



İSTANBUL MEDENİYET ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

**Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü İfadeler
Konusuna İlişkin Öğretimsel Açıklamaları**

Yüksek Lisans Tezi

Ümare Özdemir

Haziran 2023



İSTANBUL MEDENİYET ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

**Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü İfadeler
Konusuna İlişkin Öğretimsel Açıklamaları**

Yüksek Lisans Tezi

Ümare Özdemir

Danışman

Dr. Öğr. Üyesi Esra Yıldız

Haziran 2023

TEZ JÜRİSİ ONAYI

Ümare Özdemir tarafından hazırlanan "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü İfadeler Konusuna İlişkin Öğretimsel Açıklamaları" başlıklı bu Yüksek Lisans Tezi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı'nda hazırlanmış ve jürimiz tarafından kabul edilmiştir.

JÜRİ ÜYELERİ

İMZA

Tez Danışmanı:

Dr. Öğr. Üyesi Esra YILDIZ

İstanbul Medeniyet Üniversitesi

Üyeler:

Doç. Dr. Zeynep Çiğdem ÖZCAN

İstanbul Medeniyet Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Alaattin PUSMAZ

Marmara Üniversitesi

Tez Savunma Tarihi: 22/ Haziran / 2023

BEYANLAR

Yazım ve Kaynak Gösterme Kılavuzu Beyanı

Danışmanlığında yazılan bu tezin APA 7 yazım ve kaynak gösterme kılavuzunda belirtilen kurallara uygun olarak yapılandırıldığı ve bu kılavuzun metin içi kaynak gösterme standartlarının bu tezde tutarlı olarak uygulandığı tarafımdan incelenerek teyit edilmiştir.

Dr. Öğr. Üyesi Esra YILDIZ

Etik İlkelerine Sadakat Beyanı

Hazırladığım bu tezin tamamen kendi çalışmam olduğunu, akademik ve etik kuralları gözeterek çalıştığımı ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi beyan ederim.

Ümare Özdemir

ÖZET

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü İfadeler Konusuna İlişkin Öğretimsel Açıklamaları

Özdemir, Ümare

Yüksek Lisans Tezi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Esra Yıldız

Haziran 2023

Matematik, soyut düşünce süreçleri içeren ve mantıksal akıl yürütme becerisini geliştirmeyi amaçlayan bir disiplindir. Bu nedenle matematik öğretmenlerinin; derslerini, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirecek, matematiği kavramsal olarak anlamalarını sağlayacak ve matematik öğrenme ortamını destekleyecek biçimde işlemlerinin ve bu yönde öğretimsel açıklamalar yapmalarının gerekli olduğu düşünülmektedir. Öğretimsel açıklama öğretmenin dersin konusu bağlamında öğrencisine yaptığı açıklamalar, konuya ilişkin verdiği örnekler, bilgiyi aktarma ya da öğrencinin bilgiyi keşif sürecine ilişkin yaptıkları, kullandığı matematiksel dil bileşenlerinden oluşmaktadır. Öğretimsel açıklamaların öğrencinin konuyu öğrenmesinde önemli bir rolü vardır bu bağlamda çalışma ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü ifadeler konusuna ilişkin öğretimsel açıklamalarını ortaya çıkarmak ve bu açıklamaları Kinach anlama düzeyleri çerçevesinde değerlendirmek amacıyla yapılmıştır. Çalışma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması niteliğindedir. Veriler araştırmacının uzman görüşü olarak geliştirdiği kareköklü ifadeler konusunda hazırlanan soru formu, ders gözlemleri ve görüşmeler aracılığıyla elde edilmiş, tüm veriler Kinach anlama düzeyleri çatısında geliştirilmiş olan öğretimsel açıklama boyutları ve alt kategorileri kullanılarak analiz edilmiştir. Verilerin düzenli bir şekilde sınıflandırılması ve yorumlanması amacıyla betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Analizler sonucunda öğretimsel açıklamaların %65'lik bölümünün işlemsel düzeyde, %32,6'lık kısmının kavramsal düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. %2,4 oranında açıklamanın ise matematiksel olarak hatalı olduğu tespit edilmiştir. Çalışma sonuçlarına göre; öğretmenler öğretimsel açıklamalar hakkında sınırlı düzeyde bilgi sahibidirler. Matematik öğretmenleri daha çok işlemsel düzeyde açıklama yapmaktadırlar. İşlemsel düzey tanımların doğrudan yapıldığı, işlemlerin ve formüllerin nasıl uygulanacağını belirttiği yüzeysel bir düzeydir. Kavramsal öğrenmeyi sağlamaya dönük öğretimsel açıklamalar işlemsel açıklamalara oranla daha azdır. Çalışmanın sonuçlarına göre öğretmenlerin işlemsel açıklamalarının fazla olmasının nedenleri arasında programın yoğunluğu nedeniyle hızlı ders işleme gereksinimi, öğrencilerin ön öğrenmelerinde eksiklik

oluşu gösterilebilir. Matematik öğretmenlerinin matematiksel kavramlara ilişkin bilgileri de öğretimsel açıklamalarının düzeyini etkilemektedir. Öğretimsel açıklamalara ilişkin lisans düzeyinde dersler, öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarını geliştirici hizmet içi eğitim çalışmaları, matematik zümrelerinin etkili bir iş birliği ile kavramsal öğrenme odaklı ders planları ve etkinlikleri hazırlamaları çalışmanın sonuçları ışığında önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Öğretimsel açıklama, Kareköklü ifadeler, Matematik eğitimi, Kavramsal öğrenme, Kinach

ABSTRACT

Secondary School Mathematics Teachers' Instructional Explanations on Square Root Expressions

Özdemir, Ümare

Master's Thesis, Department of Mathematics and Science Education

Supervisor: Dr. Esra Yıldız

June 2023

Mathematics is a discipline involving abstract thinking processes and aimed at developing logical reasoning skills. Therefore, it is considered essential for mathematics teachers to structure their lessons in a way that enhances students' mathematical thinking abilities, facilitates their conceptual understanding of mathematics, and supports the learning environment for mathematics. Instructional explanations given by teachers include the explanations provided to their students within the context of the subject matter, the examples given related to the topic, the transmission of knowledge, or the students' contributions to the discovery process, all of which constitute components of the mathematical language used. Instructional explanations play a significant role in students' learning of the subject matter. In this regard, the present study was conducted to reveal middle school mathematics teachers' instructional explanations on radical expressions and evaluate these explanations within the framework of Kinach's levels of understanding. The study adopted a qualitative research method, specifically a case study approach. Data were collected through a question form developed by the researcher with the assistance of expert opinions, classroom observations, and interviews, and all the data were analyzed using the instructional explanation dimensions and subcategories developed within the Kinach's understanding levels framework. The descriptive analysis method was used to systematically classify and interpret the data. As a result of the analyses, it was found that 65% of the instructional explanations were at the procedural level, 32.6% at the conceptual level, and 2.4% contained mathematical errors. The findings indicate that teachers have limited knowledge about instructional explanations, and they tend to provide more procedural-level explanations. Procedural-level explanations involve directly stating definitions and providing instructions on how to apply operations and formulas in a superficial manner. On the other hand, there were fewer instructional explanations aimed at facilitating conceptual learning compared to procedural explanations. The reasons for the predominance of procedural explanations among teachers include the need to cover the curriculum quickly due to its intensity and the existence of knowledge gaps in students' prerequisite learning. Moreover,

teachers' own understanding of mathematical concepts also influences the level of their instructional explanations. Based on the study results, it is recommended to incorporate undergraduate-level courses focusing on instructional explanations, provide teachers with in-service training programs aimed at enhancing their instructional explanations, and encourage effective collaboration among mathematics departments to develop conceptual learning-focused lesson plans and activities.

Keywords: Conceptual learning, Instructional explanation, Kinach levels of understanding, Mathematics education, Square root expressions

TEŞEKKÜR

Çalışma süresince, araştırmanın en doğru şekilde planlanması, yapılması ve yazılması için yol gösteren kıymetli danışmanım, saygı değer hocam Dr. Öğr. Üyesi Esra Yıldız'a, tezimi inceleyip değerlendiren ve geliştirici önerilerde bulunan jürideki kıymetli hocalarım Doç. Dr. Zeynep Çiğdem Özcan'a ve Dr. Öğr. Üyesi Alaattin Pasmaz'a ve her zaman her konuda destek olan sevgili meslektaşım, canım arkadaşım Simge Sayın'a teşekkürlerimi sunuyorum.

İÇİNDEKİLER

TEZ JÜRİSİ ONAYI	
BEYANLAR	
ÖZET.....	
ABSTRACT	
TEŞEKKÜR	
İÇİNDEKİLER	
TABLolar LİSTESİ.....	
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	
BÖLÜM I: GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı	4
1.3. Araştırma Sorusu	5
1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları	5
1.5. Araştırmanın Önemi	6
BÖLÜM II: LİTERATÜR TARAMASI.....	9
2.1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi.....	9
2.1.2. Öğretimsel Açıklamalar	9
2.2. Literatürdeki Çalışmalar	12
2.1.1. Kareköklü İfadeler Konusuna Ait Çalışmaların İncelenmesi	12
2.1.2. Öğretimsel Açıklamalar Konusuna Ait Çalışmaların İncelenmesi.....	15
BÖLÜM III: YÖNTEM.....	18
3.1. Araştırmanın Yöntemi	18
3.2. Veri Toplama Araçları.....	18
3.2.1. Veri Toplama Araçlarının Hazırlanması	19
3.3. Uzman Görüşü ve Pilot Uygulama.....	21

3.4. Asıl Çalışma	22
3.5. Katılımcılar	23
3.6. Verilerin Analiz Edilmesi	26
3.6.1. Veri Toplama Aracı-1'deki Sorulara Verilen Yanıtların Analiz Edilmesi	27
3.6.2. Görüşmelerden Elde Edilen Verilerin Analiz Edilmesi	28
3.6.3. Ders Gözlemlerinden Elde Edilen Verilerin Analiz Edilmesi	30
3.7. Geçerlik ve Güvenirlik	31
BÖLÜM IV: BULGULAR	33
4.1. Veri Toplama Aracı-1'deki Sorulara Verilen Yanıtlara İlişkin Bulgular	33
4.1.2. Birinciyi Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular ..	33
4.1.2. İkinci Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular	38
4.1.3. Üçüncü Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular	43
4.1.4. Dördüncü Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular.	46
4.1.5. Beşinci Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular	50
4.1.6. Altıncı Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular	55
4.1.7. Yedinci Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular	58
4.1.8. Sekizinci Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular ..	61
4.1.9. Dokuzuncu Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular	64
4.1.10. Onuncu Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular ..	68
4.2. Görüşmelerden Elde Edilen Verilere İlişkin Bulgular	71
4.2.1. Ö18 Öğretmen ile Yapılan Görüşmeye İlişkin Bulgular	72
4.2.2. Ö26 Öğretmen ile Yapılan Görüşmeye İlişkin Bulgular	80
4.3. Gözlemlerden Elde Edilen Verilere İlişkin Bulgular	89
4.3.1. Ö1 Öğretmenin Derslerinde Yapılan Gözlemlere İlişkin Bulgular	89
4.3.2. Ö2 Öğretmenin Derslerinde Yapılan Gözlemlere İlişkin Bulgular	95

BÖLÜM V: TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER.....	101
5.1. Tartışma.....	101
5.1.1. Veri Toplama Aracı-1'deki Sorulara Verilen Yanıtlara İlişkin Tartışma	101
5.1.2. Görüşme Bulgularına İlişkin Tartışma	106
5.1.3. Ders Gözlemi Bulgularına İlişkin Tartışma.....	107
5.2. Sonuç ve Öneriler	107
Kaynakça	111
EKLER.....	118
Ek 1. Etik Kurul Onayı.....	118
Ek 2. MEB Araştırma İzni.....	119
Ek 3. Öğretimsel Açıklama Boyutları ve Kategorileri Kullanım İzni.....	120
Ek 4. Veri Toplama Aracı	121
Ek 5. Veri Toplama Aracı-2: Görüşme Soruları	127
Ek 6. Veri Toplama Aracı-1'deki Öğretimsel Açıklamaların Öğretimsel Açıklama Boyutları ve Alt Kategorilerine Göre Dağılımı.....	128

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1. Öğretimsel Açıklama Boyutları ve Alt Kategorileri	10
Tablo 2. Kareköklü İfadeler Kazanımları Belirtke Tablosu	20
Tablo 3. Katılımcıların Demografik Özellikleri	24
Tablo 4. Veri Toplama Aracı-1’deki Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları	33
Tablo 5. Birinci Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları	34
Tablo 6. İkinci Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları	38
Tablo 7. Üçüncü Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları	43
Tablo 8. Dördüncü Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları	46
Tablo 9. Beşinci Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları	50
Tablo 10. Altıncı Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları	55
Tablo 11. Yedinci Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları	58
Tablo 12. Sekizinci Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları	61
Tablo 13. Dokuzuncu Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları ...	65
Tablo 14. Onuncu Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları	68

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Matematiği Öğretme Bilgisi Bileşenleri (Baki, 2020).....	2
Şekil 2. Ö2 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB1)	34
Şekil 3. Ö29 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB1)	34
Şekil 4. Ö1 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB1).....	35
Şekil 5. Ö15 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB1).....	35
Şekil 6. Ö20 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB1).....	35
Şekil 7. Ö22 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB1).....	36
Şekil 8. Ö17 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (PB2)	37
Şekil 9. Ö24 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (PB2)	37
Şekil 10. Ö14 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (EB1)	38
Şekil 11. Ö5 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)	39
Şekil 12. Ö8 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)	39
Şekil 13. Ö15 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)	39
Şekil 14. Ö14 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)	40
Şekil 15. Ö9 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)	40
Şekil 16. Ö20 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)	40
Şekil 17. Ö1 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2).....	41
Şekil 18. Ö14 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2).....	41
Şekil 19. Ö33 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2).....	42
Şekil 20. Ö10 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (Hatalı)	42
Şekil 21. Ö24 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (Hatalı)	42
Şekil 22. Ö5 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)	43
Şekil 23. Ö21 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)	44
Şekil 24. Ö15 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)	44

Şekil 25. Ö16 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)	44
Şekil 26. Ö38 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)	45
Şekil 27. Ö9 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3).....	45
Şekil 28. Ö17 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3).....	45
Şekil 29. Ö28 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3).....	46
Şekil 30. Ö2 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2).....	47
Şekil 31. Ö11 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2).....	47
Şekil 32. Ö16 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3).....	48
Şekil 33. Ö15 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3).....	48
Şekil 34. Ö15 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)	49
Şekil 35. Ö17 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)	49
Şekil 36. Ö34 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)	50
Şekil 37. Ö23 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2).....	51
Şekil 38. Ö35 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2).....	51
Şekil 39. Ö5 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3).....	52
Şekil 40. Ö13 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3).....	52
Şekil 41. Ö17 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2)	52
Şekil 42. Ö33 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2)	53
Şekil 43. Ö8 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)	53
Şekil 44. Ö20 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)	54
Şekil 45. Ö26 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (PB2).....	54
Şekil 46. Ö2 Öğretmenin Altıncı Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)	55
Şekil 47. Ö3 Öğretmenin Altıncı Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)	56
Şekil 48. Ö29 Öğretmenin Altıncı Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)	56
Şekil 49. Ö15 Öğretmenin Altıncı Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3).....	56

Şekil 50. Ö17 Öğretmenin Altıncı Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3).....	57
Şekil 51. Ö28 Öğretmenin Altıncı Soruya İlişkin Açıklamaları (PB2)	57
Şekil 52. Ö2 Öğretmenin Yedinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB1).....	58
Şekil 53. Ö8 Öğretmenin Yedinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB1).....	59
Şekil 54. Ö29 Öğretmenin Yedinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB1).....	59
Şekil 55. Ö1 Öğretmenin Yedinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB1)	60
Şekil 56. Ö15 Öğretmenin Yedinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB1)	60
Şekil 57. Ö16 Öğretmenin Yedinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB1)	60
Şekil 58. Ö11 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2).....	61
Şekil 59. Ö12 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2).....	62
Şekil 60. Ö21 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3).....	62
Şekil 61. Ö24 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3).....	62
Şekil 62. Ö17 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3).....	63
Şekil 63. Ö34 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)	63
Şekil 64. Ö3 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (Hatalı).....	64
Şekil 65. Ö30 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (Hatalı).....	64
Şekil 66. Ö4 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2).....	65
Şekil 67. Ö26 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)	65
Şekil 68. Ö12 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)	66
Şekil 69. Ö24 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)	66
Şekil 70. Ö17 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)	67
Şekil 71. Ö32 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)	67
Şekil 72. Ö10 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (Hatalı)	68
Şekil 73. Ö14 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2).....	69
Şekil 74. Ö16 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2).....	69

Şekil 75. Ö22 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2).....	69
Şekil 76. Ö3 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2)	70
Şekil 77. Ö17 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2).	70
Şekil 78. Ö34 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2)	71
Şekil 79. Ö20 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (PB2)	71
Şekil 80. Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki İlk Soruya Yanıtı	72
Şekil 81. Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki İkinci Soruya Yanıtı	73
Şekil 82. Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Üçüncü Soruya Yanıtı	74
Şekil 83. Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Dördüncü Soruya Yanıtı.....	75
Şekil 84. Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Beşinci Soruya Yanıtı.....	75
Şekil 85. Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Altıncı Soruya Yanıtı	76
Şekil 86. Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Yedinci Soruya Yanıtı.....	77
Şekil 87. Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Sekizinci Soruya Yanıtı.....	78
Şekil 88. Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Dokuzuncu Soruya Yanıtı ..	78
Şekil 89. Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Onuncu Soruya Yanıtı.....	79
Şekil 90. Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki İlk Soruya Yanıtı	81
Şekil 91. Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki İkinci Soruya Yanıtı	82
Şekil 92. Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Üçüncü Soruya Yanıtı	82
Şekil 93. Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Dördüncü Soruya Yanıtı.....	83
Şekil 94. Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Beşinci Soruya Yanıtı.....	84
Şekil 95. Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Altıncı Soruya Yanıtı	85
Şekil 96. Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Yedinci Soruya Yanıtı.....	86
Şekil 97. Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Sekizinci Soruya Yanıtı.....	87
Şekil 98. Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Dokuzuncu Soruya Yanıtı ..	88
Şekil 99. Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Onuncu Soruya Yanıtı.....	88

Şekil 100. Ö1 Öğretmenin Açıklamaları (İB2).....	90
Şekil 101. Ö1 Öğretmenin Açıklamaları (İB3).....	91
Şekil 102. Ö1 Öğretmenin Konu Anlatımı Açıklamaları (AB1-AB2)	91
Şekil 103 Ö1 Öğretmenin Konu Anlatımı Açıklamaları (AB1-AB2)	92
Şekil 104. MEB Örnek Soru-Kareköklü İfadeler.....	94
Şekil 105. MEB Örnek Soru-Kareköklü İfadeler.....	94
Şekil 106. Ö2 Öğretmenin Konu Anlatımı Açıklamaları (İB1-İB2).....	96
Şekil 107. Ö2 Öğretmenin Konu Anlatımı Açıklamaları (İB3).....	97
Şekil 108. Ö2 Öğretmenin Çözdüğü Ders Kitabında Yer Alan Soru	98
Şekil 109. Ö2 Öğretmenin Konu Anlatımı Açıklamaları.....	99

BÖLÜM I

GİRİŞ

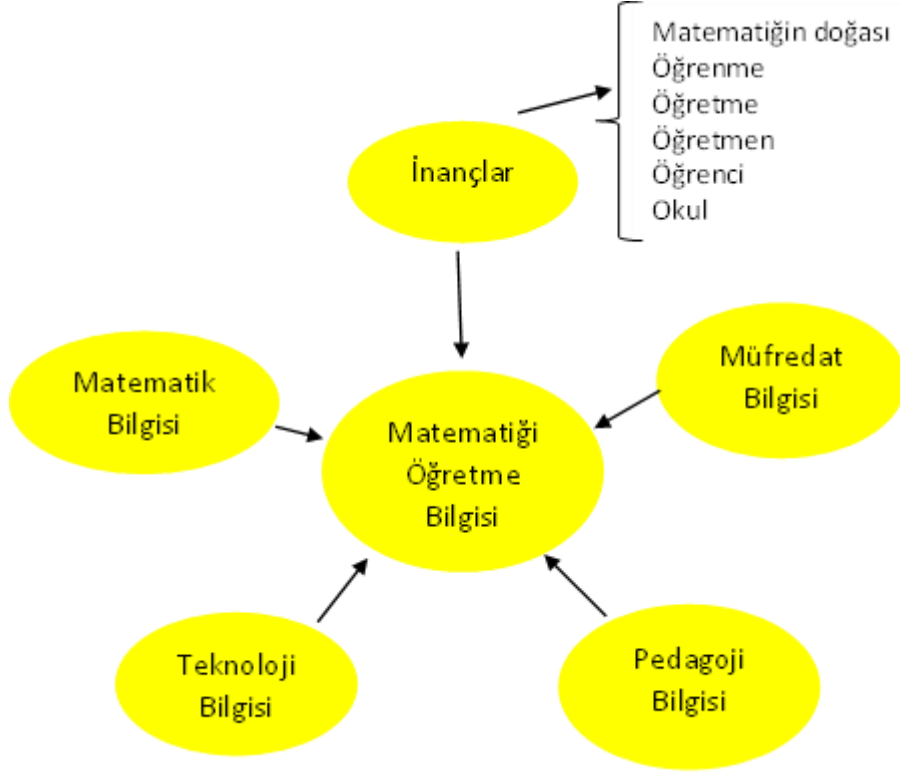
Araştırmanın bu bölümünde problem durumu, çalışmanın amacı, araştırma sorusu, araştırmanın sınırlılıkları ve önemine yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Öğrencinin matematiği öğrenme sürecindeki en önemli faktörün, öğretmen yeterliği olduğu ifade edilmektedir (NCTM, 2000). Matematik öğretmenlerinin temel yeterliklere sahip olması, öğrencilerin matematik başarılarını artırmak ve kişisel gelişimlerini desteklemek için önemlidir (MEB, 2017). Bu nedenle de öğretmenin öğrencisine; kendi matematik bilgisini kullanarak, en etkili açıklamaları yapması, konular arasındaki ilişkileri açıklaması, matematiksel kurallar ve kavramlar için iyi bir öğretimsel açıklama yapması gerekmektedir (Toluk Uçar, 2011). Millî Eğitim Bakanlığı'nın “*her çocuk matematiği öğrenebilir*” ilkesi çerçevesinde, öğrenciyi merkeze alan ve yapılandırmacı yaklaşım ile yenilediği öğretim programı 2005 yılından itibaren okullarda uygulanmaktadır (MEB, 2005). 2013 yılında, 4+4+4 zorunlu eğitim modeliyle birlikte ortaokul süresi dört yıla çıkmış, matematik dersi haftalık olarak dört ders saatinden beş ders saatine çıkarılmış, bu değişikliklerle birlikte matematik dersi programı da yenilenmiştir (MEB,2013). Son güncelleme ise 2018 yılında yapılmıştır ve programa değerler eğitimi ile *Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi* eklenmiştir (MEB, 2018). 2005, 2013 ve 2018 ortaokul matematik dersi öğretim programlarının temel özelliklerinden biri öğrenme sürecinde öğrenciyi aktif kılması ve öğretmeni bilgiyi transfer eden rolünden alıp, öğrenme sürecinde öğrencisine rehberlik eden konumuna getirmesidir (Baki, 2020; Kabael, 2021). Matematik öğretmenin öğrencilerine doğru rehberlik edebilmesi için matematiksel bilginin yanında şekil 1’de belirtilen matematiği öğretme bilgisi bileşenlerine sahip olması ve derslerinde konuya uygunluğuna göre çeşitli öğretim yöntem ve tekniklerine yer vermesi gerekmektedir (Baki, 2020).

Şekil 1

Matematiği Öğretme Bilgisi Bileşenleri (Baki,2020)



Matematik dersinde yapılan ulusal sınavların (LGS, YKS) ve uluslararası değerlendirme çalışmalarının (PISA, TIMMS) sonuçları incelendiğinde, öğrencilerin matematiği anlama ve yorumlama, matematiksel bilgiyi problem durumunun içerisinde çözüme gidecek şekilde kullanma, matematiksel bilgiyi kullanarak yeni matematiksel bilgilere ulaşma becerilerinde hedeflenen düzeyin çok gerisinde oldukları görülmektedir (Kabael, 2021; MEB, 2022; Özel ve ark., 2013). Söz konusu sınavların değerlendirme raporlarına bakıldığında öğrencilerin matematik yeterlik düzeylerindeki oranlar bakımından değerlendirme çalışmasına katılanların neredeyse yarısı, alt düzey altında ve alt düzeyde yer almaktadır (PISA, 2018; TIMMS 2019). Matematik öğretmenlerinin, bu raporlardan elde edilen verileri dikkate alarak öğrencilerin alt düzeydeki başarılarını iyileştirmek için etkili öğretim stratejileri geliştirmeleri ve uygulamaları gerekmektedir. Matematik öğretmenlerinin, derslerinde öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarını sağlamaları, bağlantılar

kurmalarını teşvik etmeleri ve matematiksel düşünme becerilerini geliştirmek için çeşitli yöntemler kullanmaları çok önemlidir.

Matematik öğretmenleri, etkili öğretimsel açıklamalar yaparak matematiksel kavramların anlaşılmasını kolaylaştırmalı, geribildirimlerle öğrencilerin yanlış anlamalarını düzeltmeye yardımcı olmalı; aynı zamanda öğrencileri matematiksel kavramları anlamaları, problem çözme becerilerini geliştirmeleri ve matematiksel düşünme becerilerini kazanmalarına yönlendirmelidir (French ve Ma, 2001; Kinach, 2002a, 2002b; Leinhardt, 2010). Matematik öğretmenleri farklı öğrenme stillerine uygun olarak öğretim stratejileri kullanmalı ve öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına yönelik öğrenme deneyimleri sağlamalı, böylece matematiksel düşünme sürecini teşvik ederek öğrencilerin analitik ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirmeye odaklanmalıdır (MEB, 2017). Sayılan tüm bu özellikler matematik öğretmenin öğrencinin matematiği öğrenme sürecindeki etkin ve önemli rolünü bir kez daha göstermektedir. Bu nedenle araştırmada matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklamaları üzerinde çalışılmıştır.

Öğretimsel açıklama öğretmenin dersin konusu bağlamında öğrencisine yaptığı açıklamalar, konuya ilişkin verdiği örnekler, bilgiyi aktarma ya da öğrencinin bilgiyi keşif sürecine ilişkin yaptıkları, kullandığı matematiksel dil bileşenlerinden oluşmaktadır (Alkan, 2016; Charalambous ve ark., 2011; French ve Ma, 2001; Kinach, 2002a, 2002b). Leinhardt'a (2010) göre öğretimsel açıklama, matematik öğretiminde öğrencilere matematiksel kavramları ve işlemleri anlatmanın temel bir bileşenidir. Bu yaklaşım, öğretmenin öğrencilere matematiksel kavramları öğretmek ve anlamalarını desteklemek için kullanılan bir stratejidir ve kavramların doğru ve anlaşılır bir şekilde ifade edilmesini içermektedir. Leinhardt (2010) öğretimsel açıklamanın etkili bir şekilde yapılabilmesi için öğretmenin öğrencilerin anlama düzeylerini dikkate alması, öğrencilere farklı öğrenme fırsatları sunması ve aktif öğrenmeyi teşvik etmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Öğretimsel açıklamalar matematiğin tüm konularında önemli bir yere sahiptir. Bu önem öğrencilerin ilk kez karşılaştıkları konu ve kavramlarda daha da artmaktadır. Konunun henüz başlarında, matematik programında yer aldığı ilk basamaklarda doğru anlaşılması ve öğrenilmesi çok önemlidir. Bu konulardan birisi de 8. sınıfta ilk kez görülen ve sonraki yıllarda sürekli var olan kareköklü ifadeler konusudur. Matematik öğretim programının 8. sınıflar planında yer

alan kareköklü ifadeler konusu; öğrencilerin o yıl gördükleri ve konunun sonunda irrasyonel sayılar ve reel sayılar kümesini tanıdıkları oldukça önemli bir bölümdür, bu bağlamda kareköklü ifadeleri anlatırken, öğretimsel açıklamaların önemi büyüktür. Öğrencilere bu ifadelerin anlamını ve işlevini anlatmak için açıklayıcı ve yönlendirici bir yaklaşımın benimsenmesi, kareköklü ifadelerin temel özelliklerinin net bir şekilde tanımlanması, kareköklü ifadelerin işlemlerini öğretirken, adımların ayrıntılı bir şekilde gösterilmesi ve örneklerle pekiştirilmesi gerekmektedir. Öğrencilerin kareköklü ifadeleri gerçek hayat problemlerine uygulayabilmesi için örneklerin ve uygulamaların sunulması büyük önem taşımaktadır.

Kareköklü ifadeler konusunun sayılan bu özellikleri ve öneminden dolayı; araştırmada matematik öğretmenlerinin kareköklü ifadeler konusuna ilişkin öğretimsel açıklamaları üzerine çalışılmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Matematiğin pek çok kişi tarafından öğrenilmesinin zor olarak nitelendirildiği, matematik dersinin bir korkuya dönüştüğü, çoğu öğrenci tarafından matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirildiği görülmektedir (Baki, 2020; Kabael, 2021; NCTM, 2000). Bu durumun sebepleri arasında matematiğin birikimli bir ders olması nedeniyle eksik öğrenmelerin yeni bilgilerin öğrenilmesini zorlaştırması, engellemesi, öğrencilerin olumsuz tutumları, öğretmenden kaynaklı durumlar, öğrenme öğretme yöntem ve tekniklerindeki yanlışlıklar, matematiğin doğası gereği karşılaşılan güçlükler sayılmaktadır (Baki, 2020; Bingölbali ve Özmantar, 2015).

Öğrencilerin matematiği öğrenme biçimleri işlemsel öğrenme ve kavramsal öğrenme olarak gerçekleşir (Skemp, 1978). İşlemsel öğrenme, matematiksel işlemleri mekanik bir şekilde uygulama yeteneği üzerine odaklanır; dolayısıyla da öğrenciler, formüller ve algoritmaları ezberleyerek soruları çözer, ancak derin bir anlayışa sahip olmayabilirler (Skemp, 1978). Öte yandan, kavramsal öğrenme, matematiksel kavramları anlama, bağlantılar kurma ve genellemeler yapma yeteneği üzerine odaklanmaktadır, öğrenciler; matematiksel kavramları gerçek dünya problemleriyle ilişkilendirir, bağlantılar kurar ve farklı durumları analiz eder bu bağlamda kavramsal öğrenme, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmekte ve problem çözme yeteneklerini güçlendirmektedir (Baki, 2006; Skemp, 1978).

İyi bir matematik öğretimi, işlemsel ve kavramsal öğrenmeyi dengeli bir şekilde birleştirerek, öğrencilere işlemleri doğru bir şekilde uygulama becerisi kazandırırken aynı zamanda kavramsal anlayışlarını derinleştirmelerine ve matematiksel bağlantılar kurmalarına olanak tanımalıdır ve böylece, öğrencilerin matematiksel yeteneklerini güçlendirmek ve gerçek dünya problemlerini çözmek için matematiksel düşünme stratejilerini kullanmalarını sağlamak mümkün olabilir (Charalambous ve ark., 2011; French ve Ma, 2001).

Skemp (1978) matematiği öğrenme biçimini ilişkisel-kavramsal anlama ve araçsal- işlemsel anlama olarak ikiye ayırırken, Kinach (2002a) ise bu ayrımı biraz daha detaylandırarak; araçsal anlamayı işlemsel düzey, ilişkisel anlamayı da ; açıklayıcı düzey, problem çözme düzeyi, epistemik düzey ve sorgulayıcı düzey olarak ifade etmiştir. Kinach (2002a) tarafından matematik öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmanın sonuçları ışığında öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarını kategorilere ayırıcı bir çatı geliştirilmiştir.

Araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü ifadeler konusuna ilişkin öğretimsel açıklamalarının tespit edilmesi, incelenmesi ve açıklamaların Kinach (2002a) anlama düzeyleri çerçevesinde hangi boyutta yer aldıklarının belirlenmesi amaçlanmıştır.

1.3. Araştırma Sorusu

Araştırmada aşağıda yer alan soruya yanıt aranmaktadır:

Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü ifadeler konusuna ilişkin öğretimsel açıklamaları nelerdir?

1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Araştırma 2022-2023 yılında İstanbul'da MEB'e bağlı okullarda görev yapan 38 ortaokul matematik öğretmenin veri toplama aracı-1'de bulunan 8. sınıf Kareköklü İfadeler konusuna ait 10 adet açık uçlu soruya ilişkin yaptıkları öğretimsel açıklamalar ile sınırlıdır.

2. Araştırmaya katılan 38 öğretmenden iki tanesi ile yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Daha fazla öğretmenin gönüllü olmaması nedeniyle görüşme verileri iki öğretmen ile sınırlıdır.

3. Araştırma 2022-2023 eğitim ğretim yılında İstanbul'da MEB'e bağlı bir ortaokulda dersleri gözlemlenen iki matematik öğretmeninin kareköklü ifadeler konusunun işlendiği derslerine ilişkin gözlem notlarıyla sınırlıdır. Daha fazla öğretmenin gönüllü olmaması nedeniyle gözlem verileri iki ğretmen ile sınırlıdır.

1.5. Araştırmanın nemi

Kareköklü ifadeler; doğal sayılar, tam sayılar ve rasyonel sayıların öğrenilmesinin ardından, rasyonel olmayan sayılar olan irrasyonel sayılar kümesinin de varlığını ortaya koyarak reel sayılar kümesini oluşturma sürecinde yer alan bir konudur. Kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin zorlandığı, kavram yanılgıları oluşturdukları görülmektedir (Din ve Yenilmez, 2022; Duatepe Paksu, 2020; Popovic, 2015; Sirotic ve Zazkis, 2007; Soyuk, 2018). Kareköklü ifadelere ilişkin dersler planlanırken öğrencilerin yaşayabileceği zorluklar ve kavram yanılgıları dikkate alınmalı, uygun ğretim yöntem ve teknikler kullanılarak derslerde yapılabilecek etkinlikler oluşturulmalıdır (Duatepe Paksu, 2020). Matematik derslerinde köklü sayılar gibi soyut kavramların anlaşılmasını sağlamak için ğrenci merkezli etkinliklere odaklanılmalı, böylece öğrencilerin aktif katılımı teşvik edilerek kavramları keşfetmelerine ve anlamalarına fırsat verilmelidir, kuralları ve kısa yolları hazır olarak sunmak yerine öğrencilerin bu bilgilere kendi çabalarıyla ulaşabileceği etkinlikler düzenlenmeli, böylece matematik öğrenme deneyimleri daha anlamlı ve kalıcı hale getirilmelidir (Balak, 2021; Duatepe Paksu, 2020; Orhan, 2022). Kareköklü ifadeler konusu ilk kez 8. sınıfta yer almakta ve 8. sınıf ile ortaöğretim süresince öğrencilerin matematik derslerinde sıkça karşılaştığı konular arasında bulunmaktadır. Kareköklü ifadeler, lisede daha karmaşık matematiksel konuların temelini oluşturur (Cengiz, 2006). Ortaokulda öğrenilen matematik bilgi ve becerilerinin liseye temel teşkil ettiği düşünüldüğünde (Baki, 2006, 2020; MEB, 2018a, 2018b) karekökleri doğru bir şekilde öğrenmek, lisede matematiksel başarıyı artırmak ve daha karmaşık konularla daha rahat başa çıkmak için temel adımlardan biridir ve bu bağlamda 8. sınıfta bu öğrenme sürecinin nasıl yürütüldüğünün belirlenmesi, öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının analiz edilmesi hem ortaokul hem de lise matematik öğretmenlerine fayda sağlayacaktır.

