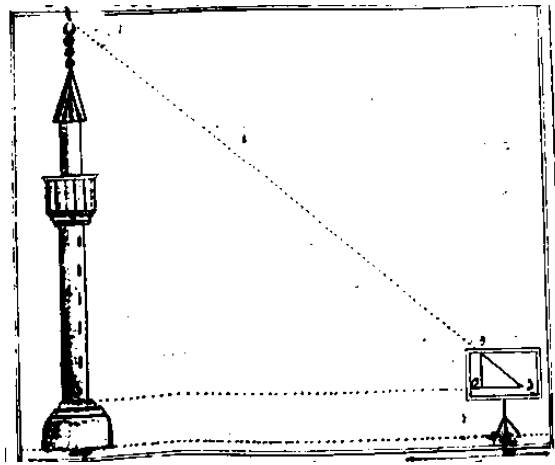
في بيان طريق استعمال طول القامة على بسيط الأرض كالمنارة والعمود والشجر وامثالها وارتفاع المرتفع كالجبال والصخرة ونحوهما سواء أمكن الوصول الى اصله او مسقط حجره اولم يمكن. ولها أي للمقالة الثانية فصول متعدّدة.

الفصل الأول:

في بيان طريق استعمال طول القائم على سطح الأرض بالطلبة إذا يمكن الوصول الى اصله مثل ما إذا اردت استعمال طول منارة ا ب. فطريقه ان تختار موضعاً لعملك مثل موضع ج، وتضع فيه الطلبة منقلبة بحيث يكون

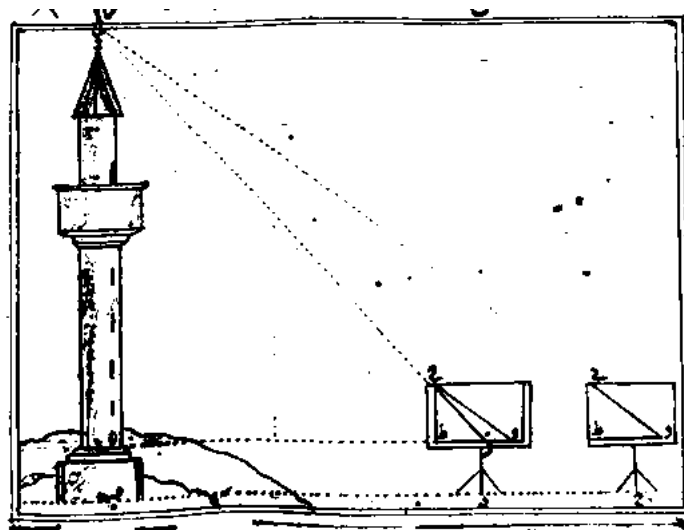
أحد جوانبها الأربعة الى نحو السماء والجانب المقابل له نحو الأرض وموازيًا للافق. وموازاته يحصل بالكونيا الهوائية او بخيط عليه شاقول عن الجانبين الآخرين. ثم المسطرة بالهدفين على الطبلية موازية للجانب الأسفل، وتنتظر من الهدفتين الى نقطة محاذية من المنارة مثل نقطة ز. / [٥٩و] وترسم عن جنب المسطرة خط د ه على الطبلية من نقطة د المخيرة. ثم تحول احدى نهايتيها أي نهايتي المسطرة عليها أي على نقطة د والأخرى أي نهايتيها الأخرى الى نحو ذروة المنارة حتى ترى من الهدفتين ذروة ا. فترسم عن جنب المسطرة خط د و. ثم ترفع الطبلية وتمسح بممسحة مابين موقف ج ومسقط الحجر عند ب. وتأخذ من مقياس صغير مقدار ذلك أي مقدار عدد أجزاء الممسوح على الأرض، وتفصله أي لمقدار المأخوذ من نقطة د الى ه. وتخرج من نقطة ه عمود الى نقطة و، يحصل على الطبلية مثلث مماثل لمثلث ا د ز الموهوم. ثم تقيس خط ه و الى مقياسك الذي اخذت منه مقدار خط د ه، فما وجدت بالمقياس فهو مقدار طول ا ز. ثم تمسح بالممسحة ما بين خط د ه وبين نقطة ج أي موضع الطبلية او ما بين نقطتي ز ب، وتزيده عليه أي على ما وجدت بين ا ز؛ يكون المجموع مقدار طول المطلوب من ذروة ا الى نقطة ب اعني الى مسقط الحجر. وان لم يمكن اخذ مقدار عدد الممسوح من المقياس الصغير فتأخذ منه مقدارًا مخيرًا، وتعلمه على خط د ه. ثم تخرج من نهايته عمود الى خط د و. ثم تقيس الخط العمود الى مقياسك وتستخرج به وبخط د ه ممسوح ج ب المتناسبين مقدار ا ز المبادل لذلك العمود بالاربعة المتناسبة بان يكون مقدار د ه المتناسب الأول وممسوح ج ب المتناسب الثاني والعمود المتناسب الثالث. فتضرب الثاني في الثالث فتقسم الحاصل على الأول، فالخارج من القسمة هو طول ا ز المتناسب الرابع. ثم تزيد عليه ما بين ز ب، يحصل المطلوب هكذا.

وبرهانه انا ترى ان مثلث و د ه الصغير الحادث على الطبلية مماثل لمثلث ا د ز الكبير الموهوم لان زاوية د مشتركة بين المثلث الصغير الحادث على الطبلية وبين المثلث الكبير الموهوم ومساوية لنفسها. وزاوية و من المثلث الصغير مساوية لزاوية ا الموهومة في ذروة المنارة من المثلث الكبير، وزاوية ه مساوية لزاوية ز لانهما قائمتان. فنسبة ضلع ا ز الى ضلع ه و كنسبة ضلع د ز / [٥٩ظ] الى ضلع د ه على ما ذكرنا من النسب السابقة مرارًا وهذا ما أردناه.



الفصل الثاني:

مقدار / [٦٠ظ] عدد الممسوح بينهما بالبركار وتفصله أي المقدار المأخوذ على خط و ط من و الى ز. وتضع الطيلة على موضع د بحيث تقع نقطة ز على نقطة د وتقل ما فعلت في الموقف الأول من النظر ورسم الخط

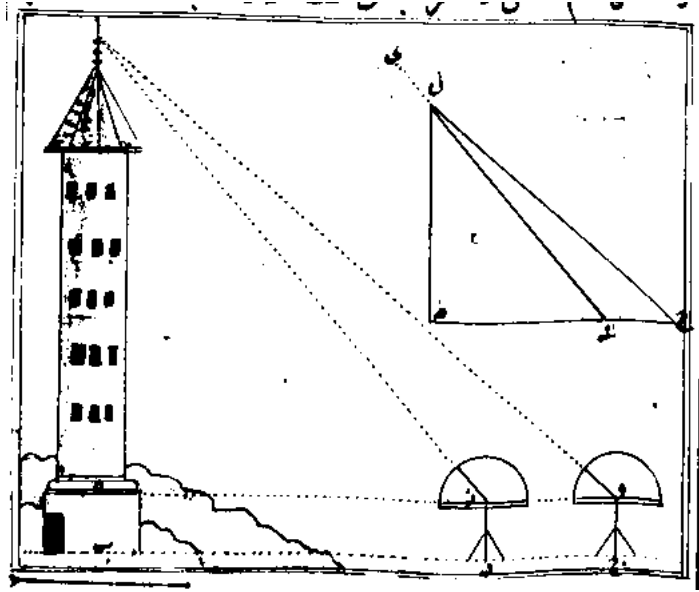


وجدت ان خط ز ا قد وصل الى خط و ا عند نقطة ح على الطيلة. فتخرج منها أي من نقطة ح عمودًا على خط و ط، وتقيسه أي العمود الى المقياس الذي اخذت منه مقدار عدد أجزاء ما بين ج د. فما تجد تزيد عليه ما بين خط و ط في الطيلة والأرض يحصل بعد الزيادة المطلوب أي مقدار طول المنارة.

وبرهانه ان مثلث ح ز ط الحادث على الطيلة مماثل لمثلث ا ز ه الموهوم لمساواة زواياهما وتناسب اضلاعهما. ثم ان مثلث ح و ز الحادث الآخر على الطيلة مماثل لمثلث ا و ز الموهوم لذلك ايضًا أي لمساواة زواياهما وتناسب اضلاعهما فلكون ارتفاع مثلثي ا و ز ا ز ه الموهومين واحدًا كان ارتفاع مثلثي ح و ز ح ز ط الحادثين على الطيلة واحدًا ايضًا. فكان نسبة ج د الى ا ه كنسبة و ز الى ح ط، هذا ما أردنا.

الفصل الرابع:

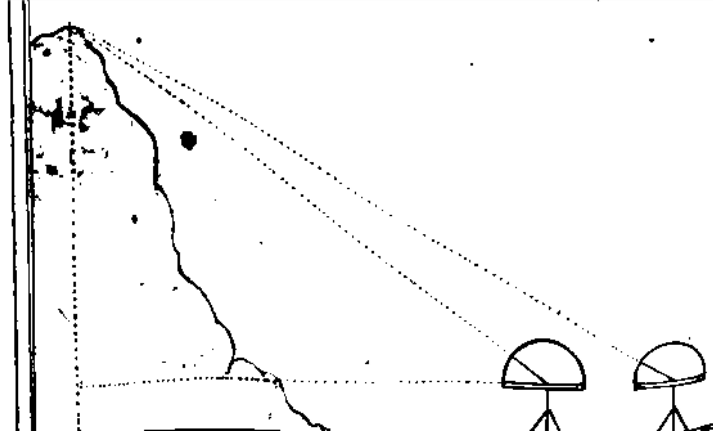
في بيان طريق استعلام مقدار طول القائم بالاسطرلاب إذا لم يمكن الوصول الى أصله مثل ما إذا أردنا استعلام مقدار طول قلة ا ب التي لا يمكن الوصول / [٦١و] الى أصلها لما بينها وبينك نهر يمنعك من الوصول، فطريقه ان تختار كما في السابق موقفين لعملك مثل موقفي ج د. فتتصب الاسطرلاب أولًا على موقف ج منقلبًا كما مر بحيث يكون موازيًا للفاق، وتستعلم زاوية ا و ه من ذروة القلة ونقطة منها مخاضيةً للوتر وتحفظها. ثم تنقل الاسطرلاب الى نقطة د وتنصبه كذلك أي منقلبًا



كما في الأول وبحيث يكون وتره محاذيا لنقطة هـ. فتستعلم زاوية ا ز هـ من ذروة القلة ونقطة هـ وتحفظها. ثم تسمح بممسحة بعد مابين موقفي ج د، وترسم خطاً مستقيماً على قرطاس مثل خط ح ط. وتضع على نهاية ح بالمنقلة زاوية ا و هـ المستخرجة الأولى كما مر طريقه، وترسم خط ح ي. ثم تأخذ بالبركار من مقياس صغير مقدار عدد أجزاء الممسوح بين ج د، وتفصله أي المقدار المأخوذ من المقياس من نقطة ح الى ك؛ تضع على خط ح ط، وتضع عليها أي على نقطة ك زاوية ا ز هـ المستخرجة الثانية، وترسم خط ك ل. ثم تخرج من نقطة تواصل خطي ك ل ح ي خطاً عموداً على خط ح ط، وتقيسه أي العمود الى مقياسك الذي اخذت منه مقدار // [٦١ ظ] عدد أجزاء ح ك. فما وجدت تنزيد عليه ما بين مركز الاسطرلاب والموقف يحصل المطلوب أي مقدار قلة ا ب. وبرهانه ما مر في الفصل السابق بعينه.

الفصل الخامس:

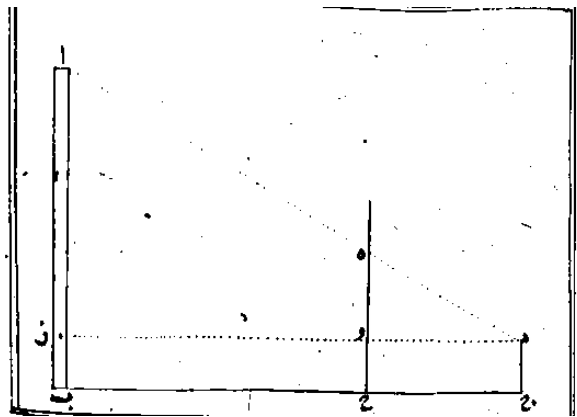
في بيان طريق استعلام مقدار ارتفاع الجبل أي رفعتة من ذروته الى مسقط حجره وهو عمود مفروض من أعلاه مار من جوفه على خط مفروض من موقف المستعلم او غيره مواز للافق. فالأولى فيه أي في استعلام ارتفاعه الطريق الاسطرلابي لحدوث الزاوية عند ذروة الجبل حادة اشد الحدة لا يمكن دقتها بالطبلة. ولهذه العلة تحتار مسافة بعيدة بين الموقفين اعنى ان تلك الزاوية تكون في المسافة القريبة بين الموقفين بالاسطرلاب ايضاً حادة خصوصاً إذا كان الجبل في غاية الرفة وبعيدا من موقف المستعلم. فتحتار مسافة بعيدة لتسهيل العمل وطريق عمله أي عمل استعلام ارتفاعه هو بعينه كما في الفصل الرابع أي كالمذكور فيه بلا فرق بان تحتار موقفان للعمل.



وتستعلم من الأبعد أولاً زاوية من أعلى الجبل ونقطة في الأسفل محاذية لوتر الاسطرلاب. ويمسح ما بين الموقفين وتستعلم في الموقف الأقرب زاوية كذلك. ثم توضع الزاويتان المستعلمتان على القرطاس، ويخرج العمود ويقاس الى المقياس او يستخرج بالعمود مقدار الارتفاع بالاربعة المتناسبة، ويزاد عليه في التقديرين ما بين الأرض ومركز الاسطرلاب. يحصل المطلوب / [٦٢و] فليفهم ما ذكرناه من هذه الصورة.

الفصل السادس:

في بيان طريق استعلام مقدار طول القائم على بسيط الأرض بالحشبة او القضيب او مثلهما بغير آلة أخرى إذا يمكن الوصول الى أصله مثل ما إذا اردت استعلام مقدار طول عماد ا ب الذي يمكن الوصول الى أصله **فطريقه** ان تختار كما في السائر موقفا لعملك مثل موقف ج. وتمسح بممسحة ما بين اصل العماد وهو نقطة ب وبين موقف ج وتحفظه. وتنصب حشبة عمودة على الأرض الموازية بين موقفك وبين العماد على بعد مخير ممسوح بالممسحة من موقفك مثل نقطة ح. وتفصل من نقطة ب على العماد مقدار ما بين بصرك والأرض مثل ب ز، وتضع عنده أي عند نقطة ز علامة ثم تقف على موقف ج. وتنظر أولاً الى نقطة ز في العماد فلا بد من ان يمر شعاع بصرك من الحشبة المنصوبة عند و مثلاً فعلم ممره أي ممر شعاع بصرك من الحشبة. ثم تنظر ثانياً الى رأس العماد فشعاع بصرك يمر أيضاً بالحشبة المنصوبة عند ه مثلاً فعلم عنده أي عند ممر شعاع البصر بعلامة، وتمسح ما بين العلامتين أي ما بين ه و على الحشبة.

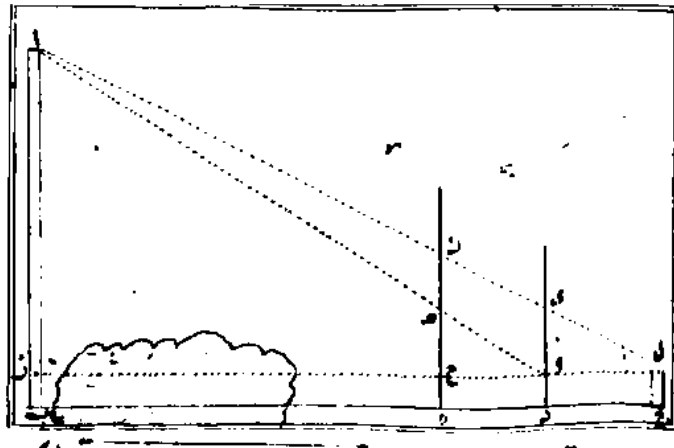


يحصل لك بعملك خطوط ثلاثة معلومة أحدها ما بين د و ا و ج ح أي ما / [٦٢ظ] بين الموقف والحشبة، والثاني ما بين د ز ج ب أي ما بين موقفك واصل العماد، والثالث ما بين العلامتين أي علامتي ه و على الحشبة. فنسبة ما بين ا ز الى ما بين العلامتين كنسبة ما بين الموقف واصل العماد الى ما بين الموقف والحشبة. فتضرب بعد تنظيم الصورة المعلوم الثالث أي ما بين العلامتين على الحشبة في المعلوم الثاني أي ما بين موقفك واصل العماد. ثم تقسم الحاصل من الضرب على المعلوم الأول أي ما بين الموقف والحشبة. فما خرج من القسمة زد عليه ما بين بصرك والأرض أي ما بين ز ب او د ج، يحصل مقدار طول عماد ا ب. هذا الطريق المذكور انما يكون إذا لم يمكن النظر عند الموقف من وجه الأرض اليه أي الى رأس العماد.

واما إذا يمكن النظر من وجه الأرض اليه فتتظر منه أي من وجه الأرض اليه أي الى رأس العماد وتعلم ممر شعاع البصر على الحشبة، وتمسحه أي ما بين العلامة والأرض. حصل لك به أي بعملك هذا فقط أي بلا نظر ثان خطوط ثلاثة معلومة كما في الأول. أحدها ما بين موقفك عند ج وبين الحشبة المنصوبة عند ح، والثاني ما بين موقفك والعماد أي ما بين ج ب، والثالث ما بين العلامة أي بين ممر شعاع البصر على الحشبة وبين الأرض. فتضرب كما في الأول مقدار المعلوم الثالث في المعلوم الثاني وتقسم الحاصل من الضرب على المعلوم الأول. فما خرج من القسمة فهو مقدار طول عماد ا ب من غير حاجة الى زيادة ما بين بصرك والأرض عليه هذا ما أردناه.

الفصل السابع:

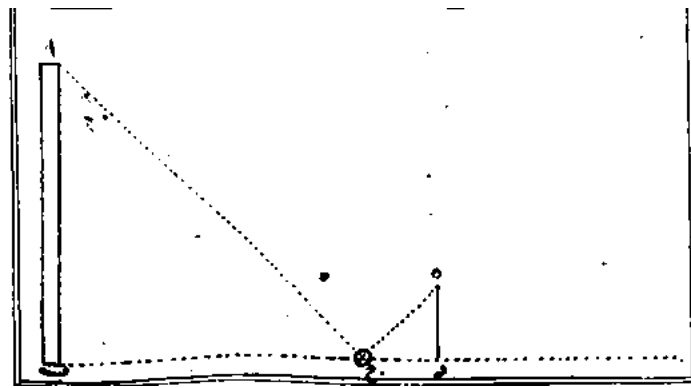
في بيان طريق استعمال مقدار طول القائم على بسيط الأرض بالحشبة ونحوها إذا لم يمكن الوصول الى اصله مثل ما إذا اردت استعمال مقدار طول عماد ا ب الذي بينه وبينك نهر يمنعك الوصول الى اصله فطريقه ان تنصب حشبتين عموديتين على الأرض المستوية الموازية للفاق خزاء نظرك الى العماد بحيث تكون بينهما مسافة كافية مثل مسافة د ه التي بين الحشبتين على بعد معلوم ممسوح بمسحة. / [٦٣و] وتفصل على الحشبتين من الأرض بقدر ما بين بصرك والأرض الى و ح مثلا إذا لم يمكن النظر من وجه الأرض وتعلم عندهما بعلامة. ثم تقف عند الحشبة البعدي من العماد وتتنظر قائما الى رأس العماد فيمر شعاع بصرك من الحشبة القربى من العماد فتعلم على ممر شعاع بصرك من الحشبة الثانية أي القربى بعلامة.



وتتبع منها أي من الحشبة البعدى وراءك الى موقف ج تنتظر ثانيا قائما كما في الأول الى رأس العماد. فيمر شعاع بصرك من الحشبتين فتعلم على ممزيه أي على ممزي شعاع البصر من الحشبتين بعلامتين أي على كل منهما بعلامته. ثم تمسح ما بين الحشبة الأولى أي البعدى وبين موقف ج. ثم تمسح ما بين علامة الممر وبين علامة النظر في الحشبة الأولى أي البعدى وهو و. وتمسح ما بين الممرين في الحشبة الثانية أي القربى وهو ك ط، وتمسح ما بين الممر الأسفل وبين علامة قد البصر في الحشبة الثانية ايضاً وهو ط ح. فهذه الابعاد المعلومة تستخرج طول القائم المجهول بان تضرب ما بين الحشبتين أي ما بين د ه او و ح في ارتفاع العلامة الأولى أي ما بين و ي، وتقسم الحاصل من الضرب على فصل ما بين ذلك الارتفاع أي ما بين و ي والممرين من الحشبة الثانية وهو ك ط. فما خرج من القسمة تزيد عليه ما بين المنظرين أي ما بين ل و، ثم تضرب المجموع في ارتفاع العلامة الأولى أي فيما بين و ي. وتقسم الحاصل من الضرب على ما بين المنظرين أي ما بين ل و او ج د. فما خرج زد عليه ما بين بصرك / [٦٣ظ] والأرض يحصل لك مقدار طول العماد. وهذا ايضاً إذا لم يمكن النظر الى رأس العماد من وجه الأرض. واما إذا يمكن النظر اليه من وجه الأرض فلا حاجة الى زيادة ما بين بصرك والأرض على الحشبتين ولا الى انضمامه أي ما بين البصر والأرض الى الخارج من القسمة الأخيرة، بل الخارج الأخير هو طول القائم فافهم.

الفصل الثامن:

في بيان طريق استعمال مقدار طول القائم على بسيط الأرض بالمرآت او الماء إذا لم يمكن الوصول الى أصله مثل ما إذا اردت استعمال مقدار طول عماد ا ب، فطريقه ان تضع على الأرض الموازية للافق مرآة او كأساً بماء مستوية بالأرض موازية لها عند ج مثلاً. وتمسح بممسحة ما بين المرآة او الماء وبين أصل العماد، وتتأخر عنها أي عن المرآة او الماء الى ورائك الى ان ترى فيها أي في المرآة او الماء ذروة العماد، وقد كان في هذا المثال عند نقطة د.



