



İSTANBUL MEDENİYET ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
FELSEFE ANABİLİM DALI

**Hendeseyi Islâh Etmek: Esîruddîn el-Ebherî'nin *Islâhu*
Uklîdis Adlı Eseri (Tahkik-İnceleme)**

Doktora Tezi

Mehmet Arıkan

Ocak 2024



İSTANBUL MEDENİYET ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
FELSEFE ANABİLİM DALI

**Hendeseyi Islâh Etmek: Esîruddîn el-Ebherî'nin *Islâhu*
Uklîdis Adlı Eseri (Tahkik-İnceleme)**

Doktora Tezi

Mehmet Arıkan

Danışman

Prof. Dr. İhsan Fazlıoğlu

Ocak 2024

TEZ JÜRİSİ ONAYI

Mehmet Arıkan tarafından hazırlanan "Hendeseyi Islâh Etmek: Esîruddîn el-Ebherî'nin *Islâhu Uklîdis* Adlı Eseri" başlıklı bu Doktora Tezi, Felsefe Anabilim Dalı'nda hazırlanmış ve jürimiz tarafından kabul edilmiştir.

JÜRİ ÜYELERİ

İMZA

Tez Danışmanı:

Prof. Dr. İhsan Fazlıoğlu
İstanbul Medeniyet Üniversitesi

Üyeler:

Prof. Dr. Eşref Altaş
İstanbul Medeniyet Üniversitesi

Prof. Dr. M. Cüneyt Kaya
İstanbul Üniversitesi

Doç. Dr. Baha Zafer
İstanbul Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Elif Baga
İstanbul Medeniyet Üniversitesi

Tez Savunma Tarihi: 25/ 01 / 2024

BEYANLAR

Yazım ve Kaynak Gösterme Kılavuzu Beyanı

Danışmanlığımda yazılan bu tezin Chicago yazım ve kaynak gösterme kılavuzunda belirtilen kurallara uygun olarak yapılandırıldığı ve bu kılavuzun dipnot kaynak gösterme standartlarının bu tezde tutarlı olarak uygulandığı tarafımdan incelenerek teyit edilmiştir.

İmza

Prof. Dr. İhsan Fazlıoğlu

Etik İlkeler Sadakat Beyanı

Hazırladığım bu tezin tamamen kendi çalışmam olduğunu, akademik ve etik kuralları gözeterek çalıştığımı ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi beyan ederim.

İmza

Mehmet Arıkan

ÖZET

Hendeseyi Islâh Etmek: Esîruddîn el-Ebherî'nin *Islâhu Uklîdis* Adlı Eseri (Tahkik ve İnceleme)

Arıkan, Mehmet

Doktora Tezi, Felsefe Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. İhsan Fazlıoğlu

Ocak 2024

Eukleides tarafından M. Ö. 300 yılı civarında kaleme alınan ve kendi zamanına kadar gelen geometri birikimine dair bir derleme niteliğindeki *Elemanlar* adlı eser, tüm zamanların en etkili kitaplarından biridir. Kimi düşünürler tarafından Aristoteles felsefesinin bir numunesi olarak, kimileri tarafından ise Platon felsefesine bir giriş olarak görülmüş, bu sebeple sadece matematik değil Felsefe tarihinde de son derece etkili olmuştur. Bu sebeple Akdeniz kültür havzasına mensup tüm medeniyetlerin temel felsefe-bilimsel metinlerinden biri hâline gelmiştir. Helenistik dönem ürünü olan *Elemanlar* etrafında ilgili kültür içinde oluşan mirasın büyük kısmı İslam dünyasına tercümeler yoluyla intikal etmiş, keza Arapça metinler de Latince'ye tercüme edilerek Akdeniz havzası için ortak bir entelektüel uğraşı alanı oluşmuştur. Bu tez, bir 13. yy. filozof-matematikçisi Esîruddîn Ebherî'nin (ö. 660'1262'den önce) *Elemanlar* üzerine bir yeniden yazım çalışması olan *Islâhu Uklîdis /Islâhu'l-Ustukussât'*ı merkeze almaktadır. Bunu yaparken *Islâh'*ın kaleme alındığı zamana kadar *Elemanlar'*ın geçirdiği değişim ve dönüşümleri özellikle İslam dünyasında üretilen metinler üzerinden incelemektedir. Geometri tarihinin İslam dünyası için ciddi tartışma konularından biri olan *Elemanlar'*ın Arapça'ya intikal sürecinden başlamak üzere Ebu'l-Kâsım Nîsâbûrî (4./10. yy.[?]) İbn Sînâ (ö. 428/1037), Nesevî (493/1000'den sonra) ve Çağmî'nî'nin (ö. 615/1218'den sonra) *Elemanlar* üzerine bütüncül çalışmaları ile metnin Ebherî'ye gelene kadar geçirdiği serüven belirli noktalara odaklanarak ve mukayeseli olarak incelenmektedir. Ebherî'nin bu geleneğe katkıları, kendisinden önceki ve çağdaşı diğer metinler ile etkileşimi ve *Islâh'*ın özgün yönleri ortaya çıkarılmıştır. Metnin müellif Ebherî elinde geçirdiği değişim ile ortaya çıkan versiyonları incelenmiş ve son versiyondan günümüze ulaşan nüshalar üzerinden *Islâh'*ın tahkiki de bu tezde yer almaktadır.

Anahtar Kelimeler: Ebherî, Eukleides, *Elemanlar*, Geometri, Hendese, Geometri Tarihi, Bilim Tarihi

ABSTRACT

Rectifying Geometry: Athīr al-Dīn al-Abharī's *Islāh Uqlīdis*

Arıkan, Mehmet

PhD Thesis, Department of Philosophy

Supervisor: Prof. Dr. İhsan Fazlıoğlu

January 2024

Elements, written by Eucleides around 300 BC, is a compilation of the geometrical knowledge up to his time and is one of the most influential books of all history. Considered by some thinkers as an exemplar of Aristotle's philosophy and by others as an introduction to Plato's philosophy, it has been extremely influential not only in the history of mathematics but also in the history of philosophy. For this reason, it has become one of the main philosophical-scientific texts of all Mediterranean civilizations. A large part of the heritage formed around *Elements*, a product of the Hellenistic period, was transmitted to the Islamic world through translations, likewise, Arabic texts were translated into Latin, creating a common intellectual field for the Mediterranean world. This thesis focuses on a 13th-century philosopher-mathematician Athīr al-Dīn al-Abharī's (d. before 660/1262) *Islāh Uqlīdis* / *Islāh al-Ustuqussāt*, an edition of *Elements*. In doing so, this thesis analyzes the changes and transformations that *Elements* underwent until the time of the *Islāh*'s compilation, especially through texts produced in the Islamic world. Starting from the process of the translation of the *Elements*, which is one of the major topics of discussion in the history of geometry in the Islamic world, the journey of *Elements* until al-Abharī is analyzed by examining texts written by Abū al-Qāsim al-Nīsābūrī (4th/10th century[?]), Ibn Sīnā (d. 428/1037), al-Nasawī (after 493/1000), and al-Chaghmīnī (d. after 615/1218). Al-Abharī's contributions to this tradition, his interaction with other texts before and contemporaneous to him, and the original aspects of the *Islāh* are revealed. The versions of the text that emerged with the changes it underwent in the hands of the author al-Abharī are analyzed, and the critical edition of the *Islāh* based on the extant copies is also included in this thesis.

Keywords: Abharī, Euclid, *Elements*, Geometry, Handasa, History of Geometry, History of Science

ÖNSÖZ

“Uklîdis ilimdir ki onunla kuşatılır Semâda ve yeryüzünde olanlar birlikte
O ilim bir merdivendir sanki şekilleri Basamı zirvelere götüren birer basamaktır
Seçkin nefsi öyle bir yere yükseltir ki Aşk olsun hem o zirveye hem yükselene”¹

Elemanlar’ın kimi yazmalarında gördüğümüz ve İbn Sînâ’ya atfedilen bu beyitler ilk bakışta İslam medeniyetinde hendeseye bakışın süzülmüş bir ifadesi olması yanında kullandığı tevriyeli ifadelerle bu bilim dalının “büyülü” yönüne de işaret eder. *Elemanlar*’ın İslam dünyasında çıktığı basamakların belli bir kısmını mercek altına alan bu tezin birazdan başlayacak bölümlerinde kullanacağım akademik dilin sınırlamalarına geçmeden önce “tezin tırmandığı veya atladığı basamaklar” dan bahsetmek istiyorum. Zira bu tez, tüm dünyayı kasıp kavuran Covid-19 pandemisi gibi bir acayip döneme, deprem gibi ülkemizin gördüğü en acı felaketlerden birine şahitlik etti, basamakları bu esnada tırmandı.

1. Basamak – *İslâh*’la Tanışma

İslâh’a ilgim aslında doktora ödevlerinden birini yaparken başladı. Burhanî yöntemin ya da daha farklı ifade edecek olursam burhan yönteminin “büyülü” bir temsili olan hendese ilminin İslam dünyasında *Elemanlar*

¹ أوقليدس العلم الذي يحوى به ما في السماء معاً وفي الآفاق
هو سلم فكأنما أشكاله درج إلى العليا للطراق
ترقي به النفس الشريفة مرتقى لله در المرتقى والراق

üzerinden örneklemeye çalıştığım bu ödevde ileriki bölümlerde bir kısmının yapısına değindiğim metinlerdeki giriş bölümlerini teker teker analiz etmiştim. O vakte kadar Tûsî'nin *Tahrîru Uklîdisi'*ni çalışmayı düşünürken *Islâh*, postulat ve aksiyomlar konusunda hepsinden farklı tutumuyla diğer metinler arasından sıyrılıyordu. *Elemanlar'*dan başlayarak tüm bir gelenek, tanımlar, postulatlar ve aksiyomları birer cümle ile verip, bu ilkeleri kabul ederek yola çıkan ve dört yüz küsur teorem ve problemi ispat eden metinlerdi. *Islâh'*ta ise daha bu ilk satırlardan başlayan bir gariplik vardı. Ebherî postulatları ispata kalkışıyor, aksiyomlardan da hiç bahsetmiyordu. Danışman hocama ilgimi *Tahrîr'*den ziyade *Islâh'*ın çektiğini ilk defa o ödevleri teslim ederken açtım. Bu vesileyle sadece doktora ya da eğitim-öğretim sürecinde değil hayatın her alanında yol gösterici olan ve beni destekleyen danışmanım Prof. Dr. İhsan Fazlıoğlu'na müteşekkirim.

2. Basamak – İlkeler Ne Oldu?

Tezin uzun, pek uzun süren araştırma sürecinde ilk odaklandığım ve tezi etrafında şekillendirmeyi düşündüğüm konu, Ebherî'nin ilkelere yaklaşımı idi. Uzun süre boyunca geometrinin “büyülü” aksiyomatik yöntemine, bununla alakalı olarak da felsefede ve geometride ilkeler konularında araştırmalar yaptım. Cevap aradığım ve en önemsedığım ilk soru, “*Islâh'*ta niçin postulatlar ispatlanıyor?” ve “Niçin aksiyomlara yer verilmiyor?” idi. Bu soruya bir taraftan felsefe ve geometri tarihi içinden cevap ararken bir taraftan da Ebherî'nin bu tutumuna neden olabilecek felsefî altyapıyı kendi eserleri içinden inceliyordum. Tezin son yazım sürecine geçmeden, okuyucunun

kaynakçada göremeyeceği ilkelere dair zengin bir literatürü okuma fırsatı buldum. Fakat bir yandan *Elemanlar*'ın serüvenini, farklı dillerde ve farklı zihinlerde büründüğü şekilleri bu vadide üretilen birincil ve ikincil kaynaklar üzerinden takip etmeye devam ediyordum.

Doktora sürecinin önemli bölümünde yoğunlaştığım ilkeler konusunda beni dinleyen, görüşlerini paylaşan Harun Kuşlu'ya, Muhammed Ali Koca'ya ve Elmin Aliyev'e teşekkür ederim.

3. Basamak – Elemanlar

Elemanlar'ın Eukleides'in elinde bir araya getirilme sürecinden başlayarak Grekçe, Arapça ve Latince dillerinde geçirdiği dönüşüm ilgi odağına yerleşmişti. Cevdet Paşa'nın *Mukaddime Tercümesi*'nde temeddün için yaptığı benzetmeden ödünç alacak olursam, *Elemanlar* arûsunun türlü câmeler giyip farklı tavırlarda seyr ü seferi... Grekçe'de bir libas içinde başladığı yolculuğu, metin üzerine kalem oynatan her bir geometricinin elinde farklı şekillere bürünüyor, farklı dillerde ve düşünce dünyalarında türlü libaslar giyiyordu. *Elemanlar*'a dair çağdaş çalışmalar, İslam dünyasında *Elemanlar* üzerine gelişen literatüre dair çalışmalar yanında bizzat bu metinlerin birincil kaynakları da bunun etrafında dönüyorlardı. Mesela İbn Sînâ'nın, *Şifâ* külliyyatının *Burhân* kısmında “Bunun postulatlarda değil, musâdere adlı başka bir ilke kategorisinde yer alması gerekir” dediği paraleller postulatı, aynı külliyyatın *Elemanlar* kısmında bir değişikliğe uğramadan postulat olarak bulunuyordu. Dahası ilkelere dair yaptığı onca ayırım ve ürettiği terimler

tamamen kayboluyor, geometrinin kendi terimleri deęiřmeden kendine yer buluyordu. Bu okumalarım gösterdi ki ilkelere dair ne kadar söz söylenirse söylensin, metin yine kendi geleneęi içinde kalıyor ve o gelenek içinde ifadesini buluyordu. *Islâh*'ın tamamı ne ifade ediyordu?

Elemanlar'ın metin tarihine dair arařtırmalarımın zemin teřkil eden yazma nüshalara ve ikincil kaynaklara erişimimde ciddi yardımlarını gördüğüm Taha Yasin Arslan, Hasan Umut, Mehmet Emin Güleçyüz, Ahmet Tahir Nur, Sefer Soydar, Arkadiusz Blaszczyk, Gaia Pocetti ve Ofer Elier'a; Latince metinlere nüfuzda her daim kendisine danışabildiğim, kimi zaman da metinleri kendisiyle birlikte okuduğum Latince hocam Ekin Öyken'e minnettarım.

4. Basamak – *Islâh*

Islâh metninin tahkiki sürecinde bir taraftan *Elemanlar*'ın özgün kabul edilen metniyle, bir taraftan da gelenek içinde üretilen metinlerle karşılaştırma bir önceki basamakta fark ettiğim gerçeęi perçinledi. *Islâh*'ın ilkelerdeki tutumu, *Elemanlar* tarihindeki yerinin ve öneminin sadece küçük bir parçasıydı. Bilim tarihi anlamında *Islâh*'ın önemi metnin tertibinde, her bir teoremin ve problemin yapısında, seleflerinden ne ölçüde etkilendiğinde, haleflerini ne kadar etkilediğinde kendini gösteriyordu. Dolayısıyla okuyucu ilerleyen sayfalarda ulařtığım bu son basamaktaki görüşlerimi, bu görüşleri bina ederken incelediğim eserleri ve atıf yaptığım kaynakları bulacaktır.

Arapça metnin inşâ sürecinde sabırla her hafta metni kendileriyle mukabele ettiğim Selman Sucu ve Maşuk Aktaş’a teşekkür ederim.

Tezin tüm süreçlerinde beni yönlendiren ve özgün katkılar sunan tez izleme komitesi üyeleri Eşref Altaş ve Baha Zafer’e; tez savunması sürecinde tezimi dikkatle okuyan ve önemli noktalara dikkat çeken savunma jürisinden hocalarım M.Cüneyt Kaya ve Elif Baga’ya; tezin belki de yazımı en zor kısımları olan giriş ve sonuç bölümlerini okuyup tavsiyelerini paylaşan M. Zahit Tiryaki’ye teşekkürü borç bilirim. Doktora sürecinde bursiyeri olduğum TÜBİTAK’a, AYP Projesi kapsamında beni destekleyen ve hem kütüphane kullanımı hem de kaynak temini açısından önemli ölçüde istifade ettiğim İslam Araştırmaları Merkezi’ne ve İSAM Kütüphanesi personeline teşekkür ederim. Okul içinde ve dışında desteklerini gördüğüm çalışma arkadaşlarım İstanbul Medeniyet Üniversitesi Bilim Tarihi Bölümü ve Bilim Tarihi Enstitüsü hocalarına müteşekkirim. Doktora boyunca -başaramamış olsalar da- tezi bir an önce bitirmem yönünde beni teşvik eden yakın dostlarım Abdullah Okal, Abdullah Uğur, Ensar Karagöz, Ömer Faruk Kaya ve Türker İsenlik’e ayrıca teşekkür ederim. Benim hem dünyaya hem bu günlere gelmemde maddi-manevi sebeplerim olan anneme ve babama ve rahmetli dedeme minnettarım. Son olarak doktoranın inişli-çıkışlı ama her zaman meşgul günlerinde bana sabreden, kendilerini tez araştırmaları sebebiyle çoğu zaman ihmal etmeme rağmen sevgi ve saygılarından ötürü en ufak bir şikayetlerini işitmediğim yol arkadaşım Fatma, evlatlarım Ahmet Tuğrul ve Meryem Begüm’den ihmalkarlıklarım için özür diler ve şimdiye kadarki tahammülleri için

minnetlerimi arz ederken bundan sonraki hayat safhalarında yine beni desteklemeleri ve bana sabretmelerini kendilerinden rica ederim. Eksiklerim ve hatalarımı kabul etmekle beraber, çalışmamın bir sadaka-i cariye olarak faydalı olması temennisiyle...

Sanma ey hâce ki senden zer u sîm isterler

Yeome lâ-yenfe'uda kalb-i selîm isterler

Âlem-i bî-meh u hurşîd ü felekte hergiz

Ne mühendis, ne müneccim, ne hakîm isterler

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	III
ABSTRACT	IV
ÖNSÖZ	V
İÇİNDEKİLER	XI
GİRİŞ.....	1
1. ELEMENLAR'IN YAPISI	11
1.1 ELEMENLAR.....	11
1.2 ELEMENLAR'IN İÇERİĞİ.....	22
1.2.1 I. Kitap: Düzlem Geometrinin Temelleri	22
1.2.2 II. Kitap: Dörtgenler Geometrisi	26
1.2.3 III. Kitap: Daire Geometrisi.....	28
1.2.4 IV. Kitap: Düzgün Çokgen - Daire İlişkileri	30
1.2.5 V. Kitap: Mikdârlarda Oran-Orantının Genel Teorisi.....	32
1.2.6 VI. Kitap: Benzer Şekillerin Düzlem Geometrisi	35
1.2.7 VII. Kitap: Temel Düzeyde Aritmetik	36
1.2.8 VIII. Kitap: Sayılarda Sürekli Orantı	39
1.2.9 IX. Kitap: Sayılarda Sürekli Orantı - Tek, Çift ve Mükemmel Sayı Teoremi 40	
1.2.10 X. Kitap: Birbirine Oranlanamaz Doğru Parçaları.....	41
1.2.11 XI. Kitap: Uzay Geometrinin Temelleri	48
1.2.12 XII. Kitap: Alanlar ve Hacimler - Eudoxus'un Tüketme Yöntemi	49
1.2.13 XIII. Kitap: Platonik Cisimler	50
1.3 ELEMENLAR'DA İLKELER.....	52
1.4 ELEMENLAR'DA ÖNERME YAPILARI.....	57
2. ELEMENLAR'I YENİDEN YAZMANIN NİCE YOLU	75
2.1 İlk İntikal: Tercümeler	75
2.1.1 Modern Bulgular	81
2.1.2 Haccâc Nüshası Hakkında Bulgu ve Gözlemler.....	86
2.1.3 Sâbit Nüshası Hakkında Bulgu ve Gözlemler	92
2.1.4 Latince Tercümelerin Kaynaklığı.....	98
2.1.5 Haccâc Nüshası ile Sâbit Nüshasını Birbirinden Ayıran Özellikler ...	103
2.2 İhtisar - Nîsâbü'rî.....	109
2.2.1 İhtisâr'ın Genel Yapısı ve Kaynakları	112

2.2.2	<i>İhtisâr</i> 'da İlkeler	113
2.2.3	<i>İhtisâr</i> 'da Önerme Yapıları	116
2.3	<i>Muhtasar</i> – İbn Sînâ	117
2.3.1	<i>Muhtasar</i> 'ın Genel Yapısı ve Kaynakları	119
2.3.2	<i>Muhtasar</i> 'da Önerme Yapıları	123
2.3.3	<i>Muhtasar</i> 'da İlkeler	124
2.4	<i>Tecrîd</i> – Nesevî	127
2.4.1	<i>Tecrîd</i> 'in Genel Yapısı ve Kaynakları	128
2.4.2	<i>Tecrîd</i> 'de İlkeler	130
2.4.3	<i>Tecrîd</i> 'de Önerme Yapıları	132
2.5	<i>Telhîs</i> – Çağmînî	133
2.5.1	<i>Telhîs</i> 'in Genel Yapısı ve Kaynakları	134
2.5.2	<i>Telhîs</i> 'te Önerme Yapıları	138
2.5.3	<i>Telhîs</i> 'te İlkeler	140
3.	<i>İSLÂH</i>	144
3.1	Bir Matematikçi Olarak Ebherî	144
3.2	İslah Versiyonları	144
3.2.1	<i>İslâh</i> Nüshaları	145
3.3	Ebherî <i>İslâh</i> 'ı Kaç Defa Yazdı?	148
3.3.1	Genel Farklar	148
3.3.2	Şekil İçeriklerindeki Farklar	153
3.4	<i>İslâh</i> 'ın Muhtevası	161
3.4.1	<i>İslâh</i> 'ın Genel Yapısı ve Kaynakları	163
3.4.2	Ziyâdeler:	176
3.4.3	Mukaddimeler	182
3.4.4	<i>İslâh</i> 'ta Önerme/Şekil Yapıları	183
3.5	İlkeler	188
3.5.1	Tanımlara Müdahaleleri	188
3.5.2	Postulatlar, Aksiyomlar	195
3.5.3	<i>İslâh</i> 'ın Etkileri	208
4.	METİN	213
4.1	Metnin Tahkikinde İzlenen Yöntem ve Nüshalara Dair Hususiyetler	213
4.2	Metin	216
	SONUÇ	558
	I	558

II	559
III	565
KAYNAKÇA.....	569
Yazma Kaynaklar.....	569
Basılı Kaynaklar.....	571

GİRİŞ

Tezin gerekçesi ve Önemi

Eukleides'in *Elemanlar* adlı eseri kendinden önceki geometrik birikimi derleyip toparlamış ve makul bir dizge ile okuyucuya sunmuş, böylece düşünce tarihi boyunca hem felsefî yöntemi hem matematiksel içeriği sebebiyle büyük ilgiye mazhar olmuştur. Matematikçiler eserin muhtevastaki geometrik ve aritmetik yönleriyle ilgilenirlerken felsefeciler de basit ilkelerden başlayarak en karmaşık üç boyutlu yapıların inşasına varıncaya kadar giden ispat yöntemini ve bu yöntemin ortaya çıktığı önerme yapılarını büyük bir hayranlık ve ilgiyle incelemişlerdir. Hatta sistematik felsefe eserlerinin yapılarına bakıldığında denilebilir ki felsefe sistemlerinin kurucuları ve mensuplarının pek çoğu *Elemanlar'*da kurulan göz alıcı yapıya öykünmüşler, sistemlerini bu yapıya uyarlamaya çalışmışlardır. Eukleides tarafından derlendiği Helenistik dönem ve klasik dönem felsefesinin, pek çok disiplini içine alan kuşatıcı atmosferinde hiçbir filozof bu metne bigâne kalamamış, kimisi *Elemanlar'*ı zihnini keskinleştirmek için taallüm etmiş, kimisi kendi düşüncesini temellendirmek için belli teoremlerine atıf yapmış, kimisi de bizzat üzerine kalem oynatmıştır.

Elemanlar hakkında yazılan ve müellifinin matematiksel veya felsefî tutumuna göre şekillenen metinlerin de tarih boyunca farklı amaçlara hizmet eden pek çok türü ortaya çıkmıştır. Bu metinlerin bazıısı *Elemanlar'*ın tamamının ya da bir bölümünün daha iyi anlaşılması için şerh olarak kaleme alınmış, bazıısı kendi zamanına kadar metne yapılan ya da yapılabilecek muhtemel itirazları cevaplamış, bazıısı kolay kullanım ve erişim amacıyla metni kısa ve öz hâle büründürmüş, bazıısı da dönemin matematiksel gelişmelerini göz önünde bulundurarak *Elemanlar'*a yeni açılımlar getirmiştir. Felsefenin diğer alanlarında da söz sahibi olan bir hayli isim *Elemanlar'*ı yukarıda sayılan amaçlar doğrultusunda baştan sona yeniden yazmıştır. Akdeniz kültür dünyasında ortaya çıkan *Elemanlar'*ın, Akdeniz kültür

havzasının dört bir yanında bu tür yeni *edisyenları* çağlar boyunca, kesintisiz olarak defalarca yazılmıştır. Bu havzanın birbiriyle yakın münasebetleri bulunan, felsefî tutumları birbirine oldukça benzeyen mensupları bu metinleri kendi bilim dillerine tercüme etmiş, Elemanlar üzerine ortaya atılan yeni düşünce ve yaklaşımlar Akdeniz dünyasının en doğusundan en batısına kadar dolaşımda kalmıştır.

Akdeniz kültür havzasının doğusu diyebileceğimiz İslam dünyasında da *Elemanlar*'ın Arapça'ya tercüme edildiği 9. Yüzyıldan başlayan ve hız kesmeden artarak devam eden ilgi 13. Yüzyılda zirveye ulaşmıştır. Bu yüzyılda bir taraftan daha önce yazılan metinler istinsahlar yoluyla çoğaltılıp tetkik edilirken bir taraftan da *Elemanlar* üzerine irili ufaklı pek çok eser yazılarak tedavüle girmiştir. Nasîruddîn Tûsî (ö. 672/1274), Necmeddin Kâtibî (ö. 675/1277), Muhyiddin Mağribî (ö. 682/1283) gibi dönemin en önde gelen matematikçi ve filozoflarının Merâğa rasathanesi ve etrafında teşekkül eden Merâğa matematik-astronomi okuluyla sıkı irtibatlarının, *Mecistî* ve *Elemanlar* başta olmak üzere matematik bilimler külliyyatının bu temel metinlerinin yeniden üretimiyle hiç şüphesiz büyük bir ilgisi vardır. İşte tezin temel inceleme konusu olan *İslâh*, kendi zamanına kadar Akdeniz havzası için 1500, İslam dünyası için 400 yıllık kesintisiz *Elemanlar* geleneğinin bu en faal çağının bir ürünüdür.

İslâh sahibi Esîruddîn Ebherî, daha çok kaleme aldığı mantık ve felsefe eserleriyle tanınmış olsa da, henüz kendi çağıda bile matematikçi yönü ve bu alandaki eserleri bilinen bir müellifti. Şimdiye değin söylenen tüm sözlerin; geometriye gösterilen ilginin, yöntemine duyulan hayranlığın, Akdeniz havzasındaki etkileşimin ve Ebherî'nin matematikçiliğinin numunesi olacak bir hadise, 13. Yy'da yaşanmıştır ve Ebherî de bu hadisenin baş aktörlerinden biridir. Bu hadiseyi Ebherî'nin talebelerinden Zekeriya el-Kazvîni'den (ö. 682/1283) dinleyelim:

“... Frenkler el-Melikü'l-kâmil zamanında Şam bölgesine cevabını istedikleri problemler göndermişlerdi. Bu soruların bir kısmı tıpla, bir

kısmı felsefeyle, bir kısmı da matematikle ilgiliydi. Şam uleması tıp ve felsefeye dair olanları cevaplasalar da geometriyle alakalı meselede aciz kaldılar. El-Melikü'l-kâmil'in arzusu ise soruların tümünün cevaplarını yollamaktı. Böyle olunca soruyu Musul'a, Hocamız el-Mufaddal b. Ömer el-Ebherî'ye iletiler. *Kendisi geometri ilminde eşi benzeri olmayan biriydi.* Ama o da cevaplamakta zorlanınca meseleyi Şeyh İbn Yûnus'a arzetti. İbn Yûnus da soru üzerine düşündü ve cevapladı. Mesele de şuydu: Kendisini kesen kirişin üzerine çizdiğimiz karenin alanı ile kendisi ve kirişin oluşturduğu daire parçasının alanının eşit olduğu bir yay belirlemek istiyoruz. *Burhânını* el-Mufaddal yazıp bir risale haline getirdi ve el-Melikü'l-Kâmil'e yollanmak üzere Şam'a doğru yola çıkardı. Şam'a gittiğimde Şam ulemasının bu risaleden hayrette kaldıklarını ve o *burhânın* elde edilişinden sitayişle bahsettiklerini gördüm."

Bu tez *İslâh'*ın bir matematikçi olarak Ebherî elinde ortaya çıkışına kadar *Elemanlar'*ın İslam dünyasındaki serüvenini ve *İslâh* ile büründüğü vecheyi ele alacaktır.

Literatür Değerlendirmesi

Tezin temas ettiği konulara geçmeden önce, şimdiye kadar bu alanda gelişen literatürün kısaca bir değerlendirmesini yapmak yerinde olacaktır. Eukleides'in *Elemanlar'*ı, daha önce de ifade edildiği gibi hem matematiksel içeriğe hem de yöntem açısından felsefî içeriğe sahip olduğundan dolayı üzerine gelişen literatür de metni matematik tarihi ve felsefe tarihi açısından inceleyen iki koldan ilerlemiştir. Hatta her iki yönden de güncelliğini kaybetmeyen bir metin olması hasebiyle çağdaş matematiksel ve felsefî tartışmalarda da sıkça kullanılan, atıf yapılan ve incelenen bir metindir.²

Bilim tarihi açısından *Elemanlar'*a dair incelemeler, disiplinin akademik dünyada ortaya çıkışından daha önceki zamanlara dayanır. Bu alanda özellikle Grek matematiğine dair incelemeleriyle öne çıkan Thomas Heath'in

² Fowler, "An Invitation to Read Book X of Euclid's *Elements*".

çalışmaları aşılması zor metinler olarak karşımızda durmaktadır. Aynı zamanda *Elemanlar*'ı İngilizce'ye de tercüme edip şerheden Heath,³ *A History of Greek Mathematics* adlı 2 ciltlik çalışmasında en uzun bölümü Eukleides'e ve *Elemanlar*'a ayırmıştır.⁴ Bunun yanında *Elemanlar*'ın kaynakları,⁵ Grek matematiğindeki kurucu rolü ve Grek düşüncesi içindeki yeri de ilgi duyulan ve kalem oynatılan alanlardandır. Árpád Szabó ve Wilbur Richard Knorr bu iki temel konuyu, özellikle *Elemanlar*'ın X. Kitabındaki irrasyonel sayılara dair teoremler üzerinden izaha çalışmışlardır.⁶ Tüm bu incelemelerin içindeki bir diğer büyük tartışma konusu da Eukleides'in çağdaşları Platon ve Aristoteles felsefeleri ile *Elemanlar*'ın irtibatı olmuştur.⁷ *Elemanlar*'ın ayırıcı vasfı olan aksiyomatik yöntem ile Helenistik dönem felsefesi, bilhassa Aristoteles felsefesi ile ilişkisi ve bu ikisinin mukayesesi yöntem tartışmalarının ana omurgasını oluşturmaktadır. Grek düşüncesindeki diyalektik yapının *Elemanlar* ile ilgisi, daha genel bir ifadeyle *Elemanlar*'a da kaynaklık eden Grek matematiği ile felsefesinden hangisinin diğerini öncelediği konusu uzun yıllara yayılan bir tartışmanın odak noktasında yer almıştır.⁸ Tartışmanın bir tarafında *Elemanlar*'daki yöntemin kökenlerinin Elea felsefesinde aranması gerektiği iddia edilirken,⁹ diğer tarafında antik Grek matematikçilerinin ispat yöntemi hususunda filozoflara kaynaklık ettiği savunulmuştur.¹⁰ Tüm bu konuların ötesinde, *Elemanlar*'ın tümdengelim dayanan aksiyomatik yöntemi ve yöntemin temel unsurunu teşkil eden ilkeler meselesi, farklı yönleriyle ele

³ Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements* Vol. 1; Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements* Vol. 2; Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements* Vol. 3.

⁴ Heath, *A History of Greek Mathematics*, 1:354-446.

⁵ Artmann, "Euclid's Elements and its Prehistory".

⁶ Szabó, *The Beginnings of Greek Mathematics*; Knorr, *The Evolution of The Euclidean Elements*.

⁷ Heath, *Mathematics in Aristotle*; Fowler, *The Mathematics of Plato's Academy*; Mueller, "On the Notion of a Mathematical Starting Point in Plato, Aristotle and Euclid".

⁸ Szabó, "Greek Dialectic and Euclid's Axiomatics"; Mueller, "Greek Mathematics and Greek Logic".

⁹ Bu fikrin en ateşli savunucusu Szabó'nun fikirleri şu kaynaklardan takip edilebilir: Szabó, "Greek Dialectic and Euclid's Axiomatics"; Szabó, *The Beginnings of Greek Mathematics*, 185-329 (3. Bölüm).

¹⁰ Knorr, "On The Early History of Axiomatics: The Interaction of Mathematics and Philosophy in Greek Antiquity". Szabó ve Knorr arasındaki tartışma için bkz. Franciosi, "Some Remarks on the Controversy Between Prof. Knorr And Prof. Szabó"; Knorr, "On The Early History of Axiomatics: A Reply To Some Criticisms".

alınmış ve üzerine geniş bir literatür meydana çıkmıştır.¹¹ Bir de bu çalışmalara ek olarak *Elemanlar*'ın içeriğine, her bir kitapta ele aldığı temel konulara, ispatladığı teoremlere ve yaklaşım tarzına dair pek çok eser kaleme alınmıştır.¹²

İslam *Elemanlar* geleneğine dair çalışmaları ise en temelde iki ana ilgi alanında toplayabiliriz. İslam geometri tarihi araştırmacılarının “birincil/doğrudan nakil (primary transmission)” adını verdiği, *Elemanlar*'ın Arapça'ya tercümelerini ve tercümeler arası metinsel farkları inceleyen birinci araştırma alanının başlangıcı 19. Yy sonlarına, *Elemanlar*'ın özgün kabul edilen Grekçe metninin Heiberg tarafından neşriyle aynı yıllara tekabül eder.¹³ Fakat bu alan asıl ivmeyi 1980 ve 1981 yıllarında Harvard Üniversitesi'nde John William Engroff (1980) ve Gregg De Young (1981) tarafından Abdelhamid Sabra danışmanlığında tamamlanan iki doktora çalışması sonrasında kazanmıştır.¹⁴ Bu tezlerin ilki *Elemanlar*'ın oran orantı teoremlerini işleyen V. Kitabının, ikincisi de sayı teoremlerini işleyen VII, VIII ve IX. Kitaplarının İshâk b. Huneyn tercümesi-Sâbit b. Kurre ıslâhı olduğu kabul edilen metnlerinin tahkiki ve incelemesini hedeflemişlerdir. Ancak tezlerin hazırlık sürecinde *Elemanlar*'ın Arapça'ya tercümeleri meselesinin ve metnin İslam dünyasındaki serüveninin kendi zamanlarına kadar kabul edildiği ölçüde basit olmadığı ortaya çıkınca geometri tarihçileri için yepyeni bir alan açılmış oluyordu. O yıllardan başlayarak günümüze kadar özellikle Sonja Brentjes ve Gregg De Young'ın yaptığı çalışmalarla bu araştırma alanında ciddi bir literatür

¹¹ Tezin araştırma aşamasında bu konuya dair irili ufaklı 60 kadar makale incelenmiştir. Konuya dair kitap düzeyinde belli başlı çalışmalar şunlardır: Mueller, *Philosophy of Mathematics and Deductive Structure in Euclid's Elements*; McKirahan, *Principles and Proofs*; Chemla, *The History of Mathematical Proof in Ancient Traditions*.

¹² Batı literatüründe bu türe dâhil edilebilecek lisans seviyesinde pek çok kitap yazılmıştır. Tarihsel içeriği de dikkate alan bir örnek olarak şu çalışma zikredilebilir: Artmann, *Euclid: The Creation of Mathematics*. Eukleides'in *Elemanlar*'nı metnin ileriye dönük tarihi diyebileceğimiz, Eukleides dışı geometrilere gelinceye kadarki serüvenini, Hilbert sonrasında kadar geometri bilimindeki gelişmeleri de içeren çalışmalar da bulunmaktadır. Greenberg, *Euclidean and Non-Euclidean Geometries: Development and History*; Hartshorne, *Geometry: Euclid and Beyond*.

¹³ Klamroth, “Ueber den arabischen Euklid”.

¹⁴ Engroff, “The Arabic Tradition of Euclid's Elements: Book V”; De Young, “The Arithmetic Books of Euclid's Elements in The Arabic Tradition: an Edition, Translation, and Commentary”.

meydana gelmiştir. Bu literatür elinizdeki tezin 2. Bölümünün başlarında ele alınmıştır.

İkinci araştırma alanı da bazı araştırmacıların “ikincil/dolaylı nakil (secondary transmission)” dediği süreci metinler üzerinden incelemektedir. Bu alanda *Elemanlar*’ın tamamına ya da bazı bölümleri üzerine İslam dünyasında yapılmış şerh, haşiye, tecrîd, tahrîr, ihtisâr gibi isimler verilen pek çok çalışma ele alınmıştır. Ayrıca paraleller postulatı ya da irrasyoneller gibi tarih boyunca etrafında tartışmaların düğümlendiği belli başlı konulara İslam *Elemanlar* geleneği içinde üretilen metinler ve metinleri ortaya koyan isimler de yine bu alanın araştırma konularındandır. Bu alanın en çok ilgi çeken ismi Ebu’l-Abbâs en-Neyrîzî’dir (ö. 310/922[?]). Neyrîzî’nin *Elemanlar* üzerine yazdığı ve bir kısmı elimize ulaşan *Şerhi*’nin kendinden önceki Simplikios, Heron, Pappus gibi isimlerin görüşlerini içermesi, öte yandan 13. Yy’da Latince’ye çevrildiğinden dolayı Avrupa geometri düşüncesine etkisi bu ilginin en büyük sebeplerindendir. Bu ilginin göstergesi olarak Neyrîzî *Şerhi*’nin günümüze ulaşan parçası *Elemanlar*’ın Grekçe neşrini de yapan Heiberg’in de içinde yer aldığı muhtelif isimler tarafından ve *Elemanlar*’ın neşrinden kısa süre sonra yayımlanmaya başlanmıştır.¹⁵ Bunu Curtze’nin Cremonalı Gerard *Tercümesi* yayını takip etmiştir.¹⁶ Yakın zamanda da Lo Bello her iki metni, birini Arapça’dan diğerini Latince’den İngilizce’ye çevirmiştir.¹⁷ Ayrıca günümüze tek nüsha üzerinden ulaştığı düşünülen Neyrîzî *Şerhi*’nin İran’da bulunan nüshası da yayımlanmış, bu sayede eserin giriş kısmındaki bazı noksanları tamamlanmıştır.¹⁸ *Şerh*, Neyrîzî’nin paraleller

¹⁵ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897; en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1900; en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1905; en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1932; en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1932. Ahmet Selim Saïdan da metnin bir kısmını yayımlamıştır: Saïdan, *Hendesetu Uklîdis fî Eydin Arabiyyetin* içinde.

¹⁶ Cremonensis, *Anaritii in Decem Libros Priores Elementorum Euclidis Commentarii ex Interpretatione Gherardi Cremonensis*.

¹⁷ al-Nayrizi, *The Commentary of Al-Nayrizi on Book I of Euclid’s Elements of Geometry*; al-Nayrizi, *The Commentary of Al-Nayrizi on Books II-IV of Euclid’s Elements of Geometry*; Gerard of Cremona, *Gerard of Cremona’s Translation of the Commentary of Al-Nayrizi on Book I of Euclid’s Elements of Geometry*.

¹⁸ Arnzen, *Abū l-‘Abbās an-Nayrîzîs Exzerpte aus (Ps.-?) Simplicius’ Kommentar zu den Definition, Postulaten und Axiomen in Euclids Elementa I.*

postulatu hakkındaki görüşleri,¹⁹ bu konudaki nakilleri,²⁰ batıya etkisi,²¹ Gerard tercümesi ile özgün metnin ilişkisi²² gibi konular üzerinden okunmuştur. Fârâbî'nin I. ve V. Makalelerin baş taraflarına yazdığı kısa şerh²³ ve İbnü'l-Heysem'in her makale başındaki musâderât kısmına yazdığı şerh de yayımlanan şerhler arasındadır.²⁴ Tezin 2. Bölümünde incelenecek metinlerden ikisinin (İbn Sînâ'nın *Muhtasarı* ve Nesevî'nin *Tecrîdinin*) neşri, birisinin de (Çağmînî'nin *Telhîsi*) tıpkıbasımı elimizdedir.²⁵ Bunların dışındaki metinler birer makale boyutunu aşmayacak hacimde neşirler ile bütüncül ve kısmî incelemelere konu olmuşlardır. Mesela Cevherî'nin (3./9. Yy) V. Makaleye eklemeleri,²⁶ Ebû Sehl el-Kuhî'nin (ö. 380-390/990-1000 [?]) I. ve II. Makalelere dair düzenlemeleri,²⁷ İbnü's-Serî'nin (ö. 548/1153) V. ve VII. Makaleler hakkındaki risalesi,²⁸ Mâhânî'nin V. Makale üzerine risalesi makale düzeyindeki neşirlerdir.²⁹ *İslâh* öncesi metinlerden Kerâbisî'nin (4./10. Yy) *Şerhi* de yine makale düzeyinde bir incelemeye konu olmuştur.³⁰

Tezin odak noktasında bulunan Ebherî'nin *İslâhı* ise üzerine yazılan birkaç makale hariç hiçbir çalışmanın ana konusu olmamıştır. *İslâh* üzerine yazılan makaleler de paraleller postulatını ele almaktadır.³¹ Şimdiye kadar *İslâh*,

¹⁹ Hogendijk, "Al-Nayrizî's Own Proof Of Euclid's Parallel Postulate".

²⁰ Sabra, "Simplicius's Proof of Euclid's Parallels Postulate".

²¹ Hogendijk, "Te'sîr-i Neyrîzî der Garb". Yayınlanmamış İngilizce versiyonu için Hogendijk, "Al-Nayrizî's Influence in the West".

²² Brentjes, "Two Comments on Euclid's *Elements* ?"

²³ el-Fârâbî, *Şerhu Sadri'l-makâleti'l-ûlâ ve Sadri'l-makâleti'l-hâmise min Kitâbi'l-usûl li-Uklîdis*.

İngilizce tercümesi Şemsî, "Al-Farabi's Treatise on Certain Obscurities in Books I and V of Euclid's *Elements*". Derginin aynı sayısının 127-138. Sayfaları arasında neşri de vardır.

²⁴ İbnü'l-Heysem, *Şerhu Musâderâti Kitâbi İklîdis*.

²⁵ İbn Sînâ, *Muhtasarı Uklîdis*; Ali b. Ahmed en-Nesevî, *Kitâbu't-Tecrîd fî Usûli'l-hendese*; Tegrîd, Saidan, *Hendesetu Uklîdis fî Eydin Arabiyyetin* içinde de neşredilmiştir; Çağmînî, *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*.

²⁶ Gregg De Young, "Al-Jawhari's Additions to Book V of Euclid's *Elements*"; Cevherî'nun bu risalesinin Farsça tercümesi de yayımlanmıştır Gregg De Young, "A Persian Translation of al-Jawhari's Additions to *Elements* Book V".

²⁷ Berggren ve Van Brummelen, "Al-Kühî's Revision of Book I of Euclid's *Elements*"; De Young, "Abū Sahl's Additions to Book II of Euclid's *Elements*".

²⁸ De Young, "Ibn Al-Sarî on Ex Aequali Ratios: His Critique of Ibn Al-Haytham and His Attempt to Improve the Parallelism Between Books V and VII of Euclid's *Elements*".

²⁹ Vahabzadeh, "Al-Mâhânî's Commentary on the Concept of Ratio".

³⁰ Brentjes, "Ahmad al-Karabisi's Commentary on Euclid's *Elements*".

³¹ Lyuter, "Berresî Mukaddimâtî-i Risâle-i Islâh-ı Usûl-i Uklîdis-i Esîruddîn-i Ebherî (بررسی مقدماتی (رساله اصلاح اصول اقلیدس اثر ابن ابهری". Bu yayının aslı, Rusça bildiri metni için Lyuter, "Первые результаты исследования трактата ал-Абхари 'Улучшение "Начал" Евклида". Abdeljaouad, "Kamāl al-Dīn al-Fārisī's additions to Abhari's 'proof' of the parallel postulate".

elinizdeki teze kadar, İslam *Elemanlar* geleneğine dair yukarıda zikredilen muhtelif çalışmalarda karşılaştırma için atıf ya da değini yapılan bir eser hüviyetindedir. Bunun dışında gelenek içindeki belirli problemlere dair genel çalışmalarda çok küçük ölçekte incelenmiştir.³²

Bu tez, yukarıda kısaca değerlendirilen literatürün eksik bıraktığı bazı noktaları tamamlama iddiasındadır. Öncelikle Türkçe akademik literatürde *Elemanlar*'ın yapısını, muhtevasını ve ilgilendiği temel konuları derli toplu veren bir çalışma ne yazık ki bulunmamaktadır. Dolayısıyla her şeyden önce bu eksiğin giderilmesi için birinci bölümde Eukleides'in elinden çıktığı kabul edilen metnin yapısı incelenecektir. Bu bağlamda ele alınacak ilk mesele, *Elemanlar* kitabının içeriği olacaktır. Eukleides'e atfedilen bir *Elemanlar* neşrini elimize aldığımızda ne ile karşılaşırız? Bize ulaşan *Elemanlar*'ın muhtevasında ne vardır? Kaç bölümden oluşur? Bu bölümler hangi isimleri taşırlar ve hangi konuları ele alırlar? Her bir bölümün içinde ne vardır? Hangi teoremleri ispat eder? Hangi geometrik ya da sayısal yapıları inşa eder? "*Elemanlar*'ın İçeriği" başlığını taşıyan başlıkta bu sorulara cevap aranacaktır. Bu başlıkta *Elemanlar*'ın hayranlık uyandırdığını söylediğimiz yöntemine henüz giriş yapılmayacak, genel çerçeve bütün ayrıntılarıyla verilecektir. Eukleides'in yöntemini inşa ederken kullandığı parçalara bir sonraki başlıkta giriş yapılacaktır ve yöntemin temelini teşkil eden *mebâdi*/ilkeler "*Elemanlar*'da İlkeler" başlığı altında incelenecektir. *Elemanlar*'da ilke kavramı, ilke türleri ve eser içindeki konumları tespit edilecektir. Üçüncü başlıkta *Elemanlar*'ın yönteminin bir diğer unsuru olarak *mesâil*, metinde geçtiği hâliyle önermeler/şekiller ele alınacaktır. *Elemanlar*'ın büyük bölümünü teşkil eden yapıtaşları olarak önermelerin türleri ve kısımları, her bir önermede *burhâna* götüren adımlar bu başlığın inceleme konusudur.

Şimdiye kadar İslam *Elemanlar* geleneği üzerine gelişen ve temel meselelerine yukarıda kısaca değinilen literatürde de ilgiler ya Arapça'ya yapılan ilk

³² Brentjes, "Additions to book I in the Arabic traditions of Euclid's elements"; Çâvîş, *Nazariyyetu'l-mutevâziyât fi'l-Hendeseti'l-islâmiyye*.

tercümelerin keyfiyetine, aralarındaki farklara ya da yeni keşfedilen nüshaların tercümelerden hangisini içerdiğine (özellikle günümüze ulaşmayan Haccâc tercümesinin izini sürme amacıyla) kaymış ya da bu çalışmalar *Elemanlar*'ın çok küçük bir problemine odaklanmıştır. Bu sebeple *Elemanlar*'ı Yeniden Yazmanın Nice Yolu başlığını taşıyan ikinci bölümde, içeriğini ve yapısını ilk bölümde analiz ettiğimiz *Elemanlar*'ın İslam dünyasına intikali ve *İslâh*'a gelene kadarki serüveni bütüncül, yani *Elemanlar* metninin tamamını veya büyük bölümünü içermekle birlikte *Elemanlar*'a has yöntem ve şekil özelliklerini koruyan metinler üzerinden incelenecektir. Bu bağlamda öncelikle bütün geleneğe zemin olması bakımından Arapça'ya ilk tercümeler etrafında gelişen literatürü de içerecek şekilde ele alınacaktır. Daha sonraki metin değerlendirmelerine esas olması bakımından bu tercümeler arasındaki farklar, yeni tespit ve görüşlerle birlikte yine bu bölümün ilk başlığında verilecektir. Takip eden başlıklarda *İslâh* öncesi elemanlar *edisyen*lerinin kronolojik sırayla incelemesi yapılacaktır. Sırasıyla Nisâbü'rî'nin *İhtisârı*, İbn Sînâ'nın *Muhtasarı*, Nesevî'nin *Tecrîdi*, ve Çağmîni'nin *Telhîsi* üç açıdan incelemeye tabi tutulacaktır. Her bir metin öncelikle ilk bölümde ele alınan *Elemanlar*'ın genel yapısına tercüme geleneklerinin hangisinden ne ölçüde etkilendikleri de dikkate alınarak incelenecektir. Daha sonra bu metinlerde *Elemanlar*'ın yönteminin temel unsurları olan önerme yapıları ve ilkelerin, müelliflerin tercihleri doğrultusunda nasıl şekillendikleri ortaya konacaktır.