Öğretimsel açıklama, öğretmenin dersin konusu bağlamında öğrencilere yönelik gerçekleştirdiği açıklamalar, ilgili konuyla alakalı sunduğu örnekler, bilgiyi aktarım yöntemleri ve öğrencilerin bilgiyi keşif sürecine katılımı gibi unsurlardan oluşmakta, matematiksel dil bileşenlerini içermektedir (Kinach, 2002a, 2002b; Leinhardt, 2010). Öğretimsel açıklamalar, dersin başlangıcında temel öğretim stratejisi olarak ya da ders sırasında öğrencilerin sorularını etkili bir şekilde yanıtlamada kullanılabilmektedir (Scheuch, 2016). Bu açıklamaların öğrencilerin bir alandaki temel prensipleri ve kavramları anlama yeteneklerini geliştirmeye ve kavramsal anlamla ilgili zihinsel temsillerin oluşturulmasına katkıda bulunduğu vurgulanmaktadır (Inoue, 2009; Sanchez ve ark. 2009). Öğretimsel açıklamalar ders esnasında öğretmenin anlatım biçimlerini yansıtmaları bakımından önemlidir (Akyıldız, 2019; Alkan, 2016; Charalambous et al., 2011; Kinach, 2002a, 2002b). Çalışmanın öğretimsel açıklamalara dikkat çekmesi ve mevcut öğretimsel açıklamaları ortaya koyması bakımından hem matematik öğretmenleri hem de öğretmen eğitimi programları için önemli olduğu düşünülmektedir. Matematik öğretmenleri için öğretimsel açıklamaya dair yapılan çalışmalar, etkili öğretim yöntemleri ve içerik geliştirmede rehberlik edebilir.

Öğretmen eğitimi programları; öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarını, nasıl ders işlediklerini, matematik konularını nasıl anlattıklarını ve öğrencilere nasıl etkili bir şekilde bilgi aktarmayı planladıklarını (Kinach, 2002a, 2002b; Toluk Uçar, 2011) görebilir, bu sayede yeni yetişen öğretmen adaylarına kaliteli ve etkili matematik öğretimi sunma becerileri kazandırabilirler. Böylece, öğrencilere çeşitli öğrenme stillerine ve ihtiyaçlarına uygun bir şekilde öğretim sağlama becerileri geliştirilebilir. Öğretimsel açıklama anlamındaki eksikliklerini belirleyebilirler ve bunları geliştirici çalışmalar yapabilirler.

Öğretimsel açıklamaların önemine rağmen ulaşılabilen alan yazında öğretimsel açıklamalara ilişkin sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır (Akyıldız, 2019; Alkan, 2016; Baki, 2013; Karakuş, 2017; Sırmacı ve Gökkurt Özdemir, 2016; Tavşan & Pasmaz, 2020; Toluk Uçar, 2010, 2011). Bu çalışmalar matematik alanında, veri işleme, polinomlar ve ikinci dereceden denklemler, bölme işlemi, sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavram tanımları, sıfıra bölme, pi sayısı bağlamında kavram tanımı ve kesirler konularına ilişkindir. Sınıf öğretmenliği alanında da tartma öğrenme

alanına ilişkin öğretimsel açıklamaları inceleyen çalışma bulunmaktadır (Durak, 2021). Kareköklü ifadeler konusunun ğretiminde kullanılan öğretimsel açıklamalara ilişkin bir çalışma bulunmamaktadır bu bağlamda kareköklü ifadelerin öğretime ilişkin öğretimsel açıklamaları ortaya koymayı amaçlayan çalışmanın alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

BÖLÜM II

LİTERATÜR TARAMASI

Bu bölümde araştırmanın kuramsal çerçevesine ve araştırma sorusunda yer alan kavramlara ilişkin yapılan literatür çalışmalarındaki açıklamalara yer verilmiştir.

2.1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Çalışmanın bu bölümünde öğretimsel açıklamalar ve öğretimsel açıklama boyutlarına yer verilmiştir.

2.1.2. Öğretimsel Açıklamalar

Öğretimsel açıklama öğretmenin dersin konusu bağlamında öğrencisine yaptığı açıklamalar, konuya ilişkin verdiği örnekler, bilgiyi aktarma ya da öğrencinin bilgiyi keşif sürecine ilişkin yaptıkları, kullandığı matematiksel dil bileşenlerinden oluşmaktadır (Alkan, 2016; Charalambous ve ark., 2011; French ve Ma., 2001; Kinach, 2002a, 2002b). Öğrencilerin konuya ilişkin öğrenmelerinde öğretmenlerin rolü düşünüldüğünde; öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının öğrencinin konuyu öğrenme sürecinde çok önemli olduğu görülmektedir. Öğretimsel açıklamaların Kinach'ın (2002a) yaptığı çalışmada öğrencilerin işlemsel ya da kavramsal öğrenmelerine etki ettiği belirtilmektedir. Kinach (2002a) söz konusu çalışmasında Skemp (1978) tarafından ortaya konan araçsal anlama (*instrumental understanding*) ve ilişkisel anlama (*relational understanding*) kavramlarından hareketle öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarını temelde iki boyuta ayırmıştır. Skemp 'in (1978) araçsal anlama dediği öğrenmeye araçsal-işlemsel düzey diğer boyutu ise ilişkisel-kavramsal düzey olarak ifade edilmiştir. İşlemsel düzeyi konunun en basit ve yüzeysel hali, kurallarla ve işlemlerin nasıl yapıldığıyla ilgilenmek olarak ifade ederken; ilişkisel düzeyi, kavramsal öğrenmeyi sağlayan ve öğrencilerin aktif olarak öğrendikleri, örüntüleri ve algoritmaları keşfettikleri, analiz yapabildikleri ve çıkarımda bulunabildikleri öğrenme olarak belirtmiştir (Kinach, 2002a, 2002b). Anlama düzeylerine ilişkin çalışmasında ilişkisel-kavramsal anlamayı kavram düzeyi, problem çözme düzeyi, epistemik düzey ve araştırma düzeyi olarak alt sınıflara ayıran Kinach, bu sınıflandırmanın öğrenmenin farklı yönlerini içerdiğini ve hepsinin birlikte bir konuyu öğrenmenin en üst basamağını oluşturduğunu ifade etmiştir. Kinach'ın bu

sınıflandırması, öğretimsel açıklamaları sınıflandırmak için kuramsal bir çatı niteliği taşımaktadır ve araştırmacı çalışmanın verilerinin betimsel analizinde bu sınıflandırmadan yararlanmıştır.

Öğretimsel açıklamalara ilişkin çalışmasında Kinach (2002a, 2002b) anlama düzeylerini çerçeve olarak kullanan Alkan (2016), öğretimsel açıklama boyutlarını alt kategorilerine ayırarak detaylandırmış ve ilişkisel anlama düzeyinde yer alan araştırma düzeyi anlamayı kategorilerin dışında bırakmıştır. Araştırma boyutu bilimsel olarak yeni matematiksel bilgilerin ortaya konmasıdır benzer uygulamanın Toluk Uçar (2011) tarafından da yapıldığı, araştırma boyutunun öğretimsel açıklama boyutlarının dışında bırakıldığı görülmektedir.

2.1.2.1. Öğretimsel Açıklama Boyutları

Öğretimsel açıklamalara ilişkin yapılan çalışmalar incelendiğinde (Akyıldız, 2019; Alkan, 2016; Baki, 2013; Toluk Uçar, 2010, 2011) çalışmalarda Kinach (2002a, 2002b) anlama düzeylerine yer verildiği görülmüştür. Bu çalışmalar içerisinde Akyıldız (2019) ve Alkan (2016) tarafından yapılan çalışmalarda Kinach anlama düzeyleri detaylandırılarak alt kategorilere ayrılmış ve öğretimsel açıklamaların incelenmesinde bu alt kategorilerden yararlanılmıştır. Bu çalışmada ise katılımcılardan elde edilen veriler Alkan'ın (2016) öğretimsel açıklama boyutları ve kategorileri kullanılarak analiz edilmiştir. Tablo 1'de Alkan (2016) tarafından geliştirilen öğretimsel açıklama boyutları ve alt kategorileri verilmiştir.

Tablo 1

Öğretimsel Açıklama Boyutları ve Alt Kategorileri

Öğretimsel Açıklama Boyutları	Boyutlara Ait Kategoriler	Açıklamalar
	Tanımı doğrudan ifade etme (İB1)	Tanımları ifade ederken tanıma vurgu yapmadan, tanımın matematiksel ifadesinin dışında ne anlama geldiğini yorumlamadan, hiçbir açıklama yapmadan doğrudan tanımın okunması.

İşlemsel Boyut	Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme (İB2)	Kuralları ve ilişkileri işlemlerin yürütülmesinde adım adım açıklama yapmadan kullanması, sadece işlemlere vurgu yapması, tanımla ya da başka kurallarla ilgili hiçbir bağlantı veya ilişki kurmaması, kuralın hangi durumlarda geçerli hangi durumlarda olmadığını ifade etmemesi
	Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme (İB3)	İşlem ve algoritmaları kullanırken nedenlerini ifade etmeden sadece işlem adımlarına vurgu yapması
Açıklayıcı Boyut	Tanımın ne anlama geldiğini açıklama (AB1)	Tanımı yorumlaması, vurgu yapması ve mantıksal bir çerçeve içerisinde öğrencilerine tanımını açıklaması, gerektiğinde tanımını açıklarken şekil, grafik gibi görsel öğelerden yararlanması
	İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama (AB2)	Matematiksel bir ilişkiyi mantıksal olarak birbiriyle bağlantılı şekilde yorumlayarak açıklaması
	Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama (AB3)	Öğretmenlerin ders süresi boyunca yapmış oldukları tüm işlemlerin nedenini, sonuçlarını mantıksal olarak açıklaması gerektiğinde grafik ya da şekil gibi görsel öğelerden yararlanması
Problem Çözme	Açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma (PB1)	Gerçek hayat durumlarının işleyişini, yapısını anlamlandırmak için matematiğin sembolik diline aktarılan ifadelerden yararlanması ve her aşamasında analitik stratejiler kullanması
	Kavramların anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma (PB2)	Açıklamalarında önemli kavramları bir problem durumu içinde ele alarak açıklaması
	Bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme (PB3)	Öğretim sürecinde yer verdiği problem durumlarını farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak bu stratejileri gerekçeleri ile açıklaması
	Açıklamalarında matematiksel bilginin ilgili konu kapsamında	Matematiksel bilginin kaynağına ve gelişimine vurgu yapması, öğretim

Epistemik Boyut	kaynağına ve gelişimine vurgu yapma (EB1)	sürecinde kullanılan matematiksel bilginin kaynağını, nereden geldiğini tam olarak belirtmesi
	Açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma (EB2)	İlgili konuyu diğer disiplinlerle ilişkilendirerek diğer disiplinlerde konunun ne amaçla kullanıldığını ve neden önemli olduğunu gerekçelendirerek açıklaması
	Matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama (EB3)	İlgili konuya matematiksel ilişkilerin nedenlerini ispatını yaparak açıklaması ve bu açıklamalarında konunun bilimsel kaynağına vurgu yapması

2.2. Literatürdeki Çalışmalar

Bu bölümde kareköklü ifadeler ve öğretimsel açıklamalar konularında yapılmış literatürdeki çalışmaların incelenmesi yer almaktadır.

2.1.1. Kareköklü İfadeler Konusuna Ait Çalışmaların İncelenmesi

Kareköklü ifadeler konusuna ilişkin yapılan çalışmalar incelendiğinde bu çalışmaların kareköklü ifadelerin öğretiminde karşılaşılan güçlükler, öğrencilerin kareköklü sayılar konusundaki kavram yanlışları, irrasyonel sayıların öğretiminde güçlükler, öğrencilerin kareköklü sayılar ile üslü sayılar arasındaki ilişkiyi kurmada yaşadığı zorluklar, irrasyonel sayı duyularının gelişimi, kareköklü ifadelerin öğretiminde kavram haritası kullanımının önemi, kareköklü ifadeler konusundaki matematiksel dil kullanımı, kareköklü ifadelerin öğretiminde hatalı çözüm metodunun kullanımı, kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri konularını içerdiği görülmektedir (Adıgüzel, 2013; Balak, 2021; Cengiz, 2006; Dinç ve Yenilmez, 2022; Duatepe Paksu, 2020; Göçük, 2019; İşleyen ve Mercan, 2013; Orhan, 2022; Orhun, 1998; Popovic, 2015; Sinclair ve ark., 2003; Sirotic ve Zazkis, 2007; Soyuk, 2018; Şenay, 2002; Tuğ Karoğlu ve İzci, 2020; Yılmaz ve Güzel, 2020).

İlköğretim matematik öğretmen adayları ve 8.sınıf öğrencileriyle çalışan Adıgüzel'in (2013) çalışmasında hem öğretmen adaylarının hem de 8.sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılar bilgilerini ve kavram yanlışlarını belirlemeyi amaçladığı ve bunun sonucunda da daha iyi bir öğrenme için çözüm yolu önerisi sunmayı amaçladığı

görülmektedir. Çalışmasında öğrencilerin 8.sınıfta başlayan ve üniversite öğrenimlerinin sonuna dek süren kavram yanlışlarının varlığını tespit eden Adıgüzel (2013), bu sorunun çözümü için öğrencilerin sezgisel düşünme becerilerine ağırlık verecek ders içi çalışmaların yapılmasını, öğretmenlerin derslerinde kavramsal öğrenmeyi sağlayıcı çalışmalara yer vermeleri gerektiğini belirtmektedir.

Kareköklü ifadelerle ilişkin diğer bir çalışmanın da kareköklü ifadelerin öğretiminde hatalı çözüm metodunun öğretmen görüşleri bakımından değerlendirilmesi, öğrenci hatalarının öğretmen görüşleriyle belirlenmesi amacıyla yapıldığı görülmektedir (Balak, 2021). Çalışmanın sonuçları arasında öğrencilerin $a\sqrt{b}$ biçimde yazma ve dört işlem becerilerinde zorlandığı, öğretmenlerin konuyu temel düzey örneklerle işlediği ve akıllı tahta destekli soru çözümleri yaptığı, öğrencilerin konuda zorlanma nedenlerinin, öğretmenler tarafından, hazır bulunuşluklarının yetersiz oluşu ve konunun soyut kalması olarak değerlendirildiği yer almaktadır (Balak, 2021).

Kareköklü ifadeler konusundaki başka bir çalışmada öğrencilerin kareköklü ifadeleri öğrenirken bilgiyi oluşturma süreçlerinin RBC+C teorisi bağlamında Dinç ve Yenilmez (2022) tarafından incelendiği görülmektedir. Öğrencilerin öğrendikleri bilgiyi ne için öğrendiklerini anlamaları gerektiği, bu anlama sağlanırsa soyutlamanın yapılabildiği ve takip eden yeni öğrenmelere, soyutlamalara bu durumun transfer edilebildiği yine çalışmanın sonuçlar arasında yer almaktadır (Dinç ve Yenilmez, 2022).

Kareköklü ifadeler konusuna ilişkin bir diğer çalışma Popoviç (2015) tarafından NCTM’de yer alan bir çalışmadır. Çalışmada irrasyonel sayıların tarihsel gelişiminden hareketle bir öğretim planı örneği sunulurken, araştırmacının konuya Pisagor Teoremiyle başlanarak karekök alma işlemine ihtiyaç duyulmasını sağlamayı ve irrasyonel sayıların varlığını ortaya koymayı önerdiği görülmektedir (Popovic, 2015).

Sayı duyusunun oluşuma ilişkin Sinclair ve arkadaşları tarafından (2003) İlköğretim matematik öğretmen adaylarıyla, temel sayılar teorisi alanında yapılan çalışmada sayı duyusunun iyi oluşmadığı bireylerde sayı kümelerinin iyi kavranamadığı ve matematiğin birikimli yapısı göz önüne alındığında bu sorunun öğrenciler açısından her geçen yıl büyüdüğü ifade edilmektedir. Çalışmalarında bilgisayar tabanlı *Number Words* uygulaması aracılığıyla katılımcılarda sayılar arasındaki örüntüleri keşfederek

anlamanın sağlandığı, hem mikro dünyaya gömülü görsel temsillerin hem de deney yapma olanaklarının öğrencilerin temel sayı teorisindeki temel kavramları anlamalarını olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaştıkları ifade edilmektedir (Sinclair ve ark., 2003)

Kareköklü ifadeler konusunda yapılan çalışmalardan biri de irrasyonel sayıların sayı doğrusunda yerlerinin tespit edilmesi ve gösterilmesine ilişkindir (Sirotic ve Zazkis, 2007). Ortaokul öğretmen adaylarıyla yürütülen çalışmada irrasyonel sayılar ve bunların ondalık gösterimleriyle ilgili kafa kırıksıklıklarının yaşandığı tespit edilmiştir. Katılımcıların irrasyonel sayıların yerini tespit ederken hep ondalık sayıya dönüştürmeye çalıştıkları, yaklaşık bir değer ile sayı doğrusundaki yerini de yine yaklaşık olarak bulmaya çalıştıkları sonucuna ulaşılmıştır (Sirotic ve Zazkis, 2007).

Kareköklü ifadeler konusunda yapılan çalışmalardan biri de 8.sınıf öğrencilerinin kareköklü ifadeler konusundaki sayı duyularının incelendiği çalışmadır (Soyuk, 2018). Çalışmada öğrencilerin sayı duyularının, *sayıların anlam ve büyüklüğü, işlemlerin etkileri ve anlamları, sayma stratejilerinde esneklik, bir referans büyüklüğünü etkin şekilde kullanma ve niceliksel muhakeme ve çıkarım* bileşenleri altında incelendiği ve öğrencilerin kareköklü ifadeler konusundaki sayı duyularının zayıf bulunduğu görülmektedir (Soyuk, 2018). Çalışmanın öneriler bölümünde öğrencilerdeki sayı duyusu gelişiminin iyi olmamasının nedenleri arasında ülkedeki sınav sistemi ve çoktan seçmeli testlerin uygulanması, derslerin ezberci ve kural odaklı işleniş, öğretmenlerin çoğunun sayı duyusu kavramından habersiz olması ve bu bağlamda sayı duyusu kavramının gelişimine ilişkin çalışmaları yapamaması gösterilmektedir (Soyuk, 2018).

Kareköklü ifadeler konusunda yapılan başka bir çalışmada öğrencilerin matematiksel dil kullanım düzeylerinin ve dile ilişkin görüşlerinin incelendiği, matematiksel dil kullanım düzeylerinin iyi olmadığı ancak matematiksel dil kullanımını istedikleri, matematik başarısı ile matematik dil kullanım düzeyleri arasında orta düzeyde ve pozitif bir ilişki olduğu sonucuna ulaşıldığı görülmektedir (Yılmaz ve Güzel, 2020).

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının pi sayısı tanımlarının incelendiği çalışmada, katılımcıların kavramın tanımını yapsalar dahi anlamına ilişkin açıklama yapamadıkları, rasyonel ve irrasyonel sayılara ilişkin özellikleri ezberleyerek bu

ezberlerden hareketle yorumda bulunmaya çalıştıkları tespit edilmiştir (Tavşan ve Pusmaz, 2020).

2.1.2. Öğretimsel Açıklamalar Konusuna Ait Çalışmaların İncelenmesi

Öğretimsel açıklamalar konusuna ait yapılan çalışmalar incelendiğinde, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının, tam sayılar konusunun öğretimindeki öğretimsel açıklamaları, sifıra bölme konusundaki öğretimsel açıklamaları, kesir kavramının tanımı, sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarının öğretimine ilişkin öğretimsel açıklamaları, kullandıkları örneklerin sınıflandırılması ve örneklere ilişkin öğretimsel açıklamaları, matematiksel inanç perspektifleri bakımından öğretimsel açıklamaları konularının çalışıldığı görülmektedir (Alkan, 2016; Akyıldız, 2019; Baki, 2013; Çetin, 2020; Karakuş, 2017; Kinach, 2002a, 2002b; Sırmacı ve Gökkurt Özdemir, 2016).

Matematik öğretmenlerinin kullandıkları örneklerin sınıflandırıldığı ve öğretimsel açıklama boyutlarıyla ilişkisinin incelendiği çalışmada Alkan (2016) Kinach anlama düzeylerini çerçeve kabul ederek öğretimsel açıklamaları alt kategorilerine ayırmış ve tespit ettiği örnek türleriyle bu öğretimsel açıklamalar arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Çalışmasının sonuçları arasında öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarında tanım, kural ve ilişkileri açıklamadıkları, işlemler aracılığıyla nasıl kullanılacaklarına yer verdikleri bulunmaktadır (Alkan, 2016).

Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işleminde dört basamaklı bir sayıyı iki basamaklı bir sayıya bölerken öğrencilere anlatıyormuş gibi açıklayarak çözmelerinin istediği diğer bir çalışmada, çalışmaya katılan 228 katılımcının 87 tanesinin yaptıkları bölme işleminin uygulamasının altında yatan matematiksel nedenleri ifade edecek şekilde öğretimsel açıklama yaptıkları belirtilmektedir (Baki, 2013). Katılımcıların üçte birine yakın bir kısmının bölme işlemini hatalı yaptığı araştırmanın sonuçları arasında yer almaktadır.

Kinach (2002b) tarafından ortaokul matematik öğretmen adaylarıyla yürütülen ve sekiz yıllık boylamsal bir çalışma olan araştırmada, öğretmen adaylarının işlemsel açıklamalarını kavramsal açıklamaya dönüştürmek için bir strateji geliştirerek, katılımcıların açıklamalarını ilişkisel-kavramsal anlama düzeyi ve araçsal-işlemsel anlama düzeyi diye ikiye ayırdığı, araçsal-işlemsel anlama düzeyinde yalnız içerik

düzeyindeki bilgilerin yer aldığını formüllerin, kuralların, ezberlerin bu düzeyde bulunduğu belirtilmektedir. İlişkisel-kavramsal anlama düzeyinde ise kavrama düzeyi, problem çözme düzeyi, epistemik düzey ve araştırma düzeyi olmak üzere sınıflandırma yapılmaktadır ve bu düzeylerle ilgili hiyerarşik bir durum olmadığı, farklı bilgi ve anlayış türlerini ifade ettiği belirtilmektedir.

Öğretimsel açıklamaları konu edinen diğer bir çalışmanın da matematik öğretmenleriyle yürütüldüğü ve katılımcıların sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin öğretimsel açıklamalarının incelendiği görülmektedir (Sırmacı ve Gökkurt Özdemir, 2016). Çalışmada katılımcıların, kavramların altındaki matematiksel nedenlere ilişkin açıklamalarının yüzeysel olduğu ya da hiç açıklama yapmadıkları ulaşılan sonuçlar arasında gösterilmektedir.

Toluk Uçar (2011) tarafından matematik ve sınıf öğretmeni adaylarıyla yapılan çalışmada, katılımcılardan matematiğin temel konularından oluşan sorulara ilişkin çözümler yapmaları ve çözümlerini açıklamalarının istendiği görülmektedir. Araştırmanın sonuçlarında katılımcıların çözümleri açıklarken, işlemleri açıkladığı, kuralların ve formüllerin tekrarı niteliğinde açıklamalar yaptığı, kavramsal açıklamanın neredeyse hiç yapılmadığı yer almaktadır.

Kareköklü ifadeler ve öğretimsel açıklamalar konularında yapılan çalışmaların incelenmesinin sonucunda; öğrencilerin kareköklü ifadeler konusunu öğrenirken zorlandıkları ve kavram yanılgısı oluşturdukları, sayı duyuları gelişiminin kareköklü ifadeler ve devamındaki irrasyonel sayılar konularını anlamak için zayıf kaldığı, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematiksel kavramlara ve konulara dair öğretimsel açıklamalarının yüzeysel olduğu, işlem odaklı ve ezberletici türden bir yaklaşım ile oluşturulduğu görülmektedir.(Balak, 2021; Duatepe Paksu, 2020; Popovic, 2015; Soyuk, 2018; Tuğ Karoğlu ve İzci, 2020)

Türkiye'nin uluslararası değerlendirme sınavlarındaki matematik dersi başarı düzeyi dikkate alındığında, matematiğin ezberden ve kurallar, formüller yığınından uzak, kavramaya ve anlamaya dönük öğrenme faaliyetleri ile yürütülmesinin önemli olduğu düşünülmektedir (Kabael, 2021; MEB, 2019; Okatan ve Tomul, 2020). Bu nedenle araştırmada öğrencilerin öğrenirken zorlandıkları konulardan biri olan kareköklü

ifadeler konusunda, öğrencilerin en önemli yol göstereni olarak öğretmenlerin ne tür açıklamalar yaptıklarını belirlemeye odaklanılmıştır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmada kullanılan yöntem, veri toplama araçları, veri toplama araçlarının hazırlanması, pilot çalışma, asıl çalışma, katılımcılar, verilerin analiz edilmesi ve çalışmanın geçerlik ve güvenirliğine yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Yöntemi

Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü ifadeler konusuna ilişkin öğretimsel açıklamalarının tespit edilmesi, incelenmesi ve açıklamaların Kinach (2002a) anlama düzeyleri çerçevesinde hangi boyutta yer aldıklarının belirlenmesinin amaçlandığı bu çalışma, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak desenlenmiştir. Durum çalışması gerçek yaşamın içinde yer alan bir durumun incelenmesidir (Yin, 2017). Kareköklü ifadelerin öğretmenler tarafından nasıl anlatıldığı bu araştırmanın durumunu oluşturmaktadır. Çalışma, araştırmanın durumu hakkında; gözlem, mülakat ve dokümanlar aracılığıyla detaylı ve derinlemesine bilgilerin toplandığı ve kareköklü ifadelerin nasıl anlatıldığına ilişkin durumun betimlendiği nitel bir çalışmadır (Creswell, 2013). Verilerin toplanmasının ardından elde edilen öğretimsel açıklamaların, Kinach (2002a) anlama düzeyleri çerçevesinde Alkan (2016) tarafından geliştirilen öğretimsel açıklama boyutları ve kategorileri kullanılarak betimsel analizi yapılmıştır.

3.2. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın verileri üç aşamada elde edilmiştir. Birinci aşamada araştırmacı tarafından hazırlanan ve iki bölümden oluşan veri toplama aracı-1 (Bkz. ek-4) ile katılımcılardan veriler toplanmıştır. Veri toplama aracının ilk bölümünde katılımcıya ait demografik bilgiler yer alırken ikinci bölümde kareköklü ifadelere ilişkin 10 adet açık uçlu soru bulunmaktadır.

Veri toplama sürecinin ikinci aşamasında katılımcı öğretmenlerden gönüllü olan iki öğretmenle veri toplama aracı-1'deki sorulara verdikleri yanıtlar etrafında yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlere ek soru olarak konuya nasıl başladıkları, ders planı hazırlayıp hazırlamadıkları, kullandıkları materyaller ve

konuyu işlerken yaşanan güçlüklerle ilişkin sorular sorulmuştur. Mülakat soruları veri toplama aracı-2 olarak ekte sunulmuştur. (Bkz. ek-5)

Verilerin toplanmasına ilişkin son bölümde ise ders gözlemleri yapılmıştır. Katılımcı öğretmenlerden iki öğretmen derslerinde gözlem yapılmasına izin vermiştir. Araştırmacı katılımcı olmayan gözlemci rolüyle derslerde yer alarak gözlem notları tutmuş, gözlem sırasında yalnız öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarına odaklanmış, diğer hususları (öğretmenin sınıfa girişi, öğrencilerin düzeni, sınıf ortamı vs.) gözlem dışında bırakmıştır. Ders sonunda öğretmenler odasında gözlem notları etrafında kısa görüşmeler yapılmıştır.

3.2.1. Veri Toplama Araçlarının Hazırlanması

Verilerin toplanmasındaki ilk aşama için araştırmacı tarafından kareköklü ifadelerle ilişkin açık uçlu soruların yer aldığı veri toplama aracı-1 hazırlanmıştır. Veri toplama aracı-1'in ilk bölümünde katılımcıların demografik bilgileri, ikinci bölümünde ise kareköklü ifadelerle ilişkin 10 adet açık uçlu soru yer almaktadır. Matematik Öğretim Programı (1-8. sınıflar) (MEB, 2018a) 8. sınıflar Sayılar ve İşlemler öğrenme alanında bulunan Kareköklü İfadeler konusuna ilişkin sekiz kazanım dikkate alınmış, Tablo 2'de yer verilen belirtke tablosu doğrultusunda sorular hazırlanmıştır. Sorular hazırlanırken alan yazında (Balak, 2021; Dinç ve Yenilmez, 2022; Duatepe Paksu, 2020; Popovic, 2015; Soyuk, 2018; Şenay, 2002; Yılmaz ve Güzel, 2020) öğrencilerin en çok tam kare pozitif tam sayılar ile tam kare olmayan pozitif tam sayıların kareköklerini belirlemede, köklü ifadenin büyüklüğüne karar vermede, kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ biçiminde yazmada zorlandıkları görüldüğünden, öğretmenlerin konunun ilk kazanımı olan tam kare kavramını nasıl açıkladıkları üzerinde durulmuş ve konuya ilişkin bir tanesi doğrudan, iki tanesi de dolaylı olmak üzere üç soruya yer verilmiştir. Kareköklü ifadenin büyüklüğüne karar vermeyi gerektiren iki soru, kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazmayı gerektiren üç soru, kareköklü ifadelerle çarpma bölme yapmayı gerektiren üç soru, toplama çıkarma yapmayı gerektiren bir soru, kareköklü ifadelerle çarpıldığında sonucun doğal sayı olmasını sağlayan çarpanlar için bir soru, ondalık gösterimlerin kareköklerini bulmayı gerektiren bir soru, irrasyonel sayıları açıklamayı gerektiren bir soru yer almaktadır.

Tablo 2*Kareköklü İfadeler Kazanımları Belirtke Tablosu*

Kazanım	Soru Sayısı
M.8.1.3.1. Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.	3 (1, 2, 10. soru)
M.8.1.3.2. Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler.	2 (5, 9. soru)
M.8.1.3.3. Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır.	3 (3, 4, 6. soru)
M.8.1.3.4. Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.	3 (4, 6.soru)
M.8.1.3.5. Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.	1 (4.soru)
M.8.1.3.6. Kareköklü bir ifade ile çarpıldığında, sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlara örnek verir.	1 (6, 9.soru)
M.8.1.3.7. Ondalık ifadelerin kareköklerini belirler.	1 (8. soru)
M.8.1.3.8. Gerçek sayıları tanır, rasyonel ve irrasyonel sayılarla ilişkilendirir.	1 (7.soru)

Araştırmacı soruları hazırlarken zor sorular seçmemiş, konunun başlangıç seviyesinde, her öğrencinin konuyu öğrenmeye çalışırken karşılaşılabileceği türden sorular hazırlamıştır. Bunun sebebi de öğretmenlerin konunun temelini teşkil edecek bilgi ve

becerileri öğrencilere nasıl aktardıklarının, ne tür öğretimsel açıklamalara yer verdiklerinin belirlenmesidir. Soruların muhatabı dolaylı olarak öğrencilerdir ve öğretmenlerden istenen öğrencinin bu soruyu çözmek için ihtiyaç duyduğu matematiksel bilgi ve becerileri ona nasıl sunduğunu açıklamasıdır.

Verilerin toplanmasına ilişkin ikinci aşamada ise gönüllü iki öğretmen ile veri toplama aracı-1’de yer alan sorulara verdikleri cevaplar etrafında ve görüşme soruları da kullanılarak görüşmeler yapılmıştır.

3.3. Uzman Görüşü ve Pilot Uygulama

Araştırmacı veri toplama aracı-1’in ikinci bölümünde yer alan soruları hazırladıktan sonra iki farklı kişiden uzman görüşü almıştır. Uzmanlar; İstanbul’da bir üniversitede matematik öğretmenliği bölümünde görevli bir akademisyen ve matematik öğretmenliği alanında doktorasını tamamlamış bir matematik öğretmenidir.

Araştırmacı uzman görüşü almak için 15 soru hazırlamış ancak her iki uzman da soru sayısının fazla olduğunu ve bazı soruların tekrar niteliğinde olduğunu belirtmişlerdir. Bu doğrultuda soru sayısı azaltılmış ve tekrar niteliğindeki sorular formdan çıkarılmıştır.

Uzman görüşünde belirtilen diğer husus da öğretmenlerin sorulara kısa cevaplar vererek detaylı açıklamalarda bulunmama ihtimallerinin olmasıdır ve bunun önüne geçmek için araştırmacıya, katılımcılara açıklamaları yazmalarının ve verilerin toplanması amacının titizlikle vurgulanması gerektiğinin önemini iletmışlerdir.

Uzman görüşlerinin ardından görüşme formunda yer alan sorulara son hali verilmiş ve pilot uygulamaya geçilmiştir.

Pilot uygulamada araştırmanın katılımcıları arasında yer almayacak bir matematik öğretmenine e-posta yoluyla veri toplama aracı-1 gönderilmiş, veri toplama aracı-1’de yer alan soruları cevaplamasının ardından video konferans yöntemiyle yarı yapılandırılmış görüşme gerçekleştirilmiştir. Pilot görüşmenin yapıldığı öğretmen soruların açık ve anlaşılır olduğunu, ilave görüşme sorularının öğretmenlerin kendilerini ifade etmeleri bakımından önemli olduğunu düşündüğünü belirtmiş, cevaplamak için yaklaşık 25 dakikalık bir süreye ihtiyaç duyulduğunu eklemiştir.

3.4. Asıl Çalışma

Çalışma 2022-2023 eğitim öğretim yılında İstanbul ilinde MEB'e bağlı okullarda görev yapan ortaokul matematik öğretmenleriyle yürütülmüştür. Araştırmacı İstanbul Anadolu Yakası'nın farklı ilçelerinde görev yapan toplam 71 öğretmene veri toplama aracı-1'i ulaştırmıştır. Veri toplama aracı-1'in doldurulup toplanma süreci bittiğinde araştırmacıya 43 tanesi ulaşmıştır. Veri toplama aracı-1'in ulaştığı öğretmenlerden bir kısmı zaman yetersizliği ve yoğunluklarını sebep göstererek çalışmaya katılmamışlardır. Elde edilen veri toplama aracı-1'deki yanıtlar incelenirken bazılarında sayfaların eksik olduğu, bazılarında ise cevaplanmamış soruların bırakılmasından ötürü 5 tanesi analiz dışı bırakılmış ve 38 öğretmenin veri toplama aracı-1'deki sorulara dair öğretimsel açıklamaları incelenmiştir. Araştırmacı her bir katılımcıyı, katılımcıların kimliğini gizli tutmak adına Ö1, Ö2, Ö3... şeklinde kodlamış ve veri toplama aracı-1'leri taratarak dijital ortama aktarmıştır.

38 öğretmenden alınan öğretimsel açıklamaların analiz edilmesinden sonra, araştırmacı yarı yapılandırılmış görüşmeler için, 12 öğretmene veri toplama aracı-1'de belirttikleri e-posta adresleri aracılığıyla ulaşarak görüşme talebi iletmıştır. Bu talebe dört öğretmen olumlu yanıt vermiştir. Ancak sonrasında iki öğretmen görüşme için yeterli vakitleri olmadığı gerekçesiyle vazgeçmiş diğer iki öğretmenle görüşmeler yapılmıştır.

Görüşmeler video konferans yöntemiyle yapılmış, araştırmacı katılımcılardan aldığı ve dijital ortama aktardığı veri toplama aracı-1'de yer alan, öğretmenlerin sorulara ilişkin açıklamalarını görüşme sırasında ekrana yansıtarak öğretmenlerin cevapları çerçevesinde ilave görüşme soruları da kullanarak görüşmeyi yapmıştır. Bu sorular konuya nasıl başladıkları, ders planı hazırlayıp hazırlamadıkları, kullandıkları materyaller ve konuyu işlerken yaşanan güçlüklerle ilişkindir.