يحصل منه أي من هذا العمل مثلثان موهومان متمثلان أحدهما مثلث ه ج د. فضلع ه ج شعاع بصرك الى المرآت او الماء، وضلع ه د قامتك من بصرك الى الأرض، وضلع ج د ما بين موقفك والمرآت او الماء. وثانيهما مثلث ا ج ب؛ فضلع ا ج شعاع ذروة العماد في المرآت او الماء، وضلع ا ب ما بين ذروة العماد واصله، وضلع ب ج ما بين أصله والمرآت او الماء. فنسبة ما بين ذروة العماد واصله الى ما بين أصله

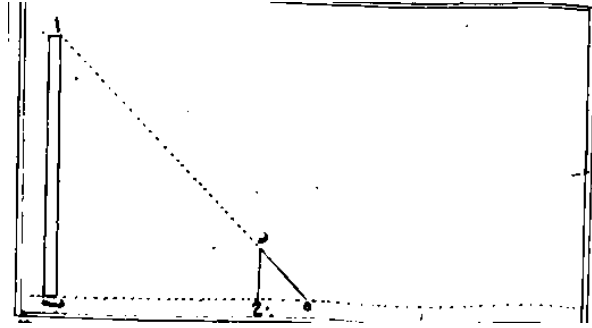
المقالة الثالثة:

في بيان طرق استعمال مقدار طول القائم على بسيط الأرض وكذا ابعاد الأشياء بالربع المجيب الذي محيطه منقسم الى تسعين درجة وجيباه الى ستين جزءاً. وفيها أي في المقالة الثالثة فصول متعددة ايضاً أي كما في كل من المقالتين المذكورتين.

الفصل الأول:

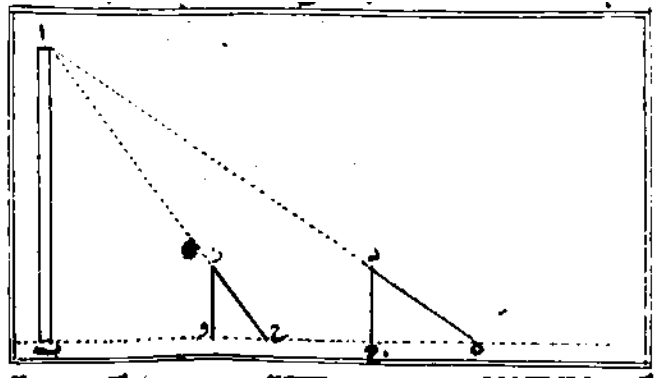
في بيان طريق استعمال مقدار طول القائم على بسيط الأرض بالربع المجيب على طريق الظل إذا يمكن الوصول الى أصله مثل ما إذا اردت استعمال مقدار طول عماد ا بفطريقه على وجهين.

الوجه الأول، ان تأخذ الربع المجيب بيدك وتجعل الطرف الخالي من الهدفتين نحو العماد او ما تريد اخذ الارتفاع منه. وتنتظر من الهدفتين الى رأسه أي رأس العماد وتتقدم إذا وجدت ارتفاعه اقل من خمس وأربعين درجة او تتأخذ إذا تجده أكثر من خمس وأربعين درجة الى ان تجد ارتفاعه أي ارتفاع العماد خمسا وأربعين درجة مثل ما وجدته في هذا المثال عند موقف ج. ثم تمسح ما بين بصرك وقدميك أي قامتك من بصرك الى موقف ج اعني ما بين د ج وتزيده أي / [٦٥ و] ما بين د ج من موقفك أي من ج الى ورائك الى نقطة ه مثلاً. ثم تمسح من نهايته أي من نقطة ه بممسحة كالذراع وغيرها الى أصله أي الى أصل العماد، فما وجدت من الممسوح فهو مقدار طول العماد بتلك الممسحة.



والوجه الثاني، ان تأخذ ارتفاعه أي ارتفاع العماد بالربع المجيب كما عرفت من أي مكان شئت سواء كان ارتفاعه أكثر او أنقص من خمس وأربعين درجة كما لوجدته في هذا المثال أربعاً وثلاثين درجة من موقف ج. فتضع الخيط على قدر ذلك الارتفاع من أول القوس أي على أربع وثلاثين درجة، وتستخرج ظلّه المبسوط بان تنزل من الستيني بقدر القامة وهو اثني عشر جزءاً الى الخيط، وترجع من التقاطع الى جيب التمام، وجدته أي ظلّ ذلك الارتفاع ثمانية عشر جزءاً وهو قامة ونصف قامة. فتزيد من موقف ج الى وراك بقدر ما بين بصرك والأرض أي ما بين د ج، وهو قامتك المفروضة من بصرك الى نقطة ج المنقسمة الى اثني عشر جزءاً دائماً، ونصفه أي ونصف ما بين د ج الى نقطة ه مثلاً. وتمسح من نهايته أي من نقطة ه الى أصله أي الى أصل العماد فوجدته أي ما بين نقطة ه وأصل العماد اثنين وسبعين ذراعاً. تقسمه أي ذلك المقدار على مقدار الظلّ أي ظلّ الارتفاع، وهو ثمانية عشر جزءاً؛ وتضرب الخارج من القسمة، وهو أربعة، في مقدار / [٦٥ ظ] اجزاء القامة،

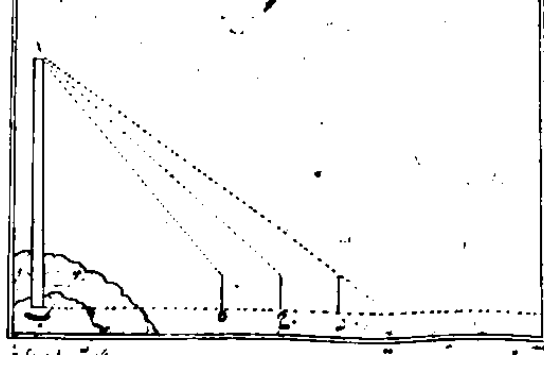
وهو اثني عشر؛ كان الحاصل من الضرب وهو ثمانية وأربعون مقدار طول عماد ا ب اعني ثمان وأربعون ذراعا. هذا هو المطلوب.



واما إذا اخذت ارتفاعه من موقف و وكان ارتفاعه ثلثا وخمسين درجة، واستخرجت ظلّه المبسوط بان تضع الخيط على قدر ذلك الارتفاع من اول القوس. ثم تنزل من السّيني بقدر القامة وترجع من التقاطع الى جيب التمام، وجدته أي ظلّ الارتفاع تسعة أجزاء القامة، وهو ثلاثة ارباع القامة. فتبّع من موقفك عند و الي ورائك بقدر ثلاثة ارباع قامتك من بصرك الي الأرض الى ح مثلا. وتمسح بممسحة من نهاية أي من نقطة أي من نقطة ح الى اصله أي الى اصل العماد فلو وجدته أي الممسوح بين ج ب سّئا وثلثين ذراعا مثلا. تقسمه أي المقدار الممسوح على أجزاء ظلّه المستخرج، وهي تسعة؛ ثم تضرب الخارج من القسمة، وهو أربعة، في أجزاء القامة، وهي اثني عشر؛ فالحاصل من الضرب، وهو ثمانية وأربعون. هو مقدار طول عماد ا ب أي ثمان وأربعون ذراعا. وعلى هذا القياس سائر الاعمال.

الفصل الثاني:

في بيان طريق استعمال مقدار طول القائم على بسيط الأرض بالربع المجيب على طريق الظلّ إذا لم يمكن الوصول الى أصله او مسقط الحجر لما بينه وبين المستعلم مانع مثل نهر او حايط ونحوهما مثل ما اذا اردت استعمال مقدار طول عماد ا ب الذي وجد بينه وبينك نهر / [٩٦و] يمنعك عن الوصول الى أصله فطريقه ان تأخذ ارتفاعه كما سبق طريقه من أي مكان كان مثل موقف ج، وقد وجدته أي الارتفاع فيه أي في موقف ج احدى وأربعين درجة مثلا. ثم تستخرج ظلّه المبسوط أي لذلك الارتفاع على الوجه المذكور، وجدته أي أجزاء ظلّه أربعة عشر جزءا. فتزيد عليه أي على ما وجدت من أجزاء الظلّ ما تريد من أجزاء القامة مثلا ثلاثة أجزاء وهي ربع القامة، يكون المجموع سبعة عشر جزءا لظلّ ارتفاع آخر. او تنقص منه أي مما وجدت من أجزاء الظلّ كذلك أي ربع القامة وهو ثلاثة أجزاء بقي بعد النقصان أحد عشر جزءا لظلّ الارتفاع الآخر.



ثم تستخرج ارتفاعهما أي ارتفاعاً لسبعة عشر جزءاً وارتفاعاً آخر لآخر عشر جزءاً بان تنزل في الأول من جيب التمام بسبعة عشر في الجيوب المنكوسة ومن السّينّي بقدر القامة في الجيوب المبسوطة. وتضع الخيط على تلاقي الجيبين تجد ان الخيط قد قطع من أول القوس خمساً وثلاثين درجة لارتفاع ظلّ سبعة عشر. وتنزل في الثاني من جيب التمام بأحد عشر ومن السّينّي بقدر القامة، وتضع الخيط على تلاقي الجيبين. وجدت أنّه قد قطع من أول القوس سبعة وأربعين درجة لارتفاع ظلّ أحد عشر. فبعد ذلك أي بعد ما استخرجت ارتفاعين آخرين غير الأول أحدهما أنقص والثاني / [٦٦ ظ] ازيد من الأول، انت مخير بالعمل بين الارتفاعين.

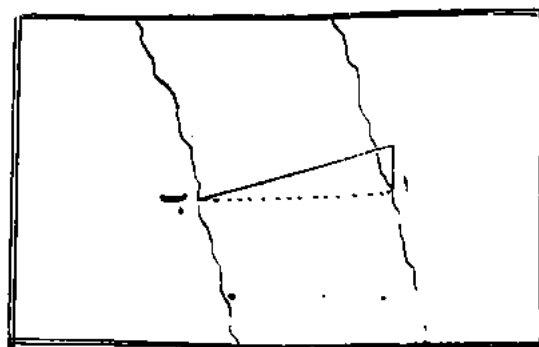
فأما ان تتأخر من موقفك عند ج وتأخذ ارتفاعاً بعد ارتفاع الى ان تجده أي الارتفاع خمساً وثلاثين درجة، فتعلم موقفك الذي وجدت الارتفاع فيه خمساً وثلاثين درجة وهو عند د مثلاً. ثم تمسح بممسحة وغيرها ما بين الموقفين أي ما بين د ج، فما وجدت من الممسوح فهو ربع القائم. ثم تضربه أي الممسوح في أربعة فالحاصل من الضرب هو طول القائم.

وأما ان تتقدم من موقفك عند ج الى نحو العماد اخذاً ارتفاعاً بعد ارتفاع الى ان تجده أي الارتفاع سبعة وأربعين درجة، فتعلم موقفك الذي وجدت فيه سبعة وأربعين درجة وتمسح ما بين هذين الموقفين أي ما بين ج ه. تجده مساوياً لما بين الموقفين الاولين أي لما بين ج د، فما وجدته من الممسوح فهو ربع القائم ايضاً. فتضربه أي الممسوح كما في الأول في أربعة فالحاصل من الضرب هو طول القائم.

الفصل الثالث:

في بيان استعمال مقدار سعة النهر او حوض او البحر ونحوها بالربع المجيب على طريق الظلّ مثل ما إذا اردت استعمال مقدار سعة نهر ا ب؛ فطريقه ان تقوم على ساحله أي ساحل النهر، وتأخذ بالربع الانخفاض وهو عكس الارتفاع من الجانب المقابل بان تجعل الطرف الخالي من الهدفتين نحو بصرك. وتنتظر من الهدفتين الى الجانب المقابل من النهر فما قطعه الخيط من آخر القوس هو الانخفاض. ثم تستخرج ظلّه المبسوط بان تضع الخيط على قدر الانخفاض من أول القوس وتنزل من السّينّي بقدر القامة الى الخيط وترجع من التقاطع الى جيب التمام. فما وجدته من أجزاء الظل تقسيمه الى قامتك من بصرك الى الأرض يحصل المطلوب أي يحصل سعة النهر.

مثلا لو وجدت الانخفاض ثلاث عشر درجة كان ظلّه المبسوط ثلاثة وجسمين جزءً، وهو أربع قوائم وخمسة أجزاء من اثني عشر. فلو كان قامتك من بصرك الى الأرض ذراعين فسعة النهر ثمانى اذراع وخمسة اسداس من ذراع وقس على هذا سائر الاعمال هكذا.



وبهذا الطريق / [٦٧و] تستعلم ايضاً أي كما تستعلم سعة النهر وغيره بعد موضع من موقفك بلا فرق. ولكن إذا كان النهر او الخوض ونحوهما واسعا او كان الموضع بعيداً من موقفك. فالأنسب فيه أي في العمل بها ان تجعل تحت قدميك شيئاً كسرير ونحوه لتكون قامتك من بصرك الى الأرض كبيرة ليسهل العمل والحساب.

الفصل الرابع:

في بيان طريق استعمال مقدار عمق البئر ونحوه بالربع المجيب على طريق الظلّ مثل ما إذا اردت استعمال مقدار عمق بئر ا ب ج د من فمه الى الماء عند ه و، فطريقه ان تقف عند فم البئر مثلاً عند ا وتأخذ بالربع المجيب الانخفاض الطرف المقابل من عند الماء. ثم تسمح بمسحة كالذراع ومثله سعة فم البئر. فلو كان الانخفاض المأخوذ خمساً وسبعين درجة وفم البئر اربع اذرع؛ تضع الخيط من أول القوس على قدر ذلك الانخفاض أي على خمسة وسبعين، وتنزل من جيب التمام بقدر ممسوح البئر أي بأربعة أجزاء الى الخيط، وترجع من التقاطع في المبسوطة الى الستينى. وجدت من اعداده المستوية خمسة عشر جزءاً أي خمسة عشرة ذراعاً. ثم طرح منه مقدار قامتك من بصرك الى الأرض فما بقى بعد الطرح فهو مقدار عمق البئر من فمه الى الماء. هذا إذا اخذت الانخفاض قائماً وقدماك موازيين فم البئر. واما إذا اخذته من عند فم البئر فلا حاجة الى طرح القامة.



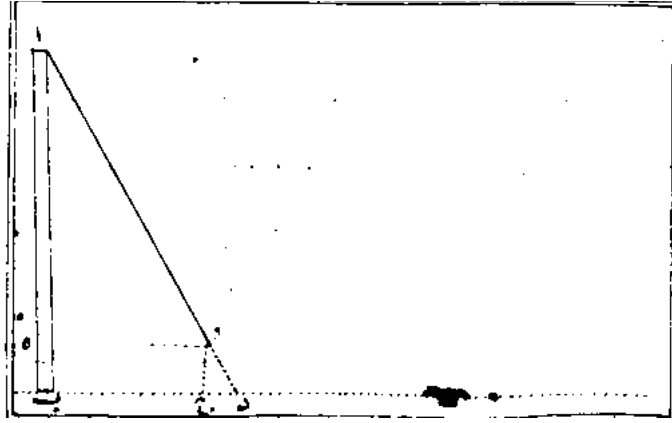
الفصل الخامس:

في بيان طريق استعلام مقدار طول القائم على بسيط الأرض بالربع المجيب على طريق الجيوب إذا يمكن الوصول الى أصله مثل ما إذا اردت استعلام مقدار طول عماد **ا** **بفطريقه** ان تأخذ من موقف **ج** مثلاً ارتفاعه أي ارتفاع العماد من رأسه بالربع المجيب. وقد وجدته منه أي من موقف **ج** ستين درجة فهذه أي ستون درجة مقدار زاوية **ا و هـ** المساوية لزاوية **ا د ب** من مثلث **ا ب د** الموهوم الحادث من عملك. وتمامها أي الباقي منها الى تسعين وهو ثلاثون درجة مقدار زاوية **ا هـ و ا د ب** المشتركة في مثلثي **ا هـ و ا ب د**. ومقدار زاوية **ا ب د** المساوية لزاوية **ا هـ و** تسعون درجة لانها قائمة. فإذا اردت استخراج مقدار طول القائم تضع الخيط على مقدار الارتفاع أي على ستين درجة من أول القوس. وتنزل من الستيني بقدر القامة أي باثني عشر جزءاً الى الخيط، وترجع من التقاطع في المنكوسة الى جيب التمام، تجد من مستوية سبعة أجزاء. فتزيد من موقفك عند **ج** بقدر سبعة أجزاء قامتك من بضرك الى الأرض المنقسمة الى اثني عشر جزءاً من ورائك الى نقطة **د** مثلاً. ثم تسمح بممسحة ما بين نقطة **د** واصل العماد وقد وجدته أي الممسوح خمساً وعشرين ذراعاً، فتحفظه أي ذلك الممسوح. ثم تضع الخيط من أول القوس على قدر تمام الارتفاع أي على قدر الزاوية عند رأس العماد وهو ثلاثون درجة. فعند ذلك أي إذا وضعت الخيط على قدر تمام الارتفاع لك وجهان لاستخراج طول العماد.

الوجه الأول: ان تنزل من الستيني أي من اعداده المستوية بقدر الممسوح بين **د ب**، وهو خمسة وعشرون، الى الخيط؛ وترجع من التقاطع في الجيوب المنكوسة الى جيب التمام. تجد من مستوية ثلاثة وأربعين وثلاثاً، وهو طول عماد **ا ب** بالذراع أي ثلاث وأربعون ذراعاً وثلاث ذراع.

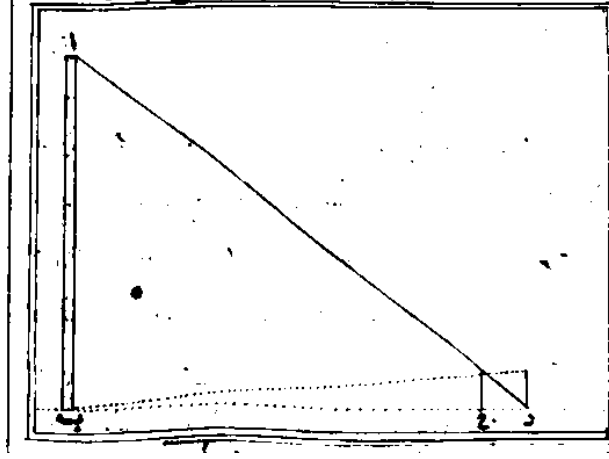
الوجه الثاني: ان تصعد من نهايته أي من نهاية قوس ثلاثين في الجيوب المبسوطة الى الستيني، تجد من مستوية ثلاثين جزءاً لجيبه المبسوط أي لجيب زاوية ثلاثين وهو مبادل ضلع **د ب**. ثم تصعد ثانيًا من تلك النهاية في الجيوب المنكوسة الى جيب التمام تجد من مستوية اثنين وخمسين جزءاً لجيبه المنكوس أي للجيب المنكوس

لزواوية ثلاثين، وهو مبادل ضلع ا ب. فنسبة ضلع ا ب أي طول العماد الى الجيب المنكوس كنسبة ضلع د ب أي الممسوح الى الجيب المبسوط. فتضرب الجيب المنكوس وهو اثنان وخمسون في ممسوح د ب وهو خمسة وعشرون. ثم تقسم الحاصل من الضرب وهو ألف وثلاثمائة على الجيب المبسوط وهو ثلاثون. فالخارج من القسمة [٦٨و] وهو ثلاثة وأربعون وثلاث هو طول عماد ا ب اعني ثلاث وأربعون ذراعا وثلاث ذراع هكذا. وعلى هذا القياس سائر الاعمال.



الفصل السادس:

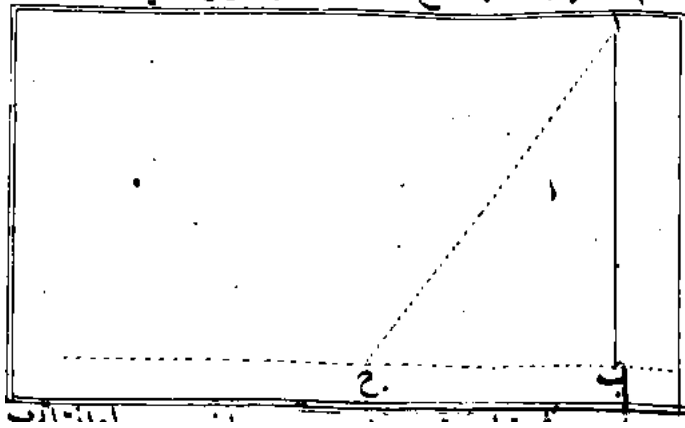
في بيان طريق استعمال مقدار طول القائم على بسيط الأرض بالربع المجيب على طريق الجيوب إذا لم يمكن الوصول الى أصله مثل ما إذا اردت استعمال مقدار طول عماد ا ب الذي يكون بينه وبينك حوض يمنعك عن الوصول الى أصله **فطريقه** ان تأخذ بالربع المجيب من موقف مخير مثل موقف ج ارتفاعاً من رأس العماد كما مر طريقه. فلو كان الارتفاع المأخوذ سبعة وثلاثين درجة تستخرج منه ظلّه المبسوط لتزيده مقاساً الى قامتك على موقف ج بان تضع الخيط على قدر الارتفاع من أول القوس. وتنزل من مستوى السّيني بقدر القامة الى الخيط، وترجع من التلاقى الى جيب التمام. تجده أي الظلّ المبسوط من مستوية ستة عشر جزءاً لقامتك من بصرك الى الأرض وهو مقدار قامة وثلاث قامة. فتزيده أي مقدار قامتك وثلاثها الى ورائك من موقف ج الى د مثلاً. وتعلم عنده أي عند د بعلامة. ثم تطرح مقدار الارتفاع المأخوذ أي سبعة وثلاثين وهو مقدار زاوية د من تسعين. فما بقي وهو ثلاثة وخمسون فهو مقدار زاوية ا الموهومة عند رأس القائم. فتضع الخيط على مقدارها أي على مقدار [٦٨ظ] زاوية ا وهو ثلاثة وخمسون من أول القوس. وتستخرج جيبه المبسوط وجيبه المنكوس بان تصعد في الأول من نهاية قوس ثلاثة وخمسين في الجيوب المبسوطة الى السّيني، تجد من مستوية ثمانية وأربعين جزءاً للأول أي لجيبه المبسوط المبادل لضلع د ب؛ وفي الثاني تصعد من تلك النهاية في الجيوب المنكوسة الى جيب التمام، تجد من مستوية ستة وثلاثين جزءاً للثاني أي لجيبه المنكوس المبادل لضلع ا ب اعني لطول العماد.