Son bölümde ise daha önceki iki bölümde ortaya çıkan resme göre bu sefer *İslâh* ele alınacaktır. Öncelikle *İslâh* nüshaları tanıtılıp bu nüshaların ayrıntılı incelenmesiyle daha önce varlığı farkedilmeyen *İslâh* versiyonları ortaya konacaktır. *İslâh*'ın son versiyonu olduğunu düşündüğümüz metnin tahlili de bu noktadan sonra başlar. Diğer metinlerde olduğu gibi *İslâh*'ın da *Elemanlar*'a ve kendine gelene kadar üretilen metinlere nispetle genel yapısı *İslâh*'a dair ilk ele alınacak meseledir. Gelenek içinde hangi tercümelerden ve hangi *edisyen*lerden etkilendiği ortaya konduktan sonra, genel yapıya Ebherî'nin eklemeleri ve bu eklemelerin *Elemanlar* geleneğindeki muhtemel kaynakları, gelenek içindeki metinlere atıfla çözümlenecektir. Her bir metinde olduğu

üzere *Islâh*'ta da önerme yapıları ayrıntılı biçimde incelenecektir. *Islâh*'ın bu noktaya kadar tahlili, gelenek içinde doğrudan irtibatı olan metinleri büyük ölçüde ortaya çıkaracaktır. *Islâh*'a dair incelemenin son konusu, ilkeler hususunda Ebherî'nin kendine özgü tutumu olacaktır. Bilhassa Ebherî'nin postulatları ispat yollarının teferruatlı incelenmesiyle *Elemanlar* geleneği içinde ilkelere dair yaklaşımlar da ortaya çıkacaktır. Son olarak *Islâh*'ın kendinden sonraki metinler üzerindeki etkileri de ele alınarak tezin inceleme kısmı noktalanacaktır.

Son bölümde ise *Islâh* metni verilecek, öncesinde nüshaya ve metne dair bazı hususiyetler belirtilecektir.

1. ELEMANLAR'IN YAPISI

Geometri bilimi işleyiş tarzında ve kullandığı yöntemde yer alan bazı özelliklerinden dolayı tarih boyunca bilim adamlarının büyük ilgisine mazhar olmuştur. İslam dünyasında başlangıç ve orta düzeyde geometri eğitiminin temel metni sayılabilecek *Eşkâlü't-te'sîs Şerhi*'nde Kadızâde-i Rûmî (ö. 844/1440'tan sonra) bu bilimi "önünden ve ardından batılın hiçbir surette müdahil olamayacağı şekilde meselelerinin muhkemliği ve delillerinin sağlamlığıyla" nitelerken³³ Isaac Newton ise Principia'nın girişinde "Dışarıdan alınan çok az ilke ile pek çok şeyi ortaya çıkarmanın imkânı geometrinin ihtişamıdır." sözleriyle³⁴ bu bilimin yöntemine duyduğu hayranlığını dile getirmektedir. Bu bölümde *Elemanlar*'ın yapısı birkaç açıdan incelenecektir. İlk olarak kitabın genel yapısı ele alınacak, bu bağlamda kitabın bütüncül bakışla yöntemi ve bu yöntemin ilk ayağını teşkil eden ilkeler bölümü mercek altına yatırılacaktır. Daha sonra yöntemin parça düzeyi diyebileceğimiz ikinci ayağı yani meseleler/önergeler kısmındaki yapı ve bu yapının unsurları ortaya koyulacaktır.

1.1 ELEMANLAR

Geometri, isminden de anlaşılacağı üzere yola yer ölçümü/misâha için çıkmış pratik bir bilim iken asırlar içinde ve Greklerin eliyle -Szabó'nun tabiriyle- empirik karşıtı (*anti-empirical*) ve görsellik karşıtı (*anti-visual*)³⁵ bir bilime dönüştü.

Bu dönüşüme, Helenistik dönem geometri tarihi hakkında elimizdeki tek derli-toplu yazılı kaynak olan, büyük *Elemanlar* şârihi Proklos'un penceresinden bakalım:

"İlahi Aristoteles, dünya tarihinde aynı inançların insanlar arasında belirli periyotlarda sık sık tekrarladığını, bilimlerin bizim için ya da tanıdığımız

³³ Kâdîzâde er-Rûmî, *Şerhu Eşkâli't-te'sîs*, 31.

³⁴ Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Yazarın önsözü).

³⁵ Szabó, *The Beginnings of Greek Mathematics*, 197.

insanlar için ilk defa meydana çıkmadığını, geçmişteki sayısız döngülerde ortaya çıkıp kaybolduğunu, gelecekte de böyle olacağını söylemişti. Fakat yaşadığımız çağdaki sanatların ve bilimlerin kökenlerine dair araştırmamızın sınırları içinde çoğu tarihçinin söylediği gibi geometrinin Mısırlılar tarafından tarlalarının yeniden ölçülmesi için keşfedildiğini söyleyebiliriz. Bu onlar için zaruriydi çünkü Nil sürekli taşmakta ve emlakin arasındaki sınırları ortadan kaldırmaktadır. Nesiller içinde her şey noksanlıktan mükemmelliğe doğru aktığından, geometrinin ve diğer bilimlerin keşfinin ihtiyaçlardan doğması hiç de şaşırtıcı değildir. Bunun doğal sonucu olarak insanlar duyusal idrakten hesaplamaya, hesaplama da akıl yürütmeye geçmişlerdir. Tıpkı Fenikelilerin ticaret ve takastan doğan ihtiyaçlarının sayılar üzerine eğilmelerine itici güç vermesi gibi mezkûr sebeple geometrinin icadı Mısırlılar arasında ortaya çıkmıştır.

Mısır'a seyahat eden Thales, Grek diyarlarına bu bilimi tanıtan ilk kişidir. Kendisi de bu alanda pek çok keşif yapmış, takipçilerine diğer pek çok ilkeyi de öğretmiştir. Temas ettiği meselelerden bazıları genel olsa da diğer pek çoğu tecrübî meselelerdi. Ondan hemen sonra şair Stesikhorus'un kardeşi Mamerkus geometri üzerine çalışmalarıyla anılmaktadır. Elisli Hippias da onun bu bilimde saygınlık kazandığını kaydetmektedir. Bu zevatı takiben Pythagoras, geometrinin ilkelerini en genelden aşağıya doğru tetkik ederek ve teoremlerini maddeden bağımsız ve aklî bir tarzda inceleyerek matematiksel felsefeyi bir temel eğitim sistemine dönüştürmüştür. Kendisi aynı zamanda oran-orantı teorisini³⁶ ve kozmik şekillerin³⁷ yapısını keşfeden kişidir.

Pythagoras'tan sonra Klazomenaili Anaksagoras ve ondan biraz daha genç Sakızlı Oenopides kendilerini geometrinin birçok meselesine vermişlerdir. Her ikisi de Platon tarafından *Erastai'*de (Âşıklar) matematikte ün salmış kişiler olarak anılmışlardır. Onların ardından ay biçimli şeklin kareleştirilmesi yönteminin mucidi Sakızlı Hippokrates ile Kyreneli Theodorus geometride

³⁶ Metnin Grekçe orijinalindeki başka bir okumaya göre "irrasyonel sayılar teorisi". Bkz. Heath, *A History of Greek Mathematics*, 1:84.

³⁷ Platonik cisimler

şöhret kazandılar. Hippokrates elemanlar üzerine kitap yazmıştır ve bilebildiğimiz kadarıyla bunu yapan ilk kişidir.

Onlardan sonra gelen Platon, bu bilimlere olan tutkusundan dolayı genel olarak matematikte, hususan geometride çok ilerlemiş biriydi. Kitaplarında sık sık matematiksel terimleri kullanması ve felsefe tahsil edenlerde matematiğe karşı sürekli hayranlık hissi uyandırmaya çalışması herkesin malumudur. Thasoslu Leodamas, Tarentumlu Arkhytas ve teoremleri sayıca artırıp daha bilimsel bir düzene kavuşturan Atinalı Theatetus da Platonla aynı çağda yaşamışlardır. Neoklides ile öğrencisi Leon, Leodamas'tan biraz daha gençtirler. Leon öncüllerinin keşiflerine pek çok yenisini eklemiş, bu sayede ispatı yapılmış pek çok önerme ile onların işlevselliklerinden yararlanmak için daha dakik bir tertibe sahip bir *Elemanlar* kitabı telif edebilmiştir. Kendisi aynı zamanda incelenen bir meselenin çözümünün olup olmadığını anlamaya yarayan *diorismos*'u keşfetmiştir. Leon'dan biraz daha sonra gelen Platon'un talebelerinden Knidoslu Eudoksos genel teorem denen şeylerin sayısını ilk kez artıran, halihazırda bilinen üç orana³⁸ ilk kez üç tane daha ekleyen ve kaynağı Platon'a giden kesmeye³⁹ dair teoremlerin sayısını, çözümlerinde analiz yöntemi kullanmak suretiyle çoğaltan kişidir. Platon'un takipçilerinden Herakleialı Amyklas, Eudoxus'un talebesi olup keza Platonla irtibatta olan Menaekhmus ve kardeşi Dinostratus bütün geometriyi daha da mükemmel hâle getirdiler. Magnesialı Theudius, elemanlarda yaptığı takdire şayan tertipten ve pek çok sınırlı teoremi daha genel hâle getirdiğinden dolayı felsefenin diğer dallarında olduğu gibi matematikteki üstünlüğüyle de tanınmıştı. Aynı zamanlarda hayatta olan Kyzikoslu Athenaeus da matematiğin diğer dalları yanında en çok geometride şöhret sahibi idi. Tüm bu isimler Akademi'de bulunmuşlar ve araştırmalarını müşterek yürütmüşlerdi.

³⁸ Bilinen üç ile kastedilen aritmetik, geometrik ve harmonik oran/ortalama'dır. Heath, *A History of Greek Mathematics*, 1:85-86.

³⁹ Thomas Heath, Bretschneider'a atıfla buradaki "kesme"nin klasik geometride uç ve orta oranda kesme denilen altın oranı bulmak olduğunu ifade eder. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements Vol. 1*, 324.

Kolofonlu Hermotimus, Eudoksus'un ve Theaetetus'un başlattığı araştırmaları ileriye taşıyıp *Elemanlar*'daki pek çok önermeyi keşfetmiş ve geometrik yer teoremlerine dair bazı metinler kaleme almıştır. Platon'un matematik üzerine çalışması için teşvik ettiği talebesi Mendeli Filippus, araştırmalarına Platon'un yönlendirmeleri doğrultusunda devam etmiş ve kendini Platon felsefesine katkı sunacağını düşündüğü tüm problemleri tetkik etmeye adanmıştır.

Tarih yazarları bu bilimin ilerlemesine ilişkin anlatılarını bu noktaya kadar getirmektedirler. *Elemanlar*'ı bir araya getiren, Eudoksos'un pek çok teoremini sistemleştiren, Theaetetus'un pek çok teoremini mükemmelleştiren ve öncüllerinin daha gevşek bir şekilde ele aldığı önermeleri reddedilemez ispatlarla ele alan Eukleides ile yukarıdaki kişiler arasında uzun bir zaman yoktur. Eukleides Birinci Batlamyus'un zamanında yaşamıştır. Çünkü Birinci Batlamyus zamanından hemen sonra yaşayan Arkhimedes, Eukleides'e atıf yapmıştır. Ayrıca Batlamyus'un Eukleides'e "geometride *Elemanlar*'dan daha bir kısa yol olup olmadığını" sorduğu ve Eukleides'in "geometride kral yolu bulunmadığı" şeklinde cevap verdiği nakledilmiştir. Dolayısıyla Eukleides Platon'un talebelerinden daha sonra, Eratosthenes ve Arkhimedes'ten daha önce yaşamıştır. Çünkü Eratosthenes'in bir eserinde söylediği gibi bu ikisi çağdaşlardır. Eukleides, Platon'un takipçilerinden olup bu felsefenin uzmanıdır. Bu sebeptendir ki Platonik şekiller denen şekillerin inşasını bir bütün olarak *Elemanlar*'ın hedefi olarak kurgulamıştır.⁴⁰

Elemanlar'ı anlamak için Eukleides'in yaşadığı dönem ve coğrafya hiç şüphesiz önemlidir. Büyük Grek matematikçilerin pek çoğunda olduğu gibi ne yazık ki Eukleides'in hayatı hakkında çok az, az olduğu kadar kanıtlanmamış bilgilere sahibiz. Hayatı hakkında Helenistik dönemden kalan tek bilgi kaynağımız Proklos'un *Elemanlar Şerhi*'nden yukarıda alıntıladığımız pasajdır. Bu pasajın bize gösterdiği üzere Proklos'un da Eukleides'in nerede ve ne zaman doğduğu ya da öldüğüne dair herhangi bir bilgisi yoktur. Sadece yaşadığı bölge ve dönem hakkında bazı

⁴⁰ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 51-57.

tahminlerde bulunur. Buna göre Platon M.Ö 347’de öldüğü, Arkhimedes M.Ö 287-212 yılları arasında yaşadığına göre, Eukleides de M.Ö 300 yıllarında yaşamış olmalıdır. Bu da Büyük İskender sonrası Mısır’ı idareleri altına alan Ptolemaioslar Hanedanı’ndan I. Ptolemaios’un (hük. M.Ö. 306-283) hüküm sürdüğü yıllara tesadüf eder.⁴¹ İslam dünyasında kaleme alınan metinlerde ise buna ek başka bazı bilgiler de yer alır. Arapça’daki yaygın telaffuzuyla Uklîdis⁴² el-Muhendis en-Neccâr es-Sûrî, nisbelerinin belirttiği üzere günümüzde Lübnan sınırları içinde yer alan Sûr (Tyre) şehrinde ve hendese ilminde uzman olmasına karşın asıl mesleği dülgerliktir.⁴³ Babasının adı Nûkutrus (Naukrates), dedesinin adı Berenîkis’tir ve Arkhimedes’ten önce yaşamıştır.⁴⁴ Genel kabul gören bu anlatı dışında Ebû Ma’ser el-Belhî’ye (ö. 272/886) nisbetle büyük (*ekber*) ve küçük (*asgar*) olmak üzere iki Eukleides’in olduğu şeklinde bir rivayet de aktarılmaktadır. Bu anlatıya göre dülger olan büyük Eukleides şekilleri ahşap üzerine işlemiş, vefatından sonra kızının oğlu küçük Eukleides bu şekilleri uzun yıllar incelemiş ve çözmüştür. Daha sonra bunları bir kitapta toplayarak zamanın hükümdarına hediye etmiş ve büyük ikram ve iltifatlara nail olmuştur. İşte bizim elimizdeki *Elemanlar* torun Eukleides’in kaleme aldığı kitaptır.⁴⁵

Elemanlar’ın içerik incelemesine geçmeden önce, Eukleides’in yaşadığı dönem ve *Elemanlar*’ın anlamına dair bazı bilgiler vermek yerinde olacaktır. Kitabın başlığı Grekçe στοιχειον (stoikheíon) kelimesinin çoğulu στοιχεια (stoikheía)’dır. Bu kelime sözlükte bir güneş saati kadranının gölgesi ve yapı taşı anlamlarına gelmektedir.⁴⁶ Felsefî metinler sözkonusu

⁴¹ Esasında kişileri himaye etmek yerine kurumları destekleyen I. Ptolemaios’un bu konuda müstesna tuttuğu tek isim Eukleides’tir. Worthington, *Ptolemy I*, 141.

⁴² Uklîdus, İklîdis ya da İklîdus şeklinde okumalar da mevcuttur.

⁴³ İbnü’l-Kiftî, *Târîhu’l-Hukemâ*, 62.

⁴⁴ en-Nedîm, *el-Fihrist*, 2/1:207.

⁴⁵ Ebû Ma’ser’e atıfla talebesi Ebû Said Şâzân ibn Bahr’in günümüze ulaşmayan *en-Nikât fî Esrâri ilmi’n-Nücûm* adlı eserinden yapılan bu nakil için bkz. Süleymaniye Ktp, Kılıç Ali Paşa 675, 1a.

⁴⁶

“<http://www.perseus.tufts.edu/hopper/morph?l=%CF%83%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%E1%BF%96%CE%BF%CE%BD&la=gr#lexicon>”.

olduğunda ise bağlama göre harf, unsur, element gibi anlamlarda kullanılmıştır.⁴⁷ Geometri sözkonusu olduğunda ise elemanlar, anlaşılması geri kalan teoremlerin bilinmesini ve onlardaki problemlerin çözülmesini sağlayan teoremlere verilen isimdir. Yazı dilinde diğer tüm kelime ve cümlelerin kendilerinden inşa edildiği basit ve bölünemeyen belirli temel unsurlara stoikheia (harf) tabiri kullanıldığı gibi, geometride de teoremlerin ispatlarını sağlayan ve önermeler için başlangıç noktası konumunda belirli birincil teoremler vardır ki bunlara stoikheia (elemanlar) denir. Bazı teoremler στοιχεῖα (stoikheía) iken bazıları da στοιχειώδης (stoikheiódēs:) elementer/öncüdür. Öncül önermeler basit ve ince olmalarına, çeşitli uygulamalara sahip olmalarına rağmen onları bilmek geometri ilminin bütününe ilgilendirmediği için eleman seviyesine çıkamazlar. Örneğin üçgenin köşelerinden kenarlara indirilen dikmelerin bir noktada kesişeceklerine dair teorem öncül teoremlerdendir ancak bir eleman değildir. Anlaşılması diğer önermelerle argüman ve kanıt açısından alakalı olmayan önermeler eleman olamazlar.

Ayrıca eleman kelimesi geometride Proklos'un Menaekhmōs'tan aktardığı üzere iki anlamda kullanılır:

- 1- Kendisi üzerinden kanıt bina edilen, kanıtın yapıldığı önermeye göre elemandır. Bu anlama göre örneğin Eukleides'in kitabındaki birinci önerme ikincinin, dördüncü de beşincinin elemanıdır. Fakat bu mana üzerinden pek çok önermeye, karşılıklı biçimde kuruldukları için eleman denme mahzuru vardır. Örneğin düzkenarlı bir şeklin dış açılarının dört dik açıya eşit olduğunu gösteren önermeden, ilgili şeklin iç açılarının kaç dik açıya eşit olduğunu ya da bunun tam tersini kanıtlayabiliriz. Bu durumda "eleman" bir tür lemma anlamına gelir.
- 2- Öte yandan diğer kullanımda "eleman" bir bileşik çözümlendiğinde ortaya çıkan daha basit parça anlamındadır. Bu manada her şey herhangi

⁴⁷ Kelimenin Grek felsefesindeki kullanımları için bkz. Peters, *Greek Philosophical Terms*, 180-85.

başka bir başka şeyin elemanı olmaz; tıpkı postulatların teoremlerin elemanı olmalarındaki gibi, sadece bir argümanı sonuca götüren birincil bileşenleri eleman olurlar. Elemanların bu anlamdaki kullanımı Eukleides'in kitabındaki tertibe daha uygundur. Buradaki elemanlardan bazıları düzlem geometrinin, bazıları da uzay geometrinin elemanlarıdır. Bu aynı zamanda aritmetik ve astronomi gibi bilim dallarında yazılmış pek çok "başlangıç risaleleri"ndeki elemanlar kelimesiyle de kastedilen anlamdır.⁴⁸

İslam dünyasında ise *Elemanlar*'ın ismi olarak stoikheía isminin farklı kullanımları mevcuttur. Bunlardan biri ve tarihçe daha erken olanı, kelimenin tekil hâli olan "stoikhos"un Arap lahnine uygun seslendirmesiyle "ustukus" olarak alınıp, Arapça çoğul yapma kaidelerine tâbi tutularak "ustukussât" şeklinde kullanımıdır. Diğer ve daha yaygın olanı ise kelimenin doğrudan Arapça bir kelime ile karşılanması olarak "el-usûl" kullanımıdır. Kitap ismine dair İbnü'l-Kıftî'nin *Târîhu'l-Hukemâ*'da verdiği ilgi çekici yorumunu da zikretmek yerinde olacaktır. İbnü'l-Kıftî, kitap adının aslında Yunan filozofları arasında "el-erkân: direkler, temeller" anlamına gelen bir kelime olarak bilindiğini, daha sonradan Rumların bunu "el-Ustukussât" olarak isimlendirdiğini, müslümanların da bu kitaba "el-usûl" ismini verdiklerini aktarır.⁴⁹ *Elemanlar* karşılığında yaygın kullanım olarak "usûl"ün içerdiği "temeller, kökler" gibi anlamlar yanında bir terim olarak kullanıldığında yöneme işaret etmesi, Proklos'un tercih ettiği anlama daha yakındır.

Peki *Elemanlar* niçin kaleme alınmıştır? Eukleides'in bu kitabı yazma amacı nedir? Proklos, *Elemanlar*'ın amacı söz konusu olduğunda, bunun iki açıdan anlaşılması gerektiğini söyler. Bunlardan biri kitabın ilgilendiği konu (ar. mevzû') açısından, diğeri de öğrenen bakımından amaçtır. Konu açısından geometricinin tartıştığı meselelerin varmak istediği yer kozmik

⁴⁸ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 59-60.

⁴⁹ İbnü'l-Kıftî, *Târîhu'l-Hukemâ*, 62.

şekiller/platonik cisimlerdir. Kitap basit şekillerden başlayarak kozmik şekillerin karmaşıklığına varıncaya kadar ilerler. Her bir şekli ilgili kitapta ayrıca incelemesine ve inşa etmesine rağmen en nihayetinde tüm bu şekilleri kürenin içinde çizmenin yolunu ve birbirleri arasındaki oranları gösterir. Dolayısıyla bazıları *Elemanlar* içinde yer alan her bir kitabın kozmosa nisbetle açıklanmasının ve evrene dair bilimizdeki kullanışlılığı nisbetinde anlaşılmasının doğru olduğunu düşünmüşlerdir. *Elemanlar*'ın öğrenene nisbetle amacı ise geometrinin bütünü hakkındaki anlayışını mükemmelleştirme noktasında ona bir yöntem ve temel açıklamaları vermesidir. Sadece en temelden/elemanlardan başlanması durumunda bu ilmin diğer cüzlerini anlamak mümkün olur. Fakat temeller/elemanlar olmazsa ileri düzeylerin karmaşıklığını idrak etmek ve ilmin geri kalanını öğrenmek öğrenenin seviyesini aşar. En basit, en temel ve ilk ilkelere en yakın teoremler bu kitapta çok yerinde bir tertiple bir araya toplanmışlardır. Diğer önermelerin ispatları bunları bilinen öncüller olarak alıp onlar üzerine ilerlerler. *Küre ve Silindir* kitabında Arkhimedes, pek çok çalışmasında Apollonius ve tüm diğer geometriciler bu kitapta ispatı yapılmış teoremleri genel kabul görmüş başlangıç noktaları olarak alırlar. Proklos'un görüşlerinin özeti olarak bu kitabın hedefi öğrenciyi geometri biliminde bütüncül bir temelle donatma yanında muhtelif kozmik şekillerin inşasını sunmaktır.⁵⁰

İslam dünyasında on üç “makâle”den oluşan kitabın yazılış amacı olarak Helenistik dönemdekine büyük benzerlikler kabul edilse de bazı noktalarda ayrılmıştır. Proklos'un kitabın nihai amacı olarak platonik cisimler vurgusunun yerini Batlamyus'un el-Mecistî kitabı almıştır. Neyrîzî Şerhinin girişinde bunu açıkça ifade etmektedir:

“Bu kitabın bilgisi, büyük Batlamyus'un [...] “el-Mecistî” adlı kitabının bilgisine bir öncül/giriştir. Dolayısıyla bu kitabı takip ettiği temeller üzerine okuyan kişiye *Mecistî* kitabının içerdiği bilgi kolaylaşır, Allah'ın

⁵⁰ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 58-59.

izniyle onu tamamıyla bilgi olarak kuşatır. Bu kitap üzerine çalışmayan ve içindeki bilgileri bilmeyen, *Mecistî*'deki bilgileri sadece bir rivayet ve taklit olarak bilebilir. *Mecistî* hakkında kuşatıcı bilginin *Elemanlar*'ı bilmekten başka yolu yoktur.”⁵¹

“Mutavassîtât” denen ve Eukleides'in *el-Usûl*'ünden sonra okunması gereken geometriye dair bir dizi kitap da *el-Mecistî*'ye ulaştıran basamaklar olarak kabul edilmiştir.⁵²

Ayrıca kitabın isminde yer alan *el-Usûl*'ün neyin usulü olduğuna dair başlıklandırma da *Elemanlar*'ın yazılış amacına dair ipucu vermektedir. Tûsî'nin tahrîrinde son hâlini alan ismine göre kitap “Usûlû'l-hendese ve'l-hisâb”dır. Dolayısıyla hem mikdârları konu edinen hendese ilminin hem de adedleri konu edinen hisab ilminin temelleri bu eserde atılır. İslam dünyasında geometri için başlangıç ve orta seviyede ders kitabı olarak okunan ve *Elemanlar*'dan seçilmiş 35 önermenin yer aldığı *Eşkâlû't-te'sîs* adlı eserin girişi de benzer bir noktaya işaret etmektedir. Müellif Şemseddin Semerkandî (ö. 722/1322) cebir ve misaha işlemleri gibi konularda *hisâbî* ilimlerin burhanlarına dair bir kitap yazmasını bazı dostlarının kendisinden rica ettiklerini söyler.

Müellifi belli olmamakla birlikte kayda değer nüshası bulunan “أغراض أفلاطون” (*Eukleides*'in Makalelerinin Amacı) başlıklı kısa risale her bir makalenin/kitabın amacını iki yönden ele almaktadır. Öncelikle kitapları belli gruplar altında toplayarak değerlendirmekte, daha sonra her bir kitabın yazılış amacını ayrıca değerlendirmektedir.

Birinci ayrıma göre *Elemanlar* içerisindeki kitapların amaçları beş kısımdır:

- 1- Daire içinde ve dışında üçgen, dörtgen, beşgen ve çokgenlerin daire içinde ve dışındaki durumları ile bu şekillerdeki düzlem açıların açıklanmasıdır. I., II., III. ve IV. Kitaplar bu kısma dâhildir.

⁵¹ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:6; Saidan, *Hendesetu Uklîdis fî Eydin Arabiyyetin*, 31-32.

⁵² Süleymaniye Ktp., Atıf Efendi 1712, 1a.

- 2- Mikdârların birbiri arasındaki oranlarının özellikleridir. V. ve VI. Kitaplar bu kısma dâhildir.
- 3- Sayıların doğası ve çift, tek, asal, bileşik, fazla, eksik, mükemmel, kare, düzlem, küp, cisim, ayırık, ortak gibi sayı türlerinin özellikleri ile sayıların birden başlayarak orantılı olarak artmasıdır. VII., VIII. ve IX. Kitaplar bu kısma dâhildir.
- 4- İrrasyonellerin özellikleri, birbirlerine göre dereceleri, hangisinin oranda daha yakın ya da uzak olduğu ile bunların bitişmesi ve ayrışmasıyla ortaya çıkan durumlardır. Bu kısımda sadece X. Kitap bulunur.
- 5- Katı cisimlerin özellikleri, türleri ile dört unsura ve onları kuşattığı varsayılan küre olarak feleğe nispet edilen beş cismin çizimleri ve tüm bu cisimlerin kenar, yüzey ve hacimlerinin birbirlerine oranlarında ortaya çıkan durumlar. XI., XII., XIII., XIV. ve XV. Kitaplar bu kısma dâhildir.

İkinci ayrıma göre ise Eukleides'in her bir kitaptaki amacı şöyle açıklanmıştır:

- I. ve II. Kitaplardaki amacı; dar, dik ve geniş açıların özellikleridir. Eukleides I. Kitabın girişinde dik açıyı tarif ettikten sonra, 47. ve 48. Önermelerde bu açının gördüğü kenarın karesinin diğer iki kenarın kareleri toplamına eşit olduğunu ispata kalkıştığında, geri kalan iki açığa yani dar ve geniş açılara ve bunların gördükleri kenarlara dair konuları da açıklamak mecburiyetinde kaldı. İşte buradan başlayarak çizgilerin birbiri arasındaki durumlarına, çizgilerin bölünmesi durumunda fazlalık ve eksikliklerine varıncaya kadarki meseleleri de açıkladığı önermeler öncesine göre daha üst bir seviye olduğu için I. Kitaptan ayrı müstakil bir kitap hâline getirdi.
- III. Kitaptaki amacı dairelerdeki açılar ve kirişler, daire dışından ve içinden çizilen çizgilerdir. Daireler düzkenarlı şekillerden daha üst bir seviye olduğu için Eukleides bu kitabı da I. ve II. Kitaplardan ayırdı.

- IV. Kitaptaki amacı daire çevresine çizilen düzkenarlı şekiller, düzkenarlı şekiller etrafına çizilen daireler ve bu çizim işlemlerinin nasıl yapılacağını göstermektir.
- V. Kitaptaki amacı mutlak olarak büyüklükler ve bunların birbirleri arasındaki oranlardır.
- VI. Kitaptaki amacı düzkenarlı şekillerin kenar ve alanlarının benzerlikleri ile açıları arasındaki benzerliklerdir.
- VII. Kitaptaki amacı sayıların özellikleri, VIII. Kitaptaki amacı sayıların birbirleri arasındaki orantılar ve asallıklar, IX. Kitaptaki amacı ise sürekli orantılardan başlayarak mükemmel sayının bulunmasına kadarki konulardır.
- X. Kitaptaki amacı irrasyonellerin özellikleri, birbirlerine göre dereceleri, hangisinin oranda daha yakın ya da uzak olduğu ile bunların bitişmesi ve ayrışmasıyla ortaya çıkan durumlardır.
- XI. Kitaptaki amacı uzay geometrinin öncül önermelerinden başlayarak koni çizmeye varıncaya kadarki konulardır.
- XII. Kitaptaki amacı katı cisimler arasındaki benzerliklerden başlayarak kürelerin birbirleri arasındaki benzerliğe varıncaya kadarki konulardır.
- XIII. Kitaptaki amacı beş cisimdir. Bu beş cisimden ilki dört eşkenar üçgen tarafından çevrelenir (düzgün dörtyüzlü=piramit) ve dört unsurdan ateşe nispet edilir, ikincisi altı kare tabana sahiptir (düzgün altıyüzlü=küp) ve toprağa nispet edilir, üçüncüsü sekiz eşkenar üçgen tabana sahiptir (düzgün sekizyüzlü) ve suya nispet edilir, dördüncüsü yirmi eşkenar üçgen tabana sahiptir ve havaya nispet edilir, sonuncusu da on iki düzgün beşgen tabana sahiptir ve feleğe nispet edilir.
- XIV. Kitaptaki amacı bu beş cismin kenarlarının, yüzeylerinin ve hacimlerinin benzerlikleri ile çevre kenar ve yüzeylerinin niceliklerinin incelenmesidir.
- XV. Kitaptaki amacı bu beş cismin birbirinin içine ve dışına çizim yollarıdır. Kitabın en sonunda da bu beş cisimden başka herhangi bir

düzgünyüzlü cismin küre tarafından çevrenmesinin mümkün olmadığı ispat edilir.

1.2 ELEMANLAR'IN İÇERİĞİ

On üç kitaptan müteşekkil *Elemanlar*, en genel ayrıma göre ilkeler ve önermelerden oluşmaktadır. İlkeler tanımlar, postulatlar ve aksiyomlar (genel kavramlar) olarak üç gruba ayrılır. Bu başlık altında *Elemanlar'*ın bu unsurlarının teknik içerikleri incelenecektir. Her bir unsurun bizatihi kendilerinin incelenmesi ise bir sonraki başlıkta yapılacaktır.

Geleneksel olarak *Elemanlar'*ı oluşturan on üç kitabın üç ana bölümden teşekkül ettiği kabul edilir:

1. Düzlem geometri (I.-VI. Kitaplar)
2. Aritmetik (VII.-X. Kitaplar)
3. Uzay geometri/Katı cisim geometrisi (XI.-XIII. Kitaplar)

Birazdan daha ayrıntılı incelendiğinde görüleceği üzere V. ve X. Kitaplar bu ayrıma tam olarak uymazlar.

1.2.1 I. Kitap: Düzlem Geometrinin Temelleri

I. Kitap hem kendisi hem de tüm *Elemanlar* için kullanılacak bir dizi tanım, postulat ve aksiyomla başlar. Tanımlar kısmı yirmi üç tanımdan oluşur. Öncelikle nokta, çizgi, açı, şekil gibi en temel kavramlar genel terimler ile tarif edilir, ardından bu kavramlar kullanılarak üçgen, dörtgen gibi şekil türlerinin ve son olarak da paralelliğin tanımı yapılır. Tanımlardan sonra postulatlar geçer ve Öklid geometrisini şekillendiren temel önermeler verilir. Postulatlar ve bilhassa V. Postulat, bütün *Elemanlar* metni geleneği içinde en tartışmalı alan olarak karşımıza çıkar. *Elemanlar'*ın girişinde vazedilmiş beş önerme şunlardır:

1. Herhangi iki nokta arasında bir düz çizgi çizilebilir.
2. Bir düz çizgi ucuna -aynı doğrultuda- sonlu bir düz çizgi çizilebilir
3. Herhangi bir noktadan herhangi bir uzaklıkta daire çizilebilir.

4. Tüm dik açılar birbirine eşittir.
5. Bir düz çizgi iki düz çizgiyi kestiğinde, aynı yönde yer alan iç açılar iki dik açıdan küçükse bu iki düz çizgi sonsuzca uzatıldığında o yönde kesişirler.

İlkelerin sonuncu ve en genelleri ise kanıta ihtiyaç duymayan apriori önermeler olduğu kabul edilen genel kavramlar/aksiyomlardır. Farklı nüshalarda sayıları değişse de aksiyomların beş tane olduğu kabul edilmektedir.

1. Aynı şeye eşit şeyler birbirlerine de eşittir.
2. Eşit şeylere eşit şeyler eklenirse bütünler birbirine eşittir.
3. Eşit şeylerden eşit şeyler çıkarılırsa kalanlar birbirine eşittir.
4. Birbiriyle örtüşen şeyler birbirine eşittir.
5. Bütün, parçasından büyüktür.

Birinci kitabın başındaki bu ilkeler bölümü hem ilk kitap hem de bütün bir *Elemanlar* için dayanak noktası olacak ilkelerdir. İlkeler bölümü tezin bir sonraki bölümünde ayrıntılı olarak ele alınacaktır. İlkelerin son kısmı olan aksiyomları önermeler izler. İlk kitap 48 önermeden oluşmaktadır. Bu önermeler de üç grup altında incelenebilir:⁵³

- a) I.1 – I.26 arası önermeler çoğunlukla üçgenlere dair olsalar da dikmeler (11-12), bir düz çizgi üzerine inmiş diğer bir düz çizginin oluşturduğu komşu ve bütünler açılar (13, 14), kesişen iki düz çizgi (15) gibi durumlar da bu gruptaki önermeler içinde ele alınmaktadır. 1. Önerme, verilen bir düz çizgiden eşkenar üçgen inşa etmenin yolunu göstermektedir. Burada ilk önerme olarak yer alması tesadüfi değildir çünkü 2, 9, 10 ve 11. Önermelerde doğrudan, sadece ilk kitapta değil bütün *Elemanlar*'da dolaylı yoldan kullanılan bir önermedir. Buna benzer şekilde 2. Önerme de geometrinin yapısında bulunmadığı için hareketi kullanmadan bir çizgiyi başka bir konuma taşımanın yolunu göstermesi açısından en temel teoremlerden biridir. Hem geometrik hem de aritmetik teoremlerde

⁵³ Önerme gruplandırmasına farklı bir yaklaşım olarak dörtlü ayrım için bkz. Artmann, *Euclid: The Creation of Mathematics*, 4.

çıkarma işlemine karşılık gelen bir uzun çizgiden kısa çizgiye eşit çizgiyi kesmeye dair 3. Önerme de kendinden sonra pek çok yerde kullanılmaktadır. 9. ve 10. Önermeler sırasıyla bir açıyı ve bir düz çizgiyi iki eşit parçaya bölmenin, 11. ve 12. Önermeler ise sırasıyla bir çizgi üzerindeki bir noktadan dikme çıkarmanın ve dışındaki bir noktadan düz çizgiye dikme indirmenin yolunu göstermektedirler. İnşa önermelerinden (ileride açıklanacağı üzere “problem”lerden) bir diğeri en genel hâliyle, verilen üç çizgiden bir üçgen inşa etmenin yolunu gösteren 22. Önermedir. Bu önerme yardımıyla 23. Önerme’de, verilen açığa eşit bir açı inşası gösterilir. Üçgenlere dair önermelere gelince; eşlik teoremlerine dair üç önerme (4, 8, ve 26) temel teşkil etmektedir. İkişer kenarı birbirine eşit iki üçgende geriye kalan üçüncü kenarlardaki büyük açı-büyük kenar uyumu da sırasıyla 24 ve 25. Önermelerin ispatını yaptığı teoremlerdir. Bir çizginin iki ucundan bir yöne uzanıp kesişen iki çizgiye dair 7. Önerme, III. Kitabın 10. Önermesi’nin (iki dairenin ikiden fazla noktada birbiriyle kesişemeyeceğine dair önerme) kendisinden sonrası için taşıdığı öneme I. Kitap için sahiptir. Çünkü 7. önerme kendinden sonra gelen ve iki üçgende kenar-açı-kenar eşliğini ispat eden 8. Önerme’nin ispatında kullanılmaktadır. 8. Önerme ise sadece kendinden sonraki I. Kitap önermelerinde değil, III, IV, XI, XIII. Kitaplarda da kullanılmakta ve *Elemanlar*’ın sonuna kadar kendisine atıf yapılan bir teorem olmaktadır. Üçgenlerdeki eşlik teoremlerinden başka tekil üçgenler hakkında da 5 ve 6. (ikizkenar üçgenler hakkında) başta olmak üzere bir dizi önerme bulunmaktadır. Bunlardan bir diğeri, üçgende dış açının kendisine komşu olmayan iki iç açının her birinden büyük olduğunu ispat eden temel önermelerden 16. Önermedir. Buna bağlı olarak 17. Önerme’de üçgenin herhangi iki açısı toplamının iki dik açıdan küçük olduğu, 18. ve 19. Önermelerde bir üçgende büyük açı-büyük kenar uyumu ve 20. Önerme’de herhangi iki kenar toplamının kalan kenardan büyük olduğu ispatlanmaktadır. Bu son önerme, Proklos’un yukarıda verilen geometri tarihinde önemine değindiği *diorismos* kriterini 22. Önerme’deki üçgen

inşasında gerekli kıldığı için son derece önem arz etmektedir. Bu grup altına düşen tüm bu önermelerde paralel çizgilerin hiçbir şekilde kullanılmadığı özellikle belirtilmelidir.

- b) I.27 – I.32 arası önermeler paraleller teorisini işleyen önermelerdir. İki düz çizginin bir düz çizgiyle kesilmesi sonucu meydana gelen açılardan, 27. Önerme’de iç ters açılardan, 28. Önerme’de ise yöndeş açılardan eşitliğin paralellik göstergesi olduğu ve 29. Önerme’de bu iki önermenin akisleri ispatlanmaktadır. 30. Önerme’de aynı doğruya paralel doğruların birbirine paralel olduğu ispatlanmaktadır. Bir inşa önermesi olan 31. Önerme, bir noktadan bir doğruya paralel çizmenin yolunu göstermekte ve ilk gruptaki temel inşa önermelerinde olduğu gibi *Elemanlar*’ın sonuna kadar pek çok kitapta doğrudan kullanılmaktadır. 32. önermede yine üçgenlere dönülüp, paralelliğin yardımıyla bir üçgenin iç açıları toplamının iki dik açıya eşit olduğu ispatlanmaktadır. Eukleides’in bu önermedeki ispat yolu, Pythagorasçılarının aynı teoreme getirdikleri ispattan farklıdır.⁵⁴
- c) Son grubu oluşturan I.33 – I.48 arasındaki önermeler genel itibarıyla, alanlarına nispetle paralel kenarlı şekiller, üçgenler ve karelerle ilgilidir. 33. ve 34. Önermelerde paralel kenarlı olmanın varlık şartı, dolayısıyla bir paralel kenarlı şekil çizmenin yolu ile bu şeklin alanına dair bir özelliğin ispatı akabinde yeni bir eşitlik türü ile tanışırız. Daha önceki önermelerde karşımıza çıkan, birebir örtüşme (ing. *congruence*) anlamındaki eşitlikten farklı olarak bu sefer miktardaki eşitlik/denklik (ing. *equivalence*) karşımıza çıkmaktadır. 35. ve 36. Önermelerde aynı paraleller arasında yer alan ve sırasıyla aynı taban ve eşit tabanlara sahip paralel kenarlı şekillerin, 37. ve 38. Önermelerde ise bu özelliklere sahip üçgenlerin bu anlamdaki eşitlikleri ispatlanır. 39. ve 40. Önermeler 37. ve 38. Önermelerin akislerini ispat ederler. 41. Önermede ise aynı tabana sahip ve aynı paraleller arasında yer alan bir paralel kenarlı şekil ile bir üçgenin

⁵⁴ Pythagorasçı geleneğe atfedilen ispat için bkz. Heath, *A History of Greek Mathematics*, 1:143-44.

miktarları arasında iki kat ilişkisinin varlığı gösterilir. Bu ispat, verilen bir üçgene eşit bir paralel kenarlı şekli, verilen bir açı içine çizmeye dair 42. Önerme'nin ispatının kapılarını açar. 44. ve 45. Önermelerin ehemmiyeti, Grek geometrisinin dayandığı en güçlü yöntemlerden, Pythagorasçı bir yöntem olan "alan uygulama"nın ilk defa bu önermelerde kullanılmasından gelmektedir.⁵⁵ 44. Önerme'de verilen açı içine, verilen bir çizgi üzerinde ve verilen üçgene eşit bir paralel kenarlı şekil çizmenin yolu gösterilir. Bunun ispatı yapılırken bir paralel kenarlı şekilde köşegen üzerindeki paralel kenarlı şekillerin tümleyenlerinin birbirine eşit olduğunu ifade eden 43. Önerme ve 42. Önerme ustaca kullanılır. Bu sayede herhangi bir şekle sahip bir paralel kenarlı şekli, aynı açığa ve eşit alana sahip, ancak bir kenarı herhangi bir uzunluktaki başka bir paralel kenarlı şekle dönüştürmek bizim için mümkün hâle gelir. Bu da iki niceliğin çarpımını bir üçüncüsü ile bölme şeklindeki cebirsel denklemin geometrik ifadesidir. 46. Önerme'de kenarı herhangi düz bir çizgi olan karenin inşası gösterilir. Bu önermeyi takip eden I. Kitabın son iki önermesinde (47 ve 48) Pythagoras geleneğine atfedilen meşhur hipotenüs teoreminin ve aksinin ispatı yapılır.

1.2.2 II. Kitap: Dörtgenler Geometrisi

Esasında II. Kitap, I. Kitabın üçüncü grubunda incelenen alan dönüşümleri konusunun devamı gibi gözükse de I. Kitaptakinden ziyade burada genel anlamda paralel kenarlı şekillerle değil dikdörtgen ve kare üzerine çalışılır. Ayrıca ilk kitapta olmayan ve gnomon⁵⁶/kadran⁵⁷ denen şekil bu kitapta çok sık kullanılır. II. Kitabın girişinde dikdörtgen ve kadranın

⁵⁵ Kısaca "bir çizgi üzerine istenen alana sahip şekli inşa etmek" anlamına gelebilecek ve Grekçe'de παραβάλλειν ile ifade edilen bu terim Arapça'da عمل ile karşılanmıştır. ("GlossGA - Glossary: παραβάλλω | عمل"). Kavramın tarihi ve anlamı için bkz. Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 332-33. Kavramın daha ayrıntılı incelemesi ve matematik uygulamaları için bkz. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements Vol. 1*, 342-44.

⁵⁶ *Elemanlar*'ın Arapça versiyonlarında bu kelime عِلْم (‘alem) ile karşılanmıştır.

⁵⁷ Bu karşılık mütercim Ali Sinan Sertöz tarafından kullanılmıştır. Eukleides, *Öklid'in Elemanları*, 51.

tarifleri olmak üzere iki tanım yer alır. Her ne kadar kadranı herhangi bir paralelkenar için tanımlamış olsa da Eukleides bu kitapta kadranı sadece kare üzerinden kullanır. Bütün II. Kitap *geometrik cebir* denilen, yüzyıllar sonra ortaya çıkacak cebirsel denklemlerin Grek geometrisindeki karşılıklarına hasredilmiştir. 14 Önerme'den oluşan bu kitapta ispatı yapılan teoremlerin cebirsel karşılıklarını şu şekilde verebiliriz:

1. $a(b + c + d + \dots) = ab + ac + ad + \dots$
2. $(a + b)a + (a + b)b = (a + b)^2$
3. $(a + b)a = ab + a^2$
4. $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
5. $(a + b)(a - b) + b^2 = a^2$
6. $(2a + b)b + a^2 = (a + b)^2$
7. $(a + b)^2 + a^2 = 2(a + b)a + b^2$
8. $4(a + b)a + b^2 = [(a + b) + a]^2$
9. $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
10. $(2a + b)^2 + b^2 = 2[a^2 + (a + b)^2]$
11. $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$ Denklemi sağlayan [altın] oran
12. Geniş θ açılı bir üçgende $c^2 = a^2 + b^2 + 2a[b \cos(\pi - \theta)] = b^2 + c^2 - 2ab \cos \theta$
13. Dar θ açılı bir üçgende $c^2 = a^2 + b^2 - 2a(b \cos \theta) = b^2 + c^2 - 2ab \cos \theta$
14. $c^2 = ab$

I. Kitap nasıl ki sonda yer alan iki ispat ile (I.47-48) sanki tüm şekiller Pythagoras teoremini ispat edebilmek için düzenlenmiş hissini veriyorsa, II. Kitap da aynı önermenin fakat bu sefer dik üçgen değil, herhangi bir üçgen için genel teoremini vermektedir. Verilen bir düz kenarlı şekle eşit bir kare çizmenin yolunu gösteren bu son teorem ile bütün düz kenarlı şekillerin kareye ve dolayısıyla üçgene döndürülmesi mümkün olmaktadır.

1.2.3 III. Kitap: Daire Geometrisi

III. Kitap genel itibariyle daireler, daireler arası kesişme, teğetlik gibi ilişkilere ayrılmıştır. Başta daha önceki kitaplarda yer almayan 11 tanım bulunmaktadır. Bunlardan birincisi eşit dairelerin tanımıdır. Tarih boyunca farklı matematikçiler tarafından bu tanımın aslında bir postulat, aksiyom ya da teorem olması gerektiği ifade edilmiş,⁵⁸ bazıları ise bu tanıma hiç yer vermemişlerdir.⁵⁹ İkinci tanım daireye teğet çizginin tanımıdır. Kirişlerin daire merkezine göre uzaklık durumlarının tarifinin yapıldığı 4. ve 5. Tanımlar, aynı zamanda genel bir ifadeyle bir düz çizginin bir noktaya olan uzaklığı olarak da anlaşılabilir. 7. Tanımda tarif edilen, bir düz çizgi ile daire çevresinin oluşturduğu “daire parçası açısı” Eukleides öncesi metinlerden intikal eden bir kavramdır. Aristoteles *Birinci Analitikler*’de, ikizkenar üçgenlerde taban açılarının eşitliğine dair teoremin -*Elemanlar* I.5’tekinden farklı- ispatını yaparken, bir daire parçası açısı türü olan; bir kenarını düz çizginin, diğer kenarını ise yarım daire çevresinin oluşturduğu yarım daire açısını kullanır.⁶⁰ Proklos bir eğri ve bir düz çizginin oluşturduğu bu tür açılar bileşik açılar (ing. mixed angles) olarak ifade eder.⁶¹ Neyrîzî de *Şerhinde Simplicios*’a atıfla bu türden açılara الزاوية المركبة (mürekkep/bileşik açı) isminin verildiğini söyler.⁶² İshak-Sâbit versiyonunda yer almayan ve muhtemelen Haccâc’ın tercümesinde bulunan bu tabir İslam matematikçilerinin pek çoğu tarafından benimsenip kullanılmıştır. 8. Tanımda daire parçasının içindeki açı, 11. Tanımda ise daire parçaları arasındaki benzerliğin

⁵⁸ Tartaglia (postulat), Borelli ve Playfair (aksiyom), Simson ve Pfleiderer’in (teorem) görüşlerini Heath aktarmaktadır. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements* Vol. 2, 2.