Araştırmada diğer veri toplama yöntemi ise ders gözlemleridir. Katılımcılar arasından iki öğretmen araştırmacının derslerinde gözlem yapma talebini kabul etmişlerdir. Gerekli izinlerin alınmasının ardından araştırmacı katılımcı olmayan gözlemci sıfatıyla ders başlangıcında ders öğretmeniyle birlikte sınıfa gelerek en arka sırada oturmuş, dersin akışını gözlem notları alarak takip etmiştir. Dersin öğretmeni, öğrencilere derslerinin bir araştırma konusu kapsamında araştırmacı tarafından

incelendiğini söylemiştir. Araştırmacının gözlem yapılan derslerin yapıldığı okulun bir öğretmeni olması ve öğrencilerin araştırmacıyı tanımaları, araştırmacıya aşina oluşları dersin doğal akışının bozulmasını engellemiştir. Araştırmacının da öğretmen olması ve aynı saatlere denk gelen dersler nedeniyle gözlemler art arda her matematik dersinde yapılamamıştır. Araştırma için yapılan ders gözlemleri Ö1 öğretmenin 12 ders saatinde ve Ö2 öğretmenin 5 ders saatinde olmak üzere toplam 17 ders saati sürmüştür. Ders gözlemleri sırasında araştırmacı öğretmenlerin konuyu anlatırken ki açıklamalarını not almış ve ders sırasında tahtaya yazdıkları ders notlarının öğrenci defterinden fotoğraflarını çekmiştir. Böylece gözlemlere ilişkin ders notları ve öğretmen açıklamalarıyla birlikte veriler elde edilmiştir.

3.5. Katılımcılar

Araştırmaya katılacak öğretmenler amaçlı örnekleme yöntemlerinden olan kolay ulaşılabilir örnekleme ve ölçüt örnekleme yöntemi beraber kullanılarak belirlenmiştir. Çalışmanın amacı doğrultusunda kareköklü ifadeler konusuna ilişkin öğretimsel açıklamalara erişebilmek için araştırma katılımcılarının en az bir eğitim öğretim yılı sekizinci sınıflarda ders vermiş olması, kareköklü ifadeler konusunu anlatmış olmaları gerekmektedir. Katılımcılar bu ölçüt doğrultusunda belirlenmiştir. Kolay ulaşılabilir yani uygun örneklemede ise araştırmanın hızlı ve pratik olarak yürütülebilmesi ve araştırmacının da bir öğretmen olması dolayısıyla görev yaptığı okuldaki işleyişi aksatmayacak şekilde verileri toplayabilmesi için elverişli olduğundan tercih edilmiştir. Bu doğrultuda İstanbul Valiliği ve İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden araştırma için gerekli izinlerin alınmasının ardından araştırmacı tarafından İstanbul'un Anadolu Yakası'nda bulunan okullarda görev yapan ortaokul matematik öğretmenlerine ulaşılmış ve en az bir eğitim öğretim yılı sekizinci sınıflarda ders vermiş gönüllü 71 ortaokul matematik öğretmenine veri toplama aracı-1 ulaştırılmıştır. Araştırmacının da öğretmen olması ve görev yaptığı okuldaki ders yükünün yoğunluğu nedeniyle, araştırmacı bazı okullara bizzat giderek bazı okullara ise okul matematik zümre başkanları aracılığıyla veri toplama aracı-1'i ulaştırmıştır. Elde edilen veri toplama aracı-1'lerdeki öğretimsel açıklamalar analiz edilirken bazı formlarda sayfaların eksik olduğu, bazılarında ise cevaplanmamış soruların bırakılmasından ötürü 5 tanesi analiz dışı bırakılmış ve 38 öğretmenin veri toplama aracı-1'de yer alan öğretimsel açıklamaları incelenmiştir. Araştırmacı her bir katılımcıdan aldığı veri

toplama aracı-1'i, katılımcıların kimliğini gizli tutmak adına Ö1, Ö2, Ö3... şeklinde numaralandırılmış ve taratarak dijital ortama aktarmıştır. Araştırmaya katılan 38 öğretmene ait bilgiler Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3

Katılımcıların Demografik Özellikleri

Öğretmen	Cinsiyet	Lisans Mezuniyeti	Eğitim Düzeyi	Mesleki Tecrübe Yılı	Görev Yaptığı Okul Türü
Ö1	Erkek	Eğitim Fakültesi	Lisans	11-15	İmam Hatip Ortaokulu
Ö2	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	6-10	İmam Hatip Ortaokulu
Ö3	Erkek	Eğitim Fakültesi	Lisans	6-10	Ortaokul
Ö4	Erkek	Eğitim Fakültesi	Lisans	6-10	Ortaokul
Ö5	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	16-20	Ortaokul
Ö6	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	6-10	Ortaokul
Ö7	Erkek	Eğitim Fakültesi	Lisans	6-10	Ortaokul
Ö8	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	6-10	Ortaokul
Ö9	Kadın	Fen Edebiyat Fakültesi	Lisans	1-5	Ortaokul
Ö10	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	1-5	Ortaokul
Ö11	Erkek	Eğitim Fakültesi	Lisans	1-5	Ortaokul
Ö12	Erkek	Eğitim Fakültesi	Lisans	16-20	Ortaokul
Ö13	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	16-20	İmam Hatip Ortaokulu

Ö14	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	1-5	Ortaokul
Ö15	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	11-15	İmam Hatip Ortaokulu
Ö16	Erkek	Eğitim Fakültesi	Lisans	11-15	İmam Hatip Ortaokulu
Ö17	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	11-15	İmam Hatip Ortaokulu
Ö18	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	6-10	Ortaokul
Ö19	Erkek	Eğitim Fakültesi	Lisans	21-25	İmam Hatip Ortaokulu
Ö20	Erkek	Eğitim Fakültesi	Lisans	16-20	İmam Hatip Ortaokulu
Ö21	Erkek	Eğitim Fakültesi	Lisans	11-15	Ortaokul
Ö22	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	11-15	Ortaokul
Ö23	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	6-10	Ortaokul
Ö24	Kadın	Eğitim Fakültesi	Yüksek Lisans	11-15	Ortaokul
Ö25	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	11-15	Ortaokul
Ö26	Kadın	Eğitim Fakültesi	Yüksek Lisans	6-10	Ortaokul
Ö27	Erkek	Eğitim Fakültesi	Yüksek Lisans	16-20	İmam Hatip Ortaokulu
Ö28	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	6-10	İmam Hatip Ortaokulu

Ö29	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	11-15	Ortaokul
Ö30	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	6-10	Ortaokul
Ö31	Erkek	Eğitim Fakültesi	Lisans	6-10	Ortaokul
Ö32	Kadın	Eğitim Fakültesi	Lisans	6-10	Ortaokul
Ö33	Kadın	Fen Edebiyat Fakültesi	Yüksek Lisans	21-25	Ortaokul
Ö34	Kadın	Fen Edebiyat Fakültesi	Lisans	6-10	Ortaokul
Ö35	Erkek	Eğitim Fakültesi	Lisans	6-10	Ortaokul
Ö36	Erkek	Fen Edebiyat Fakültesi	Lisans	21-25	Ortaokul
Ö37	Erkek	Eğitim Fakültesi	Yüksek Lisans	16-20	İmam Hatip Ortaokulu
Ö38	Erkek	Eğitim Fakültesi	Lisans	1-5	Ortaokul

Çalışmanın katılımcıları 16 erkek ve 22 kadın olmak üzere toplam 38 ortaokul matematik öğretmenidir. Matematik öğretmenlerinin beş tanesi 1-5, 15 tanesi 6-10, dokuz tanesi 11-15, altı tanesi 16-20 ve üç tanesi 21-25 mesleki kıdem yıllarına sahiptirler. Katılımcı öğretmenlerin 34 tanesi eğitim fakültesi mezunu iken, dört öğretmen fen edebiyat fakültesinden mezun olmuştur. Katılımcı öğretmenlerin tümü resmi ortaokul ve imam hatip ortaokullarında görev yapmaktadırlar.

3.6. Verilerin Analiz Edilmesi

Bu bölümde çalışmada elde edilen verilerin analiz süreçlerine ilişkin bilgiler yer almaktadır. Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü ifadeler konusuna ilişkin öğretimsel açıklamalarının belirlenmesi amacıyla yürütülen çalışma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak desenlenmiştir. Durum çalışmasında bir olayın veya durumun ortaya konulması, detaylı ve derinlemesine incelenmesi (Büyüköztürk ve ark., 2021; Creswell, 2013; Yıldırım ve Şimşek, 2008; Yin, 2017)

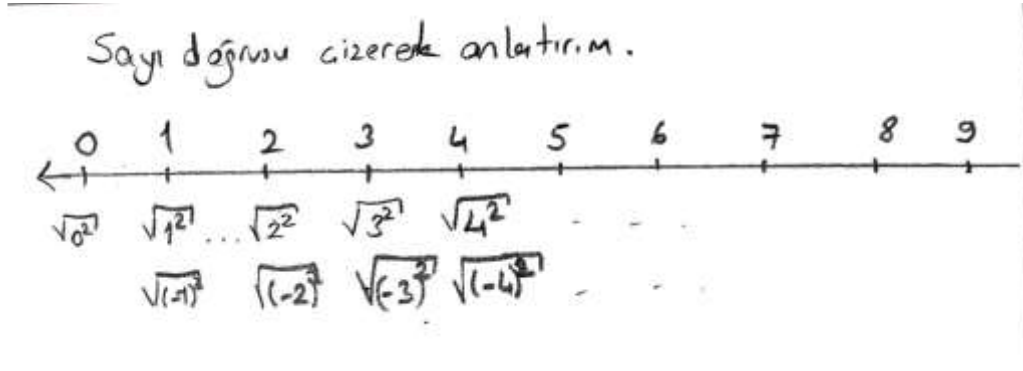
amaçlandığından, çalışmada veriler üç aşamada toplanarak, araştırmanın durumunu oluşturan kareköklü ifadelerin nasıl anlatıldığı konusuna ilişkin çok boyutlu veriler elde edilmeye çalışılmıştır. Birinci aşamada araştırmacı tarafından geliştirilen ve uzman görüşünün alınması ve pilot uygulamanın yapılmasının ardından son şekli verilen veri toplama aracı-1 hazırlanmış ve veri toplama aracı-1 ile 38 ortaokul matematik öğretmeninin kareköklü ifadeler konusunu öğrencilere anlatırken kullandıkları açıklamalar tespit edilmeye çalışılmıştır. Veri toplamanın ikinci aşaması katılımcı öğretmenlerden gönüllü iki tanesiyle veri toplama aracı-1'deki açıklamaları çerçevesinde detaylı görüşmelerin yapılmasıdır. Verilerin toplanmasının son aşamasında ise, araştırmacı tarafından katılımcılardan iki öğretmenin derslerinde gözlem yapılarak veriler elde edilmeye çalışılmıştır. Bu aşamaların sonunda elde edilen veriler öğretimsel açıklama olarak değerlendirilmiş ve veriler betimsel analiz ile incelenmiştir. Betimsel analizde amaç çalışmada elde edilen verilerin düzenli bir şekilde sınıflandırılması ve yorumlanmasıdır (Creswell, 2013; Miles ve Huberman, 2015).

3.6.1. Veri Toplama Aracı-1'deki Sorulara Verilen Yanıtların Analiz Edilmesi

Çalışmanın ilk aşaması olan veri toplama aracı-1'deki soruların matematik öğretmenleri tarafından yanıtlanmasının ardından elde edilen öğretimsel açıklamalar, Alkan (2016) tarafından geliştirilen öğretimsel açıklama boyutları ve alt kategorileri kullanılarak betimsel analize tabi tutulmuştur. Alkan tezinde Kinach anlama düzeylerini öğretimsel açıklama boyutları olarak değerlendirmiş ve her boyutu kendi içerisinde detaylandırarak alt kategoriler belirlemiştir. Bu detaylı tablo, çalışmada elde edilen öğretimsel açıklamaların analizinde kullanılmıştır. Örneğin katılımcı Ö2 veri toplama aracı-1'de yer alan tam kare kavramını öğrencilerinize nasıl anlatırdınız sorusuna aşağıdaki yanıtı vermiştir.

Tam kare kareköklü bir doğal sayı olan tam sayılara denir. Kendisiyle çarpılan doğal sayıların sonucu tam karedir.
Örneğin 0, 1, 4, 9, 16 - - -

Katılımcılardan Ö15 ise aynı soruya aşağıdaki açıklamayı yapmıştır:



Veri toplama aracı-1'deki her bir soruya verilen yanıtların incelenmesinin ardından toplam 380 yanıt elde edilmiş, bunların 11 tanesinin hatalı olduğu belirlenmiştir. Kalan 369 açıklamanın öğretimsel açıklama boyutları ve alt kategorilerine (Alkan, 2016) göre dağılımı betimsel analiz ile yapılmıştır. Analiz sonucunda 369 açıklamanın, 245 tanesinin işlemsel boyutta, 114 tanesinin açıklayıcı boyutta, dokuz tanesinin problem çözme boyutunda, bir açıklamanın da epistemik boyutta yer aldığı değerlendirilmiştir.

Betimsel analizler çalışmayı yürüten araştırmacı dışında, daha önce öğretimsel açıklamalar hakkında çalışma yapmış başka bir araştırmacı tarafından da yapılmıştır. Çalışmanın araştırmacısı ve ikinci araştırmacının betimsel analizleri arasında Miles ve Huberman'ın (2015) önerdiği $\text{güvenirlilik} = \frac{\text{görüş birliği}}{(\text{görüş birliği} + \text{görüş ayrılığı})}$ formülü kullanılarak %94 uyum sağlandığı görülmüştür. Araştırmanın güvenilir kabul edilebilmesi için bu oranın %70'in üzerinde olması yeterli olduğundan (Miles ve Huberman, 2015) çalışmanın güvenilir olduğu kabul edilmektedir. Farklı görüş ortaya çıkan öğretimsel açıklamalar üzerinde iki araştırmacı birlikte değerlendirme yaparak görüş birliğine varmıştır.

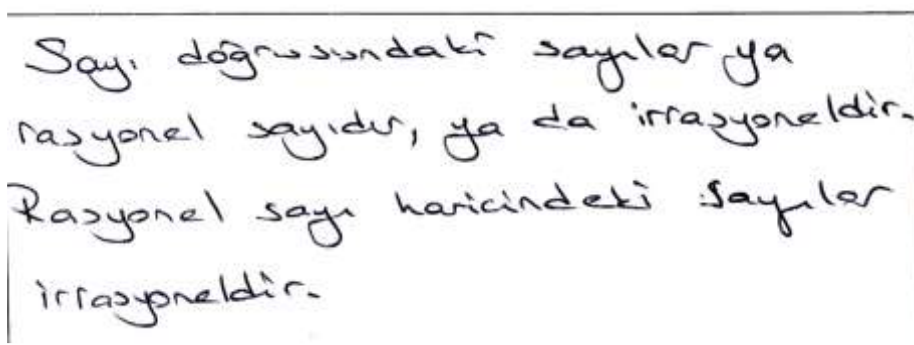
3.6.2. Görüşmelerden Elde Edilen Verilerin Analiz Edilmesi

Çalışmanın verileri toplanırken veri toplama aracı-1'de yer alan kareköklü ifadelerle ilişkin açık uçlu sorular çerçevesinde yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmeler için araştırmaya katılan ve verileri analiz edilen 38 katılımcıdan 12 tanesine e-posta aracılığıyla ulaşılmış, veri toplama aracı-1'deki cevapları etrafında görüşme yapma talebi iletilmiş ve dört katılımcıdan olumlu dönüş alınmıştır. Ancak görüşme için olumlu yanıt veren dört katılımcıdan ikisi daha sonra yoğunlukları sebebiyle vakit ayıramayacaklarını ifade etmiş kalan iki gönüllü öğretmen ile görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler Ö18 ve Ö26 olarak kodlanan öğretmenlerle video

konferans uygulaması aracılığıyla ayrı ayrı yapılmıştır. Görüşmeye başlarken katılımcılara ders işleme süreçlerine ilişkin *konuya nasıl başlarsınız? Ders esnasında kullandığınız kaynak ya da materyalleriniz var mı? Ders planı hazırlıyor musunuz soruları* sorulmuştur.

Görüşmenin sonunda araştırmacı tarafından *kareköklü ifadeler konusunu derslerinizde işlerken yaşadığınız zorluklar var mı?* sorusu katılımcılara yöneltilmiştir.

Görüşmeler sırasında katılımcıların onayıyla ses kayıtları alınmış, bu kayıtlar metne dönüştürülmüş ve her bir soru için yaptıkları açıklamalar öğretimsel açıklama boyutları ve kategorileri (Alkan, 2016) kullanılarak betimsel analiz ile incelenmiştir. Ö18 öğretmenin veri toplama aracı-1’de yedinci soru olarak yer alan *İrrasyonel sayı kavramını öğrencilerinize anlatacağınızı varsayın. Ne tür bir öğretim süreci yürüttürdünüz, açıklayınız* sorusuna ilişkin cevabı ve açıklaması örnek olarak aşağıda sunulmuştur.



Sayı doğrusundaki sayılar ya rasyonel sayıdır, ya da irrasyoneldir. Rasyonel sayı haricindeki sayılar irrasyoneldir.

Ö18 öğretmenin veri toplama setindeki yedinci soruya cevabı

Ö18 öğretmenin görüşme sırasında yedinci soruya ilişkin açıklaması ise şöyle:

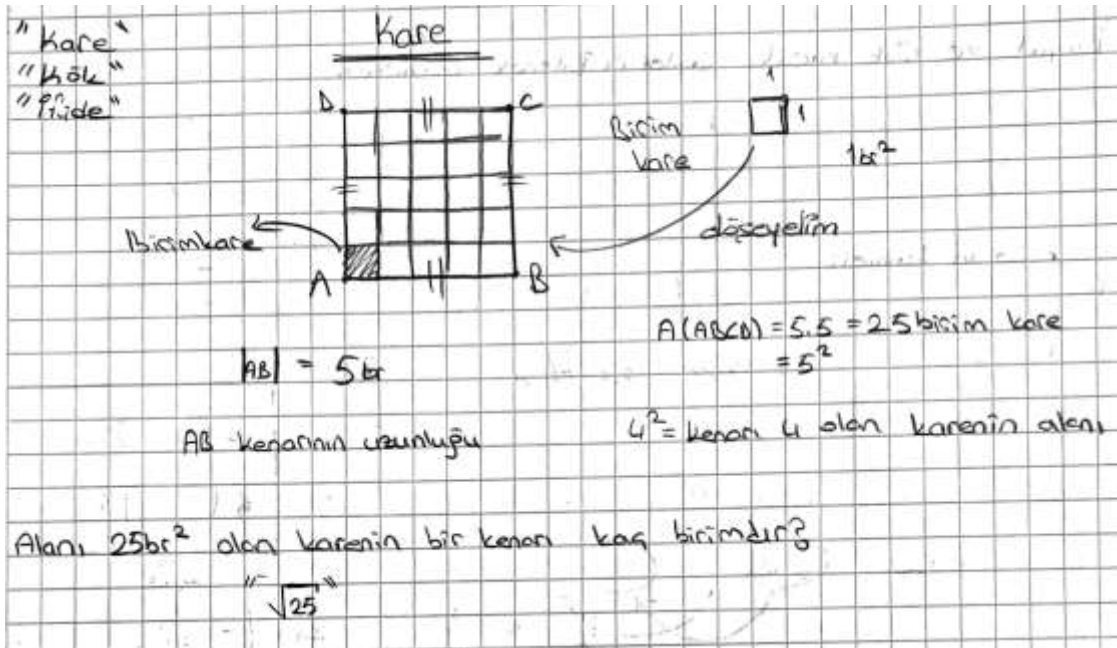
“... öğrencilerin anlamadığını düşünüyorum ya bir sayının hem doğal hem tam hem rasyonel olması çocuklara çok anlamlı gelmiyor o yüzden ben de sorulara cevap verebilecekleri kadar anlatıyorum rasyonel bulun diyorum rasyonel dışındakilerin hepsi irrasyoneldir yani rasyonel olmayan tabii burada çocuklar rasyonel sayı deyince sadece kesirler konusunu düşünüyorlar, ondalık sayı görünce örneğin bunu hemen irrasyonel diyebiliyorlar rasyonel yazılmadığı için...”

Ö18 ve Ö26 öğretmen ile yapılan görüşmelerden elde edilen 20 öğretimsel açıklamanın öğretimsel açıklama boyutları ve kategorileri (Alkan, 2016) kullanılarak betimsel analizi hem araştırmacı hem de ikinci araştırmacı tarafından yapılmış ve analizler arasında %100 uyum sağlandığı görülmüştür.

3.6.3. Ders Gözlemlerinden Elde Edilen Verilerin Analiz Edilmesi

Çalışmanın verileri toplanırken son aşamada ders gözlemleri yapılmıştır. Katılımcı öğretmenlerden Ö1 ve Ö2 araştırmacı ile aynı okulda görev yapmaktadırlar. Araştırmacı katılımcı olmayan gözlemci sıfatıyla her iki öğretmenin de derslerinde yer almış ve gözlem notları alarak dersleri takip etmiştir. Gözlemler sonrasında öğretmenler odasında kısa görüşmeler yapılmıştır. Gözlemler Ö1 öğretmenin 12 dersinde, Ö2 öğretmenin beş dersinde olmak üzere toplam 17 ders saati sürmüştür. Elde edilen gözlem notlarının ve öğretmenin dersi esnasında tahtaya yazdığı içeriğin, çözdüğü sorulara ilişkin açıklamalarının bir araya getirilmesiyle elde edilen öğretimsel açıklamaların; öğretimsel açıklama boyutlarına ve alt kategorilerine (Alkan, 2016) göre betimsel analizi yapılmıştır.

Ö1 öğretmenin kareköklü ifadeler konusuna başlarken tahtaya yazdığı ders notları ve bu sırada sınıfa yaptığı açıklamaların analizi örnek olarak aşağıda sunulmuştur.



Ö1 öğretmenin konu anlatımı açıklamaları

Ö1 öğretmen konuya başlarken şu açıklamayı yapmıştır;

... "kare" ve "kök" kelimelerine baktığımızda kare kelimesinin geometrik şekillerden olan kareyi, kök kelimesinin de 7.sınıf denklem çözme konusunda da yer verdiğimiz denklemin kökü, yani bir şeydeki bilinmeyeni,

arananı bulmak olduğunu düşünebiliriz. O halde bu konuda kareye ilişkin bir şeyleri bulacağımızı söyleyebiliriz. Şimdi size alanı 25 br^2 olan bir kareden söz etsem ve defterinize çizmenizi istesem nasıl bir kare çizerdiniz, bu karenin kenarı kaç birim olurdu? İşte bugün bu sorunun cevabını arayacağız, yani alanı 25 br^2 olan karenin bir kenar uzunluğu kaç birimdir? Bunu yaparken de çok havalı bir simge kullanacağız ve bu simge bize hep bir soru soracak, içerideki sayı karenin alanıysa, bu karenin bir kenarı ne kadardır?”

Ö1 ve Ö2 öğretmenin derslerinde yapılan gözlemler neticesinde toplam 64 öğretimsel açıklama tespit edilerek betimsel analizleri yapılmış ve aynı veriler çalışmanın güvenilirliği için ikinci bir araştırmacı tarafından da analiz edilmiştir. Her iki analiz sonucunda ortaya çıkan görüşler arasında Miles ve Huberman'ın (2015) önerdiği güvenilirlik= görüş birliği/(görüş birliği + görüş ayrılığı) formülü kullanılarak %92 uyum sağlandığı görülmüştür. Araştırmanın güvenilir kabul edilebilmesi için bu oranın %70'in üzerinde olması yeterli olduğundan (Miles, Huberman, 2015) çalışmanın güvenilir olduğu kabul edilmektedir. Farklı görüş ortaya çıkan öğretimsel açıklamalar üzerinde iki araştırmacı birlikte değerlendirme yaparak görüş birliğine varmıştır.

3.7. Geçerlik ve Güvenirlik

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenilirlik kavramları yerine Lincoln ve Guba (1986) tarafından ortaya konulan dört kriter ve bu kriterleri sağlamak için çalışmada yapılanlar aşağıda verilmiştir. Bu dört kriter, nitel araştırmaları değerlendirmek için kullanılır.

1. İnandırıcılık (İç Geçerlik): Nitel araştırmalarda inandırıcılık, araştırmanın katılımcılar ve araştırmacılar arasındaki ilişkiyi ve bulguların gerçekliğini nasıl yansıttığını ifade etmektedir. Araştırmanın iç geçerliliği, verilerin doğru bir şekilde yorumlandığı ve araştırmada sunulan görüşlerin, deneyimlerin ve perspektiflerin güvenilir olduğu anlamına gelmektedir. Araştırmaya katılımın gönüllü olması ve üç farklı yöntemle verilerin toplanması araştırmanın inandırıcılığını sağlama çalışmalarıdır.
2. Aktarılabirlik (Dış Geçerlik, Genelleme): Nitel araştırmalarda aktarılabirlik, elde edilen bulguların başka bağlamlara veya durumlara uygulanabilirliğini

ifade eder. Araştırmada elde edilen veriler herhangi bir yorum katılmadan, ekleme veya çıkarma yapılmadan olduğu gibi okuyucuya sunulmuştur.

3. Tutarlık (İç Güvenirlik): Nitel araştırmalarda tutarlık, araştırmanın güvenilirliğini ifade eder. Araştırmanın iç güvenirliliği, elde edilen verilerin, analizlerin ve yorumların tutarlı olduğunu ve araştırma sürecinin güvenilir olduğunu gösterir. Araştırma sürecinde üç farklı yöntemle veriler toplanmış, veri toplama aracı-1’de yer alan açıklamalar mülakat ve ders gözlemleriyle desteklenerek araştırmanın tutarlılığı sağlanmaya çalışılmıştır.
4. Teyit Edilebilirlik (Dış Güvenirlik): Nitel araştırmalarda teyit edilebilirlik, araştırmanın sonuçlarının ve yorumlarının dışarıdan bir gözlemci tarafından doğrulanabilirliğini ifade eder. Araştırmanın dış güvenirliliği için verilerin analizi ikinci bir kodlayıcı tarafından da yapılmış ve ortaya çıkan görüşler arasında Miles ve Huberman'ın (2015) önerdiği güvenirlilik= (görüş birliği/görüş birliği + görüş ayrılığı) formülü kullanılarak araştırmanın güvenirliliği sağlanmaya çalışılmıştır.

Lincoln ve Guba (1986) tarafından önerilen bu dört kriter, nitel araştırmaların geçerliğini ve güvenirliliğini değerlendirmek için önemli bir çerçeve sunmaktadır. Bu kriterler, nitel araştırma çalışmalarının temel değerlendirme noktalarını belirlemek için kullanılmaktadır.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde çalışma kapsamında toplanan verilerin analizinden elde edilen bulgular üç ayrı başlık altında sunulmuştur.

4.1. Veri Toplama Aracı-1'deki Sorulara Verilen Yanıtlara İlişkin Bulgular

Veri toplama aracı-1'de yer alan sorulara verilen yanıtların öğretimsel açıklama boyutlarına göre analizinden elde edilen dağılım Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4

Veri Toplama Aracı-1'deki Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları

Öğretimsel Açıklama Boyutları	1. soru	2. soru	3. soru	4. soru	5. soru	6. soru	7. soru	8. soru	9. soru	10. soru	Top.
İşlemsel Boyut	11	29	24	29	28	25	22	23	25	29	245
Açıklayıcı Boyut	20	7	14	9	9	12	16	7	12	8	114
Problem Çözme Boyutu	6	-	-	-	1	1	-	-	-	1	9
Epistemik Boyut	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
Hatalı Çözüm	-	2	-	-	-	-	-	8	1	-	11

4.1.2. Birinciye Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracı-1'deki birinci soru aşağıda yer almaktadır.

“Tam kare kavramını öğrencilerinize anlatırken ne tür bir öğretim süreci yürüttürdünüz, açıklayınız.”

Katılımcı öğretmenlerden alınan yanıtlar analiz edildiğinde; açıklamaların işlemsel boyutta İB1 kategorisinde, açıklayıcı boyutta AB1 kategorisinde, problem çözme boyutunda PB2 kategorisinde ve epistemik boyutta EB1 kategorisinde yer aldıkları söylenebilir. Dağılım Tablo 5'te gösterilmiştir.

Tablo 5

Birinci Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları

	İşlemsel Boyut	Açıklayıcı Boyut	Problem Çözme Boyutu	Epistemik Boyut
1. Soru	11	20	6	1

İşlemsel boyutta İB1 kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö2 ve Ö29 öğretmenin açıklamaları aşağıda verilmiştir. Açıklamalarda tam kare kavramının yalnızca tanımına yer verildiği, tanımın açıklamasının yapılmadığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamalar İB1 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 2

Ö2 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB1)

Tam kare karebölücü bir doğal sayı olan tam sayılara denir. Kendisiyle çarpılan doğal sayıların sonucu tam karedir.
Örneğin: 0, 1, 4, 9, 16 - - -

Şekil 3

Ö29 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB1)

Karelik işlemlerden oluşan sıfır sayılara tam kare sayılar denir.

Açıklayıcı boyutta AB1 kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö1, Ö15, Ö20 ve Ö29 öğretmenin açıklamaları aşağıda verilmiştir. Açıklamalarda tam kare kavramının karenin alanıyla ilişkilendirildiği, birim kareler kullanılarak karesel bölgeler oluşturulduğu, bir doğal sayının karesi olmasından söz edildiği, sayı doğrusu çizilerek görsel öğelerden faydalandığı görülmektedir. Tanım açıklanmış ve şekillere yer verilmiştir. Bu nedenle açıklamaların AB1 kategorisinde olduğu söylenebilir.

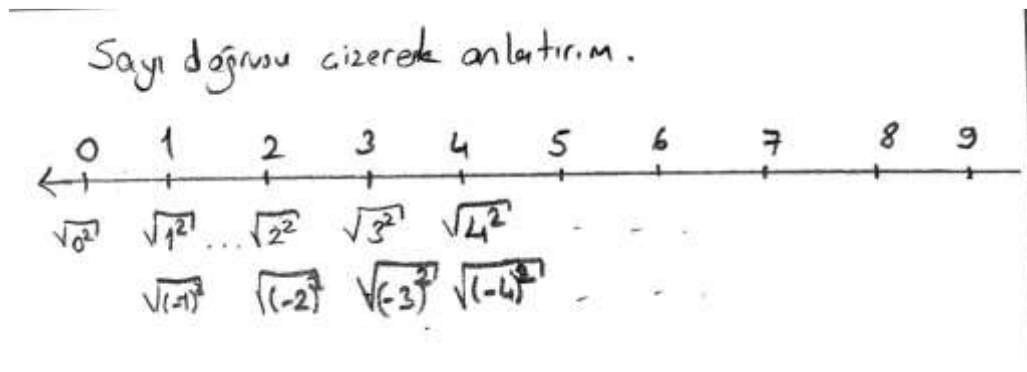
Şekil 4

Ö1 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB1)

Kare: defterde birim kareleri kullanarak eşitli sayılarda: (10, 15, 16, 25, 36) gibi birim karelerin birleşiminin eşitli düzlemlerle bir kare oluşturabileceğini sorulara başlıyorum. Tam bir kare oluşturabildikleri sayıların tam kare olduğunu belirttikçe tanımlanmaya geçirim.

Şekil 5

Ö15 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB1)



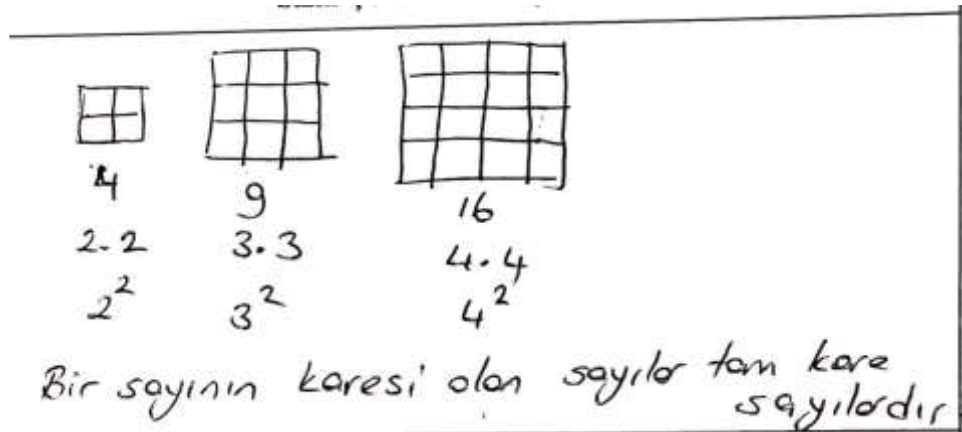
Şekil 6

Ö20 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB1)

- ① Kenar uzunlukları verilmiş farklı karelerin alanlarının hesabını yaptırırım.
- ② Ortaya çıkan bu alanların karelerin alanları olmasının yanında kenar uzunluğunun karesi olduğunu ve bu sayının tam kare bir sayı olduğunu belirtirim.
- ③ 1 den 30'a kadar olan pozitif sayıların karelerini aldirip tam karelerini bulmalarını isterim.

Şekil 7

Ö22 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB1)



Problem çözme boyutunda PB2 kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö17 ve Ö28 öğretmenin açıklamaları aşağıda verilmiştir. Açıklamalarda tam kare kavramının anlamının bir problem durumu içinde yer aldığı, materyal ile bir problem sunulduğu ve sorular sorarak kavramın anlamına erişilmesi amaçlandığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların PB2 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 8

Ö17 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (PB2)

Birim kare birimindeki legoları kullanarak faydalı oluyor:
 3 legoyu birleştirip kare yapabilir misin?
 4 legoyu birleştirip kare yapabilir misin? gibi
 serilerine seridip, kare oluşturduğunuz sayının bir tane sayının karesi olduğu sonucuna varmaya çalışırım.

Şekil 9

Ö24 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (PB2)

Aşağıdaki karelerin kenar uzunlukları verilmiştir. Birer kenarlarını bulunuz-

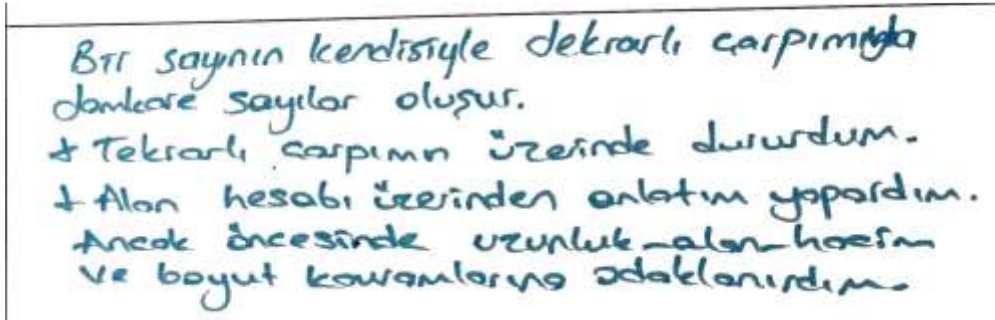
9 16 25

① Karelerin kenar uzunlukları nedir?
 ② Karelerin kenar uzunluklarını bulurken nasıl bir yöntem kullandınız?
 ③ Bu şekilde bir doğal sayının karesi olan sayılarla ilişkilenebilir mi?

Epistemik boyutta EB1 kategorisinde açıklama yapan Ö14 öğretmenin açıklaması aşağıda verilmiştir. Ö14 öğretmenin uzunluk-alan-hacim ve boyut kavramlarına odaklanacağını ifade ettiği, alan hesabı ve tekrarlı çarpımdan hareket ettiği, matematiksel bilginin nereden geldiğini açıklamaya çalıştığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların EB1 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 10

Ö14 Öğretmenin Birinci Soruya İlişkin Açıklamaları (EB1)



4.1.2. İkinci Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracı-1'deki ikinci soru aşağıda yer almaktadır.

$\sqrt{(-6)^2}$ ifadesinin sonucu için öğrencilerinize nasıl açıklama yaptınız?

Katılımcılardan alınan yanıtların analizi Tablo 6'da verilmiştir. Öğretimsel açıklamaların işlemsel boyutta ve İB2 ile İB3 alt kategorilerinde ve açıklayıcı boyutta AB2 alt kategorisinde kümелendiği görülmektedir. İki katılımcının ise soruyu negatif kök ile yanıtladığı dolayısıyla hatalı cevap verdiği görülmektedir.