فتحفظ هذين الجيبين. ثم تقف على نقطة د وتأخذ بالربع المجيب انخفاض أصل العماد من نقطة ب كما تقدّم طريقه. وجدته أي الانخفاض خمس درجات تقريبًا. فتضع الخيط على قدر الانخفاض من آخر القوس، وتنزل من الستيني بقدر الجيب المبسوط المحفوظ أي ثمانية وأربعين جزءًا من مستوية في الجيوب المبسطة إلى الخيط. تجد أنه قد وقع الخيط عند التلاقي على أربعة أجزاء من الجيوب المنكوسة وهو أي الأربعة جيب لقامتك من بصرك إلى الأرض. ثم تمسح بممسحة قامتك فتحفظ مقدارها الممسوح. فنسبة طول العماد إلى الجيب المنكوس للزاوية المذكورة أي لزاوية ا كنسبة الممسوح أي ممسوح قامتك وهو ثلاث أذراع مثلًا إلى جيبها. فتضرب / [١٩٦] الجيب المنكوس أي الستة والثلاثين في ممسوح القامة أي في الثلاثة. ثم تقسم الحاصل من الضرب وهو مائة وثمانية على جيب القامة أي على الأربعة. فالخارج من القسمة وهو سبعة وعشرون هو مقدار طول عماد ا ب والله اعلم.

الفصل السابع:

في بيان طريق استعلام مقدار بعد موضع من موقف سواء يمكن الوصول إلى ذلك الموضع أو لم يمكن أو بعد ما بين موضعين إذا يمكن الوصول إلى أحدهما بالربع المجيب على طريق الجيوب مثل ما إذا أردت استعلام مقدار بعد موضع ا من موقفك عند **بفطريقه** ان تقف عند ب وتضع الربع المجيب على شيء مرتفع موازيا سطحه للافق بحيث يقع مركزه أي مركز الربع على نقطة ب وخط جيب الستيني إلى نحو موضع ا على خط مستقيم. والأنسب ان ينصب مسمار أو ابرة أو ميل في ثقب المركز وآخر عند نهاية الستيني. وتنتظر منهما من عند المركز إلى يحاذيا بموضع. ثم تنصب عصًا أو قضيبًا خدًا جيب التمام في جهة ج على بعد مخير ممسوح بممسحة كالذراع وغيرها على خط مستقيم أيضًا بان ترفع المسمار من نهاية الستيني. وتنصبه في نهاية جيب التمام وتنتظر منهما إلى جهة ج، وهذا انما هو لتحصيل زاوية قائمة في الموقف



الأول عند ب. ثم ترفع الربع وتذهب به بعد ما نصبت عصا على نقطة ب الى جهة ج، وتضع الربع المجيب كما في الأول على شيء مرتفع موازيا لسطح الأفق / [٦٩ظ] بحيث يقع مركز الربع على نقطة ج وجيب الستيني محاذيًا للعصى في نقطة ب ولا عبرة هنا لجيب التمام بل يكفي تطبيق الستيني على ج ب. ثم تنظر من المسمار الذيفي المركز الى موضع ا وتحرك الخيط علي وجه الربع الي ان ينطبق المسمار عليه أي على الخيط ويكونا أي المسمار والخيط مخاضيين لموضع ا. فما قطع الخيط على الربع المجيب من اخر القوس فهو مقدار زاوية ج أي زاوية الموقف الثاني. وما قطعه أي الخيط من أول القوس أي تمام زاوية ج فهو مقدار زاوية ا المطلوبة للعمل هذا كله أي المذكور من وضع الربع في الموقف الأول وتطبيق الستيني وجيب التمام وقطع الخيط الزاويتين على الوجه المشروح انما يكون إذا كان الموقف الثاني على يسار الموقف الأول كما في هذا المثال.

واما إذا اردت كون الموقف الثاني عن يمين الأول فالامر على العكس اعني إذا وضع مركز الربع على موقف ب ينطبق جيب التمام على ا ب لا الستيني. ويكون الستيني خذاء الموقف الثاني. وإذا وضع الربع على الموقف الثاني يكون جيب التمام خذاء الموقف الأول. وما قطعه الخيط من أول القوس فهو مقدار زاوية الموقف الثاني، وما قطعه من آخر القوس فهو للزاوية المقصودة الحاصلة عند موضع ا. وزاوية الموقف الأول قائمة. وكذا يشترط في سائر الاعمال ان تكون هذه الزاوية قائمة دأنا. ثم تضع الخيط على قدر زاوية ا وتستخرج بعد موضع ا من موقف ب بالوجهين المذكورين في الفصل الخامس بلا فرق. مثلا لو كان زاوية ج أي زاوية الموقف الثاني ثلاثا وخمسين درجة كان زاوية ا أي زاوية موضع ا سبعا وثلاثين درجة. فتضع الخيط على قدر زاوية ا أي على سبعة وثلاثين من أول القوس.

فعلى الوجه الأول إذا كان الممسوح بين ب ج ثلاثين ذراعا مثلا، تنزل به أي بالممسوح اعني بالثلاثين من الستيني في الجيوب المبسوطة الى الخيط. وترجع منه أي من تقاطع الخيط في الجيوب المنكوسة الى جيب التمام / [٧٠و] تجد من مستويه أربعين جزءً وهو أي الاربعون مقدار بعد ما بين ا ب أي بعد موضع ا من موقف ب بالذراع.

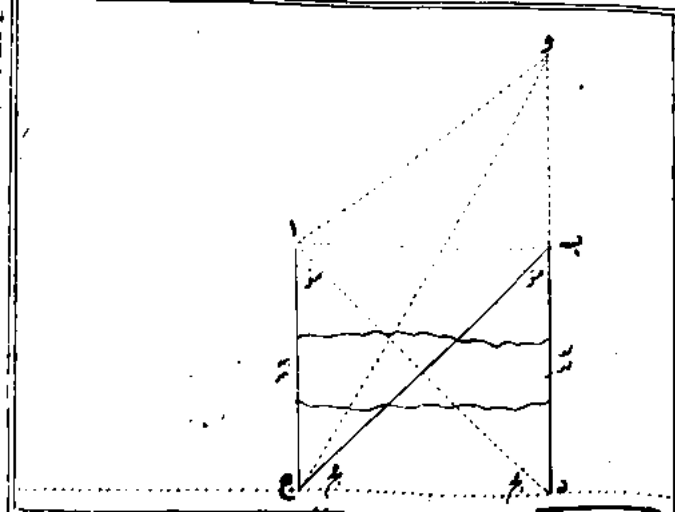
وعلى الوجه الثاني بعد ما وضعت الخيط على مقدار زاوية ا من أول القوس تصعد من نهاية أولا في الجيوب المبسوطة الى الستيني، تجد من مستوية ستة وثلاثين جزءً للجيب المبسوط المبادل لضلع ب ج الموهوم على

الأرض. ثم تصعد ثانيًا منها أي من تلك النهاية في الجيوب المنكوسة الى جيب التمام، تجد من مستوية ثمانية وأربعين جزءًا للجيب المنكوس المبادل لضلع α الموهوم. فنسبة بعد α ب أي ما بين α ب الى الجيب المنكوس كنسبة الممسوح بين β ج الى الجيب المبسوط. فتضرب الممسوح أي الثلاثين في الجيب المنكوس أي في ثمانية وأربعين. وتقسم الحاصل من الضرب وهو الف واربعمئة وأربعون على الجيب المبسوط أي على ستة وثلاثين. فالخارج من القسمة وهو أربعون هو مقدار بعد ما بين α ب أي مقدار بعد ما بين موضع α وموقف β بالذراع. وهذا ما أردناه. وعلى هذا القياس مثال ما بين موضعين إذا يمكن الوصول الى أحدهما فقط فافهم.

الفصل الثامن:

في بيان طريق استعمال مقدار بعد ما بين موضعين بالربع المجيب على طريق الجيوب إذا لم يمكن الوصول الى أحد منهما لمانع كانهر ونحوه. ففي طريق استخراجيه أي استخراج البعد بين الموضعين يلزم موقفان للعمل كما لزم له بالطبلة والاسطرلاب ايضًا ويلزم ان تجعل في كل منهما أي من الموقفين زاوية قائمة لا غير منهما أي من الموقفين ومن كل من الموضعين الذين اردت استعمال بعد ما بينهما. ويلزم ايضًا ان تكون المسافة بينهما أي بين الموضعين قليلة قريبة لانيها لو كانت بعيدة ليعسر استعمال بعدهما لما عرفت من لزوم جعل الزاويتين عند الموقفين قائمتين. فيقتضى مكان واسع للعمل او امتنع استعمال بعدهما عند عدم وسعة المكان على قدر الكفاية. مثل ما إذا اردت استعمال مقدار بعد α ب بين موضعين α ب الذين لا يمكن الوصول الى أحد منهما لما بينهما وبينك نهر يمنعك عن الوصول اليهما **فطريقه** ان تطلب أولًا موقفا خذاء احدهما أي أحد موضعين α ب بالتأمل أي متأملًا امكن جعل زاوية قائمة فيه وفي الموقف الذي سيقابله مثل موقف ج. فتضع الربع المجيب عليه أي على ج بحيث يقع المركز عليه ويكون جيب التمام خذاء موضع α . وتضع ابرة ونحوها في مركز الربع وابرة أخرى عند نهاية الستيني. وتتنظر منهما أي من الابرتين الى جهة ه وتأمّر أحدًا بنصب حشبة عند ه على خطّ مستقيم بالابرتين. ثم تنظر من الابرة عند المركز الى موضع ب وتحرك الخيط على وجه الربع الى ان تنطبق الابرة على الخيط من أوله الى آخره، وهي أي والحال انّ الابرة مخاذية بموضع ب. فما قطعه الخيط من اخر القوس هو مقدار زاوية ج. ثم ترفع الربع من موقف ج وتذهب الى جهة ه على خطّ مستقيم الى ان تخاذى موضع ب بالتقريب. وتضع الربع كما تقدم ذكره مبسوطا بحيث يقع المركز على خطّ ج ه الموهوم والستيني الى جهة ب وجيب التمام الى جهة ج.

وتجرب مرةً بعد أخرى الى ان تجد الستيني مخاذيا بموضع ب وجيب التمام مخاذيا بموقف ج. فعند ذلك أي عند مخاذاة الجيبين بالموضعين حصلت زاوية قائمة في ذلك الموقف مثل موقف د. فتترك الربع على حاله أي مخاذيا جيباه بالموضعين والمركز على خطّ ج ه الموهوم، ثم تنظر من الابرة عند المركز الى موضع α . وتحرك الخيط على وجه الربع الى ان تنطبق الابرة عليه أي على الخيط من أوله الى آخره. فما قطعه الخيط من أول القوس هو مقدار زاوية د. ثم تمسح بممسحة كالذراع وغيرها بعد ما بين د ج على الأرض وتحفظ الممسوح. وتتنظر الى الزاويتين المستخرجتين عند الموقفين فان كانتا متساويتين فبعد ما بين α ب مساوٍ لبعد ما بين موقفي ج د الممسوح بالممسحة.



واما إذا لم تكونا أي الزاويتان عند الموقفين متساويتين بان تكون أحديهما كبرى من الأخرى / [٧١و] مثل ما إذا اردت استعمال بعد ما بين موضعي ا و وكانت زاوية و ج د أي الزاوية عند الموقف الأول من ستين درجة وزاوية ا د ج أي زاوية الموقف الثاني من ثلاث وأربعين درجة فطريقه أي طريق استعمال بعد ما بين موضعي ا و في ذلك أي فيما إذا لم تكن الزاويتان عند الموقفين متساويتين تضع الخيط أولاً على تمام زاوية د أي على سبع وأربعين درجة من اول القوس. وتستخرج جيبه المبسوط بان تصعد من نهايتها في الجيوب المبسطة الى الستيني، تجد من مستوية أربعة وأربعين جزءاً لجيبه المبسوط المبادل لضلع د ج الممسوح فتحفظه أي مقدار جيبه المبسوط. ثم تستخرج الجيبين المبسوطين لزاويتي د ج بان تضع الخيط على قدر زاوية د وهو ثلاث وأربعون درجة من أول القوس. وتصعد من نهايتها في الجيوب المبسطة الى الستيني تجد من مستوية أحداً وأربعين جزءاً لجيبه المبسوط المبادل لضلع ا ج. ثم تضع الخيط على زاوية ج وهي ستون درجة من أول القوس. وتصعد من نهايتها في الجيوب المبسطة الى الستيني تجد من مستوية اثنين وخمسين جزءاً لجيبه المبسوط المبادل لضلع و د. ثم تضع الخيط على قدر زاوية د وهو ثلاث وأربعون درجة من أول القوس، وتصعد من نهايتها / [٧١ظ] زاوية ج وهي ستون درجة في الجيوب المنكوسة الى الخيط. وترجع من التلاقى في الجيوب المبسطة الى الستيني. فما تجد من مستوية أي ثمان وعشرين تطرحه من جيب زاوية ج أي من اثنين وخمسين كان التفاوت بينهما أربعة وعشرين جيباً. فبعد ذلك تنزل من مستوى الستيني بقدر التفاوت بين الجيبين اعنى بأربعة وعشرين جزءاً في الجيوب المبسطة، ومن مستوى جيب التمام بقدر جيب تمام زاوية د وهو أربعة وأربعون في الجيوب المنكوسة. وتضع الخيط على تقاطع الجيبين، وتعلم عنده أي عند التقاطع بالمرى. ثم تنقل الخيط الى الستيني او الى جيب التمام تجد من مستوية خمسين جزءاً لجيب مفروض مبادل لضلع ا و الموهوم. فنسبة بعد ا و الى الجيب المفروض كنسبة ممسوح د ج الى جيبه. فتضرب الجيب المفروض أي الخمسين في الممسوح أي في ممسوح د ج وقد كان اربعمائة وثمان وستين ذراعاً. ثم تقسم الحاصل من الضرب وهو ثلاثة وعشرون الفا واربعمائة على الحيب المبادل لضلع د ج وهو أربعة وأربعون. فالخارج من القسمة وهو خمسمائة واحد وثلاثون وثلاثة ارباع تقريباً هو مقدار بعد ما بين موضعي ا و بالذراع، والله تعالى اعلم.

الباب الثالث:

في بيان الاجسام المتداولة بين المهندسين وامكان ظهورها بالفرض واحوالها ومساحتها. وفيه أي في الباب الثالث مبحثان لان البحث فيها اما من أوضاعها التي تقتضي تنوّعها واما من مساحتها.

المبحث الأول:

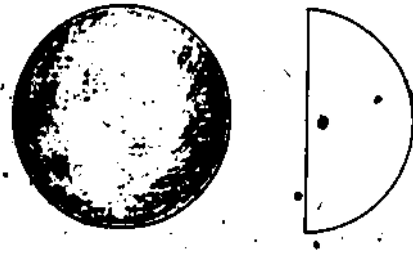
في بيان أوضاعها أي أوضاع الاجسام وامكان ظهورها بالفرض وذكر أنواعها. وفيه أي في المبحث الأول فصول متعددة.

الفصل الأول:

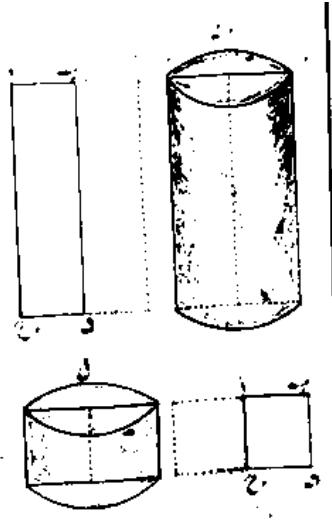
في تعريفه أي تعريف الجسم فالجسم ما أي شيء ذو وضع له امتداد ثلاثة أي طول وعرض وعمق وقد سبق الإشارة في أول هذه الرسالة الى ان النقطة لا تنقسم أصلا لا طولاً ولا عرضاً ولا عمقاً فلا امتداد لها أصلاً. ثم إذا فرض لها / [٧٢و] أي للنقطة حركة الى جانب ما ولو قليلاً يحصل منها أي من حركتها خطاً أي امتداد واحد وهو الطول فقط. وإذا فرض له أي للخط حركة فامّا ان تقع تلك الحركة الى مقابل احدى نهايتيه، فلا يحصل منها أي من تلك الحركة له أي للخط امتداد غير الأول أي غير الطول، وهذا قد حصل بحركة النقطة. واما ان تقع الحركة الى مقابل أحد جانبيه أي جنبي الخط ولو قليلاً فيحصل له أي للخط امتداد آخر غير الأول أي غير الطول وهو العرض. وحدث منها أي من حركة الخط بالفرض على الوجه المذكور سطح. فله أي للسطح امتدادان أحدهما الطول، وثانيهما العرض. وكذلك السطح إذا فرض له حركة فامّا ان تقع الحركة المفروضة الى أحد جوانبه الأربعة، فلا يحصل له أي للسطح امتداد غير الاولين أي غير الطول والعرض، بل انما يزداد السطح طولاً او عرضاً. واما ان تقع الحركة دائرةً أي تدوّراً او فائقةً أي تفوّقاً او سافلةً أي تسفلاً فيحصل له أي للسطح امتداد ثالث غير الاولين أي غير الطول والعرض، وهو العمق. فيحدث منها أي من حركته على أحد الوجوه الثلاثة جسم من أنواع الجسم على حسب السطح والحركة وهذا هو المراد من الامتدادات الثلاثة في الجسم ولا يمكن خلّوه منها بوجه من الوجوه.

الفصل الثاني:

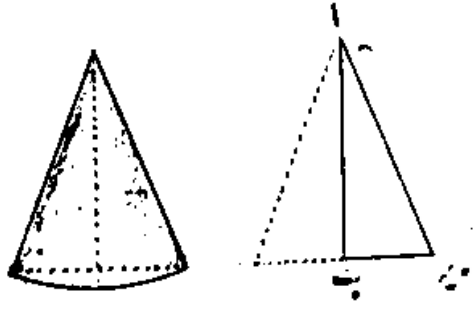
في امكان ظهور الاجسام بالفرض من السطوح دائرة كانت او غيرها بفرض حركتها أي حركة السطوح على وجه الاستدارة. فمنها أي من السطوح التي بفرض حركتها على وجه الاستدارة تحدث الاجسام نصف الدائرة وهو سطح ذو زاويتين كما مر. فإذا فرض تحركه أي تحرك نصف الدائرة حول القطر أي حول وتره دوراً تاماً أي يدور حوله الى ان وصل الى مبدأ حركته تحدث منه أي من تحركه ودوره كرة أي جسم كرة. يكون جميع النقاط على محيطها أي على سطح الكرة على بعد سواء من مركزها أي من مركز الكرة هكذا.



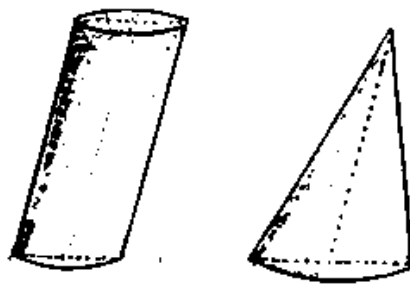
ومنها المستطيل، فإذا فرض تحرك مستطيل $ا ب ج د$ حول الضلعين المتوازيين الا طولين مثل ضلع $ب د$ ويدور حوله $/[٧٢ظ]$ دورًا تامًا أي الى ان ينتهي الى مبدأ حركته؛ تحدث منها أي من حركة المستطيل المذكور على الوجه المشروح أسطوانة مثل أسطوانة $ك$. وكذا المربع التام مثل مربع $ا ب ج د$ إذا فرض حركته حول أحد اضلاعه الأربعة مثل ضلع $ا ج$ ويدور حوله دورًا تامًا يحصل منها أي من حركته كذلك أسطوانة مثل أسطوانة $ل$. فسطحها أي سطح الاسطوانة الاعلى والأسفل الكائنان كقاعدتين لها دائرتان أي كل منهما دائرة متساويتان كل منهما مساوية للآخرى. قطرهما أي قطر كل دائرة منهما ضعف قاعدته أي قاعدة المستطيل او المربع التام. فنصف قطرهما هو قاعدة المستطيل او المربع التام. وكذلك السطحان من كل قطعة منها أي من الأسطوانة قطعت القطعة موازية لهما أي لسطحيها الأعلى والأسفل دائرتان متساويتان ايضًا أي كدائرتي الأسطوانة هكذا.



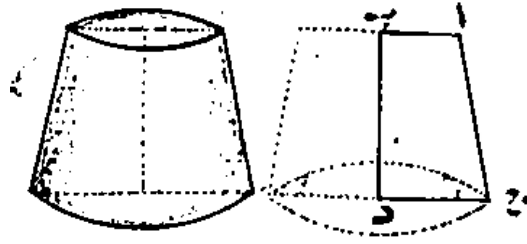
ومنها أي من تلك السطوح المثلث المختلف الاضلاع او المتساوى الساقين القائم الزاوية مثل مثلث $ا ب ج$ إذا فرض تحركه حول ضلعه القائم على القاعدة عمودًا المتواصل عند القائمة أي حول ضلع $ا ب$ العمود على قاعدة $ب ج$ دورًا تامًا أي يدور حوله الى ان ينتهي عند مبداء حركته، يحدث منها أي من حركته على الوجه المشروح مخروط أي جسم مخروطي.