⁵⁹ en-Nîsâbü'rî, Kayseri Raşid Efendi Ktp. 1230, 10b.

⁶⁰ Aristoteles, *Birinci Çözümlemeler*, 91. Aristoteles burada ispatı sadece sözel olarak yapmaktadır. İlgili ispatın şekil üzerinden izahı için Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements* Vol. 1, 252-53.

⁶¹ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 85, 92.

⁶² Arnzen, *Abū l-'Abbās an-Nayrîzîs Exzerpte aus (Ps.-?) Simplicius' Kommentar zu den Definition, Postulaten und Axiomen in Euclids Elementa I*, 17.

tanımları verilir. 9. Tanım, açının bir yayın üzerinde durmasının ne anlama geldiğini anlatırken⁶³ 10. Tanım daire diliminin tarifini verir.⁶⁴

III. Kitaptaki önermeler ilgilendikleri konular itibarıyla belirli gruplar altında toplanabilirler. Dairenin merkezini bulmayı gösteren 1. Önerme ile başlayan daire merkezine dair dört önerme (1, 3, 4 ve 9) birinci grubu oluşturur.

Bu kitaptaki üç önerme (2, 7 ve 8) de dairenin çevresiyle ilişkilidir. 2. Önerme, daire çevresindeki herhangi iki noktayı birleştiren düz çizginin her hâlükârda daire içinde kalacağını ispatlar ve iki dairenin birden fazla noktada birbirine teğet olamayacağına dair 13. Önerme ispatında kullanılır. 7. ve 8. Önermeler sırasıyla daire içinden ve dışından çevreye çizilen düz çizgiler arasında merkezden geçenlerin en uzun olduğunu, merkeze yakınlığına göre de uzunluklarının sıralandığını gösterir.

Birbirine temas eden (teğet) ya da birbiriyle kesişen dairelerin durumları 5, 6, 10, 11, 12 ve 13. Önermelerde ele alınır. Kesişen ya da birbirine teğet dairelerin eşmerkezli olamayacağı sırasıyla 5 ve 6. Önermelerde, ikiden fazla noktada kesişmenin ve birden fazla noktada teğetliğin mümkün olmadığı da sırasıyla 10 ve 13. Önermelerde ispatlanır. İçten veya dıştan teğet dairelerin merkezlerini birleştiren çizginin/doğrultusunun değme noktasından geçtiği de sırasıyla 11 (içten) ve 12. (dıştan) Önermelerin konusudur. 4. ve 5. Tanımların birer uzantısı olarak 14 ve 15. Önermeler girişlerin merkeze uzaklıkları ile giriş uzunluklarının birbiriyle doğrudan ilişkili olduğunu gösterirler. 16-19. Önermeler teğetlerin özellikleriyle ilgilidir. 16. Önerme -tanımlar kısmında bilgi verildiği üzere- bir kenarı düz çizgi, diğer kenarı dairenin yarı çevresi olan “yarım daire açısı”nı kullanır ve daire çevresiyle teğet arasında kalan

⁶³ Güncel Türkçe geometri terminolojisinde bu, açının “yayı görmesi” olarak ifade edilir ve Türkçe *Elemanlar* tercümesinde bu ifade tercih edilmiştir. Eukleides, *Öklid’in Elemanları*, 73.

⁶⁴ Daire parçası Arapça’da *قطعة الدائرة* (kıt’atü’l-d-dâire), daire dilimi ise *قطاع الدائرة* (kutâ‘u’l-d-dâire) olarak karşılanmıştır. Muhammed A’lâ b. Ali et-Tehânevî, *Keşşâfu Istılâhâtî’l-Funûn*, 2:1200-1201.

“κερατοειδής/boynuzumsu” açı üzerinedir.⁶⁵ Bahsi geçen açının olabilecek en dar açı olduğunu söyleyen bu önerme üzerine tarih boyunca pek çok tartışma sözkonusu olmuştur.⁶⁶ Bileşik açının kullanıldığı bir diğer önerme 31. Önermedir.

Bu kitaptaki son grup, daire parçalarına ilişkin önermelerdir. 20. Önerme’de merkez açının aynı yayı gören çevre açının iki katı olduğu ispatlanırken 21. Önerme’de aynı daire parçası içindeki açılardan birbirine eşit oldukları gösterilir. Bu bizi akabinde gelen 22. Önermeye, daire içine çizilen dörtgenlerin karşılıklı açıları toplamının iki dik açıya eşit olduğuna götürür. Benzer daire parçalarının özelliklerine ilişkin 23 ve 24. Önermeler, 26 ile 29. Önermeler arasında yer alan eşit daire parçalarına dair ispatlara temel teşkil ederler. 30. Önerme verilen bir daire yayını iki eşit parçaya bölmenin yolunu gösterirken 33 ve 34. Önermeler verilen açıya eşit bir daire parçası inşa etmek ya da kesmenin yolunu gösteren önermelerdir. Verilen bir daire parçasından yola çıkarak dairenin tamamının çizilmesini gösteren 25. Önerme bu kitaptaki az sayıdaki inşa önermelerinden bir diğeridir ancak *Elemanlar*’ın başka hiçbir yerinde kullanılmaz.

1.2.4 IV. Kitap: Düzgün Çokgen - Daire İlişkileri

IV. Kitap dairelerle ilgili 7 Tanım ve 16 Önerme’den müteşekkildir. Bir önceki kitaptan farklı olarak bu kitabın özelliği, daire içine ve dışına çizilen düz kenarlı şekillere dair problemlere⁶⁷ ayrılmış olmasıdır. Kitabın girişindeki tanımlarda şeklin içine ve dışına çizilmek (T.1-2, 5-6), dairenin içine ve dışına çizilmek (T.3-4) ile daire içine yerleştirilmenin (T.7)

⁶⁵ Bu açının tarihi ve İslam dünyasındaki serüveni için bkz. Rashed, “L’angle de Contingence”.

⁶⁶ Bu önerme İslam dünyasının en yaygın metni Tûsî’nin *Tahrîr*inde III. Makale’nin 15. Şekli olduğu için genel itibarıyla o isimle bilinmektedir. et-Tûsî, *Tahrîru Usûli’l-Hendese ve’l-Hisâb*, 40b.

⁶⁷ Burada problem ile ayrıntısı 2. Bölümde gelecek bir önerme türü kastedilmektedir.

anlamları verilir. Bu tanımlar bazıları tarafından gereksiz bulunmuş,⁶⁸ yenileriyle değiştirilmeye çalışılmış⁶⁹ ve İslam dünyasında dolaşımda olan metinlerde de bir⁷⁰ ila birkaç⁷¹ tanıma indirgenmişlerdir.

1. Önerme bu kitabın temel önermelerinden biridir ve -çaptan daha uzun olmamak şartıyla- verilen bir düz çizgiyi bir daire içine yerleştirmenin yolunu gösterir. Buradan başlayarak sonra gelecek on beş önermenin tamamı düz çizgili şekillerin daire içine ve dışına çizimi veyahut da dairenin düz çizgili şekillerin içine ve dışına çizimi ile ilgilidir. Eukleides bu şekillere ilk olarak üçgenle başlar. 2. ve 3. Önermelerde, bize verilen üçgenle eş açılara sahip bir üçgeni sırasıyla daire içine ve dışına çizmenin yolunu gösterir. 4. ve 5. Önermelerde ise bunların tam tersi olarak bu sefer verilen üçgenin içine ve dışına daire çizmenin yolunu gösterir. 6-9. Önermeler arasındaki dört önerme aynı dört işlemi kareler için tekrarlar. 11. Önerme ile 14. Önerme arası düzgün beşgen-daire arası çizim ilişkilerine ayrılmıştır. Ancak düzgün beşgen çizebilmek için öncelikle taban açılarının her biri tepe açısının iki katı olan ikizkenar üçgeni⁷² çizebilmek gereklidir, bu da 10. Önermede gösterilir. 15. Önerme bir daire içine düzgün altıgen çizmenin yolunu gösterirken ortaya bir doğal sonuç (ing. porism/corollary)⁷³ çıkar. Buna göre çizim yolu gösterilen daire içindeki düzgün altıgenin bir kenarının ilgili daire yarıçapına eşit olduğu 15. Önerme sonucunda ispatlanmış olur. Altıgen-daire çizimlerine ilişkin geriye kalan üç durum (daire dışına altıgen, altıgen içine daire ve altıgen dışına daire) doğal sonucun hemen arkasından ayrı birer önerme değil, beşgene benzetmek suretiyle birer cümleyle verilirler. Son olarak 16. Önerme'de bir daire içine bir düzgün onbeş açılı şekil çiziminin yolu

⁶⁸ Tanımlara yapılan bu itirazı dillendiren Heron'un Neyrîzî tarafından nakledilen ifadeleri için bkz. en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1932, 3:2-3; al-Nayrizî, *The Commentary of Al-Nayrizi on Books II-IV of Euclid's Elements of Geometry*, 161.

⁶⁹ İbnü'l-Heysem, *Şerhu Musâderâti Kitâbi İklîdis*, 245-46.

⁷⁰ Ebherî, *İslâhu'l-Ustukussât*, 26a; et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 48a.

⁷¹ İshâk b. Huneyn ve Sâbit b. Kurre, *Kitâbu Uklîdis fi'l-Usûli'l-Hendesiyye*, 40b.

⁷² Derece cinsinden sayısal olarak ifade edecek olursak (72° - 36° - 72°)

⁷³ Bu terim de bir sonraki bölümde işlenecektir.

gösterilir. Bu önerme Proklos⁷⁴ ve Heron'un⁷⁵ ifadelerine göre geometriden ziyade astronominin ihtiyaçlarından dolayı buraya konmuştur. Çünkü düzgün on beş açılı şekil, *Elemanlar*'ın başka hiçbir teoreminde kullanılmaz. Fakat ekliptik eğim yaklaşık 24° (dairenin on beşte biri)⁷⁶ olduğundan dolayı bir daireyi eşit on beş açıya bölmek, ileride gelecek önermelerden ziyade -ki hiçbir önermede kullanılmaz- astronomide işlevseldir.

Eukleides bu kitapta 3, 4, 5, 6 ve 15 kenarlı düzgün çokgenlerin inşasını göstermektedir. Bir düzgün çokgen etrafına bir daire çizip köşeleri birleştiren yayların orta noktalarını belirledikten sonra bu noktaları birleştirerek kenar sayılarını iki katına çıkarmak, bu işlemin tekrarıyla da kenar sayılarını daha da artırmak mümkündür. Daha genel bir ifadeyle artık 3.2^n , 4.2^n , 5.2^n , 6.2^n ve 15.2^n kenarlı düzgün çokgenleri çizmek mümkün hâle gelmektedir.⁷⁷

1.2.5 V. Kitap: Mikdârlarda Oran-Orantının Genel Teorisi

V. Kitap, keşfi Eudoxos'a atfedilen matematik dünyası için yeni bir orantı teorisine ayrılmıştır. Bu teorinin yeniliği ve orijinallliği niceliğin her türüne (çizgi, alan, hacim, sayı, zaman) rahatlıkla uygulanabilmesinde ve eşölçekli nicelikler yanında eşölçeksiz nicelikleri de kapsamasında yatmaktadır. Bu özelliklerinden ötürü V. Kitap tarih boyunca pek çok matematikçinin ilgisini çekmiş, üzerine bir hayli şerh yazılmış, pek çok risale kaleme alınmıştır.⁷⁸

⁷⁴ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 209-10.

⁷⁵ en-Neyrizî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1932, 3:74-75; al-Nayrizi, *The Commentary of Al-Nayrizi on Books II-IV of Euclid's Elements of Geometry*, 196.

⁷⁶ Eratosthenes (M.Ö. 276-194) daha dakik hesaplamaları yapana kadar bu açı 24° olarak kabul ediliyordu. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements Vol. 2*, 111.

⁷⁷ Heath, 111.

⁷⁸ Bu çalışmaların İslam dünyasındaki örneklerinden Cevherî'nin (4./9.yy) şerhi için bkz. Gregg De Young, "Al-Jawhari's Additions to Book V of Euclid's Elements". Cevherî şerhinin 7./13. Yüzyılda yapılmış Farsça tercümesi için bkz. Gregg De Young, "A Persian Translation of al-Jawhari's Additions to Elements Book V". Mâhânî'nin (ö. 267/880 [?]) oranlar hakkındaki risalesi için bkz. Vahabzadeh, "Al-Mâhânî's Commentary on the Concept of Ratio". Fârâbî'nin (ö. 339/950) V. Kitabın girişine şerhi için bkz. el-Fârâbî, *Şerhu Sadri'l-*

V. Kitabın girişinde 18 Tanım bulunmaktadır. İlk iki tanımda bir mikdârın diğer mikdârın “parçası” (1) ya da “katı” olması (2) açıklanır. 3. Tanımla birlikte oran ve orantıya dair tanımlar başlar. İlk olarak oranın tanımı “aynı türden mikdârların büyüklükleri arasındaki ilişki” şeklinde yapılır (3). Ardından Eukleides, iki mikdâr arasında oran var diyebilmek için gerekli şartı verir: Bir mikdârın herhangi bir katı diğer mikdârı aşabiliyorsa, bu iki mikdâr “arasında oran var” denir (4). Bu tanım oranın yalnızca aynı türden (mütecânis) mikdârlar arasında olacağını söylemesi yanında eşölçekli olsun olmasın her türlü mikdârı içine almasından dolayı önemlidir.⁷⁹ V. Kitabın orantıya dair en temel tanımı, “aynı/eşit oranda olma”nın açıklandığı 5. Tanımdır. Bu tanıma göre birinci ve üçüncü mikdârın herhangi eşit katları, ikinci ve dördüncünün herhangi eşit katlarına eşit, onlardan fazla ya da eksik olursa 1.nin 2.ye, 3.nün 4.ye oranı eşittir denir. Anlaşılır kılmak için notasyonla ifade etmek gerekirse a, b, c, d mikdarlarından $ma > nb$ iken $mc > nd$, $ma = nb$ iken $mc = nd$, $ma < nb$ iken $mc < nd$ şartları sağlanıyorsa a ’nın b ’ye oranı ile c ’nin d ’ye oranı aynıdır (ya da a ile b ve c ile d aynı orandadır) denir. 6. Tanımda “aynı oran”dan “orantı”ya geçiş yapılır: Aynı orandaki mikdârlara orantılı denir. 7. Tanım, 5. Tanıma ek olarak dört niceliğin meydana getirdiği iki orandan büyük olanı tanımlar. Sonraki üç tanımda en az üç niceliğin oluşturduğu sürekli orantı (8), iki kat oran (9) ve en az dört niceliğin meydana getirdiği üç kat oran ile çok kat oranın (10) tarifleri yapılır. Bir sonraki tanım grubu, orantılarda oranlar arasındaki işlemlere ayrılmıştır ve oranlardaki öncül ve ardıl kavramlarının açıklamasıyla başlar (11). 12. Tanımda değiştirilmiş oran (ing. alternate/ar. ibdâl),⁸⁰ 13. Tanımda ters oran (inverse/aks), 14. Tanımda oranları birleştirme (componendo/terkîb), 15. Tanımda ayırma (separando/tafsîl), 16. Tanımda döndürme

makâleti'l-ûlâ ve Sadri'l-makâleti'l-hâmise min Kitâbi'l-usûl li-Uklîdis, 50-54. İbn Muâz el-Ceyyânî'nin (ö. 471/1079'dan sonra) risalesi için bkz. Edward Bernard Plooj, *Euclid's Conception of Ratio*.

⁷⁹ Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements* Vol. 2, 120.

⁸⁰ İslam dünyasındaki *Elemanlar* geleneğinde 12.tanımdaki kavram masdar formuyla (ibdâl: değiştirmek) ifade edilmiştir.

(conversion/kalb) izah edilir. Son iki tanımda ise eşitlikten oran⁸¹ (ex aequali/nisbetu'l-musâvât)⁸² ve kaydırılmış orantının tanımları yapıp önermelere başlanır.

İlk altı önerme mikdârlar arasındaki kat-oran ilişkilerini inceleyen önermelerdir. Bu önermeler basit çarpanlara ayırma işlemleri şeklinde değerlendirilebilir.

1. $a_1 = mb_1, a_2 = mb_2, \dots, a_k = mb_k \Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_k = m(b_1 + b_2 + \dots + b_k)$
2. $a_1 = ma_2, a_3 = ma_4$ ve $a_5 = na_2, a_6 = na_4 \Rightarrow a_1 + a_5 = (m + n)a_2$ ve $a_3 + a_6 = (m + n)a_4$
3. $a_1 = ma_2$ ve $a_3 = ma_4 \Rightarrow na_1 = nma_2$ ve $na_3 = nma_4$
4. $a_1 : a_2 = a_3 : a_4 \Rightarrow ma_1 : na_2 = ma_3 : na_4$
5. $b_1 < a_1$ ve $b_2 < a_2$ şartıyla $a_1 = ma_2$ ve $b_1 = mb_2 \Rightarrow a_1 - b_1 = ma_2 - mb_2 = m(a_2 - b_2)$
6. $ma - na = (m - n)a$ ve $mb - nb = (m - n)b$
7. $a = b \Rightarrow a : c = b : c$ ve $c : a = c : b$
8. $a > b \Rightarrow a : c > b : c$ ve $c : b > c : a$
9. $a : c = b : c$ veya $c : a = c : b \Rightarrow a = b$
10. $a : c > b : c$ veya $c : b > c : a \Rightarrow a > b$
11. $a : b = c : d$ ve $d : e = c : d \Rightarrow a : b = e : d$
12. $a_1 : b_1 = a_2 : b_2 = \dots = a_n : b_n \Rightarrow (a_1 + a_2 + \dots + a_n) : (b_1 + b_2 + \dots + b_n) = a_1 : b_1$
13. $a_1 : a_2 = a_3 : a_4$ ve $a_3 : a_4 > a_5 : a_6 \Rightarrow a_1 : a_2 > a_5 : a_6$
14. $a_1 : a_2 = a_3 : a_4$ iken $a_1 > a_3 \Rightarrow a_2 > a_4$; aynı şekilde $a_1 = a_3 \Rightarrow a_2 = a_4$ ve $a_1 < a_3 \Rightarrow a_2 < a_4$
15. $A = ma$ ve $B = mb \Rightarrow a : b = A : B$

⁸¹ Bu terime Türkçe *Elemanlar* tercümesinde “eşit dış oran” karşılığı verilmiştir. Eukleides, *Öklid’in Elemanları*, 148.

⁸² Kavramın Grek ve İslam dünyasındaki tarihi için bkz. De Young, “*Ex Aequali Ratios in the Greek and Arabic Euclidean Traditions*”.

16. Önermede, dört mikdârın oranlarıyla değiştirilmiş oranlarının, 17. Önermede birleşik oranlarının, 18. ve son önermede de ayrılmış oranlarının eşit olduğunu gösterir.

$$16. a:b = c:d \Rightarrow a:c = b:d$$

$$17. (a+b):b = (c+d):d \Rightarrow a:b = c:d$$

$$18. (a-b):b = (c-d):d \Rightarrow a:b = c:d$$

1.2.6 VI. Kitap: Benzer Şekillerin Düzlem Geometrisi

V. Kitap'ta ortaya koyulan orantı teorisinin düzlem geometrisine uygulaması olan VI. Kitap üç tanımla başlar. 1. Tanımda düz kenarlı şekillerin benzerliğini açıklayan Eukleides 3. Tanımda uç ve orta oranın (extreme and mean ratio/nisbetu zâte vasatin ve tarafeyn) tarifini yapar.⁸³ 4. Tanım ise bir şeklin yüksekliğinin tanımıdır. Aslında Heiberg'in *Elemanlar* neşrinde iki tanım (2. ve 5. Tanımlar) daha bulunmasına rağmen,⁸⁴ Eukleides'in bu kavramları hiç kullanmaması, daha sonraki Grek matematikçilerin atıf yapmaması gibi bazı nedenlerle orijinal olmadığına hükmedilerek⁸⁵ güncel çalışmalarda Tanımlar kısmından çıkarılmıştır.⁸⁶ Fakat 2. Tanım İslam dünyasındaki *Elemanlar* üzerine yapılan çalışmaların tamamında korunmuş, 5. Tanım ise İshak-Sabit versiyonu ve bu versiyonu takip eden metinlerde yer almıştır.⁸⁷ Buna göre 2. Tanımda iki şeklin karşılıklı-ters oranda olması (reciprocally related/mütekâfie), 5. Tanımda da oranlardan toplanmış bileşik oranın

⁸³ Bu oran günümüzde "altın oran" olarak adlandırılır.

⁸⁴ Eukleides, *Euclidis Opera Omnia* II, 72-73.

⁸⁵ Bu tanımlar hakkındaki değerlendirmeler için bkz. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements* Vol. 2, 189-90.

⁸⁶ Euclid, *Euclid's Elements of Geometry*, 156.

⁸⁷ Zaten Sâbit b. Kurre bu tanım ile birlikte nisbetlerin parçalanmasına dair diğer bir tanımı kendi metnine bazı Grekçe nüshalarda bulduğu kaydıyla eklemiştir. *Kitâbu Uklîdis fi'l-usûli'l-hendesîyye*, Oxford Bodleian Library, Thurston 11, 56b; Escorial Ktp, Arabes 907, 54b.

(ratio compounded of ratios/en-nisbetu'l-muellefe min niseb) tarifi yapılır.⁸⁸

1.2.7 VII. Kitap: Temel Düzeyde Aritmetik

Oran-orantıya dair iki kitabı bitirdikten sonra *Elemanlar*'ın aritmetik kitapları (VII, VIII, IX) başlar. VII. Kitaba bahsi geçen her üç kitapta kullanılacak yirmi iki tanımla giriş yapılır. İlk en genel tanımlar olan birim (T.1) ve sayının (T.2), hemen ardından iki sayıdan küçük olanın büyüğü ölçebildiği (T.3) durum (parça) ve ölçemediği (T.4) durumun (parçalar)⁸⁹ ve küçük sayı tarafından ölçülen büyük sayının (kat) tarifi (T.5) verilir. Bunları takiben sayı türlerinin ve sayı ilişkilerinin tanımları verilir. Çift (6), tek (7), çift kere çift (8), çift kere tek (9), tek kere tek (10), asal (11), bileşik (13), düzlem sayı ve kenarları (16), cisim sayı ve kenarları (17), kare (18), küp (19) ve mükemmel (22) sayılar, burada tanımlanan sayı türleridir. Sayı ilişkileri ise sayıların aralarında asallık (12), aralarında bileşiklik (14), orantı (20) ve benzerliktir (21). 15. Tanım ise bir sayının bir sayıyı çarpmasının tarifidir. Aritmetik kitaplarında dikkati çeken şey, geometri biliminin ve *Elemanlar*'ın ruhuna uygun olarak sayıların birer sürekli nicelik (mikdâr) olarak düşünülmesidir. Bunlar en iyi “düzlem sayı”, “cisim sayı” ve bunların “kenar”ları tabirlerinde görülebilir. Buna ek olarak belirtmek gerekir ki *Elemanlar*'ın aritmetiğe dair bu üç kitabında sayı türü ne olursa olsun tüm sayılar şekiller üzerinde birer düz çizgi olarak gösterilmişlerdir. Düzlem, kare, küp yahut cisim sayı veyahut da herhangi türden iki sayının çarpımı bir dikdörtgen ya da üç boyutlu bir cisim olarak değil, yine başka bir düz çizgi olarak temsil edilmiştir.

⁸⁸ Tûsî *Tahrîr*'de 5. Tanım'ı Sâbit nüshasından aldığını özellikle belirterek bu tanımlı verir ve ardından nisbetlerin “te’lîfi” ve “tecziesi” meselesini uzunca ele alır. et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 62b-63b.

⁸⁹ Buradaki “parça” ve “parçalar”la büyük sayıyı tam bölen küçük sayının bir birim kesir oluşturması (ör. 1/5), bölemeyen sayının basit kesir oluşturması (ör. 3/5) anlaşılmalıdır. İlk örnekte küçük sayı büyük sayının beş parçasından biri iken (parça) ikinci örnekte beş parçasından üçünü (parçalar) içerir.

VII. Kitabın önermeleri dört grupta toplanabilir.

1. Grup: İlk önerme sadece bir sonraki önermede kullanılıyor olsa da iki sayının aralarında asal olup olmadığını sınaması itibarıyla aritmetik kitaplarındaki (VII, VIII, IX) en temel önermelerden biridir. 2. ve 3. Önermeler aralarında asal olmayan -sırasıyla- iki ve üç farklı sayının ortak bölenlerinin en büyüğünü bulmanın yolunu gösterir.

2. Grup: 4 ve 19. Önermeler arası ikinci grubu oluşturur ve sayılar arasındaki oran-orantı teoremlerinin ispatına hasredilmiştir. Bu grubun başlangıç önermesi de her sayının kendinden büyük başka bir sayının ya “parça”sı ya da “parçalar”ı olduğunu ispat ederek diğerlerine zemin teşkil eder. 5 ila 10. Önermeler, bir sayıya parça ya da parçalar olan sayılar ile farklı sayılara eşit parça ya da parçalar olan sayılara ilişkindir. Bu önermeler V. Kitapta gördüğümüz aynı katlı niceliklere dair başlangıç önermeleriyle benzerlik gösterirler. 11 ila 14. Önermeler ise oranların dönüşümlerine dair olup V. Kitaptaki dönüşüm önermeleriyle (V.12-V.18) benzer yapıdadırlar. Sürekli nicelikler sözkonusu olduğunda çarpma işleminin değişme özelliği tanımlanmadığı için bu özellik 16. Önerme’de ispat edilir. Oranlardaki değişme özelliği (13) kullanılarak 17. Önerme ve çarpmanın değişme özelliği kullanılarak 18. Önerme ispatlanır. Bu iki (17. ve 18.) ispat kullanılarak 19. Önerme’de bizim bugün içler-dışlar çarpımı olarak ifade ettiğimiz önemli bir ispat yapılır. Bu grupta ele alınan teoremler modern matematik notasyonu yardımıyla şu şekilde ifade edilebilir:⁹⁰

$$5. \quad a = \frac{1}{n}b \text{ ve } c = \frac{1}{n}d \Rightarrow a + c = \frac{1}{n}(b + d)$$

$$6. \quad a = \frac{m}{n}b \text{ ve } c = \frac{m}{c}d \Rightarrow a + c = \frac{m}{n}(b + d)$$

$$7. \quad a = \frac{1}{n}b \text{ ve } c = \frac{1}{n}d \Rightarrow a - c = \frac{1}{n}(b - d)$$

$$8. \quad a = \frac{m}{n}b \text{ ve } c = \frac{m}{n}d \Rightarrow a - c = \frac{m}{n}(b - d)$$

⁹⁰ 5.-16. Önermeler arasının modern notasyonla gösterimleri için Eukleides, *Öklid’in Elemanları*, 229-37’den istifade edilmiştir.

9. $a = \frac{1}{n}b$ ve $c = \frac{1}{n}d$ ve $a = \frac{k}{l}c \Rightarrow b = \frac{k}{l}d$
10. $a = \frac{m}{n}b$ ve $c = \frac{m}{n}d$ ve $a = \frac{k}{l}c \Rightarrow b = \frac{k}{l}d$
11. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b}$
12. $\frac{a_1}{b_1} = \dots = \frac{a_n}{b_n} \Rightarrow \frac{a_1+\dots+a_n}{b_1+\dots+b_n} = \frac{a_1}{b_1}$
13. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
14. $\frac{a_i}{a_{i+1}} = \frac{b_i}{b_{i+1}}$ ve $i = 1. \dots. n - 1 \Rightarrow \frac{a_1}{a_n} = \frac{b_1}{b_n}$
15. Birinci sayı birim olmak üzere $a_2 = \frac{a_4}{a_3} \Rightarrow a_3 = \frac{a_4}{a_2}$
16. $a \times b = b \times a$
17. $a \times b = d$ ve $a \times c = e \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{d}{e} = \frac{a \times b}{a \times c}$
18. $a \times c = d$ ve $b \times c = e \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{d}{e} = \frac{a \times c}{b \times c}$
19. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \times d = b \times c$

3. Grup: 20 ila 32. Önermeler asal ve aralarında asal sayıları inceleyen gruptur. 20. ve 21. Önermeler aynı orana sahip en küçük sayılara dairdir ve bu gruba başlangıç mahiyetindeki önermelerdir. Aynı sayıya asal iki sayının birbiriyle çarpımı da o sayıya asaldır (24), aralarında asal iki sayının kareleri küpleri... vb. gibi üstel katları da aralarında asaldır (27), aralarında asal iki sayının toplamı her ikisine de asaldır (28), bir asal sayı ölçemediği (kendisinin katı olmayan) her sayıya asaldır (29), iki sayının çarpımını bir asal sayı ölçüyorsa bu iki sayıdan birini de ölçer (30), her bileşik sayı bir asal sayı tarafından ölçülür (31), her sayı ya asaldır ya da bir asal sayı tarafından ölçülür (32) gibi temel aritmetik önermeler bu grupta yer alır.

4. Grup: 33. Önerme'den başlayıp bu kitabın 39. ve son önermesine kadarki gruptur. Bu grup iki ya da üç sayının en küçük ortak katının bulunması ve özellikleriyle ilgilenir. Grubun başlangıç önermesi (33), bir önceki grubun başlangıç önermelerinden 21. Önerme'de işlenen en büyük ortak kat bulmayı kullanır. Grubun son önermeleri de daha genel teoremlere ulaşmanın ifadeleridir. 36. Önermede en küçük ortak kat

bulmanın genel teoremine ulaşılır. 39. ve son önermede ise verilen “parçalar” a sahip en küçük sayıyı bulmanın yolu gösterilir.

1.2.8 VIII. Kitap: Sayılarda Sürekli Orantı

27 Önerme’den oluşan VIII. Kitabın başında ilkeler kategorisine ait herhangi bir şey bulunmaz. Önermeler ise genel itibarıyla, sürekli orantıya sahip yani geometrik dizi oluşturan sayılarla ilgilidir. 1-3. Önermeler sürekli orantıya sahip sayı gruplarının en küçük değerlerini ve bunların arasındaki ilişkileri inceler. 4. Önermede, oranları verilmiş bir sayı grubundan sürekli orantıya sahip en küçük terimleri bulmanın yolu gösterilir. 5. Önerme, düzlem sayıların oranı ile kenarlarının oranları arasındaki ilişkinin genel ifadesini sunar: Düzlem sayıların birbirlerine oranı, kenarların oranlarının bileşimine (çarpımına) eşittir. 6. ve 7. Önermeler’de sürekli orantılı sayıların birbirlerini ölçüp ölçmememe (tam bölme) durumları araştırılır: Eğer ilk terim ardındakini ölçmüyorsa hiçbirini ölçmez (6), eğer ilk terim sonuncuyu ölçüyorsa her birini ölçer (7). 8 ila 10. Önermeler, iki sayı arasında bulunan sürekli orantılı sayıların durumlarını araştırır ve bize geometrik dizi oluşturma yolunu gösterir. Orta orantılı (geometrik ortalama) bir sayının iki kare sayı arasında (11) ve iki benzer düzlem sayı arasında (18) bulunduğu sırasıyla 11. ve 18. Önermelerin konusudur. 12 ve 20. Önermeler de orta orantılı iki sayının iki küp sayı ve benzer iki cisim sayı arasında bulunduğunu inceler. 21. Önerme, bir önceki önermenin aksinin ispatıdır: İki sayı arasında iki orta orantılı sayı varsa bunlar benzer cisim sayılardır.⁹¹ Yine bu önermelerle bağlantılı olarak iki benzer düzlem sayısının birbirine oranının iki kare sayının birbirine oranına (26), iki benzer cisim sayının birbirine oranının iki küp sayının birbirine oranına (27) eşit olduğu ispatlanarak kitap tamamlanır.

⁹¹ Platon, kare ve küp sayılarla bunların içerdiği geometrik ortalamalara dair önermelerden *Timaios*’ta (31c-32a) söz ettiği için Nikomakhos bu sayılara “Platonik sayılar” adını vermektedir. Nicomachus, *Introduction to Arithmetic*, 272-73.

1.2.9 IX. Kitap: Sayılarda Sürekli Orantı – Tek, Çift ve

Mükemmel Sayı Teoremi

Tanımlarını yine VII. Kitap'tan alan IX. Kitap doğrudan önermelerle başlar. VIII. Kitapla IX. Kitap arasında konuyu gerçekten değiştiren bir fark yoktur. İlk yedi önerme Eukleides'in VIII. Kitabın sonunda bıraktığı yerin devamı gibidir. Bu önermelerde iki benzer düzlem sayının çarpımının kare olduğu ve bunun aksi (1, 2), küp sayıların çarpımının küp olduğu ve bunun aksi (3, 4, 5, 6) ve son olarak da bileşik bir sayıyla başka bir sayının çarpımı sonucunun bir cisim sayı olduğu (7) ispat edilir. Takip eden altı önerme "birim"den başlayan geometrik dizilerle ilgilidir. 8. Önerme bu dizilerin en genel formunu verir: 1. $a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \dots a_n$ şeklindeki bir geometrik dizide üçüncü terim (a_3) bir karedir ve ondan sonra birer atlayarak gelen sayılar (a_{2k+1}) birer karedirler, dördüncü (a_4) bir küptür ve ondan sonra ikişer atlayarak gelen sayılar (a_{3l+1}) birer küptürler, yedinci (a_7) hem kare hem küptür ve ondan sonra beşer atlayarak gelen sayılar (a_{6m+1}) aynı özelliği taşırlar. 9. Ve 10. Önermeler geometrik dizilerde belli terimlerin kare ya da küp olma/olmama durumlarının sonuçlarını inceler. "Birimden başlayarak istediğimiz miktarda aldığımız sayılar sürekli orantılıysa, daha küçük sayı daha büyük sayıyı orantılı sayılardan birine göre ölçer." şeklindeki 11. Önerme sonunda bir doğal sonuç ortaya çıkar. Bu doğal sonuç nümerik bölme işleminin geometrik ifadelerinden biridir. 12 ve 13. Önermeler geometrik dizilerde terimlerin asal bölenlerinin durumunu inceler: Son terimi hangi asallar ölçüyorsa birimden sonraki ilk terimi de ölçerler (12), birimden sonraki ilk terim asalsa son terimi bu dizi elemanlarından başkasına bölünmez (13). Bir sonraki önerme (14), bir sayının asal çarpanlarına ancak tek şekilde ayrılabilceğini gösteren önemli bir teoremin ispatıdır: Verilen bazı asallar tarafından ölçülen en küçük sayı bu asallar dışında bir asalla ölçülemez. 15, 16 ve 17. Önermeler, geometrik dizi içinde yer alıp aralarında asal olan sayıların durumlarını ele alır. 18. Önerme'de verilen iki sayıyla orantılı bir

üçüncü sayının, 19. Önerme’de de üç sayıyla orantılı dördüncü sayının bulunup bulunmadığını belirlemenin yolu gösterilir. IX. Kitabın 20. Önermesi matematik tarihi açısından son derece önemlidir. Kendi adıyla anılan⁹² bu teoremde Eukleides asal sayıların sonsuzluğunu ispatlar. 21 ila 34. Önermeler arasında tek, çift, çift kere tek ve çift kere çift sayılara dair basit önermeler yer alır. IX. Kitap iki önemli teorem ispatıyla noktalanır. 35. Önerme’de geometrik dizi toplamı için genel kuralı veren bir önerme ispatı yapılır: İstedığımız kadar sürekli orantılı sayı içinde, ikinciden ve sonuncudan birinciye eşit miktar çıkarılırsa, ikincinin artanının birinciye oranı, sonuncunun artanının kendinden öncekilerin tamamına oranına eşit olacaktır. Bu teoremi şu şekilde ifade edebiliriz

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{n+1}$, $n+1$ terimli bir geometrik dizi olsun.

$$\frac{a_2 - a_1}{a_1} = \frac{a_{n+1} - a_1}{a_n + a_{n-1} + \dots + a_1}$$

$$a_1 \frac{a_{n+1} - a_1}{a_2 - a_1} = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

Bu da dizinin a_n . terime kadar toplamını bulabilmemizi sağlar.

Eukleides 36. Önerme’de mükemmel sayıyı bulma yöntemini verir: Birimden başlayarak ve toplamaları bir asal sayı olana kadar, hep bir önceki sayıyının iki katı alınsa ve son sayı bu toplamla çarpılsa sonuç bir mükemmel sayıdır. Yani $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n$ asalsa, $2^n(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n)$ bir mükemmel sayıdır.

1.2.10 X. Kitap: Birbirine Oranlanamaz Doğru Parçaları

Elemanlar’ın tarih boyunca en ilgi çeken kitabı kuşkusuz irrasyonellerin durumlarını inceleyen X. Kitaptır. İrrasyonellere dair teoremin keşfi Eukleides öncesine dayanır.⁹³ Pappus’un bu kitap üzerine yazdığı ve

⁹² Ribenoim, *The New Book of Prime Number Records*, 3.

⁹³ İrrasyonellerin ve irrasyonellere dair çalışmaların Grek dünyasındaki serüveni için bkz. Heath, *A History of Greek Mathematics*, 1:154-62.

günümüze sadece Arapça tercümesi ulaşan şerhinde verdiği bilgilere göre irrasyonel mikdârlara dair teori ilk olarak Pythagoras okulunda ortaya çıkmıştır.⁹⁴ Daha sonra Apollonius tarafından önemli geliştirmeler yapılmış olsa da mevcut hâline en büyük katkı Atinalı Theaetetus'tan gelmiştir.⁹⁵ İslam dünyasında I. ve V. kitaplarla birlikte en fazla ilgiyi gören kitap da X. Kitaptır.⁹⁶

X. Kitap olağan şekilde tanımlarla başlar ancak diğer kitaplardan farklı olarak kitap içinde iki yerde daha tanım grupları bulunur.⁹⁷ İlk tanım kitabın ilgilendiği temel konulara dair olup eşölçeklilik ve eşölçeksizliğin tarifleri verilir. Buna göre aynı mikdâr tarafından ölçülebilen mikdârlara eşölçekli (ing. commensurable/ar. müşterek), herhangi ortak bir mikdâr tarafından ölçülemeyen mikdârlara ise eşölçeksiz (incommensurable/mütebâyin/gayru müşterek)⁹⁸ denir. 2. tanımda ise bu sefer “karede eşölçekli” olmak ile “karede eşölçeksiz olma”nın tanımları yapılır: Şayet iki düz çizginin üzerinde inşa edilen kareler aynı alan tarafından ölçülebiliyorsa karede eşölçekli (commensurable in square/müşterek fi'l-kuvve), ölçülemiyorsa karede eşölçeksiz (incommensurable in square/mütebâyin fi'l-kuvve) olurlar. 3. Tanım ise rasyonel ve irrasyonelle ayrılmıştır: Verilen bir düz çizgiye rasyonel diyelim; bu çizgiye uzunlukta ya da karede eşölçekli çizgiye rasyonel (rational/muntık), hiçbir surette eşölçekli olmazsa irrasyonel (irrational/esamm) denir. 2. Tanıma paralel olarak 4. Tanımda alanların rasyonel ve irrasyonel olmaları açıklanır. Eukleides'in rasyonellik-

⁹⁴ Thomas Heath, bazı kaynaklarda bu teorinin Pythagoras'a atfedildiğini fakat Pythagoras'ın irrasyonellere dair bir teori geliştiremeyeceğini, olsa olsa eşölçeksizliğin bazı örneklerini keşfetmiş olabileceğini söyler. Heath, 1:155.

⁹⁵ Pappus, *The Commentary of Pappus on Book X of Euclid's Elements*, 191-92. İngilizce tercümesi için aynı eser s. 63.

⁹⁶ Brentjes, “Elements: Reception of Euclid's Elements in the Islamic World”, 1600.

⁹⁷ Özgün *Elemanlar*'da ve *Elemanlar* geleneğinde X. Kitabın üç farklı yerinde tanım kümeleri bulunurken *İslâh*'ın ele alınacağı bölümde görüleceği üzere Ebherî X. Kitaptaki tüm tanımları makale başında toplamıştır. Ebherî, *İslâh*, CBL 3424, 61b-62b.

⁹⁸ İshak-Sabit tercümesinde bu terim “gayr-ı müşterek” ifadesi ile karşılanmıştır. *Kitâbu Uklîdis fi'l-usûli'l-hendesîyye*, Oxford Bodleian Library, Thurston 11, 100b; Escorial Ktp, Arabes 907, 95b

irrasyonellik tanımı bu gün anladığımızdan biraz daha farklıdır. Bir düz çizgi (a) sadece uzunlukta rasyonel olabildiği gibi ($\frac{m}{n}a$) uzunlukta rasyonel olmayıp sadece karede rasyonel olabilir ($\sqrt{\frac{m}{n}}a$). Dahası alanlarda (a^2) da rasyonellik ($\frac{m}{n}a^2$) ve irrasyonellik ($\sqrt{\frac{m}{n}}a^2$) vardır. Böylece tanımlar kısmı tamamlanarak önermelere geçilir.⁹⁹ İlk önerme, özellikle XII. Kitapta uygulamalarıyla karşılaşacağımız tüketme yönteminin temelini oluşturan önermedir. Buna göre biri büyük biri küçük iki mikdârdan büyük olandan kendi yarısından büyük bir mikdar çıkarılıp kalandan yine yarısından büyük nicelik çıkarılarak... devam edildiğinde en baştaki küçükten daha küçük bir mikdâra ulaşılır. 2. Önerme, VII.2'de gördüğümüz ortak bölenlerin en büyüğünü bulma yolunu, iki mikdârın eşölçekli olup olmadığını sınamakta kullanır. Eğer herhangi bir adımda ortak bölenleri bulunursa eşölçekli, yoksa eşölçeksizdirler. 3.ve 4. önermeler bir önceki işlemin tersi olarak verilen eşölçekli iki ve üç mikdârın en büyük ortak bölenini bulmayı gösterir. 5. ile 8. Önermeler arasındaki dört önerme, mikdârların eşölçekli olmaları ya da olmamalarının sayıların birbiriyle oranıyla karşılaştırmasını yapar. 9. Önerme, karelerin birbirlerine oranları iki kare sayının birbirine oranına eşitse bu karelerin kenarları birbiriyle eşölçeklidir, değilse eşölçeksizdir şeklinde kısaca ifade edilebilecek teoremi ispatlar.¹⁰⁰ 10. Önerme, verilen bir düz çizgiye yalnızca uzunlukta ya da hem uzunlukta hem karede eşölçeksiz bir diğer düz çizgi bulmanın yolunu gösterir. 10. Önermenin, öncesindeki lemma ile birlikte özgün *Elemanlar* metninde bulunmadığı ifade edilmektedir.¹⁰¹ 11. ve 16. Önermeler arası, mikdârların birbiri arasındaki eşölçeklilik ve eşölçeksizlik ilişkilerine dair genel teoremlerin ispatlarına ayrılmıştır.

⁹⁹ X. Kitap'ta 115 Önerme bulunduğu için diğer kitaplardaki gibi her birini ele almak yerine önemlilerine değinilecektir.

¹⁰⁰ Bir *Elemanlar* nüshası derkenarında Theaetetus'a atfedilen (Eukleides, *Euclidis Opera Omnia* V, 450.) bu teoremin matematik tarihi açısından yorumu için bkz. Heath, *A History of Greek Mathematics*, 1:210-11.

¹⁰¹ Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements* Vol. 3, 31-33.

Bunlardan aynı mikdârla eşölçekli olan mikdârların birbirleriyle de eşölçekli olduklarını söyleyen 12. Önerme, ifade yapısıyla 1. Aksiyomu andırır. 17. ve 18. Önermeler ikinci dereceden $ax - x^2 = b^2/4$ denkleminin kökünün (x), a ile eşölçekli ya da eşölçekli olmasının $\sqrt{a^2 - b^2}$ 'nin a ile eşölçekli ya da eşölçeksiz olmasına bağlı olduğunu ispat eder. 19-21 arasındaki üç önerme rasyonel ve irrasyonel dikdörtgenlere ilişkindir. Bir dikdörtgenin uzunlukta eşölçekli düz çizgilerden oluşması durumunda rasyonel ancak eşölçeksiz ya da yalnızca karede eşölçekli düz çizgilerden oluşması durumunda irrasyonel olacağı gösterilir. 21. Önerme'de yeni bir kavramla tanışırız: Kenarları yalnızca karede eşölçekli rasyonel iki düz çizgi tarafından çevrelenen irrasyonel bir dikdörtgene (ki bu dikdörtgenin irrasyonel olduğu önermenin ilk kısmında ispat edilir) eşit karenin bir kenarı ortalananmış¹⁰² (ing. medial/ar. muvassat) türden bir çizgidir. Bu durumda sadece karede eşölçekli bir dikdörtgenin kenarları a ve $a\sqrt{k}$ olursa, bu dikdörtgene (alanda) eşit bir karenin alanı $a^2\sqrt{k}$, bu karenin bir kenarı da $a^4\sqrt{k}$ olur. Ayrıca *Elemanlar*'da açıkça yazılmamış olsa da önermelerde geçen ifadelerden ortalananmış bir çizgi üzerindeki kare alanının "ortalananmış alan" olduğunu öğreniriz.¹⁰³ 23. Önerme ile 28. Önerme arası ortalananmış düz çizgiler ve dikdörtgenlere ilişkin önermelerdir. Bu önermelerde ortalananmış iki alan farkının irrasyonel olduğunu (26) öğreniriz. 27 ve 28. Önermelerde bahsi geçen ortalananmış düz çizgileri bulmanın yolu gösterilir. 29-35. Önermeler arası, kareleri toplamı ya da farkı veyahut çevreledikleri dikdörtgeni belli özelliklere sahip yalnızca karede eşölçekli iki rasyonel düz çizgi, yalnızca karede eşölçekli iki ortalananmış düz çizgi ve karede eşölçekli iki düz çizgi bulmanın yollarını gösterir. Eukleides 36. Önerme ile muhtelif bileşik irrasyonel türlerinin izahına başlar.

¹⁰² *Elemanlar*'ın Türkçe tercümesinde bu kavram için "orta değer" tabiri tercih edilmiştir. Eukleides, *Öklid'in Elemanları*, 358.

¹⁰³ Bu alanın da ortalananmış (ar. muvassat) olduğu, İslam *Elemanlar* geleneğinde açıkça ifade edilir.

İki adlı (binomial/zü'l-ismeyn): Yalnızca karede eşölçekli iki rasyonel düz çizginin toplamı.¹⁰⁴ (36)

İki ortalananmışlığının ilk türü (first bimedial/zü'l-muvassateyni'l-evvel): Rasyonel bir dikdörtgen çevreleyen ve yalnızca karede eşölçekli iki ortalananmış düz çizginin toplamı. (37)

İki ortalananmışlığının ikinci türü (second bimedial/zü'l-muvassateyni's-sânî): Ortalanmış bir dikdörtgen çevreleyen ve yalnızca karede eşölçekli iki ortalananmış düz çizginin toplamı. (38)

Daha büyük (major/el-a'zam): Kareleri toplamı rasyonel ama çevreledikleri dikdörtgen ortalananmış olan karede eşölçeksiz iki düz çizginin toplamı. (39)

Rasyonel ve ortalananmış alan toplamının kenarı (side of a rational plus a medial area/el-kaviyy alâ muntık ve muvassat): Kareleri toplamı ortalananmış, çevreledikleri dikdörtgen ise rasyonel olan karede eşölçeksiz iki düz çizgi toplamı. (40)

İki ortalananmış alan toplamının kenarı (side of the sum of two medial areas/el-kaviyy alâ muvassatayn): Kareleri toplamı ve çevreledikleri dikdörtgen ortalananmış olan, karede eşölçeksiz iki düz çizgi toplamı. (41)

Ebherî, 36. Önerme ile başlayan ve içerisinde hem ispatın hem de tanımın yer aldığı önerme şeklini *Elemanlar*'ın yapısına uygun olarak değiştirmiştir. Tanımları kitabın girişinde verip önermeler kısmında bu yapıların isimlendirmesine değinmeden yalnızca irrasyonelliklerini ispat etmiştir.