Tablo 6

İkinci Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları

	İşlemsel Boyut	Açıklayıcı Boyut	Problem Çözme Boyutu	Epistemik Boyut	Hatalı
2. Soru	29	7	-	-	2

İşlemsel boyutta ve İB2 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö5, Ö8 ve Ö15 öğretmenin yanıtları aşağıda verilmiştir. Karekök dışına çıkma işleminde mutlak değer kullanılmış, karekökün içinin pozitif olduğu işlemle gösterilmiş, yanıtlarda

yalnız kural ve işlemlere yer verilmiştir. Bu nedenle açıklamaların İB2 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 11

Ö5 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

$\sqrt{(-6)^2}$ ifadesinde 2 ile $\sqrt$ işaretinin birbirini yok ettiğini ve içerideki ifadenin mutlak değeri ile karekök dışına çıktığını açıklıyorum.

$$\sqrt{(-6)^2} = |-6| = 6$$

Şekil 12

Ö8 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

$$\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{(-6) \cdot (-6)} = \sqrt{36} = 6$$

Şekil 13

Ö15 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

$$\sqrt{(-6)^2} = |-6| = +6$$

yada

$$\sqrt{(-6) \cdot (-6)} = \sqrt{36} = 6$$

İşlemsel boyutta İB3 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö3, Ö9 ve Ö20 öğretmenin yanıtları aşağıda verilmiştir. Açıklamalarda yöntemin uygulanışı

gösterilmiş, işlem adımlarına vurgu yapılmıştır. Bu nedenle açıklamaların İB3 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 14

Ö3 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)

$$\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{(-6) \cdot (-6)} = \sqrt{36} = 6$$

Önce üstü ifadenin sonucunu bulurum daha sonra kareköklü ifadenin içindeki sayıya karekök alma işlemi uygularım. Karekök alma işleminde "Hangi sayının kendisi ile çarpımı 36'dır" sorusunu sorarak cevabın 6 olduğunu açıklarım.

Şekil 15

Ö9 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)

Önce tabloya $(-6)^2$ zini yazar
 $(-6) \cdot (-6) = \text{negatif} \times \text{negatif} \text{ pozitifdir.}$
 $6 \cdot 6 = 36$ dir cevap $\frac{36}{2}$.
 Daha sonra $\sqrt{(-6)^2}$ yazar. $(-6)^2$ yi siler
 36 yazar $\sqrt{36} = 6$ ya ulaşırlar.

Şekil 16

Ö20 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)

① Burada öğrencinin "mutlak değer" kavramını hatırlanması sağlanır.
 ② Sorunun cevabını iki türlü yaptırırım.
 a) Önce mutlak değer olacak şekilde gösteren sayının karekökünü aldırırım.
 b) Diğer kısım olarak $(-6)^2$ ni buldurup daha sonra 36 sayısının karekökünü tanı kare bilgisinden çözülür.

Açıklayıcı boyutta ve AB2 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö1, Ö14 ve Ö33 öğretmenin açıklamaları aşağıda verilmiştir. Açıklamalarda karekök alma işleminin karenin alanından kenar uzunluğuna geçiş olduğu belirtilmiş, uzunluğun negatif değer alamayacağı açıklanmıştır. Bu nedenle açıklamaların AB2 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 17

Ö1 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2)

Ortadaki dikeyde karekök işlemi, alan verilen karenin bir kenar uzunluğunu belirlemek olarak tanımlandığından, $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36}$ şeklinde istediğimiz buldurup, sera alanı 36 bir^2 olan karenin kenar uzunluğu kaç olabilir sorusunun cevabını buldururum, karekök tanımlı geometrik olarak belirtildiğinden, kenar uzunluklarının negatif alamayacağına aşık olmak, neden ~~bu~~ işlemin sonucunun (-6) alamayacağına fark ederim.

Şekil 18

Ö14 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2)

$\sqrt{(-6)^2} = |-6| = 6$
Uzunluk kavramı negatif olmadığı için dam kare ifadelerin karekökleri dışarıya çıkarken her zaman pozitif olarak çıkarlar.

Şekil 19

Ö33 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2)

Karekök ve kare alma işlemlerinin birbirinin tersi olduğunu, kare ve karekök birbirini götürdüğünü pozitif işaretlerle gösteririm. Daha sonra bu soruyu yöneltir. Cevabı sorarım. Öncesinde karekökün işinin asla negatif olamayacağı bilgisini verdiğim için bu soruda kare alma işleminin önce yapılması gerektiğini, ilerideki negatif sayının pozitive döndüğünü forklotmelerini beklerim.

Ö10 ve Ö24 öğretmen karekökün sonucunun negatif bir sayı da olabileceğini ifade etmişlerdir. Bu nedenle çözümleri hatalı olarak değerlendirilmiştir.

Şekil 20

Ö10 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (Hatalı)

(-6) dir cevap. Karekök dışına pozitif kuvvetli sayı kendisi, pbi şıba.

Şekil 21

Ö24 Öğretmenin İkinci Soruya İlişkin Açıklamaları (Hatalı)

$\sqrt{(-6)^2} = |6| = \pm 6$
Karekök bir sayının neyin karesi olduğunu bulma işlemidir. ~~Ayrıca~~ Tüm sayıların karesi pozitif olduğundan karesi alınan sayı negatifte olabilir, pozitif de. O yüzden karekökü alınan sayının hangi negatif ve pozitif sayıların karesi olduğuna bakılmaktadır.

4.1.3. Üçüncü Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracı-1'deki üçüncü soru aşağıda yer almaktadır.

“Alanı $\sqrt{20} \text{ cm}^2$ olan dikdörtgenin kenar uzunlukları neler olabilir?

Açıklayınız.”

Katılımcı öğretmenlerin açıklamaları analiz edildiğinde; açıklamaların işlemsel boyutta ve İB2 ile İB3 alt kategorilerinde, açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisinde olduğu görülmektedir. Analiz sonuçları Tablo 7’de yer almaktadır.

Tablo 7

Üçüncü Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları

	İşlemsel Boyut	Açıklayıcı Boyut	Problem Çözme Boyutu	Epistemik Boyut
3. Soru	24	14	-	-

İşlemsel boyutta ve İB2 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö5 ve Ö21 öğretmenin açıklamaları aşağıda verilmiştir. Açıklamalarda $\sqrt{20}$ ’nin çarpanlarının doğrudan verildiği, işlem adımlarına vurgu yapıldığı, kareköklü ifadelerle çarpma işleminin özelliklerinden, aranan çarpanların kenar uzunluğunu ifade ettiğinden söz edilmediği görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların İB2 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 22

Ö5 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

Çarpanlar konusu ile ilişkilendirerek açıklıyorum.

20'nin çarpanlarını alıyorum → 1.20
2.10
4.5

Sonra da bu çarpanları kareköklü olarak yazıyorum → $\sqrt{1} \cdot \sqrt{20}$, $\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}$, $\sqrt{4} \cdot \sqrt{5}$

Karekök dışına çıkarttıkları çıkarıyorum → 1. $2\sqrt{5}$, $\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}$, 2. $\sqrt{5}$

Şekil 23

Ö21 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

Kesir uzunlukları a ve b birim olan
dikdörtgenin alanı $\sqrt{20}$ iken
 $a \cdot b$ çarpma sonucu $\sqrt{20}$ olmalıdır

İşlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö15, Ö16 ve Ö38 öğretmenin açıklamaları aşağıda verilmiştir. Açıklamalarda 20'nin asal çarpanlarına ayrıldığı, dikdörtgenin alan formülünün yer aldığı, yalnız işlem adımlarına yer verildiği görülmekte fakat tüm bu işlemlerin sebeplerinden söz edilmediği görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların İB3 kategorisinde olduğu söylenebilir.

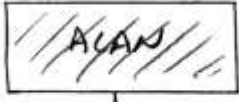
Şekil 24

Ö15 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 2} \\ 10 \overline{) 2} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 5}$$

$$= 2\sqrt{5}$$
dikdörtgenin alanı $= a \times b$


$$a = \sqrt{2} \text{ cm ise } b = \sqrt{10} \text{ cm} \dots 1. \text{ dikdörtgen}$$

$$a = \sqrt{4} \text{ cm ise } b = \sqrt{5} \text{ cm} \dots 2. \text{ dikdörtgen}$$

$$a = \sqrt{1} \text{ cm ise } b = \sqrt{20} \text{ cm} \dots 3. \text{ dikdörtgen}$$

Şekil 25

Ö16 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)



$$\sqrt{20}$$

$$\sqrt{20} \text{ nin çarpanlarını bulalım}$$

$$\begin{array}{l} \sqrt{1} \cdot \sqrt{20} \\ \sqrt{2} \cdot \sqrt{10} \\ \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} \end{array}$$
setinde

Şekil 26

Ö38 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)

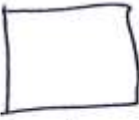
$$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

kenarlar 2, $\sqrt{5}$
1, $2\sqrt{5}$

Açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisinde yer alan açıklamalara örnek olarak Ö9, Ö17 ve Ö28 öğretmenin açıklamaları aşağıda verilmiştir. Açıklamalarda öğretmenlerin işlemlerin nedenlerine ve sonuçlarına ilişkin sorular sorduğu görülmektedir. Hem işlemlere hem de işlemlerin sebeplerine ve olabilecek diğer sonuçlara vurgu yapıldığından açıklamalar AB3 kategorisinde yer almaktadır.

Şekil 27

Ö9 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)

 Dikdörtgen çizelim bir kenar 1 olabilir mi? derim ardından 1 dursa diğer kenar ne olur derim. Aynı süreci 2, 3, 4, şeklinde devam ettirelim.

Şekil 28

Ö17 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)

Kısa ve uzun kenarın carpımının $\sqrt{20}$ olduğunu düşünürüz. Karışık içinde olduğunu bir karışık içinde iki sayının carpımı olarak düşünelim.

$\sqrt{4} \cdot \sqrt{5}$
 $\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}$
 $\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}$ gibi (20'nin carpımları)

Peki $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{40}$ olabilir mi? diye sorarım.

Bu şekilde sonuçla seçeneğe olduğunu hissettirmeyi isterim.

Şekil 29

Ö28 Öğretmenin Üçüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)

Soru-cevap yöntemi ile ilerlerim. Şimdi,
 1. Dikdörtgenin alanı nasıl bulurur?
 2 - 20'nin çarpakları nelerdir?
 3 - Çarpaklardan tanı kare olanların köken dışına
 aldığımızda a/b formatındaki kararlar nelerdir?
 4 - İlerleyişle kararlar neler olabilir?
 sorularını cevap aldıktan sonra sorarım.

4.1.4. Dördüncü Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracı-1'deki dördüncü soru aşağıda yer almaktadır.

“Sezen Hanım alanı 8 m^2 olan kare biçimindeki ipek duvar halısını duvara astırmak ve ardından da halının çevresine bir sıra ince çita çaktırmak istemektedir. Gerekli olan çita miktarını bulunuz.”

Katılımcı öğretmenlerin açıklamaları analiz edildiğinde; açıklamaların işlemsel boyutta ve İB2 ile İB3 alt kategorilerinde, açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisinde olduğu görülmektedir. Bulgular Tablo 8'de yer almaktadır.

Tablo 8

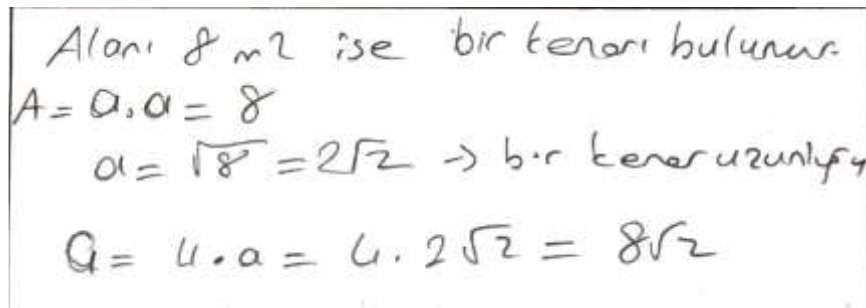
Dördüncü Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları

	İşlemsel Boyut	Açıklayıcı Boyut	Problem Çözme Boyutu	Epistemik Boyut
4. Soru	24	14	-	-

İşlemsel boyutta ve İB2 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö2 ve Ö11 öğretmeninin açıklamaları aşağıda verilmiştir. Açıklamalarda karenin çevre ve alan formüllerinin kullanıldığı, tam kare olmayan bir doğal sayının karekökünün alındığı görülmektedir. Formüllerin ve kuralların işlemleri yürütmek için adım adım açıklama yapılmadan kullanıldığı, hangi durumlarda geçerli olup olmadığı açıklamasının yer almadığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların İB2 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 30

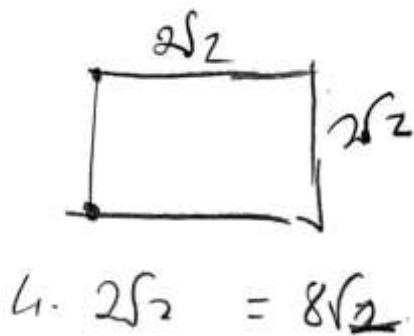
Ö2 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)



$$\begin{aligned} \text{Alanı } 8 \text{ m}^2 \text{ ise bir kenarı bulunur.} \\ A = a \cdot a = 8 \\ a = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \rightarrow \text{bir kenar uzunluğu} \\ Q = 4 \cdot a = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

Şekil 31

Ö11 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)



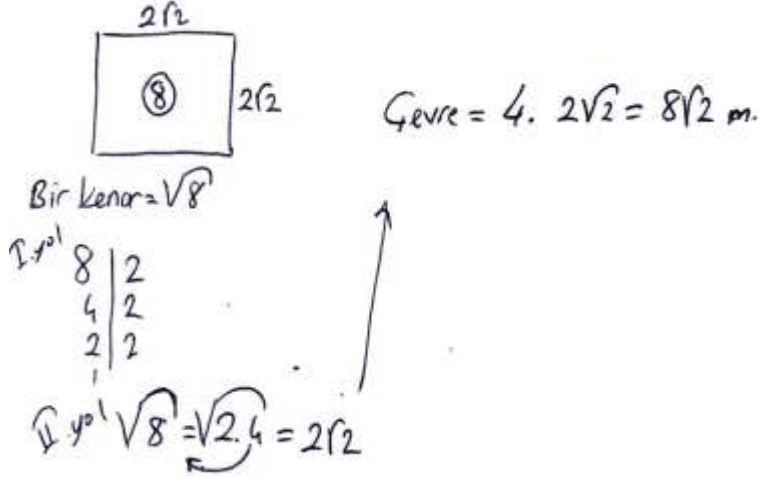
$$4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

İşlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö16 ve Ö35 öğretmeninin açıklamaları aşağıda verilmiştir. Açıklamalarda $\sqrt{8}$ işleminin asal çarpanlara ayırma algoritması ile, tam kare çarpan bulunarak çarpanlarına ayrılması işlemlerinin yapıldığı, bir doğal sayı ile kareköklü ifadenin çarpıldığı, işlem adımlarına

yer verilirken bu işlemlerin neden yapıldığının ise açıklanmadığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların İB3 kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Şekil 32

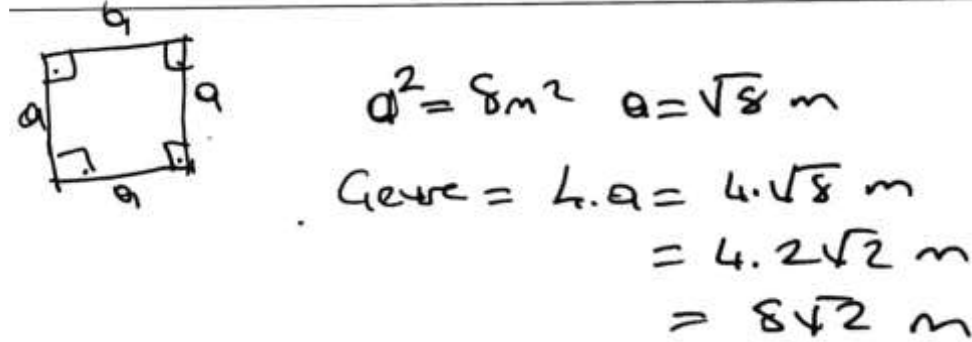
Ö16 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)



$2\sqrt{2}$
 $2\sqrt{2}$
 Bir kenar $= \sqrt{8}$
 $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$
 $\sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 4} = 2\sqrt{2}$
 $\text{Çevre} = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ m.}$

Şekil 33

Ö35 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)



$a^2 = 8 \text{ m}^2$ $a = \sqrt{8} \text{ m}$
 $\text{Çevre} = 4 \cdot a = 4 \cdot \sqrt{8} \text{ m}$
 $= 4 \cdot 2\sqrt{2} \text{ m}$
 $= 8\sqrt{2} \text{ m}$

Açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisinde yer alan açıklamalara örnek olarak Ö15, Ö17 ve Ö34 öğretmenin açıklamaları aşağıda verilmiştir. Açıklamalarda alandan kenar uzunluğuna geçiş yapabilmek için karekök alma işlemi yapıldığı, bu işlemin yapılışında asal çarpanlara ayırma algoritmasının, tam kare çarpan bulunmasının ve sayı doğrusunda yaklaşık yerinin ve değerinin tespit edilmesinin yer aldığı, önceki

bilgilerle ilişkilendirmelerin yapıldığı görülmektedir. Öğretmenlerin işlemleri yaparken bunların nedenlerini ve sonuçlarını açıkladığı, şekil, sayı doğrusu gibi görsel öğelerden yararlandığı bu açıklamaların AB3 kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Şekil 34

Ö15 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)

8 m² kare halının bir kenarını bulmak için kare kökünü alalım. $\sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = 2 \cdot \sqrt{2}$

$= 2\sqrt{2}$ karenin bir kenarı

$\approx 2,83$ m

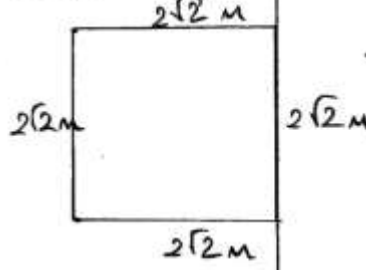
8 | 2
4 | 2
2 | 2
1

Hatırlatma
 $\sqrt{2}$ 'nin yaklaşık değeri 1,41'dir

$\leftarrow \frac{1}{\sqrt{1}} \frac{2}{\sqrt{4}} \rightarrow$

Gerekli olan a. t. $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ m

ya da $4 \cdot (2\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} \approx 11,31$ m



Şekil 35

Ö17 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)

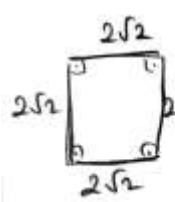
Öğrencinin
Alanı bilinen bir karenin bir kenarını kare kök
işlemi ile bulmayı bildiğini varsayıyorum.

Alanı 8 m² olan karenin bir kenar
2√2 uzunluğu 2√2 m'dir.

Karenin kenar özelliği neydi?
Tüm kenar uzunlukları birbirine eşit.

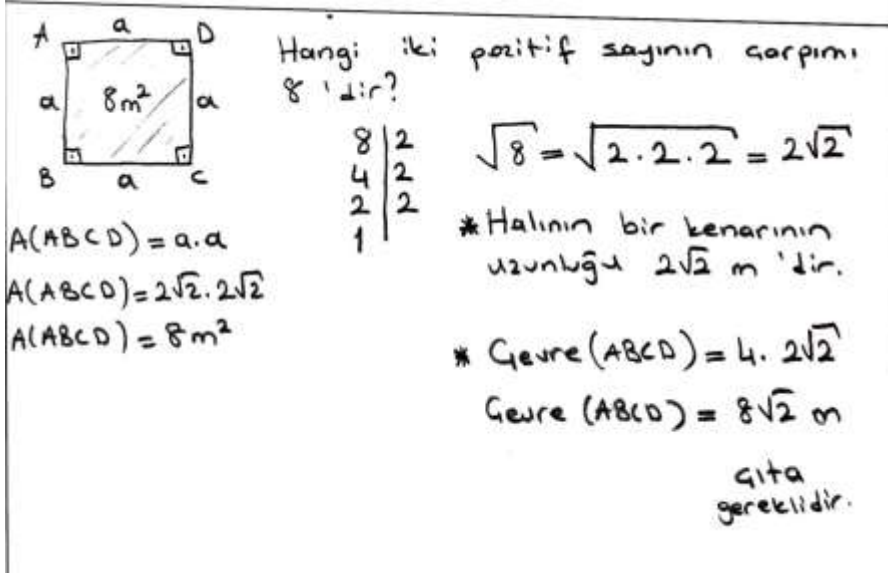
Oğayse 2√2 m uzunluğundaki kenarların üzerinde
kalemimle geçerek karenin çemesini çıkarın.

4 tane 2√2 m uzunluğunda a. t. gerekiyor.
 $4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ m.



Şekil 36

Ö34 Öğretmenin Dördüncü Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)



4.1.5. Beşinci Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracı-1'deki beşinci soru aşağıda yer almaktadır.

“ $\sqrt{10}$ hangi iki doğal sayı arasındadır?”

Katılımcı öğretmenlerin açıklamaları analiz edildiğinde; açıklamaların işlemsel boyutta ve İB2 ile İB3 alt kategorilerinde, açıklayıcı boyutta ve AB2 ile AB3 alt kategorilerinde ve problem çözme boyutunda ve PB2 alt kategorisinde olduğu görülmektedir. Bulgular Tablo 9'da yer almaktadır.

Tablo 9

Beşinci Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları

	İşlemsel Boyut	Açıklayıcı Boyut	Problem Çözme Boyutu	Epistemik Boyut
5. Soru	28	9	1	-

İşlemsel boyutta ve İB2 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö23 ve Ö35 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. $\sqrt{10}$ için; $\sqrt{9}$ ve $\sqrt{16}$ seçilmiş fakat neden seçildiklerine dair bir açıklamada bulunulmadığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların İB2 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 37

Ö23 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

$$\begin{array}{ccc} \sqrt{9} & \frac{\sqrt{10}}{\text{ve}} & \sqrt{16} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ 3 & \text{ile} & 4 \end{array} \quad \text{tam kare iki sayı orası}$$

Şekil 38

Ö35 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

$\sqrt{10}$ sayısına en yakın iki adet sayı bulur

$$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$$

$$\boxed{3 < \sqrt{10} < 4} \quad \leftarrow$$

İşlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö5 ve Ö13 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Açıklamada “...en yakın tam kare sayı belirlenir, karekökleri alınır...” biçiminde adım adım işlemler yapıldığı, bir prosedürün nasıl uygulanacağını vurgulandığı ancak bu adımların matematiksel nedenlerinin yer almadığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların İB3 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 39

Ö5 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)

10 sayısına en yakın iki tam kare sayı belirlenir.
(9 ve 16). Sonra karekökleri alınır. $\sqrt{10}$ sayısı
bu iki sayı arasında kalacağı için $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$
olur. Yani $3 < \sqrt{10} < 4$.

Şekil 40

Ö13 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)

$\sqrt{10}$ 'dan önceki ve sonraki tam kare
sayılar kare içerisinde yazılır.
 $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$
 $\downarrow$
 $3 < \sqrt{10} < 4$ 3 ile 4 arasındadır.

Açıklayıcı boyutta ve AB2 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö17 ve Ö33 öğretmenlerin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Ö17 öğretmenin öğrencilere sorular yönelterek, mantıksal bir çıkarımda bulunduğu, doğal sayı ile tam kare ve tam kare olmayan sayılar arasındaki ilişkiyi açıkladığı görülmektedir. Ö33 öğretmenin sayı doğrusunu kullanarak her doğal sayının karekökünü alma yoluyla tam kare olmayan sayıların aralıklarını açıkladığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların AB2 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 41

Ö17 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2)

10 tam kare bir sayı değildir. Kök içinde 10
yerine 10'a en yakın hangi sayılar (tam kare sayılar)
dışında sonucun bir doğal sayı olurdu? 10'dan küçük $\rightarrow 9$
10'dan büyük $\rightarrow 16$.
9 dışarda $\sqrt{9} = 3$ olurdu
16 dışarda $\sqrt{16} = 4$ olurdu
eğerse $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ yani
 $3 < \sqrt{10} < 4$ dedim.

Şekil 42

Ö33 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2)

Tam kare kavramı hatırlatılır. Özellikle sayı değersinde gösterilir. Tam kare sayıların arasında kalan sayıların sayı değersindeki yerleri belirlenir. Böylece $\sqrt{10}$ 'ın $\sqrt{9}$ ve $\sqrt{16}$ arasında olup- bulunmuş olur.

1 4 9 16 25 36 ...
2,3 5,6,7,8)
10,11,12,13,14,15 - - -

Açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö8 ve Ö20 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Açıklamalarda karesel bölgelerin alanlarından yararlanıldığı, *tam kare cetvel* isimli bir materyal geliştirilerek kullanıldığı, yapılan işlemlerin nedenlerinin açıklandığı, görsel öğelere yer verildiği görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların AB3 kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Şekil 43

Ö8 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)

Kareli kağıt üzerinde alan, 10 br^2 'den daha az birimkareyi içine alan en büyük kareyi ve alan, 10 br^2 'den daha fazla birimkareyi içine alan en küçük kareyi oluşturalım.

$9 < 10 < 16$
 $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$
 $3 < \sqrt{10} < 4$ yazılabilir.

Şekil 44

Ö20 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)

- ① Bu konuyu anlatırken tam kare adında bir etmel buluyorum. (1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ...) Bu tam kare sayılardan hangi sayı arasına girdiğini bulmaları isterim.
- ② Daha sonra bu sayılar bir eşitsizlik oluşturacak şekilde yazmamı isterim. ($9 < 10 < 16$)
- ③ Kareköklerini alıp tam kare sayılar köken alınarak soruyu buluruz.

Problem çözme boyutunda ve PB2 alt kategorisindeki açıklama ise Ö26 öğretmene aittir ve Ö26 öğretmenin açıklaması aşağıda yer almaktadır. Ö26 öğretmenin $\sqrt{10}$ için bir problem durumu oluşturduğu ve $\sqrt{10}$ 'un 3 ile 4 arasında yer almasını karenin kenar-alan ilişkisini kullanarak elde ettiği görülmektedir. Bu nedenle açıklama PB2 kategorisinde yer almaktadır.

Şekil 45

Ö26 Öğretmenin Beşinci Soruya İlişkin Açıklamaları (PB2)

- 10 tane kare fayans ile kare şeklindeki bir alan kaplanacaktır. Kare fayansların tamamı kullanılığına göre kapalı bölgenin bir kenarı hangi doğal sayı olabilir?
- 3  $\Rightarrow$ 9 fayans 4  $\Rightarrow$ 16 fayans.
- $\hookrightarrow$ Kapalı bölgenin tamamının kaplanması için en az kaç kareye daha ihtiyas var?

4.1.6. Altıncı Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracı-1'deki altıncı soru aşağıda yer almaktadır.

“ $\sqrt{12}$ sayısı hangi sayı ile çarpıldığında sonucun doğal sayı olacağını açıklayınız.”

Katılımcı öğretmenlerin açıklamaları analiz edildiğinde; açıklamaların işlemsel boyutta ve İB2 ile İB3 alt kategorilerinde, açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisinde, problem çözme boyutunda ve PB2 alt kategorisinde olduğu görülmektedir. Bulgular Tablo 10'da yer almaktadır.

Tablo 10

Altıncı Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları

	İşlemsel Boyut	Açıklayıcı Boyut	Problem Çözme Boyutu	Epistemik Boyut
6. Soru	25	12	1	-

İşlemsel boyutta ve İB2 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö2, Ö3 ve Ö29 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Açıklamalarda kuralın doğrudan ifade edildiği ve hangi durumlarda geçerli olduğunun-olmadığının belirtilmediği görülmektedir.

Bu nedenle açıklamaların İB2 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 46

Ö2 Öğretmenin Altıncı Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

Kareköklü bir sayıyı karekökle
çarpıldığında karekökünden kurtulur
doğal sayı olur.
 $\sqrt{12} \cdot \sqrt{12} = 12$
 $\sqrt{12}$ haline getirilir
 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
 $\sqrt{3}$ ve $\sqrt{3}$ ün kotları ile çarpıldığında
doğal sayı olur.

Şekil 47

Ö3 Öğretmenin Altıncı Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

$\sqrt{12}$ sayısının çarpanlarını belirlerim. Çarpanlar arasında tam kare sayıları belirlerim.

$$\begin{aligned}\sqrt{12} &= \sqrt{12 \cdot 1} \\ &= \sqrt{6 \cdot 2} \\ &= \sqrt{4 \cdot 3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{12} &= \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} \\ \sqrt{12} &= 2 \cdot \sqrt{3}\end{aligned}$$

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 'tür. Kök içinde kalan çarpan 3'tür. Bu yüzden $\sqrt{3}$ ile çarpılırsa sonuç doğal sayı olur.

Şekil 48

Ö29 Öğretmenin Altıncı Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

$\sqrt{12}$ sayısını kökten çıkarmaya çalışalım.

$\sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$ ifadesi tamamen kökten çıkartarak işin $\sqrt{3}$ ile çarpıyoruz.

$$2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 3 = 6 //$$

Açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö15 ve Ö17 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Açıklamalarda $\sqrt{3}$ çarpanına ihtiyaç duyulmasının nedenlerinin açıklandığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların AB3 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 49

Ö15 Öğretmenin Altıncı Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)

Hangi sayılar olarak sormadığı için $\sqrt{12}$ yi $\sqrt{12}$ ile çarparak sonucu doğal sayı yapabiliriz. Amaç kökünün işini tam kare yaparak kökten kurtarmaktır. $12 = 2 \cdot 3$ ise $2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3^2} = 2 \cdot 3 = 6$ eder diye de eder sonra genelleme yapmalarını isterim.

Şekil 50

Ö17 Öğretmenin Altıncı Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)

Öncesinde kökaltı bir sayının kendisiyle çarpıldığında ne olduğunu denemelerini sağlıyorum.
 Öri: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3^2} = 3$ $(2\sqrt{3})$
 $\sqrt{12}$ 'de ise önce bu sayı'yı $2\sqrt{3}$ biçiminde yazarak $\sqrt{12}$ 'nin doğal sayı olmasının önündeki engelini $\sqrt{3}$ 'ü kaldırarak görmesini istiyorum. Bundan sonra $\sqrt{3}$ 'ten kurtulmak için onu $\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \dots$ gibi sayılarla çarpmanın zaruretini buluyoruz.

Problem çözme boyutunda ve PB2 alt kategorisindeki açıklama Ö28 öğretmene aittir ve Ö28 öğretmenin açıklaması aşağıda yer almaktadır. Ö28 öğretmenin kazanımı bir problem durumu içerisinde yer vererek açıklamaya çalıştığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamanın PB2 kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Şekil 51

Ö28 Öğretmenin Altıncı Soruya İlişkin Açıklamaları (PB2)

Bu sorunun soruza tene cevabı var. Önemli olan bu soruza cevapların olmasa da cevap zelliği.
 " $\sqrt{12}$ 'yi doğal sayı oluşturan engelleyici çarpanı nedir?"
 $2\sqrt{3}$ bildirirler. $\sqrt{3}$ 'ü yek etmeyle gerekliliği uygular. içinde $\sqrt{3}$ çarpanı olan tüm köklü sayılar bu sayıyı doğal sayı yapacakları uygular.
 Örnekler veririz; $2\sqrt{3}, \frac{5}{\sqrt{3}}, \sqrt{27}$ gibi.

4.1.7. Yedinci Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracı-1'deki yedinci soru aşağıda yer almaktadır.

“İrrasyonel sayı kavramını öğrencilerinize anlatacağınızı varsayın. Ne tür bir öğretim süreci yürüttürdünüz, açıklayınız.”

Katılımcı öğretmenlerin açıklamaları analiz edildiğinde; açıklamaların işlemsel boyutta ve İB1 alt kategorisinde, açıklayıcı boyutta ve AB1 alt kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Bulgular Tablo 11'de sunulmuştur.

Tablo 11

Yedinci Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları

	İşlemsel Boyut	Açıklayıcı Boyut	Problem Çözme Boyutu	Epistemik Boyut
7. Soru	22	16	-	-

İşlemsel boyutta ve İB1 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö2, Ö8 ve Ö29 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Açıklamalarda tanımın doğrudan ifade edildiği, yorumlanmadığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların İB1 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 52

Ö2 Öğretmenin Yedinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB1)

Rasyonel sayılar, iki tam sayının birbirine bölünmesiyle ifade edilir. İrrasyonel sayılar ise rasyonel olmayan sayılar demektir. a ve b tam sayı ise $(b \neq 0)$ $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabiliyorsa bu sayı rasyoneldir. π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$...

Şekil 53

Ö8 Öğretmenin Yedinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB1)

İrrasyonel sayı, a ve b tam sayı olmak üzere $b \neq 0$ $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılardır. Örneğin;
 $0,81 = \frac{81}{100}$ $0,\overline{2} = \frac{2}{9}$ Ondalık gösterimler ve devirli ondalık gösterimler rasyonel olarak yazılabilir.
 Bir irrasyonel sayı, ondalık gösterime dönüştürüldüğünde, ondalık kısımda kendini tekrar etmeyen sonsuz basamak olur.

Şekil 54

Ö29 Öğretmenin Yedinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB1)

İrrasyonel sayılar kesir şeklinde yazılamayan sayılardır.
 Sayı doğrusunun her bir noktası bir sayı belirtir. Doğal, tam, kesir şeklinde yazılamadığımız ancak sayı doğrusu üzerinde de var olan sayılar irrasyondur.

Açıklayıcı boyutta ve AB1 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö1, Ö15 ve Ö16 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Açıklamalarda şekillerin kullanıldığı, diğer sayı kümeleriyle ilişkilerden söz edildiği, tam kare olmayan doğal sayıların karekökleriyle ilişkilendirildiği, mantıksal bir çerçeve içerisinde irrasyonel kavramının açıklandığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların AB1 kategorisinde olduğu söylenebilir.

4.1.8. Sekizinci Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracı-1'deki sekizinci soru aşağıda yer almaktadır.

“ $\sqrt{0,64}$ ifadesini model ile gösteriniz.”

Katılımcı öğretmenlerin açıklamaları analiz edildiğinde; açıklamaların işlemsel boyutta ve İB2 ile İB3 alt kategorilerinde, açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Bu soruya sekiz öğretmenin ise hatalı açıklamalarda bulundukları tespit edilmiştir. Bulgular Tablo 12'de sunulmuştur.

Tablo 12

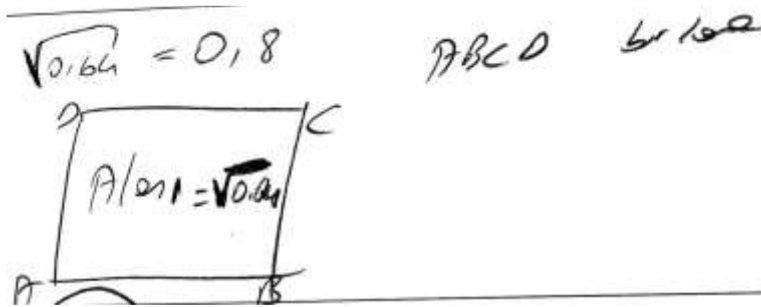
Sekizinci Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları

	İşlemsel Boyut	Açıklayıcı Boyut	Problem Çözme Boyutu	Epistemik Boyut	Hatalı
8. Soru	23	7	-	-	8

İşlemsel boyutta ve İB2 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö11 ve Ö12 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Kuralın doğrudan ifade edildiği görülmektedir. Modelin seçimine ilişkin açıklamaya yer verilmediği ve ondalık olarak gösterilen bir sayının karekökünün alınması işleminin bulunmadığı bu açıklamaların İB2 kategorisinde olduğu söylenebilir.