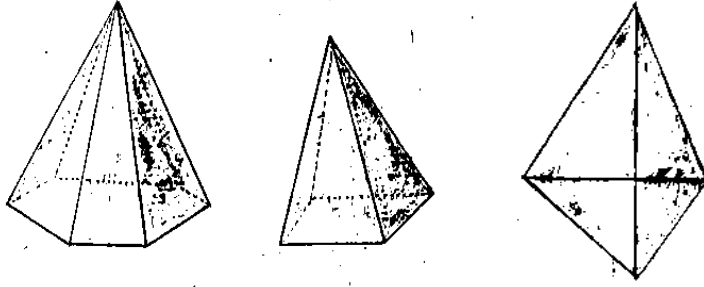
وسطحه الأسفل أي سطحه الأدنى هو قاعدة له والأسفل قيد احترازي من السطح الحولي الظاهر لا من الأعلى لأن أعلى المخروط ينتهي إلى نقطة دائرة أيضاً كما في الأسطوانة. قطرها أي قطر تلك الدائرة ضعف قاعدة المثلث أي ضعف قاعدة ب ج من المثلث المذكور الذي حدث من تحركه المخروط، فضعف قطره هو تلك القاعدة. و سطح كل قطعة منه أي من المخروط قطعت موازية لذلك السطح أي لسطحه الأسفل دائرة أيضاً كما كانت قاعدة المخروط دائرة إلا أنها أي دائرة القطعة غير مساوية لها أي لدائرة قاعدة المخروط، بل كلما تتقرب القطعة إلى أعلى المخروط تزداد الدائرة أي دائرة القطعة / [٧٣و] في الأصغرية من السابقة أي من الدائرة السابقة. فاقطارها وانصاف اقطارها غير متساوية أيضاً وهو ظاهر. وكل منهما أي من الأسطوانة والمخروط اما قائم عمود ان كانت قاعدة أي قاعدته كل من الأسطوانة والمخروط دائرة تامة بان يكون جميع النقاط على محيطها على قدر واحد من مركزها. وهو أي كل واحد من الأسطوانة والمخروط عمود عليها أي على القاعدة لأن سهمه أي سهم كل واحد منهما ويسمى محوراً أيضاً وهو المفروض الواصل بين مركزي الدائرتين في الأسطوانة وبين النقطة والمركز في المخروط حينئذ عمود على القاعدة كما في الصورتين السابقتين. وأما مائل أي كل واحد منهما مائل إذا كانت القاعدة دائرة غير تامة بان لا يكون جميع نقاط محيطها على بعد واحد من مركزها، بل تكون قاعدته على شكل بيضوي وهو أي كل منهما غير عمود على قاعدة لان سهمه أي سهم كل منهما حينئذ غير عمود على قاعدته بل هو مائل عنها. وصورة المائل هكذا.



وإذا قطعت من المخروط قطعة موازية لقاعدته أي لقاعدة المخروط فالقطعة التي تليها أي تلي القاعدة مخروط ناقص لعدم تناهيه إلى النقطة. وكذا إذا تحرك مربع منحرف مختلف الاضلاع قائم الزاويتين مثل مربع ا ب ج د حول ضلع ب د دوراً تاماً أي يدور حوله وينتهي إلى مبداء حركته يحدث منه مخروط ناقص للعلّة المذكورة.



فالمخروط التَّامَّ سطحان نقط أحدهما قاعدته وهي دائرة كما مرّ، والثاني سطحه الظاهر الصَّنوبريّ والصنوبر شجر معروف. والمراد ثمرها ويقال لسطحه ايضًا السَّكْرِي لمشابهته بكل منهما لو ادير عليه أي على سطحه خطّ مستقيم واصل بين نقطته أي المخروط وقاعدته لماسّه بكله أي بكل سطحه. وللناقص أي للمخروط الناقص سطوح ثلاثة وهي دائرتان أحديهما قاعدته وهي الكبرى والثانية سطحه الأعلى وهي الصَفْرَى وسطحه الظاهر.



وقد تكون أي قاعدة المخروط مضلّعة أي ذات اضلاع وزاوية [٧٣ظ] ثلاثة كمثلث أو أربعة مثل مربع أو خمسة مثل مخمس أو أكثر مثل سائرها أي مثل سائر الاشكال الكثيرة الاضلاع ويقال لها أي **للمخارط المضلّعة** قواعدها اهرام كاهرام مصر. وهي مخارط قواعدها مضلّعة. وهو أي المخروط الذي قاعدته مضلّعة اما تامّ ان يبنّه أعلاه بنقطة او ناقص ان كان مقطوع الرأس موازيا لقاعدته. فالتَّامّ ان كانت قاعدته مثلثا فله أربعة سطوح أحدها للقاعدة والبقية سطوح ظاهرة. وان كانت القاعدة مربّعا فله خمسة سطوح وهكذا مزيد عليه بواحد على اضلاع القاعدة. ففي الأول أي في المخروط الذي كانت قاعدته المضلّعة مثلثا فالسطوح الأربعة كلها مثلثات. فلو كان المخروط قائما أي عمودا بان يكون سهمه أي محوره عمودا على قاعدته فقاعدته مثلث متساوي الاضلاع وسائر السطوح الثلاثة مثلثات متساوية الساقين قواعدها على اضلاع قاعدته ورؤسها متواصلة في نقطة. والا أي وان لم يكن قائما، بل مائلا فلا أي فلا تكون قاعدته مثلثا متساوي الاضلاع ولا يكون كل واحد من سائر السطوح الثلاثة مثلثا متساوي الساقين. وفي الثاني أي في المخروط الذي كانت قاعدته المضلّعة مربّعا تامّا فقاعدته مربع تامّ وسائر السطوح الأربعة مثلثات متساوية الساقين كلها ان كان المخروط قائما أي عمودا بان يكون سهمه عمودا على قاعدته. وآلا أي وان لم يكن قائما عمودا فلا أي فلا تكون قاعدته مربّعا تامّا ولا يكون سائر السطوح مثلثات متساوية الساقين كلها. وكذا الحكم في المخروط الذي كانت قاعدته سطحًا كثير الاضلاع

مثل المخمّس والمسدّس والمسيّع وغيرها. فإنّ قاعدته مخمّس منتظم او مسدّس منتظم او مسيّع منتظم وسائر السطوح مثلثات متساوية الساقين كلها ان كان ذلك المخروط قائمًا، وآلا فلا يكون الامر كذلك.

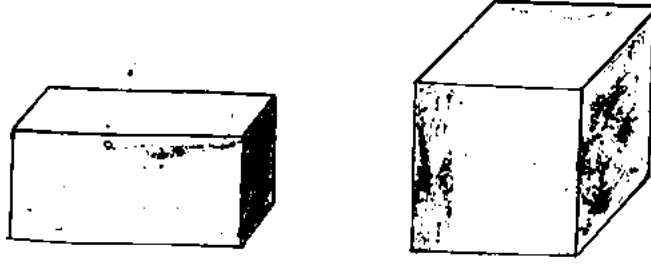
وامّا المخروط الناقص فله سطحان متماثلان أحدهما القاعدة والآخر السطح الأعلى وهو أصغر من القاعدة على نوع القاعدة. [٧٤و] فان كانت القاعدة مثلثًا فمثلثان متماثلان وان كانت مربعًا فمربعان متماثلان وان كانت مخمّسان فمخمّسان متماثلان وكذا البواقي. وسائر السطوح الظاهرة مربّعات متساوية على عدد اضلاعها أي اضلاع القاعدة. فان كانت لها ثلاثة اضلاع فمربّعات ثلاثة متساوية وان كانت من أربعة اضلاع فمربّعات أربعة الى غير ذلك ان كان المخروط قائمًا عمودًا، وآلا أي وان لم يكن عمودًا فلا يكون الامر كذلك.

الفصل الثالث:

في بيان امكان ظهور الاجسام من السطوح بفرض حركتها أي حركة السطوح تفوقًا او تسفلًا. فمنها أي من السطوح التي يمكن حدوث الاجسام بفرض حركتها على الوجهين الدائرة، إذا فرضت حركتها الى التحت او الى الفوق على خطّ مستقيم تحدث منها أي من حركتها أسطوانة بالفرض كما حدثت من تحرّك المستطيل حول أحد الضلعين المتساويين الاطولين وقد مرّ بيانها.



ومنها أي من تلك السطوح المربع التامّ إذا فرض تحرّكه الى التحت او الى الفوق على خطّ مستقيم بقدر أحد اضلاعه الأربعة يحدث منه أي من تحرّكه جسم مكعب أي كعب. فله أي للمكعب ستة سطوح متساوية كلها أي كل واحد من السطوح الستة مربع تامّ.



ومنها أي من تلك السطوح المستطيل إذا فرض حركته الى التحت او الى فوق على قدر غير مساو لاحد الضلعين المتساويين الاطولين او الاصغرين يحدث منها أي من حركته بالفرض ملتبّن أي متساوى السّطحين المتوازيين المتقابلين. وهو جسم له ستة سطوح يساوى كل منها لمقابله الموازى له، وكل منها أي من السطوح الستة مستطيل كما في اللبنة هكذا. فإذا قطع المكعب بقطعتين او قطعات متعدّدة موازيا لاحد سطوحه كان كل قطعة منها شبيهة بالملتبّن أي جسمًا له ستة سطوح يساوى كل منها لمقابله الموازى له مثل ما أي مثل الجسم الذى حدث من تحرّك المستطيل إلا أنّ السّطح عند المقطع والسّطح المقابل له ليسا بمستطيلين بل هما مربّعان تامّان.



والملتبّن أي المتساوى [٧٤ظ] السّطحين المتقابلين المتوازيين إذا قطع بقطعتين او قطعات متعدّدة موازيا لاحد سطوحه كان كل قطعة مثله أي ملتبّنًا متساوى السّطحين المتوازيين المتقابلين كل سطح منه مستطيل كما في أصله إلا إذا كان فيها أي في تلك القطعة السّطحان الاصغران المتقابلان مربعين تامّين. فحينئذ كانت تلك القطعة قطعة أسطوانة مضلّعة قاعدتها او كان فيها أي في تلك القطعة السّطحان الأكبران المتقابلان مربعين تامّين. فح تكون تلك القطعة شبيهة بالملتبّن كقطعة المكعب. وكذا الحكم إذا تحرّك المربع التامّ أكثر من اضلاعه الأربعة تحدث منها أي من حركته أسطوانة مضلّعة قاعدتها او قطعة منها وإذا تحرّك أقلّ منه أي من أحد اضلاعه الأربعة كان الحادث من حركته مثل قطعه أي شبيهها بالملتبّن.

والمستطيل إذا تحرّك بقدر أحد الضلعين الاصغرين يحدث منها أي من حركته أسطوانة مضلّعة قاعدتها او قطعة منها وإذا تحرّك المستطيل بقدر أحد الضلعين الاكبرين كان الحادث منها مثل قطعة المكعب أي شبيهها بالملتبّن فتأمّل.

ومنها أي من تلك السطوح المثلث المتساوي الاضلاع إذا فرض حركته أي حركته المثلث المذكور الى التحت او الى الفوق على خطّ مستقيم عمود يحدث منها موشور من وشر يشر وشرًا بمعنى القطع والتحديد كائنه قطع على زوايا حادة. وله أي للموشور خمسة سطوح اثنان منها أي من السطوح الخمسة مثلثان أي قاعدة العليا والسفلى مثلثان مثله أي مثل المثلث الذي حدث منه الموشور اعنى مثلث متساوي الاضلاع كما مرّ. وبواقها أي بواقى السطوح الخمسة وهي ثلاثة مستطيلات متساوية قواعدها مساوية لأضلاع المثلث المذكور هكذا.

وإذا قطع الموشور موازيا لاحدى قاعدتيه بقطعتين او قطعات تكون القطعة او القطعات مماثلة لاصله أي للموشور أي كانت القطعة ايضًا موشورًا لها خمسة سطوح اثنان منها مثلثان قاعدتان لها والبواقى مستطيلات / [٧٥] قواعدها مساوية لاضلاع المثلث اعنى الضلعان الأصغران مساويان لاضلاع المثلث. ألا إذا كان ارتفاعها أي ارتفاع القطعة مساويًا لاحد اضلاع المثلث الذي حدث منه الموشور فعند ذلك كانت السطوح الباقية أي ماسوى قاعدتيها مربعات تامة لتساوى الاضلاع او كان ارتفاعها أي ارتفاع القطعة اقلّ منه أي من أحد اضلاع المثلث فحينئذ كانت السطوح الباقية مستطيلات ايضًا أي كما في القطعة التي كان ارتفاعها اكثر من أحد اضلاع المثلث. ولكن على عكسها أي على عكس المستطيلات في القطعة المماثلة لاصلها بان يكون الضلعان الاطولان على قاعدتي القطعة. وأما في القطعة المماثلة فالضلعان الأصغران على قاعدتيها وكذا الحكم في المثلثات السائرة أي حكم سائر المثلثات مثل حكم المثلث المتساوي الاضلاع. إذا فرضت حركتها على خطّ مستقيم عمود الى التحت او الى الفوق يحدث من كل منها جسم يسمى موشورًا ايضًا. وان وجدت في البعض زاوية قائمة او منفرجة تبعًا للمثلث المتساوي الاضلاع. وأما الحكم في قطعات موشورها قد يحصل أي حكمها بالتأمل والتدبر في كل منها، وتركناه أي حكمها في هذا المقام لا يجاب تطويل الكلام كما لا يخفى.

ومنها أي من تلك السطوح الاشكال الكثيرة الاضلاع كالمخمّس والمسدّس وغيرهما من المنتظمة، إذا فرضت حركتها أي حركة تلك الاشكال على خطّ مستقيم عمود الى التحت او الى الفوق تحدث منها أي من حركتها اساطين مضلعة قواعدها لأنّ لها اضلاعًا ففيها أي في كل أسطوانة من تلك الاساطين قاعدتان أي قاعدة العليا والسفلى. كل منهما أي من القاعدتين مثل ما أي مثل الشكل الذي حدثت تلك الأسطوانة منه. فان حدثت من مخمّس فكل من القاعدتين مخمّس مثله، وان حدثت من مسدّس فمسدّس الى غير ذلك. والسطوح السائرة فيها غير القاعدتين مستطيلات متساوية على عدد اضلاع كل من القاعدتين. / [٧٥] فان كانت القاعدة من خمسة اضلاع فلها خمسة مستطيلات وان كانت من ستة اضلاع فلها ستة مستطيلات وان كانت من سبعة فسبعة الى غير ذلك مساوية قواعدها أي قواعد المستطيلات لاضلاع القاعدة أي اضلاع قاعدة الأسطوانة.

وحكم القطعات فيها أي في الأسطوانة المضلعة قاعدتها مثل حكمها في الموشور. اعنى أنّ قاعدتي القطعة مساويتان لقاعدتي الأصل وأنّ سائر سطوحها مستطيلات مماثلة لمستطيلات الأصل إذا كانت ارتفاعاتها في القطعة مساوية لقواعدها، فحينئذ تكون السطوح السائرة مربعات تامة او كانت أي ارتفاعاتها اقلّ من قواعدها فعند ذلك تكون السطوح السائرة مستطيلات ايضًا. ولكن على عكس الأول هذا كله أي ما ذكر في هذا الفصل من تحرك السطوح وظهور الاجسام وبيان قواعدها وسائر السطوح وكذا قواعد قطعاتها وسطوحها انما يكون إذا فرض تحرك السطوح المذكورة على خطّ مستقيم عمود فيكون كل جسم حادث بالفرض منها قائمًا عمودًا.

واما إذا تحرّكت السطوح المذكورة على خطّ مستقيم غير عمود كان الجسم الحادث منها مائلا وكانت القاعدتان في كل جسم متساويتين غير منتظمتين والسطوح السائرة شبيهة بالمعيّن. وكذا القاعدتان في قطعاتها متساويتان وكل سطح من السطوح السائرة اما معيّن او شبيه به يظهر كلها بالتأمل.

واما المربعات الغير التامة كالمعيّن والشبيه والخرفات والاشكال الكثيرة الاضلاع الغير المنتظمة كالمخمّس والمسدّس والمسيّع الغير المنتظمة، إذا فرضت حركتها الى التحت او الى الفوق تحدث من كلها أي من كل واحد منها أسطوانة مضلّعة قاعدتها. فلأسطوانة التي تحدث من المربعات المذكورة ستة سطوح اثنان منها أي من السطوح الستة قاعدتان أي القاعدة العليا والسفلى لها وهما أي القاعدتان مربعان مثل ما حدثت الأسطوانة / [٧٦و] منه. فان حدثت من معيّن فمعيّنات، وان حدثت من الشبيه بالمعيّن فشبيه بالمعيّن، وعلى هذا القياس.

والسطوح السائرة مستطيلات اما متساوية كلها كما في المعين واما متساوية بعضها او مختلفة كلها على حسب اضلاع قاعدتها ان كانت الأسطوانة الحادثة من مربع او شكل كثير الاضلاع قائمة أي عمودية. وآلا أي وان لم تكن قائمة بل مائلة فالقاعدتان متساويتان واما السطوح السائرة أي كل منها شبيه بالمعيّن اما متساوية كلها او بعضها او مختلفة كلها على حسب اضلاع القاعدة. وحكم قطعاتها أي قطعات القائمة والمائلة كحكم اصولهما؛ ألا إذا كان ارتفاعها أي ارتفاع القطعة مساويا لاحد اضلاع القاعدة في القائمة او كان أحد الضلعين القائمين على القاعدة في المائلة مساويا لاحد اضلاعها أي اضلاع القاعدة، فالمساوي مربع تامّ والغير المساوي مستطيل في القطعة القائمة، والمساوي في القطعة المائلة معيّن والغير المساوي شبيه به أي بالمعيّن. هذا ما وجدنا من أمور الاجسام المتداولة بين مهندسي زماننا والله تعالى اعلم.

البحث الثاني:

في بيان مساحة الاجسام المذكورة وفيه أي في المباحث الثاني فصول متعدّدة.

الفصل الأول:

في بيان طريق مساحة الكرة والأسطوانة والمخروط جمعت هذه الثلاثة في فصل واحد لكون قاعدة كل منها دائرة ولتناسب بينها في المساحة. قد سبق فيما قبل في الباب الأوّل في بيان مساحة الاشكال أنّ نسبة محيط الدائرة بالاستقراء الى قطرها أي قطر الدائرة كنسبة اثنين وعشرين الى سبعة. اعنى أنّ محيط الدائرة قدر ثلاثة اقطارها وسبع قطرها تقريبا او نسبة أي نسبة محيطها اليه أي الى القطر كنسبة ثلثمائة وأربعة عشر الى مائة وهذا أقرب الى التحقيق من الأوّل. وكل من الوجهين المذكورين قاعدة كلية لاستخراج محيط الدائرة / [٧٦ظ] او قطرها المجهولين بالاربعة المتناسبة.

وامّا في مساحة سطحها أي مقدارها يجعل محيطها أي محيط الدائرة قاعدة لمثلث ونصف قطرها ارتفاعا أي قدّا له. ثم يضرب الارتفاع أي القدّ في نصف القاعدة او يضرب نصفه أي نصف القدّ وهو ربع القطر في كل

القاعدة. فالحاصل من الضرب في التقديرين هو مقدار سطح الدائرة. او يضرب القد في القاعدة فنصف الحاصل مقدار سطحها.

فاعلم ان الكرة والأسطوانة والمخروط إذا كانت هذه الثلاثة متساوية في الارتفاع أي في القد، وقدها محاورها، وقواعدها أي قواعد هذه الثلاثة فقاعدة الكرة دائرتها العظمى، وقاعدة الاسطوانة والمخروط دائرتان ايضاً متساوية ايضاً. ففيها أي في الكرة والأسطوانة والمخروط ثلاث نسب فنسبة الكرة الى الأسطوانة كنسبة الثلاثين الى الكل أي كاثنتين الى ثلاثة، ونسبة المخروط الى الكرة كنسبة النصف الى الكل أي كنسبة الواحد الى الاثنتين، ونسبته أي نسبة المخروط الى الأسطوانة كنسبة الثلث الى الكل أي كنسبة الواحد الى ثلاثة. فظهر ممّا ذكرنا ان الكرة ثلثا الأسطوانة وانّ المخروط ثلث الأسطوانة ونصف الكرة.

فإذا اردت مساحة مقدار أسطوانة فاستخرج أولاً مقدار سطح قاعدتها على الوجه المذكور آنفا بان تستخرج بقطرها أي بقطر الدائرة التي هي قاعدتها محيط الدائرة، ثم بنصف قطرها ونصف محيطها او بربع قطرها ومحيطها مقدار سطحها. ثم تضرب مقدار سطحها في ارتفاعها أي في قدّ الأسطوانة. فالحاصل من الضرب هو مقدار جسم الأسطوانة. ولو ضربت ارتفاعها أي ارتفاع الأسطوانة في محيط قاعدتها فالحاصل من الضرب مقدار سطح الأسطوانة دون القاعدتين. ثم تضعف مقدار سطح القاعدة بضربه في اثنتين وتجمع الحاصلين أي المضعف والحاصل الأول. فالمجموع منهما مقدار جميع سطحها أي سطح الأسطوانة مثل ما لو كان قطرها أي قطر قاعدة الأسطوانة ثمانى اقدام كان محيطها أي محيط الدائرة [٧٧و] خمسا وعشرين قدما وسبع قدم. وسطحها أي سطح قاعدة الأسطوانة خمسين قدما وسبعى قدم. فلو كان ارتفاعها أي قدّ الأسطوانة احدى وعشرين قدماً، ضربناه أي ارتفاعها اعنى الاحدى والعشرين في سطحها أي في خمسين وسبعين. كان الحاصل من الضرب وهو ألف وستة وخمسون مقدار جسم الأسطوانة. واما إذا ضربنا ارتفاعها أي ارتفاع الأسطوانة في محيط قاعدتها وهو خمسة وعشرون وسبع، ونضمّ الى الحاصل من الضرب وهو خمسمائة وثمانية وعشرون سطح قاعدتها وهو مائة وأربعة اسباع. يكون المجموع وهو ستمائة وثمانية وعشرون وأربعة اسباع مقدار جميع سطوح الأسطوانة.

ولمّا كانت الكرة أي مقدارها مقدار ثلثي الأسطوانة التي قاعدتها مساوية لقاعدة الكرة أي لدائرتها العظمى وارتفاعها أي ارتفاع الأسطوانة مساو لارتفاع الكرة أي لمحورها. فإذا اردت مساحتها أي مساحة الكرة تستخرج أولاً محيط دائرتها العظمى من قطرها بالاربعة المتناسبة كما مر طريقه. ثم تستخرج سطحها أي سطح الدائرة العظمى كما طريقه ايضاً. ثم تضرب ثلثي المحور وهو ارتفاع الكرة وقطر الدائرة العظمى ايضاً في مقدار سطح القاعدة أي سطح الدائرة العظمى. فالحاصل من الضرب هو مقدار الكرة؛ مثل ما لو كان قطرها أي قطر الكرة اثني عشر كان مقدار محيط القاعدة أي محيط الدائرة العظمى سبعة وثلاثين وخمسة اسباع. وسطحها أي سطح القاعدة مائة وثلاثة عشر وسبع. فإذا ضربت ثلثي قدّها أي ارتفاعها وهو ثمانية لأنّ ارتفاعها ايضاً اثني عشر في سطحها وهو مائة وثلاثة عشر وسبع، فالحاصل من الضرب وهو تسعمائة وخمسة وسبع هو مقدار الكرة.