42 ile 47. Şekiller arası, yukarıda izahı yapılan ve iki düz çizginin birleşimiyle oluşan irrasyonel düz çizgilerin her birinin kendisini meydana getiren parçalara ancak tek bir noktada bölünebileceğinin ispatına ayrılmıştır. 47. Önerme ile X. Kitabın üç ana bölümünden ilki

¹⁰⁴ İslam dünyasındaki *Elemanlar* geleneği metinlerinde bu yapılar bir toplam (cem') olarak değil bitişme (ittisal) ya da bileşim (terkib) olarak ifade edilmiştir.

noktalanır ve ikinci grup tanımlara geçilir. Bu altı tanım tamamıyla 36. Önerme’de tarifi verilen “iki adlı”ların (binomial/zü’l-ismeyn) birinci, ikinci... gibi sıra sayılarıyla nitelenmiş altı türüne ayrılmıştır. 48. Önerme ile başlayıp 84. Önerme ile biten ikinci önerme serisi altışarlı gruplar hâlinde yukarıki tanımlarda verilen irrasyonellerin durumlarını incelemeye yöneliktir. 48. Önerme ile 53. Önerme arası altılı grup, tanımları verilen altı tür iki adlı düz çizginin çizim yolları gösterilir. 54. Önerme ile 59. Önerme arasında ise bahsi geçen “iki adlı” düz çizgi türlerinin rasyonel bir düz çizgiyle oluşturdukları dikdörtgen alanına eşit karelerin irrasyonel özelliğe sahip kenarlarının durumları incelenir. Bu önermelere göre;

Birinci tür iki adlı düz çizginin rasyonel bir düz çizgiyle oluşturduğu dikdörtgen alanına eşit karenin bir kenarı “birinci tür iki adlı” irrasyonel bir düz çizgidir. (54)

İkinci tür iki adlı düz çizginin rasyonel bir düz çizgiyle oluşturduğu dikdörtgen alanına eşit karenin bir kenarı “birinci tür iki ortalınmışlı” irrasyonel bir düz çizgidir. (55)

Üçüncü tür iki düz çizginin rasyonel bir düz çizgiyle oluşturduğu dikdörtgen alanına eşit karenin bir kenarı “ikinci tür iki ortalınmışlı” irrasyonel bir düz çizgidir. (56)

Dördüncü tür iki düz çizginin rasyonel bir düz çizgiyle oluşturduğu dikdörtgen alanına eşit karenin bir kenarı “daha büyük” irrasyonel bir düz çizgidir. (57)

Beşinci tür iki düz çizginin rasyonel bir düz çizgiyle oluşturduğu dikdörtgen alanına eşit karenin bir kenarı “rasyonel ve ortalınmış alan toplamının kenarı” irrasyonel bir düz çizgidir. (58)

Altıncı tür iki düz çizginin rasyonel bir düz çizgiyle oluşturduğu dikdörtgen alanına eşit karenin bir kenarı “iki ortalınmış alan toplamının kenarı” irrasyonel bir düz çizgidir. (59)

60. Önerme ile 65. Önerme arasındaki altı önermelik grup ise bir önceki gruptaki (54-59) irrasyonel düz çizgilerin karelerine eşit dikdörtgenlerin uzun kenarlarının durumlarını inceler. 66. ile 71. Önerme arası, tanımlar ile genel teoremlerin ispatıdır: İki adlı (66), iki ortalananmış (67), daha büyük (68), rasyonel ve ortalananmış alan toplamının kenarı (69), iki ortalananmış alan toplamının kenarı (70) bir düz çizgiyle uzunlukta eşölçekli bir düz çizginin kendisinin de ilk çizgi ile aynı türden olduğunu gösterir. 73. Önerme’de takip eden önermelerde ele alınacak yeni bir irrasyonel düz çizgi türünün tarifi yapılır: ayırık (apotome/munfasıl). Önerme metni şöyledir: Rasyonel bir düz çizgiden, kendisiyle yalnızca karede eşölçekli bir parça çıkarılırsa kalan parça irrasyoneldir ve bu düz çizgilere “ayırık” denir. 78. Önermeye kadar ayırık irrasyoneller incelenir. 79 ila 84. Önermeler, terimler arasında eksi işarete karşılık gelen irrasyonellerle ilgili teoremleri ispat eder.

84. Önermeden sonra X. Kitabın üçüncü ve son tanımları verilir. Bu tanımlar ayırık irrasyonellerin altı türüne ayrılmıştır. Hemen ardından gelen altı önerme (85-90), birinci türden ayırık ile başlayıp altıncı türden ayırığa kadar olan türlerin nasıl bulunacaklarına ilişkin önermelerdir. Ardından gelen altı önermelik grup (91-96), alanı her bir ayırık türünün bir rasyonel çizgiyle çevrelediği dikdörtgene eşit karenin bir kenarının durumunu ele alır. 103. Önerme ile 107. Önermeler arası, 91-96 arasında tanımlanan irrasyonel düz çizgilerle uzunlukta eşölçekli düz çizgilerin özellikleri incelenir. Son önermelerden en dikkat çeken ikisi 111. ve 115. Önermelerdir. 111. Önermede ayırık bir düz çizginin asla iki adlı bir düz çizgi olamayacağını ispat ederken, 115. ve son önerme ortalananmış bir düz çizgiden başlayarak, hiçbir bir önceki düz çizgiye eşit olmayan sonsuz sayıda irrasyonel türetebileceğimizi gösterir.

1.2.11 XI. Kitap: Uzay Geometrinin Temelleri

VII. Kitabın başındaki tanımların VII, VIII ve IX. Kitapları kapsamaması gibi XI. Kitabın girişindeki tanımlar da *Elemanlar'*ın son üç kitabının tamamını ilgilendirir. Cismin tanımıyla başlayan ve platonik cisimlerin tarifleriyle sonlanan yirmi sekiz tanım bulunur. İlk iki tanımda Eukleides I. Kitabın ilk tanımlarında geometrinin konusunu oluşturan üç türden çizgi ve düzleme yaptığı tanımları tamamlayarak bu sefer de son tür olan cismin tanımını verir (T.1) ve sınırının yüzey olduğunu belirtir (T. 2). Düzleme dik olmak (T. 3), düzlemler arası açı ilişkileri (T. 4, 5, 6, 7), paralel düzlemler (T. 8), benzer cisimler (T. 9), eşit benzer cisimler (T. 10) ve cisimsel açı (T. 11) üç boyutlu şekillere geçmeden önce verilen tanımlardır. 12. Tanımla başlayan ve bu üç kitapta ele alınacak üç boyutlu şekilleri ilgilendiren kısımda piramit (T. 12), prizma (T. 13), küre ve unsurları (T. 14, 15, 16, 17), koni, koni türleri ve unsurları (T. 18, 19, 20), silindir ve unsurları (T. 21, 22, 23), koni ve silindirlerde benzerlik (T. 24) tanımları yapılır. Son olarak beş platonik cisimden küp (T. 25), düzgün sekizyüzlü (T. 26), düzgün yirmiyüzlü (T. 27) ve düzgün onikiyüzlünün (T. 28) tarifleriyle tanımlar bölümü biter.¹⁰⁵

XI. Kitabın uzay geometriye ilişkin önermeleri, I. ve VI. Kitabın düzlem geometrisine dair önermeleriyle bir ölçüde benzerlik taşır. Öncelikle diğer önermelere zemin teşkil edecek ve *diorismos* kriterini sağlayacak temel varsayımlar ele alınır. İlk olarak bir doğrunun bir parçası bir düzlemde ise tamamının aynı düzlemde olduğu ispat edilir. Hemen ardından kesişen iki çizginin ve her üçgenin aynı düzlemde olduğu (2), iki düzlemin arakesitinin bir çizgi olduğu (3) ortaya konur. Daha sonra gelen önermeler ise ispatını yaptıkları varsayımlar bakımından belli konular altında toplayabileceğimiz önerme gruplarıdır. Düzlemlere dik düz çizgilerin (4, 5, 6, 8, 11, 12, 13, 14), aynı düzlemde bulunmayan paralel düz çizgilerin (9, 10, 15), paralel düzlemlerin (14, 16), birbirine dik düzlemlerin (18, 19)

¹⁰⁵ İlk platonik cisim olan piramidin tarifi 12. Tanımda verilmişti.

durumlarıyla cisimsel açıların üç ya da daha fazla düzlem tarafından çevrelenmesiyle (20, 21, 22, 23, 26) ortaya çıkan durumlar 4 ila 26. Önermeler arasının ele aldığı konulardır. Bu noktadan sonra XI. Kitap paralelyüzlü üç boyutlu cisimleri ele alır. 27. Önerme’de bir paralelyüzlüye benzer başka bir paralelyüzlü çizmenin yolunu göstermekle başlayan Eukleides, 28. Önerme’de bir paralelyüzlünün karşılıklı iki yüzünün köşegenlerini birleştiren düzlemin bu cismi iki eşit parçaya ayırdığının ispatını yapar. İki boyutlu düzlem geometrisi söz konusu iken I.35 ile başlayan önerme serisinde olduğu gibi bu sefer üç boyutlu cisimlerin birbirlerine eşitlik/denkliklerinin şartlarını ve cisimlerin benzerliklerini inceleyen önerme serisi karşımıza çıkar. Şu farkla ki I. Kitapta tabanı ya da aralığı belirten düz çizgilerin yerini burada düzlemler alır. Aynı taban üzerinde yükselen yahut eşit tabana sahip ve aynı paralel düzlemler arasındaki paralelyüzlü cisimlerin birbirine eşit olduğunu (29, 30, 31), eşit yüksekliğe sahip paralelyüzlü cisimlerin birbirine oranlarının taban oranlarına eşit olduğunu (32), benzer paralelyüzlü cisimlerin birbirine oranlarının karşılıklı benzer kenarlarının “üç kat oranı”na eşit olduğunu (33), eşit paralelyüzlü cisimlerin taban oranlarının yükseklikleriyle ters orantılı olduğunu (34), birbiriyle orantılı çizgiler üzerinde inşa edilen benzer paralelyüzlülerin de birbirine orantılı olduğunu (37) bu önerme serisinde ispatlar. Son iki önerme diğer kitaplarda yapılacak ispatlarda kullanılmaktadır. Bunlardan biri küpün bir özelliğiyle (XIII.17’de kullanılır), diğeri de prizmanın bir özelliğiyle (XII.3 ve 4’te kullanılır) ilgilidir.

1.2.12 XII. Kitap: Alanlar ve Hacimler – Eudoxus’un Tüketme

Yöntemi

XII. Kitap, Eudoksos’a atfedilen “tüketme yöntemi”nin uygulanmasıyla ünlüdür. Tüketme yöntemi kısaca, bir mikdârı daha küçük mikdârlara ayırıp toplamında büyük mikdârın niceliğini hesaplama yöntemi olarak

ifade edilebilir.¹⁰⁶ Bu kitapta Eukleides hacim hesaplarına ve benzer şekiller arasındaki hacim oranlarına dair temel önermeleri inceler. XII. Kitabın ilk iki önermesi, daire içine çizilen benzer şekillerin ve dairelerin alanlarının, daire çaplarının kareleri ile doğru orantılı olduğunu kanıtlar. 5. Önerme, 3. Önerme öncesindeki lemma (yardımcı önerme) ile başlayan ispatlar dizisinin sonucu olarak, yükseklikleri eşit üçgen tabanlı iki piramidin hacimleri oranının tabanları oranına eşit olduğunu ispat eder. Bu önermeyi öncül olarak alan 6. Önerme daha genel sonucu, yükseklikleri aynı olan çokgen tabanlı piramitlerin hacim oranlarının taban oranlarına eşit olduğunu gösterir. 10. Önermede ise koninin hacminin aynı taban ve yüksekliğe sahip silindirin üçte biri olduğunun ispatı vardır. 11. Önermede yine bir hacim karşılaştırması olarak eşit yükseklikteki silindir ile konilerin kendi türleri arasındaki hacim oranının taban alanlarıyla doğru orantılı olduğu gösterilir. 10 ve 11. Önermelerin bir sonucu olarak 12. Önerme’de benzer koni ve silindirlerin hacim oranlarının üçte bir olduğunun ispatı yapılır. Hacimlere dair son temel önerme olarak 18. Önerme’de küre hacimleri oranının, çapların “üç kat oranı”na eşit olduğu kanıtlanır. 18. Önerme’ye giden yolda, inşaya dair 16. ve 17. Önermeler öncül önermelerdir. 16. Önerme’de eşmerkezli iki daire arasına bir çift kenarlı düzgün çokgen çizimi, 17. Önerme’de ise problem üç boyuta taşınıp eşmerkezli iki küre arasına bir düzgün çokyüzlü çizimi gösterilir.

1.2.13 XIII. Kitap: Platonik Cisimler

Piramit, sekizyüzlü, küp, onikiyüzlü ve yirmiyüzlüden oluşan beş platonik cismin inşası ve küre içine çizmenin yollarına dair XIII. Kitap, on sekiz önermeden müteşekkildir. Kitabın başındaki önermeler her kitapta olduğu gibi, ilerleyen aşamalara zemin oluşturan hazırlayıcı önermelerdir. 1-6. Önermeler arası, düz çizgilerin uç ve orta oranda

¹⁰⁶ Tüketme yönteminin ayrıntısı için bkz. van der Waerden, *Bilimin Uyanışı*, 301-8.

kesilmesine ve bunların farklı durumlarda uygulamasına dair teoremlerin ispatıdır. 7. Önerme eşkenar bir beşgenin eş açılı olmasını sınama yolunu gösterir. 8. Önermede bu eşkenar ve eş açılı beşgende ardışık açıları gören iki köşegenin birbirlerini uç ve orta oranda kestikleri ve bu kesişimin uzun parçalarının beşgenin bir kenarına eşit olduğu ispat edilir. Sonraki iki önermede (9 ve 10) aynı çember içine çizilen düzgün altıgen, düzgün ongen ve düzgün beşgenin kenarlarının birbirlerine göre durumları ve oranları incelenir. 8. Önerme ile birlikte bu son iki önerme, rasyonel çaplı bir daire içine çizilen düzgün beşgenin bir kenarının “küçük” türde bir irrasyonel düz çizgi olduğunu söyleyen 11. Önerme’nin ispatında öncül olarak kullanılırlar. 12. Önerme’de daire içine çizilen eşkenar üçgenin bir kenarının karesinin, yarıçapın karesinin üç katına eşit olduğu gösterilir. Şimdiye kadar ispatı yapılan önermeleri kullanarak beş platonik cismin inşasına 13. Önermeyle geçilir. Her bir cismin inşası yapılırken aynı zamanda orantı teorisini ilgilendiren bir ispat da ele alınır. 13. Önerme’de bir küre içine piramit (düzgün dörtyüzlü/tetrahedron) çizimi gösterilir ve küre çapının karesinin, piramidin bir kenarının karesinin bir buçuk katı olduğu ispat edilir. 14. Önerme’de küre içine düzgün sekizyüzlü/oktahedron çizmenin yolu gösterilir ve küre çapının karesinin düzgün sekizyüzlünün bir kenarının karesinin iki katı olduğu ispat edilir. 15. Önerme’de küre içine bir küp çizmenin yolu gösterilir ve küre çapının karesinin küpün bir kenarının karesinin üç katı olduğu ispat edilir. 16. Önerme’de küre içine düzgün yirmiyüzlü/ikosahedron çizmenin yolu ve bu düzgün yirmiyüzlünün bir kenarının küçük irrasyonel düz çizgi olduğu gösterilir. 17. Önerme’de beş cismin sonuncusu düzgün onikiyüzlü/dodekahedron çizimi ve bu onikiyüzlünün bir kenarının ayırık irrasyonel düz çizgi olduğu gösterilir. XIII. kitabın ve *Elemanlar*’ın son önermesinde (18) şimdiye kadar inşa edilen beş düzgünyüzlünün kenarları arasındaki ilişki incelenir ve *Elemanlar* böylece tamamlanır.

1.3ELEMENLAR'DA İLKELER

*Elemanlar'*da bölümleri birbirinden ayırabileceğimiz başlıklar olarak tanımlar, postulatlar, aksiyomlar ve önermelerden başkası bulunmaz. Helenistik dönemde Aristotelesçi felsefenin baskın olmasından ve yapının Aristoteles'in İkinci Analitikler'de ortaya koyduğu sisteme benzerliğinden ötürü *Elemanlar'*ın yapısı ilkeler (mebâdi) ve meseleler (mesâil) olarak ikiye ayrılmıştır.

Bilebildiğimiz kadarıyla mezopotamya matematiğinde *Elemanlar'*da gördüğümüz şekilde ispat kavramı yoktu. Bir önerme ortaya koyup bu önermeyi ilkelerden ve ispatlanmış daha önceki önermeler yola çıkarak kanıtlama fikri ilk defa Grek matematiğinde ortaya çıkmıştır. Grek dünyasında kendi dönemine kadar dolaşımda olan metinlerden istifadeyle *Elemanlar* içinde bir düzene koyan ve bu ispat sistemini tüm metne uygulayan Eukleides öncelikle sistemin temelini oluşturan ilkelerle kitabına başlamaktadır.

İLKELER

*Elemanlar'*ın çoğu kitabının başında içerik itibarıyla önermelerden ayrılan bölümler bulunur. Arapça *Elemanlar* geleneğinde “sadr” olarak isimlendirilen bu bölümler gerekli görüldüğü kitapların başlarına yerleştirilmişlerdir. *Tanımlar* (oroi), *postulatlar* (aithmata)¹⁰⁷ ve *genel kavramlardan* (koinai ennoiai) oluşan bu girişlerden postulatlar ve genel kavramlar sadece I. Kitabın başında, tanımlar ise I, II, III, IV, V, VI, VII (ki bu tanımlar VIII ve IX. Kitapları da kapsayacak şekilde yazılmıştır), X. ve XI. (bu tanımlar XII. ve XIII. Kitapları da kapsayacak şekilde yazılmışlardır). Bu giriş kısımları, özellikle de *Elemanlar'*ın I. Kitabının başındaki girişte takip edilen yapı felsefî literetürle de ilişkilendirilerek, sadece ilk kitaba değil, bütün bir geometri bilimine giriş olarak kabul edilmiş ve “ilkeler” (ar. mebâdi) adıyla anılmıştır. Dolayısıyla

¹⁰⁷ Postulatlar ve aksiyomlar için Türkçe'de farklı karşılıklar önerilmiştir.

*Elemanlar'*daki kitapların giriş kısımları, bilhassa I. Kitabın girişi yoğun felsefi çağrışımlar etrafında değerlendirilmiştir.

Tanımlar: *Elemanlar'*ın Heiberg edisyonuna dayanan çağdaş neşirlerinde I. Kitabın girişinde maddeler hâlinde sıralanmış 23 tanım bulunduğu kabul edilir.¹⁰⁸ Noktadan başlayan tanımlar paralel çizgilerle son bulur. Tüm *Elemanlar'*ı ilgilendiren bu tanımlar şöyle gruplanabilir:

- 1- Nokta ile başlayan ve çizgi, düz çizgi, yüzey, düzgün yüzey, açı ve türleri, sınır, şekil ve paralelliğin tariflerinden oluşan 15 temel kavramın tanımları.
- 2- Daire ve unsurları (merkez, çap, çevre) ile yarım dairenin, ayrıca düzkenarlı şekil cinsinin genel tanımıyla başlayan ve bu cinsin altına düşen üçgen, dörtgen, çokgen türlerinin ve bu türlerin de alt türlerinin 15-22 arasında bulunan tanımları. (Üçgenin alt türleri kenarlarına itibarla eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgenler ile açılarına itibarla geniş açılı, dar açılı ve dik üçgen; dörtgenin alt türleri kenar ve açılarına itibarla kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, paralelkenar ve yamuktur.)

Tanım listesi ise şöyledir:

- 1- Nokta, parçası olmayandır.
- 2- Çizgi, eni olmayan uzunluktur.
- 3- Çizginin uçları noktalardır.
- 4- Düz çizgi, kendi üzerindeki noktalarla düzgün şekilde uzanan çizgidir.
- 5- Yüzey, sadece uzunluğu ve eni olandır.
- 6- Yüzeyin uçları çizgilerdir
- 7- Düzlem, üzerindeki düz çizgilerle düzgün bir şekilde uzanan bir yüzeydir

¹⁰⁸ Çağdaş *Elemanlar* neşirlerinde bu başlık altında yer alan tanımların taksimi dakik bir taksim değildir. Bazı tanım cümleleri ikiye ayrılıp farklı numaralar alırken (nokta ve çizgide olduğu gibi) bazı farklı tanımlar da bir araya getirilip (üçgen ve dörtgen türlerinin tanımları gibi) tek bir numara altında toplanmıştır. İlgili tanım listesi biraz aşağıda çağdaş neşir uygun olarak verildiğinde görülecektir.

- 8- Düzlem açısı, tek bir çizgi oluşturmada birbirleriyle kesişen iki çizginin birbirine göre eğimidir.
- 9- Ve açığı meydana getiren çizgiler düz ise açığı düzkenar denir.
- 10- Bir düz çizgi çizilen bir başka düz çizgi iki komşu açığı birbirine eşit yapıyorsa eşit her iki açığı dik açılar denir ve bu düz çizgi, üzerinde bulunduğu düz çizgiye diktir denir.
- 11- Dik açıdan büyük olan açığı geniş açı denir.
- 12- Dik açıdan küçük olan açığı dar açı denir.
- 13- Sınır, herhangi bir şeyin ucudur.
- 14- Bir sınır veya sınırlar tarafından çevrelenen şekil denir.
- 15- Tek bir çizgi tarafından çevrelenen ve içindeki bir noktadan, kendisini çevreleyen çizgiye çizilen tüm düz çizgilerin birbirine eşit olduğu düzlem şekil dairedir.
- 16- Ve o noktaya da dairenin merkezi denir.
- 17- Merkezden geçen ve her iki yönde de çemberin çevresinde sonlanan düz çizgi dairenin çapıdır ve daireyi ikiye böler.
- 18- Çap ve onun kestiği çevre arasında kalan şekle yarım daire denir. Ve yarım dairenin merkezi dairenin merkeziyle aynıdır.
- 19- Düz çizgiler tarafından çevrelenen şekiller düzkenarlı şekillerdir. Üç düz çizgiyle çevrelenenler üç kenarlı, dört düz çizgiyle çevrelenenler dört kenarlı, ve dörtten fazla düz çizgiyle çevrelenenler çok kenarlılardır.
- 20- Üç kenarlı şekillerden üç eşit kenarı olanı eşkenar üçgen, yalnızca iki eşit kenarı olanı ikizkenar üçgen ve üç eşit olmayan kenarı olanı çeşitkenar üçgendir.
- 21- Ayrıca üçkenarlı şekillerden bir dik açısı olanı dik üçgen, bir geniş açısı olanı geniş açılı üçgen ve üç dar açısı olanı dar açılı üçgendir.
- 22- Dört kenarlı şekillerden hem eşkenar hem dik açılı olanı kare, dik açılı olan ama eşkenar olmayanı dikdörtgen, eşkenar olan ama dik açılı olmayanı eşkenar dörtgen, karşılıklı kenarları ve açıları eşit olan ama

eşkenar ve dik açılı olmayanı paralelkenardır. Ve bunların dışında kalan dört kenarlılara da yamuk densin.

23- Aynı düzlemde bulunan ve her iki yönde sonsuza kadar uzatıldığında kesişmeyen düz çizgiler paralel düz çizgilerdir.

Postulatlar: *Elemanlar'* da postulatlar için ayrıca bir başlık bulunmasa da ikiye ayrılan ilkelere postulatlar (Αιτήματα) başlığı verilenin altında 5 postulat olduğu kabul edilir. Daha sonraları postulatların mahiyetine dair pek çok tartışma bulunsa da felsefi içerikle karışan bu tartışmalarda en çok kabul edilen yaygın yorum, bir ilmin başında, ilim talibinin istemeden ve ikna olmadan da kabul etmesi gereken, o ilme has yargılar olduğu yönündedir. Grekçe neşirdeki postulatlar aşağıdaki gibidir:

“Şunlar

- 1- Herhangi bir noktadan herhangi bir noktaya bir düz çizgi çizmek,
- 2- Sonlu bir düz çizgiyi sürekli olarak bir düz çizgide uzatmak,
- 3- Herhangi bir merkez ve bir uzunlukla bir daire çizmek,
- 4- Bütün dik açılar birbirine eşit olduğu,
- 5- İki düz çizgiyi kesen bir düz çizginin meydana getirdiği aynı yöndeki iç açılar iki dik açıdan küçük olursa, bu iki doğru sonsuza kadar uzatıldığında açılar iki dik açı toplamından küçük olduğu yönde kesişecekleri

vaz edilmiş olsun.”

Aksiyomlar: Tıpkı postulatlarda olduğu gibi *Elemanlar'* da aksiyomlar için de ayrı bir başlık bulunmaz. Gelenek içinde bu grupta yer alan ilkelere “Genel Kavramlar (Κοινὰ ἔννοιαι)” veya “Aksiyomlar” adı verilmiştir. Her ne kadar elimizdeki çağdaş neşir ve tercümelerde 5 aksiyom olduğu kabul ediliyor olsa da Heiberg neşrinin esas alındığı Grekçe nüshalarda, daha sonra İslam dünyasında üretilen metinlerde de izini takip edebileceğimiz üzere daha fazla sayıda aksiyom bulunmaktadır. Aksiyomlar, yaygın kabul edilen yoruma

göre belli bir ilim dalı için geçerli olan ya da tüm varlıkları kapsayan apriori yargılardır. *Elemanlar'*daki aksiyom listesi şöyledir:

- 1- Aynı şeye eşit şeyler birbirlerine de eşittirler.
- 2- Birbirine eşit şeylere eşitler eklenirse (sonuçta) birbirlerine eşittirler.
- 3- Birbirine eşit şeylerden eşitler çıkarılırsa (sonuçta) birbirlerine eşittirler.
- [4] Birbirine eşit olmayan şeylere eşitler eklenirse (sonuçta) birbirlerine eşit değildirler.¹⁰⁹
- [5] Aynı şeyin iki katı olan şeyler birbirlerine eşittirler
- [6] Aynı şeyin yarısı olan şeyler birbirlerine eşittirler.
- 4- [7] Birbiriyle örtüşen/çakışan şeyler birbirine eşittir.
- 5- [8] Bütün, parçadan büyüktür.
- [9] İki düz çizgi bir yüzeyi çevrelemez.

¹⁰⁹ Dördüncü madde ile başlayan bu üç yargı ve son yargının aksiyomlar arasında bulunup bulunmadığı gelenek içinde tartışılmış, neşre esas aldığı bazı nüshalarda bulunmasına karşın Grekçe neşri yapan Heiberg tarafından özgün olmadıkları gerekçesiyle metne dâhil edilmemişlerdir. Eukleides, *Euclidis Opera Omnia I*, 10-11; Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements Vol. 1*, 223, 232.

1.4 ELEMANLAR'DA ÖNERME YAPILARI

Bilimlerin parçalarına ilişkin temel ayırımdaki üçüncü unsur meselelerdir. Mesele, Aristoteles'in sistemine göre kısaca "ispat edilen" şeklinde ifade edilmiştir. Organon içinde meseleye karşılık genellikle προβλήματα kelimesi kullanılsa da¹¹⁰ kimi zaman benzer anlamda ἀπορία, ζητέω kelimelerine de yer verilmiştir.¹¹¹ Aynı şekilde ilk tercümeler döneminden itibaren bu ıstılahları karşılayacak *mes'ele* ve *matlab/matlûb* gibi farklı tabirler İslam mantıkçı ve filozofları tarafından kullanılmıştır. İlkelerde olduğu gibi meselelerde de geometri bilimi önemli bir örnek kabul edilmiştir. Her ne kadar İbn Sînâ meselelerin farklı türlerini anlatırken ısrarla geometriden kaçınıp tabiiyyat üzerinden misaller getirmiş olsa da yaygın mantık ve felsefe metinlerinde bu türler geometri üzerinden örneklendirilmiştir.¹¹²

Elemanlar sözkonusu olduğunda ise Eukleides tarafından meselelere herhangi bir isim verilmemiş olsa da gelenek içinde geometri biliminin meseleleri *önermeler* (gr. πρότασις-protasis) adı altında incelenmiştirler.¹¹³ Grekçe'de birkaç anlama gelen *protasis* kelimesinin¹¹⁴ Helenistik dönemde *Elemanlar* üzerine gelişen literatürde bile aşağıda görüleceği üzere farklı kullanımları vardır. *Elemanlardaki* önermelerin mantıktaki önermelerle birebir örtüşmediğini ayrıca vurgulamak gerekir. Modern öncesi dönemde matematik bilimlerde kullanılan önermeleri kıyasın birinci şeklinin birinci darbı ve nadiren ikinci darbına dâhil edenler olduğu

¹¹⁰ Biraz aşağıda geleceği üzere geometrik önermelerin bir türünün "problem" olması dikkat çekicidir.

¹¹¹ Bu kelimeler arasındaki kavramsal farklılıklar için bkz. Tekin, *Varlık ve Akıl*, 130-33.

¹¹² Mesele türlerine İbn Sînâ'nın *el-Burhân* kitabında ve Kâtibî'nin *Şemsiyye* ve *Câmi'u'd-dekâik* eserlerinde verdiği örnekler için bkz. Ömer Odabaş, *İbn Sînâ'da Bilimsel Yönteme Giriş: Konu, İlke ve Mesele*, 175-80.

¹¹³ Proclus tarafından *Elemanlar*'ın önermelerine protasis kullanımı örnekleri için bkz. Proclus, *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum Librum Commentarii*, 80 (20-25. satırlar).

¹¹⁴ Kelimenin farklı anlamları için bkz. Montanari, *The Brill Dictionary of Ancient Greek*, 1836.

gibi,¹¹⁵ bu önermeleri kıyas formuna sokmaya çalışanlar da olmuştur.¹¹⁶ Çağdaş çalışmalarda bu iki kullanım mantıksal önerme ve matematiksel önerme şeklinde ayrıma tabi tutulmuştur.¹¹⁷

Elemanlar' da yer alan her bir önerme belirli bir yapıyı takip eder. Bu yapının öğelerini ilk defa *Elemanlar'* a yazdığı şerhte Proklos izah etmiştir.¹¹⁸ Proklos Aristoteles'in burhânî bilimlere dair üçlü taksimindeki konu/mevzû' kısmını *Elemanlar* için doğal olarak dikkate almamış, iki kısma ayırmıştır. Birinci kısımda öncüller, ikinci kısımda ise bu öncüllerden sistematik olarak ispatlanabilen veya inşa edilebilen veyahut da bu öncüllerin sonuçları olan şeyler bulunur. Geometri bilimi özelinde ikinci kısım yani meseleler de problemleri çözmek ya da teoremleri ortaya çıkarmak/keşfetmek olarak ikiye ayrılır. İlk bakışta ortada bulunmayan şeyleri üretmek, ortaya çıkarmak veya inşa etmek amacındaki önermelere "problem"; göstermek, belirtmek veya bir özelliğin varlığını ya da yokluğunu ispat etmek amacındaki önermelere "teorem" denir.

Geometrideki her bir problem ve teorem şu altı unsurdan oluşmalıdır: 1- iddia (ing. enunciation/gr. πρότασις), 2- vaz' (exposition/ ἔκθεσις), 3- tafsil (specification/ διορισμός), 4- inşa (construction/ κατασκευή), 5- ispat (proof/ ἀπόδειξις), 6- netice (conclusion/ συμπέρασμα).

- 1- İddia: Verili olanın/farzedilenin (*verilen*) ve ulaşılacak istenenin (*istenen*) ifade edildiği bölümdür. Tam bir iddiada bunların her ikisi de bulunur.
- 2- Vaz': *Verilen* ayrıca ifade edilip araştırmada kullanmak üzere bu verilen üzerinde ayrıntılı olarak hazırlık yapılan bölümdür. Vaz'da sadece verilen, *istenene* herhangi bir gönderme olmaksızın zikredilir.

¹¹⁵ İbn Sînâ matematik bilimlerde çoğunlukla 1. Şekil 1. Darb, nadiren de 1. Şekil 2. Darbın kullanıldığını söyler. İbn Sînâ, *el-Burhân*, 198.

¹¹⁶ Avrupa'da *Elemanlar'*daki önermeleri kıyas formuna sokma çalışmaları için Bertato, "Attempts to Formalize as Syllogisms the Propositions of the Elements of Euclid Made by Herlinus, Dasypodius, Clavius and Hérigone", 109-40.

¹¹⁷ Netz, "Proclus' Division of the Mathematical Proposition into Parts", 296.

¹¹⁸ Netz, 295.

- 3- Tafsil: İstenenin ayrıca ele alınıp belirginleştirildiği bölümdür. *Vaz*'da şekil üstünde gösterilerek *verilenin* açık hâle getirilmesi gibi tafsil adımı da yine şekil üzerinden anlatım yapılır ve dikkatler ispatlanacak şey üzerine çekilir.
- 4- İnşa: İsteneni bulmak için verilende bulunmayan şeyin eklendiği kısımdır. İnşa adımı ilke türlerinden daha çok postulatlar kullanılır. Zira ilkeler kısmında görüldüğü üzere inşaya dönük ilkeler postulatlar arasında bulunmaktadır.
- 5- İspat/Burhân: Doğruluğu kabul edilen ilkeler ve daha önce ispatlanmış öncüllerden yola çıkarak neticeyi ortaya çıkarmaktır. İlkeler sözkonusu olduğunda ispat bölümünde daha çok aksiyomlar kullanılır.
- 6- Netice: Yeniden iddiaya dönülüp, onun ispatının tasdik edildiği son adımdır.

Mezkûr unsurların en hayati olan ve her problem ve teoremden mutlaka bulunanları *iddia*, *ispat* ve *neticedir*. Zira ulaşılmak istenenin ayrıntılı şekilde bilinmesi, orta terimler yardımıyla ispatı ve ispat edilenin ortaya konması zorunludur. Bu üçünden herhangi birinin önermede bulunmaması imkansızdır. Diğer unsurlar önermelerde çoğunlukla bulunsalar da gerek duyulmadığı zamanlarda terkedilmişlerdir. Örneğin IV. Kitap-10. Önerme: “Taban açılarından her biri, kalan açısının iki katı olan bir ikizkenar üçgen çizmek”te önermenin *vaz*' ve *tafsil* unsurları bulunmaz.¹¹⁹

Pek çok teoremden ise istenen sonucun ispatında başka bir şeye ihtiyaç duyulmaksızın *vaz*' adımı yeterli geldiğinden *inşa* adımı yer almaz. Şayet *iddiada* herhangi verili bir durum bulunmuyorsa bu durumda da *vaz*' adımı gözardı edilir. Zira yukarıda ifade edildiği gibi tam bir *iddiada*, “verilen”in ve ulaşılmak “istenen”in bulunması gerekiyorsa da her zaman bu ikisi bir arada bulunmayabilir. Bazı durumlarda -tıpkı verilen IV.10 problemi örneğinde olduğu gibi- *iddiada* sadece ulaşılmak, inşa edilmek

¹¹⁹ Bu önermenin tamamı için bkz. Eukleides, *Öklid'in Elemanları*, 133-34.

istenen şey zikredilir, herhangi bir şey farzedilip verilmez. IV.10 örneği üzerinden gidecek olursak; taban açılarından her biri kalan açının iki katı olacak bir ikizkenar üçgen inşa etmek için belli değerlere ve özelliklere sahip nicelikler verilmeyip, sadece üçgenin inşası talep edilir. Burada dikkat edilecek olursa görülecektir ki *iddiadan* sonraki adımların varlığı *iddiada* yer alan unsurlara bağlıdır. Şayet *iddiada* “verilen” ve “istenen” unsurlarının her ikisi de bulunursa önermede *vaz’* ve *tafsil* adımları bulunmakta, aksi hâlde, yani “verilen” unsur olmadığında bu adımlar da bulunmamaktadır. Çünkü *vaz’* verilene bağlı olduğundan dolayı onun bulunmadığı durumda *tafsil* ile *iddia* birbirinin aynı olmaktadır.

Önermenin *iddia* kısmındaki “verilen” dört biçimde verilebilir: konumda, oranda, miktarda veya türde. Şayet bir nokta verildiyse bu muhakkak konumda verilmiştir. Ancak diğer nicelikler bu dört gruptan herhangi biriyle verilmiş olabilir. Örneğin bir düzkenarlı açıyı iki eşit parçaya bölmeyi gösteren I.9 probleminde iki eşit parçaya bölünmesi gereken bir açı sözkonusu olduğunda, bize açının türü (burada düzçizgililik) verilmiş olur.¹²⁰ Dolayısıyla aynı yöntemi kullanarak eğri çizgili bir açıyı iki eşit parçaya bölemeyiz. Birbirine eşit olmayan iki düz çizginin uzun olanından kısa olana eşit bir parçayı ayırmanın yolunu gösteren I.3 probleminin *iddiasında* verilen, kısa çizginin miktarıdır.¹²¹ V.16 önermesinde olduğu gibi birbiriyle orantılı dört miktar sözkonusu olduğunda *iddiada* verilen bu dört miktar arasındaki *orandır*.¹²² Son olarak verili bir noktadan verili bir düz çizgiye eşit bir düz çizgi çizmek şeklindeki I.2 önermesinde nokta sözkonusu olduğunda *iddiada* verilen *konumdur*.¹²³ Konumun değişimine bağlı olarak *inşa* adımında farklı ihtimaller ortaya çıkabilir. Verilen nokta verilen düz çizginin dışında, üzerinde, iki ucundan birinde ya da

¹²⁰ Önermenin tamamı için bkz. Eukleides, 12.

¹²¹ Önermenin tamamı için bkz. Eukleides, 6.

¹²² Önermenin tamamı için bkz. Eukleides, 163-64.

¹²³ Önermenin tamamı için bkz. Eukleides, 5-6.

doğrultusunda yer alabilir. Dolayısıyla verilen nokta konumunun alacağı bu dört ihtimale göre *vaz*‘ adımı da dört ihtimalli olacaktır.

İspat denilen unsura gelince; bazen istenen, tanımları orta terim olarak alma yoluyla ortaya konur ve bu ispatın mükemmel şeklidir; ama gözardı edilmemesi gerekir ki bazen de kanıtlama işaretler vasıtasıyla yapılır. Örneğin I.32 teoreminde üçgende bir dış açının kendisine komşu olmayan iki iç açı toplamına eşitliği ispat edildiği zaman üçgenin iç açıları toplamının iki dik açıya eşit olduğu da gösterilmiş olur.¹²⁴ Bu teoremdaki ispat illete bağlı olarak ortaya çıkmaz, orta terim neticenin illetini vermekten ziyade sadece bir işarettir. Zira üçgende bir dış açı bulunmasa bile iç açıları toplamı iki dik açıya eşittir çünkü kenarları uzatılmamış olsa bile üçgen üçgendir. Fakat dairelerin çizimiyle inşa ettiğimiz bir üçgenin eşkenar olduğunu ispat ettiğimizde (I.1) yaklaşımımız bir illete mebnidir. Çünkü çizdiğimiz çemberlerin benzerlik ve eşitlikleri üçgenin kenarlarının eşitliğinin illetidir.

Proklos’un zikrettiği bu adımları bir önerme üzerinde gösterelim:

I. Kitabın 1.Önermesi:

İddia: “Verilen bir sonlu düz çizgi üzerine bir eşkenar üçgen çizmek.”

Bu önerme bizden bir eşkenar üçgen inşa etmemizi istediği için problem türünden bir önerme olduğunu söyleyebiliriz. İddiada, yukarıda ifade edilen her iki unsur da mevcuttur. Bu iki unsurundan “verilen” sonlu düz bir çizgi, “istenen” ise eşkenar üçgendir. Verilene dair ifade, istenene dair ifadeyi öcelelemektedir. Bu ikisini şu şekilde bir araya getirmemiz de mümkündür: “Eğer bir sonlu düz çizgi var ise, onun üzerine bir eşkenar üçgen inşa edilebilir.” İddianın hemen arkasından *vaz*‘ bölümü gelir.

Vaz‘: “Verilen sonlu düz çizgi AB olsun.”

¹²⁴ Önermenin tamamı için bkz. Eukleides, 33-34.

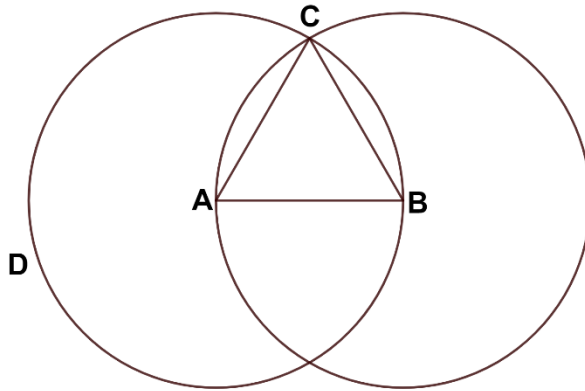
Vaz', istenen eşkenar üçgene herhangi bir gönderme yapmaksızın sadece verili olan sonlu düz çizgiyi zikretmektedir. Bunun ardından tafsil adımı gelir.

Tafsil: "AB düz çizgisi üzerine bir eşkenar üçgen çizilmesi istenmektedir."

Belirli AB düz çizgisi üzerine ispatlanması istenen şeye yani "eşkenar üçgen" e dikkatleri çekmektedir. Görüldüğü üzere yukarıda anlatılanlara uygun olarak *iddianın* unsurlarından "verilen" vaz'ı, "istenen" ise tafsil adımını ortaya çıkarmıştır.

İnşa: A merkezi ve AB uzaklığıyla BCD dairei çizilsin, yine B merkezi ve BA uzaklığıyla ACE dairei çizilsin. Sonra da dairelerin birbirini kestiği C noktasından A ve B noktalarına CA ve CB düz çizgileri çizilsin.

Dikkat edilirse burada iki postulattan ("herhangi bir nokta ve herhangi bir uzaklıkla bir daire çizilebilir" ve "iki nokta arası bir düz çizgiyle birleştirilebilir" postulatları) yararlanılmıştır.



İspat: A noktası CDB dairesinin merkezi olduğundan dolayı AC, AB'ye eşit olur. Yine B noktası CAE dairesinin merkezi olduğundan dolayı BC, BA'ya eşit olur. Buraya kadarki eşitlikler daire tanımında yer alan

“merkezden çevreye uzanan tüm çizgiler birbirine eşittir.” cümlesinden kaynaklanmaktadır. Bu eşitlik ifadeleri sonucunda CA ve CB’nin her ikisinin AB’ye eşit olduğu ortaya çıkmaktadır. “Aynı şeye eşit şeyler birbirlerine de eşittirler.” şeklindeki ilk aksiyom dolayısıyla CA ile CB de birbirine eşit olurlar. Dolayısıyla CA, AB ve BC’nin her üçü de birbirine eşit olurlar.

Netice: “ABC üçgeni bir eşkenar üçgendir ve verilen AB sonlu düz çizgisi üzerine inşa edilmiştir. Yapılması istenen de buydu.”

Neticede ortaya çıkan sonuç tikel olsa da sonlu düz çizgi sayısını ya da uzunluğunu ne kadar değiştirirsek değiştirelim yine aynı inşa ve ispat yoluyla birer eşkenar üçgen çizebileceğimiz için netice şu anlama gelmektedir: “Verili bir sonlu düz çizgi üzerine bir eşkenar üçgen inşa edilmiştir.”

Önerme sonlarına, şayet önerme bir problem ise bir inşa istendiği için “ὅπερ ἔδει ποιῆσαι” (yapılması istenen buydu), teorem grubuna giren önerme sonlarına ise, bir durumun ortaya çıkarılıp ispatı istendiği için “ὅπερ ἔδει δεῖξαι” (gösterilmesi/ispat edilmesi istenen buydu) şeklinde bir cümle daha eklenmektedir.¹²⁵ Bu cümleyle iddiada bizden istenenin yerine getirildiğini belirtilir. Proklos’a göre geometricinin netice sonuna eklediği bu cümleyle son ile başı (müntehâ ile mebdei) birleştirmesi Nous’un kendini açıp tekrar başladığı noktaya dönmesini taklit etmektedir.¹²⁶

Proklos’un buraya kadar belirttiği ve geometri bilimi için genellediği yapıya *Elemanlar*’ın I. Kitabındaki önermeler çoğunlukla uyuyor olsa da problemlerin bir kısmı ya da I. Kitap dışındaki teoremler çoğu zaman Proklos’un şemasının dışına çıkmaktadırlar. Örneğin Proklos’un da kabul ettiği üzere vaz’ ve tafsil adımları bazı önermelerde bulunmamaktadır.

¹²⁵ Latince *Elemanlar* geleneğinde problemlerin sonunda yer alan *quod erat faciendum* ve teoremlerin sonunda yer alan *quod erat demonstrandum* ifadelerinin hatalı birer tercüme olduğuna dair iddialar için bkz. Rodin, *Axiomatic Method and Category Theory*, 18.

¹²⁶ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid’s Elements*, 164.

İşin ilginç tarafı; Proklos'un bir önerme için hayati öneme sahip, olmazsa olmaz unsurlardan kabul ettiği *netice* adınının terkedildiği önermeler vardır.¹²⁷ Hatta geometri bilimi içinde yer alsa da *Elemanlar* dışındaki kimi kitaplarda *iddia* adınının bile atlandığı önermeler bulunmaktadır.¹²⁸ Son olarak özellikle problemlerin bir kısmında şema Proklos'un ortaya koyduğundan farklı bir şekildedir.¹²⁹ Bu da büyük ölçüde *Elemanlar*'ın derleme bir eser olmasından kaynaklanmaktadır.

İslam Dünyası'nda gelişen *Elemanlar* geleneğinde önermelere “الشكل/şekil” ismi verilir. Bu kullanım hem geometrik şekil hem de matematiksel ispat ya da teorem anlamlarına gelen Grekçe διαγραμμα kelimesinin kullanımıyla uyumludur.¹³⁰ Her bir şekil temelde iki amaca matuftur. Bunlardan biri “bilmek=ilm”, diğeri de “yapmak=amel” dir. Dolayısıyla bu ayrımı takiben önermeler de *ilmî* ve *amelî* şekiller olarak ikiye ayrılırlar. İlmî şekiller bir bilginin ortaya çıkarılmasıyla ilgilidirler. Neyrîzî bu tür *ilmî* şekillere örnek olarak, bir noktadan bir düz çizgiye eşit bir düz çizgi çizmeyi gösteren I.2'yi verir. Amelî şekiller ise bir şeyin çizimi anlamında amel ile ilgilidirler. Buna örnek olarak ise “iki üçgende birbirine karşılık gelen ikişer kenar ve her iki üçgende bu kenarlar arasında kalan açı birbirine eşitse üçüncü kenarların ve üçgenlerin birbirine eşit olduğunu” söyleyen I.4'ü verir. Buraya kadarki ayrım yukarıda zikredilen teorem-problem ayrımıyla örtüşür.

Elemanlar'ın amacı olarak kitabın bir “bilgi”yi sunduğu kabul edilmiş iken amelî şekiller sözkonusu olduğunda çizim yolunu göstermesi bir tutarsızlık gibi görüldüğünden dolayı bu noktaya açıklık getirilme

¹²⁷ Örneğin VII. Kitabın ilk üç önermesinde *netice* kısmı yoktur. Euclid, *Euclid's Elements of Geometry*, 195-98.

¹²⁸ Örneğin Arkhimedes'in *Küre ve Silindir* adlı eserinin I.23 önermesinde *iddia* bulunmaz. Heath, *The Works of Archimedes*, 30. İlgili bölümlerde görüleceği üzere İslam *Elemanlar* geleneğinde *iddia* adımları atlanmış çalışmalar hiç de az değildir. Ebherî de bu tutuma dâhil olarak *İslâh*'ta önermelerin iddialarını terketmiştir.

¹²⁹ Netz, “Proclus' Division of the Mathematical Proposition into Parts”, 294.

¹³⁰ Fowler, *The Mathematics of Plato's Academy*, 33. Kelimenin antik Grekçe metinlerdeki farklı anlamları ve kullanımları için bkz. Montanari, *The Brill Dictionary of Ancient Greek*, 483.

ihtiyacı hissedilmiştir. Neyrîzî'nin izahına göre *Elemanlar*'da yer alan amelî şekillerde de aslında amaç bilgi vermektir. Örneğin kitabın ilk şeklinde gösterilen bir eşkenar üçgen çiziminden maksat elle eşkenar üçgen çizme *san'atını* öğretmek değil, onun bilgisidir. Hatta bazı kişilerin bahsi geçen çizim işleminin nasıl yapılacağını bilmesine rağmen iş çizmeye gelince bunu başaramadıkları da görülmektedir. Dolayısıyla geometri bilimindeki işlemler, bilimler için öncüller mesabesinde. ¹³¹ Neyrîzî'nin amelî şekillere dair izahından anlaşıldığı üzere problemlerde ortaya atılan bir çizimi bizzat yapmak değil, onun çizilebildiğini ve kanıtlarıyla gösterilebildiğini bilmek yeterlidir. Yine aynı örnek üzerinden gidecek olursak; bir eşkenar üçgeni bizzat çizmekten ziyade, üç kenarı birbirine eşit üçgenin çizilebildiğini bilmek, daha sonraki problem veya teoremlerde veyahut da başka bilim dallarında öncül olarak kullanılabilmesini sağlamaktadır.