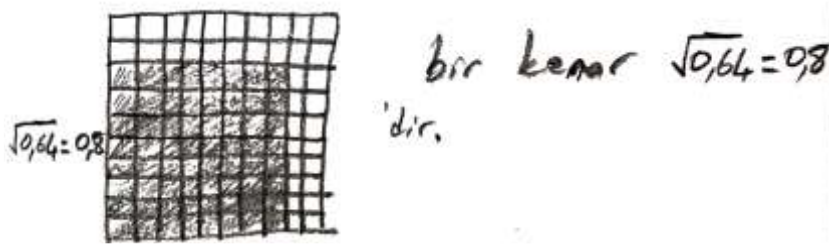
Şekil 58

Ö11 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)



Şekil 59

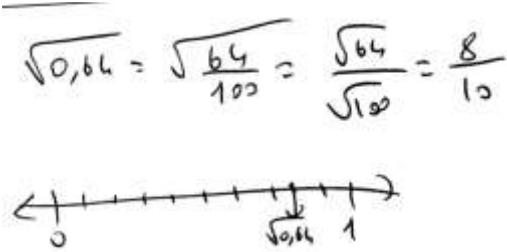
Ö12 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)



İşlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö21 ve Ö24 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Ondalık gösterimle verilen sayının karekökünün alınması işleminin nasıl yapıldığına yer verildiği, sonucun sayı doğrusu modeliyle, karenin kenar uzunluğu modeliyle gösterildiği ancak işlemlere dair açıklamaların ve model seçiminin anlamının yer almadığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların İB3 kategorisinde olduğu söylenebilir.

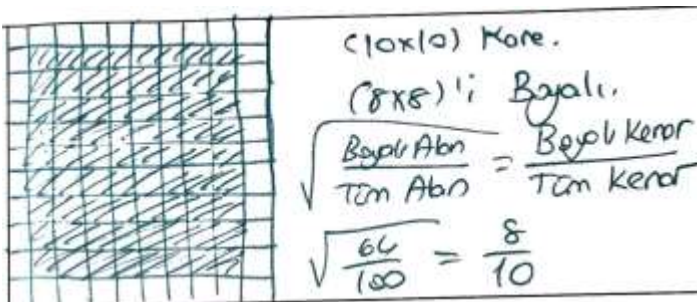
Şekil 60

Ö21 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)



Şekil 61

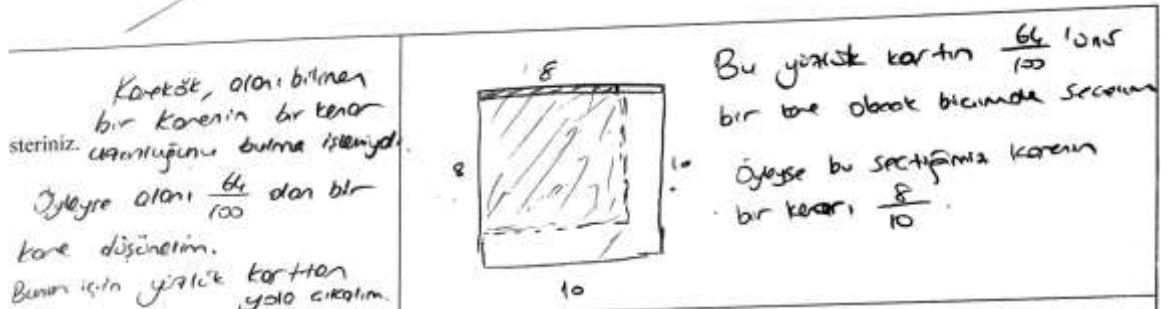
Ö24 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)



Açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö17 ve Ö34 öğretmeninin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Açıklamalarda karekök alma işleminin karenin alanından kenarına geçiş olduğu vurgulanarak model seçiminin açıklandığı, şekillerden yararlanıldığı, işlem adımlarının açıklandığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların AB3 kategorisinde olduğu söylenebilir.

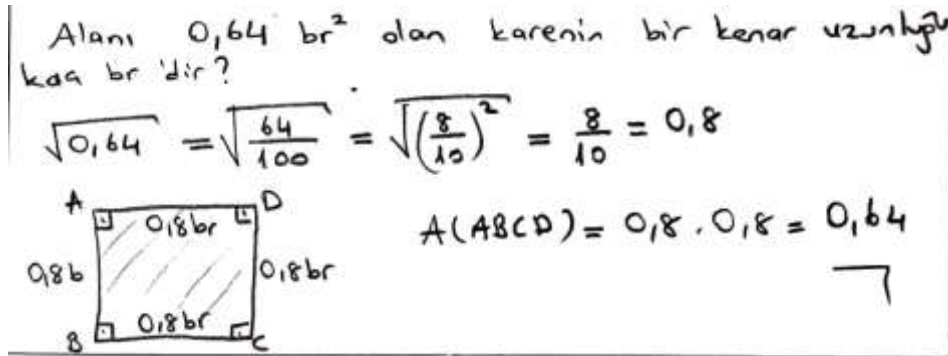
Şekil 62

Ö17 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)



Şekil 63

Ö34 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)



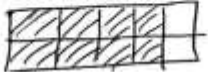
Hatalı olduğu belirlenen açıklamalara örnek olarak Ö3 ve Ö30 öğretmeninin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir. Bu açıklamalarda $\sqrt{0,64}$ işleminin sonucunun yalnız sayı değeri olarak düşünüldüğü ve parça-bütün ilişkisi ile modellendiği görülmektedir. Sekizinci sınıf düzeyinde karekök alma işlemi karenin alanından hareketle kenar uzunluğu bulma işlemi olduğundan, $\frac{8}{10}$ uzunluk olarak temsil edilecek biçimde modellenmelidir. Bu nedenle açıklamalar hatalı olarak değerlendirilmiştir.

Şekil 64

Ö3 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (Hatalı)

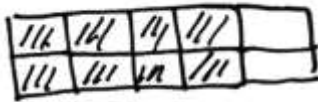
$$\sqrt{0,64} = \sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{100}} = \frac{8}{10}$$

Ondalık gösterimi kesir gösterime çeviririm. Pay ve paydayı ayrı köklerde göstererek köklerin sonuçlarını bulurum.



Şekil 65

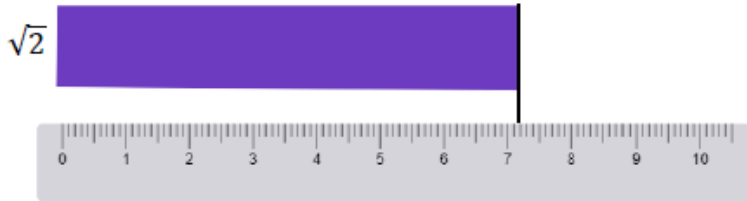
Ö30 Öğretmenin Sekizinci Soruya İlişkin Açıklamaları (Hatalı)

$$\sqrt{0,64} = \sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{8}{10}$$


4.1.9. Dokuzuncu Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracı-1'deki dokuzuncu soru aşağıda yer almaktadır.

“Aşağıda kısa kenar uzunluğu verilen, uzun kenarının uzunluğu cetvel ile gösterilen ve alanı bir doğal sayı olan dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğunu kareköklü ifade olarak belirtiniz.”



Katılımcı öğretmenlerin açıklamaları analiz edildiğinde; açıklamaların işlemsel boyutta ve İB2 ile İB3 alt kategorilerinde, açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Bir öğretmenin açıklaması ise hatalı olarak değerlendirilmiştir. Bulgular Tablo 13'te verilmiştir.

Tablo 13

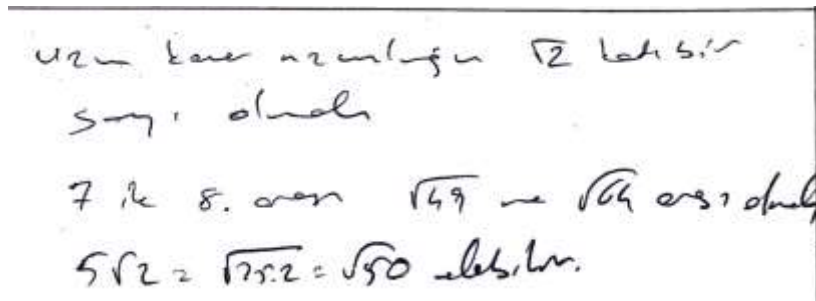
Dokuzuncu Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları

	İşlemsel Boyut	Açıklayıcı Boyut	Problem Çözme Boyutu	Epistemik Boyut	Hatalı
9. Soru	25	12	-	-	1

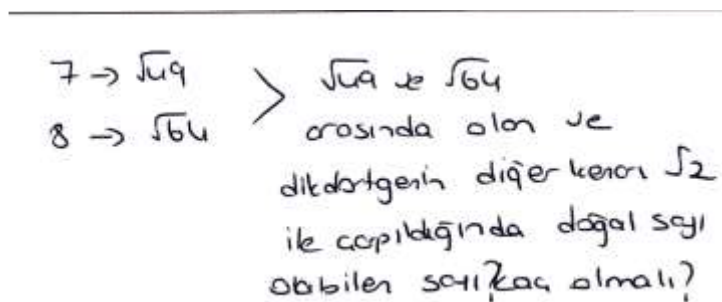
İşlemsel boyutta ve İB2 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö4 ve Ö26 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Açıklamalarda $\sqrt{2}$ çarpanının gerekliliği belirtilmiş fakat sebebi açıklanmamıştır. Bu durumun hangi durumlarda geçerli olabileceği, irrasyonel sayıyı doğal sayı yapan çarpanlar konusundan bahsedilmemiştir. Bu nedenle açıklamaların İB2 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 66

Ö4 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

**Şekil 67**

Ö26 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)



İşlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö12 ve Ö24 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Açıklamalarda irrasyonel sayıya en yakın iki doğal sayı eşitsizliği yazılmış, $\sqrt{2}$ çarpan ihtiyacı belirtilmiş verilen aralığa uygun çarpan bulunmuştur. Tüm bu işlemleri yaparken sebeplerine yer verilmediğinden, adım adım işlemler uygulandığından açıklamaların İB3 alt kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 68

Ö12 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)

Alan doğal sayı ise,
 $\sqrt{2} \cdot a = \text{Doğal sayı}$
 $a = \sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 5\sqrt{2}$
 $1 < \sqrt{2} < 2$ $4 < \sqrt{18} < 5$ $7 < \sqrt{50} < 8$
 $2 < \sqrt{8} < 3$ $5 < \sqrt{32} < 6$
 sonuç $\sqrt{50}$ olarak bulunur

Şekil 69

Ö24 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB3)

$7 < x < 8$ (Her tarafın karesini alalım)
 $49 < x^2 < 64$ (Bu aralıkta $\sqrt{2}$ ile çarpıldığında tam kare olarak sayıları bulalım.)
 $\frac{32}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{50}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{32}{\sqrt{2}}$ (Aralıkta olan sadece 50)
 O zaman uzun kenar $\sqrt{50}$ dir.

Açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö17 ve Ö32 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Açıklamalarda alt sorular ile öğrencinin nedenleri anlamasını sağlayacak açıklamalara yer verilmiş, uygun aralıkta yer alan sayıların hepsinin neden çarpan olamayacağı ifade edilmiştir. Bu nedenle açıklamaların AB3 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Şekil 70

Ö17 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)

Alanı doğal sayı ise dikdörtgenin uzun kenarı
da $\sqrt{2}$ çarpanı içermelidir.
Uzun kenarı kaç cm? (7 sayılır)
7'den büyük mi küçük mü? (7'den büyük)
7'ye kaç yakın ve 7'den büyük, $\sqrt{2}$ çarpanı içeren bir
sayıdır. Örneğin $7 = \sqrt{49}$ olduğuna göre $\sqrt{49}$ 'den büyük
sayıları düşünelim. $\sqrt{50}$ olabilir mi? $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
içinde yalınca (irrespon) olan $\sqrt{2}$ çarpanı olduğundan olur.

Şekil 71

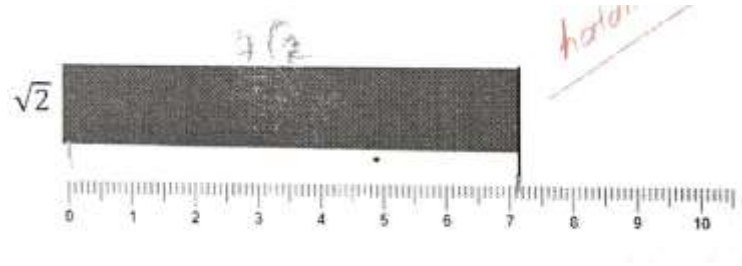
Ö32 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (AB3)

→ Uzun kenarın 7 ile 7,5 cm arasında
olduğu görülmektedir.
→ Yani $\sqrt{49}$ ile $\sqrt{64}$ arasında olup $\sqrt{49}$ 'a
yakın olmalı.
→ $\sqrt{50}, \sqrt{51}, \sqrt{52}, \sqrt{53}, \sqrt{54}, \sqrt{55}, \sqrt{56}$ 'a kadar olan sayıların
içinde 2 çarpanı olanları alırsak sorus doğal
sayıdır. $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ olarak çıktığının içindeki $\sqrt{2}$
çarpanı 12 ile çarpıldığında bütün kurtulacaktır ve sorus doğal
sayı olacaktır.

Aşağıda yer alan Ö10 öğretmenin cevabı hatalıdır. $7\sqrt{2}$ sayı doğrusunda verilen aralıkta değil, 9 ile 10 pozitif tam sayıları arasında yer almaktadır.

Şekil 72

Ö10 Öğretmenin Dokuzuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (Hatalı)



4.1.10. Onuncu Soruya Verilen Yanıtların Analizinden Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracı-1'deki onuncu soru aşağıda yer almaktadır.

“Alanı 25 cm^2 olan karenin bir kenarının uzunluğunu bulunuz.”

Katılımcı öğretmenlerin açıklamaları analiz edildiğinde; açıklamaların işlemsel boyutta ve İB2 alt kategorisinde, açıklayıcı boyutta ve AB alt kategorisinde ve bir açıklamanın da problem çözme boyutunda ve PB2 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir. Bulgular Tablo 14'te verilmiştir.

Tablo 14

Onuncu Soruya Verilen Yanıtların Öğretimsel Açıklama Boyutları

	İşlemsel Boyut	Açıklayıcı Boyut	Problem Çözme Boyutu	Epistemik Boyut
10. Soru	29	8	1	-

İşlemsel boyutta ve İB2 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö14, Ö16 ve Ö20 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Açıklamalarda karekök alma kuralı doğrudan ifade edilmiş, yalnız işlem adımları öne çıkarılmış, karenin kenar-alan ilişkilerinden söz edilmemiş, üslü ifadelerle bağlantı kurulmamış olduğu görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların İB2 alt kategorisinde olduğu söylenebilir.

Şekil 73

Ö14 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

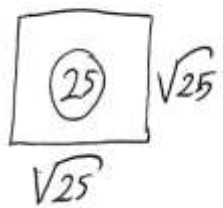
$$\begin{aligned}\sqrt{25} &= 5 \text{ br} \\ a^2 &= 25 \\ a &= \sqrt{25} \\ a &= 5\end{aligned}$$

Şekil 74

Ö16 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

Alan ne ise kenar onun
karekökü kadardır.

$\sqrt{25} = 5$ bir kenar uzunluğu



Şekil 75

Ö22 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (İB2)

Alanı verilen bir karenin bir kenarı
karekök alma işlemiyle bulunur.

$$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5 \text{ cm}$$

Açıklayıcı boyutta ve AB2 alt kategorisindeki açıklamalara örnek olarak Ö3, Ö17 ve Ö34 öğretmenin açıklamaları örnek olarak verilmiştir. Açıklamalarda karenin alanının

bulunuşundan hareketle karekök alma işlemiyle bağlantı kurulmuş, karekök almanın alandan kenara geçiş olduğu belirtilmiştir. Bağlantıların kurulduğu bu açıklamaların AB2 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Şekil 76

Ö3 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2)

Karenin alanı bir kenarının kendisi ile çarpımından oluşur. Alanı 25 cm^2 olan karenin bir kenar uzunluğunu bulmak için "Hangi sayının kendisi ile çarpımı 25'tir" sorusunu sorarak karekök alma işlemi yaparım. $\sqrt{25} = \sqrt{5 \cdot 5} = 5 \text{ cm}$

Şekil 77

Ö17 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2)

Karenin alanı neydi? 2 kenarının birbiri ile çarpımı.

$a \cdot a = a^2 = 25$ ise

Hangi sayının kendisi ile çarpımı 25'tir?

$\Rightarrow 5$

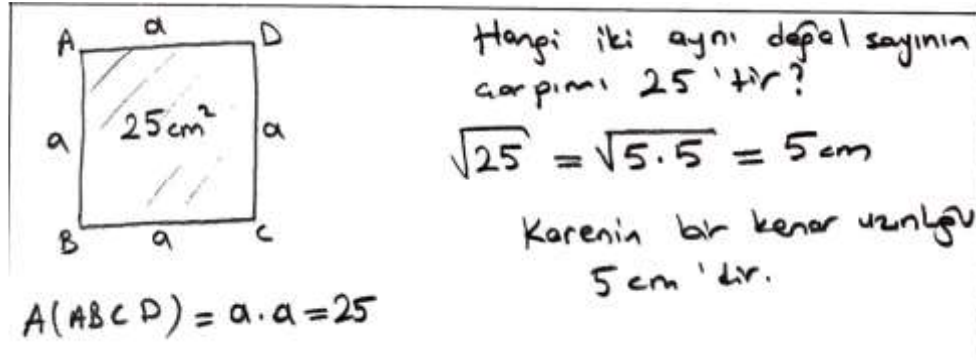
-5 olamaz mı?

$\Rightarrow$ Kenar uzunluğunu -5 olamayacağını söylemesini beledim.

Karesi bilinen bir sayıyı bulma işleminin karekök işlemi olduğunu da anladım.

Şekil 78

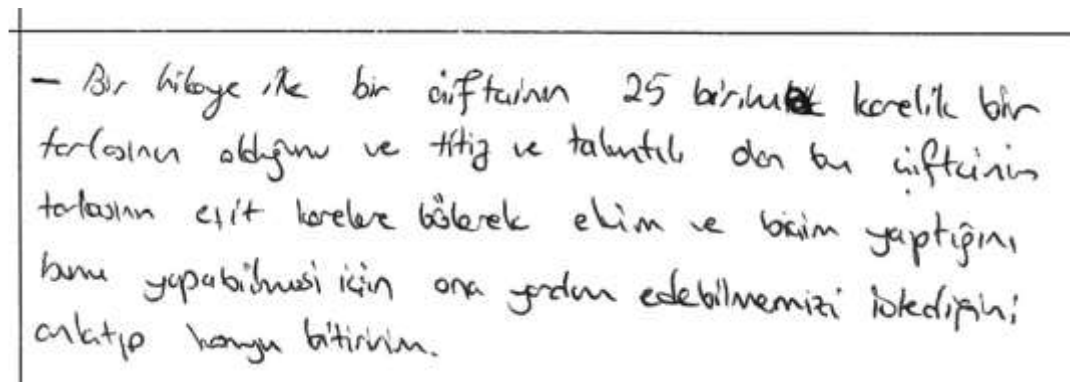
Ö34 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (AB2)



Onuncu soruya yapılan açıklamalar içinde; Ö20 öğretmenin yaptığı açıklamalar problem çözme boyutunda değerlendirilmiştir. Açıklamada karesel bölgenin tarla olarak ifade edilmesi ve birim kareleme ile küçük parçalara ayrılmasının istendiği yeni bir problem durumu oluşturulmuştur. Öğrencilere kavramların anlaşılması için somut bir problem durumu oluşturan bu açıklamanın PB2 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Şekil 79

Ö20 Öğretmenin Onuncu Soruya İlişkin Açıklamaları (PB2)



4.2. Görüşmelerden Elde Edilen Verilere İlişkin Bulgular

Çalışmanın verilerinin toplanmasının ikinci aşamasında mülakatlar yapılmıştır. Mülakatlar veri toplama aracı-1'de yer alan yanıtlar çerçevesinde görüşme formunda belirtilen ilave sorular sorularak gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler Ö18 ve Ö26 olarak

kodlanan öğretmenlerle yapılmıştır. Ö18 öğretmen eğitim fakültesi-lisans mezunu ve 8 yıldır görev yapan matematik öğretmenidir.

Ö26 ise eğitim fakültesi mezunu ve matematik öğretmenliğinde tezli yüksek lisans yapmış, 6 yıldır görev yapan bir matematik öğretmenidir.

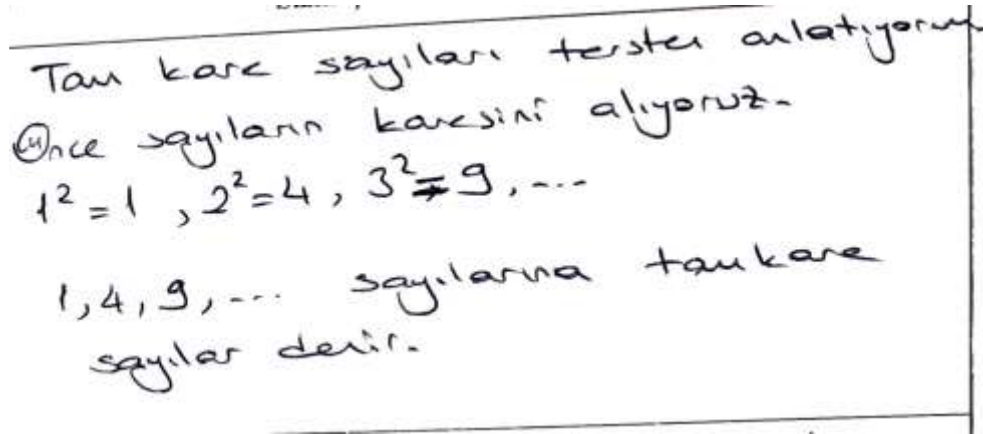
4.2.1. Ö18 Öğretmen ile Yapılan Görüşmeye İlişkin Bulgular

Ö18 öğretmen ile video konferans uygulaması aracılığıyla yapılan görüşmede veri toplama aracı-1'deki yanıtları ekranda paylaşılmış ve verdiği yanıtlar etrafında araştırmacı tarafından yöneltilen ilave sorular ile detaylı görüşülmüştür. Görüşmenin başında araştırmacı tarafından ders planı hazırlıyor musunuz? Sorusu yöneltilmiş, Ö18 öğretmen de dersine girdiği sınıfın seviyesine göre derslerine yön verdiğini, ders planı hazırlamadığını zaten yıllık planda kazanımlar yer aldığından tahtaya başlığı yazarak konuyu anlattığını ifade etmiştir.

Aşağıda şekil 80'de veri toplama aracı-1'deki ilk soruya verdiği yanıt görülmektedir.

Şekil 80

Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki İlk Soruya Yanıtı



Ö18 öğretmenin bu soruya ilişkin açıklaması ise şöyle:

“Kareköklü ifadeler konusu tam kare pozitif tam sayıların tanınmasıyla başlıyor o yüzden ben de tam kare pozitif tam sayıların tanımıyla başlıyorum burada da derste yaptığım gibi çocuklara önce üslü ifadelerden hatırlatıyorum yani bir sayının karesi olma nedir sonra bir sayının karesi olan sayıların tam kare olduğunu söylüyorum sonra örnekler yapıyoruz ilk 20 sayının karelerini tahtaya yazıyorum zaten hani

çarpım tablosundan ilk 10 sayının karesini hatırlıyorlar öyle sık hani onları sık sık u çalışıp ezberlemelerini söylüyorum”

Ö18 öğretmenin açıklamasında tanımı doğrudan ifade ettiği ve tanımın ne anlama geldiğini vurgulamadığı görülmektedir bu nedenle açıklamanın işlemsel boyutta ve İB1 alt kategorisinde olduğu söylenebilir.

Ö18 öğretmenin veri toplama aracı-1'deki ikinci soruya verdiği yanıt şekil 81'de verilmiştir.

Şekil 81

Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki İkinci Soruya Yanıtı

Önce parantezli işlemler yapılır.

$$(-6)^2 = (-6) \cdot (-6) \text{ yada çift kuvvet}$$

oldı, den $(-6)^2 = +36$ sonra pozitif.

$$\sqrt{36} = 6 //$$

Ö18 öğretmenin bu soruya ilişkin açıklaması ise şöyle:

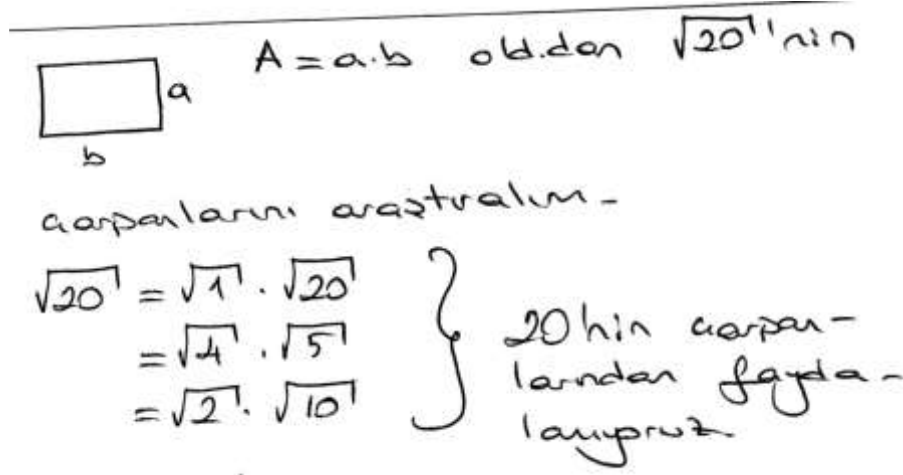
“bu sorularda öğrenciler sıkça hata yapabiliyor o yüzden ben tek bir yol öneriyorum onlara içerdeki işlemleri yapsınlar daha sonra sayının karekökünü alsınlar aslında böyle olunca karekök dışına negatif çıkarma gibi bir hata yapmıyorlar yani söylediğim yolu takip edenler o yüzden önce parantezli işlemlerin yapılacağını söyleyip içerideki sayıyı hesaplatıyorum daha sonra onun karekökünü aldırıyorum böylece sonuç pozitif çıkıyor zaten her zaman pozitif çıkmak zorunda”

Ö18 öğretmen açıklamasında işlemin nasıl yapılacağını ve adımlarını anlatmış ancak bunun sebeplerinden söz etmemiştir, bir sayının karekökünün pozitif olacağını söylemiş ancak sebebini açıklamamıştır bu nedenle açıklamanın işlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisinde olduğu söylenebilir.

Ö18 öğretmenin veri toplama aracı-1'deki üçüncü soruya verdiği yanıt şekil 82'de verilmiştir.

Şekil 82

Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Üçüncü Soruya Yanıtı



Ö18 öğretmenin üçüncü soruya ilişkin açıklaması ise şöyle:

“Burada dikdörtgenin alanı dediği için dikdörtgen çizebiliriz 20’yi düşüncelerini söylerim öğrencilere 20’nin çarpanları nelerse $\sqrt{20}$ ’nin çarpanları da aynılarını kök içinde olanlarıdır”

Öğretmene negatif çarpan veya rasyonel çarpanlardan söz eder miydiniz diye sorulduğunda;

“Dersine girdiğim sınıfın seviyesi orta, hatta ortanın altında, o nedenle anlattıklarımı bile anlayan öğrenciler az, detaylandırmadan işliyorum dersleri”

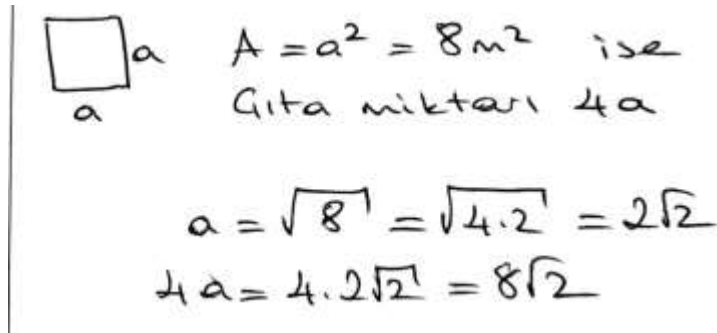
Açıklamasını yapmıştır.

Ö18 öğretmen açıklamasında işlemin nasıl yapılacağını ve adımlarını anlatmış bu nedenle açıklamanın işlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisinde olduğu söylenebilir. Öğretmenin, araştırmacının ek sorusuna verdiği yanıtın sınıfın durumuna göre açıklamalarına yön verdiği sonucuna ulaşılabilir, bu durum tartışma bölümünde detaylı olarak yer almaktadır.

Şekil 83

Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Dördüncü Soruya Yanıtı

Ö18 öğretmenin veri toplama aracı-1'deki dördüncü soruya verdiği yanıt şekil 83'te verilmiştir.



$$\begin{aligned} \square a \quad A = a^2 = 8 \text{ m}^2 \text{ ise} \\ \text{Çıta miktarı } 4a \\ a = \sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2} \\ 4a = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

Ö18 öğretmenin dördüncü soruya ilişkin açıklaması ise şöyle:

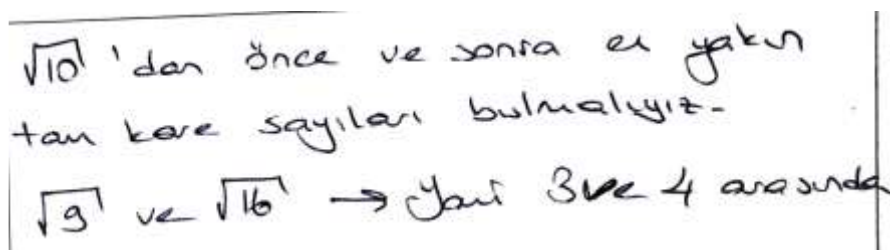
“Soruda kare şeklinde dediği için bir kare çizerek alanının 8 olduğunu bir kenarını bulmamız gerektiğini çünkü çevresi için kenar bilgisine ihtiyacımız olduğunu söylerim alanı sekiz ise a^2 sekizmiş, çünkü karenin alanı a^2 ile bulunur a^2 8 ise a $2\sqrt{2}$ 'dir, çevre $4a$ $4 \times 2\sqrt{2}$ 'den $8\sqrt{2}$ olarak bulunur”

Ö18 öğretmen açıklamasında işlem adımlarını sıralamış, karenin alan ve çevre formülünü kullanarak sadece işlemlere vurgu yapmıştır. Bu nedenle açıklamanın açıklayıcı boyutta ve İB3 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Ö18 öğretmenin veri toplama aracı-1'deki beşinci soruya verdiği yanıt şekil 84'te verilmiştir.

Şekil 84

Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Beşinci Soruya Yanıtı



$$\begin{aligned} \sqrt{10} \text{ 'dan önce ve sonra el yakın} \\ \text{tam kare sayıları bulmalıyız.} \\ \sqrt{9} \text{ ve } \sqrt{16} \rightarrow \text{Yani 3 ve 4 arasında} \end{aligned}$$

Ö18 öğretmenin beşinci soruya ilişkin açıklaması ise şöyle:

“Ben bu konuyu anlatırken öğrencilere kökün içindeki sayıya bakın diyorum yani kökü görmeyin o sayıdan önceki tam kareyi ve sonraki tam kareyi bulun yani bu sayıyı iki tam kare arasında sıkıştırın diyorum sonra o bulduğunuz tam karelerin köklerinin arasında mı sizin sayınız ama sonra kime yakın olduğundan eee bahsedeceğiz o zaman tekrar kökün içindeki sayıya bakın diyorum sizin kökün içindeki sayının hangi tam kareye yakınsa sonucunuz da o tam karenin sonucuna yakındır diyorum”

Açıklamada öğretmenin adım adım yapılacak işlemleri anlattığı fakat sebeplerine yer vermediği görülmektedir. Bu nedenle açıklamanın işlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisinde olduğu söylenebilir.

Ö18 öğretmenin veri toplama aracı-1’deki altıncı soruya verdiği yanıt şekil 85’te verilmiştir.

Şekil 85

Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1’deki Altıncı Soruya Yanıtı

Handwritten text: $\sqrt{12}$ sayısının bir sayı ile çarpımında sonucun doğal sayı olabilmesi için sonucun tam kare bir sayı olması gerekir. Buna en küçük örnek,

$$\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6$$

Ö18 öğretmenin altıncı soruya ilişkin açıklaması ise şöyle:

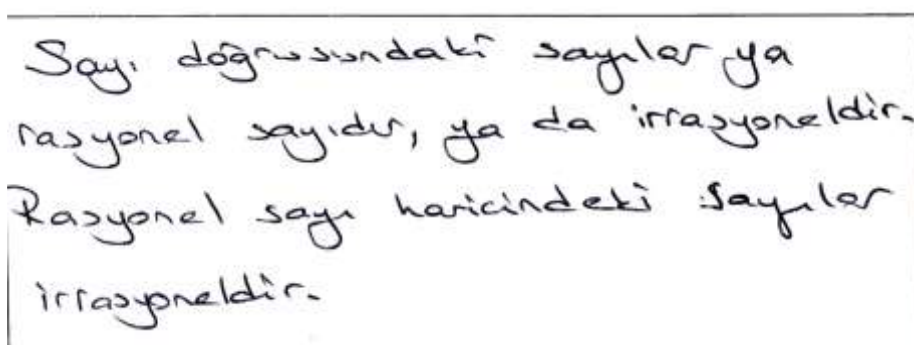
“hocam ben bunu anlatırken yine öğrencilerimin seviyesini düşünerek onlara en kestirme yolu söylemeye çalışıyorum hemen sayının içindeki tam kare olmayan çarpanı kendisiyle çarpılıyor yani sizin verdiğiniz soruda $\sqrt{12}$ hani tanıdık bir sayı olan $\sqrt{36}$ ’nın bir çarpanı 36’nın çarpanı 12 olduğu için hemen onu 36 nasıl yaparız diye düşünüyoruz ama daha farklı sorular olsa yani böyle daha aşına olmadığımız sayılar olsa orada da şey diyorum önce sayının içinden çıkabilecek tam kareleri çıkarın sonra kalan en küçük çarpan neyse onunla çarp”

Ö18 öğretmen açıklamasında öğrencilere işlemsel olarak yapacaklarını anlatmış, işlemlerin altında yatan sebepleri belirtmemiştir bu sebeple açıklamanın işlemsel boyutta ve İB3 kategorisinde olduğu söylenebilir.

Ö18 öğretmenin veri toplama aracı-1'deki yedinci soruya verdiği yanıt şekil 86'da verilmiştir.

Şekil 86

Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Yedinci Soruya Yanıtı



Ö18 öğretmenin yedinci soruya ilişkin açıklaması ise şöyle:

“ah bu konu benim anlatmayı en sevmediğim konulardan bölümlerden bir tanesi çünkü öğrencilerin anlamadığını düşünüyorum ya bir sayının hem doğal hem tam hem rasyonel olması çocuklara çok anlamlı gelmiyor o yüzden ben de sorulara cevap verebilecekleri kadar anlatıyorum rasyonel bulun diyorum rasyonel dışındakilerin hepsi irrasyoneldir yani rasyonel olmayan tabii burada çocuklar rasyonel sayı deyince sadece kesirler konusunu düşünüyorlar kesir olarak yazılması gerektiğini düşünüyorlar böylelikle ondalık sayı görünce örneğin bunu hemen irrasyonel diyebiliyorlar rasyonel yazılmadığı için ya da bunun gibi devirli ondalık sayılara ama burada şeyi iyi öğreniyorlar pi irrasyoneldir bunu iyi öğreniyorlar”

Ö18 öğretmenin açıklamalarında tanımı doğrudan ifade ettiği, tanımın ne anlama geldiğini yorumlamadığı görülmektedir. Bu nedenle açıklamanın işlemsel boyutta ve İB1 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Ö18 öğretmenin veri toplama aracı-1'deki sekizinci soruya verdiği yanıt şekil 87'de verilmiştir.

Şekil 87

Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Sekizinci Soruya Yanıtı

$$\sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{100}} = \frac{8}{10} = 0.8$$

Ö18 öğretmenin sekizinci soruya ilişkin açıklaması ise şöyle:

“bu soruda çok düşündüğümü hatırlıyorum çünkü karekök içerisindeki ondalık bir ifadeyi nasıl modellerim eee diye biraz kafa yormuştum yani işlemsel olarak ondalık ifadenin karekökünü işte gösterdiğim gibi çözerim ve nasıl modellerim ondalık ifade karekökün içerisindeyken bununla ilgili hala bir fikrim yok”

Ö18 öğretmenin açıklamasının sadece işleme vurgu yaptığından işlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir. Veri toplama aracı-1'de yer alan bu soru $\sqrt{0,64}$ ifadesinin modellenmesine yöneliktir ve açıklamadan da görüldüğü üzere katılımcının modellemeye ilişkin bir yanıtı, açıklaması bulunmamaktadır.