وجه آخر لمساحة الكرة: اضرب ارتفاعها أي محور الكرة وهو اثني عشر في محيط قاعدتها أي في محيط دائرتها العظمى وهو في هذا المثال سبعة وثلاثون وخمسة اسباع، فالحاصل من الضرب [٧٧ظ] وهو اربعمئة واثنان وخمسون وأربعة اسباع هو سطح الكرة. ثم اضرب سدس ارتفاعها وهو اثنان في مقدار ذلك السطح أي في اربعمئة واثنين وخمسين وأربعة اسباع، فالحاصل من الضرب وهو تسعمائة وخمسة وسبع مقدار الكرة. او اضرب ارتفاعها أي قَدَّ الكرة وهو اثني عشر بعد ما حصلت مقدار سطحها أي سطح الكرة في سطحها وهو اربعمئة واثنان وخمسون وأربعة اسباع. فما حصل من الضرب وهو خمسة آلاف واربعمئة وثلاثون وستة اسباع تقسمه أي الحاصل على ستة، فالخارج من القسمة وهو تسعمائة وخمسة وسبع هو مقدار الكرة. فعلى التقديرين الآخرين يكون مقدار الكرة مساوياً لما في الوجه الأول.

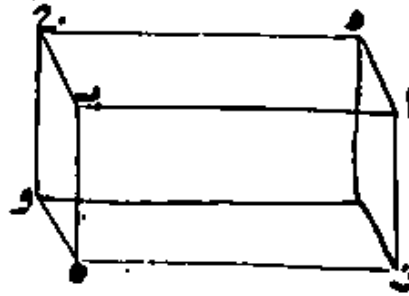
ولما كان المخروط ثلث الأسطوانة التي يساوى ارتفاعها أي ارتفاع الأسطوانة وقاعدتها لارتفاعه أي لارتفاع المخروط وقاعدته، فإذا اردت مساحته أي مساحة المخروط فاستخرج أولاً بقطر قاعدته محيطها أي محيط الدائرة التي هي قاعدة المخروط. ثم استخرج ثانياً بهما أي بالقطر والمحيط سطحها أي سطح القاعدة على الوجه المذكور. ثم اضرب ثلث ارتفاعه أي ثلث قَدَّ المخروط في سطحها أي في سطح القاعدة، فالحاصل من الضرب هو مقدار جسم المخروط؛ مثل ما لو كان قطر القاعدة أي قاعدة المخروط اثني عشر؛ فمحيطها أي محيط القاعدة سبعة وثلاثون وخمسة اسباع، وسطحها أي سطح القاعدة مائة وثلاثة عشر وسبع. فإذا كان ارتفاعه أي قَدَّ المخروط أربعة وعشرين، فاضرب ثلثه أي ثلث ارتفاعه وهو ثمانية في سطحها أي في مقدار سطح القاعدة وهو مائة وثلاثة عشر وسبع. فالحاصل من الضرب وهو تسعمائة وخمسة وسبع هو مقدار المخروط. او اضرب ارتفاعه أي ارتفاع المخروط، وهو أربعة وعشرون، في سطحها أي في سطح قاعدته، وهو مائة وثلاثة عشر وسبع. ثم تقسم الحاصل من الضرب وهو الفان وسبعمئة وخمسة عشر وثلاثة اسباع على ثلاثة. فالخارج من القسمة وهو تسعمائة وخمسة وسبع [٧٨و] هو مقدار المخروط.

ولو ضربت نصف ارتفاعه أي نصف ارتفاع سطح المخروط في محيط القاعدة يحصل سطح المخروط دون سطح قاعدته أي يحصل السطح الصنوبري. ثم إذا ضمنت اليه أي الحاصل سطح قاعدته كان المجموع منها أي من السطح الصنوبري وسطح قاعدته مقدار جميع سطحه أي سطح المخروط.

الفصل الثاني:

في بيان طريق مساحة المكعب والملبّن والشبيه به أي بالملبّن. بيّن طريق مساحة هذه الثلاثة في فصل واحد لوجود ستة سطوح في كل واحد منها ولتساوي كل السّطحين المتقابلين المتوازيين. فإذا اردت مساحة المكعب تجعل أحد سطوحه الستة قاعدة لكون كلها متساوية. ثم تضرب أحد اضلاعها أي اضلاع القاعدة الأربعة في نفسه لكونها مربعا تاماً، يحصل من الضرب مقدار سطحها أي سطح القاعدة. ثم تضربه أي مقدار سطح القاعدة في المضروب الأول وهو مقدار ارتفاعه أيضاً لأنّ طول المكعب وعرضه وعمقه متساوٍ. فالحاصل من الضرب الثاني مقدار المكعب. وأما إذا ضربت مقدار سطح القاعدة في ستة أي في عدد سطوح المكعب يحصل مقدار جميع سطوحه المحيطة به. وفي مثل ملبّن ا ب ج د ه و ز أي في مساحته، تضرب ضلع ا ب من سطح ا ب ج د

في ضلع ب ج. يحصل مقدار سطح ا ب ج د الاعلي المساوي للسطح الأسفل المقابل له. ثم تضربه أي حاصل الضرب أعنى مقدار السطح الحاصل المذكور في ارتفاعه أي في قَدّ الملتين يحصل مقداره أي مقدار الجسم الملتين.



وأما إذا اردت مساحة جميع سطوحه تضرب ضلع ا ب في ضلع ب ج او ا د، وضلع ا ب في ضلع ب هـ او ا ز، وضلع ب ج في ضلع ب هـ او ج و. يحصل من هذه الضروب الثلاثة سطوح ا ب ج د ا ب هـ ز ب ج هـ و الثلاثة. ولكون كل سطح من هذه الثلاثة مساوياً لمقابل الموازي له، فتضرب مجموعها أي بعد ما جمعت مقدار السطوح الثلاثة تضرب [٧٨ظ] مجموعها في اثنين. فالحاصل من الضرب هو مقدار جميع سطوحه أي سطوح الملتين المحيطة به.

وأما في مساحة الشبيه به أي الملتين تجعل أحد السطحين المربعين التامين قاعدة له، وتضرب أحد اضلاعها الأربعة في نفسه لأنّ اضلاعها متساوية. يحصل أحد السطحين المربعين التامين المتقابلين المتوازيين. ثم تضربه أي مقدار السطح الحاصل من الضرب في ارتفاعه أي في قَدّ الشبيه بالملتين، فالحاصل من الضرب الثاني هو مقدار جسم الشبيه بالملتين. وفي مساحة جميع سطوحه أي سطوح الشبيه بالملتين، تضرب أحد اضلاع المربع التام أي أحد اضلاع احدي القاعدتين في ارتفاعه أي في قَدّ الشبيه بالملتين. يحصل أحد سطوح مستطيلاته الأربعة المتساوية. ثم تضربه أي الحاصل من الضرب في أربعة يحصل مقدار المستطيلات الأربعة المتساوية. فتضمه أي مقدار الحاصل من الضرب الثاني الي ضعف مقدار القاعدة أي سطح المربع التام. فالمجموع هو مقدار جميع سطوحه أي سطوح الشبيه بالملتين.

الفصل الثالث:

في بيان طريق مساحة الموشور والاسطوانة المضلعة قاعدتها والاهرام أي المخروط المضلعة قاعدته. واعلم أنّ الموشور الاصلي ما كان كل من قاعدتيه مثلثا متساوي الاضلاع. وأما لو كانت كل من القاعدتين مثلثا غير المتساوي الاضلاع او كانت احداً من المربعات او الاشكال الكثيرة الاضلاع فالمهندسون يسمونها كلها موشورات. تبعاً للموشور الاصلي لكونها مزويات مثله وان لم يكن زواياها حادة مثلها في الموشور الاصلي ولصحة النسبة بينها وبينه في المساحة ولو قيل لكلها اساطين مضلعة قواعدها لصح أيضاً كما وقع في بعض النسخ للتشابه بينها. ولذا قد بينت مساحة الموشور والاسطوانة المضلعة في فصل واحد. وأما الاهرام وان لم

تكن فيها مشابهة لأحدهما غير القاعدة المضلعة ولكن لتوقف مساحتها الي مساحتهما تتبع بهما في هذا الفصل. فمساحة الموشور أي طريق مساحة / [٧٩و] والاسطوانة المضلعة قاعدتها مطلقا أي سواء كان الموشور من مثلث متساوي الاضلاع او من غيره من المثلثات وسواء كانت الأسطوانة من مربع التام او غيره من المربعات او كانت من شكل كثير الاضلاع بان تستعلم أولا مقدار سطح إحدى القاعدتين.

وطريقه: قد بين في محلّه مثلثا كان او مربعا او شكلا كثير الاضلاع. ثم تضربه أي مقدار سطح القاعدة في الارتفاع أي في قدّ الموشور او الأسطوانة. فالحاصل من الضرب هو المقدار المطلوب أي مقدار الموشور او الأسطوانة. ولو ضربت الارتفاع أي قدّهما في مقدار اضلاع القاعدة المحيطة بهما يحصل من الضرب مقدار جميع السطوح أي مقدار سطوح الموشور او الأسطوانة غير القاعدتين. ثم إذا ضمنت اليه أي الي مقدار السطوح ضعف القاعدة الممسوحة فالمجموع هو مقدار جميع السطوح المحيطة بجسم الموشور او الأسطوانة.

وأما طريق مساحة الاهرام أي المخارط المضلعة قواعدها فهو مثل ما أي مثل الطريق الذي ذكر في المخروط الذي قاعدته دائرة. فاضرب قاعدته أي لما كان كل مخروط قاعدته دائرة ثلث أسطوانة مدوّرة مساوية قاعدتها وارتفاعها لقاعدته وارتفاعه وكان كل مخروط مضلع أيضا ثلث أسطوانة مضلعة مساوية قاعدتها وارتفاعها لقاعدته وارتفاعه، فاضرب مقدار قاعدته في ثلث ارتفاعه أي في ثلث محوره. فالحاصل من الضرب هو مقدار المخروط المضلع. او اضرب قاعدته في ارتفاعه، ثم اقسام الحاصل على ثلاثة. فالخارج من القسمة هو مقدار المخروط. وإذا ضربت نصف ارتفاع سطحه أي سطح المخروط المضلع في جميع اضلاع قاعدته المحيطة بها. يحصل من الضرب سطحه أي سطح المخروط المضلع دون سطح قاعدته. ثم إذا ضمنت اليه مقدار سطح قاعدته كان المجموع جميع سطحه.

تنبيه: هذا أي ما ذكرنا من مساحة الاجسام غير الكرة إذا كانت الاجسام المذكورة / [٧٩ظ] قائمة عمودا فالارتفاع فيها محورها. وأما إذا كانت مائلة غير عمودا فيفرض عمود خارج الجسم على خطّ مخرج من قاعدته كما يفرض في الاشكال المائلة كالمثلث والمربع. فهذا العمود المفروض هو ارتفاعه أي ارتفاع الجسم.

الفصل الرابع:

في بيان تساوي الاجسام وتناسبها. جميع الاساطين مدوّرة كانت قواعدها او مضلعة والموشورات سواء حصلت من مثلث متساوي الاضلاع او غيره، إذا كانت قواعدها أي قواعد الاساطين او الموشورات وارتفاعاتها متساوية أي إذا ساوت قاعدة احديها لقاعدة الأخرى وكذا ساوي ارتفاع احديها لارتفاع الأخرى؛ فهي أي الاساطين والموشورات متساوية أيضا أي كل وحدة منها مساوية للآخرى.

وبرهان ذلك أي كون الاساطين والموشورات متساوية إذا تساوت قواعدها وارتفاعاتها، انّ أسطوانة مثلا إذا قطعت موازية لقاعدتها الى كم قطعة أي طبقة رقيقة متساوية أمكن قطعها كانت كل قطعة أي طبقة منها مساوية للآخرى وما يوجد في أحديهما من القاعدتين وكونهما دائرتين او مضلعتين وكميّة اضلاعهما وغير ذلك. يوجد في الأخرى بعينه. فالاسطوانة الأخرى التي تساوى قاعدتها لقاعدة الأسطوانة الاولى لايمكن قطعها الى أكثر من

قطعات أي طبقات الأسطوانة الاولى ما دامت أي الأسطوانتان متساويتين في الارتفاع والقطعات أي الطبقات كلها متساوية لقطعها موازية للقاعدتين ولكون القاعدتين متساويتين في الأصل.

وكذا الحكم بين الموشورات وبين الاموشورات إذا تساوت قواعدها وارتفاعاتها. وكذا المخارط والاهرام إذا تساوت قواعدها أي قواعد المخارط والاهرام وارتفاعاتها فهي أي المخارط والاهرام متساوية أيضا أي كل واحد منها مساوي للآخر.

وبرهانه أي برهان التساوي أنّ مقدار المخروط والاهرام قد حصل كل واحد منهما بضرب ثلث ارتفاعهما أي $[80\text{و}]$ ارتفاع كل منهما في سطح قاعدتهما أي في مقدار سطح قاعدة كل منهما. فلما كان ارتفاع أحد المخروطين او اهرامين مساوياً للآخر أي لارتفاع آخر المخروطين او الاهرامين، وكذا قاعدتهما أي كان قاعدة أحدهما أيضا مساوية لقاعدة الآخر؛ فالمضروب من الأول أي من المخروط او الاهرام الأول مساوي للمضروب من المخروط او الاهرام الثاني المضروب فيه من الأول مساوي للمضروب فيه من الثاني أيضا. وكذا الحاصلان متساويان أي الحاصل من الضرب في الأول مساوي للحاصل من الضرب في الثاني كما في الحساب إذا ضرب عددان متساويان في عددين متساويين كان الحاصلان متساويين أيضا كذلك.

وإذا كانت الاساطين مدوّرة كانت او مضلّعة والموشورات سواء حصلت من مثلث متساوي الاضلاع او غيره متساوية في الارتفاع فقط دون قواعدها، فنسبة احديها أي إحدى الاساطين او الموشورات الي الأخرى كنسبة قاعدتهما أي كنسبة سطح قاعدة أحديهما الي سطح قاعدة الأخرى. وان كانت الاساطين والموشورات متساوية في قواعدها فقط دون ارتفاعها، فنسبة أحديهما الي الأخرى كنسبة ارتفاعهما أي كنسبة ارتفاع أحديهما الي ارتفاع الأخرى. وكذا الحكم في المخروط والاهرام أعني لو كان مخروطان او اهرامان او مخروط واهرام متساويين في الارتفاع فقط فنسبة أحدهما الي الآخر كنسبة قاعدة احدهما الي قاعدة الآخر. وان كانا متساويين في قاعدتهما فقط فنسبة أحدهما الي الآخر كنسبة ارتفاع أحدهما الي ارتفاع الآخر. علي قياس ما ذكر في السطح المتوازية الاضلاع والمثلثات.

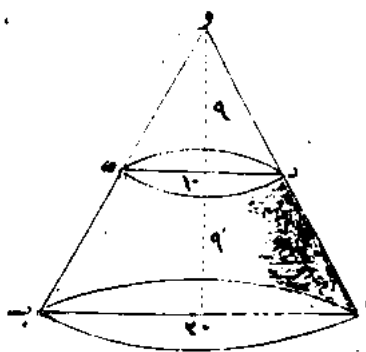
وأما الحكم في الكرات المختلفة في المقدار فنسبتها أي نسبة احديها الي الأخرى كنسبة مكعب قطرها أي كنسبة مكعب قطر احديها الي مكعب قطر الأخرى. والمراد من قطرها هو قطر دائرتها العظمي $[80\text{ظ}]$ كما مرّ وهو أيضا مقدار محورها. والمعني أنّه كما كانت نسبة إحدى الكرات الي مكعب قطرها كانت نسبة الكرة الأخرى الي مكعب قطرها فلزم منه قطر الكرة الأخرى.

مثلا لو كانت لك كرة وقطرها أحد وعشرون إصبعاً كان محيط دائرتها العظمي ستة وستين إصبعاً، وسطحها ثلثمائة وستة وأربعين إصبعاً ونصف إصبع. فإذا ضربت ثلثي قطرها وهو أربع عشرة إصبعاً في مقدار السطح المذكور، كان الحاصل من الضرب أربعة آلاف وثمانمائة واحداً وخمسين إصبعاً لمقدار جسم الكرة المذكورة، وكان مكعب قطرها تسعة آلاف ومائتين واحداً وستين إصبعاً. ثم لو كانت لك كرة اخري قطرها اثنان واربعون اصبعاً كان محيط دائرتها العظمي مائة واثنين وثلثين، وسطحها الف وثلثمائة وستة وثمانين اصبعاً. فإذا

ضربت ثلثي قطرها وهو ثمانية وعشرون إصبعا في مقدار ذلك السطح، كان الحاصل من الضرب ثمانية وثلاثين ألفا وثمانمائة وثمانية أصابع لمقدار جسم الكرة الأخرى. ومكعب قطرها أربعة وسبعون ألفا وثمانية وثمانون أصبعا. فنقول نسبة مقدار الكرة الاولى الى مقدار الكرة الأخرى كنسبة مكعب قطر الكرة الاولى الى مكعب قطر الكرة الأخرى، تظهر نسبتها بتقسيم الكبر المقدارين على الأصغر والكبر المكعبين على الأصغر. فإذا قسمت مقدار الكرة الأخرى وهو ثمانية وثلاثون ألفا وثمانمائة وثمانية أصابع على مقدار الكرة الاولى وهو أربعة آلاف وثمانمائة واحد وخمسون إصبعا، كان الخارج من القسمة ثمانية. ثم إذا قسمت مكعب قطر الكرة الأخرى وهو أربعة وسبعون ألفا وثمانية وثمانون أصبعا على مكعب قطر الكرة الأولى وهو تسعة آلاف ومائتان واحد وستون أصباع كان الخارج من القسمة ثمانية أيضا مساويا للخارج الأول. فظهر أنّ [٨١و] نسبة الكرة التي قطرها اثنان واربعون أصبعا الى الكرة التي قطرها أحد وعشرون أصبعا كنسبة ثمانية الى واحد أعني أنّ الكرة الأخرى مثل ثماني كرات الأولى. او نقول أنّ نسبة الكرة الاولى الى الكرة الأخرى كنسبة الواحد الى الثمانية أعني أنّ الكرة الاولى ثماني مرّات في الأخرى. وقس على هذا سائرهما.

الفصل الخامس:

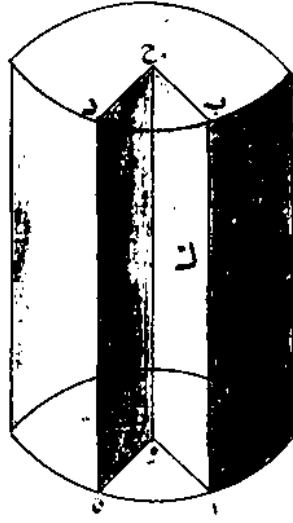
في بيان مساحة المخروط الناقص أي مقطوع الرأس والاهرام الناقص كذلك والاساطين الناقصة المقطوعة الجوانب وقطعة الكرة ومنطقها أي منطق الكرة.



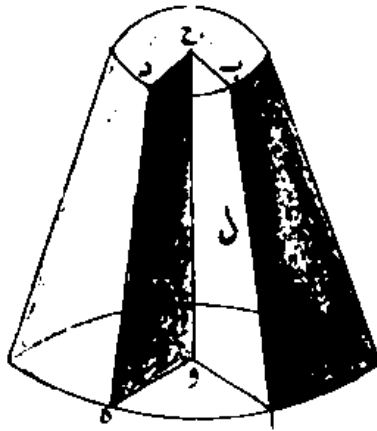
أما مساحة المخروط الناقص مثل مخروط $ا ب د ه$ المقطوع رأسه، فطريقه أي طريق مساحته ان تمسح قطر قاعدته السفلي أي قطر الدائرة التي هي قاعدته السفلي، وقد وجدته عشرين أصبعا مثلا. ثم تمسح قطر قاعدته العليا أي قطر الدائرة التي هي قاعدته العليا وقد وجدته عشرة أصابع. وتحفظها أي مقدارهما. وتمسح أيضا ارتفاعه أي محوره وهو تسعة أصابع. ثم تتّم المخروط بان تخرج جانبي $ا د ب ه$ الى ان يتقاطعا ويتواصلا و، وتوصل المحور اليها أي نقطة و. فكان المحور المزداد على الأول أيضا تسعة أصابع والكل ثمانية عشر أصبعا. فبعد ذلك تستخرج مقدار المخروط التام أي مخروط $ا و ب$ على الطريق المذكور في الفصل الأول بان تستخرج من قطر الدائرة السفلي بالاربعة المتناسبة محيطها، وجدته اثنين وستين أصبعا وستة اسباع. ثم تضرب مقدار

محيطها في ربع القطر وهو خمسة، يحصل ثلثمائة وأربعة عشرًا اصبعًا وسُبعان لسطحها. فتضرب سطحها في ثلث محوره وهو ستة، يحصل الف وثمانمائة وخمسة وثمانون اصبعًا وخمسة اسباع للمخروط التام. ثم تجعل تنمته أي تنمته المخروط الناقص وهي د و ه مخروطًا برأسه، وتستخرج مقداره أي مقدار مخروط د و ه بان تستخرج بقطر قاعدة د ه محيطها وبهما سطحها. وتضرب سطحها في ثلث محوره وهو ثلاثة، يحصل مائتان وخمسة وثلاثون اصبعًا وخمسة اسباع لمخروط د و ه التتمّة. فإذا طرحت مقدار التتمّة أي مقدار مخروط د و ه وهو مائتان خمسة وثلاثون اصبعًا وخمسة اسباع / [٨١ظ] من المخروط التام أي من المقداره وهو الف وثمانمائة وخمسة وثمانون اصبعًا، بقي المخروط النقص أي بقي الف وستمائة وخمسون اصبعًا للمخروط الناقص. وقس على هذا.