İlmî ve amelî şekil ayrımına İbnü'l-Heysem de *Hallu Muşkilâti Uklîdis* adlı eserinde işaret eder. İbnü'l-Heysem yeri geldikçe önermelerin *iddia* kısmını (İslam *Elemanlar* geleneğinde *mukaddime*) verdikten sonra problemler için “ هذا شكل عملي : Bu, amelî bir şekildir”, ¹³² teoremler için “ هذا شكل علمي : Bu, ilmî bir şekildir” ¹³³ ifadeleriyle önerme türüne işaret etmiştir.

Neyrîzî, bu ikili *ilmî* ve *amelî* ayrımına *vicdân* adı altında bir üçüncüsünün daha eklenmesinin teklif edildiğinden söz eder. “Bulmak” anlamına gelen bu kelime ile kastedilen, daha önceki önerme türlerindeki bilmek ve yapmaktan farklı olarak, bir şeyin varlığını göstermektir. ¹³⁴ Vicdânî

¹³¹ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:32; Saidan, *Hendesetu Uklîdis fî Eydin Arabiyyetin*, 83.

¹³² Problem türüne bir örnek olarak, bir noktadan verilen bir düz çizgiye eşit bir düz çizgi çizmenin yolunu gösteren I.2 önermesi için bu ifadeyi kullanır. Bkz. İbnü'l-Heysem, *Hallu Şukûki Uklîdis*, İstanbul Üni. Nadir Eserler Ktp. A.Y 800, 26b.

¹³³ Teorem türüne bir örnek olarak, bir üçgende daha büyük açının daha büyük kenarı gördüğünü ispat eden I.18 önermesi için bu ifadeyi kullanır. Bkz. İbnü'l-Heysem, *Hallu Şukûki Uklîdis*, İstanbul Üni. Nadir Eserler Ktp. A.Y 800, 53b.

¹³⁴ Vicdân kelimesi Neyrîzî *Şerh*inin Cremonalı Gerard tarafından yapılan klasik dönem Latince tercümesinde bulmak, keşfetmek gibi anlamlara gelen *inventum* kelimesi ile karşılanmıştır. Bkz. Cremonensis, *Anaritii in Decem Libros Priores Elementorum Euclidis Commentarii ex Interpretatione Gherardi Cremonensis*, 39. Modern Latince tercümesinde ise

şekillere örnek olarak da bir dairenin merkezinin bulunmasını gösteren III.1 önermesi örnek verilir. Bu önermede amacımız I.1’de olduğu gibi henüz elimizde olmayan bir eşkenar üçgen çizmek değil, bize verilen bir dairenin merkezini tespit etmektir. Zaten Neyrîzî de buna işaret ederek “Vidân ile amel arasındaki fark şudur: vidânın gayesi var olmayan bir şeyi ortaya çıkarmak değil, var (olduğu bilinen) bir şeye vukuftur.” demektedir. Vidânî şekillerin daha önceden kabul edilen ikili taksimdeki önerme türleriyle farkına değinmek yerinde olacaktır. Vidânî şekiller ile ilmî şekillerin farkı; ilmî şekillerde ortaya atılan iddia geçerliliğinin ispat öncesinde henüz bilinmemesidir. Örneğin bir üçgenin iç açıları toplamının iki dik açıya eşit olması (I.32) önerme ispatından önce bilinmemektedir. Fakat vidânî şekillerde durum böyle değildir. III.1 Şeklinde, tanımından dolayı zaten bir dairenin merkezinin varlığını biliriz. Yapmaya çalıştığımız şey bu merkezin yerini bulmaktır.¹³⁵ Her ne kadar kendi önerme tasnifinde yer vermese de Proklos bu tür önermelerin farkındadır. I.25’in hemen sonrasında gelen doğal sonucun açıklamasında doğal sonuç için kullanılan *porisma* (πόρισμα) teriminin bir anlamı olarak, inşa ya da teorem ispatı dışında, çözümü var olan bir şeyin keşfini gerektiren meselelere bu adın verildiğinden söz eder.¹³⁶

İslam *Elemanlar* geleneğinde önermenin kısımları konusunda Helenistik dönemde Proklos’un yaptığı taksimden küçük farklılıklar taşıyan iki taksim sözkonusudur.

Birinci (Yedili) Taksim:

muhtemelen Proklos etkisiyle *porisma* karşılığı verilmiştir. Bkz. en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:33. Çağdaş İngilizce tercümesinde ise vidân için “locating” kelimesi kullanılmıştır. Bkz. al-Nayrizi, *The Commentary of Al-Nayrizi on Book I of Euclid’s Elements of Geometry*, 101.

¹³⁵ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:32; Saidan, *Hendesetu Uklîdis fî Eydin Arabiyyetin*, 83.

¹³⁶ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid’s Elements*, 236.

Neyrîzî'nin *Elemanlar Şerhi* başta olmak üzere muhtelif kaynaklarda yedi adımlı bir taksimden söz edilir. Bu adımlar *haber*, *misâl*, *hulf*, *tertîb*,¹³⁷ *fasl*, *burhân* ve *tamâm*dır.¹³⁸ *Haber*, açıklamaları önceleyen ve onların ortaya çıkmasını sağlayan ifade kısmına verilen addır. Buradaki ifade olumlu ya da olumsuz olabilir. Görüldüğü üzere *haber* Proklos'un tasnifindeki *iddia* ile uyuşur. *Misâl*, haber kısmında verileni gösteren ve isteneni kendisi üzerinden ispatlamaya yarayan şekillerin yahut cisimlerin suretleridir. *Misâl* adımı Proklos tasnifindeki *vaz'* ve *tafsil* adımlarını bir arada içeriyor gibidir. *Hulf*, haberin tersi varsayılarak imkânsız bir şeye döndürülmesidir. *Hulf* adımı Proklos taksiminde yer almaz. Ayrıca bu adım görüleceği üzere problemlerde/amelî şekillerde değil teoremlerde/ilmî şekillerde kullanılan bir adımdır. *Tertîb*, adım adım işlemlerin bir araya getirilmesi, burhanı vermek üzere ifadelerin sıralanmasıdır. *Tertîb* adımı Proklos taksimindeki inşa adımına karşılık gelir. *Fasl*, mümkün *haber* ile imkânsız *haber*in birbirinden ayrılmasıdır. *Fasl* adımı tıpkı *hulf* adımı gibi, amelî şekillerde/önergelerde değil *hulfî* kıyasın uygulandığı ilmî şekillerde kullanılan bir adımdır. *Burhân*, haberin olumlu ya da olumsuz bir ifade olmasına göre, onun gerçekleşmesini sağlayan hüccettir. *Burhân* da Helenistik taksimdeki *ispat* adımıyla uyuşur. *Tamâm* ise bilginin bilinenle tamamlanmasıdır. Bu da daha önceki tüm adımların kendisi için sıralanıp düzenlendiği bilinmesi istenen şeydir. Son adım da Proklos tasnifinin son adımı olan *neticeyle* örtüşür. *Usûl'*ün bütün şekillerinde bu adımların kullanılmadığı da özellikle belirtilmiştir. Örneğin iki üçgende birbirine karşılık gelen ikişer kenar ve her iki üçgende bu kenarlar arasında kalan açı birbirine eşitse üçüncü kenarların ve üçgenlerin birbirine eşit olduğunu söyleyen I. Makalenin 4. Şeklinde sadece dört adım kullanılmıştır. Bunlar *haber*, *misâl*, *burhân* ve *tamâm*dır. Şekillerin pek çoğu bu dördüne *tertîb*in de eklenmesiyle beş adımda tamamlanmaktadır.

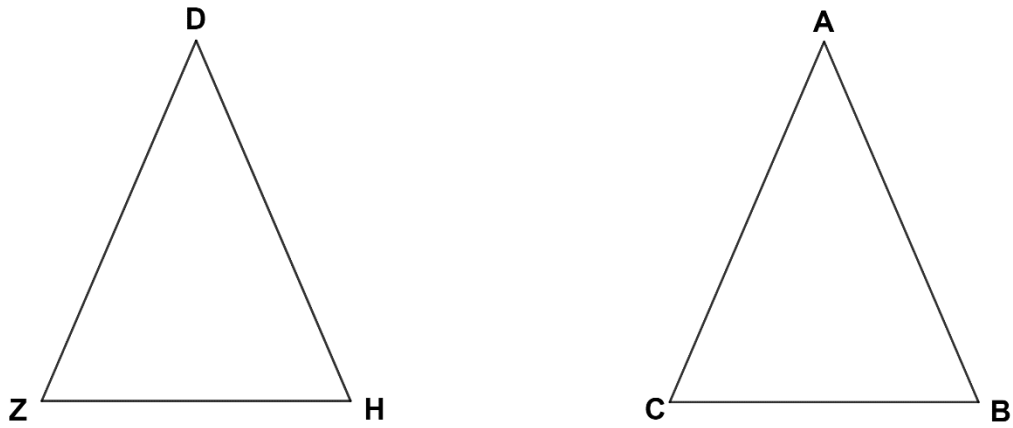
¹³⁷ *Tertîb* adımı bir yazma nüshada verilen tasnife göre *nazar* olarak da adlandırılır. Süleymaniye Ktp, Ayasofya 2457, 41b.

¹³⁸ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:7-8. Benzer ifadelerle el-Yakûbî, *Târîhu'l-Ya'kûbî*, 1:120.

Dikkat çekilen bir nokta da hiçbir şeklin altı adımda tamamlanmadığıdır. Çünkü yukarıda da geçtiği üzere hulf ve fasl adımları birbirini gerektiren unsurlardır.¹³⁹ Burada örnek gösterilen şeklin yapısını inceleyelim:

Haber: Bir üçgendeki iki kenar, diğer bir üçgende kendilerine karşılık gelen iki kenara eşitlerse ve bu düz çizgilerin (kenarların) çevreledikleri iki açı birbirlerine eşitse bir üçgenin tabanı diğer üçgenin tabanına, üçgen üçgene, geriye kalan ve karşılıklı olarak birbirlerine eşit kenarları gören açılar da karşılıklı olarak birbirlerine eşittir.

Misâl: ABC ve DHZ üçgenler olsun. Bir üçgendeki BA ve AC kenarları diğer üçgendeki HD ve ZD kenarlarına karşılıklı olarak yani BA kenarı HD'ye, AC kenarı DZ'ye eşit olsunlar. Derim ki: BC tabanı da HZ tabanına, ABC üçgeni DHZ üçgenine, geriye kalan ve karşılıklı olarak birbirlerine eşit kenarları gören açılar da yani ABC açısı DHZ açısına, ACB açısı DZH açısına eşittir.



Burhân: ABC üçgeni DHZ üçgeni üzerine yerleştirilir de AB kenarı DH kenarı üzerine konursa A noktası D noktası üzerine düşer. AC kenarı da ZD kenarı üzerine yerleşir. Çünkü BAC açısı EDZ açısına eşit olduğundan B noktası H noktası üzerine, C noktası da Z noktası üzerine düşer. Bu

¹³⁹ Önerme/Şekil unsurlarına dair bu ek açıklama ve örnek için bkz. BNF Arabe 2457, 52a.

durumda BC tabanı HZ tabanı ile çakışır ve ona eşit olur. Bunun sonucunda ABC üçgeni de DHZ üçgenine çakışır ve ona eşit olur. Geriye kalan ve karşılıklı olarak birbirlerine eşit kenarları gören açılar yani ABC açısı DEZ açısına, ACB açısı DZE açısına eşit olur.

Tamâm: Dolayısıyla bir üçgendeki iki kenar, diğer bir üçgende kendilerine karşılık gelen iki kenara eşitse ve bu düz çizgilerin (kenarların) çevreledikleri iki açı birbirlerine eşitse bir üçgenin tabanı diğer üçgenin tabanına, üçgen üçgene, geriye kalan ve karşılıklı olarak birbirlerine eşit kenarları gören açılar da karşılıklı olarak birbirlerine eşittir. Göstermeye çalıştığımız da bu idi.

Bu örnekte görüldüğü üzere I. Makalenin 4. Şeklinde yedi unsurun tamamı değil, yalnızca dördü yer almaktadır.

Bu ilk taksimin en ilginç yanı, bizzat Eukleides'e atfedilmesidir. Neyrîzî, *Şerhinde* açıkça "Eukleides dedi ki" ifadesiyle bu taksimi verir ve şerheder.¹⁴⁰ Diğer bir kaynak olarak Ya'kûbî, *Târîhinde* bunu destekler mahiyette Eukleides'in *Elemanlar*'a bu taksimi ortaya koyarak başladığını söyler.¹⁴¹ Bir diğer kaynak olarak matematik metnlerinin tek nüshalarını barındırması ve meşhur matematikçi Ebû Saîd Ahmed b. Muhammed es-Siczî'nin istinsahı olması dolayısıyla büyük önem atfedilen bir mecmuada bu taksim yer almıştır.¹⁴² Herhangi bir başlık ya da açıklama olmaksızın verilmiş olsa da taksimin yer aldığı cümle, hemen altında yer alan şerhinde Eukleides'e atfen açıklanmıştır. Öte yandan bazı özel işaretlerle ayrılan metin ve şerhin, metin kısmı takip edildiğinde *Elemanlar*'ın ilk tanımlarıyla karşılaştırılır. Dolayısıyla taksimin verildiği bu cümlelerin de Eukleides'e atfedildiği sonucuna varmak makul gözüktür. Son olarak aynı taksimin yer aldığı başka bir nüsha da bunun İshâk b. Yakub'un (el-

¹⁴⁰ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:6; Saidan, *Hendesetu Uklîdis fî Eydin Arabiyyetin*, 43.

¹⁴¹ el-Yakûbî, *Târîhu'l-Ya'kûbî*, 1:120.

¹⁴² Mecmua hakkında bkz. Bellosta, "The Specific Case of Geometrical Manuscripts Using The Example of Manuscript B.N. 2457 (Paris)".

Kindî?) *Elemanlar*'ın giriş bölümüne yaptığı *tercümeden* alındığını söyler.¹⁴³ Kanaatimce birbiriyle çok küçük farklar dışında aynı kabul edilecek ifadelerin kaynağı günümüze ulaşmayan ilk dönem tercümeleri, büyük ihtimalle Haccâc b. Yusuf tercümesidir. Bu mütercimmin tercümesine esas kabul ettiği Grekçe nüshada bu ifadeler bulunuyor olmalıdır.

İkinci (Altılı) Taksim:

İslam dünyasında gelişen *Elemanlar* geleneğinde önerme yapısının bir diğer tasnif de altı unsurdan oluşan taksimdir. Bu taksimin de içerik olarak aynı olsa da farklı ıstılahların kullanıldığı iki versiyonu vardır.

a) Neyrîzî/Haccâc İstılahları

Neyrîzî *Şerhinde* adımları gösterilen bu yapının terimleri şunlardır: 1- *Mukaddime*, 2-*misâl*, 3-*tafsîl*, 4-*amel*, 5-*burhân*, 6-*netîce*.

b) Sâbit İstılahları

İshâk-Sâbit tercümesi olarak bilinen tercümede gösterilen bu yapının terimleri ise şunlardır: 1- *Mukaddime*, 2-*misâl*, 3-*şerîta*, 4-*amel*, 5-*burhân*, 6-*netîce*.

Görünüşe göre ıstılahlardaki bir kelimelik bu ayrım, tercüme farkından kaynaklıdır. Dolayısıyla her iki taksimin de menşeyinin aynı olduğunu düşünebiliriz. Bu taksimin unsurlarının içerikleri hakkında sadece Neyrîzî *Şerhinde* bazı izahlar bulunur.

Mukaddime: *Elemanlar*'daki *mukaddime* mantık ıstılahında mantıkçıların açıklanacak şeyin *mevzû*'u dedikleri şeydir. Burada açıklanacak olan da *neticedir*. Esasen *Elemanlar*'da *mukaddime* ile *netice* aynı şeylerdir. Mesela "her üçgenin iç açıları toplamı iki dik açıdır" dediğimizde bu bir *mukaddime*dir ama aynı zamanda *neticedir*. Zira üçgenin üç açısının iki dik açıya eşit olduğunu ispat ettiğimizde ilk başta ortaya attığımız bu haberi

¹⁴³ "ليعقوب بن إسحق في ترجمة صدر كتاب أوقليس" Süleymaniye Ktp, Ayasofya 2457, 41b.

gerçekleşmiş oluruz ki bu da “her üçgenin iç açıları iki dik açıya eşit olduğu ortaya çıktı” şeklindeki sözümüzdür ve *neticedir*. Dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta da buradaki *mukaddime*, kıyasın bir parçası olan *mukaddime* (öncül) değil, bizi bilmek, yapmak ya da bulmak istediğimiz şeye götüren sözdür. Bu anlamda *mukaddimenin* içinde “verilen” ve “istenen” bulunur. Mesela I.1’de bize verilen düz çizgidir, istenen ise onun üzerine bir eşkenar üçgen çizmektir. *Mukaddimed*e verilen ile istenenin birlikte zikredilmesi gerekir.

Misâl: *Mukaddimed*e verilenin gözler önüne serilmesidir.

Tafsîl/Şerîta: *Misâl*de ortaya konanla aynı cinsten olmak kaydıyla *mukaddimed*e istenenin ayrıntılı olarak ifade edilmesidir. İspat ve inşa, *tafsîl/şerîta* adımı üzerine yapılır.

Amel: *Burhân* adımıyla ihtiyaç duyulan, ilmî şekiller için çizgi vb. şeylerin çizilmesi ve amelî şekiller için ise inşa edilmesi istenen şeylerin inşasının yapıldığı adımdır. Mesela I.1 şekli söz konusu olduğunda ispatlama için gerekli dairelerin çizimi ve eşkenar üçgenin kenarlarının çizilmesi bu adımda yapılır. *Amel* adımıyla yapılan işlemler, *mukaddimed*e ortaya atılan iddia ile birlikte ele alınıp ispat yapılır ve bu da bizi istenen *neticeye* götürür.

Burhân: Daha önceki tüm adımların toplanıp istenen şeyin ispatının yapıldığı adımdır. *Burhân* adımıyla ispatlar bazen akıldaki evvelî anlamlar ve tabiatı itibarıyla daha öncelikli şeyler kullanılarak yapılır. Bu bakımdan burhan demeye daha elverişli olan burhan türü budur. I.1’deki *burhân* adımı buna örnektir: I.1’in *amel* adımıyla çizilen birbirine eş dairelerin merkezlerinden çevrelerine uzanan düz çizgiler birbirlerine eşittirler. Bu ifade ortaya konduğunda istenen şey (üç kenarı birbirine eşit bir üçgen) ortaya çıkar, daire de üçgeni doğası itibarıyla önceler. Bazen de burhan istidlal yoluyla yapılır. Buna da bir üçgenin iç açıları toplamının iki dik açıya eşit olmasına yaptığımız ispattan yola çıkarak bir dörtgenin iç açıları toplamının dört dik açıya eşit olduğunu göstermeyi örnek

verebiliriz. Çünkü burada dörtgenin iç açıları toplamını bir dörtgenin iki üçgene bölünebilmesinden yola çıkarak ortaya koyarız. Dörtgen de doğası gereği üçgenden sonradır.

Netîce: *Mukaddime*ye dönülen adımdır. “Her üçgenin iç açıları toplamının iki dik açıya eşit olduğu ortaya çıkmıştır.” cümlesinde olduğu gibi, *mukaddime* ispat edildiği için “ortaya çıkmıştır” denerek kesin bir şekilde ifade edilir. Bundan dolayı ifadenin önüne *mukaddime*ye ek olarak “dolayısıyla” eklemekten başka herhangi bir işlem yapılmasına gerek duyulmaz. Her ne kadar Neyrîzî ilmî şekillerin sonuna “وذلك ما أردنا أن نبين” (Göstermek istediğimiz de buydu), amelî şekillerin sonuna ise “وذلك ما أردنا أن نعمل” (Yapmak istediğimiz de buydu) cümlelerinin eklendiğini söylüyor olsa da¹⁴⁴ ne kendi metninde ne de İslam dünyasında gelişen *Elemanlar* geleneğinde bu usul takip edilmemiştir.¹⁴⁵ Bunun tek istisnası Nesevî’nin (ö. 493/1100’den sonra) *Tecrîdu’l-Usûl* adlı eseridir. Nesevî hem *Elemanlar*’ın özgün metninde hem de Latince *Elemanlar* geleneğinde dikkatle takip edilen bu usulü ihmal etmemiş, her bir şeklin sonuna, ait olduğu önerme türüne uygun olarak bu ifadelerden birini eklemiştir.

İşte tam bir şekil bu altı adımın bir arada bulunmasıyla tamamlanır. Bazı şekiller, *amel* adımına ihtiyaç duyulmayan I.4’te olduğu gibi, beş adımdan oluşur. *Mukaddime* adımında *verilenin* zikredilmediği bazı şekiller de dört adımdan oluşur. Çünkü verilen zikredilmediğinde *misâl* ve *tafsîl* adımları düşer. Bu duruma I.7 şekli örnektir. *Burhân* ve *netîce* tüm şekillerde bulunan olmazsa olmaz adımlardır.¹⁴⁶

¹⁴⁴ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:32; Saidan, *Hendesetu Uklîdis fî Eydin Arabiyyetin*, 82-83.

¹⁴⁵ Neyrîzî’nin metnindeki bu tutarsızlığın sebebi, ilgili açıklamaların Simplicios’tan gelmesine rağmen özgün *Elemanlar* metninde neticede bu ifadelerin kullanılmamasından kaynaklanıyor olmalıdır.

¹⁴⁶ Neyrîzî’nin önerme adımlarını şerhi için bkz. en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:36-38; Saidan, *Hendesetu Uklîdis fî Eydin Arabiyyetin*, 84-85; Arnzen, *Abû l-‘Abbâs an-Nayrîzîs Exzerpte aus (Ps.-?) Simplicius’ Kommentar zu den Definition, Postulaten und Axiomen in Euclids Elementa I*, 57-59. Heiberg ve Saidan neşirlerinde okunamayan yerler ve yanlış okumalar bulunmaktadır.

Yukarıda açıklanan adımların tamamı olmasa da bir kısmına yapılan atıfların izi elimizdeki metinlerden sürülebilmektedir. Bu adımlara vurgu yapan ve işaret eden metinlere, yeniden üretilen her bir *Elemanlar* metninin müstakillen ele alınacağı başlıkta değinilecektir.

Yardımcı Önerme - İhtilaf-ı Vuku - Doğal Sonuç

Elemanlar içinde önermelerle ilgili karşılaşılan diğer yapılar da lemmalar, ihtilaf-ı vukular, doğal sonuçlardır.

Yardımcı Önerme/Lemma (λημμα) tabiri çoğunlukla başka bir önermeyi kurmak amacıyla kullanılan yardımcı önerme anlamında kullanılır. Lemmanın geometrideki özel anlamı ise “olumlamayı gerektiren önerme”dir. Bir teorem ya da problemde ispatlanmamış herhangi bir önerme öncül olarak kullanıldığında, şüpheyile yaklaşıldığı ve ispata muhtaç olduğu için ona *lemma* denir. İspata konu olması bakımından aksiyom ya da postulattan farklılaşır. Aksiyom ve postulatlar ispatlanmaksızın doğrudan öncül olarak kullanılırken lemmalar için ispat gereklidir. Lemmanın kendisi haddizatında bir problem veya teorem iken başka bir önermenin ispatında gerek duyulduğu için öncül olarak alınır. Elimizdeki *Elemanlar* edisyonunda X.14, X.17, X.22, X.29 (iki adet), X.33, X.54, X.60 önermelerinden önce ve X.41, XI.23, XII.2, XII.4, XIII.2, XIII.13, XIII.18 önermelerinden sonra toplamda 15 yardımcı önerme/lemma bulunmaktadır.¹⁴⁷ İslam *Elemanlar* geleneğinde lemma için *me'hûze* karşılığı verilmiş olsa da¹⁴⁸ günümüze ulaşan *el-Usûl* metinlerinde *me'hûze* başlığıyla herhangi bir önerme bulunmamaktadır. Bu kullanıma *Elemanlar* dışından bir örnek olarak Arkhimedes'in *Lemmalar* kitabı Sâbit b. Kurre tarafından *el-Me'hûzât* adıyla Arapça'ya tercüme edilmiştir.

İhtilâf-ı vuku (πτῶσις/ing. case), kullanılan noktaların, çizgilerin, düzlemlerin ya da cisimlerin konumlarının değişmesiyle insanın farklı

¹⁴⁷ X.9 ve X.19 önermelerinden önce yer alan lemmaların özgün olmadığı kabul edilmektedir. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements* Vol. 3, 31, 48.

¹⁴⁸ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:38; Saidan, *Hendesetu Uklîdis fî Eydin Arabiyyetin*, 85.

yolları olması durumunu belirtir. Bu durumlardaki değişikliklere genellikle ihtilâf-ı vuku tabiriyle işaret edilip çizilen şekillerde yapılan değişikliklerle gösterilir. Çünkü ihtilâf-ı vuku inşa/amel adımıyla ortaya çıkan bir değişikliktir. İlgili koşulların değişimine binaen çizimlerin değişmesi ile ispat da değişikliğe uğrar. Özgün *Elemanlar* metninde ihtilâf-ı vuku durumları dikkate alınmazken Helenistik dönemde yazılan şerhler ve İslam *Elemanlar* geleneğinde farklı durumlar için değişen ispatlar metinlerde yer bulmuştur.¹⁴⁹ Hatta ana metinlerde dikkate alınmayan ihtilâf-ı vuku durumları için müstakil risaleler kaleme alınmıştır.¹⁵⁰

Doğal sonuç (πόρισμα/ing. corollary), Eukleides'in *Porism*ler kitabındaki kullanımına benzer olarak belirli türdeki problemleri ifade eden bir terimdir.¹⁵¹ Fakat özel anlamıyla, başta bir iddiayla ileri sürülmediği hâlde, ispatlanan bir önerme sonucunda ispatı ek bir adıma ihtiyaç duymadan doğrudan ortaya çıkan diğer teoremler için kullanılan tabirdir. *Elemanlar*'da 28 tane doğal sonuç bulunmaktadır. İslam *Elemanlar* geleneğinde doğal sonuçlara *fâide* karşılığı verilmiş olsa da günümüze ulaşan metinlerde ayrıca *fâide* başlıkları bulunmaz, doğal sonuç ilgili önerme sonunda "buradan açığa çıkar ki (استبان منه)" ifadeleriyle verilir.

¹⁴⁹ *Islâh*'taki bir ihtilâf-ı vuku (I. Makale 2. Şekil) örneği için bkz. Chester Beatty Library, A3424, 4b.

¹⁵⁰ Celaleddin Devvânî'nin (ö. 908/1502) oğlu Es'ad b. Muhammed es-Sıddîkî, Tûsî'nin *Tahrîr*'de IV. Makale 1. Şekil'de yer vermediği farklı durumlara dair bi risale kaleme almıştır. *Risâle fi'l-hendese*, Süleymaniye Ktp., Ayasofya 2736.

¹⁵¹ Eukleides'in bu kitabı günümüze ulaşmamıştır. Pappus'un *Külliyatı* vasıtasıyla bazı parçalarından haberdar olduğumuz metin hakkında bkz. Hogendijk, "On Euclid's Lost *Porisms* and Its Arabic Traces".

2. ELEMENLAR'I YENİDEN YAZMANIN NİCE YOLU

Elemanlar üzerine İslam dünyasında yapılmış çalışmaların listesini veren kaynaklar elliye yakın eser zikretmektedirler.¹⁵² Bunlardan bir kısmı eserin belli bir bölümüne ya da belirli bir probleme odaklanmakta, bazıları ise metni bütün olarak ele alıp kendi yaklaşımları çerçevesinde *Elemanlar'*ı baştan sona yeniden yorumlamaktadırlar. Elemanlar üzerine ciddi bir yekün tutan bu eserlerin müellifleri de çalışmalarına tercüme, şerh, ıslah, telhis, tecrid, ihtisar, da'âvâ ve tahrir gibi isimler vermişlerdir. Bu bölümde, *Islâh'*a giden yolda *Elemanlar* üzerine yapılan ve bir bakıma *edisyon* kabul edebileceğimiz bütüncül çalışmalar ele alınacaktır. Bu değerlendirmeler yapılırken her bir çalışma üç açıdan değerlendirilecektir. Öncelikle esere bütüncül bir bakış atılarak Elemanlarla ve elbette eseri İslam dünyasına taşıyan tercümelerle hangi noktada ortaklaşıp farklılaştığı ortaya koyulacaktır. Daha sonra ilkeler-meseleler ayırımında ilkelerin ne şekilde kurgulandığı incelenecek, son olarak da tekil önerme/şekil yapılarının nasıl oluşturulduğu irdelenecektir. İlgili eserlerin bu yapısal analizlerinde *Islâh'*a muhtemel etkileri de değerlendirmeye alınacaktır.

2.1 İlk İntikal: Tercümeler

İbn Haldun'un tercüme edilen ilk eser olarak *Elemanlar'*ı işaret etmesi tarihî olarak doğru olmasa da metnin tercüme hareketlerinin başlarında Arapça'ya çevrildiği bilinmektedir. *Elemanlar'*ın Arapça'ya tercümesine

¹⁵² Kapp, "Arabische Übersetzer und Kommentatoren Euklids, sowie deren math.-naturwiss. Werke auf Grund des Ta'rikḤal-Hukamā' des Ibn al-Qiftī", 150-72; Kapp, "Arabische Übersetzer und Kommentatoren Euklids, sowie deren math.-naturwiss. Werke auf Grund des Ta'rikh al-Ḥukamā' des Ibn al-Qiftī II"; Kapp, "Arabische Übersetzer und Kommentatoren Euklids, sowie deren math.-naturwiss. Werke auf Grund des Ta'rikh al-Ḥukamā' des Ibn al-Qiftī"; Edward Bernard Plooj, *Euclid's Conception of Ratio*, 3-13; Sezgin, *Geschichte des Arabischen Schrifttums* [GAS], V:83-115.

dair klasik kaynaklarda birkaç farklı rivayet olsa da ikincil kaynaklarda bu anlatılardan Nedîm'inki (hatta onun da sadece birkaç cümlesi) yaygınlaşmış ve intikal süreci yalnızca bu pencereden yorumlanmaya çalışılmıştır. İlgili anlatı kısaca şu şekilde özetlenebilir: “Eukleides’in *Elemanlar*’ı ilkin Haccâc b. Yûsuf b. Matar tarafından Halife Harun Reşid için Grekçe’den Arapça’ya tercüme edilmiş, daha sonra bu tercüme gözden geçirilerek aynı mütercim tarafından bu sefer Halife Me’mûn’a ithafla yeni bir çeviri yapılmıştır. Mezkûr Halifelere atfen ilk tercüme Harunî, daha yaygın ikincisi ise Me’mûnî olarak bilinmektedirler. Daha sonra *Elemanlar*’ı dönemin meşhur mütercimlerinden İshâk b. Huneyn tercüme etmiş, ünlü matematikçi Sâbit b. Kurre de bu tercümeyi gözden geçirerek “ıslâh” etmiştir.”¹⁵³ Bu anlatının *Elemanlar*’ın alımlanış sürecine dair tek geçerli bilgi olarak kabul edilmesinin sebebi muhtemelen XIX. Yüzyıl sonunda Avrupa’da hız kazanan *Elemanlar*’ın modern edisyon çalışmalarıdır. 1880’lerde Heiberg tarafından *Elemanlar*’ın Grekçe tenkitli neşri yapılmış, bununla paralel olarak aynı yıllarda Klamroth İslam dünyasındaki “Arapça *Elemanlar*” üzerine makalesini yayımlamıştır.¹⁵⁴ Klamroth alana dair bu kurucu makalesinde Nedîm’in rivayetini esas kabul edip çözümlemelerini bu doğrultuda yapmıştır. XX. Yüzyılın başında Thomas Heath *Elemanlar*’a dair hâlen en önemli çalışma olarak kabul edilen eserini yayımlamış, bu kapsamlı ve ayrıntılı çalışmasının Arapça *Elemanlar* geleneğine ayırdığı bölümünde -Klamroth’a da atıfla- geleneği yine aynı rivayetten yola çıkarak yorumlamıştır. Diğer anlatılar Heath’in bu belirleyici eserinden sonra gölgede kalmışlardır. Elbette bu anlatının yaygınlaşmasının İslam tarihi içinden gelen kaynakları da bulunmaktadır. Mesela yazıldığı tarihten sonra geometri biliminde neredeyse tek başvuru kaynağı hâline gelen Tûsî’nin *Tahrîr*inde yalnızca iki versiyona “Sâbit nüshası” ve “Haccâc nüshası” isimleriyle atıf vardır. Öte yandan İslam dünyasında bu ilk döneme dair *Elemanlar* nüshalarının

¹⁵³ Yaygın anlatıya örnek için bkz. Hüseyin Gazi Topdemir, “Öklid”; Heath, *The Thirteen Books of Euclid’s Elements* Vol. 1, 75-76.

¹⁵⁴ Klamroth, “Ueber den arabischen Euklid”.

neredeyse tamamı kendilerini İshâk tercümesi-Sâbit ıslahı olarak tanımlarlar. Meşhur bibliyografya eserinde Kâtib Çelebi de yukarıdakiyle aynı olmasa da yakın bir anlatıyı, Nedîm'den iktibas ettiği açık ifadelerle aktarır.¹⁵⁵ Ancak birazdan görüleceği üzere bu anlatı *Elemanlar*'ın İslam dünyasına ilk intikalini ve daha sonra bu tercümelerden hareketle oluşan geleneği izahta yetersiz kalmaktadır. Kanaatimce gelenek içerisinde nüshaların kendilerini tek bir versiyona ait olarak beyan etmeleri ya da atıfların yalnızca iki tercümeyle yapılması bize bütün süreci değil tarihin eleğinden geçip geriye kalan metinleri gösterir. Ne olup bittiğini anlayabilmek için unutulmuş metinler, gölgede kalan anlatılar topluca ele alınmalıdır. Dolayısıyla metnin tercüme ve İslam dünyasında yeniden üretimine dair farklı ihtimallere ve çözümsüz noktalara ışık tutması açısından Nedîm'in *Fihrist*'te verdiği bilgiyi tam olarak aktarmakla birlikte alternatif anlatıları da burada zikretmekte fayda vardır. Antik mirasın İslam dünyasına aktarımına dair bilgi veren, bu kapsamda *Elemanlar*'ın tercümelerine değinin üç eserden; Nedîm'in *Fihristi*, İbnü'l-Kıftî'nin *İhbâru'l-ulemâsı*, son olarak da İbn Ebî Usaybia'nın *Uyûnu'l-enbâsında* *Elemanlar*'ın Arapça'ya intikaline dair verdikleri malumatı aktaralım.

Nedîm *Fihrist*'in Eukleides'e ayırdığı bölümünde Ustûşya'nın (Stoikheia=*Elemanlar*) Arapça'ya intikali ve üzerine çalışan isimlere dair şu bilgileri verir:

“Bu kitabı el-Haccâc b. Yûsuf b. Matar iki defa tercüme¹⁵⁶ etti. Birisi *el-Hârûnî* olarak bilinir ki ilk tercümedir. İkinci defa *el-Me'mûnî* olarak bilinen tercümeyi yaptı ve bu tercümeyle itimat edilir. *Elemanlar*'ı İshâk b. Huneyn de tercüme etti, bu tercümeyi Sâbit b. Kurre el-Harrânî *ıslâh* etti. Ebû Osmân ed-Dîmeşkî *Elemanlar*'dan makalelerin tercümesini yaptı. Bu tercümenin Onuncu Makalesini Musul'da Ali b. Ahmed el-İmrânî'nin kütüphanesinde gördüm.

¹⁵⁵ Kâtib Çelebi, *Keşfu'z-zunûn*, 1:138.

¹⁵⁶ Nedîm bu iş için “nakl” kelimesini kullanmıştır.

Heron *Elemanlar*'ı tefsir edip sorunlu yerlerini çözümledi ve en-Neyrîzî de şerh etti. İleride bahsi geçecek Kerâbîsî diye bilinen bir adamın da *Elemanlar*'a bir şerhi vardır. El-Cevherî'nin de *Elemanlar*'a baştan sona bir şerhi mevcuttur. Cevherî hakkında ileride bilgi vereceğiz. El-Mâhânî'nin Beşinci Makale'ye şerhi vardır.

Nazîf el-Mutetabbib (Allah onu yüceltsin) *Uklîdis*'ten Onuncu Makale'nin Rumcasını gördüğünü ve insanların şu an ellerinde mevcut olana göre kırk şekil fazla bulunduğunu -İnsanlarda bulunan nüshalarda 109 şekil vardır- ve onu Arapça'ya çevirmek¹⁵⁷ istediğini söyledi. Rahip Yuhanna, Sâbit'in Birinci Makale'de Yunanca aslında bulunduğunu iddia ettiği şekli gördüğünü anlattı. Nazîf de o nüshayı Yuhanna'nın kendisine gösterdiğini söyledi.

İlerde zikri geçecek Ebû Ca'fer el-Hâzin el-Horasânî'nin *Uklîdis Kitabı*'na şerhi vardır. Ebu'l-Vefâ'nın da bu kitaba tamamlayamadığı bir şerhi mevcuttur. İbn Râheveyh el-Errecânî diye bilinen bir zat da Onuncu Makale'yi tefsir etmiştir. Ebu'l-Kâsım el-Antâkî *Elemanlar*'ın tamamını tefsir etmiştir ve bu eseri yayılmıştır. Sened b. Ali de bu eseri tefsir etmiştir. Ebû Ali bu tefsirden dokuz makale ile Onuncu Makale'nin bir kısmını görmüştür. Ebu Yûsuf er-Râzî de Onuncu Makale'yi şerhetmiş ve metni İbnü'l-Amîd için zenginleştirmiştir."¹⁵⁸

Bir başka yerde yine Haccâc'ın *Mecistî* ve *Uklîdis*'i tercüme ettiğini söyler.¹⁵⁹

Görüleceği üzere Nedîm *Fihrist*'te *Elemanlar* üzerine yazılmış tercüme ve şerh pek çok eser zikreder. Öte yandan nispeten daha geç dönemde yazılmış olmasına karşın konumuza dair verdiği bilgi, kaynağı itibarıyla güvenilir sayılabilecek İbnü'l-Kıftî, Sâbit b. Kurre'nin *Kitâbu Uklîdis*'i bir defa *ıslâh* ettiğini ve bir defa da Arapça'ya tercüme ettiğini (ikinci ıslah),

¹⁵⁷ Nedîm burada ise "ihrâc" fiilini kullanmıştır.

¹⁵⁸ en-Nedîm, *el-Fihrist*, 2/1:208-9.

¹⁵⁹ en-Nedîm, 2/1:145.

bu iki *ıslâhtan* ikincisinin daha iyi olduğunu bildirir.¹⁶⁰ Sâbit b. Kurre'nin alt kuşak akrabalarından Ebû Ali Muhassin b. İbrahim b. Hilâl es-Sâbî'nin (4./10.yy sonu?) hattıyla yazılmış bir kaynaktan rivayet ettiği bu bilgiye göre Sâbit b. Kurre *Elemanlar*'ın hem mütercimi hem de düzenleyicisi konumundadır ve iki ayrı çalışması vardır. Eserin diğer bir yerinde de *Fihrist*'ten alıntılarla Nedîm'in anlatısını tekrarlar.¹⁶¹ İbn Ebî Usaybia'ya gelince *Uyûnu'l-enbâ*'nın birkaç yerinde *Elemanlar*'ın ilk tercümelerinden bahseder. İshâk b. Huneyn maddesinde onun *Kitâbu Uklîdis*'i ihtisar ettiğini söyler.¹⁶² Haccâc b. Matar'ın da *Elemanlar*'ı tercüme ettiğini, daha sonra bu tercümeyle Sâbit b. Kurre'nin *ıslâh* ettiğini söyler.¹⁶³ Daha başka biyo-bibliyografik kaynaklarda bu ilk tercümeler için farklı rivayetler de sözkonusudur. Mesela Safedî *el-Vâfi bi'l-Vefeyât*'ın Sâbit b. Kurre'ye ayırdığı maddesinde ve Kâtib Çelebi *Keşfu'z-zunûn*'un Eukleides'e ayırdığı maddesinde Sâbit'in Huneyn b. İshâk'ın tercüme ettiği *Elemanlar*'ı *ıslâh* ettiğini aktarırlar.¹⁶⁴

Eldeki tarihî veriler bu şekilde olsa da biraz yukarıda zikrettiğimiz gibi *Elemanlar*'ın Arapça tercümeleri üzerine yapılan literatür çalışmaları, başladığı 1881 yılından itibaren yaklaşık 100 yıl boyunca hep iki versiyonun varlığını kabul etmiştir: İshâk b. Huneyn'in tercüme ettiği ve Sâbit b. Kurre'nin *ıslâh*ı neticesinde ortaya çıkan versiyon (İshâk-Sâbit versiyonu) ve Haccâc tercümesi. Günümüze ulaşan nüshalardan hiçbiri kendini Haccâc'ın herhangi bir tercümesine izafe etmediğinden dolayı "Acaba Haccâc'ın tercümesi nasıldı?" sorusu hep gündemde olmuş, araştırmaların bir bölümü buna yoğunlaşmıştır.

Yeni nüshalar bulunup dil ve içerik açısından eldeki nüshalarla karşılaştırma yapılana kadar bu sorunun cevabı için referans alınabilecek elde yalnızca iki kaynak bulunmaktaydı. Bunlardan birisi a)Nasîruddîn

¹⁶⁰ İbnü'l-Kıftî, *Târîhu'l-Hukemâ*, 119.

¹⁶¹ İbnü'l-Kıftî, 64.

¹⁶² İbn Ebî Usaybia, *Uyûnu'l-enbâ*, 275.

¹⁶³ İbn Ebî Usaybia, 280.

¹⁶⁴ es-Safedî, *el-Vâfi*, 10:467; Kâtib Çelebi, *Keşfu'z-zunûn*, 1:138.

Tûsî'nin *Tahrîr*'inde Haccâc versiyonu hakkında verdiği bilgiler ve diğeri de b)Neyrîzî'nin *Şerhi* idi.

- a) Haccâc tercümesi için Nasîruddîn et-Tûsî'nin *Tahrîr*'inin kaynaklığı: Tûsî, *Elemanlar* üzerine kaleme aldığı *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb* adlı eserinde daha önceleri pek karşılaşılmayan bir özelliğe yer vermiştir. Eserin girişinde, makalelerde yer alan şekil sayılarında ya da sıralamasında ihtilaf olması durumunda "Sâbit nüshası" için kırmızı, "Haccâc nüshası" için siyah mürekkeple işaret ettiğini belirtir.¹⁶⁵ Metnin içinde ise yeri geldikçe "Bu şekil Haccâc nüshasında yoktur."¹⁶⁶ ya da "Bu şekil Haccâc nüshasında şu numaradadır."¹⁶⁷ şeklinde bilgiler verir.¹⁶⁸ Bu nedenle Tûsî'nin *Elemanlar Tahrîri* klasik literatürden Haccâc tercümesinin izinin sürülebileceği kaynaklardan biridir. Fakat tercümenin metnine, Haccâc'ın kullandığı ifadeler ve ıstıhlara dair herhangi bir bilgi vermediği için kaynaklığı sadece kitabın tertibiyle sınırlı kalmıştır.
- b) Neyrîzî *Şerhinin* kaynaklığı: Haccâc tercümesinin içeriğine dair eldeki diğer bir klasik kaynak da Neyrîzî *Şerhi* idi. Neyrîzî'nin *Elemanlar Şerhinin* girişinde bulunan ve *Şerh*'in ikinci Haccâc tercümesi (*Me'mûnî*) üzerine yazıldığına dair ifadelerden yola çıkarak ana metnin Haccâc tercümesi olduğu, Neyrîzî'nin de bu metin üzerine *Şerh* yazdığı kabul edilmekteydi.¹⁶⁹ Gerçekten de *Şerh*'in günümüze ulaşan kısmı Tûsî'nin Haccâc tercümesine dair işaret ettiği tertibe uygundu. Mesela I. Makale-45. Şekil metinde bulunmuyor, III. Makale-34. ve 35. Şekillerde bütün ihtilaf-ı vukular ele alınıyordu. Dolayısıyla bu *Şerh*, Haccâc tercümesinin literal içeriğine dair tek klasik kaynak olarak kabul görmüştü.

¹⁶⁵ et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 2b.

¹⁶⁶ Mesela I.45 bunlardan biridir. et-Tûsî, 21b.

¹⁶⁷ Mesela IX.14 bunlardan biridir. Tûsî Sâbit nüshasını takip eden kendi *Tahrîr*'inde 14. olan bu şeklin sonunda "Bu şekil Haccâc nüshasının 20. şeklidir." diye belirtir. et-Tûsî, 90a.

¹⁶⁸ Tûsî'nin iki nüsha farklarına ilişkin bilgi verdiği şekiller için bkz. De Young, "The Tahrîr Kitâb Uşûl Uqlîdis of Naşîr al-Dîn al-Tûsî: Its Sources", 6-7.

¹⁶⁹ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:4-6.

2.1.1 Modern Bulgular

Eldeki bu bilgileri ve ulaşabildiği iki nüsha üzerinden¹⁷⁰ İshâk-Sâbit tercümesini ilk defa 1881 yılında Klamroth değerlendirmiş, yeni bulgulara ulaşmış ve yeni iddialar ortaya atmıştı. Klamroth'un Haccâc ve İshâk-Sâbit tercümeleri hakkında daha sonraki çalışmalarda tartışmaya konu üç iddiası vardı. Öncelikle Neyrîzî *Şerhi*'nin girişini yorumlayarak Haccâc'ın ikinci tercümeyi, tam metni vermek yerine daha pedagojik gayelerle yaptığı ve bunu öğrenciler için hazırladığı sonucuna varmıştı. Bu sebeple Neyrîzî'nin *şerhe* esas aldığı bu ikinci tercümeyle özgün *Elemanlar* metninde bulunmayan nümerik örnekleri dâhil ettiğini iddia etmişti.¹⁷¹ İkinci olarak makalelerin baş taraflarındaki tanımlar ve şekillerin başlarındaki mukaddimelerde İshâk-Sâbit tercümesi ile Haccâc tercümesinin büyük oranda benzeştiğini gözlemlemiş ve buradan hareketle Haccâc tercümesinde var olan tanım ve mukaddimleri hendese geleneği içinde hâlihazırda yerleşik bulduğu için İshâk'ın bunları yeniden tercüme etmek yerine basitçe kopyaladığını iddia etmişti.¹⁷² Son olarak da Kopenhag nüshasında X. Makale sonundaki bir kayıttan yola çıkarak¹⁷³ İshâk'ın XI.-XIII. kitapları hiç tercüme etmediğini, Sâbit'in bunları Haccâc'ın tercümesinden alıp İshâk'ın eksik bıraktığı yere eklediğini düşünmekteydi.¹⁷⁴

Elemanlar'ın ilk tercümelerine dair bilinenler, ayrıntılı çalışmalar yapılana kadar yukarıda resmettiğimiz şekildedir. Fakat yeni nüshalar bulundukça

¹⁷⁰ Bu iki nüsha Oxford Üniversitesi Bodleian Kütüphanesi Thurston 11 (makale yazıldığı zamanki künyesi Oxford 279) ve Kopenhag Kraliyet Kütüphanesi Cod. Arab. 81 numarada kayıtlı nüshalardır.

¹⁷¹ Klamroth, "Ueber den arabischen Euklid", 309-11.

¹⁷² Klamroth, 311.

¹⁷³ İlgili kayıt ve tercümesi şöyledir: (تَمَّتْ المقالة العاشرة من كتاب أقليدس في الأصول نقل إسحاق بن حنين) وإصلاح ثابت ابن قرّة الحرّاني وهي آخر ما نقله إسحاق وأصلحه ثابت وينتونه نقل الحجاج بن يوسف بن مطر الوراق لبقيته من (الترجمة الثانية المهدّبة) (İshâk b. Huneyn tercümesi ve Sâbit b. Kurre el-Harrânî ıslâhı ile Eukleides'in *Usûl* üzerine kitabının Onuncu Makalesi tamamlandı. Bu makale İshâk'ın tercüme edip Sâbit'in ıslâh ettiği son makedir. Buradan sonra el-Haccâc b. Yûsuf b. Matar el-Verrâk'ın gözden geçirilmiş ikinci tercümesinden kalan kısım gelecektir.) Kopenhag Cod. Arab. 81, 151a.