Ö18 öğretmenin veri toplama aracı-1'deki dokuzuncu soruya verdiği yanıt şekil 88'de verilmiştir.

Şekil 88

Ö18 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki Dokuzuncu Soruya Yanıtı

Alanı doğal sayı ise $\sqrt{2}$ ile çarpık
diğında sonucu tam kare bir sayıyı
vermesi gerekir.
Uzun kareler ise 7'den fazla (7 ile 8 arasında)

7 → $\sqrt{49}$ } $\sqrt{49}$ ile $\sqrt{64}$ arasında olmalı.
8 → $\sqrt{64}$ }
→ tam kare

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{100} = 10$

Ö18 öğretmenin dokuzuncu soruya ilişkin açıklaması ise şöyle:

Ö18 öğretmen açıklamasında kuralı doğrudan ifade etmiş, yalnız işlemlere vurgu yapmıştır. Açıklamanın işlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisinde olduğu söylenebilir.

Görüşmenin sonunda araştırmacı tarafından *kareköklü ifadeleri anlatırken yaşadığınız zorluklar var mı? Varsa nelerdir?* Sorusu yöneltilmiştir. Öğretmenin cevabı aşağıda verilmiştir.

Ö18 öğretmen:

“Olmaz mı hocam, konu bütünüyle zor zaten, öğrencilerde anlama çalışma isteği neredeyse yok, kazanım düzeyi soruların ötesine geçemiyoruz, karenin alanının nasıl bulunduğunu bilmeden, çevre ile alan arasındaki farkı bilmeden 8.sınıfa gelmiş öğrenciye kareköklü ifadeleri hakkında öğretmek çok zor, hatta imkânsız”

Ö18 öğretmenin açıklaması tartışma bölümünde detaylı olarak ele alınmıştır.

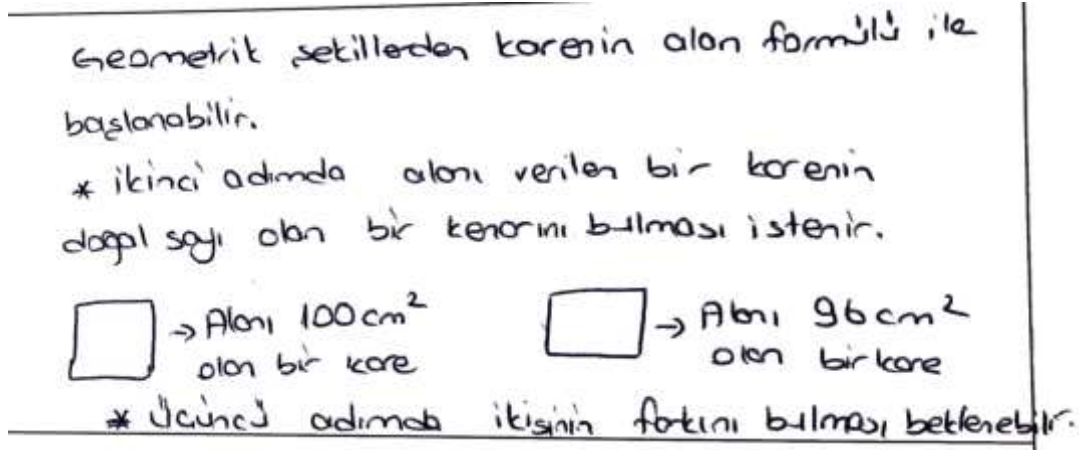
4.2.2. Ö26 Öğretmen ile Yapılan Görüşmeye İlişkin Bulgular

Ö26 öğretmen ile video konferans uygulaması aracılığıyla yapılan görüşmede veri toplama aracı-1’deki yanıtları ekranda paylaşılmış ve verdiği yanıtlar etrafında araştırmacı tarafından yöneltilen ilave sorular ile detaylı görüşülmüştür. Görüşmenin başında araştırmacı tarafından *ders planı hazırlıyor musunuz, ders esnasında kullandığınız materyalleriniz var mı?* soruları yöneltilmiş, Ö26 öğretmen de önceleri ders planı hazırladığını ancak üst üste 8.sınıfların derslerine girdiği için artık planlarının kafasında hazır olduğunu belirtmiştir. Kaynak olarak kendisinin tahtaya örnekler yazdığını, MEB tarafından öğrencilere verilen ders kitabının yanında yine MEB tarafından gönderilen matematik çalışma soruları ve LGS çalışma kitabını kullandığını ifade etmiştir.

Ö26 öğretmenin veri toplama aracı-1’de yer alan ilk soruya verdiği yanıt şekil 90’da verilmiştir.

Şekil 90

Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki İlk Soruya Yanıtı



Katılımcı Ö26 öğretmenin ilk soruya ilişkin açıklaması ise şöyle:

“tam kare kavramı oldukça önemli kareköklü ifadeler konusunun önemli kavramlarından bir tanesi o yüzden iyi anlaşılmasını önemsiyorum burada karenin alanından bahsedebiliyorum hatta bunu bir problem durumu içerisinde verebiliriz yani 11 işte bir bahçesi varmış bahçesinin alanını biliyor işte kenarına diyelim ki bir sıra tel çekecek gibi bir problem durumu içerisinde bunu verebiliriz ve hani alanını bilirken karenin kenarını bulma ihtiyacını duyurabiliriz bu öğrencilerin konuya daha baştan ilgi duymalarına sebep olabilir daha sonra burada işte tam kare olan bir kare olsaydı kenara nasıl olurdu tam kare olmayan bir sayıdan bahsedebiliriz size verdiğim yanıtta 96 demişim mesela böyle olsaydı kenarı nasıl olurdu diyerek hem öğrencilerin dikkatini çeker hem de bu kavramı bir ihtiyaç oluşturdum”

Ö26 öğretmenin ilk soruya ilişkin; tam kare kavramını bir problem durumu içerisine yerleştirmesi ve öğrencilerin bu problemi çözerken tam kare kavramını fark etmelerini sağlamaya çalışan açıklamasının problem çözme boyutunda ve PB2 alt kategorisinde olduğu söylenebilir.

Ö26 öğretmenin veri toplama aracı-1'de yer alan ikinci soruya verdiği yanıt şekil 91'de verilmiştir.

Şekil 91

Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki İkinci Soruya Yanıtı

$$\sqrt{(-b)^2} \Rightarrow \sqrt{(-b) \cdot (-b)}$$

Üslü ifadeleri işlemi yaparak
formül uygular.

Katılımcının ikinci soruya ilişkin açıklaması şöyle:

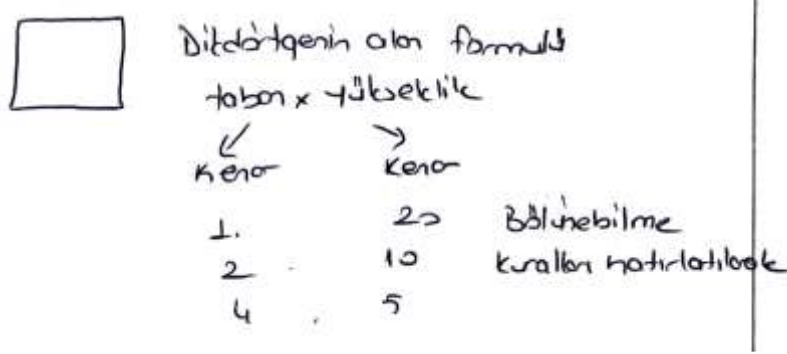
“karekökün içerisinde negatif bir sayının varlığı doğrusu biraz problem yaratıyor bu nedenle ben üslü ifadeler işlemi yaparak formül uygulanır diyorum yani işte parantez içindeki işlemi yapıp sonucunu bulup daha sonra karekökünün almak çünkü burada şeyden bahsedilebilir işte kökün içi kökün bir alan belirtmesinden u ve bunun negatif olamayacağından söz edilebilir ancak ben bunlardan bahsetmiyorum bunlar öğrencilerin kafalarını daha da çok karıştırıyor o yüzden bu tarz sorularda doğrudan ve formülün kuralın nasıl uygulandığını gösteriyorum”

Ö26 öğretmenin ikinci soruya ilişkin kuralı ya da formülü doğrudan ifade ettiği bu açıklamasının işlemsel boyutta ve İB2 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir. Katılımcı soruya farklı bir açıklama da yapabileceğini ifade etmiş ancak bunun öğrenciler tarafından anlaşılmasının güç olduğunu düşündüğünden tercih etmediğini belirtmiştir. Bu durum çalışmanın tartışma bölümünde ele alınmıştır.

Ö26 öğretmenin veri toplama aracı-1'de yer alan üçüncü soruya verdiği yanıt şekil 92'de verilmiştir.

Şekil 92

Ö26 öğretmenin Veri Toplama Aracı-1'deki üçüncü soruya yanıtı



Ö26 öğretmenin üçüncü soruya ilişkin açıklamaları:

“... bu soruda dikdörtgenden söz edildiği için bir dikdörtgen çizerek alan formülünün hani kenar çarpı kenar olarak 20 elde edilecek şekilde yirminin çarpanlarını düşünerek bulmalarını söylerim”

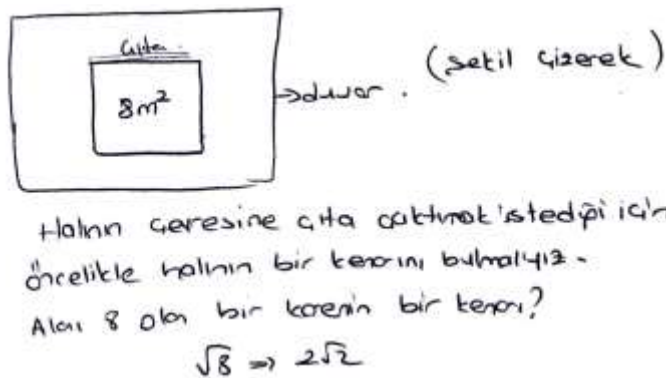
Araştırmacının görüşmenin bu bölümünde “20’nin negatif ve rasyonel sayı olan çarpanlarından söz eder miydiniz?” diye sorması üzerine katılımcı “öyle düşünürsek sonsuz tane cevap çıkar ve 8.sınıf öğrencileri bunu anlayacak düzeyde değiller, doğal sayı çarpanları düşündürmek yeterlidir diye düşünüyorum” demiştir.

Katılımcının bu açıklamasında bir kuralın nasıl uygulanacağını yer alması ve yalnız işlem adımlarının öne çıkmasından dolayı açıklamanın işlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisinde olduğu söylenebilir.

Ö26 öğretmenin veri toplama aracı-1’de yer alan dördüncü soruya verdiği yanıt şekil 93’te verilmiştir.

Şekil 93

Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1’deki Dördüncü Soruya Yanıtı



Ö26 öğretmenin dördüncü soruya ilişkin açıklamaları

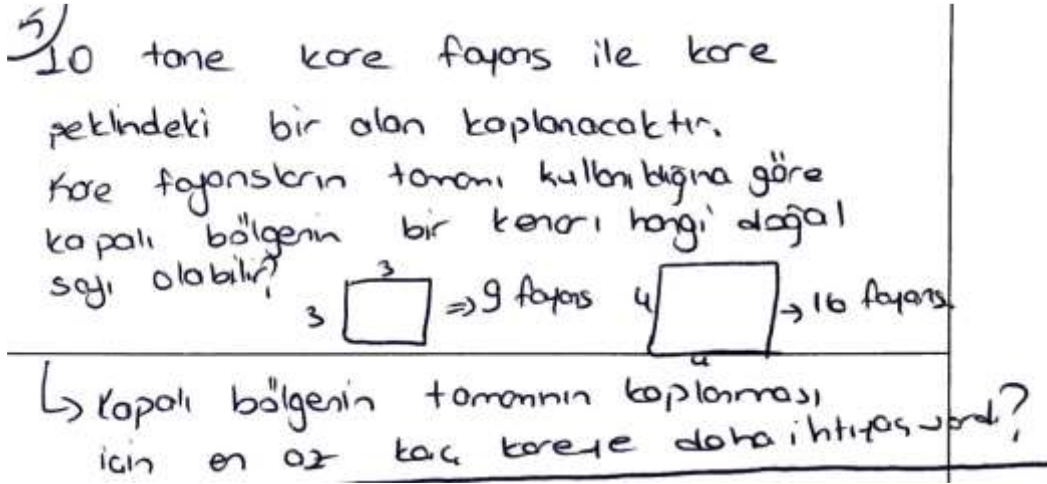
“... çitayı halının çevresine yerleştireceği için halının çevresini bulmamız lazım çevresi için kenarların bulunması lazım kenarlar için de alandan kenara bir geçiş yapmak lazım bu tam da kareköklü ifadelerin doğasına uygun olarak alandan kareye geçip kenara geçiş yapmak için alanın karekökü alınır eee sekizin karekökünü alma işlemi yapılır daha sonra da bu elde edilen kenar uzunluğundan karenin çevresini ulaşır”

Ö26 öğretmenin açıklamasında karenin kenar-çevre-alan ilişkisine değinerek ilişki ve özelliklerin anlamlarından söz etmesi, karekök alma işleminin gerekliliğini mantıksal olarak ortaya koyması nedenlerinden dolayı açıklaması açıklayıcı boyutta ve AB2 alt kategorisinde, işlem adımlarının gerekçelerine yer vermesinden dolayı da açıklamasının açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisinde olduğu söylenebilir.

Ö26 öğretmenin veri toplama aracı-1’de yer alan beşinci soruya verdiği yanıt şekil 94’te verilmiştir.

Şekil 94

Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1’deki Beşinci Soruya Yanıtı



Ö26 öğretmenin beşinci soruya ilişkin açıklamaları:

“ $\sqrt{10}$ Hangi iki doğal sayının arasındadır dendiği zaman doğal sayı var, kök var, kökün içinde de bir tanıdık doğal sayı var, bunları öğrencilerin kafalarında çok yer etmiyor yani sayının büyüklüğü sayı doğrusunda ki yeri çok öğrencide öğrenilmiyor 10 tane fayanslar bir kare bölgeyi kaplayacağımızdan bahsetmiştim böyle bir kare bölge mesela ne olabilir öğrenci burada 10 taneyle kaplayamayacağını ama 9 taneyle bunu kaplayabileceğini 9 tane ile kaplarsa bir kenarda 3 olabileceğini ya da işte

6 tane daha olsaydı 16'la kaplayabileceğini ve bir kenarının 4 olabileceğini demek ki 10 taneyle de işte fayansları kırsak küçültsek bir şeyler yapsa diyelim ki bir kare oluştursa kenarının 9'a göre daha büyük 16'ya göre daha küçük yani 3 ile 4 arasında bir sayı olabileceğini keşfettiririz ver diye düşünüyorum”

Öğretmen beşinci soruya ilişkin yukarıdaki açıklamasında kareköklü sayıların büyüklüklerine karar verirken öğrencilerin yaşadıkları zorlukların önüne geçmek için bu duruma ilişkin örnek bir problem durumu oluşturduğu, bu durum çerçevesinde soruya çözüm ve açıklama geliştirdiği görülmektedir. Bu nedenle açıklamanın problem çözme boyutunda ve PB2 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Ö26 öğretmenin veri toplama aracı-1’de yer alan altıncı soruya verdiği yanıt şekil 95’te verilmiştir.

Şekil 95

Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1’deki Altıncı Soruya Yanıtı

$\sqrt{12}$ çarpanlarına ayralım.

12	2	}	Her bir çarpan çift olursa kök dışına çıkabilecektir. $\Rightarrow$ 3 çarpanından bir tane daha olursa sonuç doğal sayı olur. ($\sqrt{3}$)
6	2		
3	3		
1			

Ö26 öğretmenin altıncı soruya ilişkin açıklamaları:

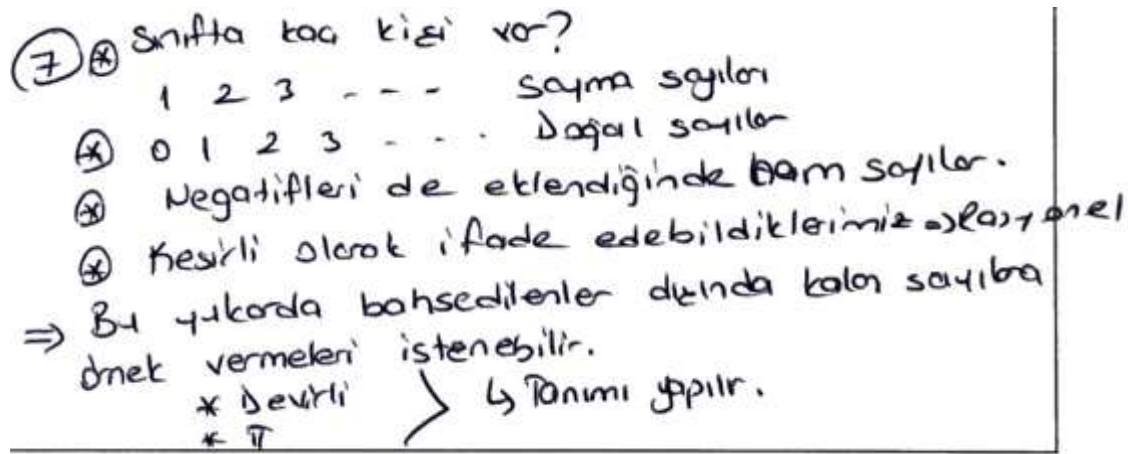
“ben bu sorularda başlangıçta öğrencilere sayıyı asal çarpanlarına ayırmalarını kare kök dışına çıkmak için bir şeyin karesi olması gerektiğinden her çarpan 2 tane bulunacak şekilde arayış içinde olmamız gerektiğini söylüyorum sizin sorduğunuz soruda kök 12’yi çarpanlarına ayrıldığında 2 tane 2 çarpanı var yani ikinin karesi var dışarıya çıkabilir çünkü 4 demektir bu yani tam kare ama 3 dışarıya çıkamaz dışarı çıkması için onun da üçün karesi olmaya ihtiyacı var o zaman bir kök 3 çarpanı olsaydı ifade hem tam kare olacaktı $\sqrt{36}$ olacaktı sonuçta tabii burada sınıfın bu konuyu anlama düzeyine göre şey yapılabilir mesela ben bazı sınıflarımda yapabiliyorum bazılarının da yapamıyorum buradaki $\sqrt{3}$ ’ü yok edecek bir çarpan da gelebilir örneğin $2/\sqrt{3}$ $\sqrt{3}$ sadeleşir, sıfır gelebilir sıfırla çarpıldığında yutan eleman sonuç sıfır olur, gibi”

Ö26 öğretmen altıncı soruya dair açıklamasında karekök dışına çıkmak için gereken çarpanın bulunmasına dair yapılan işlemlerin nedenlerini açıklamıştır. Bu nedenle açıklamanın açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisinde olduğu söylenebilir. Katılımcının açıklamanın devamında sınıfın seviyesine göre farklı çarpanların varlığından da söz ettiğine yer verdiği görülmektedir. Bu durum tartışma bölümünde ele alınmıştır.

Ö26 öğretmenin veri toplama aracı-1’de yer alan yedinci soruya verdiği yanıt şekil 96’da verilmiştir.

Şekil 96

Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1’deki Yedinci Soruya Yanıtı



Ö26 öğretmenin yedinci soruya ilişkin açıklamaları:

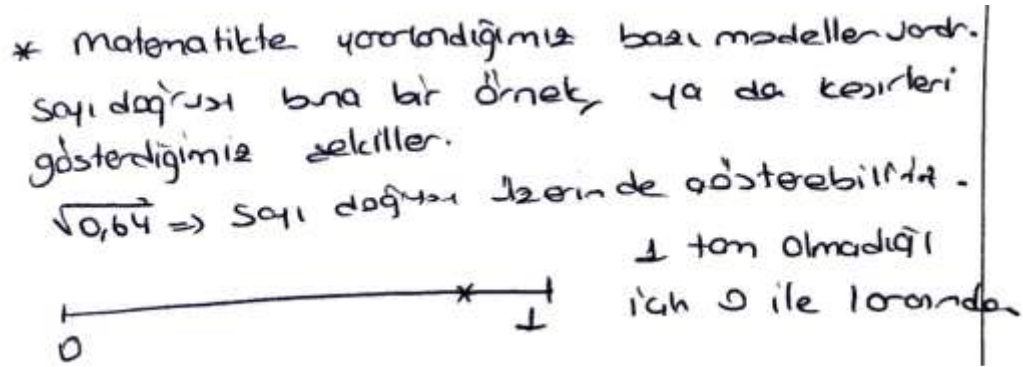
“hocam ben bu soruyu anlatırken ya elimden gelse birinci sınıftan başlayacağım yani öğrencilerin önceki öğrenmelerinin devamı yani eklenen bir şey olduğu için bu çocuk sayma sayılarını biliyor mu doğal sayıları biliyor mu tam sayılarla doğal sayı arasındaki farkı biliyor mu tüm bunların bir daha gözden geçirilmesi gerekiyor önce onlara bir yer veriyorum bunları da günlük yaşamdan örneklerle söz ediyorum devirli ondalık sayıda özellikle devirli ondalık sayının irrasyonel olduğunu düşünüyorlar o tepesinde çizgi olması özelliğinden dolayı özellikle konuyu öğrenemeyen öğrenciler bu hatayı yapıyor, halbuki devirli çıkması için bir bölme yapılması lazım demek ki bir bölme var yani rasyonellik var orada böyle soruların hani mantığını anlamalarını sağlamaya çalışıyorum”

Ö26 öğretmen yedinci soruya dair açıklamasında rasyonel ve irrasyonel arasında ilişkinin ne anlama geldiğini mantıksal olarak açıklamaya çalışmış, ne anlama geldiğinden söz etmiştir. Açıklamanın açıklayıcı boyutta ve AB2 alt kategorisinde olduğunu söylenebilir

Ö26 öğretmenin veri toplama aracı-1’de yer alan sekizinci soruya verdiği yanıt şekil 97’de verilmiştir.

Şekil 97

Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1’deki Sekizinci Soruya Yanıtı



Ö26 öğretmenin sekizinci soruya ilişkin açıklamaları:

“ben sizin bu sorunuzdan köklü ifade değerinin modellenmesi anlamını çıkarmıştım 0,8 olduğundan sayı doğrusu üzerinde sıfır ile bir arasında işte bire çok daha yakın bir sayı olarak modellerim tabii şey de olabilirdi yani 100 birim karelik bir alanın işte 8x8’lik bölümünün alınmasıyla elde edilmiş bir 100 kare modeli de olabilirdi bu şu an aklıma geldi o karenin bir kenarını gösterebilirdi burada kökün içindeki ifade bir alan belirttiği için kök dışına çıktığında da bu 2 boyuttan tek boyuta geçiyor ve bir uzunluk oluyor uzunluğu da biz neyle işte cetvelle ölçtüğümüz için sayı doğrusu gibi cetvel üzerinde gösteriyormuş gibi sayı doğrusunda gösterebiliriz veya 100 birim kareli modeli kullanabiliriz”

Ö26 öğretmen sekizinci soruya ilişkin açıklamalarında farklı modellerden söz etmiş, alan kenar ilişkisine yer vererek verilen ifadenin kenar uzunluğu olması gerektiğini belirtmiştir. Öğretmenin yaptığı işlemlerin sebeplerini açıkladığı, altındaki düşüncelere yer verdiği açıklamasının açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Ö26 öğretmenin veri toplama aracı-1’de yer alan dokuzuncu soruya verdiği yanıt şekil 98’te verilmiştir.

Şekil 98

Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1’deki Dokuzuncu Soruya Yanıtı

$7 \rightarrow \sqrt{49}$
 $8 \rightarrow \sqrt{64}$

$\sqrt{49}$ ve $\sqrt{64}$
 arasında olan ve
 dikdörtgenin diğer kenarı $\sqrt{2}$
 ile çarpıldığında doğal sayı
 olabilen sayı kaç olmalı?

Ö26 öğretmenin dokuzuncu soruya ilişkin açıklamaları:

“Cetvelde verilene göre aradığımız kenar yediden büyük sekizden küçük ama 7 ye yakın burada yediye $\sqrt{49}$ gibi düşünersek 49’a yakın bir sayı olacak ama $\sqrt{2}$ ile çarpınca doğal sayılacağı için de dolayısıyla hani $\sqrt{50}$ olarak bulunur”

Ö26 öğretmen dokuzuncu sorudaki açıklamasında adım adım işlemler yapmış, doğrudan kuralı uygulamış ancak işlemleri yapma sebeplerinden söz etmemiştir. Bu nedenle açıklamanın işlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisinde olduğu söylenebilir.

Ö26 öğretmenin veri toplama aracı-1’de yer alan onuncu soruya verdiği yanıt şekil 99’da verilmiştir.

Şekil 99

Ö26 Öğretmenin Veri Toplama Aracı-1’deki Onuncu Soruya Yanıtı

25

Tam kare ifadesi.
 * Kenar kenar uzunlukları
 aynı olduğuna göre hangi
 sayı kendisiyle çarpıldığında
 25 eder?
 5 //

Ö26 öğretmenin onuncu soruya ilişkin açıklamaları:

“25 zaten tam kare kendi kendisiyle çarpıldığında 25 eden sayı yani $\sqrt{25} = 5$ o kadar”

Ö26 öğretmen onuncu sorunun açıklamasında kendi kendisiyle çarpılınca 25 eden sayı açıklamasını yapmış ve alanın karekökü olarak kenarı buldurmuştur. Kendi kendisiyle çarpım diyerek açıklamış olsa da bu açıklamasının yetersiz olduğu düşünülmektedir. Açıklamanın işlemsel boyutta ve İB2 alt kategorisinde olduğu söylenebilir.

Görüşmenin sonunda araştırmacı tarafından *kareköklü ifadeleri anlatırken yaşadığınız zorluklar var mı, varsa nelerdir?* sorusu yöneltilmiştir. Ö26 öğretmenin cevabı aşağıda verilmiştir.

“...en fazla üç haftada konuyu bitirmek durumundayız çünkü LGS var, konuların ikinci dönemin ortasına bitmesi gerekiyor, bu sıkışmışlık derslerin yüzeysel işlenmesine sebep oluyor, diğer yandan biz okulda aman çocuklar ezberlemesin kavrasın diye didinirken çocuk dershaneye bir gidiyor birkaç ezber yöntemle geliyor sınıfa”

Ö26 öğretmenin açıklaması tartışma bölümünde detaylı olarak ele alınmıştır.

4.3. Gözlemlerden Elde Edilen Verilere İlişkin Bulgular

Çalışmada veriler toplanırken ders gözlemleri de yapılmıştır. Bu bölümde Ö1 ve Ö2 öğretmenin derslerinde yapılan gözlemlerden elde edilen verilerin analizi sonucunda ulaşılan bulgular yer almaktadır.

4.3.1. Ö1 Öğretmenin Derslerinde Yapılan Gözlemlere İlişkin Bulgular

Ö1 öğretmenin kareköklü ifadeler konusuna yer verdiği derslerinin 12 tanesinde gözlem yapılmıştır. Araştırmacının da öğretmen olması ve yoğun ders yükü nedeniyle gözlemler art arda her ders yapılamamıştır. Ö1 öğretmenin gözlem yapılan derslerindeki kazanımları aşağıda verilmiştir.

M.8.1.3.1. Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.

M.8.1.3.3. Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır.

M.8.1.3.4. Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.

M.8.1.3.7. Ondalık ifadelerin kareköklerini belirler.

Gözlemler için araştırmacı katılımcı olmayan gözlemci sıfatıyla derslerde yer almış ve gözlem notları olarak dersleri takip etmiştir. Elde edilen gözlem notlarının ve öğretmenin dersi esnasında tahtaya yazdığı içeriğin, çözdüğü soruların betimsel analizinin yapılması ve elde edilen öğretimsel açıklamaların; öğretimsel açıklama boyutlarına ve alt kategorilerine göre dağılımının belirlenmesi sonucunda 43 öğretimsel açıklama tespit edilmiştir. Bu açıklamaların 25 tanesinin işlemsel boyutta, 18 tanesinin de açıklayıcı boyutta yer aldığı söylenebilir.

Ö1 öğretmenin gözlemlenen dersler süresinde, öğrencilere sunduğu öğretimsel açıklamaların işlemsel boyutta değerlendirilen 25 tanesinin 9'unun İB2,16'sının da İB3 alt kategorilerinde yer aldığı söylenebilir. Açıklayıcı boyutta yer alan 18 öğretimsel açıklamanın ise üç tanesinin AB1 alt kategorisinde, sekiz tanesinin AB2 ve AB3 alt kategorilerinde, bir tanesinin AB2 alt kategorisinde ve altı tanesinin de AB3 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Ö1 öğretmenin işlemsel boyuttaki açıklamalarına örnekler aşağıda sunulmuştur (şekil 100-101). Kareköklü ifadelerle çarpma işlemi anlatırken tahtaya yazdığı örnek şekil 100'de verilmiştir.

Şekil 100

Ö1 Öğretmenin Açıklamaları (İB2)

$$\begin{aligned}
 \text{ÇF: } 3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{7} &= 15\sqrt{27} \\
 &= 15\sqrt{14}
 \end{aligned}$$

Annotations: "katsayı" (coefficient) points to 15, and "köklü ifade" (radical expression) points to $\sqrt{27}$.

Ö1 öğretmenin işlemsel boyutta değerlendirilen açıklaması şu şekildedir:

"Kareköklü ifadelerle çarpma işlemi yapılırken katsayılar kendi arasında, köklü ifadeler kendi arasında çarpılır, yeni oluşan kökte varsa tam kare çarpan bulunup çıkartılır."

Ö1 öğretmen çarpma işleminin yapılışını anlatırken ki açıklamasında; kural ve ilişkileri doğrudan ifade etmiş, neden öyle olduğuna ilişkin bir açıklama yapmamıştır. Açıklamanın işlemsel boyutta ve İB2 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Ö1 öğretmenin ondalık gösterimlerin kareköklerinin bulunmasına ilişkin konu anlatımı sırasında tahtaya yazdığı örnek şekil 101’de verilmiştir.

Şekil 101

Ö1 Öğretmenin Açıklamaları (İB3)

$$\sqrt{0,04} = \sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}} = \frac{2}{10} = 0,2$$

Ö1 öğretmenin işlemsel boyutta değerlendirilen açıklaması şu şekildedir:

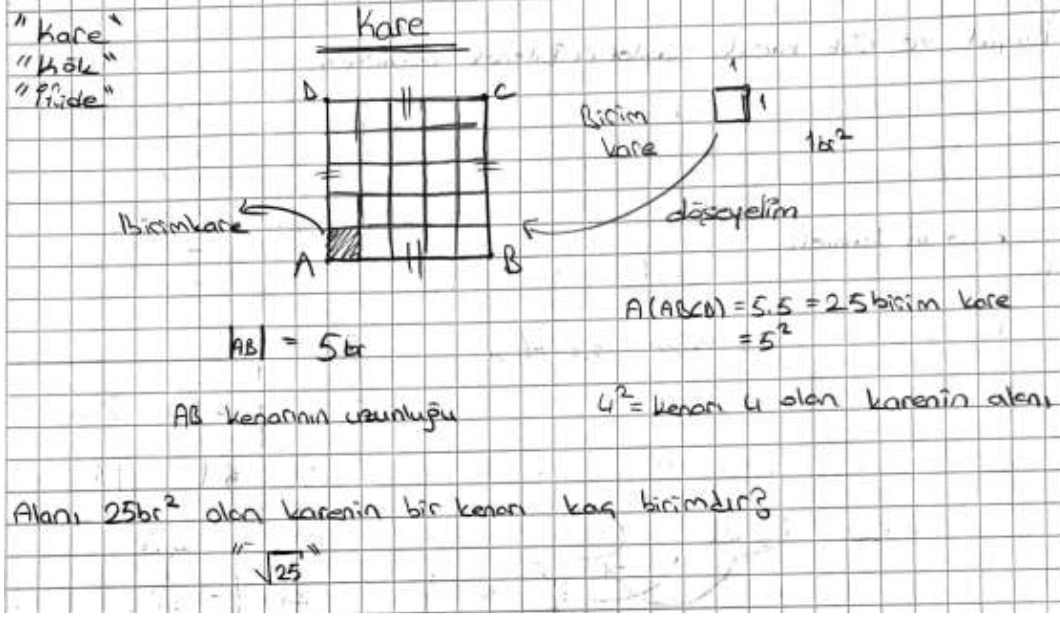
“Kökün içinde ondalık sayı varsa yani virgüllü sayı o sayıyı rasyonel olarak yaz yazın sonra da kökü paya ve paydaya ayrı ayrı yazın hem paya hem paydaya kökten çıkıyor mu çıkmıyor mu diye bakmanız gerekir çıkanları çıkarırsınız çıkmayanlar yine kök içerisinde kalır örnekte işte 4 / 100 diye yazıyoruz hem dördün dışarıya çıkması mümkün hem yüzün dışarıya çıkması mümkün o yüzden dışarıya çıktıktan sonra rasyonel halden tekrar ondalıklı sayıya çeviriyoruz”

Ö1 öğretmenin ondalık gösterimlerin kareköklerinin hesaplanmasını anlatırken ki açıklamasında; işlem ve algoritmaları kullanırken sebeplerine vurgu yapmadan sadece işlem adımlarına yer vermesinden dolayı açıklamanın işlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Ö1 öğretmenin açıklayıcı boyuttaki açıklamalarına örnekler aşağıda sunulmuştur (şekil 102-103). Kareköklü ifadelerle başlarken öğretmenin tahtaya yazdıkları şekil 102’de verilmiştir.

Şekil 102

Ö1 Öğretmenin Konu Anlatımı Açıklamaları (AB1-AB2)



Ö1 öğretmen konuya başlarken şu açıklamayı yapmıştır;

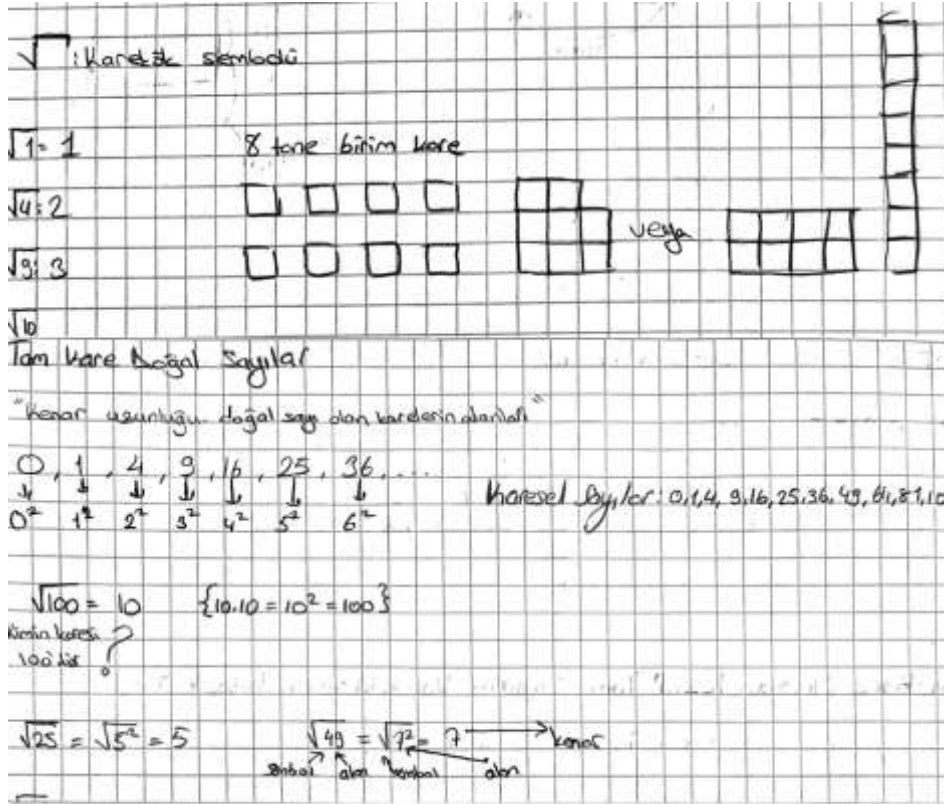
... "kare" ve "kök" kelimelerine baktığımızda kare kelimesinin geometrik şekillerden olan kareyi, kök kelimesinin de 7. Sınıf denklem çözme konusunda da yer verdiğimiz denklemin kökü, yani bir şeydeki bilinmeyeni, arananı bulmak olduğunu düşünebiliriz. O halde bu konuda kareye ilişkin bir şeyleri bulacağımızı söyleyebiliriz. Şimdi size alanı $25 br^2$ olan bir kareden söz etsem ve defterinize çizmenizi istesem nasıl bir kare çizerdiniz, bu karenin kenarı kaç birim olurdu? İşte bugün bu sorunun cevabını arayacağız, yani alanı $25 br^2$ olan karenin bir kenar uzunluğu kaç birimdir? Bunu yaparken de çok havalı bir simge kullanacağız ve bu simge bize hep bir soru soracak, içerideki sayı karenin alanıysa, bu karenin bir kenarı ne kadardır?"