وأما مساحة مثل اهرام **ا ب ج د ه و ز** الناقص أي مقطوع الرأس الذي قاعدته السفلي والعليا أي كل واحد منهما مربع تام **فطريقها أي طريق مساحته:** ان تجعله أي الاهرام الناقص اهرامًا تامًا كما في المخروط الناقص وتستخرج مقداره أي مقدار التام كما ذكرنا طريقه بان تضرب أحد اضلاع القاعدة السفلي وهو ثمانية عشر مثلًا في نفسه فالحاصل وهو ثلثمئة وأربعة وعشرون هو سطحها، ثم تضربه في ثلث محوره وهو سبعة لأنّ محوره أحد وعشرون، يحصل الفان ومائتان وثمانية وستون لمقدار اهرام التام. ثم تجعل تتمة أي تتمة الناقص وهي **ا ج ب د ح** اهرامًا برأسه وتستخرج مقداره أيضا بان تضرب أحد اضلاع القاعدة العليا وهو سبعة في نفسه. فالحاصل وهو تسعة واربعون هو سطحها. فتضربه في ثلث محوره وهو ثلاثة وثلث لأنّ محوره عشرة. يحصل مائة وثلاثة وستون وثلث لمقدار تتمة. فإذا طرحت الثاني أي مقدار التتمة اعني مائة وثلاثة وستون وثلثًا من الاول أي من مقدار الاهرام التام اعني من الفين ومائتين وثمانية وستون، بقي مقدار الاهرام الناقص أي بقي الفان ومائة وأربعة وثلثان الاهرام الناقص المطلوب مقداره. وقس على هذا الاهرام الذي قاعدته اما مثلث او شكل من الشكال الكثيرة الاضلاع.



وأما مساحة الاسطوانة الناقصة أي المقطوعة المخرجة من جنبها قطعة طولاً مثل أسطوانة ك التي قطعت منها قطعة ا ب ج د ه وفطريقها أي طريق مساحتها ان تستخرج أولاً مقدارها بكمالها من غير نظر الي المقطوع عنها علي الوجه المذكور في محلّه، وكذلك مقدار زاوية ب ج د من المقطوع. فلو كان مقدارها أي مقدار الأسطوانة / [٨٢و] الثامنة اربعمائة وخمس وعشرين ذراعاً والزّوية أي مقدار الزاوية ب ج د خمسين درجة، تستخرج مقدار المقطوع منها بالاربعة المتناسبة بان تجعل تمام الدّور أي مقدار الدائرة التي هي قاعدة لها معلوماً أولاً وهو ثلثمائة وستون درجة، ومقدارها أي مقدار الأسطوانة الكاملة وهو اربعمائة وخمس وعشرون ذراعاً معلوماً ثانيّاً، والزاوية أي زاوية ب ج د وهي خمسون درجة معلوماً ثالثاً. فتضرب الثالث أي الخمسين في الثاني أي اربعمائة وخمسة وعشرين. ثم تقسم الحاصل وهو أحد وعشرون ألفاً ومائتان وخمسون على الاول أي على ثلثمائة وستين. تجد الخارج من القسمة تسعة وخمسون مع كسر قليل لا عبرة له للمقطوع منها. فإذا طرحته أي مقدار المقطوع من الأسطوانة الكاملة أي من مقدارها بقي لك ثلثمائة وست وستون ذراعاً للأسطوانة الناقصة.

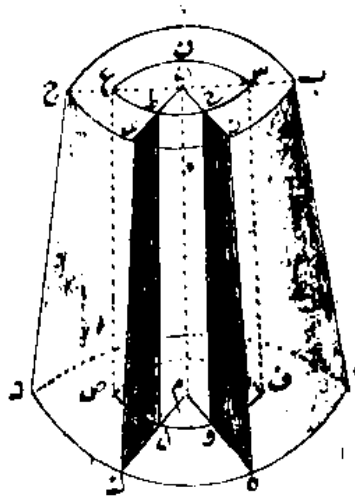


وأما مساحة المقطوع من مخروط ناقص والمقطع عنه أي مقداره مثل مقطع **ا ب ج د ه و** من مخروط **ل** الناقص **فطريقها أي طريق مساحة** مثل الطريق في مقطع الأسطوانة بان تجعل تمام الدّور معلومًا أولًا، ومقدار المخروط بغير نظر الي المقطوع منه معلومًا ثانيًا، وزاوية المقطوع معلومًا ثالثًا. وتضرب الثالث في الثاني وتقسم الحاصل علي تمام الدّور. فالخارج هو مقدار المقطوع.

مثلا لو كان المخروط الناقص ستمائة قدم وزاوية **ب ج د** ستين درجة، تضرب أحدهما في الآخر أي الستين في ستمائة. ثم تقسم الحاصل من الضرب وهو ستة وثلاثون ألفًا علي تمام الدّور أي على ثلثمائة وستين. كان الخارج من القسمة مائة قدم لمقدار المقطوع من المخروط الناقص. فإذا طرحته أي مقدار المقطوع من مقدار المخروط الناقص بقي خمسمائة قدم للمقطع منه أي للمخروط الناقص دون المقطوع.

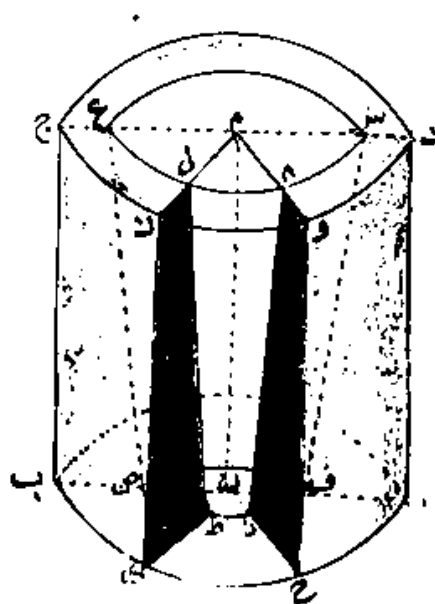
وأما إذا كانت لك أسطوانة مدوّرة كانت مضلّعة مجوّفة أي مخرجة الباطن وجوفها **[٨٢ظ]** موازيا لها **فطريقمساحة الأسطوانة المجوّفة** فيها أمّا تكون الأسطوانة مدوّرة او مضلّعة؛ فان كانت مدوّرة فأمّا ان يكون جوفها مدوّرًا أيضا او مضلّعا وان كانت مضلّعة. فأمّا ان يكون جوفها مضلّعا أيضا او مدوّرًا ففي كل من الصّور الأربعة طريق المساحة ان تستخرج مقدار الأسطوانة الكاملة من غير نظر الى كونها مجوّفة. ثم تفرض الجوف الأسطوانة أسطوانة برأسها وتستخرج مقدارها. ثم تطرحه أي مقدار الأسطوانة المفروضة من مقدار الأسطوانة الكاملة. فما بقي بعد الطرح فهو مقدار الأسطوانة المجوّفة.

وهذه المساحة تقتضي في مواضع كثيرة مثل مساحة القلل ونحوها وقد تجري هذه القاعدة في المكعبات والملبّنات والشبيهة بها المجوّفة أيضا كما في مساحة حوائط البيوت التي كانت على هيئة المكعبات المجوّفة او الملبّنات او الشبيهة بها المجوّفة وأمثلها هكذا.



الحكم إذا كان جوف الأسطوانة مدوّرة كانت او مضلّعة مخروطًا تامًا او ناقصًا مدوّرًا او مضلّعا أعني ان تستخرج مقدار الأسطوانة الكاملة أولا. ثم تفرض الجوف مخروطًا أي مخروطًا كان وتستخرج مقداره من

مقدار الأسطوانة الكاملة. فالباقى بعد الطرح هو مقدار الأسطوانة المجوّفة. وأمّا لو كان لك مخروط ناقص مجوّف على وجه الأسطوانة أي جوفها مثل أسطوانة لا مثل مخروط موازٍ لاصله قد قطعت واخرجت من جنبه قطعة مثل مخروط **ا ب ج د** وأردت مساحته أي مساحة المخروط الناقص المجوّف وما قطع منه؛ فطريقها أي طريق مساحتهما ان تستخرج مقدار المخروط الناقص بكماله من غير نظر الى المقطع منه ولا الى كونه مجوّفاً. ثم تستخرج مقطوع **ز ن ي ه م ك**، ثم تفرض المجوّف أسطوانة وتستعلم مقدارها كما تقدّم ذكر طريقها. وتستخرج **[و ٨٣]** مقطوع **ح ن ط و م ن** من الأسطوانة وتطرحه أي مقدار مقطوع الأسطوانة من مقدار المقطوع المستخرج الأول، بقي لك مقدار مقطوع **ز ح ه و ك ل ي ط**. فإذا طرحت أي مقطوع **ز ح ه و ك ل ي ط** من مقدار المخروط الناقص الذي استخرجته أولاً بكماله ثم طرحت من الباقي منه مقدار الأسطوانة المفروضة بقي لك مقدار مخروط **ح ز س ب ع ج ط ي ص د ل ك و ه ف ا** الناقص المجوّف المقطوع منه القطعة عن جنبه.



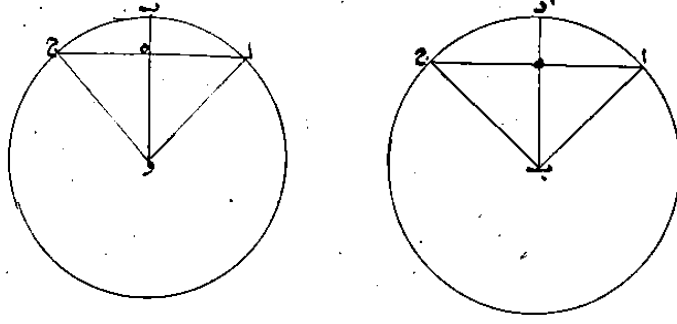
ولو كانت لك أسطوانة مجوّفة على وجه مخروط ناقص مقطوعة منها أي من جنب الأسطوانة قطعة مثل أسطوانة **ا ب ج د** المجوّفة في جوفها مخروط **ي ع ف ص** الناقص قاعدته الكبرى في اعلى الأسطوانة وصغريه في اسفلها مقطوعة منها أي من الأسطوانة المجوّفة قطعة **و ه ل ك ط ي ز ح** فطريقها أي طريق مساحة الأسطوانة المجوّفة وقطعتها المقطوعة منها ان تستعلم أولاً مقدارها أي مقدار الأسطوانة بكمالها من غير نظر الى المقطوع عنها ولا الى كونها مجوّفة، وتستعلم أيضاً مقدار المخروط الناقص المفروض من جوفها. ثم تستخرج مقدار المقطوع عنها أي عن الأسطوانة بزاوية **و م ك**. ثم مقدار مقطوع المخروط أيضاً بزاوية **ز ن ط**.

وتطرح الثاني أي مقدار مقطوع المخروط من الأول أي من مقدار مقطوع الأسطوانة الكاملة. يبقى لك مقدار مقطوع **و ه ل ك ط ي ز ح** المقصود. فإذا طرحت من مقدار الأسطوانة الكاملة مقدار المخروط الناقص المفروض. ثم طرحت فضلهما مقدار مقطوع **و ه ل ك ط ي ز ح**، بقي لك مقدار اسطوانة **و ه د س ج ع ل ك ب ي ط ز ح ا** المجوّفة المطلوبة المقطوعة عنها القطعة المذكورة المقصودة.

وأما إذا كانت لك كرة مجوّفة وجوفها على موازاتها وأردت مساحتها **فطريقها** ان تستعلم أوّلا قطر كلها أي محور كل الكرة كأنها غير مجوّفة وقطر جوفها. ثم تستخرج بالقطر الأول أي بقطر الكل مقدارها أي مقدار الكرة **[٨٣ظ]** الكاملة على الوجه المذكور في محلّه. ثم تفرّض الجوف كرة اخري وتستخرج بالقطر الثاني أي بقطر الجوف مقدارها أي مقدار الكرة المفروضة. فإذا طرحت الثانية أي مقدار الكرة المفروضة من الأولي أي من مقدار الكرة الكاملة، بقي لك مقدار الكرة المجوّفة المطلوبة، **مثل ما لو كان القطر الأول أي محور الكرة الكاملة سنّا وثلاثين ذراعًا** كان مقدارها أي مقدار الكرة الكاملة أربعة وعشرين ألفًا وأربعمائة وثمانين وثلاثين ذراعًا وستّة اسباع. ولو كان القطر الثاني أي قطر الجوف ثلاثين ذراعًا فمقداره أي مقدار الجوف أربعة عشر ألفًا ومائة واثنان ذراعًا وستّة اسباع. فإذا طرحت الثاني أي مقدار الكرة المفروضة من الأول أي من مقدار الكرة الكاملة، بقي عشرة آلاف ومائتان وستّ وتسعون ذراعًا للكرة المجوّفة. وإذا نصّفت الفضلة بين القطرين أي بين ثلاثين لقطر الجوف وبين ستّة وثلاثين لقطر الكرة الكاملة أعنى الستّة كان النصف وهو ثلاثة ثخنها أي ثخن الكرة المجوّفة المسمّى بالفلّك.

وكذا العمل بنصف الكرة المجوّفة أي مساحتها ان تجعل منها ومن جوفها كرتين. وتستخرج مقدار كل منهما، ثم تنصّفها وتطرح نصف الصّغرى من نصف الكبرى. فما بقي فهو مقدار نصف الكرة المجوّفة.

ولها أي لمساحة نصف الكرة المجوّفة **طريق آخر**، وهو ان تجعل من قاعدتها أي قاعدة نصف الكرة ونصف قطرها أسطوانة أي تجعل القاعدة قاعدة للأسطوانة ونصف القطر قدًّا لها. ثم تضرب سطح قاعدتها في ثلثي قدّها وتحفظ الحاصل من الضرب. ثم تجعل بجوفها كذلك أي تجعل قاعدة جوفها قاعدة لاسطوانة اخري وتجعل نصف قطرها قدًّا لها. ثم تضرب سطح قاعدتها في ثلثي قدّها وتحفظ الحاصل أيضا. ثم تطرح الحاصل الثاني من الحاصل الأول، فما بقي فهو مقدار نصف الكرة المجوّفة. وإذا نصّفت الفضلة بين القطرين كان النصف ثخنها **[٨٤و]** أي ثخن نصف الكرة الجوّفة المسمّى بثخن القبة وقس على هذا.



وأما مساحة قطاع الكرة وهو مثل مخروط قطع من كرة وصلت نهايته سطحه الصنوبري الى مركز الكرة وقاعدته قطعة من سطح الكرة التي قطع هو منها، فطريقها أي طريق مساحة القطاع ان تعلم قطر الدائرة العظمي للكرة وتجعل نصفه أي نصف قطرها قد أي قدًا للقطاع. ثم تعلم التفاوت بينه وبين قد القطاع وبين سهم أصل المخروط والتفاوت بينهما هو سهم القطعة الفاضلة منه. فتستخرج من القطر محيط دائرتها أي دائرة الكرة العظمي. وتضربه أي مقدار المحيط في التفاوت أي في مقداره. فالحاصل من الضرب هو مقدار سطح القطعة من سطح الكرة. ثم تضربه أي مقدار السطح في ثلث سهمه أي في ثلث نصف القطر، يحصل مقدار القطاع. مثل ما إذا اردت مساحة قطاع ا ب ج د من كرة ا د ج و الواصل الى مركز ب، ولو كان القطر وهو ضعف ا ب اربع عشرة ذراعا؛ كان محيط دائرتها العظمي اربعا وأربعين ذراعا. فتضربه في سهم د ه الفاضل من سهم ه ب من أصل مخروط ا ج ب وهو ثلاثة مثلا، يحصل مائة واثنان وثلاثون لسطح القطاع وهو كقاعدة له. ثم تضرب مقدار السطح في ثلث نصف القطر وهو اثنان وثلث. يحصل ثلثمائة وثمانية أذرع لمقدار قطاع ا ب ج د المطلوب. وهو الأصغر منها والاكبر هو الباقي منها بعد طرح الأصغر من مقدار الكرة أعنى قطاع ا و ج ب ا.

وأما مساحة قطعة الكرة وهي قطعة قطعت من الكرة غير مارة بمركزها فلو مرّت بها كانت القطعتين نصفين الكرة مثل قطعة ا ب ج ه افطريقها ان تجعل منها أي من القطعة قطاعا مثل قطاع و ا ب ج و، وتستخرج مقداره كما تقدّم طريقه. ثم تستخرج مقدار مخروط ا ج و كما مرّ. فإذا طرحت مقدار الثاني أي مقدار المخروط من الأوّل أي من مقدار القطاع بقي لك مقدار قطعة ا ب ج ه المطلوبة. ثم $\frac{84}{\pi}$ إذا طرحتها أي القطعة من مقدار الكرة كان الباقي بعد طرح مقدار قطعة ج د ا ج المقابلة للاولي.

الفصل السادس:

في بيان زوايا الجسم وفي بيان المنظوم منها أي من الاجسام والغير المنظوم منها. فالجسم لا يخلو من شيئين اما قابل التعليم بان يكون له طريق في المساحة بحسب القواعد الهندسيّة. فيكون تعليمه وتعلّمه أولا اي لا يكون له ذلك فالاول أي الجسم الذي يمكن تعليمه وتعلّمه اما جسم منتظم أي ذو انتظام او غير منتظم. فالثاني من الاول أي من التردد الاول لا يبحث عنه فيها أي في الهندسة او في المساحة الا قليلا نادرا. والاول أي القسم الاول من التردد الثاني هو الجسم المنتظم الذي تحيط به سطوح متساوية من نوع واحد أي متساوية في المقدار

والكيف. فالقيد الثاني احترازي أيضا لأن المساواة قد يكون في المقدار دون كيف مثل ما إذا كان مقدار مثلث مساوياً لمربع. فالمعني أنّ الواجب في الجسم المنتظم أنّ تكون السطوح المحيطة بالجسم كلها أمّا مثلثات متساوية أو مربّعات متساوية أو غيرهما. والثاني منه أي من التريديد الثاني هو الجسم الغير المنتظم الذي لا تحيط به سطوح متسامية من نوع واحد مثل المثلث والشبيه به والاسطوانة وغيرها.

والزاوية الجسميّة ما أي زاوية تلتقي فيها ثلاث زوايا سطحيّة لا أنقص أو لربع فصاعداً خمس أو ست أو سبع زوايا وما فوقها. وهي أي الزاوية الجسميّة أمّا قائمة إذا كانت زوايا السطوح المتصلة عندها كلها قوائم كما في المكعب والمثلث والشبيه به والاسطوانة المضلّعة قاعدتها مربّع تامّ أو مستطيل أو مربّع فيه زاوية قائمة. وكما في الموشور الذي في سطح قاعدته زاوية قائمة أو غير قائمة إذا كانت الزوايا المتصلة فيها غير قائمة كلها كما إذا كانت كلها حادة أو منفرجة أو كانت مختلطة منهما أو بعضها أي أو كانت بعضها غير قائمة / [٨٥و] وبعضها قائمة وشرطها أي شرط الزاوية الجسميّة أن تكون أي أن يكون مقدارها أو مقدار الزوايا المتصلة فيما أقلّ من ثلثمائة وستين درجة لأنّها لو كانت ثلثمائة وستين درجة كانت زوايا السطوح كلها منبسطة ولا يمكن احاطتها بشئ من الجسم. فلكون مقدار زاوية واحدة من مثلث متساوي الاضلاع ستين درجة ومقدار تلك زواياه مائة وثمانين درجة ومقدار أربع زواياه مائتين وأربعين درجة ومقدار خمس زواياه ثلثمائة درجة يمكن النقاء ثلاثة مثلثات متساوية الاضلاع فيها أي في الزاوية الجسميّة أو أربعة مثلثات أو خمسة مثلثات متساوية الاضلاع لا أكثر من خمسة لأنّ مقدار ستّ زواياه ثلثمائة وستون درجة.

فعلى هذا أي فعلى ما قدرناه لا يحدث من المثلث المتساوي الاضلاع الا أربعة اجسام منتظمة تحيط بها مثلثات متساوية. الجسم الأوّل منها أي من الاجسام الأربعة ما أي جسم تحيط به أي بالجسم أربعة مثلثات متساوية الاضلاع. والثاني ما تحيط به ستة مثلثات، والثالث ما يحيط به ثمانية، والرابع ما يحيط به عشرون مثلثاً متساوي الاضلاع متساوية كلها أي حال كون المثلثات المتساوية الاضلاع الواقعة في كل جسم من هذه الاجسام الأربعة متساوية كلها.

ولكون الزاوية القائمة تسعين درجة فلا يلتقي في زاوية جسميّة أكثر من ثلاث زوايا قائمة، ولا يحدث جسم منتظم منها أي من الزوايا القائمة الا المكعب الذي تحيط به ستة مربّعات تامّة متساوية. ولكون كل زاوية من الخمس المنتظم مائة وثمانين درجتان لا يلتقي منه الخمس في زاوية جسميّة أكثر من ثلاث زواياه، ولا يحدث منه أي من الخمس المنتظم الا جسم واحد منتظم وهو ما يحيط به اثني عشر مخمساً منتظماً متساوياً. ولا يوجد جسم منتظم غير هذه الاجسام الستة المذكورة.

وأما المسدّس المنتظم فلكون / [٨٥ظ] ثلاث زوايا منه ثلثمائة وستين درجة. ولعدم امكان حصول الزاوية الجسميّة من أقلّ من ثلاث زوايا سطحيّة لا يحصل منه أي من المسدّس جسم منتظم ولا ممّا فوقه كالمسبع والمثمن وغيرهما أصلاً. فعلى هذا قلنا ستة اجسام منتظمة فقط لا أكثر.

ومساحة الثاني الجسم المنتظم الذي تحيط به ستة مثلثات متساوية الاضلاع فلكونه مركبًا من اهرامين متساويين أي من مخروطين مضلعين متساويين قاعدة كل منهما مثلث متساوي الاضلاع مثل سائر سطوحهما مساوي لها. فاستخرج مقدار أحدهما على الطريق المذكور. ثم ضعفه أي مقدار يحصل المطلوب أي مقدار ذلك الجسم المنتظم.

ومساحة الثالثي الجسم المنتظم الذي تحيط به ثمانية مثلثات متساوية الاضلاع فلكونه مركبًا من ثمانية مخارط مضلعة متساوية قاعدة كل منها مثلث متساوي الاضلاع ومساوي لها فاستخرج مقدار أحدها. ثم اضربه أي مقداره في عددها أي في عدد مخارطه المجتمعة فيه وهي ثمانية، يحصل المطلوب أي مقدار ذلك الجسم المنتظم.

وكذا مساحة الزابعي في الجسم المنتظم الذي تحيط به عشرون مثلثًا متساوي الاضلاع لكونه مركبًا من عشرين مخروطًا مضلعًا متساويًا قاعدة كل منها مثلث متساوي الاضلاع فاستخرج مقدار أحدها. ثم اضربه أي مقداره في عددها وهو عشرون، يحصل المطلوب أي مقدار ذلك الجسم المنتظم.