¹⁷⁴ Klamroth, "Ueber den arabischen Euklid", 304-5.

hem veriler hem de yaklaşımlar değişti ve ortaya farklı bir resim çıktı. John William Engroff tarafından 1980 yılında tamamlanan ve *Elemanlar*'ın V. Makalesi'ni İshâk-Sâbit versiyonu üzerinden ele alan doktora çalışmasının bir kısmı *Elemanlar* etrafında gelişen literatür değerlendirmesi, özellikle ilk tercümeler üzerine yoğunlaşmıştı.¹⁷⁵ Engroff bu çalışmada 10 nüsha üzerinden yaptığı analizlerde Klamroth'un yukarıda zikredilen iddialarını yeniden değerlendirip eldeki nüshalar ışığında yeni yaklaşımlar önermişti. En önemli tespitlerini en başta söylemek gerekirse bunlar; a) Elimizdeki nüshalarda tek bir İshâk-Sâbit tercümesi değil iki ayrı grupta toplayabileceğimiz (Engroff bunları içerdikleri nüsha sayılarına göre dördü/“the four” ve altı/“the six” olarak isimlendirmiştir) iki ayrı versiyon bulunmaktadır. b) Haccâc tercümesi için en kuvvetli kaynak olarak görülen *Şerhinde Neyrîzî*, tercümeyle ana metin olarak doğrudan almamış, kendi cümleleriyle yeniden ifade etmiştir.¹⁷⁶ Hatta bazı yerlerde İshâk-Sâbit tercümesinden de alıntılar yapmıştır. Bu temel sonuçlar muvacehesinde Klamroth'un tartışmaya açtığı üç iddiayı da ele alan Engroff onları tadil veya reddetti. Haccâc tercümesinin talime dönük yapısından kaynaklanan, aritmetik kitaplarında nümerik misallerin verildiğine dair iddia, elimizdeki Neyrîzî *şerhinde* zaten aritmetiğe dair VII.-IX. Makalelerin bulunmayışı üzerinden temelsiz bulundu. Diğer yandan verilen az sayıdaki nümerik misalin de Haccâc'a mı yoksa Neyrîzî'nin *şerhte* kullandığı antik kaynaklara mı veyahut da bizzat kendine mi ait olduğunun belirsizliği bu iddiayı geçersiz kılıyordu.¹⁷⁷ Tanımlar ve şekil mukaddimelerine dair ikinci iddia da eldeki nüshaların tamamı incelendiğinde yanlışlanıyordu. Zira daha önce söylediğimiz üzere Klamroth İshâk-Sâbit tercümesine dair analizlerini Thurston 11 ve Kopenhag 81 üzerinden yapmaktaydı. Bu nüshalardan Thurston 11 birinci gruba (the four), Kopenhag 81 ise ikinci gruba (the six) aitti. Thurston 11 nüshası, aynı gruba ait diğer nüshalarla

¹⁷⁵ Engroff, “The Arabic Tradition of Euclid’s Elements: Book V”, 5-51.

¹⁷⁶ Engroff, 13-16.

¹⁷⁷ Engroff, 6-7.

birlikte incelendiğinde I.-VI. Makaleler arası, Neyrîzî *şerhinde* bulunduğu varsayılan Haccâc tercümesinden dil olarak oldukça farklıydı. Dolayısıyla İshâk-Sâbit tercümesinin tamamını şamil, İshâk'ın Haccâc tercümesini aynen kopyaladığına dair bir iddia geçersizdi.¹⁷⁸ XI. Makale ve sonrasını İshâk'ın hiç tercüme etmediğine dair iddia da aynı gruba dâhil diğer nüshalar tarafından yanlışlanmaktaydı. Çünkü ikinci gruba (the six) ait bir nüshada (Kopenhag 81) yer alan bu bilgi, aynı grubun nüshalarında bulunmamakta, aksine diğer nüshalar tercümeyi açıkça İshâk'a ya da sadece Sâbit'e nispet etmekteydiler. Dolayısıyla İshâk tercümesine ilişkin bu iddia daha farklı karinelerle desteklenmedikçe reddedilmeye mahkumdu.¹⁷⁹ Engroff'un bu çalışmasında en dikkat çekici yeni keşfi de incelediği nüshalardan birinde yer alan (Escorial Kütüphanesi, Derenbourg 907) Haccâc tercümesinden doğrudan yapılan alıntılar ve Haccâc tercümesine göndermelerdi.¹⁸⁰ Bu alıntı ve göndermeler *Elemanlar'*ın dört farklı yerinde bulunuyordu. Birinci yer, II. Makale'nin ilk dokuz şeklinin sonunda "el-Haccâc nüshası şöyle der" diye başlayan ve şeklin mukaddimesinin Haccâc tercümesinde nasıl ifade edildiğini aktaran ifadelerdir.¹⁸¹ İkinci yer, III. Makale'nin 24, 32, 34, 35 ve 36. Şekillerinin (Grekçe *Elemanlar'*da 25, 33, 35, 36 ve 37. Önergeler) sonlarındadır. İhtilaf-ı vuku bulunan bu şekillerde İshâk tercümesinde sadece bir durumun ele alındığını, Haccâc'ın ise bütün durumları ele aldığını aktaran ve bu ihtilaf-ı vukuların da ispatlarını yapan aktarımlardır.¹⁸² Üçüncü yer, VIII. Makale, 20. ve 21. Şekilleri (Grekçe *Elemanlar'*da 22. ve 23. Önergeler) müteakiben "el-Haccâc nüshasında buradakinden farklı bulduk" diye başlayan ve Grekçe *Elemanlar'*daki tarzda daha kısa ispat sunan kısımdır.¹⁸³ Dördüncü ve son yer de X. Kitap 66. Şekli (Grekçe *Elemanlar'*da 69. Önerme) takip eden "el-Haccâc

¹⁷⁸ Engroff, 8-9.

¹⁷⁹ Engroff, 9-10.

¹⁸⁰ Engroff, 13-19.

¹⁸¹ Escorial Kütüphanesi, Derenbourg 907, 16b-21a.

¹⁸² Escorial Derenbourg 907, 30b, 33a, 34b-36a.

¹⁸³ Escorial Derenbourg 907, 85b-86a.

nüshasında bu son üç şekil daha kısa ifade edilmiştir” diye başlayan ve ilgili şekillerin Haccâc tercümesindeki formlarını alıntıl原因an cümlelerdir.¹⁸⁴ Bunların dışında Escorial nüshasında Engroff’un doğrudan işaret etmediği ve Sâbit’e atfedilen pek çok müdahale de bulunmaktadır. Bunlar ilk tercümelerin niteliğine dair fikir vermesi açısından önemli müdahalelerdir. Sâbit b. Kurre’nin ağzından kimi yerde “Başka bir nüshada şöyle bulduk”,¹⁸⁵ kimi yerde “Yunanca bir nüshada buna şöyle başka bir ispat bulduk”,¹⁸⁶ kimi yerde ise “Bu şekli elimizdeki Yunanca nüshada bulamadık, Arapça nüshada bulduk”¹⁸⁷ şeklinde, Sâbit’in tercüme ya da *islâh* sürecinde nasıl çalıştığına dair fikir verecek malzemeyi barındırmaktadır.

Engroff’tan bir sene sonra, 1981’de Gregg de Young bu sefer *Elemanlar*’ın “aritmetik kitapları” olarak bilinen VII., VIII. ve IX. Kitapları üzerine aynı bölümde tamamladığı doktora çalışması ile tartışmayı bir seviye daha ileriye taşımıştır.¹⁸⁸ Bu çalışmada hem yeni nüshaların yardımı hem de eldeki metinlerin daha ayrıntılı incelenmesi sonucunda İshâk-Sâbit tercümesi olarak bilinen tercümeyle ait nüshaların esasında iki alt versiyon grubuna daha ayrılması gerektiği sonucuna ulaşmıştır. Engroff ve De Young’un nüsha incelemeleri konusunda birbirini tamamlayıcı ancak metin neşri olarak *Elemanlar*’ı kuşatmayan bu iki çalışması sonucunda ortaya çıkan resim, bu tarihten sonra tercümelere dair ana paradigmayı belirlemiş ve yeni karşılaşılan tüm durumlar bu paradigma etrafında yorumlanmıştır. İlgili yaklaşımın ana hatları şu maddelerde özetlenebilir:

- İshâk-Sâbit tercümesi olarak nitelendirebileceğimiz tek ve değişmez bir metin söz konusu değildir. Günümüze ulaşan nüshalarda iki ana grup ve

¹⁸⁴ Escorial Derenbourg 907, 122a-122b.

¹⁸⁵ Escorial Derenbourg 907, 18a, 32b.

¹⁸⁶ Escorial Derenbourg 907, 27b, 28a.

¹⁸⁷ Bu ifade çok küçük kelime farklarıyla aynı gruptaki nüshaların tamamında bulunmaktadır. Escorial Derenbourg 907, 93a-b; Uppsala Üniversitesi O Vet. 20, 100b; Bodleian Ktp. Thurston 11, 97b.

¹⁸⁸ De Young, “The Arithmetic Books of Euclid’s Elements in The Arabic Tradition: an Edition, Translation, and Commentary (v. I-II)”.

her ana grup altında ikişer alt grupta; toplam dört grupta toplayabileceğimiz metin ailelelerinden söz edebiliriz. De Young bu aileleri A ve B grubu olarak adlandırmaktadır.¹⁸⁹

- Bu metin aileleri birbirinden hem kullanılan ıstılahlar bakımından hem de makale içi tanım ve şekil tertibi bakımından ayrışmaktadırlar. Bu duruma misal olarak “daha büyük (sayı)”, “daha küçük (sayı)” ve “aralarında asal (sayılar)” terimlerini verebiliriz. A grubuna dâhil nüshalarda bunlar sırasıyla “ekser”, “ekall” ve “mütebâyin”¹⁹⁰ kelimeleri ile karşılanırken B grubuna dâhil nüshalarda “a‘zam”, “asgar” ve “evvel ‘inde’l-âhar” kelimeleri ile karşılanmaktadır.¹⁹¹ Makale içi tertip farkında ise VII. Makale’deki şekilleri misal verebiliriz. Mesela VII. 7 ile VII. 13 şekilleri arasında A grubu nüshaları Grekçe neşirle uyumlu ilerlerken B grubu nüshalarında bu şekillerdeki sıralama (Grekçe neşre göre) 10, 11, 7, 8, 12, 13, 9 olarak ilerlemektedir.¹⁹²
- Haccâc tercümesine ait özgün metnin nasıl olduğu konusunda Neyrîzî *Şerhi’*ne değil, bunun yerine eldeki nüshalarda Haccâc’dan yapılan alıntılara güvenilmesi gerektiği ortaya çıkmıştır. Zira Neyrîzî’nin *Şerhte* “Eukleides dedi ki (أوقليدس)” şeklinde yaptığı atıflar Haccâc tercümesinden doğrudan alıntı değil, hem Haccâc hem de Sâbit tercümelerine dayanan Neyrîzî’nin kendi ifadeleridir.

Bu temel çerçeve içerisinde kalınarak derinlemesine incelenen ya da yeni keşfedilen veyahut da başka bir açıdan tekrar değerlendirilen her yeni nüsha paradigmanın ayrıntılarında ufak değişikliklere yol açmıştır. Şimdi ilk tercümelere dair bu yeni bulgu ve yorumlara bakalım.

¹⁸⁹ De Young, “The Arithmetic Books of Euclid’s Elements in The Arabic Tradition: an Edition, Translation, and Commentary”, 27-28.

¹⁹⁰ De Young bu kelimeyi “mütebeyyin” (İngilizce transkripsiyonda *mutabayyin*) şeklinde hatalı okumuştur.

¹⁹¹ De Young, “The Arabic Textual Traditions of Euclid’s Elements”, 150.

¹⁹² De Young, 158.

2.1.2 Haccâc Nüshası Hakkında Bulgu ve Gözlemler

Tarihi kaynaklar ve günümüze ulaşan nüshalar ışığında *Mecistî*'nin de *Elemanlar*'da olduğu gibi, başka tercümelerin varlığıyla birlikte, Haccâc b. Yûsuf b. Matar ve İshâk b. Huneyn tarafından tercüme edildiği, daha sonra bu tercümenin de Sâbit b. Kurre tarafından *ıslâh* edildiği kabul edilmektedir.¹⁹³ *Elemanlar*'dan farklı olarak *Mecistî*'nin her iki tercümesinin de nüshaları günümüze ulaşmıştır. Bu tercümeler arasındaki farkları ortaya çıkaran belirleyici özelliklerden yola çıkarak aslında İshâk tercümesi ile Haccâc tercümesi arasında terminoloji açısından çok büyük farklar olmadığı, İshâk'ın tercüme yaptığı esnada Haccâc'ın tercümesinden istifadeyle bir metin tesis ettiği ortaya konmuştur.¹⁹⁴ Dolayısıyla *Elemanlar* tercümelerinde de Haccâc versiyonu ile Sâbit versiyonu arasında çok büyük farkların beklenmediği iddia edilmiştir.¹⁹⁵

Daha önce de ifade edildiği gibi Haccâc nüshası hakkında güvenilir tek veri kaynağı, Escorial Kütüphanesi'nde bulunan bir Sâbit nüshasında yer verilen doğrudan alıntılardır. Bu nüshanın ardından Rabat'ta keşfedilen iki nüsha daha Haccâc tercümesine dair yeni bilgi ve değerlendirmelere kapı açmıştır.¹⁹⁶ Hâlihazırda bulundukları konumlar (Fas, İspanya) ve yazı özellikleri dolayısıyla Endülüs coğrafyasında üretildikleri anlaşılan bu yazmaların her üçüne birden kısaca "Endülüs nüshaları" tabiri kullanılmıştır.¹⁹⁷ Sonradan keşfedilen bu iki nüsha da esasında tercümenin Sâbit versiyonuna ait olmasına rağmen Escorial nüshasında olduğu gibi Haccâc tercümesinden yapılan doğrudan alıntılara yer vermişlerdir.

¹⁹³ en-Nedîm, *el-Fihrist*, 2/1:215.

¹⁹⁴ Kunitzsch, *Der Almagest*, 132 vd.

¹⁹⁵ Kunitzsch, "Findings In Some Texts of Euclid's Elements (Mediaeval Transmission, Arabo-Latin)", 118-19; Lorch, "Some Remarks on The Arabic-Latin Euclid", 46.

¹⁹⁶ Rabat, el-Hizânetu'l-Haseniyye nr. 53 ve nr. 1100. Nüshaların katalog bilgileri için bkz. el-Hattâbî, *Fehârisu'l-Hizâneti'l-Haseniyye*, 3:29-31. De Young ikinci nüshanın demirbaş numarasını 1101 olarak belirtmiştir. De Young, "New Traces of The Lost Al-Hajjāj Arabic Translations of Euclid's Elements", 648; De Young, "Al-Hajjāj in the Andalusian Euclidean Tradition", 173.

¹⁹⁷ De Young, "New Traces of The Lost Al-Hajjāj Arabic Translations of Euclid's Elements", 648; De Young, "Al-Hajjāj in the Andalusian Euclidean Tradition", 173.

Endülüs nüshalarındaki bu alıntılar II. Makale'den başlayarak *Elemanlar*'ın muhtelif makalelerine dağılmış hâldedirler. Haccâc nüshasından yapılan ve metnin dört farklı yerinde bulunan bu alıntıların hangi kısımlarda yer aldığına biraz yukarıda değinilmişti. Fakat alıntılar ayrıntılı incelendiklerinde bunlardan yola çıkarak -en azından ilgili şekillerde- Haccâc ve Sâbit nüshaları arasındaki ıstılah farkları ortaya çıkarılmıştır. Mesela II. Makale'nin ilk dokuz şeklinin mukaddimelerinde Sâbit versiyonuna alternatif olarak Haccâc tercümesine ait cümleler verilmiştir. Bu şekillerdeki en dikkat çekici fark, Sâbit nüshasında iki düz çizginin oluşturduğu dikdörtgene “[... çizgilerin] çevrelediği dik açılı yüzey (السطح القائم الزوايا الذي يحيط بـ)” ya da eşit iki çizginin oluşturduğu yüzeye “kare (المربع)” tabirleri kullanılırken Haccâc nüshasından yapılan alıntılarda bunlara karşılık olarak sırasıyla “[... çizgilerin] çarpımıyla (darb) meydana gelen (الذي يكون من ضرب...)” ve “...çizginin tamamının kendisine çarpımıyla meydana gelen (الذي يكون من ضرب جميع الخط في نفسه)” ifadeleri kullanılmıştır.¹⁹⁸ Buradan hareketle *Elemanlar* geleneğine mensup eserlerden “çarpma/darb” ıstılahını tercih edenlerin doğrudan ya da dolaylı olarak Haccâc tercümesinden etkilendikleri rahatlıkla söylenebilir.¹⁹⁹ Öte yandan Endülüs nüshalarında III. Makale'nin 24, 32, 34, 35 ve 36. şekilleri (Grekçe neşirde 25, 33, 35, 36 ve 37) ile IV.5 şeklinde Haccâc nüshasından alınmış ihtilâf-ı vukûların öne sürdüğü durumlar ayrıntılı incelendiğinde, gelenek içinde üretilen metinlerin Haccâc tercümesi ile irtibat dereceleri anlaşılabilmektedir.²⁰⁰

Haccâc tercümesinin II. Makalesine ait olduğu düşünülen bir metin parçası da Fransa'da bulunmuştur.²⁰¹ Bu metin parçasında II. Makale'nin

¹⁹⁸ Escorial Derenbourg 907, 16b-21a arasında Haccâc nüshasından yapılan alıntılar görülebilir. De Young, “New Traces of The Lost Al-Hajjāj Arabic Translations of Euclid's Elements”, 649; De Young, “Al-Hajjāj in the Andalusian Euclidean Tradition”, 174.

¹⁹⁹ İlgili bölümde geleceği üzere Ebherî'nin *İslâh*'ı da “darb” terimini kullanmıştır.

²⁰⁰ Bu şekillerdeki ihtilâf-ı vukû yapılarının analizleri ve gelenek içinde irtibatlı olduğu bazı metinlere dair yorumlar için bkz. De Young, “New Traces of The Lost Al-Hajjāj Arabic Translations of Euclid's Elements”, 650-57; De Young, “Al-Hajjāj in the Andalusian Euclidean Tradition”, 174-77.

²⁰¹ Bibliothèque nationale de France, Persan 169, 102b-104b.

girişindeki tanımlar hariç tüm şekilleri, burhan kısımları olmaksızın yer almaktadırlar.²⁰² Metnin en dikkat çeken özelliği daha önce elde bulunan *tercüme* versiyonlarından farklı ıstılahlardır.²⁰³ Bu metin parçasındaki ıstılahlar Neyrîzî *Şerhi*'nin asıl metniyle değil ama bu *şerhi* içeren nüshanın derkenar kayıtlarıyla son derece uyumludur.²⁰⁴ Fransa'da bulunan fragman üzerine yapılan çalışmada gözden kaçan, bu metin parçasının Haccâc tercümesi ile doğrudan ilişkisini gösteren bir nokta yine Neyrîzî *Şerhi*'nin bu yegâne nüshası dikkatle incelendiğinde görülebilir. *Şerhin* II. Makalesinde karşılaştırmaya konu derkenarlar kırmızı mürekkeple yazılmışlardır. Bu kayıtların ilkinde (vr. 25a) derkanar hizasında yine kırmızı mürekkeple satır arasına yazılmış bir "Haccâcî" kaydı vardır. İslam yazma eser kültüründe metinle alakalı derkenar notları, yaygın olarak, notun alakalı olduğu kelime ya da kelime grubunun hizasına gelecek şekilde başlamakta ve bunun yanında kimi zaman ana metinde notun alakalı olduğu ifade üzerine bunu belirtecek bir işaret konmaktadır. Bu yazım usulüne göre müstensih kırmızı mürekkeple derkenara düşülen bu cümlelerin "Haccâcî" kökenine işaret etmiş olmalıdır ki metin parçasının Haccâc tercümesi ile ilişkisine dair yapılan çıkarımı güçlendirmektedir. Hatırlanacağı üzere Endülüs nüshalarında II. Makale'nin ilk dokuz şeklinde Haccâc tercümesinden yapılmış alıntılar bulunmaktaydı. Endülüs nüshaları ile metin parçası da büyük oranda benzeşmekte olsalar da dikdörtgenlerin ifadesi hakkında Sâbit nüshası ile Haccâc nüshası arasında Endülüs nüshalarında ortaya çıkan farka bir üçüncü ifade biçimi de bu nüsha ile eklenmektedir. Endülüs nüshalarında Haccâc'a izafetle "*darb*" tabirinin kullanıldığı yerlerde bu sefer "*telbîn*"

²⁰² Metnin Arapça dizgisi için Brentjes, "Textzeugen und Hypothesen zum arabischen Euklid in der Überlieferung von al-Ḥağğāğ b. Yūsuf b. Maṭar (zwischen 786 und 833)", 55-66; Almanca tercümesi için Brentjes, 67-70.

²⁰³ Fragmana ait terminoloji listesi, Haccâc tercümesinden parçalar barındırdığı düşünülen diğer nüshalarla ve Grekçe neşirle karşılaştırması için bkz. Brentjes, "Textzeugen und Hypothesen zum arabischen Euklid in der Überlieferung von al-Ḥağğāğ b. Yūsuf b. Maṭar (zwischen 786 und 833)", 71-84.

²⁰⁴ Brentjes, 70-71. Derkenarlar için Leiden Or. 399, 25a-33b; en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1900, 2/1:5-79.

tabiri kullanılmıştır.²⁰⁵ Bu durumda tarihi kaynaklarda iki farklı tercüme yaptığı bildirilen Haccâc'a nispet edilen iki farklı terminoloji karşımıza çıkmaktadır. “*Darb*” tabirinin kullanıldığı metin parçalarının Haccâc'ın ilk tercümesine, “*telbîn*” tabirinin kullanıldığı metin parçalarının ise Haccâc'ın ikinci tercümesine ait olduğu kabul edilmektedir.²⁰⁶

Endülüs nüshaları ve Fransa fragmanı dışında Haccâc tercümesine dair verilere Haydarabad, Hindistan'da keşfedilen iki anonim *şerh* nüshasında daha rastlanmıştır.²⁰⁷ Biri diğerinden kopya edilen ve X. Makale'de kesilen²⁰⁸ bu nüshalardaki alıntıların bir kısmı Endülüs nüshaları ile paralellik arzederken pek çoğu Haydarabad nüshalarına hastır.²⁰⁹ Diğer nüshalarda bulunmayan Haccâc alıntıları I. Makale'nin hem giriş kısmından hem de şekillerdeki muhtelif yerlerden, II, IV, V, VI, VII, VIII, IX ve X. Makalelerden yapılmıştır. İlgili alıntılarda Haccâc nüshasından alıntılar yanında İshâk tercümesi ile ıstıhlalarda ve makale içi şekil tertibinde farklılaştığı noktalara da atıflar yer almaktadır. Bu açıdan Haydarabad nüshaları *Elemanlar* tercümelerine dair zengin malzeme sunmaktadır.²¹⁰ Haccâc tercümesine dair yeni veriler ve İshâk tercümesi ile arasındaki farkları bilmek, tercümeler sonrası gelişen literatürde metinlerin hangi tercümeden ve ne ölçüde etkilendiğini tespit edebilmemiz açısından son derece önem arz etmektedir. Haydarabad nüshalarının keşfiyle şu ortaya çıkmıştır ki Haccâc tercümesi hem ıstıhlalar

²⁰⁵ Fransa'da bulunan fragman ile Endülüs nüshalarının karşılaştırması için bkz. Brentjes, “Varianten einer Haggag-Version von Buch II der Elemente”, 47-67.

²⁰⁶ Metinlerde kullanılan ıstıhlaların hangi Haccâc tercümesine ait olduğunun tespiti hakkında tartışmanın ayrıntıları için bkz. Brentjes, “Textzeugen und Hypothesen zum arabischen Euklid in der Überlieferung von al-Ḥağğāğ b. Yūsuf b. Maṭar (zwischen 786 und 833)”, 84-91.

²⁰⁷ Bu nüshalar Haydarabad, Oriental Manuscripts Library and Research Institute (Eski adıyla State Central Library), Riyazi nr. 2 ve Osmaniye Üniversitesi nr. 375'te kayıtlıdır. Nüshaların kısa tanıtımları için bkz. Gregg De Young, “The Arabic Version of Euclid's Elements by al-Ḥajjāj b. Yūsuf b. Maṭar: New Light on a Submerged Tradition”, 128-29.

²⁰⁸ Gregg De Young, 128.

²⁰⁹ De Young, “İshāq Ibn Ḥunayn, Ḥunayn Ibn Ishāq, and the Third Arabic Translation of Euclid's Elements”, 189.

²¹⁰ Haydarabad nüshalarında yer alan Haccâc tercümesine dair malzeme için bkz. Gregg De Young, “The Arabic Version of Euclid's Elements by al-Ḥajjāj b. Yūsuf b. Maṭar: New Light on a Submerged Tradition”, 130-62.

hem de şekil tertibi açısından tercümeler sonrası gelişen literatürde etkisiz olmamış, bilakis yaygın biçimde etkileri görülmüş bir *tercüme*dir. Bu etki Nasîruddîn Tûsî'nin İslam dünyasında *Elemanlar* ve hatta belki tüm matematik bilimler sözkonusu olduğunda temel başvuru kaynağı olan *mutavassîtâtı* ve *mutavassîtât* içinde bulunan *Tahrîr*'inden sonra kırılmıştır.²¹¹

Haccâc tercümesine dair önceki yaklaşım ve bilgileri geliştirecek veriler sunan son nüsha da Bombay, Hindistan'da keşfedilmiştir.²¹² İlgili yazma Haccâc veyahut da Sâbit versiyonlarından herhangi bir *tercüme* nüshası değil, *Elemanlar* geleneğine ait *tercüme* ve *şerh*lerden derlenmiş bir nüsha özelliği göstermektedir. Fakat içerdiği veriler itibarıyla sadece *tercümelere* değil, ilk dönem Arapça *Elemanlar* geleneğine ve hatta Grekçe *Elemanlar* geleneğine dair bilgiler sunmaktadır. Bombay nüshasının derkenarlarında ve satır aralarında Sâbit'e ve Neyrîzî'ye atfedilen eklemeler ve anonim açıklamaları barındırdığı için ana metnin bunların dışında birine ait olduğu düşünülmektedir. Nüshadaki anonim açıklamalar ise Kindî'den kalan metin parçalarıyla benzerlik arz etmektedir. Daha önce bulunan nüshalarda Haccâc *tercümesi* ile ilgisi gösterilmiş olan "telbîn" ıstılahı (VII. Makale'ye kadar) derkenar notlarında değil ana metindedir.²¹³ Nüsha IX.29'da kesilmektedir. Karakteristik olarak ispat sonlarında yer alması gereken *netîce* cümleleri bulunmamaktadır. Dikkat çekici biçimde I. ve II. Makale sonlarında hatimeler, I. Makale başında iki farklı giriş ve II. Makale başında tanımlardan ayrı olarak bir giriş bölümü vardır. Bu sayılan özellikler ayrıntılı incelendiğinde nüshanın en az 4 farklı kişinin elinden çıkan farklı metinleri içerdiği düşünülmektedir. 1) I. Makale'nin ikinci girişini yazan, muhtemelen antikiteden bir kişi, 2) I. ve II. Makaledeki tanımlar, postulatlar ve aksiyomlar ile II. Makale girişi ile sonuç bölümünü yazan, Haccâc'ın çağdaşı bir veya iki kişi, 3) I.

²¹¹ Gregg De Young, 163.

²¹² Nüshanın tam künyesi Mumbai, Molla Firuz R.I.6'dır. Brentjes, "An Exciting New Arabic Version of Euclid's Elements".

²¹³ Brentjes, 174.

Makale'nin ilk giriři ile sonucunu yazan, İřhâk'ın *tercümesini* bitirdiđi ve Kusta b. Luka'nın XIV ile XV. Makaleleri tercüme ettiđi yıllarda yařayan bir kiři ve 4) Nüshadaki bütün dokuz makalenin derkenar ve satır aralarına eklemeler yapan, Neyrîzî'nin çağdařı bir veya daha fazla kiři.²¹⁴ Ana metin hariç diđer eklemeler, *Elemanlar* geleneđinde üretilmiř Haccâc harici tercüme ve řerhlerden alıntılar iđerdiđine göre ana metnin Haccâc ile ilgili olması kuvvetle muhtemeldir. Nüshadaki tüm ekleme ve müdahaleleri çıkardıđımızda ortaya çıkan bu metin Haccâc'ın ikinci *tercümesinin* -dođrudan olmasa bile- en yakın ve en hacimli örneđidir.²¹⁵

Haccâc *tercümesine* dair metin olarak bize bilgi sađlayan bu nüshalar haricinde deđinilmesi gereken bir diđer nokta da řekillerde ispatı yapılan önermelerin üzerinde gösterildiđi çizimlerin hususiyetleridir. *Elemanlar* geleneđine mensup nüshalardan bazılarında bu çizimlerin alternatifleri verilmiř ve Haccâc'a nispet edilmiřtir.²¹⁶ Bu alternatif çizimlerde Haccâc *tercümesini* ayırt edici olarak üç özellik göze çarpmakta ve aritmetik konular ile oran-orantı teoremlerinin iřlendiđi makalelerde (V.-X. Makaleler arası) karřımıza çıkmaktadır. Bu farklardan birincisi, Sâbit *tercümesi* ile irtibatlı nüshalarda çizimler (bir sayı gösterilmek istendiđinde düz bir çizgi řeklinde yapılır) dikey konumda iken Haccâc *tercümesinde* yatay konumdadırlar. İkinci olarak Sâbit *tercümesi* ve bu *tercüme* ile irtibatlı çalışmalarda her bir sayı genellikle tek harften ibaret bir çizgi ile gösterilirken Haccâc *tercümesinde* sayılar iki ucuna harf tayin edilmiř birer düz çizgi olark gösterilir. Son ve en önemli fark da Sâbit *tercümesinde* sayıları temsil eden çizgiler için asla nümerik bir sayı deđerı tayin edilmezken Haccâc *tercümesinde* oran-orantı hesaplamalarını

²¹⁴ Brentjes, 182-87.

²¹⁵ Brentjes, 195.

²¹⁶ Haccâc *tercümesine* nispet edilen çizimlere sahip nüshalardan Bayerische Staats Bibliothek Cod. Arab 2697 ve Princeton University Library, Yahuda 4848 künyesini taşıyanlar keřfedilmiř ve bir dizi arařtımaya konu olmuřlardır. De Young, "Diagrams in the Arabic Euclidean Tradition"; De Young, "Diagram Numbers in Medieval Manuscripts of Euclid's Elements"; De Young, "Editing a Collection of Diagrams Ascribed to al-Ĥajjāj: An Initial Case Study".

kolaylaştıracak şekilde her bir sayıyı temsil eden çizgi için sayısal değerler atanmıştır.²¹⁷

2.1.3 Sâbit Nüshası Hakkında Bulgu ve Gözlemler

Haccâc nüshasından farklı olarak, elimizde kendisini İshâk-Sâbit *tercümesine* nispet eden pek çok nüsha bulunmaktadır. Ancak maalesef mesele nüshaların zahriyelerine bakıp verilen hükümler kadar basit değildir. Sâbit nüshası üzerine yapılan nitelikli ilk araştırmalarda farkedildiği üzere İshâk-Sâbit versiyonu olarak bilinen metinler birbiriyle oldukça önemli farklar içermektedir. Bunların bir dizi çalışma sonunda iki ana grup ve her grubun altında ikişer alt grupta toplandığından biraz yukarıda bahsedilmiştir.²¹⁸ Ortaya çıkan bu durum yeni nüshalar ayrıntılı ele alındıkça daha da giriftleşmiş, tarihi kaynaklardan gelen yaygın anlatıya ciddi şüpheler iras etmiştir. İlk olarak bahsi geçen gruplandırmalar daha da ayrıntılı alt gruplara ayrılmıştır. Nüsha grupları arasındaki farklar makro ve mikro farklar olarak ayrılabilir. Makro farklar tanımların birleştirilmesi, farklı terminolojilere yer verilmesi, tanımları ve önerme tertibinin yeniden düzenlenmesi, ispatların çeşitlendirilmesi veya değiştirilmesi gibi basit dipnotlarla gösterilmeyecek metin varyasyonlarıdır. Bu tür makro farkların izi V-X. Makaleler arası sürülmüştür. Mikro farklar ise küçük metinsel varyasyonlar ile farklı okumalardan kaynaklanan, dipnotlarla gösterilebilecek değişikliklerdir.

²¹⁷ Haccâc *tercümesinden* kalan ya da başka bir ihtimalle okurların işini kolaylaştırma gayesiyle -eserin aslında bulunmayan- sayısal değer atamaları bazı *Tahrîr* nüshalarında da karşımıza çıkmaktadır. Tespit edebildiğim kadarıyla Süleymaniye Ktp., Fatih 3440, Kılıç Ali Paşa 675, Turhan Sultan 217, Köprülü Kütüphanesi Fazıl Ahmed Paşa 927 ve 929, Nuruosmaniye Ktp. 2929, Ragıp Paşa Ktp. 915, Beyazıt Yazma Eser Ktp. Beyazıt Umumi 4530, Veliyüddin Efendi 2323 numaralarda kayıtlı *Tahrîr* nüshalarında bu şekilde sayısal değerler mevcuttur.

²¹⁸ Engroff'un bu grupları "dörtlü" ve "altılı" olarak, De Young'un ise "Sâbit A" ve "Sâbit B" olarak tasnif ettiğinden bahsedilmiştir. Hem yeni nüshaların bulunmasıyla sayılardaki değişme hem notasyona daha uygunluk hem de literatürdeki yaygınlık açısından ikinci tasnifi kullanmayı tercih ediyorum.

Bu farklar ele alındığında eldeki nüshalarla aşağıdaki tabloda gösterilen gruplandırma ortaya çıkmaktadır.²¹⁹

Metin Aileleri	Nüshalar
A-1	Escorial 907 Rabat 1101 Rabat 53
A-2	Chester Beatty 3035 Meclis-i Şûrâ 200 Arshi 3656
A-3	Kopenhag 81 Fatih 3439
B-1	Cambridge 1075 Huntington 435
B-2	Uppsala 20 Thurston 11
Bağımsız	St. Petersburg C 2145
Herhangi bir gruba aidiyeti tespit edilecek kadar ayrıntılı incelenmemiş	De Beer 8 Melik 3586 Kastamonu 73

Uzmanlar arasında ihtilaf edilen ana meselelerden biri İshâk-Sâbit *tercümesinin* Haccâc *tercümesi* ile ilişkisidir. Haccâc *tercümesinden* gelen veriler, İshâk-Sâbit *tercümesinin* en az bir grubunun, tarihsel olarak daha önce ortaya çıkan Haccâc *tercümesiyle* ilişkili olduğunu ortaya

²¹⁹ 2004 yılında ortaya konan bu tasniften sonra bulunan nüshalar tabloda yer almamaktadır. De Young, "The Latin Translation of Euclid's Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission", 315.

çıkarmıştır. İlk görüş ayrılığı, ıstılahlar ve makale içi tertipte hangi grubun Haccâc tercümesi ile doğrudan ilgili olduğu konusundadır. De Young Sâbit B grubunun Haccâc ile ilgisinin olduğunu iddia ederken, Kunitzsch Sabit A grubunu Haccâc *tercümesi* ile ilişkilendirir.²²⁰

Sâbit nüshasına dair bir diğer temel tartışma konusu, tercüme ve ıslâh süreçlerine dair yaygın kanaatin sorgulanmasını netice veren, ıslâhını Sâbit b. Kurre'nin yaptığı tercümenin kimin tarafından yapıldığıdır. Bilindiği gibi yaygın anlatı tercümenin İshâk b. Huneyn tarafından yapıлып bunun Sâbit b. Kurre tarafından ıslâh edildiğidir. Eldeki nüshaların terminolojik ve tertibî farkından sarf-ı nazar, sadece üzerlerindeki kayıtlar dikkate alındığında bile durumun bu kadar net olmadığı ortaya çıkmakta, buna bir de çelişkili tarihî rivayetler eklendiğinde tercüme sayıları ve mütercimlerin kimlikleri bulanıklaşmaktadır. Meseleyi biraz daha ayrıntılandırmak nüshalarda tercüme ve ıslâha dair kayıtları ortaya koymaktan geçmektedir.

Kopenhag Kraliyet Kütüphanesi Cod. Arab. 81'de kayıtlı ve V. Makale ile başlayan nüshada, X. Makale'ye kadar her makale başında, ilgili makalenin "İshâk'ın nakli, Sâbit'in ıslâhı" olduğu belirtilir. Ancak hem bu nüshada hem de Süleymaniye Kütüphanesi, Fatih 3439 nüshasında X. Makale bitiminde şu kayıtlar yer alır:

Kopenhag Kraliyet Kütüphanesi Cod. Arab. 81, 151a:

تَمَّتْ الْمَقَالَةُ الْعَاشِرَةُ مِنْ كِتَابِ أَفْلَيْدِسَ فِي الْأُصُولِ نَقْلَ إِسْحَاقَ بْنِ حَنْبَلٍ وَإِصْلَاحَ ثَابِتِ بْنِ قُرَّةَ الْحَرَّانِيِّ وَهِيَ آخِرُ مَا نَقَلَهُ إِسْحَاقُ وَإِصْلَاحَهُ ثَابِتٌ وَيَتْلُوهُ نَقْلَ الْحَجَّاجِ بْنِ يَوْسُفَ بْنِ مَطَرٍ الْوَرَّاقَ لِبَقِيَّتِهِ مِنَ التَّرْجُمَةِ الثَّانِيَةِ الْمَهْدَبَةِ (İshâk b. Huneyn tercümesi ve Sâbit b. Kurre el-Harrânî ıslâhı ile Eukleides'in Usûl üzerine kitabının Onuncu Makalesi tamamlandı. Bu makale İshâk'ın tercüme edip Sâbit'in ıslâh ettiği son makaledir. Bunu el-

²²⁰ Kunitzsch, "Findings In Some Texts of Euclid's Elements (Mediaeval Transmission, Arabo-Latin)", 117; De Young, "The Latin Translation of Euclid's Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission", 327.

Haccâc b. Yûsuf b. Matar el-Verrâk'ın gözden geçirilmiş ikinci tercümesinden kalan kısım takip edecektir.)

Süleymaniye Ktp. Fatih 3439, 46a:

تَمَّتْ الْمَقَالَةُ الْعَاشِرَةُ وَهِيَ آخِرُ مَا نَقَلَهُ إِسْحَقُ بْنُ حَنْيْنٍ وَأَصْلَحُ ثَابِتُ بْنُ قَرَّةَ الْحَرَائِي وَمَا بَعْدَهَا نَقَلَ الْحَجَّاجُ
(Onuncu Makale tamamlandı. Bu makale İshâk'ın tercüme edip Sâbit'in ıslâh ettiği son makaledir. Onuncu Makale'den sonrası el-Haccâc b. Yûsuf b. Matar el-Verrâk'ın gözden geçirilmiş ikinci tercümesidir.)

Birbirine yakın bu iki kayıt doğru kabul edilecek olduğunda, İshâk'ın *tercüme* edip Sâbit'in ıslâh ettiği kısım X. Makale ile tamamlanmakta, geri kalanın tamamı Haccâc'ın ikinci *tercümesine* dayanmaktadır. Kopenhag nüshasında ayrıca bununla birlikte XI.-XIII. Makalelerin her birinin başlangıcında makalenin Haccâc'ın ikinci tercümesi olduğu belirtilir. Fatih nüshasında durum biraz daha farklıdır. V. Makale sonunda "Huneyn b. İshâk'ın nakli" olduğuna dair ifade ve VII. Makale'nin 13. Tanımının başında (aralarında asal sayıların tanımı) "Sâbit'in ıslâhından" şeklinde ek bilgi bulunur.

Tahran, Milli Melik 3586 nüshasında ise bu iki nüshayı bir ölçüde destekleyecek şekilde X. Makale sonuna kadar her bir makale sonunda ilgili makalenin İshâk tercümesi ve Sâbit ıslâhı olduğu belirtilirken son üç makalede herhangi bir mütercim ismi verilmeden sadece Sâbit'in ıslâhı olduğu söylenir.

Tahran, Meclis-i Şûrâ Kütüphanesi 200 ve Rampur Raza Kütüphanesi, Arşi 200'de kayıtlı nüshalarda I. Makale girişinde tercümenin Huneyn b. İshâk tarafından, ıslâhın Sâbit tarafından yapıldığı ifade edilmektedir. İstinsah hususiyetleri incelendiğinde Tahran Meclis-i Şûrâ 200 nüshası doğrudan ilk sayfaları eksik Dublin Chester Beatty, 3035 künyeli

nüshadan istinsah edildiği bilindiği için²²¹ bu iki nüshaya Chester Beatty nüshası da eklenebilir.

Escorial Kütüphanesi, Derenbourg 907 ve Rabat 1101 nüshalarında makale başlarında veya sonlarında herhangi bir mütercim ismi geçmezken aynı nüsha ailesinden Rabat 53 nüshasında II. Makale başında mütercim olarak Huneyn'in ismi zikredilmektedir. Öte yandan metin içinde Sâbit'in ağzından "başka Yunanca nüshalardan" tercüme edilip metne eklenen²²² ya da yapılan mukabelede Yunanca nüshada bulunamayan²²³ şekiller yer almaktadır.

Cambridge Üniversitesi Kütüphanesi, Add. 1075 nüshasında bütün makale sonlarında "Sâbit'in ıslâhı" ifadesi bulunurken mütercim olarak sadece bir yerde (II. Makale sonu) İshâk'ın adı anılmaktadır. Öte yandan De Young'un tasnifine göre aynı alt gruba ait diğer bir nüsha olan Oxford Üniversitesi, Bodleian Kütüphanesi, Huntington 435 nüshasında ise mütercim olarak I. Makale sonunda, II. Makale'nin hem başında hem sonunda ve III. Makale'nin başında Huneyn ismi verilir. IV.-VI. Makaleler arasında herhangi bir mütercim adı zikredilmezken her üç makalenin baş ve sonlarında Sâbit ıslâhı olduğu belirtilir.

Yeni Zelanda, Dunedin Otago Üniversitesi, De Beer Koleksiyonu 8 numarada kayıtlı nüshada I. Makale sonuyla II. Makale başında herhangi bir mütercime atıf yapılmaksızın metnin Sâbit ıslâhı olduğu söylenir. II. Makale sonunda ise tercümenin İshâk tarafından, ıslâhın Sâbit tarafından yapıldığı bu sefer açıkça belirtilir.

İshâk-Sâbit geleneğine atfedilen yazmalar hakkında maddeler hâlinde genel bir değerlendirme yapılacak olursa 1) 3 nüsha kendini herhangi bir

²²¹ Chester Beatty nüshasında mürekkebin dağıldığı ya da zarar gördüğü yerler Tahran Meclis-i Şûrâ nüshasında zaman zaman yanlış istinsah edildiği için bu sonuca varılmıştır. De Young, "İshâq Ibn Hunayn, Hunayn Ibn Ishâq, and the Third Arabic Translation of Euclid's Elements", 193.

²²² Escorial Ktp. Derenbourg 907, 27b, 28a.

²²³ Escorial Ktp. Derenbourg 907, 93a.

mütercime izafe etmez. 2) 4 nüsha mütercim olarak sadece İshâk b. Huneyn ismini verir. 3) 3 nüsha hem İshâk b. Huneyn, hem de babası Huneyn b. İshâk'ı mütercim olarak zikreder. Bu dört nüshadan biri hariç (Bodleian, Hunt. 435) hiçbirinde baba-oğulun ismi birlikte geçmez. 4) 1 nüshada mütercim olarak hem İshâk hem Huneyn hem de Sâbit'in isimleri verilir. 5) 1 nüshada mütercim olarak hem İshâk hem Huneyn hem de Haccâc görünür. 6) 1 nüshada da tercüme İshâk ve Haccâc'a atfedilir. Elhasıl; Huntington 435'teki çoklu atıflar haricindeki 13 nüshanın dokuzunda İshâk'ın, altısında Huneyn'in adı mütercim olarak belirtilir.²²⁴

Yaygın anlatıdaki İshâk vurgusunun aksine Huneyn'in de *Elemanlar* mütercimi olarak bu kadar çok nüshada yer alması, İshâk'a ait kabul edilen metinlerdeki farklı grupların varlığıyla bir arada düşünüldüğünde Huneyn'e yapılan bu atıfların basit müstensih hataları olarak görülemeyeceği açıktır. Literatürden bildiğimiz üzere hem Huneyn'in hem de İshâk'ın tercüme ettiği ya da iki adımlı; yani Huneyn Grekçe'den Süryanice'ye, daha sonra da oğlu İshâk'ın Arapça'ya tercüme ettiği veyahut da Huneyn'in tercümesini oğlunun mukabele ve tashih ettiği metinler mevcuttur. Mesela Galen'in *Eczâun fi't-tıbb* başlığını taşıyan eserini önce Süryanice'ye tercüme etmiş, daha sonra vefatından iki ay önce başlayıp bitiremediği Arapça tercümesini oğlu tamamlamıştır.²²⁵ Yine Galen'in *Fi'l-Hâceti ile'n-Nabz* ile *Fî âleti's-şemm* adlı risalelerini de önce Huneyn Süryanice'ye çevirmiş, sonra İshâk Arapça'ya tercüme etmiştir.²²⁶ Aristoteles'in felsefe külliyatı *Organon*'dan *Yorum Üzerine* kitabını da evvela Huneyn Süryanice'ye, İshâk da Arapça'ya çevirmiştir.²²⁷ Ayrıca antik gelenekten intikal eden felsefe ve matematik eserlerinin mütercimi olduğunu bildiğimiz Sâbit'in de kendi ifadelerinde *Elemanlar*'ın bazı

²²⁴ De Young, "İshâq Ibn Hunayn, Hunayn Ibn Ishâq, and the Third Arabic Translation of Euclid's Elements", 197.

²²⁵ Huneyn b. İshâk, *Risâletu Huneyn b. İshâk ilâ Ali b. Yahyâ fî Zikri mâ Terceme min Kutubi Câlînûs*, 38.

²²⁶ Huneyn b. İshâk, 29, 32.

²²⁷ en-Nedîm, *el-Fihrist*, 2/1:162.

bölümlerini bizzat Grekçe'den tercüme ettiğini söylemesi,²²⁸ yaptığı ıslâhın niteliğinin de kimi zaman tashih, kimi zaman redaksiyon, kimi zaman da doğrudan tercüme olduğunu bize gösterir.

2.1.4 Latince Tercümelerin Kaynaklığı

Elemanlar tercümelerinin keyfiyetine dair bir diğer kaynak grubu da Arapça'dan Latince'ye tercüme edilen metinlerdir. Zira Boethius'un ve XII. Yüzyıldaki Sicilyalı bir mütercimın Grekçe'den yaptığı tercüme haricinde XVI. Yüzyıl başına kadar Avrupa'nın *Elemanlar*la irtibatı Arapça üzerinden gerçekleşmiştir.²²⁹ Bu tercümelerin sahipleri de Haccâc veya İshâk-Sâbit nüshalarıyla muhatap oldukları için bize özgün metinler hakkında Arapça nüshalarda bulduğumuz verilerden farklı veriler sunmaktadırlar. Dolayısıyla Latince tercümelerin incelenmesiyle Arapça tercümeler hakkında daha fazla bilgiye ulaşma imkânı bulunmaktadır. Arapça'dan Latince'ye yapılan tercümelerden ilki Bathlı Adelard'ın tercümesidir.²³⁰ Adelard'ın bu tercümesinde hem Haccâc hem de Sâbit etkileri görüldüğü için her iki nüshayı da elinde bulundurduğu ya da karışık bir nüshadan tercüme ettiği düşünülmektedir.²³¹ Arapça'dan Latince'ye ikinci tercüme Carinthialı Hermann'ın tercümesidir.²³²

²²⁸ Escorial Ktp. Derenbourg 907, 27b, 28a. Tercümelere dair tarihî kaynaklardaki rivayetlerin ele alındığı başlıkta, bizzat torunundan gelen anlatıya göre Sâbit'in de bir mütercim olarak konumlandırıldığını tekrar hatırlatmakta fayda görüyorum.

²²⁹ *Elemanlar*'ın Avrupa'ya intikali için bkz. Folkerts, "Euclid in Medieval Europe".

²³⁰ Adelard tercümesinin farklı kişiler tarafından redakte edildiği düşünülen üç versiyonu vardır. Bunlar Adelard I, Adelard II (Chesterlı Robert tarafından redakte edildiği düşünülen) ve Adelard III (Johannes de Tinemue redaksiyonu) olarak anılırlar. Özgün Adelard tercümesi (Adelard I) neşri için Busard, *The First Latin Translation of Euclid's Elements Commonly Ascribed to Adelard of Bath*. Adelard II için Busard ve Folkerts, *Robert of Chester's (?) Redaction of Euclid's Elements, The So-called Adelard II Version (Vol. I-II)*. Adelard III için Busard, *Johannes de Tinemue's Redaction of Euclid's Elements, the So-called Adelard III Version (Vol. I-II)*.

²³¹ Kunitzsch Adelard'ın Sâbit nüshası üzerinden tercüme yaptığını iddia etse de (Kunitzsch, "Findings In Some Texts of Euclid's Elements (Mediaeval Transmission, Arabo-Latin)", 117.) Lorch bu tercümenin karışık bir nüshadan yapıldığını kabul etmektedir. (Lorch, "Some Remarks on The Arabic-Latin Euclid", 53.)