Ö1 öğretmenin konuyu anlatırken karekök işleminin mantıksal açıklamasını yapmaya çalışmasından, şekil çizerek karenin alanıyla kenarı arasındaki ilişkinin karekök ile ifade edildiğinden söz etmesinden, karekök sembolünün anlamına vurgu yapmasından dolayı açıklamasının açıklayıcı boyutta ve hem AB1 hem AB2 alt kategorisinde yer aldığını söylenebilir.

Ö1 öğretmenin tam kare pozitif tam sayıları anlatırken tahtaya yazdıkları şekil 103'te verilmiştir.

Şekil 103

Ö1 Öğretmenin Konu Anlatımı Açıklamaları (AB1-AB2)



Öğretmen şu açıklamayı yapmıştır:

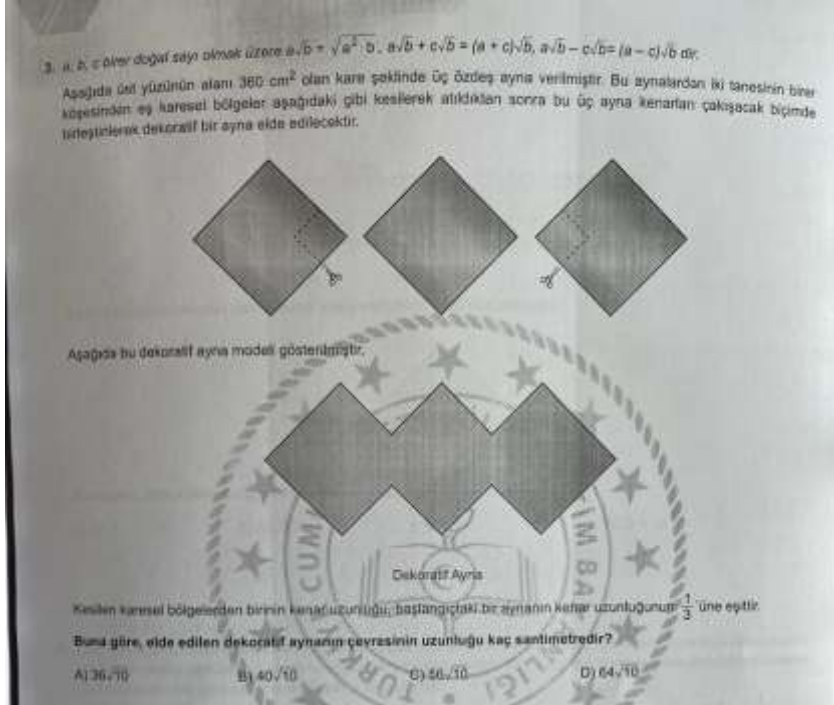
"Size 8 tane birim kare versem, örneğin küp şeker versem ve bunları yan yana dizerek filan kare şekil oluşturmanızı istesem olur mu? Ya da 8 tane birim kare kullanarak hangi şekilleri oluşturabilirsiniz çizelim, gördüğünüz gibi kare oluşmaz, şurada bir tane daha olsaydı kare olacaktı, işte kare oluşturmayacağımız 8 gibi sayılara tam kare olamayan doğal sayılar diyoruz. Kare oluştursaydık tam kare doğal sayı diyecektik, örneğin 9, örneğin 16 gibi."

Ö1 öğretmenin tam kare sayılara ilişkin yaptığı konu anlatımında tam kare tanımını yorumlaması, karenin alanıyla ilişkilendirerek matematiksel bir ilişkiyi mantıksal olarak açıklaması, görsel öğeler çizerek anlamlandırmasından ötürü, öğretimsel açıklamalarının açıklayıcı kategoride ve AB1-AB2 alt kategorilerinde yer aldığı söylenebilir.

Ö1 öğretmenin beceri temelli soru çözümü yaptığı derste yer verdiği MEB örnek soru şekil 104'te, öğretmenin çözümü ise şekil 105'te yer almaktadır.

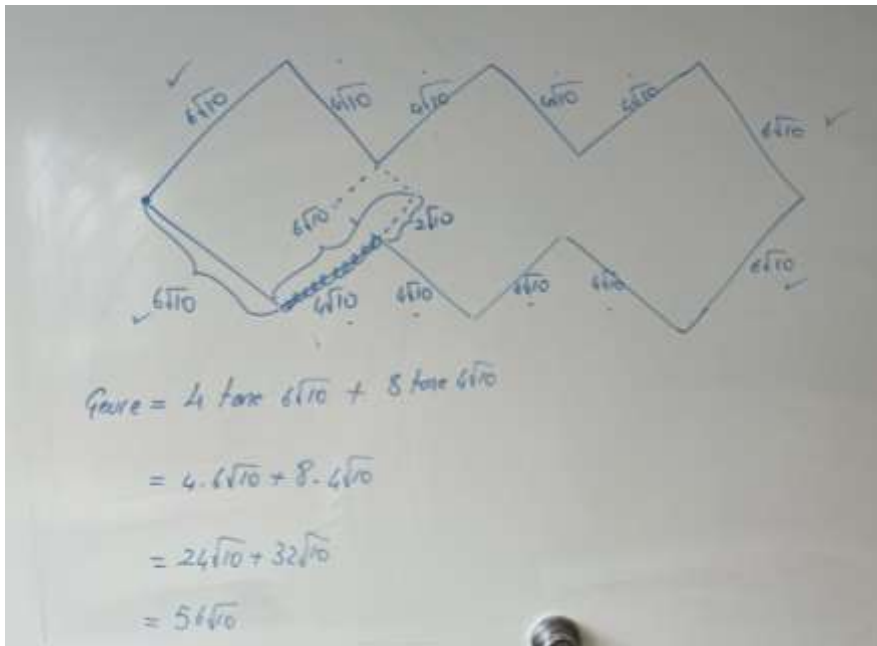
Şekil 104

MEB Örnek Soru-Kareköklü İfadeler



Şekil 105

MEB Örnek Soru-Kareköklü İfadeler



Öğretmenin soruya ilişkin açıklaması şu şekildedir:

“Şimdi şeklin çevresini bulmak için kenar uzunluğuna ihtiyaç var oysaki bizim bildiğimiz alan alandan çevreye geçiş yapmak için kenarını nasıl buluruz bunu düşünerek soruya başlamalısınız üst yüzünün alanı dediğine göre alanını biliyorsak kenarını bulmak için karekök alma işlemi yapıyoruz 360'ın karekökünü alıyoruz bu da ne yapıyor işte siz hemen mesela burada 60 gibi bir hataya düşebilirsiniz dimi 360'ın karekökü 36 çarpı 10, 6 kök 10 böylelikle kesilmeden önce aynanın bir kenarını $6\sqrt{10}$ olarak buldunuz sonra diyor ki bir köşesinden eee üçte biri kadar kenar uzunluğu üçte biri kadar olacakmış o halde $6\sqrt{10}$ üçte biri $2\sqrt{10}$ yapar bir kenara $2\sqrt{10}$ olacak şekilde kesilirse kenarda $2\sqrt{10}$ azalma var bir de diğer tarafta $2\sqrt{10}$ bir azalma var bunlar birleştiği için artık $2\sqrt{10}$ azalmadan sonra geriye $4\sqrt{10}$ luk uzunluklar kalacak sonra da kenar uzunluklarını toplayarak çevresini de buluruz”

Ö1 öğretmen açıklamasında neden karekök alındığını açıklamış, bu işlemi yaparken öğrencilerin dikkat etmesi gerekenleri belirtmiş, şekildeki değişikliği çizimle göstermiş, gerekçelerini açıklamıştır. Bu nedenle çözümün açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Ö1 öğretmenle öğretmenler odasında yapılan kısa görüşmelerde;

“İgs hazırlık konusunda çok zorlanıyoruz yeni nesil soru çözecek vaktimiz olmuyor bir derste 2 yeni nesil soru oku anla anlat bazen yetmiyor bile”

“Kareköklü ifadeleri baştan anlıyorlar yani tam kare kavramını, tam kare olmayanın tam kare çarpanını bulup dışarı çıkarmayı bu kısmı anlıyorlar fakat yeterince pekiştirmeden üzerine yeni konular geldiği için ezberliyor ve hata yapıyorlar”

Ö1 öğretmenin açıklamaları tartışma bölümünde detaylı olarak ele alınmıştır.

4.3.2. Ö2 Öğretmenin Derslerinde Yapılan Gözlemlere İlişkin Bulgular

Ö2 öğretmenin kareköklü ifadeler konusuna yer verdiği derslerinin 5 tanesinde gözlem yapılmıştır. Araştırmacının da öğretmen olması ve yoğun ders yükü nedeniyle gözlemler art arda her ders yapılamamıştır. Ö2 öğretmenin gözlem yapılan derslerindeki kazanımları aşağıda verilmiştir.

M.8.1.3.1. Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.

M.8.1.3.3. Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır.

M.8.1.3.6. Kareköklü bir ifade ile çarpıldığında, sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlara örnek verir.

Ders gözlemleri için araştırmacı katılımcı olmayan gözlemci sıfatıyla derslerde yer almış ve gözlem notları olarak dersleri takip etmiştir. Elde edilen gözlem notlarının ve öğretmenin dersi esnasında tahtaya yazdığı içeriğin, çözdüğü soruların betimsel analizinin yapılması ve elde edilen öğretimsel açıklamaların; öğretimsel açıklama boyutlarına ve alt kategorilerine göre dağılımının belirlenmesi sonucunda 21 öğretimsel açıklama tespit edilmiştir. Bu açıklamaların 18 tanesinin işlemsel boyutta, 3 tanesinin de açıklayıcı boyutta yer aldığı söylenebilir.

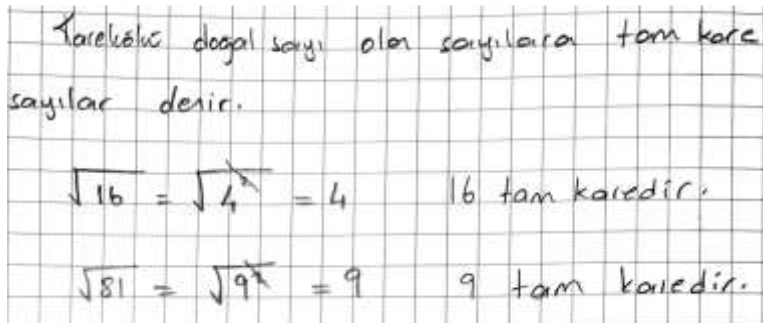
Ö2 öğretmenin gözlemlenen dersler süresinde, öğrencilere sunduğu öğretimsel açıklamaların işlemsel boyutta değerlendirilen 18 tanesinden birinin İB1-İB2, beş tanesinin İB2 ve 12 tanesinin İB3 alt kategorisinde; açıklayıcı boyutta değerlendirilen üç tanesinin ise AB3 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Ö2 öğretmenin işlemsel boyuttaki açıklamalarına örnekler aşağıda sunulmuştur (şekil 106-107).

Öğretmenin tam kare kavramını anlatırken tahtaya yazdıkları Şekil 106'da verilmiştir.

Şekil 106

Ö2 Öğretmenin Konu Anlatımı Açıklamaları (İB1-İB2)



Ö2 öğretmenin tam kare kavramına ait açıklaması şu şekildedir:

“Tam kare yani üslü olarak yazıldığında bir şeyin karesi olan sayı örneğin dördün karesi 16 o zaman 16 tam kare oluyor çünkü dördün karesi, 81 dokuzun karesi o zaman 81 tam kare sayı olmuş oluyor, bir doğal sayının karesi olarak yazılan sayılara tam kare sayılar denir tam tersini düşüünün sayıların karekökünü aldığınızda sonuç doğal sayı çıkar 16’nın karekökü dördtür çünkü 16 dördün karesidir, burada karekök içerisindeki 16’yı 4^2 olarak yazdığınızda dördün üstündeki 2 ile karekök işareti birbirini götürür ve sonuçta 4 kalır”

Ö2 öğretmen tam kare kavramına ilişkin açıklamasında tanımı doğrudan ifade etmiş, 2 olan üs ile karekök sembolünün birbirini götürdüğünü belirtmiş ancak bu durumun hangi durumlarda geçerli hangi durumlarda geçersiz olduğuna değinmemiştir. Bu nedenle açıklamanın işlemsel düzey ve İB1-İB2 kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Ö2 öğretmenin tam kare olmayan sayıların kareköklerinin bulunmasını anlatırken tahtaya yazdıkları şekil 107’de verilmiştir.

Şekil 107

Ö2 Öğretmenin Konu Anlatımı Açıklamaları (İB3)

$A=80$	$A=120$	$A=\sqrt{450}$
kenar = $\sqrt{80}$	kenar = $\sqrt{120}$	kenar = $\sqrt{225 \cdot 2}$
$=\sqrt{16 \cdot 5}$	$=\sqrt{4 \cdot 30}$	$=15\sqrt{2}$
$=4\sqrt{5}$	$=2\sqrt{30}$	$\sqrt{45 \cdot 10}$
		$\sqrt{5 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 5}$
		$\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5}$
		$3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2}$
		$15\sqrt{2}$

Ö2 öğretmenin tam kare olmayan sayıların kareköklerinin hesaplanması anlatırken ki açıklamaları şu şekildedir:

“80 sayısının karekökünü hesaplarken 80’in içindeki tam kare olan sayılara bakacağız örneğin 4×20 veya 16×5 burada büyük olan tam kare çarpan hangisiyse onu tercih edeceğiz yani 16×5 , buradaki 16 tam kare olduğu için dışarı çıkar 5 içeride kalır yine 120’de de sadece 4×30 var 4 tam kare başka tam kare yok o yüzden onu 4’ü dışarı alıyoruz 2 diye 30 içeride kalıyor. 450’nin karekökünü alırken şimdi 450’nin içindeki tam kare çarpanı hemen bulamayabilirsiniz o zaman 450’yi bildiğiniz şekilde daha küçük sayıların çarpanlarına ayırın mesela 450’yi görünce hemen 45 çarpı 10, 45 çarpım tablosundan 5×9 , bakın gördünüz mü 2 tane 5 geldi yani 5’in karesi çıktı 9’da da 3’ün karesi çıktı oradaki 3 dışarıya ve 5 dışarıya çıkınca dışarıya çıkanları çarptık $15\sqrt{2}$ oluyor”

Ö2 öğretmen açıklamasında adım adım işlemleri yapmış, işlemlerin yapılışını anlatmıştır ancak, işlemlere dair açıklamaların yetersiz olduğu görülmektedir. Bu nedenle açıklamaların işlemsel boyutta ve İB3 alt kategorisinde olduğu söylenebilir.

Ö2 öğretmenin ders kitabında yer alan bir örneği çözerken ki açıklamaları aşağıda verilmiştir. Söz konusu örnek şekil 108’de verilmiştir.

Şekil 108

Ö2 Öğretmenin Çözdüğü Ders Kitabında Yer Alan Soru

1. Yandaki tablo dikdörtgensel bölge biçimindedir. Bu tablonun boyu $15\sqrt{6}$ cm ve eni $9\sqrt{2}$ cm’dir. Tablonun alanını hesaplayınız.



Ö2 öğretmenin şekil 108’de yer alan soruyu çözerken ki açıklamaları şu şekildedir:

“Bu soruya baktığımızda bize bir tablo verildiğini görüyoruz tablonun alanını soruyor tabloya baktığınızda dikdörtgen sen zaten sorunun metninde de yazmış o halde sizin dikdörtgenin alanını nasıl bulunduğunu hatırlamanız gerekir dikdörtgenin alanı kısa kenarla uzun kenarını çarparak buluyorduk burada kısa kenarı ve uzun kenarı kareköklü ifade içeriyor yani bir çarpma işlemi yapacağız ama kareköklü ifadelerle çarpma işlemi yapacağız $15\sqrt{6}$ çarpı $9\sqrt{2}$ yaptığımızda kat sayıları çarpıyoruz karekök içindeki ifadeleri çarpıyoruz burada dikkat etmeniz gereken şey şu karekökünün içerisinde 6×2 yazdınız buradaki 6’nın içinde

2 var 6'yı 2×3 diye düşünün bakın 2^2 oluştu o 2^2 'yi de dışarı alacaksınız yani $15 \times 9 \times 2\sqrt{3}$ yani $270\sqrt{3}$ olarak alanını buluruz"

Ö2 öğretmen soruyu çözerken dikdörtgenin alanının nasıl bulunduğunu hatırlatmış neden kareköklü ifadelerin çarpılması gerektiğini belirtmiş ve işlemi yaparken kuralı uygulamış, karekökün içindeki çarpma işleminde oluşacak tam kare sayıya dikkat çekmiştir. Öğretmen adım adım işlemler yaparken işlemlere ilişkin açıklamalarda da bulunmuş altında yatan nedenleri belirtmiştir. Bu nedenle çözümün açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Ö2 öğretmenin kareköklü bir ifade ile çarpıldığında sonucu doğal sayı yapan çarpanlar konusunu anlatırken tahtaya yazdıkları Şekil 109'da verilmiştir.

Şekil 109

Ö2 Öğretmenin Konu Anlatımı Açıklamaları

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
 $\rightarrow 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{15} \quad \times$
 $\rightarrow 2\sqrt{3} \cdot 6 = 12\sqrt{3} \quad \times$
 $\rightarrow 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 3 = 6 \quad \checkmark$
 $\rightarrow 2\sqrt{3} \cdot 0 = 0 \quad \checkmark$
 $\rightarrow 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 4 \cdot 3 = 12 \quad \checkmark$
 $\rightarrow 2\sqrt{3} \cdot 7\sqrt{3} = 14 \cdot 3 = 42 \quad \checkmark$
 $\rightarrow 2\sqrt{3} \cdot \frac{5}{\sqrt{3}} = 10 \quad \checkmark$

Ö2 öğretmenin konuyu anlatırken ki açıklamaları şu şekildedir:

"Kareköklü bir ifadenin doğal sayıya dönüşebilmesi için ifadenin tam kare olmaması gerekir örneğin $\sqrt{16}$ zaten bir doğal sayıdır 4 demektir dolayısıyla bunun tekrar doğal sayıya dönüşmeye ihtiyacı yoktur ancak tam kare olmayan sayıların kareköklerini bulduğumuzda elimizde kökten çıkmayan bir sayı kalır işte bu doğal sayı olmayı engelleyen şeydir bugün bu durumu nasıl ortadan kaldırdığımızı göreceğiz örneğin $\sqrt{12}$

2√3 demektir burada √3 doğal sayı olmanın önündeki engeldir peki biz onu nasıl yok edebiliriz bir kere onu tam kare yaparak yok edebiliriz √3'ü tam kare yapabilecek olan şey tekrar aynı kökle çarpmaktır ki √9 olsun √3'ü yok etmek için sıfırla çarpabilirsiniz yutan eleman sıfır kalır hiçbir şey kalmamış olur yani √3 yok etmek için ya √3 içeren başka bir ifadeyle çarpacaksın veya o √3 'le sadeleşecek şekilde paydasında √3 olan bir ifadeyle çarpacaksın."

Ö2 öğretmen burada kareköklü ifadenin doğal sayı olabilmesinin ne demek olduğunu açıklamış, söz konusu işlemin nedenlerine vurgu yapmış, sonucun doğal sayı olabilmesi için gerekli olan kök içinde tam kare sayı bulunması durumunu mantıksal olarak açıklamıştır. Çözümün adımlarının ve gerekçelerinin yer aldığı bu açıklamanın açıklayıcı boyutta ve AB3 alt kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Çalışma kapsamında 38 ortaokul matematik öğretmeninden, veri toplama aracı-1'de yer alan soruları öğrencilerine anlatıyormuş gibi düşünerek cevaplandırmaları, öğretimsel açıklamalarına yer vermeleri istenmiş, katılımcılar arasından iki öğretmenle görüşme yapılmış, katılımcı öğretmenlerden iki tanesinin de dersinde ders gözlemleri yapılarak toplam 444 öğretimsel açıklama tespit edilmiş ve bu öğretimsel açıklamalar Kinach anlama düzeyleri çerçevesinde öğretimsel açıklama boyutları ve kategorilerine göre (Alkan, 2016) analiz edilerek; 288 açıklamanın işlemsel boyutta, 135 açıklamanın açıklayıcı boyutta, 9 açıklamanın problem çözme boyutunda ve 1 açıklamanın ise epistemik düzey boyutunda yer aldığı tespit edilmiştir. 11 açıklama ise matematiksel doğruluk bakımından hatalı bulunmuştur. Matematiksel olarak doğru olan 433 öğretimsel açıklamanın 288 tanesinin işlemsel boyutta yani araçsal-işlemsel öğrenmeyi sağlayıcı, 145 tanesinin kavrama düzeyi boyutunda işlevsel-kavramsal öğrenmeyi sağlayıcı nitelikte olduğu söylenebilir.

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Tartışma

Çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü ifadeler konusuna ilişkin öğretimsel açıklamalarının Kinach anlama düzeyleri çerçevesinde incelenmesi amaçlanmıştır.

Çalışmada elde edilen 433 öğretimsel açıklamanın 288 tanesinin işlemsel boyutta, 145 tanesinin kavrama düzeyi boyutunda olduğu söylenebilir. Elde edilen bu sonuç öğretimsel açıklamalara ilişkin diğer çalışmalardan elde edilen; öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının işlemsel düzeyde, kural ve formül odaklı olduğu, kavramsal öğrenme için gerekli olan matematiksel nedenlere, akıl yürütme ve muhakeme etme becerilerini geliştirmeye, bilgiyi çözüme ulaştıracak şekilde problem durumuna uyarlamaya yer vermedikleri sonuçlarıyla örtüşmektedir (Akyıldız, 2019; Alkan, 2016; Charalambous ve ark., 2011; Kinach, 2002b, 2002a; Popovic, 2015; Sayın ve ark., 2022; Sırmacı ve Gökkurt Özdemir, 2016; Skemp, 1978; Soyuk, 2018; Toluk Uçar, 2011, 2010).

Çalışmanın bu bölümünde öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları literatürdeki çalışmalar ışığında ve üç ayrı başlıkta tartışılmıştır.

5.1.1. Veri Toplama Aracı-1'deki Sorulara Verilen Yanıtlara İlişkin Tartışma

Veri toplama aracı-1'de yer alan kareköklü ifadeler konusuna ait 10 adet açık uçlu soruya ilişkin öğretimsel açıklamaların analizleri sonucunda 380 öğretimsel açıklamanın 245 tanesinin işlemsel, 124 tanesinin ise kavramsal olduğu ve 11 açıklamanın ise matematiksel olarak hatalı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

MDÖP 8. sınıflar 2. üniteye yer alan kareköklü ifadeler konusunun ilk kazanımı;

M.8.1.3.1. Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.

Tam kare kavramı kareköklü ifadeler konusunun anahtar kavramlarından biridir, öğrenciler tarafından sayıların tam kare olma durumunun iyi kavranması konunun devamındaki diğer kazanımlar için oldukça önemlidir, tam kare bir doğal sayının

karekökü yine bir doğal sayı iken; tam kare olmayan doğal sayının karekökü irrasyonel sayılara geçişi sağlayacaktır ve bu nedenle veri toplama aracı-1’de yer alan ilk soru tam kare kavramının öğrencilere nasıl açıklanacağına ilişkindir.

Katılımcılardan alınan açıklamaların 11 tanesi işlemsel düzey, 20 tanesi açıklayıcı düzey, 6 tanesi problem çözme düzeyi ve 1 tanesi de epistemik düzeyde değerlendirilmiştir. Öğretimsel açıklamaların yarısından az fazlasının açıklayıcı düzeyde yer aldığı, problem çözme ve epistemik düzey açıklama sayısının ise oldukça az bulunduğu görülmektedir.

Tam kare kavramı bir pozitif sayının karesi olan sayılar olarak ifade edilmektedir (EBA,2023). İşlemsel düzeyde yer alan açıklamaların yalnız bu tanım çerçevesinde olduğu görülmektedir. Açıklayıcı düzeyde ise tanımı karesel model ile gösterme, kenar uzunluğundan hareketle karenin alanının bulunması ve alanı belirten sayının tam kare sayı olduğu ifade edilmektedir.

Problem çözme düzeyindeki açıklamalara bakıldığında somut materyaller ile yeni bir problem durumunun ortaya koyulduğu, tam kare sayılar ile tam kare olmayan sayıların kare şeklini oluşturabilme durumları açısından incelendiği görülmektedir.

Epistemik düzeyde açıklama yaptığı değerlendirilen Ö14 öğretmen, sayının kendisiyle tekrarlı çarpımından hareketle öğrencilerin 5. sınıftan gelen bilgilerini kullanmış, tekrarlı çarpım ile karenin alanı arasında ilişki kurmuş, uzunluk-alan-hacim boyut kavramlarını kullanarak matematiksel bilginin nereden geldiğini ve önceki bilgilerle ilişkisini ortaya koymuştur.

İşlemsel düzeyde açıklamalar kavrama dair derinliği olmayan, yüzeysel ve ezberci açıklamalardır (Kinach, 2002a) ve katılımcılardan 11 tanesi bu düzeyde açıklama yapmıştır. Diğer 27 katılımcı ise öğrencilerin kavramı ilişkisel anlamasını sağlamaya dönük, karesel bölgelerin alanları ve sayı doğrusu gibi modeller, lego gibi somut materyaller, alanı birim karelere ayırma etkinlikleri kullanarak öğretimsel açıklamalarını ortaya koymuşlardır.

Veri toplama aracı-1’de ikinci soru $\sqrt{(-6)^2}$ ifadesinin sonucunun bulunmasıdır ve katılımcı öğretmenlerden 29 tanesi işlemsel düzeyde açıklama yaparken, 7 katılımcı açıklayıcı düzeyde yanıt vermiş, 2 katılımcının açıklaması ise hatalı bulunmuştur. Bu

soruda kök içinde yer alan ifade pozitif bir doğal sayıdır ve karekökü de yine pozitif olmalıdır. Öğrencilerde yaygın olan her a sayısı için $\sqrt{a^2} = a$ kavram yanılgısının (Cengiz, 2006; Orhun, 1998; Şenay 2002) yani üs olan 2 ile karekök sembolünün birbirini götürdüğü ve sonucun (-6) olacağı yönündeki anlayışın önüne geçmek için öğretmenler tarafından nasıl bir yol izlendiğinin belirlenmesi amaçlanmıştır. İşlemsel düzeyde açıklama yapan katılımcıların karekök içindeki üslü ifadenin değerinin pozitif olduğunu ve karekök içindeki bir doğal sayının karekökünün de pozitif olacağını ifade ederek sonucun 6 olduğunu belirttikleri görülmüştür. Bu açıklamalar karekökün sonucu pozitif olmalıdır ezberine dayanan ve öğrencinin işlemsel düzeyde anlamasını hedefleyen açıklamalardır. Açıklayıcı düzeyde cevap veren 7 katılımcı ise; karekök alma işleminin karenin alanından kenarına bir geçiş işlemi olduğunu belirtmiş, kenar uzunluğunun mutlak bir değer olduğuna, daima pozitif olması gerektiğine yer vererek işlemin nedenini mantıksal olarak açıklamışlardır. İki katılımcının ise öğrencilerde yaygın olarak görülen her a sayısı için $\sqrt{a^2} = a$ kavram yanılgısına düşerek; 2. kuvvet ile karekök sembolünün birbirini götürdüğü, sonucun (-6) olduğu hatasını yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerin sıkça kavram yanılgısına düştükleri bu durumun en aza indirilmesi için $\sqrt{a^2} = |a|$ eşitliği vurgulanmalıdır (Duatpe Paksu, 2020) ve bu durumun karenin kenar uzunluğunu belirttiğinden, uzunluğun ise negatif bir değer alamayacağının, 6. sınıf tam sayılar-mutlak değer konusu da hatırlatılarak önemle belirtilmesi gerekmektedir.

Bu soruda problem çözme ve epistemik düzeyde açıklamalar yer almamaktadır.

$\sqrt{a^2} = |a|$ eşitliğine ilişkin problem çözme ve epistemik düzeyde bir açıklamanın 8. sınıf öğrencilerinin seviyesine uygun olamayacağı düşünülmektedir.

Katılımcılara yöneltilen üçüncü soru; Alanı $\sqrt{20} \text{ cm}^2$ olan dikdörtgenin kenar uzunlukları neler olabileceğine ilişkindir. Katılımcı 38 öğretmenden 24 tanesi işlemsel düzeyde yanıtlamış, 14 öğretmen ise açıklayıcı düzeyde yanıt vermiştir. Bu soruda $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ eşitliği tersten sorulmuştur. İşlemsel düzeyde açıklama yapan öğretmenler kareköklü ifadelerde çarpma işleminin yukarıda verilen özelliğini kullanarak 20'yi çarpanlarına ayırmış ve çarpanları kök içinde yazmıştır. Açıklayıcı düzeyde yorumlayan öğretmenler dikdörtgen çizerek, dikdörtgenin alanının dik kesişen iki kenar uzunluğu çarpımıyla bulunmasından hareketle; sonucu $\sqrt{20}$ olacak

şekilde çarpanlar bulunması gerektiğini ifade etmiş ve 20'nin yalnız doğal sayı olan çarpanlarına yer vermekle yetinmeyip rasyonel sayı olan $(\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{40})$ çarpanlara da yer verdikleri görülmüştür.

$\sqrt{20}$ 'nin çarpanlarının bulunması gereken bu soru bir hikaye içerisinde problem durumu olarak ele alınabilir, öğrencilerin dikkatleri çekilebilir ve sınıfın farklı fikirler üretmelerine zemin hazırlanabilir. Örneğin;

Matematik öğretmeni Hasan Bey, öğrencilere gizemli bir haritayı gösterdi ve dedi ki: "Çocuklar, bu harita, kayıp bir hazineyi bulmak için ipuçları içeriyor. Ancak hazine yerine ulaşabilmek için matematiksel becerilerimizi kullanmamız gerekiyor. İlk adım olarak, haritadaki bir dikdörtgenin çevresini hesaplamamız gerekiyor. Alanı $\sqrt{20} \text{ cm}^2$ olarak verilmiş. Şimdi, dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulabilir misiniz?"

Öğrenciler, merakla haritayı incelemeye başlayabilirler. Alanı $\sqrt{20} \text{ cm}^2$ olan dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulmak için düşünmeye başlarlar. Farklı fikirler ve stratejiler ortaya atılabilir. Öğrenciler, matematiksel becerilerini kullanarak haritadaki dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulmanın heyecanını yaşarlar. Kendilerini gerçek bir matematikçi gibi hissedebilirler ve hazineyi bulma macerasına başlamak için gerekli adımı atmış olurlar.

Veri toplama aracı-1'de yer alan dördüncü soru alanı 8 m^2 olan karenin çevre uzunluğunun bulunmasıdır. Burada hem tam kare olmayan sayının karekökünün bulunması hem de kareköklü ifadelerle toplama işleminin yapılması işlemleri yer almaktadır. Soru aşağıda yer alan kazanımları içermektedir.

M.8.1.3.3. Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır.

M.8.1.3.4. Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.

M.8.1.3.5. Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.

Katılımcı öğretmenlerden 29 tanesi işlemsel düzeyde, 9 tanesi de açıklayıcı düzeyde açıklama yapmıştır. İşlemsel düzeyde açıklama yapan öğretmenler asal çarpanlara ayırma algoritması ile $\sqrt{8}$ 'in değerini bulmuş ardından da bu değeri 4 ile çarpmışlardır. Adım adım işlemler yapılmıştır fakat o işlemin neden tercih edildiği ve

sonucunun neyi temsil ettiği belirtilmemiştir. Alanı 8 olan karenin kenar uzunluğu bir rasyonel sayı değildir ve bu durumun öğrencilere fark ettirilmesi gerekmektedir. Günlük yaşamda büyüklüğu 8 m^2 olan kare şeklinde halılar vardır, böyle bir durumda halının kenar uzunluğunun neler olabileceği tartışılabilir. Kareköklü ifadelerin günlük yaşamda sıkça karşılaşılmayan konulardan olması öğrencilerin konuyu kavramsal olarak, derinlemesine öğrenmelerini zorlaştırmaktadır (şenay, 2002) dolayısıyla somut bir hikâye olarak sunulan örnek detaylı düşünmelere fırsat verecek şekilde incelenmelidir. Öğretimsel açıklamaları açıklayıcı düzeyde yer alan yedi öğretmenin ise karenin kenar uzunluğunu bulmak için tekrarlı çarpıma ihtiyaç duyulduğundan, doğal sayılarla tekrarlı çarpımın sonucunun 8 olamayacağından, sonucun irrasyonel olacağından bahsettikleri ve işlemleri yaparken açıklamalara yer verdikleri görölmektedir. $\sqrt{8}$ 'in yaklaşık olarak hangi uzunluğa karşılık gelebileceği, bu uzunluğun sayı doğrusunda gösterimi öğrencilerde ilişkisel-kavramsal anlamayı sağlayacak öğretimsel açıklamalardır.

Veri toplama aracı-1'de yer alan diğer bir soru da kareköklü ifadenin yaklaşık değerinin bulunması, irrasyonel sayının büyüklüğüne karar verebilmekle, sayı duyusuyla ilgilidir. Çalışmanın bulgularında öğretmenlerin benzer yöntemi kullanarak işlemsel düzeyde açıklamalar yaptığı, küçük tam kare ve büyük tam kare arasında hangisine yakınsa karekökü de ona yakındır şeklinde soruyu açıkladıkları görölmektedir. Bu soru temelde irrasyonel sayının sayı doğrusunda yerini bulma ve büyüklüğüne karar verebilme becerisine dönüktür ve öğrencilerin bu beceriyi edinebilmeleri için durumun somutlaştırılmasına, görsel öğelerle zenginleştirilmesine ihtiyaç vardır. Katılımcıların 10 tanesi sayı doğrusu, kare modelleri kullanarak kavramsal öğrenmeyi sağlayıcı açıklamalar yaparken 28 tanesinin açıklaması işlemsel düzeyde kalmıştır ve bu sonuç alan yazındaki benzer çalışmaların sonuçlarıyla uyumludur (Adıgüzel, 2013; Popovic, 2015; Sirotic ve Zazkis, 2007; Soyuk, 2018).

Veri toplama aracı-1'deki diğer bir soru kareköklü ifadeyi doğal sayı yapan çarpanlara ilişkindir ve katılımcıların çoğu ifadeyi kendisiyle çarparak doğal sayı elde edilebileceğini ifade ederek soruyu yanıtlamıştır. Bu yanıt doğru olmakla birlikte yüzeysel ve ezberci bir yaklaşımdır. Burada sonsuz tane yanıt verilebileceği, çarpma işleminin sonucunda doğal sayı elde edilebilmesi için hangi şartların sağlanması gerektiği bu durumun hangi durumlarda geçerli, hangi durumlarda geçersiz olabileceği

gibi çok yönlü açıklamaların yapılması, öğrenciye çok sayıda uygulama fırsatı verilmesi kavramsal öğrenmeyi sağlayıcı açıklamalar arasında gösterilebilir.