وأما مساحة الخامس أي الجسم المنتظم الذي تحيط به ستة مربعات تامة متساوية أي المكعب فقد مرّ طريق مساحته في محله. وأيضا لكونه مركبًا من ستة مخارط مضلعة متساوية قاعدة /[٩٦] كل منها مربع تامّ وقده نصف أحد اضلاعه، فاستخرج مقدار أحد مخارط. ثم اضربه في عددها، يحصل المطلوب.

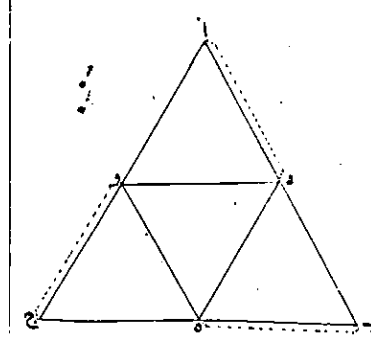
ومساحة السادس أي الجسم المنتظم الذي تحيط به اثني عشر مخمسًا منتظمًا فلكونه مركبًا من اثني عشر مخروطًا مضلعًا متساويًا قاعدة كل واحد منها مخمس منتظم وقده مقدار أحد اضلاعه، فاستخرج مقدار أحدها. ثم اضربه أي مقداره في عددها أي في اثني عشر، يحصل المطلوب.

وأما مساحة الاجسام التي ليس لها طريق في المساحة بحسب القواعد الهندسية. فالأولي فيه أي في طريق مساحتها ان تضع من نحاس ومثله رقيق مكعبًا او ملبنا على مقتضا الجسم الذي تريد مساحته مجوفًا منفتحًا طرف منه غير مسطح، وتمسح جوفه طولًا وعرضًا وعمقًا أي تربيعةً وتكعيبةً. وتعلم اعدادها وتحفظ مقدارها أي مقدار مكعبته. ثم تضع الجسم الذي تريد مساحته فيه أي في جوف المكعب او الملبن. ثم تصب عليه أي على الجسم ماءً او رملاً رقيقاً الى ان يملأ المكعب ويستوي الماء او الرمل وأطراف المكعب او الملبن. ثم تخرج الجسم منه أي من الماء او الرمل، وتتنظر الى نقصان الماء او الرمل من اعداد المكعب او الملبن. فما تجد من نقصانه فهو مقدار ذلك الجسم بعد تكعيبه أي بعد ما ضربت طول المكعب او الملبن المصنوع في عرضه وضربت الحاصل في عمق الخارج من الماء او الرمل فافهم.

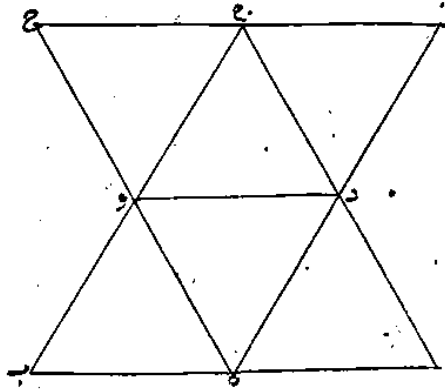
ذيل لهذا الباب:

في بيان رسم شبك الاجسام وقطعها وجمعها.

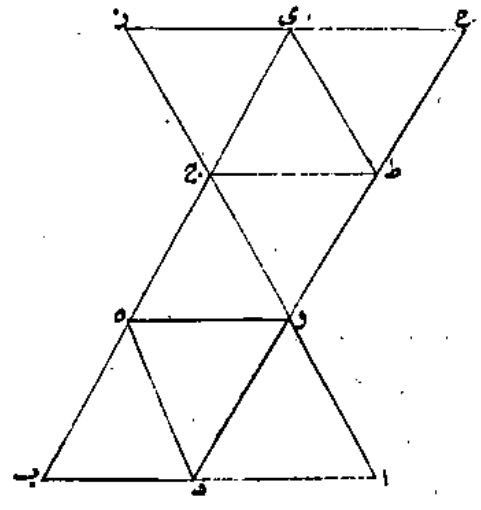
فإذا اردت رسم شبكة لجسم تحيط به اربعة مثلثات متساوية الاضلاع ترسم أوّلا مثلثًا متساوي الاضلاع كبيرًا مثل مثلث ا ب ج.



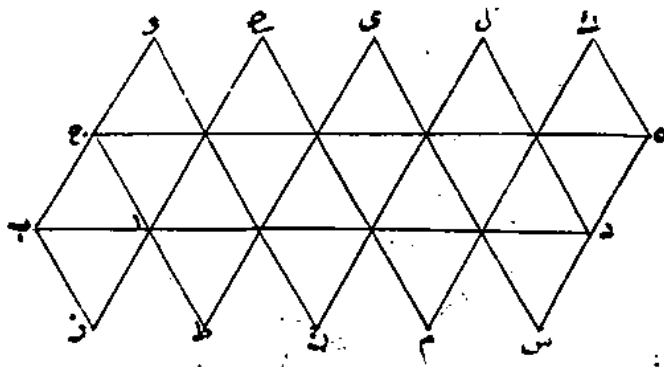
وتتصّف كل ضلع منه فترسم خطوط د ه و د، تحصل أربعة مثلثات متساوية الاضلاع. ثم تقطع أطراف المثلث الكبير وتترك على ضلع كل صغير خارجة فضلة قليلة للربط. ثم تجمع المثلثات الخارجة على الداخل وتربط أحدها على الآخر بمثل ضمع. يحصل لك اهرام تحيط به أربعة مثلثات متساوية / [٨٦ظ] الاضلاع.



وإذا اردت رسم شبكة لجسم تحيط به ستة مثلثات متساوية الاضلاع ترسم أوّلا مثلثًا متساوي الاضلاع مثل مثلث ا ب ج. وتتصّف كل ضلع منه، فترسم خطوط د ه و د. وتضع على كل من ضلعي د ج و ج مثلثًا متساوي الاضلاع مساويًا لما وقع عليه. ثم تقطعها على خارجها وتجمعها كما مرّ في السابق. يحصل لك جسم تحيط به ستة مثلثات متساوية الاضلاع.

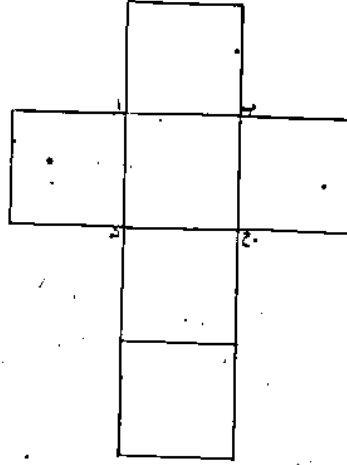


ولو اردت رسم شبكة لجسم تحيط به ثمانية مثلثات متساوية الاضلاع ترسم أولاً مثلثاً كبيراً متساوي الاضلاع مثل مثلث ا ب ج. وتنصف اضلاعه كما سبق، فترسم خطوط د ه و د. وتخرج ضلع ا ج الى ز وتجعل ج ز مساوياً لضلع و ج. ثم تضع على و ز مثلثاً متساوي الاضلاع مثل و ح ز، فيكون مساوياً لمثلث ا ب ج. وتنصف ضلعي و ح ز ح، فترسم خطوط ج ط ط ي ي ج. ثم تقطعها على خارجها وتكمل العمل كما سبق، يحصل لك المطلوب.

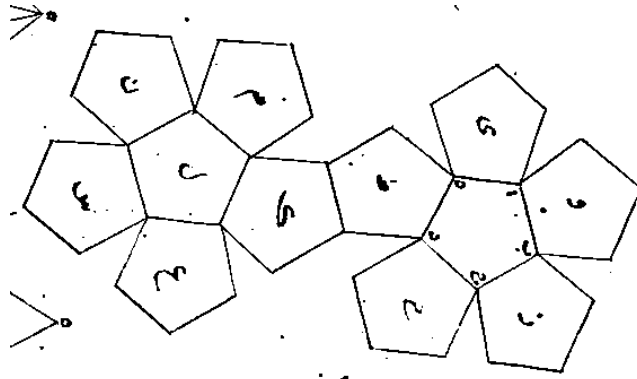


وإذا اردت ان ترسم شبكة لجسم تحيط به عشرون مثلثاً متساوي الاضلاع تضع مثلثاً متساوي الاضلاع مثل ا ب ج. وتخرج ضلع ا ب الى د منقسماً الى أربعة اقسام متساوية مساوية لضلع ا ب. ثم ترسم من رأس المثلث خط ج ه موازياً لخط ب د وتقسمه الى خمسة اقسام متساوية مساوياً لضلع ا ب أيضاً. وتخرج ج الي و مساوياً لضلع

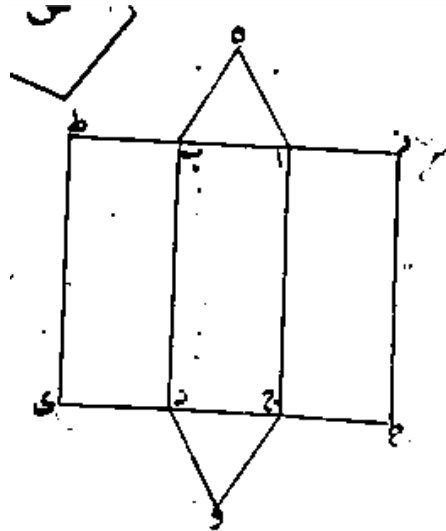
ب ج وترسم من نهاية وخطًا موازيا لخط ج ه بلا مداد وتفصل عليه من و أربعة اقسام متساوية ومساوية لضلوع
 ا ب. وتشير الى كل منها بالحروف مثل حروف ح ي ل ن. ثم تضع على ضلع ا ب مثلث ا ب د المتساوي
 الاضلاع مساويًا لمثلث ا ب ج. وترسم من رأسه عند ز خطًا موازيا لخط ب د بلا مداد وتفصل عليه من ز
 أربعة اقسام متساوية مساوية لضلوع ا ب. وتشير الى الأقسام بحروف ط ك م س. / [٨٧و] ثم ترسم خطوط ز ح
 ط ي ك ل م ن س ه المتوازية موازية لخط ب و. وترسم خطوط ط ج ك و م ح س ي د ل ه ن المتوازية موازية
 لخط ز ب. ثم تقطعها على خارجها وتكمل العمل كما سبق، يحصل المطلوب.



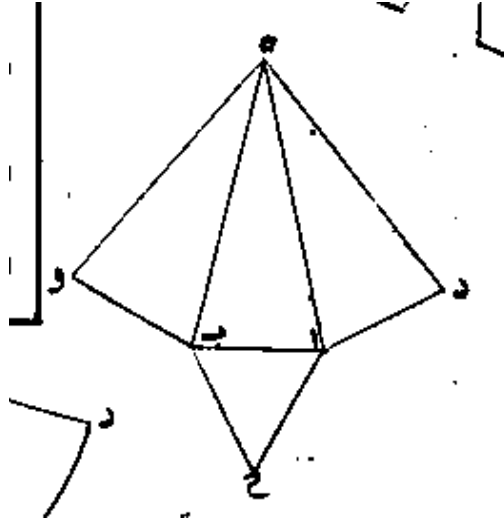
وإذا اردت ان ترسم شبكة لجسم تحيط به ستة مربعات تامة اعني للمكعب ترسم اولًا مربعًا تامًا مثل مربع ا ب
 ج د، وتضع على كل ضلع منه مربعًا مثله. وعلى ضلع احدها الخارج أيضًا مربعًا مثله. ثم تقطعها وتكمل العمل
 كما مرّ، يحصل لك المطلوب.



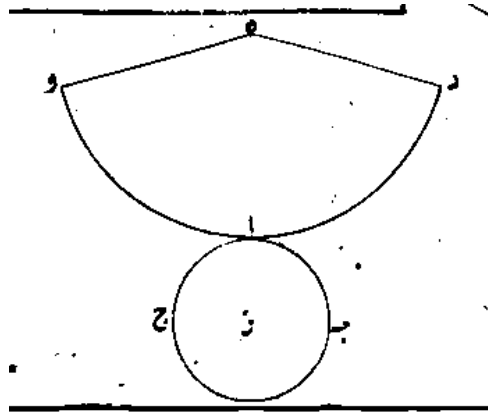
وفي رسم شبكة الجسم الذي تحيط به اثني عشر مخمسًا منتظمًا متساويًا تضع أولاً مخمسًا مثل مخمس ا ب ج د هـ. ثم تضع على كل ضلع من اضلاعه مخمسًا مثله مساويًا له مخمسات و ز ح ط ي، وعلى ضلع من مخمس ط مخمس ك مساويًا له، وعلى ضلع منه مخمس ل مساويًا له أيضًا، وعلى اضلاع مخمس ل الأربعة الباقية مخمسات م ن س ع. ثم تقطعها وتجمعها كما سبق. فهذه الستة هي المنتظمة المذكورة.



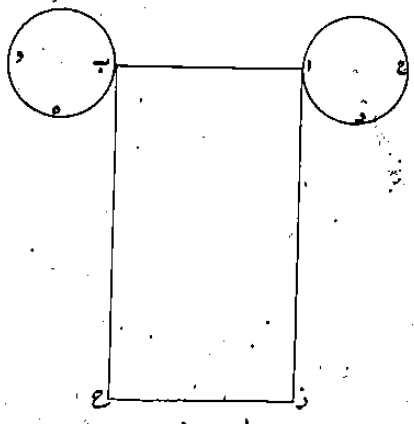
وأما الاجسام الغير المنتظمة؛ ففي رسم شبكة الموشور ترسم مستطيل ا ب ج د وعلى ا ب و ج د مثلثي ا ب هـ ج د و المتساوي الاضلاع، وعلى ضلع ا ج مستطيل ا ج ز ح، وعلى ضلع ب د مستطيل ب د ط ي مساويين للاول. يحصل المطلوب.



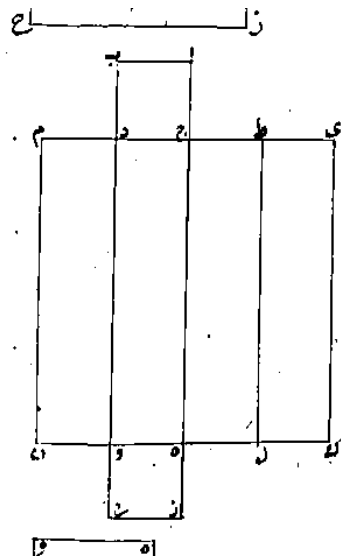
وفي رسم شبكة مخروط مضلع قاعدته مثلث متساوي الاضلاع تضع أولاً مثلث $ا ب ج$ المتساوي الاضلاع، وعلى ضلع $ا ب$ مثلث $ه ا ب$ ²³⁸ المتساوي السابقين، ثم على ضلع $ا ه$ مثلث $ه ا د$ ، وعلى ضلع $ب ه$ مثلث $ه ب و$ المتساوي السابقين مساويين لمثلث $ه ا ب$. يحصل المطلوب. وعلى هذا القياس تفعل بالمخروط المضلع الذي قاعدته تامّ مربع او مخمس او غيرهما.



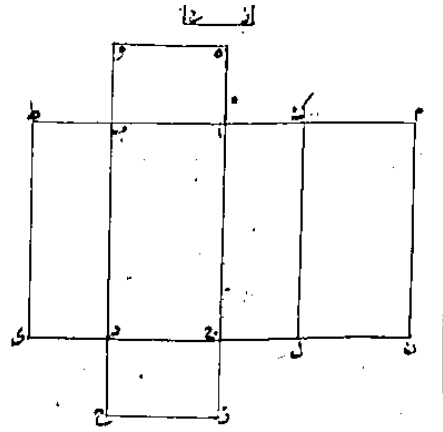
وفي رسم شبكة المخروط الذي قاعدته دائرة ترسم أولاً دائرة $ا ب ج$ ، وتخرج من مركز $ز$ خط $ز ه$ ، وترسم ببعد $ا ه$ قوساً ماساً بالدائرة. وتفصل عليه من $ا$ على الجانبين $ب$ بقدر ثلاثة انصاف قطر الدائرة وسدسه الي $د و$. وترسم خطي $ه د ه و$ يحصل مرادك.



وفي رسم / [٨٧ظ] شبكة الأسطوانة المستديرة ترسم أولاً خطاً ا ب على قدر قَدَّها، وعلى نهايتيه دائرتي ا ج د ب ه و وهما قاعدتاها. ثم ترسم مستطيل ا ن ب ج بحيث يكون طوله على قدر محيط احدي الدائرتين. يحصل المطلوب.



وفي رسم شبكة الأسطوانة المضلعة التي قاعدتاها مربعان تَأمَن ترسم أولاً مربع ا ب ج د وتحتَه مستطيل ج د ه و وتحتَه مربع ه و ز ح مساوياً للأول. ثم عن جنبي مستطيل ج د ه و مستطيلات ط ج ل ه ط ي ل ك د م و ن المتساوية مساويةً للمستطيل الأول. يحصل المطلوب. وعلى هذا القياس سائر الاساطين المضلعة قواعدها من الاشكال الكثيرة الاضلاع.



وفي رسم شبكة الملتين ترسم أولاً مستطيل ا ب ج د الأكبر، وفوقه مستطيل ا ب هـ و الأصغر، وتحتة مستطيل ج د ز ح الأصغر الآخر مساوياً للأصغر الأول. ثم عن يمينه مستطيل ا ك ج ل الأوسط، وعن اليسار مستطيل ب ط د ي الأوسط الآخر مساوياً للأوسط الأول. ثم على ضلع ك ل مستطيل ك ل م ن الأكبر الآخر مساوياً للأكبر الأول. يحصل المطلوب. وعلى هذا القياس رسم شبكة الشبيه بالملتين.

تنبيه: اللازم في قطع هذه الشباك ان تترك فضله عن جانب كل سطح ليتمكن تعليق وتشديد أحدها بالآخر كما أشرنا اليها بالنقاط في الشبكة الاولى للجسم الذي تحيط به أربعة مثلثات متساوية الاضلاع. فانظر اليها وقس عليها سائرهما فتدبر.

SONUÇ

Bu tez çalışmasında Osman b. Abdülmennân'ın *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserinin v. 2a-87b bölümü müellif nüshası olduğu düşünülen nüsha üzerindentahkikli metni inşa edilip Türkçe tercüme ve matematiksel değerlendirmesi yapılarak değerlendirilmiştir.

Matematiksel değerlendirmeden elde edilen veriler aşağıda sıralanmıştır:

- Eserin girişinde klasik dönemde kabul edilen önerme çeşitlerine modern dönemde iki yeni önermenin (usul-i müsteâre/yardımcı önerme/lemma, usûl-i muhtâre/corollary) eklendiği ifade edilerek bu önermeler açıklanmıştır. Bu açıdan eser modern matematiğin izlerini barındırmaktadır.
- Eserde(eserin incelenen bölümünde)klasik dönemde kullanılan ölçü birimleri ve ölçüm aletleriyle beraber yabancı mühendislerin kullandığı ölçü birimleri ve ölçüm aletleri aktarılmıştır. Bu haliyle mevcut ilmi birikime yeni bilgilerin eklenildiği görülmektedir.
- Eserde iki boyutlular/şekillerden bahsedilirken kenar ve açı sayısına göre bir tasnif belirlenmiştir. Böylece ilk daire, ardından üçgen, dörtgen ve çokgenlerden bahsedilmiştir. Aynı şekilde cisimlerde de dairesel cisimlerden bahsedildikten sonra küp, prizma vs. aktarılmıştır. Bu tasnife göre geometrik şekiller daire, üçgen, dörtgen, çokgen şeklinde sıralanmıştır.
- Eserde kareleştirme yöntemi aktarılmış ve ardından dörtgen ve üçgen alan hesaplamaları formülize edilmiştir. Dolayısıyla formüllerin nasıl ortaya çıktığı yani teorik arka planı izah edilmiştir.
- Eserde klasik dönem matematik eserlerinde kullanılan dörtlü oran yöntemi kullanılmıştır.
- Eserin matematiksel değerlendirmesinde toplamda 81 madde bulunduğu tespit edilmiştir. Daha önce ifade edildiği üzere bu maddeler en az bir önerme içermektedir. O halde eserde 81'den fazla önerme mevcuttur.

- Önermelerin ispatı/delili verilmiştir. Bazı önermelerde bir önceki önermeye atıf yapılarak benzer olması sebebiyle ispatı verilmediği nadiren olmuştur. Delillere ilaveten açıklama ve sağlamalarla anlatım kuvvetlendirilmiştir.
- Eserde ispat yöntemlerinden hendesî/geometrik burhan(delil)vedoğrudan ispat kullanılmıştır.
- Delillendirmeye ilaveten beyan/açıklama, imtihan/sağlama ve misal/örnek kısımlarıyla metindeki önermeler ve matematiksel verilerin anlaşılabilirliğinin arttırıldığı söylenebilir.
- Eserin Birinci bâbı ve Bâba ilave bölümlerinde aktarılan mesâhaya dair teorik bilgiler aktarıldıktan sonra İkinci Bâb'ta mesâhanın uygulamaya dönük kısmı olan mesafe ölçümleri konu edilmiştir. Mevcut sıralamada önce nazarî bilginin ardından tatbikî bilginin verildiği görülmüştür.
- Mesafe ölçümüne dair tatbikî bilgilerin verildiği İkinci Bâb'ta delillendirilmeye başvurulmuş bununla beraber örnekler üzerinden anlatım kuvvetlendirilmiştir. Dolayısıyla eserin uygulama kısmında da ilmî yönün korunduğu söylenebilir.

Tahkikli metin ve Türkçe tercümeden elde edilen veriler ise aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Metinde mümkün olduğunca konu ile ilgili çizimler sayfanın turre (sayfada metnin olmadığı kenarlar) kısmında verilmiş ve bu çizimler numaralandırılarak metin içerisinde bu numaralara atıf yapılmıştır. Böylece metnin takibi kolaylaştırılmıştır.
- “Eyy” “ekûlu” ifadelerinden sonra metnin şerh kısımları başlamış ve söz konusu ifadeler açıklanmıştır. Tercümede bu bölümler anlatımı zorlaştırmadığı sürece “yani” olarak çevrilmiştir.
- Eserde açıklamalar uzatılmamaya çalışılmış eserin amacına göre kısaltıldığı olmuştur. Bu açıdan Birinci Bâb'a İlave bölümü hesap ilminin kısa bir özetini sunmaktadır. Bu bölümde yeteri kadar bilgi verildikten sonra ayrıntılı bilgi için hesap eserlerine müracaat edilmesi önerilmiştir.
- Eserde mühendislere atıf yapılarak mühendislerin kullandığı ölçü birimleri, aletlerdeki tercihleri gibi açıklamalara yer verilmiştir.
- Metinde Arşimed, Eflatun, Öklid ve Pisagor'a birer kere atıf yapılmıştır.