²³² Neşri için Busard, *The Translation of the Elements of Euclid from the Arabic into Latin by Hermann of Carinthia (?)*; Busard, *The Translation of the Elements of Euclid from the Arabic into Latin by Hermann of Carinthia (?) Books VII-XII*.

Hermann'ın tercümesi, günümüze ulaşan doğrudan nakillerle ve İshâk-Sâbit nüshasında bulunan metinle karşılaştırıldığında açık şekilde Haccâc tercümesini kullandığı anlaşılmaktadır.²³³ Buradan hareketle *Elemanlar*'ın Haccâc tercümesinden elimizde bulunmayan diğer kısımları hakkında da yorum yapma olanağı sunmaktadır. Dolayısıyla tercümeler sonrası *Elemanlar* üzerine yapılan çalışmaların ne ölçüde hangi tercümeden etkilendiğini Hermann'ın tercümesinden hareketle kestirmek mümkün olmaktadır. Mesela Sâbit nüshasında VI. Makale'nin oran-orantıya dair 3. ve 4. Tanımları Hermann'ın tercümesinde bulunmaz.²³⁴ Aynı tanımların Kerâbîsî, İbn Sînâ ve Ebherî'nin çalışmalarında da bulunmayışı bu çalışmaların Haccâc tercümesi etkisinde kaldığının bir göstergesidir. Ya da Sâbit nüshasında XI. Makale'nin 25, 26 ve 27. Şekiller Hermann tercümesinde sırasıyla 27, 26 ve 25. şekiller olarak dizilmişlerdir.²³⁵ İbn Sînâ'nın *İhtisârı* ve Ebherî *İslâhı*'nın da aynı tertibe sahip olmaları bu metinlerdeki Haccâc etkisini gösterir. Hermann'ın büyük oranda Haccâc metninden hareketle yaptığı bu tercümenin bazı önemli noktaları *Elemanlar*'ın Grekçe neşriyle, Arapça tercüme geleneğine mensup nüshalar ve diğer Latince tercümelerle karşılaştırılmış ve tercümenin temel karakteristiği ortaya çıkarılmıştır.²³⁶

Arapça *Elamanlar* tercüme geleneğinden yapıldığı bilinen bir diğer çeviri de Cremonalı Gerard'ın metnidir.²³⁷ Gerard hem *Elemanlar*'ı hem de Neyrîzî *Şerhi*'ni Arapça'dan Latince'ye çevirmiştir. Günümüze ulaşan Gerard tercümesi incelendiğinde Sâbit nüshasına yakın olduğu fakat içerisinde Haccâc'dan nakillerin de bulunduğu bir İshâk-Sâbit tercümesi

²³³ Haccâc, Sâbit nüshalarının Arapça metinleri ile Adelard I, Adelard II ve Hermann tercümelerinin karşılaştırmaları için Lorch, "Some Remarks on The Arabic-Latin Euclid", 47-51.

²³⁴ De Young, "The Latin Translation of Euclid's Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission", 335.

²³⁵ De Young, 342.

²³⁶ Brentjes, "Observations on Hermann of Carinthia's Version of the *Elements* and Its Relation to the Arabic Transmission".

²³⁷ Neşri için Busard, *The Latin Translation of the Arabic Version of Euclid's Elements Commonly Ascribed to Gerard of Cremona*.

nüshası üzerinden yapıldığı anlaşılmaktadır.²³⁸ Bununla birlikte eldeki yazmaların, mütercimnin özgün metnini değil kendinden sonra biri tarafından üzerinden geçilip yeniden düzenlenmiş hâlini taşıdığı düşünülmektedir.²³⁹ Literal tercümeleriyle öne çıkan ve kullandığı terminolojiye sıkı sıkıya bağlı²⁴⁰ Gerard'ın tercümesinde kullandığı dil araştırmacıların Latince ve Arapça metinler arası mukayesesini kolaylaştırmıştır. Gerard'ın tercümesinde kullandığı terminolojinin Arapça asıllarına dönüştürülerek takibi, Latince çevirinin yapıldığı Arapça tercüme hakkında fikir verirken, kaynak nüsha farklarına dair verdiği bilgiler Arapça metinler hakkında yeni veriler sağlamaktadır. Mesela Haccâc ve Sâbit nüshaları hakkında önemli farklardan biri kabul edilen metâ (متى) ve izâ (إذا) tercihi, Gerard tercümesinde si, cum ve quando ile karşılanmıştır.²⁴¹ Buradan hareketle tercümeyle esas metnin hangi Arapça tercüme olduğuna dair tahminler yürütülebilmektedir. Hatta Gerard'ın X.30'da Iohanicius Babiloniensis ismiyle zikrettiği ve farklı ispat yolunu atfettiği kişinin, *Elemanlar* üzerine çalıştığını, dersler verdiğini ve Grekçe'den tercümeler yaptığını Nedîm'in aktardığı Yuhanna b. Yusuf b. Bitrîk el-Kass olduğu düşünülmektedir.²⁴² Bu örnek Latince tercümelerden elimizde özgün metinleri olmayan Arapça çalışmalar hakkında da yararlanabileceğimizi göstermesi açısından önemlidir. Gerard'ın metnini de tıpkı Hermann'ın tercümesinde olduğu gibi diğer tercümelerle, Arapça tercümelerle ve Arapça *Elemanlar* geleneğinde yer alan diğer çalışmalarla karşılaştırılması neticesinde hem özgün Arapça tercümelerin birbirleri arasındaki farklar hem de İslam *Elemanlar* geleneğindeki diğer çalışmaların hangi tercümeden etkilendiği ortaya çıkarılabilmektedir. Misal vermek gerekirse, Gerard'ın Latince metninde

²³⁸ De Young, "The Latin Translation of Euclid's Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission", 313.

²³⁹ Lorch, "Some Remarks on The Arabic-Latin Euclid", 52-53.

²⁴⁰ Kunitzsch, "Findings In Some Texts of Euclid's Elements (Mediaeval Transmission, Arabo-Latin)", 119-20; Lorch, "Greek-Arabic-Latin", 315.

²⁴¹ Kunitzsch, "Findings In Some Texts of Euclid's Elements (Mediaeval Transmission, Arabo-Latin)", 121.

²⁴² Kunitzsch, 126.

VIII.21 ve 22. Şekillerinin farklı ifade edilmiş alternatif hâlleri yer almaktadır. Esas şekilleri elimizdeki Arapça tercüme metinleriyle karşılaştırdığımızda bunun bir nüshada (Haydarabad nüshası) açıkça İshâk tercümesine atfedildiğini görmekteyiz.²⁴³ Dolayısıyla ilk bakışta Gerard'ın tercümesini verdiği alternatif teoremlerin Haccâc tercümesi ile bağlantılı olduğu düşünülecektir. Bunu teyit edecek veriyi de Escorial nüshasında buluyoruz. Haccâc'dan doğrudan alıntılar içeren bu nüshada ilgili şekillerin Haccâc nüshasında bulunduğunu öğrenebiliyoruz.²⁴⁴ Daha sonraki gelenekte izini sürdüğümüzde ise Nîsâbûrî'nin *İhtisârî*'nda²⁴⁵ İbn Sînâ'nın *Muhtasarı*'nda, Ebherî'nin *İslâh*'nda Mağribî'nin *Tahrîrî*'nde ve Hermann'ın tercümesinde aynı alternatif şekillerin kullanıldığını tespit ediyoruz.²⁴⁶ Bu da bize Haccâc tercümesine dair bir tespitin yanısıra bu tercümeden etkilenen çalışmaları teşhis imkânı sunmaktadır. Gerard'ın tercümesinde yer alan ve bize hem Arapça ve Latince tercümeler hem de sonrasında gelişen *Elemanlar* geleneği üzerine fikir veren önemli noktaların bir kısmı benzeri mukayeseler vasıtasıyla aydınlatılmıştır.²⁴⁷

Sonuç olarak tüm bu bilgiler ışığında, *Elemanlar*'ın İslam dünyasındaki tercümelerine dair Nedîm'den gelen yaygın rivayeti kabul edip diğer kaynakları gözardı ederek *Elemanlar*'ın bütün serüvenini bu anlatıya bina etmek yerine, tüm rivayetleri derleyerek, bunları da nüsha gruplarının ayrıntılı ve topluca çalışılmasıyla yeniden yorumlamak gerektiği aşîkardır. Bu yorum ve değerlendirmeleri yaparken ayrıca Latince tercümelerle de karşılaştırma yapmak muhakkak surette ihtiyaçtır. Hatta

²⁴³ Gregg De Young, "The Arabic Version of Euclid's Elements by al-Ḥajjāj b. Yūsuf b. Maṭar: New Light on a Submerged Tradition", 152.

²⁴⁴ Escorial 907, 85b-86a. Ayrıca St. Petersburg C 2145 nüshasında İshâk-Sâbit tercümesindeki şekillerin hiç bulunmadığını, yalnızca Haccâc'dan gelen versiyonların bulunduğunu özellikle belirtmeliyim. Bu bilgiyi aktaran De Young, "The Latin Translation of Euclid's Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission", 351.

²⁴⁵ Kayseri Raşid Efendi Kütüphanesi 1230, 36a.

²⁴⁶ De Young, "The Latin Translation of Euclid's Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission", 351-52.

²⁴⁷ De Young, "The Latin Translation of Euclid's Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission".

günümüze küçük metin parçaları hâlinde intikal eden²⁴⁸ Süryanice tercümelere²⁴⁹ ve İbranice tercümelere²⁵⁰ de mukayeseye eklenmelidir. Akdeniz kültürünün ürettiği ve Akdeniz dünyasında yüzyıllarca farklı dil elbiseleri içinde dolaşımda olan *Elemanlar* metin gelenekleri, birbirleriyle sıkı ilişki içinde olan tüm Akdeniz dillerinin ortaklaşa ve karşılaştırmalı çalışmalarıyla çözümlenebilecek geleneklerdir.

Son olarak, Arapça *Elemanlar* tercümelerine dair yakın zamanda ortaya çıkan bir tutumdan da bahsetmek yerinde olacaktır. Mumbai nüshasının keşfi ve nüshanın ayrıntılı incelenmesi sonrası ortaya atılan bu fikre göre *Elemanlar*'ın aslında Haccâc'a ait tek bir ana tercümesi vardır, İshâk b. Huneyn'in ayrıca bir tercümesi bulunmamaktadır.²⁵¹ Buna gösterilen gerekçelerden biri, *belirli* nüshalardaki²⁵² *belirli* şekillerin birbiriyle uyuşmasıdır. Mukayese edilen nüshalar arasında birebir ya da neredeyse birebir uyuşmalar sonucunda ortaya çıkan duruma göre ilgili nüshaların tek bir tercüme kaynağından, Haccâc tercümesinden yayıldığı iddia edilmiştir.²⁵³ Diğer bir argüman da iki farklı çeviriden ziyade tek bir mütercimmin seçimi olduğu düşünülen ve Latince tercümelere dâhil nüsha gruplarının *neredeyse* tamamında yer alan belirli ıstılahların tekrar etmesidir.²⁵⁴ Üçüncü argüman, Grekçe metinle karşılaştırıldığında açıkça

²⁴⁸ Furlani, "Bruchstücke einer syrischen Paraphrase der 'Elemente' des Eukleides".

²⁴⁹ Nitekim Sözd-e-Tûsî *Tahrîri* olarak bilinen ve 1594'te Roma'da basılan *Tahrîr*'de müellifin Haccâc tercümesi ve Grekçe nüshalar yanında Süryanice metne de başvurduğuna dair atıf vardır. Nasiridini Tusini, *Kitâbu Tahrîri Usûl li-Uklîdis min Te'lîfi Hâce Nasîriddîn et-Tûsî* (*Euclidis Elementorum Geometricorum Libri Tredecim*), 144.

²⁵⁰ İbranice *Elemanlar* geleneği ve bunun hem Arapça hem de Latince *Elemanlar* gelenekleriyle irtibatları hakkında son yıllarda yapılan çalışmalardan Ofer Elinor'un yazılarını burada zikretmeliyim. Elinor, "The Arabic Tradition of Euclid's Elements Preserved in the Latin Translation by Adelard of Bath and the Hebrew Translation by Rabbi Jacob"; Elinor, "What Did Medieval Readers Take to Be 'Al-Hajjâj's Version' of Euclid's Elements?" Ayrıca zaman hesabına dair bir İbranice yazmadaki atıflardan hareketle *Elemanlar*'ın intikal sürecine dair gözlemler için Wartenberg, "A Non-linear Transmission of Euclid's Elements in a Medieval Hebrew Calendrical Treatise".

²⁵¹ Brentjes ve De Young, "Euclid".

²⁵² Karşılaştırılan nüshalar Mumbai, Tahran Melik 3586, Saint Petersburg, Escorial ve Rabat'taki iki nüshadır. Brentjes, "Translation and Transmission", 24.

²⁵³ Brentjes, 36.

²⁵⁴ Brentjes, 43-47.

yanlış tercüme edildiği düşünölen hataların tekrarıdır.²⁵⁵ Dördüncü ve son argüman ise V. Makaleden başlayarak VIII. Makale'nin ilk yarısına kadar kullanılan terminolojinin nüshalar arasında ortak olup aynı terimler için diğör makalelerde (özellikle I. ve II. Makale'de) kullanılan ıstılahlardan farklı olmalarıdır.²⁵⁶ Tüm bu incelemeler sonucunda *Elemanların* III-IX. Makaleleri arası Arapça metninin, tek bir mütercim tarafından (Haccâc) yapılmış iki farklı tercüme ya da bir tercüme bir de ıslâh sonucunda ortaya konmuş metinden yayıldığı görüşü benimsenmiştir. Doğal olarak bunun kabulü, İshâk'ın bu aralığı tercüme etmediği ve şayet varsa Sâbit'in ıslâhının nüshasının günümüze gelmediğini kabul etmeyi gerektirir. En güncel çalışmalarda da tekrar edilen bu yeni iddia,²⁵⁷ kanaatimce tercüme faaliyet süreçleri daha iyi bilinen veya birden fazla tercümesi elimizde bulunan başka metinlerle karşılaştırılarak dönemin çeviri pratiklerinin daha açık şekilde ortaya çıkmasının ardından kabul veya reddedilebilecek bir iddiadır.²⁵⁸ Ayrıca iddia sahibinin de söylediği üzere *Elemanlar* içerisinde bile nüshalar arası metinsel analizlerin tam olarak yapılabilmesi için bilgisayar desteği şarttır.²⁵⁹

2.1.5 Haccâc Nüshası ile Sâbit Nüshasını Birbirinden Ayıran Özellikler

Arapça *Elemanlar* geleneğinde üretilmiş metinler ve Latince *Elemanlar* geleneği içerisinde yapılmış çevirilerin hangi tercümeyi kendine esas kabul ettiği *Elemanlar* üzerine yapılan çalışmalarda üzerinde çok durulan bir konudur. Biz de aşağıda ele alacağımız her bir metni bu açıdan inceleyeceğimiz için her iki geleneğe de kaynaklık eden bu iki tercümeyi

²⁵⁵ Brentjes, 46-47.

²⁵⁶ Örnek terimler ve nüshalardaki kullanımları bir tablo hâlinde gösterilmiştir. Brentjes, 48-49.

²⁵⁷ Brentjes, "Arabic and Arabo-Latin Translations of Euclid's *Elements*", 378-79.

²⁵⁸ Elimizde hem Haccâc hem de İshâk tercümeleri bulunan *Mecistî* için bu tarz bir karşılaştırmayı Kunitzsch yapmıştır. *Mecistî*'de de *Elemanlar*'da karşılaştığımız şekilde tercüme arası büyük benzerlikler olsa da bazı ıstılah seçimlerinde Haccâc ve İshâk birbirlerinden ayrılmaktadırlar. Kunitzsch, *Der Almagest*, 132 vd.

²⁵⁹ Brentjes, "Translation and Transmission", 50.

birbirinden ayıracak temel farklara işaret etmek yerinde olacaktır. Bu ayrımı da en genelde iki açıdan inceleyebiliriz.

1- Yapısal Farklar

Haccâc ve Sâbit nüshalarını birbirinden ayırt eden ilk ayrım, *Elemanlar* metni üzerindeki yapısal farklardır. Yani her iki tercümenin ortaya koyduğu *Elemanlar* metni,

- a) makalelerdeki şekil sayıları bakımından
- b) makale içi şekil tertibi bakımından birbirinden ayrılmaktadır. Şimdi bu iki ayrım noktasını inceleyelim.
- a) Şekil sayılarındaki farklar

Haccâc nüshası ile Sâbit nüshası tüm makalelerde aynı şekilleri içermemektedirler. Bu farkların tamamına dair elimizdeki tek kaynak Tûsî'nin *Tahrîridir*. Tûsî *Tahrîr*'de her bir makale başında ilgili makalede kaç şekil olduğunu söylemiş, şayet iki nüsha arasında sayı bakımından bir fark varsa bunu özellikle belirtmiştir. Bu farkları da hem Arapça hem de Latince *Elemanlar* geleneği içinde üretilmiş diğer metinlerle karşılaştırıp bir taraftan bilginin sağlamasını yaparken, öte yandan ilgili metnin hangi tercümeden etkilendiğini tespit imkânı bulmaktayız. *Tahrîr*'de verilen bilgiler şu şekildedir:²⁶⁰

Makale Numarası	I	II	III	IV	V	VI
Haccâc Nüshası	47	14	35	16	25	32
Sâbit Nüshası	48	14	36	16	25	33

²⁶⁰ XIV ve XV. Makaleler *Elemanlar* metninden değildir.

VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	Toplam ²⁶¹
39	25	38	105	41	15	21	10	6	468
39	27	38	109	41	15	21	10	6	478

Makalelerdeki şekil sayılarının ayrı ayrı toplamaları Haccâc için 469, Sâbit için 478'dir. Dikkat edilirse Tûsî'nin Haccâc için verdiği rakamın 468 olduğu görülür. Burada oluşan fark X. Makale'den kaynaklıdır. Çünkü X. Makale'nin başında Haccâc nüshasında bu makalede 105 şekil olduğu ifadesi yer alırken makale içinde 104 şekil bulunur.²⁶² Bu farka dair *Tahrîr* yazmalarında ve haşiyelerde üç farklı tutum vardır. *Tahrîr*'e talikatı bulunan sahibi meçhul bir yoruma göre buradaki sayının hem bu makalenin son şeklinin Haccâc nüshasında 104 numarasını taşıması hem 109 şekle sahip Sâbit nüshasında eklenen 4 şekil ve ikiye ayrılan bir şekille birlikte toplam 5 olması hem de *Tahrîr*'in girişinde verilen yekûn 468 sayısı ile uyuşması için bu sayının doğrusu 104 olmalıdır, sehven 105 olarak zikredilmiştir.²⁶³ *Tahrîr*'in bazı nüshalarında bu ifade herhangi bir açıklamaya başvurulmadan doğrudan 104 olarak yazılmıştır.²⁶⁴ Seyyid Şerif Cürcânî'nin yorumuna göre Haccâc'ın iki şekle ayrılan 16. Şekli, Haccâc için de iki şekil sayılıp aslında 104 olan sayı 105 olarak

²⁶¹ Bu değerler Tûsî'nin *Tahrîr* girişinde verdiği her iki nüshadaki toplam şekil sayısıdır.

²⁶² *Tahrîr*'deki ifadelerin tercümesi şöyledir: "Haccâc nüshasında 105, Sâbit nüshasında ise 109 şekil vardır. Bu şekillerden dördü (21, 22, 26 ve 28) Sâbit'in eklemeleridir. Ayrıca Haccâc'ın 16. Şeklini iki şekil (24 ve 25) yapmıştır. Ayrıca şekillerin tertibinde de aralarında farklar vardır."

²⁶³ Süleymaniye Kütüphanesi, Carullah 1457, 45b (derkenar); Ragıp Paşa Kütüphanesi 915, 104b (derkenar); Bayerische Staatsbibliothek, Cod. Arab. 2697, 91a (derkenar)

²⁶⁴ Bu nüshalardan ikisi Süleymaniye Kütüphanesi, Turhan Valide Sultan 217; Beyazıt Yazma Eser Kütüphanesi, Beyazıt Umumi 4531.

zikredilmiştir.²⁶⁵ Sonuç olarak 13 Makale üzerinden yapılan sayımda şekil sayıları Haccâc için 452, Sâbit için 462'dir. Elemanlar'ın Grekçe neşrinde ise 13 Kitap için toplam önerme sayısı 465'tir. Haccâc ve Sâbit nüshalarının şekil sayılarında farklılaştığı makaleler I, III, VI, VIII ve X. Makalelerdir.

b) Makale içi şekil tertiplerinde farklar

Tûsî'nin *Tahrîr*'de nüsha farklarına ilişkin verdiği diğer bilgi türü makale içi tertip farklarıdır.

I. Makale: Sâbit nüshasındaki 45. Şekil Haccâc nüshasında yoktur.

III. Makale: Sâbit nüshasındaki son şekil olan 36. Şekil Haccâc nüshasında mevcut değildir.

VI. Makale: Sâbit nüshasındaki 11. Şekil Haccâc nüshasında yoktur, bu şekilden sonraki şekiller birer farkla ilerlerler.²⁶⁶

VIII. Makale: Sâbit nüshasındaki iki şekil; 24 ve 25. Şekiller Haccâc nüshasında yer almaz. Ayrıca bu makalede tertip farkı da vardır. Sâbit nüshasındaki 11 ve 12. Şekiller Haccâc nüshasında tek bir (11.) şekildir.²⁶⁷ Sâbit nüshasındaki 13. Şekil Haccâc'da 12. Şekildir. Sâbit nüshasının 14 ve 15. Şekillerindeki doğal sonuçlar Haccâc'da 12 ve 13. Şekillerin mukaddimeleridir. Ayrıca 15. Şeklin sonunda eklemeler vardır.

IX. Makale: Sâbit nüshasındaki 11. Şekil ile 12. Şeklin yerleri Haccâc nüshasında tam tersidir. Ayrıca Sâbit nüshasındaki 14. Şekil, Haccâc

²⁶⁵ Seyyid Şerîf Cürânî, *Hâşiye alâ Tahrîru Uklîdis*, Süleymaniye Kütüphanesi, Hüsrev Paşa 227, 107a.

²⁶⁶ Grekçe neşirdeki 9 ila 13. Şekiller arasının Sâbit ve Haccâc nüshaları ile karşılaştırılması hakkında Gregg De Young, "The Arabic Version of Euclid's Elements by al-Ĥajjāj b. Yūsuf b. Maṭar: New Light on a Submerged Tradition", 144-45.

²⁶⁷ Adelard'ın Latince tercümesinde de 11 ve 12. Şekiller tek bir şekil altındadır. De Young, "The Latin Translation of Euclid's Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission", 340.

nüshasında 20. Şekildir.²⁶⁸ Buna bağlı olarak 14. ile 20. Şekiller arası iki nüshanın şekil numaraları birer kayarak ilerlerler.

X. Makale: Sâbit nüshasındaki 21, 22, 27 ve 28. Şekiller Haccâc nüshasında yoktur. Ayrıca Sâbit, Haccâc'daki 17. Şekli iki farklı şekil olarak ele almış ve kendi nüshasının 24. Ve 25. Şekilleri yapmıştır. İki nüsha arasındaki X. Makale şekilleri farkını tabloda gösterelim:

Sâbit Nüshası	10	11	12	18	19	20	23	25	29	30	31
Haccâc Nüshası	8	9	10	19	20	21	22	17	24	25	26

Sâbit	32	33	34	35	36	37	38	39	40	42	43	44
Haccâc	27	28	29	30	31	32	33	34	35	37	38	39

Sâbit	45	46	47	48	49	... ²⁶⁹	108	109
Haccâc	40	41	42	43	44	...	103	104

Sâbit nüshası ile Haccâc nüshası arasındaki farkları ve İslam *Elemanlar* geleneği içindeki izlerini takip edebileceğimiz bir diğer gösterge de tercümelerde kullanılan dildir. Yukarıda ayrıntıları verildiği üzere Haccâc *tercümesinden* günümüze ulaşan doğrudan ve dolaylı aktarımlar sayesinde özellikle şekil mukaddimelerindeki cümle yapılarında ve makale tanımları başta olmak üzere *Elemanlar*'ın tamamına yayılmış şekilde ıstılahlarda farklılıklar görülmektedir. Bu farkların tespiti ve gelenek içinde üretilen metinlerin bu gözle incelenmesiyle ilgili metnin etkilendiği tercümenin tespiti mümkün olmaktadır. Sâbit nüshası ile Haccâc nüshası arasındaki dil farkının her iki yönünü; yani hem cümle

²⁶⁸ 11. ve 12. Şekillerin makale içi konumlarında Sâbit nüshası, 14. ve 20. Şekillerin konumlarında Haccâc nüshası Grekçe neşir ile uyumludur. De Young, "A New Source of Evidence for the Lost Arabic Translations of Euclid's Elements", 157-58.

²⁶⁹ 37. Şekilden makale sonuna kadar arada beş fark olacak şekilde devam eder.

yapısındaki hem de ıstılahlardaki farkları gösterecek bir misal üzerinden ana hatlarıyla şöyle verilebilir:

II.1’de Haccâc *tercümesindeki* hâliyle şeklin mukaddimesi şöyledir:

كَلَّ خَطَّيْنِ يَقْسَمُ أَحَدُهُمَا بِأَقْسَامِ كَمْ كَانَتْ، فَإِنَّ الَّذِي يَكُونُ مِنْ ضَرْبِ أَحَدِ الْخَطَّيْنِ فِي الْآخِرِ مِثْلَ الَّذِي يَكُونُ مِنْ ضَرْبِ الْخَطِّ الَّذِي لَمْ يَقْسَمْ فِي جَمِيعِ أَقْسَامِ الْخَطِّ الْمَقْسُومِ.

“Biri rastgele kısımlara bölünmüş her iki çizgi için; iki çizgiden birinin diğeriyle çarpımı sonucu, bölünmeyen çizginin bölünen çizgi kısımlarının her biriyle çarpımı sonucuna eşittir.”

Sâbit nüshasında ise aynı mukaddime şu şekildedir:

إِذَا كَانَ خَطَّانِ مُسْتَقِيمَانِ وَقَسَمَ أَحَدُهُمَا أَقْسَامًا كَمْ كَانَتْ، فَإِنَّ السَّطْحَ الْقَائِمَ الزَّوَايَا الَّذِي يَحِيطُ بِهِ الْخَطَّانِ الْمُسْتَقِيمَانِ مَسَاوٍ لِلْسَّطُوحِ الْقَائِمَةِ الزَّوَايَا الَّتِي يَحِيطُ بِهَا الْخَطُّ الَّذِي لَمْ يَقْسَمْ وَكُلٌّ وَاحِدٌ مِنَ الْأَقْسَامِ.

“Biri rastgele kısımlara bölünmüş iki düz çizgi bulunsa; bu iki düz çizginin çevrelediği dik açılı yüzey, bölünmemiş çizgi ile her bir kısmın çevrelediği dik açılı yüzeylere eşittir.”

Altı çizili kelimelerden ilkinde görüleceği üzere Haccâc nüshası ifadenin genelleştirmesini “her” (*kullu*) kelimesi ile sağlarken Sâbit nüshası “eğer ... olursa” (*izâ kâne*) şeklinde şart edatı yardımıyla sağlamaktadır.²⁷⁰ İstilah kullanımına misal teşkil edecek fark da birer kenarlarını çizgilerin oluşturduğu dikdörtgenin ifadesinde karşımıza çıkar. Haccâc nüshasında bu dikdörtgen çizginin çizgiyle *çarpımı* (*darb*) fiili ile karşılanırken Sâbit nüshasında çizgilerin *çevrelediği* dik açılı yüzey (*yuhîtu bilî*) olarak gösterilir. Cümlelerin diğer kelimeleri aynı kalmak kaydıyla “*Darb*”ın Haccâc geleneğine mensup bazı nüshalarda “*telbîn*” olarak kullanıldığından daha önce bahsedilmişti.²⁷¹ Şimdiye kadar yapılan çalışmalarda nüshalarda kullanılan dile dair yukarıdaki misale benzer

²⁷⁰ Cümle yapısındaki bu farkın II. Makale boyunca sürdüğünü görmek için Brentjes, “Textzeugen und Hypothesen zum arabischen Euklid in der Überlieferung von al-Ĥağğāğ b. Yūsuf b. Maṭar (zwischen 786 und 833)”, 56-66.

²⁷¹ Telbîn terimi hakkındaki gözlem ve yorumlar için Brentjes, 71; Brentjes, “The Relevance of Non-Primary Sources for The Recovery of The Primary Transmission of Euclid’s Elements into Arabic”, 220-21; Brentjes, “An Exciting New Arabic Version of Euclid’s Elements”, 174.

bazı farklar tespit edilmiştir.²⁷² İslam *Elemanlar* geleneğindeki metinlerin analizinde yeri geldikçe bu ıstıhlara işaret edilecektir.

2.2 İhtisar – Nîsâbûrî

Kayseri Raşid Efendi Kütüphanesinde yer alan bir nüsha, zahriyesindeki ifadeye göre Ebu'l-Kâsım Ali b. İsmail en-Nîsâbûrî'nin *Tahrîru Uklîdis*'idir. Metnin girişinde müellifin bir "*ihtisar*" olduğunu ifade ettiği çalışması,²⁷³ henüz hiçbir araştırmaya konu olmamıştır. Hatta İslam dünyasındaki Elemanlar geleneğine dair çalışmalarıyla tanınan alanın önemli isimleri başka metin ve nüshalarda gördükleri Nîsâbûrî atıflarının kime yönelik olduğunu tespit edememişler ve ihtiyat kayıtlarıyla bu kişinin Yusuf b. Ahmed en-Nîsâbûrî, Ömer Hayyam ya da Nizâmeddîn Nîsâbûrî olabileceğini ifade etmişlerdir.²⁷⁴ Klasik kaynaklarda ise bir matematik mecmuasının derkenarında eser zikretmeksizin sadece nisbe ile yapılan alıntılar²⁷⁵ haricinde Nîsâbûrî adında birinin *Elemanlar* üzerine yaptığı çalışmanın adı yalnızca Muhyiddin Mağribî'nin *Tahrîri*'nde geçmektedir.

Mağribî *Tahrîr*'in girişinde eserde izlediği yöntemi anlatırken kendinden önce yapılmış çalışmalarda eksik gördüğü özellikleri sıralamakta ve şöyle demektedir:

“Eş-Şeyhu'r-reîs'e gelince o iddiaları (de'âvâ) ve öncüllerin (mukaddimât) pek çoğunu hazfetmiş, şek ve şüphelerin çözümü hakkında konuşmamıştır. Aynı şeyi Nîsâbûrî de yapmış, hatta bunların

²⁷² Brentjes, “Textzeugen und Hypothesen zum arabischen Euklid in der Überlieferung von al-Ḥağğāğ b. Yūsuf b. Maṭar (zwischen 786 und 833)”, 71-91'de ıstıhlaları tablolar hâlinde vermiştir.

²⁷³ Zahriyedeki *Tahrîr* ifadesinin sonradan yazılmış bir ifade olması ve müellifin kendi eseri hakkında bir *iẖtisâr* olduğunu söylemesinden dolayı bu başlıkta Nîsâbûrî'nin eseri kısaca *İhtisâr* olarak zikredilecektir.

²⁷⁴ Brentjes, “Euclid's *Elements*, Courtly Patronage and Princely Education”, 453; De Young, “Editing a Collection of Diagrams Ascribed to al-Ḥajjāj: An Initial Case Study”, 181; Brentjes, “Ms Munich, Bayerische Staatsbibliothek, Codex Arab. 2697 And Its Properties”, 456-57.

²⁷⁵ Bayerische Staatsbibliothek, Cod. Arab. 2697, 27b, 54a.

yanında metne gereği olmayan fazlalıklar eklemiş ve olmazsa olmaz bazı önemli şeyleri de hazfetmiştir.”²⁷⁶

Bu ifadelerle neleri kastettiğini biraz ileride daha ayrıntılandırarak anlatır. Mağribî'ye göre Nisâbûrî'nin “Altıncı Makale'deki bazı yerlerde konuyu uzatması, Onuncu Makale'de munfasılât'ın burhanlarını tamamen hazfedip onların açık olduğuna dair iddiası ve On İkinci Makale'nin On Dördüncü şeklini tashih ettiğine ilişkin vehmi” onun eserindeki önemli noksanlıklardır.²⁷⁷

Elimizdeki Nisâbûrî'ye atfedilen nüshayı bahsi geçen alıntılar ve Mağribî'nin ifadeleriyle karşılaştırdığımızda, *İhtisâr*'ın ilgili yerlerde alıntı yapılan ve eleştirilen metinle aynı olduğunu görmekteyiz.

Nisâbûrî'nin *İhtisâr*'ında yer alan bazı hususiyetler, onu *Islâh*'a giden süreçte önemli kılmaktadır. Nisâbûrî *İhtisâr*'a yazdığı kısa girişte eserinde kullandığı yönteme dair şu ifadeleri serdedir:

أما بعد فإنني عنيت باختصار لطيف لكتاب الأصول الموسوم بالأسطقسات المنسوب إلى أوقليدس الصوري باختلاف وقوع أشكاله وحل شكوكه وألحقت به ما لا يكمل الكتاب إلا بذلك مما سنح لمحقق الصناعة، وألحلت في كل شكل على ما بيئني عليه بعلامات تهدي إلى عدة الشكل المحال عليه وأخرى إلى عدة المقالة التي هو فيها إلا إذا وقع الشك في مقالة واحدة فإن ذلك يقتصر في الحوالة على عدة الشكل الذي نحيل عليه دون عدة المقالة وميزت أنواع العمد الموردة في صدور المقالات وهي المصادرات والأوضاع والحدود والرسوم والأسامي.

فأما المصادرات فهي القضايا التي يُصدّق بها المتعلّم ويتقلّدها تقلّداً يكاو حه ظنّه فيه أو لا يميل إليه

والأوضاع وهي القضايا التي يتقلّدها ويصدّق بها مدعئاً إياه ظنّه مع افتقار الأمر إلى الحجّة

وأما الحدود والرسوم والأسامي تشترك في أنّ المراد من ذكرها تصوّر مدلولاتها فقط ثم يبرهن على إمكانها في الصناعة نفسها غير أنّ الحدّ والرسم لفظان مؤلّفان والاسم لفظ مفرد.

وأما العلوم المتعارفة هي كلّ قضية بيّنة بنفسها مناسبة للصناعة تستمدّ منها مسائلها، وليس بواجب وضعها في الصدر لكنّها وُضعت ليكون على ذكر من الناظر لضرب من التسهيل. وكما أطنبت في الشرح والإتمام

²⁷⁶ Bodleian, Or. 448, 1b.

²⁷⁷ Bodleian, Or. 448, 2a.

والحاق ما لا بدّ منه سلكت مسلك مثله في حذف ما منه غنية واقتصررت في حلّ بعض الشكوك على رمز كافٍ لمنعم النظر.

وحيث عبّرت عن الخطّ مطلقاً أو عن طرفيّه دون ذكر الخطّ كان المراد به الخطّ المستقيم

وحيث أحلت نتيجة في شكل حذفتم مقدماتها إذ لو أخذت الفطنة بيد الناظر توصله إلى مقدّمات النتائج بعلامات الحوالة، واستعنت الله تعالى في ذلك وبه الحول والقوة.

İmdi, Sur'lu Eukleides'e ait olup *Ustukussât* adını taşıyan temellere (*usûl*) dair kitabına, ihtilaf-ı vuku ve şüphelere dikkat ederek latif bir ihtisar yapmaya gayret ettim. Bu ihtisara da hendese ilminin muhakkıklarının ortaya koydukları içinden, kitabın ancak kendisiyle tamamlanabileceği şeyler ekledim. Ayrıca her bir şekilde, kendisinden hareketle kurulduğu (öncül olarak alınan) şeklin numarasını gösteren, yanında da makale numarasını gösteren işaretlerle atıflar yaptım. Bunun tek istisnası kendisine atıf yapılan şeklin de aynı makale içinde olduğu durumlardır. Bu durumlarda makale numarasını vermeksizin sadece şeklin numarasını vermek suretiyle atıf kısaltılmıştır.

Ayrıca makale girişlerinde varid olan farklı türdeki temelleri (*'umud*) ayrıştırdım ki bunlar musadereler (*musâderât*), vaz'lar (*evzâ'*), tanımlar (*hudûd*), resimler (*rusûm*) ve isimlerdir (*esâmi*). Musadereler aynı görüşte olmasa ve derin zanları olsa da ilmi öğrenen tarafından tasdik edilen ve kullanılan önermelerdir. Vaz'lar hüccete ihtiyaç duymakla birlikte öğrenci tarafından kendilerine uyularak tasdik edilen önermelerdir. Tanımlar, resimler ve isimlere gelince; anılmalarındaki tek maksadın medlullerinin tasavvurları olup daha sonra imkan nispetinde ilgili ilimde ispatları yapılması bakımından ortaklaşırlar. Tanım ve resmin bileşik lafız, ismin ise tekil lafız olması bakımından ayrışırlar.

Ele alınan bilim dalına ilişkin meselelerde temel alınan kendisinde apaçık her önerme ise aksiyomdur (*ulum-ı mütearife*). Aksiyomların kitabın girişinde vazedilmesi zorunlu olmamakla birlikte okuyucuya bir tür kolaylık olması amacıyla vazedilmişlerdir.

Aynı zamanda açıklama, tamamlama, gerekli olan şeyleri ekleme yaptığım noktalarda sözü uzun tuttuğum gibi, gerek duyulmayan şeyleri hazfetme, bazı şekillerin çözümünde dikkatli okuyucu için yeterli remizlerle kısaltma yolunu tuttum.

Mutlak olarak “çizgi” ifadesini veyahut da çizgi lafzını söylemeden “iki ucu” tabirini kullandığımda kastım düz çizgidir.

Bir teorem sonucuna gönderme yaparsam sonucun öncülünü hazfettim. Zira ince kavrayış okuyucunun elinden tutarsa, zaten atıf işaretleri yardımıyla onu sonuçların öncüllerine ulaştıracaktır.”

Şimdi *İhtisâr*’ın *Elemanlar* geleneği içerisindeki yerini tespit için Nîsâbûrî’nin izlediği yöntemi önce eserin genel yapısındaki, daha sonra ilkeler ve şekiller konusundaki tutumunu inceleyelim.

2.2.1 *İhtisâr*’ın Genel Yapısı ve Kaynakları

Nîsâbûrî’nin *İhtisâr*’ının genel yapısına bakıldığında hem Haccâc nüshasına hem de Sâbit nüshasına atfedilen özellikler birlikte görülmektedir. Öncelikle her bir makaledeki şekil sayılarını verelim:

Makale	I	II	III	IV	V	VI
Şekil Sayısı	48	14	36	16	25	32

VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
39	25	38	109	41	15	21

Görüldüğü üzere Nîsâbûrî’nin *İhtisâr*ı Haccâc nüshasıyla Sâbit nüshası arasında şekil sayılarında ihtilaf olan makalelerden I, III ve X. Makale’de Sâbit nüshasını takip ederken VI ve VIII. Makalelerde Haccâc nüshasını takip etmektedir. Dahası *İhtisâr*’a iki nüshanın ayırıcı özellikleri açısından daha yakından bakıldığında bu etki daha yakından anlaşılır. VI.

Makale’de Haccâc nüshasında olmayan şekil; yani “Birbiriyle orantılı üç çizgiyle orantılı dördüncü çizgiyi bulma”nın *İhtisâr*’da da bulunmadığı görülür. *İhtisâr*’da Sâbit nüshasına göre eksik olan iki şekil (24 ve 25), Tûsî’nin VIII. Makale’de Haccâc nüshasında bulunmadığını zikrettiği iki şekildir. Ayrıca *İhtisâr*’da tıpkı Tûsî’nin Haccâc nüshası için söylediği gibi, Sâbit nüshasındaki VIII.11 ve VIII.12. şekiller tek bir şekilde (11.) toplanmıştır. Yine tam da Tûsî’nin söylediği üzere Sâbit nüshasında VIII.14 ve VIII.15. şekillerin her ikisinin sonunda bulunan doğal sonuçlar Haccâc nüshasına uygun olarak *İhtisâr*’da ayrı bir şekil (15.) yapılmıştır. IX. Makale’de de yine Tûsî’nin Haccâc nüshası hakkında verdiği bilgiye uygun olarak *İhtisâr* metninde 14. ve 20 şekillerin yerleri birbiriyle değişmiştir ve bu aradaki şekiller birer değişerek ilerlemektedir. *İhtisâr*’ın bazı makalelerindeki şekil sayıları ile tertiplerinde Haccâc etkisinin açıkça görüldüğü rahatlıkla söylenebilir. Bunun yanında kendinden sonraki geleneğe etkisi bağlamında *İhtisâr*’daki başka bazı hususiyetlere de *İslâh* başlığında değinilecektir.

2.2.2 *İhtisâr*’da İlkeler

Nîsâbûrî *Elemanlar*’ın ilkeler bölümünde hem Eukleides’in özgün eserinden, hem de bilebildiğimiz kadarıyla *Elemanlar* literatüründen tamamen ayrışan bir yol tutmuştur. Öncelikle kitabın girişinde bulunan türlere genel bir cins isim olarak, yaygın kullanımdaki mebâdî ya da mukaddimât yerine “direk, sütun” anlamındaki “‘amûd”un çoğul hâli “‘umud” kelimesini kullanmıştır. Bu “sütun”ları da yine kendine has bir taksimle dört grup altında ele almıştır. Bu gruplar musâdereler, vaz’lar, tanım-resim-isim üçlüsü ile ulûm-ı müteârifedir. Dikkat edilirse Nîsâbûrî’nin kullandığı musâdere, vaz’ ve ulûm-ı müteârifeye ayrımı ile seçtiği bu terimler, Aristoteles’in *İkinci Analitiklerinin* Bîşr b. Mettâ tarafından yapılan Arapça tercümesindeki (thesis-vaz’, aithema-

musâdere, aksioma-ilm-i müteârif) ve *el-İşârât ve't-tenbîhât*'ın 9. Nehcindeki terimlerle oldukça örtüşmektedir. Buradan hareketle Nîsâbü'rî'nin *İhtisâr*'ın girişini Meşşâî sisteme göre yeniden kurguladığını söyleyebiliriz. Bu anlamda *Elemanlar* geleneği içinde geometri biliminin ilke terminolojisini felsefenin ilke terminolojisi ile özdeşleştiren ilk,²⁷⁸ geometrinin ilkeler taksimini felsefenin taksimi ile özdeşleştiren tek isim Nîsâbü'rî'dir.

Nîsâbü'rî'nin *musâderât* tanımı, ilmi tahsil eden tarafından, aynı görüşte olmasa ve şüpheleri bulunsa da başlangıçta kabul edilip kullanılan önermelerdir. Bu anlam, Aristoteles'in *İkinci Analitikler*'de, İbn Sînâ'nın da *el-İşârât*'ta verdiği tarif ile örtüşmektedir.²⁷⁹ *Elemanlar* içeriği ile karşılaştırıldığında ise Nîsâbü'rî'nin *musâdereleri*, *Elemanlar*'daki tanımların bir kısmına nicelik ve sürekli niceliğin tanımlarının eklenmesidir. Nîsâbü'rî'nin *İhtisâr*'ındaki *musâdereler* başlığı altında şunlar yer alır: Niceliğin tanımı, sürekli niceliğin tanımı, sürekli niceliğin altında yer alan türlerin (çizgi, yüzey, cisim) tanımları ve birbirleriyle ilişkileri ile bu türlerin *Elemanlar*'da kullanılan alt türlerinin (düz çizgi, düzgün yüzey) tanımları, dairenin ve daire merkezinin tanımları ve son olarak da düzlemsel açının tanımları.

İhtisâr'ın ilkeler bölümünün ikinci kısmı "*Tanımlar, Resimler ve İsimler*" (*el-hudûd ve'r-rusûm ve'l-esâmi*) başlığını taşır. Nîsâbü'rî'ye göre bu üçünün burada zikredilmelerindeki tek amaç, vakti geldiğinde ispatlanmak üzere delalet ettikleri şeylerin tasavvurlarını vermektir ve bu anlamda her üçü de ortaklırlar. Tanımlar ve resimler bileşik (*muellef*) lafızlar iken isimler tekil (*mufred*) lafızlardır. *İhtisâr*'ın bu başlığı ile *Elemanlar*'ın muhtevası karşılaştırıldığında Nîsâbü'rî'nin *tanımlar, resimler ve isimlerinin* kendi *musâdereleri* haricinde *Elemanlar*'da kalan tanımları kapsadığı görülür. Bu

²⁷⁸ Geometrinin ilkelerini *usûl-i mevzû'a*, *ulûm-ı müteârif*e gibi felsefe kavramlarıyla karşılayan ikinci isim de Tûsî'dir. Tûsî'nin *Tahrîr*'i *Eşkâlü't-te'sîs* dâhil olmak üzere kendinden sonraki metinleri etkilediği için bu ıstılahlar yaygın kullanıma dönmüştür.

²⁷⁹ Aristoteles, *İkinci Çözümlemeler*, 23; İbn Sînâ, *İşaretler ve Tenbihler* (*el-İşârât ve't-Tenbîhât*), 72.

çerçevede *İhtisâr'ın Tanımlar, Resimler ve İsimler* başlığı altında şunlar bulunur: Dik açının, dikmenin, dar ve geniş açılarının, sınırın, şeklin, düzkenarlı şeklin ve düzkenarlı şekiller (üçgenler, dörtgenler, çokgenler) altındaki türlerin (eşkenar üçgen, kare, paralelkenar vb.) ve paralel çizgilerin tanımı. Böylece *musâdereler* ile *tanımlar, resimler ve isimler* başlığı birlikte *Elemanlar'ın* tanımlar bölümü ve nicelik tanımlarının toplamına karşılık gelmektedirler.

İhtisâr'ın girişindeki bir sonraki başlık vaz'lar (*evzâ'*) başlığıdır. Daha önceki bölümde geçtiği üzere Aristoteles'in *İkinci Analitikler'deki* ilkelerinden biri de vaz'lardır (thesis). Nisâbûrî bu terimi meşşâî gelenekten almış olsa da içerik itibarıyla meşşâîlerin vaz' ile kastettikleri ile birebir uyuşmamaktadır. Zira hem *İkinci Analitikler'de* hem de *İşârât'ta* vaz' ismi, tanımları ve postulatları içine alan genel bir terimdir. *İhtisâr'ın* vaz'lar (*evzâ'*) başlığı altında yer alan önermeleri ise *Elemanlar'ın* postulatlarıyla büyük oranda örtüşmektedir. *İhtisâr'ın* vaz'ları şunlardır:

- 1- Bir yüzeyde bulunan herhangi iki nokta, bu yüzeydeki bir düz çizgi ile birleştirilebilir.
- 2- Herhangi bir düz çizginin kendi yüzeyi içinde sonsuzca uzadığı varsayılabilir.
- 3- Herhangi bir nokta üzerine herhangi bir uzaklıkla bir daire çizilebilir.
- 4- Bir düz çizginin aynı doğrultuda iki farklı düz çizgi ile birleşmesi mümkün değildir.
- 5- Bir düz çizgi iki düz çizgiyi keser de tek bir yönde oluşan iki iç açı toplamı iki dik açıdan küçük olursa bu iki çizgi o yönde muhakkak kesişirler.

Görüldüğü üzere *İhtisâr'ın* vaz'ları İslam *Elemanlar* geleneğindeki pek çok metinde olduğu gibi Grekçe *Elemanlar* neşrinden 4. Maddede ayrılmaktadır. Dik açılarının tamamının birbirine eşit olduğunu söyleyen ifade ise *İhtisâr'ın* hiçbir yerinde bulunmaz ve herhangi bir şekilde öncül olarak kullanılmaz.

İhtisâr'ın ilkelerinin son başlığı *el-ulûmu'l-müteârifedir*. *İhtisâr*'ın ulûm-ı müteârifesinde 7 adet eşitlik aksiyomu ile birlikte "iki düz çizgi bir yüzey oluşturmaz" ilkesi ve parça-bütün ilişkisi aksiyomu bulunur. Bu 9 aksiyom İslam dünyasında gelişen *Elemanlar* geleneği ile uyumludur. Sâbit nüshasından tek farkı, Nîsâbûrî'nin *İhtisâr*'da iki katların ve yarıların eşitliğine dair aksiyomu tek bir madde altında (6. Madde) toplamasıdır.

İhtisâr'ın I. Makale dışındaki kitaplarında da benzer bir yapı mevcuttur. VII. Makale'nin girişinde *Musâdere* ile *İsimler ve Resimler* (*el-esâmi ve'r-rusûm*) başlıkları yer almaktadır. *Musâdere*'de bir cins olarak "birlik" in tanımı verilmektedir. İsimler ve resimler başlığı altındaysa "sayı"nın tanımından başlayarak *Elemanlar*'ın bu makale başında mevcut tanımlarından geri kalanlar verilir. Benzer şekilde XI. Makale başında *Musâderât* ve *Esâmi* başlıkları bulunur.