Ondalık gösterimlerin kareköklerinin bulunması gereken soruda ise bir de model çizilmesi istenmiştir. Katılımcılardan bazıları karekökün sayısal değerini bulmuş ancak model ile gösterememişlerdir. Bazı katılımcılar daha önce hiç ondalık sayı karekökünü model ile gösteremediklerinden soruda ne istendiğini anlamadıklarını ifade etmişlerdir. Modelle gösteren bazı katılımcılar karekökün sayısal değeri olan 0,8'i bir bütünü 10 eş parçaya ayırıp sekiz tanesini tarayarak göstermişlerdir. Bazı katılımcılar ise matematiksel olarak doğru olan; karekök içindeki değerin karenin alanını belirttiğini ifade ederek, 0,8'i bir uzunluk, karenin kenar uzunluğu olacak şekilde modellemişlerdir. Matematik öğretmeni adaylarıyla çalışan Baki (2013) ve Toluk Uçar'ın da (2010, 2011) çalışmalarında elde ettikleri sonuçlardan olan öğretmenlerin matematiksel bilgilerinde eksik ve hatalı yanların varlığı bu çalışmanın da sonuçları arasında yer almaktadır.

Kareköklü ifadeler konusundaki kazanımlar incelendiğinde bazı kazanımların doğası gereği işlemsel beceriyi odakladığı görülmektedir. Örneğin *kareköklü ifadelerle çarpma bölme işlemleri yapar, ... $a\sqrt{b}$ biçiminde yazar...* Öğretimsel açıklamalar da bu doğrultuda işleme ilişkin olmakta ve işlemin nasıl yapılacağına anlatılması yeterli görülmektedir. Ancak bu durum konuya ilişkin tüm kazanımlara yansıtıldığında; kareköklü ifadeler konusunun baştan sona ezberlenen ve yüzeysel öğrenilen, çoğu zaman da öğrenilemeyen bir konu olarak kaldığı görülmektedir (Balak, 2021; Duatepe Paksu, 2020; Sirotic ve Zazkis, 2007; Soyuk, 2018).

5.1.2. Görüşme Bulgularına İlişkin Tartışma

Çalışmanın veri toplama yöntemlerinden biri olan görüşmeler sonucunda elde edilen bulgular çalışmanın ilk aşamasında elde edilen bulgularla ve benzer çalışmalarla örtüşmektedir (Alkan, 2016; Baki, 2013; Karakuş, 2017). Görüşmelerden elde edilen bulgulara göre öğretmenler derslere plan yapmadan, ön hazırlık olmadan başlıyor ve bir konuya veya kavrama ilişkin açıklama yaparken de sınıfın seviyesini göz önünde bulundurarak, eğer başarısı düşük bir sınıfsa ezber ve yüzeysel açıklamaları tercih ediyorlar. Öğretmen dersi kavramsal düzeye çıkarabilecek şekilde işlemeye çalıştığında sınıfın ilgisiz kalışı, öğrencilerin öğrenmeye isteksiz oluşları, dersi anlama

becerilerindeki zayıflık gibi sebeplerin öğretmenin hevesini kırdığı ve dersin yüzeysel, işlem odaklı sürdürüldüğü görülmektedir. Ayrıca kazanımlar için yıllık planda öngörülen süre ile gerçekte ayrılan sürenin LGS hazırlığı nedeniyle farklı olması, konuların erken bitmesi gerektiğinden derslerinde yeterince açıklamalar yapamadıkları ve işlem bilgisine odaklı ders işleyerek konuyu tamamladıkları öğretmenler tarafından ifade edilmektedir. Türkiye'deki çoktan seçmeli sıralama sınavlarına hazırlanma ve yetişme telaşı öğretmenlerin derslerine de yansımakta ve öğretmenler konuyu yetiştirmek için hızlı gitmekte ancak hızlı gittikleri için de derinlemesine ve detaylı dersler işleyememekte adeta bir çıkmazda kalmaktadırlar.

5.1.3. Ders Gözlemi Bulgularına İlişkin Tartışma

Araştırma kapsamında yapılan gözlemler neticesinde öğrencilerin kareköklü ifadelerin öncesinde öğrenmeleri gereken üslü ifadeler, karenin alanı, rasyonel sayılar ve ondalık gösterimler konularına dair ön bilgilerinde büyük eksiklerle derse geldikleri görülmektedir. Bu durum alan yazındaki diğer çalışmaların sonuçlarıyla da örtüşmektedir (Göçük, 2019; Popovic, 2015; Sayın ve ark., 2022). Öğretmenlerin bir yandan konuyu işlerken diğer yandan o eksikleri kapatıcı küçük hatırlatmalara yer verdikleri görülmüştür. Kareköklü ifadeler konusunun başlangıç kazanımlarında öğrencilerin rahat öğrendikleri ancak sonrasında yeni bilgiler eklendikçe zorlanmaya başladıkları ders gözlemi sonrası yapılan kısa değerlendirmede öğretmen tarafından ifade edilmiştir. Öğretmenler, önceki yıllardan gelen deneyimlerine dayanarak öğrencilerin kafa karışıklıklarını önlemeye yönelik çabalar göstermiş olsalar da bu durumun üstesinden gelmek konusunda çaresizlik yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Dersi uzun uzun anlatacak, her öğrencinin hatasını analiz edip üzerinde rahatça duracak kadar vakit olmadığından en azından kazanım sorularını yapabilecek kadar kareköklü ifadeler konusunu öğrenmelerini sağlayacak şekilde dersler işlenmektedir.

5.2. Sonuç ve Öneriler

Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü ifadeler konusuna ilişkin öğretimsel açıklamalarını konu edinen çalışma sonucunda elde edilen verilerin analiziyle ulaşılan bulgular göstermiştir ki öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının büyük bir kısmı Kinach (2002a) anlama düzeylerine göre işlemsel boyutta yer almaktadır ve işlemsel

boyutta yer alan öğretimsel açıklamalar öğrencilerin işlemsel-araçsal öğrenmelerine sebep olmaktadır.

İşlemsel-araçsal öğrenmede öğrenciler öğrenmek için düşünmeye istekli değildirler ve öğretmenin sonraki öğrenmelere hazırlık olarak verdiği tüm zemin çalışmalarını bilmek istemezler, tek istedikleri cevabı bulmak için bir kural, kuralı uyguladıklarında soruyu çözüyorlarsa gerisini görmezden gelirler ve yalnızca kuralı uygulamaya odaklanırlar (Skemp, 1978). İlişkisel-kavramsal öğrenmede ise öğrenci hangi yöntemin işe yaradığı ile ilgilenmez neden işe yaradığını bilmek ister yöntemi sorunla ilişkilendirmek ve olası yeni sorulara bu yöntemi ve bilgiyi uyarlamak ister (Skemp, 1978).

Kavramsal öğrenmenin gerçekleşebilmesi için öğretmenin öğretimsel açıklamalarının kurallardan, formüllerden ve işlemlerden öte derinlemesine bir yaklaşım ile öğrencinin önceki bilgileriyle ilişkilendirme yapmasını sağlayarak, öğrencinin adım adım yeni bilgiye ulaşmasını sağlamaktır. Öğretmenin bunu yapabilmesi için hem matematik bilgisinin hem de pedagojik bilgisinin üst düzey olması ve bunları matematiği öğretebilme becerisine dönüştürmesi gerekmektedir. Bu bağlamda matematik öğretmenlerinin alanlarıyla ilgili yüksek lisans, doktora yapmaları desteklenmeli, alanlarıyla ilgili bilimsel toplantılara katılmaları teşvik edilmeli, uygulamalı hizmet içi eğitimler verilmelidir.

Çalışmanın konusu olan kareköklü ifadeler konusunun öğretim programındaki yeri gözden geçirilmeli ve 8. sınıf 2. Dönem geometri öğrenme alanında yer alan Pisagor bağıntısının kareköklü ifadeler konusunun öncesine alınması çalışmanın sonuçları doğrultusunda önerilmektedir ve bu bağlamda; karekök kavramının doğrudan bir konu olarak öğrencinin karşısına çıkmasındansa, Pisagor teoreminin önce öğretilmesi, hipotenüsün uzunluğunun bulunması için karekök alma işlemini ve hipotenüsün tam kare olmadığı durumlarda irrasyonel sayıları ortaya çıkaracaktır. İrrasyonel sayılara tarihsel bakış açısından bakıldığında, sekizinci sınıf öğrencileri irrasyonel sayılara başlamadan önce Pisagor teoremini öğrenmelidir (Popovic, 2015).

Ülkemizdeki çoktan seçmeli sıralama sınavları öğrencilerin öğrenme biçimlerini (Soyuk, 2018) ve öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarını etkilemektedir. Öğrenciler öğretmenlerinden detaylı bir açıklama istememekte, söz konusu sorunun doğru

cevabını, verilen dört-beş seçenek arasından bulmasını sağlayacak kadar bilmekle yetinmektedir. Bu durum da öğretmenlerin işlemsel-araçsal düzeyde öğretimsel açıklama yapmalarına sebep olmaktadır.

Öğretmenler konuya ilişkin öğretimsel açıklamalarını sınıfın düzeyine ve öğrencilerin durumuna göre belirlemektedirler. Bazı sınıflarda öğrenciler, etkinlik yapmada ve materyal kullanımında dersin ana konusundan uzaklaşmakta ve sınıf içi disiplinin ve düzenin tekrar sağlanması zorlaşmaktadır. Bazı sınıflarda işlemsel düzey açıklamanın ötesine geçme, konuya dair derinliği olan, muhakeme becerisini geliştirici açıklamalar ve çalışmalar öğrencilerde karşılık bulamamaktadır. Öğretmen işlemsel düzeyin ötesine geçebilecek yetkinlikte olmasına rağmen sınıfın durumu ve seviyesi nedeniyle işlemsel düzeyde kalmaktadır.

Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının büyük kısmı kendi matematik öğrenme deneyimlerine dayanır, öğretmenler öğrendikleri gibi öğretmektedir (Baki, 2013; Kinach, 2002a, 2002b; Toluk Uçar, 2011) bu bağlamda matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklamalarını kavramsal öğrenmeyi hedefleyecek şekilde düzenlemesini sağlamak adına çok boyutlu çalışmalar yapılmalıdır.

1. Matematik öğretmenlerinin zümre grupları (okul-ilçe-il) işlevsel olacak şekilde oluşturulmalı, düzenlenecek faaliyetler ile öğretmenlerin deneyimlerini paylaştıkları, yenilikleri birbirlerine ilettikleri, grup çalışması yaparak projeler ürettikleri bir hal almalıdır.
2. Matematik öğretmenlerine kavramsal öğretmeyi destekleyecek etkinlikler ve materyaller sunulmalı, öğretmenlerin bu materyalleri kullanmaları ve yeni materyaller üretmeleri teşvik edilmelidir.
3. Matematik öğretmenlerinin derslerinde farklı öğretme biçimlerine yer vermeleri; grup çalışmaları, proje tabanlı öğrenme ve tartışma ortamları gibi iş birliğine dayalı öğrenme yöntemlerini kullanmaları çok önemlidir. Öğrencilerin birlikte çalışarak matematiksel kavramları keşfetmelerine ve anlamalarına olanak sağlayan bu tür etkinlikler, kavramsal öğrenmeyi destekler.
4. Matematiksel kavramları görselleştirmek ve somutlaştırmak için teknolojik araçlar ve uygulamalar kullanılabilir. Matematik öğretmenlerine interaktif

simülasyonlar, matematiksel modelleme araçları veya çevrimiçi kaynaklar hakkında bilgi ve eğitimler verilmelidir. Bu tür araçlar, öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına yardımcı olabilir.

Çalışmada kareköklü ifadelerle ilişkin matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklamaları tespit edilmeye çalışılmıştır. Yapılacak yeni çalışmalarda matematik öğretim programında yer alan diğer konulardaki öğretimsel açıklamalar üzerine odaklanılabilir. Çalışma ortaokul matematik öğretmenleriyle yapılmıştır. Sınıf öğretmenlerinin matematiksel kavramları öğretme biçimlerine ilişkin yeni çalışmalar yapılabilir. Lise matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklamalarına ilişkin çalışmalar yapılabilir.

Yapılacak yeni çalışmalarda matematik dersinin temel öğrenmelerinin yer aldığı okul öncesi ve ilköğretim öğretmenlerinin, okul öncesi ve ilköğretim öğrencilerine sayı duygusu ve dört işlem becerileri başta olmak üzere ne tür öğretimsel açıklamalar yaptıklarının tespit edilmesi sağlanabilir.

Okul öncesinden başlayan ve sınıf öğretmeni ardından da matematik öğretmenleriyle devam eden matematik öğretimi; matematiği öğretme, öğrencisine rehberlik eden öğretmenlerin; matematik bilgileriyle, matematiğe karşı tutumlarıyla, matematiksel inançlarıyla yakından ilgilidir. Matematik dersindeki işlem ve sonuç odaklı yaklaşımı değiştirebilmek, kavramsal öğrenmeyi sağlayabilmek için matematik öğreniminin başladığı ilk yıllardan doğru adımlarla yola çıkılması gerekmekte ve öğrencilerin matematik öğrenmeye devam ettiği ilköğretim, ortaokul ve lise öğrenimleri boyunca matematik dersleri kavramsal öğrenmeyi sağlayacak şekilde işlenmelidir.

Kaynakça

- Adıgüzel, N. (2013). *İlköğretim matematik öğretmen adayları ve 8. sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılar ile ilgili bilgileri ve bu konudaki kavram yanlışları*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi. Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Akyıldız, P. (2019). *Matematik öğretmeni adaylarının öğretimsel açıklamalarının matematiksel inanç perspektifinden incelenmesi*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi. Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Alkan, S. (2016). *Matematik öğretmenlerinin kullandıkları örneklerin sınıflandırılması ve öğretimsel açıklama boyutlarıyla ilişkisinin incelenmesi*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi. Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Derya Kitabevi.
- Baki, A. (2020). *Matematiği Öğretme Bilgisi*. Pegem Akademi.
- Baki, M. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemi ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Eğitim ve Bilim*, 38(167).
<http://egitimvebilim.ted.org.tr/index.php/EB/article/view/1837/484>
- Balak, Z. (2021). *Kareköklü ifadeler konusunun öğretiminde hatalı çözüm metodunun kullanılmasına ilişkin öğretmen görüşleri*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Adıyaman Üniversitesi. Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.
- Bingölbalı, E., & Özmantar, M. F. (2015). *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*. Pegem Akademi.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2021).

Eğitimde Bilimsel Araştırma Yöntemleri. Pegem Akademi.

Cengiz, Ö. M. (2006). *Reel sayıların öğretiminde bir kısım ortaöğretim öğrencilerinin yanlışları ve yanlışları üzerine bir çalışma*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Atatürk Üniversitesi. Fen Bilimleri Enstitüsü.

Charalambous, C. Y., Hill, H. C., & Ball, D. L. (2011). Prospective teachers' learning to provide instructional explanations: How does it look and what might it take? *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(6), 441–463. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9182-z>

Creswell, J. W. (2013). *Nitel Araştırma Yöntemleri Beş Yaklaşımına Göre Nitel Araştırma ve Araştırma Deseni* (M. Bütün & S. B. Demir (eds.); 3rd ed.). Siyasal Kitabevi.

Çetin, H. (2020). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesir kavramına ilişkin tanımlarının incelenmesi. *Eurasian Journal of Teacher Education*, 1(3), 172–185. <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/1292590>

Dinç, Y., & Yenilmez, K. (2022). An Investigation of eighth grade students' knowledge construction process of square root numbers. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 9(2), 84–107. <https://doi.org/10.17278/ijesim.1100743>

Duatepe Paksu, A. (2020). Üslü ve köklü sayılar konularındaki öğrenme güçlükleri. In *Matematiksel Kavram Yanlışları ve Çözüm Önerileri* (pp. 9–39).

EBA, 2023. Eğitim Bilişim Ağı.

https://ders.eba.gov.tr/ders/proxy/VCollabPlayer_v0.0.960/index.html#/main/dashboard/2/5/0 adresinden erişilmiştir.

- French, D., & Ma., L. (2001). Knowing and teaching elementary mathematics. *The Mathematical Gazette*, 85(503), 339. <https://doi.org/10.2307/3622043>
- Göçük, Ş. (2019). *Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü sayılar ile köklü sayılar konularındaki kavram yanlışlarının belirlenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Fırat Üniversitesi. Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Inoue, N. (2009). Rehearsing to teach: content-specific deconstruction of instructional explanations in pre-service teacher training. *Journal of Education for Teaching*, 35(1), 47-60. <https://doi.org/10.1080/02607470802587137>
- İşleyen, T., & Mercan, E. (2013). Examining the difficulties experienced by 8 th grade students on the subject of square root numbers. *Journal of Theory and Practice in Education*, 9(4), 529–543. <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/63364>
- Kabael, T. (2021). Matematik Okuryazarlığı ve PISA. In T. Kabael (Ed.), *Matematik Okuryazarlığı ve PISA*.
- Karakuş, F. (2017). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri: Sıfıra bölme konusu. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(3), 352–377. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.302049>
- Kinach, B. (2002a). A cognitive strategy for developing pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: Toward a model of effective practice. In *Teaching and Teacher Education* (Vol. 18). [https://doi.org/10.1016/S0742-051X\(01\)00050-6](https://doi.org/10.1016/S0742-051X(01)00050-6)
- Kinach, B. (2002b). Understanding and learning-to-explain by representing

- mathematics: Epistemological dilemmas facing teacher educators in the secondary mathematics ``methods'' course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(2), 153–186. <https://doi.org/10.1023/A:1015822104536>
- Leinhardt, G. (2010). Instructional explanations in the disciplines. In Stein, M. K. & Kucan, L. (Eds.), *Angewandte chemie international edition* (pp. 1–9). Boston, MA: Springer US. doi:10.1007/978-1- 4419-0594-9
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1986). But is it rigorous? Trustworthiness and authenticity in naturalistic evaluation. *New directions for program evaluation*, 1986(30), 73-84. <https://doi.org/10.1002/ev.1427>
- MEB, (2017). *Öğretmen Yeterlikleri, Matematik Öğretmenleri Özel Alan Yeterlikleri*
- MEB. (2018a). *Matematik Dersi Öğretim Programı (1-8. Sınıflar)*.
- MEB. (2018b). *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (9-12. Sınıflar)*.
- MEB. (2019). PISA 2018 Türkiye ön raporu. In *Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi*.
- MEB. (2020). TIMSS 2019 Türkiye ön raporu. In *Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi*.
- MEB. (2022). Ortaöğretim kurumlarına ilişkin merkezi sınav. *Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi*.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (2015). *Nitel Veri Analizi* (S. Akbaba Altun & A. Ersoy (eds.)). Pegem.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

- Okatan, Ö., & Tomul, E. (2020). Uluslararası öğrenci başarılarını değerlendirme programına'na (PISA) göre Türkiye'deki öğrencilerin matematik başarıları ile ilgili değişkenlerin incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 57. <https://doi.org/10.21764/maeuefd.663150>
- Orhan, M. S. (2022). 8. Sınıf öğrencilerinin üslü ve köklü ifadeler alt öğrenme alanlarında matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlilikleri ile matematiksel problemleri çözme becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Gaziosmanpaşa Üniversitesi. Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.
- Orhun, N. (1998). Cebir öğretiminde aritmetik işlemlerdeki üslü ve köklü çokluklardaki yanlışların tespiti. *Atatürk Üniversitesi 40. Yıldönümü Matematik Sempozyumu*.
- Özel, Z. E. Y., Özel, S., & Thompson, B. (2013). SES-related mathematics achievement gap in Turkey compared to European union countries. *Eğitim ve Bilim*, 38(170), 179–193. <https://web.p.ebscohost.com/>
- Popovic, G. (2015). Irrational numbers, square roots, and quadratic equations. *National Council of Teachers of Mathematics*, 20(8), 468–474. <https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.20.8.0468>
- Sánchez, E., García-Rodicio, H., & Acuna, S. R. (2009). Are instructional explanations more effective in the context of an impasse?. *Instructional Science*, 37(6), 537-563. <https://doi.org/10.1007/s11251-008-9074-5>
- Sayın, S., Özdemir, Ü., & Öner, A. T. (2022). Matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna ilişkin öğretimsel açıklamaları ve tahmin becerileri. *Ahi Evran*

- Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3, 84–127.
<https://doi.org/10.29299/kefad.997703>
- Scheuch, D. J. (2016). *Instructional Explanations in Mathematics Lessons: An example of the introductory unit to the Pythagorean Theorem in Chilean Classrooms*. Doctoral Dissertation, Institute of Educational Sciences, Frankfurt.
- Sırmacı, N., & Gökkurt Özdemir, B. (2016). Matematik öğretmenlerinin sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin öğretimsel açıklamaları. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5(3), 788.
<https://doi.org/10.14686/buefad.v5i3.5000201306>
- Sinclair, N., Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2003). Number worlds: Visual and experimental access to elementary number theory concepts. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 8(3), 235–263.
<https://doi.org/10.1023/B:IJCO.0000021780.01416.61>
- Sirotic, N., & Zazkis, R. (2007). Irrational numbers on the number line - Where are they? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(4), 477–488. <https://doi.org/10.1080/00207390601151828>
- Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(2), 88–95.
<https://doi.org/10.5951/AT.26.3.0009>
- Soyuk, R. (2018). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü ifadeler konusunda sayı duyularının incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi. Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Şenay, Ş. C. (2002). *Üslü ve köklü sayıların öğretiminde öğrencilerin yaptıkları*

hatalar ve yanılgıları üzerine bir araştırma. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi].
Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Tavşan, S., & Pasmaz, A. (2020). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının pi sayısı bağlamındaki kavram tanımlarının incelenmesi. *OMÜ Eğitim Fakültesi Dergisi* /, 39(3), 260–274. <https://doi.org/10.7822/omuefd.681540>

Toluk Uçar, Z. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *E-Journal of New World Sciences Academy Education Scienses*, 5(1). <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/185791>

Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(2), 87–102. <https://doi.org/10.16949/turcomat.09150>

Tuğ Karoğlu, T., & İzci, S. (2020). Kareköklü sayıların yaklaşık değerinin hesaplanmasında tamkare yönteminin kullanılması. *Uluslararası Ders Kitapları ve Eğitim Materyalleri Dergisi*, 3(1), 298–306. <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/1111849>

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.

Yılmaz, S., & Güzel, S. (2020). 8. Sınıf öğrencilerinin kareköklü ifadeler konusunda matematiksel dil kullanım düzeyleri ve dile ilişkin görüşleri. *E-Kafkas Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 282–302. <https://doi.org/10.30900/kafkasegt.733078>

Yin, R. K. (2017). *Durum Çalışması Araştırması Uygulamaları* (İ. Günbayı (ed.)). Nobel.

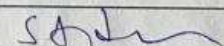
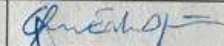
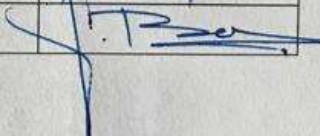
EKLER

Ek 1. Etik Kurul Onayı

 İSTANBUL MEDENİYET ÜNİVERSİTESİ	T.C. İSTANBUL MEDENİYET ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ETİK KURULU KARARI
---	---

Tarihi 07/03/2022	Sayısı 2022/03-03
-----------------------------	-----------------------------

ARAŞTIRMA BAŞLIĞI	Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü İfadeler Konusuna İlişkin Öğretimsel Açıklamaları
ARAŞTIRMANIN TÜRÜ	Nitel Araştırma
ARAŞTIRMACI(LAR)	Ümare ÖZDEMİR
KARAR	Etik açıdan uygundur.

Görevi	Kurul Üyeleri	İmza
Başkan	Prof. Dr. Halil İbrahim SAĞLAM	
Üye	Prof. Dr. Ahmet AKIN	
Üye	Prof. Dr. Özlem FEDAL	
Üye	Prof. Dr. Selami AYDIN	
Üye	Prof. Dr. Yeşim GÜLEÇ ASLAN	
Üye	Doç. Dr. Özge CENGİZ	
Üye	Doç. Dr. Özcan Erkan AKGÜN	
Üye	Av. Fevziye DOĞRUER	

Ek 2. MEB Araştırma İzni



T.C.
İSTANBUL VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-59090411-20-47783525
Konu : Anket ve Araştırma İzni (Ümare ÖZDEMİR)

14/04/2022

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a) Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı genelgesi.
b) İstanbul Medeniyet Üniversitesi'nin 11.04.2022 tarihli ve 2200014879 sayılı yazısı.
c) Müdürlüğümüz Araştırma ve Anket Komisyonunun 11.04.2022 tarihli tutanağı.

Araştırma Konusu : Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü İfadeler Konusuna İlişkin Öğretimsel Açıklamaları
Araştırma Türü : Anket
Araştırma Yeri : İstanbul
Araştırma Yapılacak Kişiler : Ortaokul Öğretmenleri
Araştırmanın Süresi : 2021 - 2022 Eğitim ve Öğretim Yılı

Yukarıda bilgileri verilen araştırmanın; 6698 sayılı Kişisel Verilerin Korunması Kanununa aykırı olarak kişisel veri istenmemesi, öğrenci velilerinden açık rıza onayı alınması, yüz yüze eğitime geçmiş olan kurumlarımızda, Covid-19 tedbirlerinin araştırmacı ve ilgili kurum idarelerince alınması, bilimsel amaç dışında kullanılmaması, bir örneği Müdürlüğümüzde muhafaza edilen mühürlü ve imzalı veri toplama araçlarının kurumlarımıza araştırmacı tarafından ulaştırılarak uygulanması, katılımcıların gönüllülük esasına göre seçilmesi, araştırma sonuç raporunun kamuoyuyla paylaşılmasında ve araştırma bittikten sonra 2 (iki) hafta içerisinde Müdürlüğümüze gönderilmesi, okul idarelerinin denetim, gözetim ve sorumluluğunda, eğitim ve öğretimi aksatmayacak şekilde, ilgi (a) genelge esasları dâhilinde uygulanması kaydıyla Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınız arz ederim.

Levent YAZICI
İl Millî Eğitim Müdürü

OLUR
14/04/2022
Dr. Hasan Hüseyin CAN
Vali a.
Vali Yardımcısı

Ek:
1- İlgi (b) Yazı ve Ekleri (4 Sayfa)
2- İlgi (c) Tutanak (1 Sayfa)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Binbirdirek Mah. İmran Ökten Cad. No: 1 Sultanahmet Fatih İstanbul Belge Doğrulama : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>
Telefon : 0212 384 36 30 Bilgi İçin : Aykut ÇELİK
E-posta : stratijigelistime34@meb.gov.tr Unvanı : Büro Hizmetleri
Kep Adresi : mebi@hs01.kep.tr İnternet Adresi : <http://istanbul.meb.gov.tr/>

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. İmza: /s/hs01@meb.gov.tr adresindeki a4e5-e96f-3680-9569-cc9c kodu ile resmi onaylanmıştır.

Ek 3. Öğretimsel Açıklama Boyutları ve Kategorileri Kullanım İzni

Ümure Özdemir <umareozdemir@gmail.com>
Alıcı: sevilay

19 Eylül Pzt 22:08 (23 saat önce) ☆ ↶

Merhaba Sayın Dr Sevilay Alkan Hocam,
ben Ümure Özdemir, matematik öğretmeniyim ve İstanbul Medeniyet Üniversitesi Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans öğrencisiyim.
"Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü İfadelere İlişkin Öğretimsel Açıklamaları" adlı tez çalışmamda sizin doktora teziniz için geliştirdiğiniz Kinach Açıklama Boyutlarına alt alt kategorileri kullanabilmek için izninizi istiyorum.

Saygılarımla

sevilay alkan
Alıcı: ben

21:33 (2 dakika önce) ☆ ↶

Merhaba Ümure Özdemir hocam,
Doktora tezinde geliştirmiş olduğum öğretimsel açıklama boyutlarıyla ilgili kriterleri kullanabilirsiniz. Umarım faydalı olur. Kolaylıklar diliyorum.

Ümure Özdemir <umareozdemir@gmail.com>, 19 Eyl 2022 Pzt, 22:08 tarihinde şunu yazdı:

Ümure Özdemir <umareozdemir@gmail.com>
Alıcı: sevilay

21:35 (1 dakika önce) ☆ ↶

Çok teşekkür ederim Hocam, saygılarımla.

Ek 4. Veri Toplama Aracı

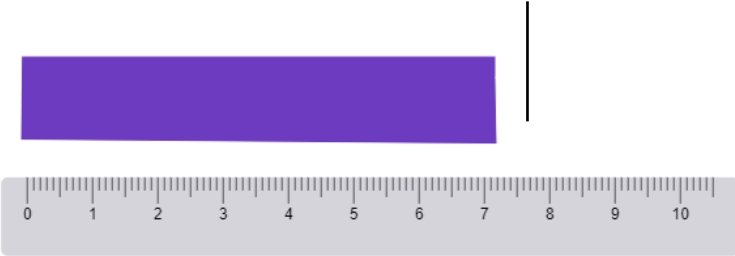
Aşağıda 8. Sınıf Kareköklü İfadeler konusuna ilişkin 10 adet soru yer almaktadır. Matematik öğretmeni olarak siz, sınıfınızda bu soruları öğrencilerinize nasıl çözer, açıklar ve anlatırdınız? Burada amaç sizin öğretmenliğinizi değerlendirmek değildir. Çalışmanın amacı, tercih edilen çözüm yöntemlerini ve öğretimsel açıklamaları belirlemektir. Siz de tercih edeceğiniz yöntemi, çözümü ve açıklamalarınızı ikinci sütunda size ayrılan bölüme yapınız. Katılımınız için çok teşekkür ederim.

Sorular		Sizin Çözümünüz/Açıklamanız	122
1	Tam kare kavramını öğrencilerinize anlatacağınızı varsayın. Ne tür bir öğretim süreci yürüttüğünüz, açıklayınız.		
2	$\sqrt{(-6)^2}$ ifadesinin sonucunu bulunuz.		

3	Alanı $\sqrt{20} \text{ cm}^2$ olan dikdörtgenin kenar uzunlukları neler olabilir? Açıklayınız.	
4	Sezen Hanım alanı 8 m^2 olan kare biçimindeki ipek duvar halısını duvara astırmak ve ardından da halının çevresine bir sıra ince çita çaktırmak istemektedir. Gerekli olan çita miktarını bulunuz.	

5	$\sqrt{10}$ hangi iki doğal sayı arasındadır?	
6	$\sqrt{12}$ sayısı hangi sayı ile çarpıldığında sonucun doğal sayı olacağını açıklayınız.	

7	İrrasyonel sayı kavramını öğrencilerinize anlatacağınızı varsayın. Ne tür bir öğretim süreci yürüttünüz, açıklayınız.	
8	$\sqrt{0,64}$ ifadesini model ile gösteriniz.	

9	Aşağıda kısa kenar uzunluğu verilen, uzun kenarının uzunluğu cetvel ile gösterilen ve alanı bir doğal sayı olan dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğunu kareköklü ifade olarak belirtiniz. $\sqrt{2}$ 	
10	Alanı 25 cm^2 olan karenin bir kenarının uzunluğunu bulunuz.	

Ek 5. Veri Toplama Aracı-2: Görüşme Soruları

Görüşme Yapılan Kişi:

Görüşme Tarihi:

Görüşme Yeri:

1. Ders planı hazırlıyor musunuz?
2. Ders esnasında kullandığınız materyalleriniz neler?
3. Kareköklü ifadeler konusunu anlatmaya nasıl başlıyorsunuz?
4. Kareköklü ifadeler konusunu derslerinizde işlerken yaşadığınız zorluklar var mı?

Ek 6. Veri Toplama Aracı-1'deki Öğretimsel Açıklamaların Öğretimsel Açıklama Boyutları ve Alt Kategorilerine Göre Dağılımı

	İB1	İB2	İB3	AB1	AB2	AB3	PB1	PB2	PB3	EB1	EB2	EB3
1.Soru	Ö2,Ö4, Ö10,Ö11, Ö18,Ö19, Ö21,Ö29, Ö30,Ö35, Ö38			Ö1,Ö3, Ö5,Ö6, Ö7,Ö9, Ö12,Ö13, Ö15,Ö20, Ö22,Ö23, Ö25,Ö27, Ö31,Ö32, Ö33,Ö34, Ö36, Ö37				Ö8,Ö16, Ö17,Ö24, Ö26, Ö28		Ö14		

2.Soru		Ö2,Ö4, Ö5,Ö6, Ö7,Ö8, Ö11,Ö15, Ö16,Ö21, Ö25,Ö26, Ö30,Ö31, Ö36,Ö38	Ö3,Ö9, Ö12,Ö13, Ö17,Ö18, Ö20,Ö22, Ö23,Ö27, Ö28,Ö29, Ö35		Ö1,Ö14 Ö19,Ö32, Ö33,Ö34, Ö37							
3.Soru		Ö2,Ö5, Ö21	Ö1,Ö4, Ö6,Ö7, Ö10,Ö11, Ö12,Ö13, Ö15,Ö16, Ö18,Ö19,			Ö3,Ö8, Ö9, Ö14, Ö17,Ö23, Ö27,Ö28, Ö30,Ö31,						

			Ö20,Ö22, Ö24,Ö25, Ö26,Ö29, Ö35,Ö37, Ö38			Ö32,Ö33, Ö34,Ö36						
4.Soru		Ö2,Ö10, Ö11	Ö1,Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12,Ö13, Ö14,Ö16, Ö18,Ö19, Ö21,Ö22, Ö23,Ö25,			Ö15,Ö17, Ö20,Ö24, Ö26,Ö28, Ö32,Ö33, Ö34						

			Ö27,Ö29, Ö30,Ö31, Ö35,Ö36, Ö37, Ö38									
5.Soru		Ö2,Ö10, Ö11,Ö19, Ö21,Ö23, Ö25,Ö29, Ö30,Ö35, Ö37,Ö38	Ö1,Ö3, Ö4,Ö5, Ö6,Ö7, Ö9,Ö12, Ö13,Ö14, Ö18,Ö22, Ö24,Ö28, Ö34,Ö36		Ö17,Ö27, Ö31,Ö32, Ö33	Ö8,Ö15, Ö16,Ö20		Ö26				
6.Soru		Ö1,Ö2, Ö7,Ö23,	Ö3,Ö4, Ö5,Ö6,			Ö8,Ö12, Ö14,Ö15,		Ö28				

		Ö29,Ö30, Ö35,Ö38	Ö9,Ö10, Ö11,Ö13, Ö18,Ö19, Ö21,Ö22, Ö27,Ö31, Ö34,Ö36, Ö37			Ö16,Ö17, Ö20,Ö24, Ö25,Ö26, Ö32,Ö33						
7.Soru	Ö2,Ö3, Ö4,Ö5, Ö6,Ö7, Ö8,Ö10, Ö11,Ö17, Ö18,Ö19, Ö21,Ö22,			Ö1,Ö9, Ö12,Ö13, Ö14,Ö16, Ö28,Ö30, Ö34,Ö36, Ö37	Ö15,Ö20, Ö26,Ö32, Ö33							

	Ö23,Ö24, Ö25,Ö27, Ö29,Ö31, Ö35, Ö38											
8.Soru		Ö5,Ö11, Ö12, Ö25	Ö1, Ö7, Ö8, Ö9, Ö15,Ö16, Ö18,Ö19, Ö21,Ö22, Ö23,Ö24, Ö26,Ö27, Ö28,Ö31, Ö35,Ö36, Ö38			Ö14,Ö17, Ö20,Ö32, Ö33,Ö34, Ö37						

9.Soru		Ö2, Ö4 Ö11, Ö26 Ö31	Ö1, Ö3 Ö5, Ö6 Ö7, Ö12 Ö13, Ö14 Ö15, Ö19 Ö21, Ö22, Ö23, Ö24, Ö25, Ö29, Ö30, Ö35, Ö36, Ö38			Ö8, Ö9, Ö16, Ö17, Ö18, Ö20, Ö27, Ö28, Ö32, Ö33, Ö34, Ö37						
10.Soru		Ö2, Ö4 Ö5, Ö6 Ö7, Ö8			Ö3, Ö33 Ö34, Ö36	Ö1, Ö9 Ö17, Ö37		Ö20				