- Metinde “bana göre” gibi ifadelerle Osman b. Abdülmennân şahsi görüşlerini belirtmektedir. Örneğin, gönye aletinde üçgen şeklinin ikizkenar üçgen şeklinde olması gerektiğini düşünür. Bunun sebeplerini de açıklar.

- Metinde verilen teorik bilgiler örneklerle çizimler üzerinden açıklanmıştır.

Genel olarak eseri amacı doğrultusunda değerlendirmek gerekirse, Osman b. Abdülmennân eserinin amacını dönemin güncel mesâha bilgilerini bir araya getirmek olarak ifade etmiştir. Bu minvalde dönemin mühendisleri tarafından kabul gören iki önerme çeşidini açıklamış, önermeleri yeni sırasıyla aktarmış, bölüm tasnifini farklı ele almıştır. Ölçüm aletlerinden tabla ve usturlâb-ı basît aletlerini tanıtmış bunun yanında rub’ul-müceyyebi de ayrı bir bölümde anlatmıştır. Eserde açıklamalar yapıldığı, yeri gelince eserin amacına yetecek şekilde açıklamaların kısa tutulduğu görülmüştür. Metinde çizimlerle ve örneklerle anlatım desteklenmiştir. Eserin Avrupa kaynaklarının askeri mühendisler için yazılan kitaplar olması ve eserin askeri bölümünün bulunması sebebiyle *Hediyyetü’l-Mühtedî* eserinin hedef kitlesinin askeri eğitim talebeleri yani mühendisler olması muhtemeldir. Eserin incelenen bölümünde birçok yerde mühendislerin uygulamalarına ve isimlendirmelerine dair bilgiler verildiği görülmektedir. Bu veriler neticesinde *Hediyyetü’l-Mühtedî*’nin incelenen bölümlerinde eserin amacı doğrultusunda bir yol izlendiği görülmektedir.

1. Bölüm’de *Hediyyetü’l-Mühtedî*’nin tercüme bölümlerinin kaynaklarına yer verilmiş ve ardından eserin telif türü incelenmiştir. Bu minvalde eserin kaynaklarında klasik metinlere yer verilmesi ile çalışmamızda Türkçe tercümede “yani” ile başlayan ifadelerle bakıldığında eserin şerh bölümlerinin yoğunluğu ve “bana göre” gibi ifadelerle de metnin telif yönü ortaya çıkmaktadır. Yerinde gösterildiği üzere tabla aleti Eğinli Numan Efendi’nin eseriyle Osmanlı’ya tanıtılmıştır. İncelenen eserler bağlamında usturlâb-ı basîtin ayrıntılı olarak tanıtıldığı ilk ilmi eserin ise *Hediyyetü’l-Mühtedî* olduğu görülmüştür.

Dolayısıyla on sekizinci yüzyıl askeri yenileşme süreci içerisinde değerlendirilmesi sebebiyle tercüme yönü ön plana çıkarılan *Hediyyetü’l-Mühtedî*’nin şerh ve telif özelliklerinin olduğu görülmüştür. Bu sebeple eserin incelenen bölümleri kapsamında tercüme, telif ve şerh niteliklerini haiz olduğu ve bu bölümlerin metinde iç içe olduğu söylenebilir. Bu haliyle *Hediyyetü’l-Mühtedî*’nin inşasında Osman b. Abdülmennân tercümandan ziyade müellif konumundadır.

Tercüme, telif ve şerh niteliklerinin bulunması ve eserin mesaha ilminin güncel bilgilerinin ortaya çıkarılması amacı göz önünde bulundurulduğunda *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserin mesaha ilmini üst seviyeye çıkaran bir çalışma olduğu söylenebilir. Zikredilen çıkarımlar çerçevesinde *Hediyyetü'l-Mühtedî* eseri askeri eğitim amaçlı olduğu düşünülen geniş hacimli ders kitabı niteliğinde *ilmî* bir eserdir.

Eserin yukarıdaki veriler bağlamında ortaya çıkan mevcut eklektik yapısı *kadim ile cedidi kurma* ve *eskiye eklemlenen yeni* gibi kavramsallaştırmalar içerisinde değerlendirilebilir.²³⁹ Nitekim Osman b. Abdülmennân mesâha ilmini güncel hale getirmek amacıyla klasik eserlerin yanısıragüncel Avrupa ve Osmanlı kaynaklarından faydalanmıştır. Böylece mesâha ilmi geleneğini canlandırma amacını da döneminin koşulları içerisinde yapmıştır. Bu amaçla “sönmüş kandili yakmak” için ilmi çevrelere hediye ettiği *Hediyyetü'l-Mühtedî* eseri, Osman b. Abdülmennân'ın kabiliyetini ve *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserinin önemini ortaya koymaktadır. Bu haliyle Osman b. Abdülmennân Osmanlı'nın yaşadığı muhasebe ve yenilenme döneminin izlerini taşıyan bir şahsiyettir.

Bu çalışma ile *Hediyyetü'l-Mühtedî* eserin v. 2a-89b bölümünün ilmi yönüne dair elde edilen veriler ortaya çıkarılmıştır. Bu veriler ile eserin telif amacına uygunluğu tahkikli metin, Türkçe tercümesi ve matematiksel değerlendirmesi üzerinden değerlendirilmiştir. Bu kapsamda eserin telif türüne dair elde edilen veriler de tezin çıktıları arasındadır. Çalışmanın sınırı gereği v. 2a-89b bölümüne dair elde edilen çıkarımların hâtime kısmı için ayrıca değerlendirilmesi ile esere dair genel çıkarımlar yapılabilir. Bu bölümün incelenmesiyle eserin askeri sahadaki önemi ve karşılığı da ortaya çıkarılabilecektir.

²³⁹İhsan Fazlıoğlu, “Muhasebe Dönemi”, *İslam Düşünce Atlası*, Erişim 18 Ağustos, 2022. <https://www.islamdusunceatlası.org/pages/muhasebe-donemi/detail>. Mehmet Aysoy, “Bilim Devrimi Kavramı ve Osmanlı Devleti”, *İnsan ve Toplum*, c. 4, S. 8, (2014), 57-86.

KAYNAKÇA

Arşivler:

Türkiye Cumhuriyeti Cumhurbaşkanlığı Devlet Arşivleri Başkanlığı Osmanlı Arşivi,
Cevdet Askeriye Tasnifi: 740/31088

Türkiye Cumhuriyeti Cumhurbaşkanlığı Devlet Arşivleri Başkanlığı Osmanlı Arşivi,
Cevdet Dahiliye Tasnifi: 281/14032, 309/15428

Yazma Eserler:

Osman b. Abdülmennân.*Hediyyetü 'l-Mühtedî*, Askeri Müze Ktp. nr. 3027

Osman b. Abdülmennân.*Hediyyetü 'l-Mühtedî*, El-Ezher Kütüphanesi, 133436
(mühendislik 169)

Osman b. Abdülmennân.*Hediyyetü 'l-Mühtedî*, Daru'l-Kutub, Riyazat, nr. 695.

Hazırlanan Eserler:

Ahmed Ziya bin Rıza.*Rubu Tahtası Kullanım Kılavuzu*, haz. Şinasi Acar, Atilla Bir,
Mustafa Kaçar, İstanbul: Bıryıl Kültür Sanat, 2010.

Bayramoğlu Ali Ağa.*Ümmü 'l-Gazâ Harp Sanatı ve Aletleri*, haz. Salim Ayduz,
İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2013.

Mustafa b. İbrahim.*Fenn-i HumbaraHumbara ve Ateşli Silahlar*, haz. Şamil Kul,
Salim Ayduz, İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2015.

Nasirüddin Tûsî.*Tahrîru Usûli 'l-Hendese ve 'l-Hisâb*, haz. Atilla Bir, Mustafa Kaçar,
İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2020.

Nizâmeddin en-Nisâbü'rî.*eş-Şemsiyye fi 'l-Hisâb*, haz. Elif Baga, İstanbul: Türkiye
Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2020.

Osman b. Abdülmennân.*Tercüme-i Kit'ab-ı Coğrafya XIII. Yüzyılda Dünya
Coğrafyası*, haz. Sadullah Kaya, Şerife Boz Kaya, İstanbul: Türkiye Yazma Eserler
Kurumu, 2021.

Kitaplar:

- Adıvar, A. Adnan. *Osmanlı Türklerinde İlim*, İstanbul, Remzi Kitabevi, 1982.
- Agoston, Gabor. *Osmanlıda Strateji ve Askeri Güç*, İstanbul: Timaş Yayınları, 2019.
- Basalla, George. *Teknolojinin Evrimi*, çev. Cem Soydemir, Ankara: Doğu Batı Yayınları, 2019.
- Belidor, Bernard Forest. *Nouveau cours de mathématique, à l'usage de l'artillerie et du génie*, Paris, 1725.
- Belidor, Bernard Forest. *Neuer Curcus Mathematicus zum Gebrauch der Artillerie und der Ingenieurs*, Viyana, 1745.
- Beydilli, Kemal. *Türk Bilim ve Matbaacılık Tarihinde Mühendishâne, Mühendishâne Matbaası ve Kütüphanesi (1776-1826)*, İstanbul: Eren Yayıncılık, 1995.
- Bion, Nicolas. *The Construction and Principal Uses of Mathematical Instruments*, İngilizceye çev. Edmund Stone, London, 1723.
- Charette, François. *Mathematical Instrumentation in Fourteenth-Century Egypt and Syria: The Illustrated treatise of Najm al-Din al-Mısri*, Netherlands: Brill, 2003.
- Ermiş, Hamza. *Türkçeleşmiş Arapça Kelimelerin Tasnifi ve Kök Analizi*, İstanbul: Cantaş Yayınları, 2012.
- Fauvel, James, Flood, R. ve Wilson, R. *Oxford Figures: Eight Centuries of the Mathematical Sciences*, Oxford University Press, 2013.
- Fazlıoğlu, İhsan. *Uygulamalı Geometrinin Tarihine Giriş; el-İknâ fî İlmi'l-Misâha* İstanbul: Divan, 2004.
- Fazlıoğlu, İhsan. *Aded ile Mikdar*, İstanbul: Ketebe Yayınları, 2020.
- İhsanoğlu, Ekmeleddin. *Osmanlı Askerlik Literatürü Tarihi*, C. 1, İstanbul: IRCICA, 2004.
- İhsanoğlu, Ekmeleddin, Ramazan Şeşen ve Cevat İzgi. *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi*, ed. Ekmeleddin İhsanoğlu, İstanbul: IRCICA, 1999.
- İhsanoğlu, Ekmeleddin, Ramazan Şeşen, M. S. Bekar ve G. Gündüz. *Osmanlı Askerlik Literatürü Tarihi*, ed. Ekmeleddin İhsanoğlu, c.1, İstanbul: IRCICA, 2004.
- İhsanoğlu, Ekmeleddin. *Osmanlı Bilim Mirası*, C. 1, İstanbul: Yapı Kredi Yayınları, 2017.
- Kazancıgil, Aykut. *Osmanlı'da Bilim ve Teknoloji*, İstanbul: Ketebe Yayınları, 2020.

Kaçar, Mustafa, Tuncay Zorlu, Burak Barutçu, Atilla Bir, Ozan Ceyhan ve Aras Neftçi. *İstanbul Teknik Üniversitesi ve Mühendislik Tarihimiz*, ed. Mehmet Karaca, İstanbul, 2012.

Kara, İsmail. *İlim Bilmez Tarih Hatırlamaz*, İstanbul: Dergah Yayınları, 2021.

King, David A. “Astronomical Instruments in the Islamic World”, *Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures* ed. Helaine Selin, Netherlands: Springer, 2016.

Kuhn, Thomas S. *The Structure of Scientific Revolutions*, Chicago ve Londra: The University of Chicago Press, 1996.

Kut, Günay ve Fatma Büyükkarcı Yılmaz(haz.). *Kandilli Rasathanesi El Yazmaları 2: Arapça ve Farsça Yazmalar* İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Yayınevi, 2012.

Lewens, Tim. *Bilimin Anlamı*, çev. Kerem Kaynar, İstanbul: İletişim Yayınları, 2019.

Mossensohn, Miri Shefer. *Osmanlı’da Bilim: Kültürel Yaratı ve Bilgi Alışverişi*, çev. Kübra Oğuz, İstanbul: Türkiye İş Bankası Kültür Yayınları, 2019.

Orman, İsmail. *Askeri Müze Yazma Eserler Koleksiyonu*, Askeri Müze ve Kültür Sitesi Komutanlığı, 2011.

Öztürk, Özer ve David Pierce(çev.). *Öklid’in Öğelerinin 13 Kitabından Birinci Kitap*, İstanbul: Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Matematik Bölümü, 2013.

Schofield, W. ve Breach, M. *Engineering Surveying*, England: Elsevier, 2007.

Serdar, Ziyaüddin. *İslam, Bilim ve Kültürel İlişkiler*, İstanbul: Pınar Yayınları, 2011.

Sertöz, Ali Sinan(çev.). *Öklid’in Elemanları*, Ankara: TÜBİTAK Popüler Bilim Kitaplığı, 2020.

Tâmânî, Hüseyin Rıfkı. *Mecmuatü’l-Mühendisîn*, Atatürk Kitaplığı Müteferrika 36/A.

Wainwright, D. B. *A Plane Table Manual*, Washington: Government Printing Office, 1916.

Wolff, Christian. *Der Anfangs-Gründe aller Mathematischen Wissenschaften erster*, Frankfurt ve Leipzig, 1750.

Yılmaz, Okan Kadir. *İSAM Tahkikli Neşir Kılavuzu*, Ankara: İSAM Yayınları, 2018.

Kitap Bölümleri:

Abdeljaouad, Mahdi ve Pierre Ageron. “Eastern and Western Instruments in Osman Efendi’s Hadiyyat al-Muhtadi (The Gift of the Convert), 1779”, *Scientific Instruments Between East and West*, Boston: Brill, 2019.

Baga, Elif. “XVI. Ve XVIII. Yy.’da Osmanlı Matematik Eğitiminin İzini Sürmek: Ömer el-Çullî’nin Bahâî Şerhi”, *Keşf-i Kadîmden Vaz’-ı Cedîde İslâm Bilim Tarihi ve Felsefesi*, ed. İbrahim Özcoşar, Ali Karakaş, Mustafa Öztürk vd., İstanbul: Divan Kitap, 2019.

Fazlıoğlu, İhsan, “Muhasebe Dönemi”, *İslam Düşünce Atlası*, Erişim 18 Ekim, 2022. <https://www.islamdusunceatlası.org/pages/muhasebe-donemi/detail>

Ansiklopedi Maddeleri:

Bedir, Murteza. “Mütekaddimîn ve Müteahhirîn”, *TDV İslam Ansiklopedisi*. Erişim 20 Eylül, 2022. <https://islamansiklopedisi.org.tr/mutekaddimin-ve-muteahhirin#1>.

Beydilli, Kemal. “Mühendishâne-i Bahrî-i Hümayun”, *TDV İslam Ansiklopedisi*, Erişim 2 Temmuz 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/muhendishane-i-bahri-i-humayun>.

Bir, Atilla ve Mustafa Kaçar. “Rubu’ Tahtası”, *TDV İslam Ansiklopedisi*, Erişim 1 Ağustos, 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/rubu-tahtasi>.

Fazlıoğlu, İhsan. “Hulâsat’ül-hisâb”, *TDV İslam Ansiklopedisi*, Erişim 2 Temmuz, 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/hulasatul-hisab>.

Fazlıoğlu, İhsan. “Kadıızâde-i Rûmî”, *TDV İslam Ansiklopedisi*, Erişim 2 Temmuz, 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/kadizade-i-rumi>.

Fazlıoğlu, İhsan. “Mesâha”, *TDV İslam Ansiklopedisi*, Erişim 2 Temmuz, 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/mesaha>.

Fazlıoğlu, İhsan. “Hendese”, *TDV İslam Ansiklopedisi*, Erişim 2 Temmuz, 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/hendese#2-osmanli-donemi>.

Köprülü, Orhan F. “Abdülhak Adnan Adıvar”, *TDV İslam Ansiklopedisi*, Erişim 2 Temmuz, 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/adivar-abdulkhak-adnan>.

Lorch, Richard P. “Quadrant”, *Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures* ed. Helaine Selin Netherlands: Springer, 2016.

Ökten, Saadettin. “Kâşî”, *TDV İslam Ansiklopedisi*, Erişim 2 Temmuz, 2023. <https://islamansiklopedisi.org.tr/kasi>.

Yavuz, Yusuf Şevki. “Burhan”, *TDV İslam Ansiklopedisi*, Erişim 1 Ağustos, 2023, <https://islamansiklopedisi.org.tr/burhan>.

Zeki, Salih. “Arşın”, *Kâmus-i Riyâziyyât*, C. 1, İstanbul: Karabet Matbaası, H. 1315/M. 1898.

Dergi Makaleleri:

Arslan, Taha Yasin. “Vakti Fethetmek: Mîkât İlmi Geleneğinde Rub‘u’l-mukantarât Yapım Kılavuzu Örneği Olarak Muhammed Konevî’nin Hediyyetü’l-mülûk’u”, *Nazariyat İslâm Felsefe ve Bilim Tarihi Araştırmaları Dergisi*, 2, S. 4 (2016): 103-148.

Aydın, Bilgin. “Divan-ı Hümayun Tercümanları ve Osmanlı Kültür ve Diplomasisindeki Yeri”, *Osmanlı Araştırmaları*, XXIX, (2007): 41-86.

Aysoy, Mehmet. “Bilim Devrimi Kavramı ve Osmanlı Devleti”, *İnsan ve Toplum*, 4, S. 8, (2014): 57-86.

Baga, Elif. “Mesâha’nın Kısa Tarihi ve İlk Müstakil Türkçe Mesâha Kitabı: Emrî Çelebi’nin Mecmau’l-Garâib Fi’l-Mesâha Adlı Eseri”, *Divan Disiplinler Arası Çalışmalar Dergisi*, 26, S. 51 (2021): 1-37.

Beydilli, Kemal. “İlk Mühendislerimizden Seyyid Mustafa ve Nizâm-ı Cedîd’e Dair Risalesi”, *Tarih Enstitüsü Dergisi*, S. XIII, İstanbul (1987): 387-479.

Demir, Remzi. “Eski Bir Hesap Aleti: Rub‘ul-Müceyyeb ve Takiyüddin İbn Mâruf’un ‘Rub‘ul-Müceyyeble Yapılan İşlemler Manzumesi’ Adlı Risalesi”, *Bilim ve Felsefe Metinleri*, 1, S. 1 (1992): 29-54.

Okiç, M. Tayyib. “Hadiste Tercüman”. Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi 14 S. 1 (1966): 27-52.

Şahin, Bilgehan. “Osmanlı Devleti’nde Mühtedilere Yapılan Yardımlar 1800-1850”, *Apjir* 7 S. 1 (2023): 37-51.

Şeşen, Ramazan. “Belgrad Divanı Tercümanı Osman b. Abdülmennân ve Tercüme Faaliyetindeki Yeri”, *Tarih Enstitüsü Dergisi*, S. 15, (1997): 305-320.

Zeki, Salih. “Asar-ı Eslâf 4: Hediyyetü’l-Mühtedî”, *Resimli Gazete*, C. 4, S.194, (H. 1310/ M.): 451-454.

Tezler

Akkaya, Rukiye. “İbn Fellûs’un Dört Matematik Eserinin Tahkîk, Tercüme ve Matematiksel Değerlendirmesi”, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi, 2022.

Demirhan Çavuşoğlu, Halime Mücella. “Osmanlı Mesâha İlmi: Eğinli Nu’mân Efendi’nin Tebyînü A’mâlî’l-Misâha İsimli Eseri Bağlamında”,Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi, 2020.

Gültürk, Selim. “Osman b. Abdurrahman’ın Kitâbu’n-Nebât’ının Transkripsiyonu ve Dil Hususiyetleri”, Yüksek Lisans Tezi, Fatih Üniversitesi, 2009.

Güngör, Fatma Zehra. “İbrahim Kâmî b. Ali’nin el-Meftûh Adlı Eserinin Tenkitli Neşri ve Matematiksel Değerlendirmesi”, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi, 2022.

Hasar, Kamile. “Osman b. Abdurrahman’ın Kitâbu’n-Nebât’ının Transkripsiyonu ve Dil Hususiyetleri”,Yüksek Lisans Tezi, Fatih Üniversitesi, 2009.

Kaçar, Mustafa.“Osmanlı Devleti’nde Mühendishanelerin Kuruluşu ve Bilim ve Eğitim Anlayışındaki Değişmeler”, Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi, 1994.

Thanasakis, Konstantinos. “The Ottoman Geographer Osman b. Abdülmennan and His Vision on the World in Tercüme-i Kitâb-ı Coğrafya (ca. 1749-1750)”,Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi University, 2006.

Yılmaz, M. “Tercüme-i Risale-i Fenn-i Harb (Mütercim: Konstantin İpsilanti)”, Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, 2006.

Bildiriler

Koç, Mustafa. “Pedanius Dioscorides’in Hyles Iatrikes’i, Andrea Mattiholi’nin Materia Medica’sı ve Türkçe Çevirisi Kitâbu’n-Nebât”, *1.İslam El Yazmaları Sempozyumu Bildiriler Kitabı*, İstanbul: TÜRÇEK, 2009.

Web Kaynakları

Corollary tanımı.Erişim 3 Mayıs 2023.
<https://mathworld.wolfram.com/Corollary.html>.

Christian von Wolff, *Der Anfangs-Gründe aller Mathematischen Wissenschaften erster*. Erişim 20 Temmuz, 2022. <https://www.e-rara.ch/zut/content/structure/4872982>.

Joseph Peano, *Arithmetices Principia* eseri giriş sayfası. Erişim 2 Temmuz, 2023. <https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasure-peano-s-vector-calculus>.

Kur'an-ı Kerim 96:5..Erişim 2 Eylül, 2023. <https://kuran.diyaret.gov.tr/mushaf/kuran-meal-2/alak-suresi-96/ayet-1/diyaret-isleri-baskanligi-meali-1>.

Nicolas Bion, *The Construction and Principal Uses of Mathematical Instruments*, Eserin dijitalleştirilmiş versiyonu. Erişim 13 Kasım, 2021. <https://www.c82.net/math-instruments/about>.