İhtisâr terminolojisinde *Evvâ*'ın postulatlarla, *el-ulûmu'l-müteârifenin* aksiyomlarla paralelliği göz önünde bulundurulacak ve postulat ve aksiyomların *Elemanlar*'ın sadece en başında bulunduğu hatırlanacak olursa, ilk makale haricindeki makalelerde bu başlıkların bulunmaması gayet tabiidir. Günümüze ulaşan tek *İhtisâr* nüshasının II, III, IV, V, VI ve X. Makalelerinin girişlerinde herhangi bir başlık bulunmasa da²⁸⁰ *Elemanlar*'ın Grekçe metnindeki kitapların girişlerindeki tanımlar ile paralellik arzetmektedirler.

2.2.3 *İhtisâr*'da Önerme Yapıları

Nîsâbûrî'nin *İhtisâr*, önerme yapılarında, girişteki "ihtisar" vurgusuna uygun olarak daha kısa bir yol tutmuş, bazı adımları atlamıştır. Bunu I.1 şekli üzerinden gösterelim.

²⁸⁰ Bahsi geçen makalelerin başlangıçlarında herhangi bir başlık bulunmasa da kırmızı mürekkeple yazılmak için boşluk bırakıldığı izlenimi uyandırmaktadır.

نريد أن نعمل على خطّ أ ب مثلاً متساوي الأضلاع. فندير على نقطتي أ، ب دائرتين بُعد أ ب فيتقاطعان على ج لمرور المحيطين بمركزيهما اللذين في داخلهما ونصل ج أ، ج ب فهما متساويان لخطّ أ ب فهما متساويان، فالخطوط الثلاثة متساوية.

Tercümesi: AB çizgisi üzerine bir eşkenar üçgen yapmak istiyoruz. A ve B noktaları üzerine AB uzunluğu ile birer daire çizeriz. Bu dairelerin çevreleri içlerinde yer alan merkezlerinden geçtiği için daireler C noktasında kesişirler. CA ve CB'yi birleştirdiğimizde bunlar AB çizgisine eşit olurlar. Dolayısıyla bu iki çizgi birbirine de eşittirler. Böylece her üç çizgi de birbirine eşit olur.

Sâbit nüshasındaki önerme yapısıyla karşılaştırma yaptığımızda şeklin başında bulunması gereken *mukaddime/da'vâ* ile *misâl* adımlarının bulunmadığı hemen göze çarpmaktadır. Şekil doğrudan üçüncü adım (*tafsîl/şerîta*) ile başlar: “AB çizgisi üzerine bir eşkenar üçgen yapmak istiyoruz.” Hemen ardından gelmesi gereken *amel* ve *burhân* adımları *İhtisâr*'da birbiriyle karışık ve muhtasar olarak yer alırlar. Esasında *amel* adımında tüm çizimler yapıp bir sonuca varılmadan şeklin *burhân* adımına hazırlanması gerekirken *İhtisâr*'da çizimler ve sonuçlar bir arada verilirler. Benzer şekilde *burhân* adımında ilkelerden hareketle gerekçeli olarak son yargılara varılması gerekirken *İhtisâr*'da gerekçeler atlanarak son yargılara varılır. Son olarak şekilde, gerekçeli sonucun elde edilerek tekrar *mukaddime/da'va* adımına geri dönüşü ifade eden *netîce* adımı da bulunmaz. “Böylece her üç çizgi de birbirine eşit olur.” denerek bırakılır.

2.3 Muhtasar – İbn Sînâ

İbn Sînâ'nın *Elemanlar* üzerine yaptığı çalışmalara geçmeden önce onun matematik eğitiminden kısaca bahsetmek yerinde olacaktır. Talebesi Cûzcânî'nin kaleminden okuduğumuz otobiyografisine göre İbn Sînâ küçüklüğünde babasının iştirak ettiği meclislerde İsmailî çevrede felsefe, geometri ve Hint aritmetiği le tanışmıştır. Hint aritmetiğini iyi kullanan bir sebzeciden muhtemelen uygulamalı olarak hint aritmetiği tahsil etmiştir. Eğitimiyle meşgul olması için babasının kendisine hoca olarak

tuttuğu Nâtîlî'den *Elemanlar* okumaya başlamış ve onunla yalnızca kitabın başından beş-altı şekli okumuştur. Daha sonra kendi başına *Elemanlar* ve *Mecistî* okumaya ve çözümlemeye devam etmiştir. Otobiyografisinde matematik bilimlere dair verdiği malumat bu kadarla sınırlı olan İbn Sînâ'nın, zamanının Buhara hükümdarı Nûh b. Mansûr'un kütüphanesinden istifade izni aldığında büyük ihtimalle orada pek çok matematik eserini de gözden geçirme imkânı bulduğu düşünülebilir. Dolayısıyla İbn Sînâ'nın İsmailî çevrenin bir nevi el kitabı hüviyetindeki İhvân-ı Safâ Risalelerindeki matematik bölümleriyle, Hint aritmetiği ile, *Elemanlar* ve *Mecistî* ile ve Aristoteles'in eserlerindeki matematiğe dair bölümlerle aşinalığı olduğu rahatça söylenebilir. Talebesi Cûzcânî'nin hocası İbn Sînâ'dan her gün düzenli olarak *Mecistî* okuduğuna ilişkin ifadeleri²⁸¹ de onun matematik bilimlerle ilgisine dair önemli bir veridir. Geometri içeriğine sahip başka eserleri bulunmakla beraber bu başlıkta onun *Elemanlar*'ı baştan sona ele aldığı ve felsefe külliyatı *Şifâ*'ya bir bölüm olarak yerleştirdiği *Muhtasar*'ı incelenecektir.²⁸²

İbn Sînâ *Şifâ*'nın üçüncü cümlesi olan riyaziyat kısmını dört fen üzerine (hendese, hey'et, aritmetik ve mûsîkâ) kurgulamıştır. Dört fennin ilk üçünde kitap adı zikrederek temel aldığı kaynağı verirken mûsîkâ kısmında herhangi bir kitap adı geçmez. *Şifâ*'nın girişinde ve her bir fennin başında verdiği bilgiye göre İbn Sînâ hendesede Eukleides'in *el-Ustukussâtını*, hey'ette Batlamyus'un *el-Mecistîsini*, aritmetikte [Nikomakhos'un]²⁸³ *el-Medhal fi'l-Hisâbını* ihtisar etmiştir. Mûsîkânın da Batlamyus'un *Harmonikonu*'ndan hareketle yazıldığı kabul edilmektedir.²⁸⁴ Hendese ilmi üzerindeki tasarrufuna dair *El-Medhal*'deki ifadelerine bakalım:

²⁸¹ Gohlman, *The Life of Ibn Sina*, 44-45.

²⁸² Matematik bilimlere dair eserleri için Anawati, *Muellefâtü İbn Sînâ*, 226-34; Al-Daffa ve Stroyls, "Ibn Sînâ as a Mathematician", 62-65.

²⁸³ İbn Sînâ bu eserin müellifini açıkça zikretmez. Fakat içerikten hareketle bu kitabın Nikomakhos'un kitabı olduğu açıktır.

²⁸⁴ Gutas, *Avicenna and the Aristotelian Tradition*, 105; Gutas, *İbn Sînâ'nın Mirası*, 61.

“[Tabiiyyât’ın] ardından Geometri’yi ekledim. Bu kısımda Eukleides’in *el-Ustukussâtını* güzel bir şekilde ihtisar ettim, şüpheleri çözüme kavuşturdum ve bununla yetindim”²⁸⁵

Elemanlar’ı ihtisâr ettiğine dair kendi ifadelerinden yola çıkarak İbn Sînâ’nın bu çalışmasını, Nîsâbûrî’nin *İhtisârı*’ndan ayırma maksadıyla, bazı yazma nüshalarda karşımıza çıkan *Muhtasaru’l-usûl*, *Muhtasaru Uklîdis* gibi tesmiye ve tavsiflerden²⁸⁶ de hareketle kısaca *Muhtasar* olarak anacağım. İbn Sînâ’nın şüpheleri çözdüğüne dair iddiasıyla da şekillerdeki ihtilâf-ı vukuları ele almayı ve amelî bazı şekillerin (Proklos’un tasnifinde problemlerin) ortaya çıkabilmesi için eksik kalan öncüllerin tamamlanmasını kastediyor olmalıdır. Zira bu konuya dair müstakil bir eser kaleme alan İbnü’l-Heysem *Hallu Şukûki Kitâbi Uklîdis*’in girişinde şüphelerin çözümü sadedinde her bir şekle yöneltilen ya da yönelebilecek itirazları, ihtilâf-ı vukûları, farklı yolla çözümleri, öncüllerdeki eksikleri ele alacağını, Eukleides’in hulfî burhanlarla ispatladığı teoremleri doğrudan (*mustakîm*) burhanlarla göstermeye çalışacağını söyler.²⁸⁷

Şimdi *Muhtasar’ın Elemanların* genel yapısında, makale girişlerinde ve her bir önerme üzerindeki karakteristik özelliklerini inceleyelim.

2.3.1 *Muhtasar’ın Genel Yapısı ve Kaynakları*

İbn Sînâ’nın *Muhtasarı*’nın göze çarpan ilk özelliği kitabın XIII değil XV makaleden oluşmasıdır. Bu da İbn Sînâ’nın, Sâbit nüshasında olduğu gibi sadece Eukleides’in *Elemanlar* metniyle yetinmeyip Hypsikles’in eklediği iki makaleyi daha metnine dâhil ettiği anlamına gelir. *Muhtasar’ın* diğer bir özelliği İbn Sînâ’nın metni kaleme alış tarzıdır. Gelenek içinde

²⁸⁵ İbn Sînâ, *el-Medhal*, 11.

²⁸⁶ Bkz. Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Fatih 3211, 252b; Carullah 1424, 346a; Beyazıt Yazma Eser Kütüphanesi, Beyazıt Umumi 3966, 475b.

²⁸⁷ İbnü’l-Heysem, *Hallu Şukûki Kitâbi Uklîdis*, İstanbul Üniversitesi Nadir Eserler Kütüphanesi, A800, 2a-b; İnebey Yazma Eser Kütüphanesi, Haraçcioğlu 1172, 84a-b.

*Elemanlar'*ın kendisinden başlayarak Helenistik dönem ve İslam *Elemanlar* geleneğine mensup metinlerin genel tavrının dışında bir yazım tarzı tercih etmiştir. Her bir makalenin ve dahi her makale içindeki şekillerin birbirinden belirli ifade kalıplarıyla yahut belirli işaretlerle ayrılabilmesi *Elemanlar'*ın önemli özelliklerinden biridir. Bu ayrım genellikle şekil sonlarındaki *netîceler* ve *netîcelerin* de sonlarındaki “ispatlamak istediğimiz de buydu” (وذلك ما أردنا أن نبين) benzeri ifadelerle yapılabileceği gibi hiç olmazsa her bir şeklin mukaddimesindeki cümle kurulumundan rahatlıkla yapılabilir. Bunlara ek olarak da derkenarlara ilâştirilen ve şeklin numarasını gösteren işaretlerle desteklenir. Fakat bu konuda İbn Sînâ mütesahil davranmış ve *Muhtasar'*da düz yazıya daha yakın bir üslup kullanmış, bu da şekiller arası ayrımların bulanıklaşmasına sebep olmuştur. Mesela sonunda bulunan *وذلك ما أردنا أن نبين* ifadesi yardımıyla I.1'in I.2 ile arasını ayırmamız mümkündür.²⁸⁸ Fakat bir sonraki *وذلك ما أردنا أن نبين* kalıbını yeni bir şeklin mi yoksa I.2'ye ait ihtilâf-ı vukûların mı takip ettiğini kestirmek mümkün değildir.²⁸⁹ Bu sebeple yazma nüshalarda aynı metnin kaç şekilden oluştuğuna dair görüş birliği yoktur. Mesela I. Makale için metnin muhakkikleri Carullah Efendi 1424 ve Ayasofya 2442 nüshalarını takip ederek 53 şeklin varlığını kabul ederken başka nüshalarda 55,²⁹⁰ 51,²⁹¹ 50²⁹² gibi sayılar da karşımıza çıkar. Bazı nüshalarda ise *Elemanlar* geleneği içinde ayrı bir şekil olduğu kabul edilen cümlelerin hizalarına, şeklin gelenek içindeki numarası koyularak bu belirsizlik ortadan kaldırılmaya çalışılmıştır. Mesela Allâme Hillî'nin (ö. 726/1325) Bağdad'da 673/1274 yılında istinsah ettiği *Muhtasar* nüshasında sadece *Elemanlar'*daki şekil numaraları bulunur.²⁹³ *Şifâ*

²⁸⁸ İbn Sînâ, *Muhtasarı Uklîdis*, 21.

²⁸⁹ İbn Sînâ, 23.

²⁹⁰ Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Fatih 3211, 30a; Damad İbrahim Paşa 823, 409b (Nüsha metninde 51 şekil olduğu yazılı iken derkenardaki sayılarda ebcedle 55 yazılıdır).

²⁹¹ Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi Damad İbrahim Paşa 822, 284a; Damad İbrahim Paşa 823, 409b (Nüsha metninde 51 şekil olduğu yazılı iken derkenardaki sayılarda ebcedle 55 yazılıdır).

²⁹² Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi Hekimoğlu Ali Paşa 857, 694b.

²⁹³ Bibliothèque Nationale de France, Arabe 2484.

içeriğinden sadece *Muhtasar*'ı barındıran bir nüsha bu açıdan önemlidir.²⁹⁴ Nüshanın derkenarında iki sayı bulunur. Biri *Muhtasar*'ın şekil sayısına işaret ederken, diğeri *Elemanlar*'ın şekil sayılarını gösterir. Pek çok nüsha da şekil sayılarını veya yerlerini belirtmezler.²⁹⁵ Hâl böyle olunca İbn Sînâ'nın *Elemanlar* üzerindeki tasarruflarını makalelerdeki şekil sayılarına bağlı kalmadan, ele aldığı teorem ve problemler açısından incelemek ihtiyacı ortaya çıkar. Öncelikle her bir makaledeki şekil sayılarını verelim, daha sonra *Elemanlar* geleneği içindeki özgün şekiller üzerinden değerlendirelim:

Makale	I	II	III	IV	V	VI	VII
Şekil Sayısı	53	14	36	18	25	31	41

VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV
25	36	108	41	16	21	11	5

Tablodan da görüleceği üzere 9 makalede (III, IV, VI, VII, IX, X, XII, XIV ve XV) İbn Sînâ'nın şekil sayısı hem Haccâc hem de Sâbit nüshasından farklıdır. Haccâc ve Sâbit nüshalarının birbirinden ayrıldığı bir makalede de (XIII) Haccâc nüshası ile eşit şekil sayısına sahiptir. Daha ayrıntılı incelediğimizde ise İbn Sînâ'nın *Muhtasar*'da esasında Haccâc'ı takip ettiği artan şekil sayılarının İbn Sînâ'nın tabiriyle “şüpheleri çözmek” için eklenen ispatlar olduğu görülür. Haccâc nüshasının karakteristik özelliklerinden Sâbit nüshasına göre I.45, VI.11, VIII.24 ve 25. şekillerin metin içinde bulunmaması, *Muhtasar*'da da geçerlidir. Sâbit, kendi nüshasının III.34 şeklinde ihtilâf-ı vukûları ele almamış, sadece bir misal

²⁹⁴ Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Fatih 3211.

²⁹⁵ Mesela Damad İbrahim Paşa 822 nüshası yalnızca ilk makalenin son cümlesinde sayı verir, onun dışında nüshanın hiçbir yerinde şekil numaralarına işaret yoktur. Damad İbrahim Paşa 823 nüshasında sadece ilk birkaç sayfanın derkenarında şekil numaraları bulunur. Beyazıt Umumi 3966, Yeni Cami 770, Nuruosmaniye 2709 nüshalarında hiçbir yerde şekil numaraları yoktur.

üzerinden teoremi ispatlamıştır. Haccâc nüshasında ise ihtilâf-ı vukûlar değerlendirmeye alınmıştır. İbn Sînâ bu şekilde de Haccâc'ı takip eder. İhtilâf-ı vukûlar ayrı bir şekil olarak numaralandırılmıştır.²⁹⁶ III. Makaledeki son şekle (Sâbit nüshasında 36. şekil) gelince, Haccâc nüshasında bulunmayan bu şekil *Muhtasar*'da bulunur fakat bu şekil de yine ihtilâf-ı vukû olarak düşünülmüştür. Dolayısıyla bu şekilde de İbn Sînâ'nın Haccâc'ı takip ettiğini fakat *Şifâ*'nın başındaki vaadine uygun olarak “şüphelerin çözümü” sadedinde tasarruflara dâhil bir tutum sergilediğini söyleyebiliriz. Öte yandan *Muhtasar*'ın üslup ve ıstılah tercihlerinde de bariz bir Haccâc etkisi görülmektedir. I. Makale'nin girişindeki tanımlar kısmında “sınır”ı (*hadd*) Sâbit nüshasındaki gibi “son” (*nihâye*) ile değil Haccâc nüshasındaki gibi “uç” (*taraf*) ile tanımlar.²⁹⁷ I.35'te Grekçe neşirde “aynı taban üzerinde ve aynı paraleller arasında” bulunan paralelkenarlar üzerinden ispat yapılır. Sâbit nüshasında buna “aynı yönde bulunma” şartı eklenirken Haccâc nüshasında bu şart bulunmaz.²⁹⁸ *Muhtasar* bu şekilde de Haccâc'ı takip etmiştir.²⁹⁹ Benzer bir durum I.36, I.37 ve I.38 için de söylenebilir. II. Makale'den başlamak üzere, iki çizginin birer kenarını oluşturduğu dikdörtgen için *Muhtasar* “darb” terimini kullanmaktadır ki daha önce ifade edildiği üzere bu da Haccâc'ın kullanımıdır. Benzer biçimde V. Makale başındaki oran (*nisbet*) tanımında “izâfet” yerine “eyyiyye” tabirinin kullanımı da Haccâc kaynaklı bir tercihtir. Zira Bayerische Staats Bibliothek Cod. Arab 2697, 53b derkenarında “izâfet”in Sâbit nüshasından kaynaklandığı açıkça ifade edilir.³⁰⁰ Antakî de *Şerhi*'nde “izâfet” kelimesinin Sâbit'in kullanımı olduğunu, Haccâc nüshasında “eyyiyye” tabirinin bulunduğunu

²⁹⁶ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 122-26.

²⁹⁷ Taraf teriminin Haccâc kaynaklı olması hakkında bkz. Gregg De Young, “The Arabic Version of Euclid's Elements by al-Ĥajjāj b. Yūsuf b. Maṭar: New Light on a Submerged Tradition”, 132-33.

²⁹⁸ Gregg De Young, 138-39.

²⁹⁹ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 53-56.

³⁰⁰ Sâbit nüshasının her iki grubunda da “izâfet” terimi kullanılmıştır. Engroff, “The Arabic Tradition of Euclid's Elements: Book V”, 60, 165.

söylemektedir.³⁰¹ II.14 şekli de *Muhtasar*'daki Haccâc etkisini göstermesi açısından önemlidir. Çünkü Haccâc nüshası bu şekildeki çizimin üçgene eşit olmasını isterken Sâbit nüshası Grekçe neşre de uygun olarak herhangi düzkenarlı bir şekle eşitler.³⁰² İbn Sînâ da *Muhtasar*'da şekli üçgen üzerinden gösterir.³⁰³ Sâbit nüshasındaki VI.31 şekline (Grekçe neşirde VI.32) bir alternatif ispat yolu verilir.³⁰⁴ Bu alternatif yol Haccâc nüshasında bulunmadığı gibi *Muhtasar*'da da yoktur. VIII. Makale'de de durum Tûsî'nin ifade ettiği gibidir. Yani Sâbit nüshasındaki VIII.11 ve 12 şekilleri, *Muhtasar*'da tek bir şekil (VIII.11) hâlinde verilir.³⁰⁵ Ayrıca VIII.24 ve 25. Şekilleri de *Muhtasar*'da bulunmaz. IX. Makale'ye gelince Sâbit nüshasındaki IX.11 ve 12. Şekilleri Haccâc nüshasına uygun olarak *Muhtasar*'da sırasıyla IX.12 ve 11. Şekilleri olarak yer alır.³⁰⁶ Yine önemli bir gösterge olarak Sâbit nüshasındaki IX.14 ile IX.20 şekilleri *Muhtasar*'da, Haccâc nüshasına uygun olarak birbirinin yerindedir.³⁰⁷ Bu misallerden görüleceği üzere İbn Sînâ'nın *Muhtasarı* hem şekil sayıları hem makale tertipleri hem de kullanılan ıstılahlar açısından pek çok yerde Haccâc etkisi göstermektedir. Hatta denilebilir ki bütün bir İslam dünyası *Elemanlar* geleneğinde Haccâc etkisinin en yoğun görüldüğü metin İbn Sînâ'nın *Muhtasarı*dır.

2.3.2 *Muhtasar*'da Önerme Yapıları

Önerme yapıları sözkonusu olduğunda İbn Sînâ *Muhtasar*'da daha önce Nîsâbûrî'nin *İhtisârı*'nda gördüğümüze benzer bir yol tutmuştur. Önermelerin/Şekillerin *mukaddime* ve *misâl* kısımları neredeyse hiç

³⁰¹ Antâkî, *Şerhu Uklîdis*, Oxford Üniversitesi Bodleian Kütüphanesi, Huntington 531, 2a, 3a.

³⁰² Eukleides, *Öklid'in Elemanları*, 70-71; Gregg De Young, "The Arabic Version of Euclid's Elements by al-Ĥajjāj b. Yūsuf b. Maṭar: New Light on a Submerged Tradition", 140.

³⁰³ İbn Sînâ, *Muhtasarı Uklîdis*, 85-86.

³⁰⁴ Gregg De Young, "The Arabic Version of Euclid's Elements by al-Ĥajjāj b. Yūsuf b. Maṭar: New Light on a Submerged Tradition", 147.

³⁰⁵ İbn Sînâ, *Muhtasarı Uklîdis*, 256.

³⁰⁶ İbn Sînâ, 277-79.

³⁰⁷ İbn Sînâ, 280-81, 286.

bulunmaz. Doğrudan üçüncü adımla yani *tafsîl/şerîta* adımıyla şekle giriş yapar. Bunu da daha önce yaptığımız gibi I.1 şekli üzerinden gösterelim:

“I.1: AB çizgisi üzerine bir eşkenar üçgen çizmek istiyoruz. A noktasını merkez alıp B uzaklığında BCD dairesini ve B noktasını merkez alıp A uzaklığında ACH dairesini çizelim. Kesişim noktası C’yi A ve B ile birleştirelim. Bu durumda ABC üçgenindeki AB ve AC kenarları merkezden çevreye uzanırlar, dolayısıyla birbirlerine eşittirler. Aynı şekilde BA ve BC kenarları da [merkezden çevreye uzanırlar] dolayısıyla onlar da birbirlerine eşittirler. Bir şeye eşit şeyler birbirlerine eşittirler. Bu durumda CA ve CB kenarları da birbirlerine eşittirler. Dolayısıyla ABC üçgeni AB çizgisi üzerine çizilmiş bir eşkenar üçgendir. Göstermek istediğimiz de bu idi.”

Görüldüğü üzere şeklin başında *mukaddime* yoktur. Muhyiddin Mağribî de kendi *Tahrîrî*’nin girişinde buna “eş-Şeyhu’r-reîs’e gelince, *da’vâ*ları ve pek çok *mukaddime*yi hazfetmiştir.” diyerek değinir.³⁰⁸ *Mukaddime*den sonra gelmesi gereken *misâl* adımı da bulunmaz. Doğrudan *tafsîl/şerîta* adımı ile şekle başlar: “AB çizgisi üzerine bir eşkenar üçgen çizmek istiyoruz.” *Tafsîl/Şerîtay*ı dairelerin çizilmesi, çizgilerin birleştirilmesi gibi işlemlerin yapıldığı *amel* adımı takip eder: “A noktasını merkez alıp B uzaklığında BCD dairesini ve B noktasını merkez alıp A uzaklığında ACH dairesini çizelim. Kesişim noktası C’yi A ve B ile birleştirelim.” Şekillerde *burhân* adımı -kimi zaman muhtasar hâlde- daima bulunsa da *netîce* adımına her zaman yer verilmez.³⁰⁹

2.3.3 Muhtasar’da İlkeler

İbn Sînâ *Muhtasar*’ın makalelerinin giriş bölümleri genel itibarıyla özgün metinle uyumludur. Yani VIII, IX, XII ve XIII. Makaleler hariç her bir makale girişinde ilkeler bölümü vardır. Yine özgün metinle uyumlu

³⁰⁸ Oxford Üniversitesi Bodleian Kütüphanesi, Or. 448, 1b.

³⁰⁹ Mesela ihtilâf-ı vukuların ele alındığı I.3 ve I.4’te *netîce*ler yoktur.

olarak bu girişlerin ilki hariç tamamında yalnızca tanımlar bulunur. Postulat ve aksiyomların değerlendirmesine geçmeden önce, *Muhtasar*'ın makale girişlerinde şimdiye kadar incelediğimiz metinlerde bulunmayan yahut da *Muhtasar*'ın kendine has bazı özelliklerini zikretmek yerinde olacaktır. Hatırlanacağı üzere genel itibarıyla bir daire içine şekil çizmek ya da bir şeklin içine daire çizmenin yollarını gösteren IV. Makale girişinde özgün metinde 7 tanım, *Sâbit* nüshasında 2 tanım bulunmaktadır. *Muhtasar*'da ise "İçinde bulunan şeklin tüm köşelerine kenarlarıyla temas eden şekle çevreleyen (*el-muhîl*) denir." biçiminde yalnızca tek tanım bulunur. Bu tutumun Ebherî tarafından aynen devam ettirilmesi hatta ifadelerin *Muhtasardakiyle* birebir örtüşmesi *İslâh* açısından büyük önem taşımaktadır. *Muhtasar*'da yer alan makalelerdeki girişlere dair diğer bir önemli fark da X. Makale'deki *musâdereler*dir (kimi nüshalarda *sadr*). Özgün *Elemanlar*'ın X. Kitabının üç farklı yerinde (X.1, X.48 ve X.85 önermelerinden önce) tanımlar bulunurken İbn Sînâ X. Makale'nin biri başında olmak üzere dört farklı yerinde bu tanımları zikreder. (X.1, X.43, X.69 ve X.81 şekillerinden önce). İbn Sînâ'yı bu tercihinde Çağmînî ve Sözde-Tûsî takip etmiştir.

Postulatlar için *Şifâ*'nın *Burhân* kitabında vazedilmiş asıllar (*el-usûlu'l-mevzû'a*) ve *musâdereler* tabiri kullanılırken³¹⁰ *Muhtasar*'ın bazı nüshalarında *usûlu't-takdîr* ve bazı nüshalarında takririne ihtiyaç duyulan bilgiler (*علم يحتاج إلى تقريره*) başlığı kullanılmıştır ve 7 postulat zikredilmiştir. İslam *Elemanlar* geleneğindeki en yüksek sayıda postulat *Muhtasar*'dadır. Bu da İslam *Elemanlar* geleneği içinde postulat olarak kabul edilen tüm ilkelerin İbn Sînâ'nın *Muhtasarı*'na postulat olarak dâhil edildiği anlamına gelir.

- 1- İstediğimiz herhangi bir noktadan istediğimiz herhangi bir noktaya düz çizgi çizmek.

³¹⁰ İbn Sînâ, *el-Burhân*, 110-11; İbn Sînâ, *İkinci Analitikler: Burhan*, 58-59.

- 2- Her çizgiye düz bir çizgi bitıştirmek. İlgili bölümde ele alınacağı üzere, yapıştirmek/bitıştirmek anlamındaki *ilsâk* fiili kullanımıyla dikkat çeken bu postulat benzer ifadelerle *Islâh*'ta da bulunmaktadır.
- 3- Her noktadan her her uzaklıkla bir daire çizmek.
- 4- Tüm dik açılar birbirine eşittirler.
- 5- Bir çizgi iki çizgi üzerine gelir de bir yönde meydana gelen iki iç aç (toplamı), iki dik aç (toplamın)dan eksik olursa bu iki çizgi o yönde muhakkak kesişirler.³¹¹ İbn Sînâ *Burhân* kitabında bu ilkenin, tasdikî ilkeler hususunda takip ettiği el-usûlu'l-mevzû'a - musâdere - el-ulûmu'l-müte'ârife üçlü yapısına göre bir asl-ı mevzû' değil bir musâdere olması gerektiğini ifade eder.³¹²
- 6- İki düz çizgi bir yüzeyi çevrelemez.
- 7- Bir düz çizgi kendi doğrultusunda iki düz çizgiyle birleşmez. İlk defa Nîsâbûrî'nin *İhtisârı*'nda gördüğümüz bu son postulat, sadece İbn Sînâ, Çağmînî ve Ebherî'nin metinlerinde bulunur. Tûsî'nin *Tahrîri*'nde de *Elemanlar*'da bulunmayan ama Eukleides'in kendisinden istifadeyle ispat yaptığı ek postulatlardan biri olarak verilir.

Aksiyomlara gelince, *Burhân* kitabında *el-ulûmu'l-müte'ârife* karşılığı kullanılırken *Muhtasar*'da kapsayıcı bilgi/genel bilgi (علم جامع) tabiri kullanılmıştır. Bu tabir Grekçe metindeki κοινὰ ἐννοιαί (genel bilgiler) karşılığı olarak Sâbit nüshalarında karşılaştığımız علم عام tercümesinden geliyor olmalıdır. İbn Sînâ'nın *Burhân*'daki "bir şeye eşit şeyler birbirlerine de eşittirler" gibi ilkelerin başta matematik bilimler olmak üzere pek çok bilimde ortak olduğu görüşü göz önünde bulundurulacak olursa, *Elemanlar*'ın aksiyomlarını kendi tabirleri yerine gelenek içinde aynı amaca matuf tayin edilmiş tabirlere sadık kalarak kullandığını söylemek daha isabetli olacaktır.³¹³ Eukleides'in *Elemanlar*'da aksiyom olarak zikrettiği tüm ilkeler bulunur.

³¹¹ Bu postulatla geçen لا محالة ifadesi muhakkikler tarafından لا محالة olarak verilmiştir. İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 19.

³¹² İbn Sînâ, *İkinci Analitikler: Burhan*, 61.

³¹³ İbn Sînâ, 102-3.

*Muhtasar'*daki aksiyom sayısı da postulatların sayısına eşittir. Bunlara gelenek içinde 1. ve 3. aksiyomların çeşitlenmesiyle meydana getirilmiş iki aksiyom daha eklenmiştir.

- 1- Bir şeye eşit iki şey birbirlerine eşittirler.
- 2- Katları ve yarıları bir şeye eşit olursa birbirlerine eşittirler.
- 3- Birbirine eşitlere birbirine eşitler eklenirse birbirlerine eşitler meydana gelir.
- 4- Birbirine eşitlerden birbirine eşitler eksiltilirse geriye birbirine eşitler kalır.
- 5- Birbirine eşitlerden birbirine eşit olmayanlar eksiltilirse birbirine eşit olmayanlar kalır.
- 6- Diğeri üstüne fazlalıksız örtüşen, ona eşittir.
- 7- Bütün parçadan büyüktür.

Dikkat edilirse 1, 2, 4, 5 ve 6. Aksiyomlar Eukleides'in aksiyomlarıyla aynıdır. Bunlara ek olarak Sâbit nüshasında ayrı iki aksiyom olarak gördüğümüz katların ve yarıları eşit şeylerin birbirine eşitliği tek cümle olarak ifade edilmiştir. Öte yandan *Muhtasar'*ın 5. Aksiyomunu ilk defa burada görürüz. Eşit şeylerden eşit olmayanları çıkaran bu aksiyoma İbn Sînâ hariç yer veren tek isim Nesevî'dir.

2.4 Tecrîd – Nesevî

5./11. Yüzyıl matematikçilerinden Ebu'l-Hasen Ali b. Ahmed en-Nesevî, nisbesinin gösterdiği üzere köken itibarıyla Horasan bölgesi şehirlerinden Nesâ'lı olmasına rağmen 393/1002 tarihinde Rey'de doğmuş, ömrünün büyük bölümünü burada geçirmiş, 100 yıla yakın bir ömür sürmüş ve 5./11. Yüzyıl sonlarında vefat etmiştir.³¹⁴ Nesevî'nin matematik bilimler ve matematik bilimler içinde geometriye dair muhtelif eserleri yanında doğrudan *Elemanlar* üzerine iki çalışması bulunmaktadır. Bunlardan biri

³¹⁴ Hayatı ve eserleri hakkında ayrıntılı bilgi için bkz. Ebu'l-Kâsım Kurbânî, *Nesevînâme*, 3-32; Ali b. Ahmed en-Nesevî, *Kitâbu't-Tecrîd fî Usûli'l-hendese*, 17-36; Fazlıoğlu, "Nesevî, Ali b. Ahmed", 575-76.

et-Tecrîd fî Usûli'l-hendese, diğeri *el-Belâğ fî Şerhi'l-Usûl*'dür. *Usûl* üzerine bir şerh olan ve varlığından bizzat Nesevî'nin kendi ifadeleriyle haberdar olduğumuz *el-Belâğ*'ın ne yazık ki bir nüshasına henüz ulaşamamıştır. Dolayısıyla Nesevî'nin *Elemanlar* metni üzerindeki tasarrufunu yalnızca *Tecrîd* üzerinden değerlendirmeye alacağız.

2.4.1 *Tecrîd*'in Genel Yapısı ve Kaynakları

Nesevî *Tecrîd*'in girişinde eserini yazma amacını ve kitapta takip ettiği yöntemi kısaca anlatmıştır. Buradaki ifadelerine göre insanın ilimleri tahsil etmesinin nihai amacı ilm-i ilâhî/metafiziğe ulaşmaktır. Bu amaç doğrultusunda geometri biliminden tahsil edilmesi gereken miktar, astronomiyi (tencîm) Batlamyus'un *Mecistî*'de anlattığı şekilde geometrik ispatlarla (el-burhânu'l-hendesî) bilecek kadardır. Nesevî'nin burada *Tecrîd* hakkında belirlediği amaç, İbn Sînâ'nın talebesi Cûzcânî tarafından *Necât*'ın ve *Dânişnâme*'nin sonularına eklenen hendese metnine oldukça benzer. Birbirinin tercümesi olan hendeseye dair bu bölümler Cûzcânî'nin ifadelerine göre aslında İbn Sînâ'nın *Mecistî* tahsili için temel düzeyde bilinmesi gereken geometri bilgisini derlediği bir *Elemanlar* muhtasarıdır.³¹⁵ Bu amaçla Nesevî *Mecistî*'yi, "kattâ" şekillerinin mukaddimelerini, *Elemanlar*'ı ve geometri üzerine yazılmış diğer bazı kitapları inceleyerek *Tecrîd*'i yazdığını söyler. Astronomi merkezli bu amaç doğrultusunda gereken önerme/şekiller diğerlerinden ayrılсын, öğrenmesi ve ezberlemesi kolay olsun diye *Tecrîd*'i lafızları kolay, burhanları daha basit ve güzel bir usulde hazırladığını iddia eder. Nesevî'ye göre *Tecrîd*'i hakkıyla öğrenen kişi misâha ve gerekli diğer ilimlerin burhanlarına vâkıf olur. Aynı zamanda *Tecrîd*, müellifin beyanına göre geometri ilmine de çok faydalı bir giriş niteliğindedir. Bu ilmi ileri düzeyde tahsil etmek isteyenleri *Usûl*'e/*Elemanlar*'a ve diğer

³¹⁵ İbn Sînâ, *en-Necât*, Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Carullah 1345, 246b; *Dânişnâme-i Alâî*, Meclis-i Şûrâ-yı İslâmî 18125, 325-326; İbn Sînâ, *Le Livre De Science (Physique, Mathématiques)*, 2:91., .

geometri kitaplarına yönlendirir. Nesevî *Tecrîd*'i mezkûr amaçlar doğrultusunda yedi makale üzerine kurgulamıştır. Buna bağlı olarak da her bir makaledeki şekil sayısı *Elemanlar*'a göre daha az olması yanında şekillerin sıralaması Grekçe neşre ve İslam dünyasında gelişen *Elemanlar* literatürüne göre farklılıklar taşır. Ayrıca *Tecrîd*'deki makale içerikleri de özgün *Elemanlar*'a göre farklıdır. Örnek vermek gerekirse *Tecrîd*'in I. Makalesinde *Elemanlar*'ın II. Kitabından, III. Makalesinde IV. Kitaptan, VI. Makalesinde XIII. Kitaptan şekiller/önergeler bulunur. *Tecrîd*'in VII. Makalesi ise tamamıyla XI. Kitaptaki şekiller/önergelerden oluşmaktadır.

Tecrîd'i doğrudan bir *Elemanlar* edisyonu olarak kabul etmek mümkün olmadığından dolayı yer verdiği şekillerden hareketle hangi tercüme geleneğinden etkilendiğini tespit etmek mümkün değildir. Bununla beraber Nesevî'nin her iki tercüme geleneğine de aşina olduğunu bir yazma nüshadan öğrenmekteyiz. Oxford Üniversitesi Bodleian Kütüphanesi, Thurston 11'deki -Sâbit geleneğine atfedilen- yazma nüshanın X. Makalesinin sonunda, Nesevî'nin Haccâc nüshası ile Sâbit nüshasındaki bir şekle ait farkları ele aldığı ve sonunda kendi çözümünü sunduğu bir bölüm bulunmaktadır.³¹⁶ Bununla bağlantılı olarak Nesevî, amacına uygun şekilde her iki tercümeden ıstılahları kullanmıştır. Mesela V. Makale girişinde nisbetin tanımını verirken Sâbit nüshasına uygun olarak "izâfet" terimini kullanırken II. Makale'de çizgilerin birbiriyle "darb"ından söz ederek Haccâc nüshasıyla benzeşir.³¹⁷

Tecrîd'i diğer metinlerden ayırt eden bir özellik olarak II. Makale'deki tutumundan söz edilebilir. *Elemanlar* geleneğine mensup tüm metinlerde II. Makale'deki cebirsel kabul edilen ifadeler geometrik yapılara dönüştürülürken; örneğin bir doğru parçasının karesi söz konusu olduğunda, bu doğru parçası üzerine bir kare çizilirken, *Tecrîd*'de

³¹⁶ Oxford Üniversitesi, Bodleian Kütüphanesi, Thurston 11, 156b-157a.

³¹⁷ De Young ilk gözlemleri itibarıyla *Tecrîd*'in İshâk-Sâbit geleneğinden etkilendiği görüşündedir. De Young, "Diagrams in the Arabic Euclidean Tradition", 135.

doğrudan bu doğru parçasının kendisiyle çarpımı şeklinde ele alınmıştır. Bunun bir sonucu olarak II. Makale'deki çizimler birer yüzey olarak değil, sadece çizgilerle gösterilmiştir. Bu da diğer metinlerden farklı olarak *Tecrîd*'in II. Makalesinin başında bir tanımlar bölümünün bulunmayışını makul hâle getirir. Zira II. Makale girişinde sadece iki çizginin çevrelediği (Haccâc nüshasında iki çizginin *darbı*yla meydana gelen) dikdörtgenin ve bir özel şekil olan *alemin* tanımları verilir. Nesevî ise *Tecrîd*'de takip ettiği bu yöntemden ötürü ilgili tanımlara ihtiyaç duymamış olmalıdır.

2.4.2 *Tecrîd*'de İlkeler

Tecrîd'in II. Makale hariç tüm makalelerinde şekiller/önermeler öncesi giriş bölümleri bulunur. Özgün metne uygun olarak bunlardan I. Makale dışında hepsinin girişlerinde yalnızca tanımlar vardır. Nesevî tanımlarda kullandığı kelimeler ve cümle yapılarında umumiyetle Sâbit nüshasıyla benzeşmekte ise de kimi yerlerde “taksim üslubu” olarak adlandırabileceğimiz ve mantıktaki *aklî taksîme* benzettiği kendine özgü bir yol tutmuştur. Buna dörtgen tanımlarının verildiği kısmı örnek gösterebiliriz.

“Dört kenar tarafından çevrelenen şekle **dört kenarlı** denir ve iki türü vardır: (1)kenarları birbirine paralel olan ve (2)kenarları birbirine paralel olmayan.

(1) Kenarları birbirine paralel olanın da iki türü vardır: (1.1) Karşılıklı ikişer kenarları birbirine paralel olan. Bunun da dört türü vardır: (1.1.1) Kare: Kenarları birbirine eşittir (eşkenarlı) ve dik açılıdır. (1.1.2) Dikdörtgen: Dik açılıdır ama eşkenarlı değildir. (1.1.3) Eşkenarlıdır ama dik açılı değildir. (1.1.4) Birbirine karşılık gelen ikişer kenarı ve birbirine karşılık gelen ikişer açısı birbirine eşittir ancak ne eşkenarlıdır ne de dik açılıdır. [Kenarları birbirine paralel olanın] ikinci türünün (1.2) sadece karşılıklı iki kenarı birbirine paraleldir ve **yamuk** denir. Yamuğun da üç türü vardır: (1.2.1) İki dik açıya, bir geniş ve bir dar açıya sahiptir. (1.2.2)

Birbirine eşit iki geniş açıya ve birbirine eşit iki dar açıya sahiptir. (1.2.3)
Birbirine eşit olmayan iki geniş açıya ve birbirine eşit olmayan iki dar açıya sahiptir.

(2) Kenarları birbirine paralel olmayan [dörtgenlere] de çeşitkenar yamuk denir.”³¹⁸

İlkelerin tasdikî kısmını ise özgün metinde olduğu üzere ikiye ayırmıştır. Postulatları “üzerlerinde uzlaşmaya ihtiyaç duyduğumuz şeyler” (الأشياء التي نحتاج إلى الاتفاق عليها) başlığı altında sıralayan Nesevî, bunların sayısını 4 ile sınırlandırmış ve *Tecrîd*’de şu 4 postulatı zikretmiştir.

- 1- Bir düzlem üzerinde herhangi iki nokta arasını bir düz çizgiyle birleştirmek.
- 2- Bir düzlem üzerindeki düz çizgiyi düz bir şekilde istediğimiz kadar uzatmak.
- 3- Herhangi bir noktadan herhangi bir uzaklıkla bir daire çizmek.
- 4- Bir düz çizgiyi iki düz çizgi kestiğinde bir yönde oluşan iki iç açının toplamı iki dik açı toplamından küçük ise bu iki çizgi uzatıldığında o yönde kesişirler.

Özgün metnin 4. Postulatı olan ve bütün dik açılarının birbirine eşit olduğunu ifade eden yargı Nîsâbü’rî’de olduğu gibi Nesevî’nin *Tecrîd*inde de yer almaz.

Aksiyomlara gelince; Nesevî onlara “üzerinde uzlaşılmış genel bilgi” (علم عام متفق عليه) ismini vermiştir. *Tecrîd*’de yer alan aksiyomlar şu şekildedir:

- 1- Aynı şeye eşit şeyler birbirlerine de eşittirler.
- 2- Birbirine eşit şeylere eşit bir şey eklendiğinde toplamaları birbirine eşit olur.
- 3- Birbirine eşit şeylerden eşit bir şey çıkarıldığında kalanlar birbirine eşit olur.
- 4- Birbirine eşit şeylere eşit olmayan ya da birbirine eşit olmayan şeylere eşit bir şey eklendiğinde toplamaları birbirine eşit olmaz.

³¹⁸ Ali b. Ahmed en-Nesevî, *Kitâbu’t-Tecrîd fî Usûli’l-hendese*, 97.

- 5- Birbirine eşit şeylerden eşit olmayan ya da birbirine eşit olmayan şeylerden eşit bir şey çıkarıldığında kalanlar birbirine eşit olmaz.
- 6- İki katları, üç katları ve daha fazla katları aynı şeye eşit olan şeyler birbirine eşittirler.
- 7- Yarıları, üçte birleri veya daha küçük bölenleri aynı şeye eşit olan şeyler birbirine eşittirler.
- 8- Birbirlerinden herhangi bir fazlalık olmaksızın birbirleri üzerine çakışan şeyler birbirlerine eşittirler.
- 9- İki düz çizgi bir yüzeyi çevrelemez.

Nesevî'nin hem postulatlar hem de aksiyomlarda kullandığı ifadeler *Sabit* metni ile büyük benzerlikler göstermekle birlikte her ikisinde *Tecrîd'e* almayı ya da dışarıda bırakmayı tercih ettiği yargılar bakımından kaynak metinden farklılaşmaktadır. Aksiyomlar içindeki eşitlik-eşitsizlik yargıları bu bölümde ele aldığımız her metinde farklılık gösteriyor olsa da özellikle 9. *Aksiyom*'un aksiyomlara dahil edilmiş olması, Nesevî'nin kendi zamanına kadar yapılan değişiklikleri dikkate almayıp tercümeler çizgisinde ilerlediğini göstermektedir.

2.4.3 *Tecrîd*'de Önerme Yapıları

Nesevî önerme yapılarında da kendine has ilginç bir yöntem izlemiştir. Bunu I.1 üzerinden gösterelim.

“Verilen bir AB çizgisi üzerine eşkenar üçgen çizmek istiyoruz. A merkezi üzerine AB uzaklığıyla BCH 'yi ve B merkezi üzerine BA uzaklığıyla ACD dairesini çizeriz. Kesişme konumu C noktasından CA ve CB çizgileri çekeriz. **Derim ki:** ABC üçgeni eşkenardır. **Burhânı:** AC çizgisi AB'ye eşittir. Çünkü her ikisi de merkezden çevreye uzanırlar. Aynı şekilde BC de BA'ya eşittir. Dolayısıyla AC ve BC birbirlerine eşittir. Sonuçta ABC üçgeni eşkenardır. **Yapmak** istediğimiz de buydu”³¹⁹

³¹⁹ Ali b. Ahmed en-Nesevî, 102.

Şekillerin başında *mukaddime* ve *misâl* adımları bulunmaz, doğrudan *tafsîl/şerîta* adımıyla başlanır: “Verilen bir AB çizgisi üzerine eşkenar üçgen çizmek istiyoruz.” Bu anlamda kendisinden önceki metinlerden *İhtisâr* ve *Muhtasar* ile benzerlik taşır. *Tafsîl/Şerîta* ardından *amel* adımı gelir: “A merkezi üzerine AB uzaklığıyla BCH ‘yi ve B merkezi üzerine BA uzaklığıyla ACD dairesini çizeriz. Kesişme konumu C noktasından CA ve CB çizgileri çekeriz.” *Tecrîd*’in kendine has yöntemi bu noktadan sonra başlar. *Elemanlar* geleneğinde *amel* adımını *burhân* adımı takip etmesi gerekirken *Tecrîd*’de alışılmadık biçimde *amelden* sonra *netîce* adımı bulunur. Nesevî şekillerin *netîce*lerini “Derim ki (ekûlu)” ifadesiyle belirtir: “**Derim ki:** ABC üçgeni eşkenardır.” Bu neticeye nasıl ulaştığını gösteren *burhân* da *netîceden* sonraya bırakılır. *Burhân* adımı şeklin geri kalanından “Burhânı (burhânuhû)” tabiriyle ayrılır. Önerme yapıları sözkonusu olduğunda, şekillerin son cümleleri Nesevî’yi diğer tüm *Elemanlar* metinlerinden ayırır. Önceki bölümlerde önerme/şekil yapıları ele alındığında gösterildiği üzere Eukleides’in uygulaması, teoremleri/ilmî şekilleri “gösterilmesi istenen buydu” ve problemleri “yapılması istenen buydu” ifadeleriyle bitirmektir. İslam *Elemanlar* geleneği içerisinde yer alan metinlerden bu usule uygun hareket eden tek metin *Tecrîd*’dir. *Tecrîd*’de her bir problem “yapmak istediğimiz budur (وذلك ما أردنا أن نعمل)” ifadesiyle, her bir teorem de “göstermek istediğimiz budur (وذلك ما أردنا أن نبين)” ifadeleriyle tamamlanır.

2.5 Telhîs - Çağmînî

Bilim tarihinde daha ziyade *el-Mulahhas fî ilmi'l-hey'eti'l-basîta*, kısaca *Mulahhas*’ı ile meşhur Mahmûd b. Muhammed b. Ömer el-Çağmînî’nin (ö. 615/1218’den sonra) *Elemanlar* üzerine çalışması *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*’tir. *Telhîs*’in günümüze ulaştığı bilinen yegâne nüshası İran’ın Yazd şehrindeki Kitâbhâne-i Ser-i Yazdî kütüphanesinde 98 demirbaş numarasında kayıtlı bir mecmua içindedir. Mecmuada *Telhîs* ile birlikte yine Çağmînî’ye ait iki risale daha bulunmaktadır. Mecmuadaki ilk eser *Telhîs* baştan 120a yaprağına kadar, 120a-122a arası *Risâle fî kuva'l-kevâkibi*

ve za'fihâ, son eser *el-Mûcezz fî'l-hisâb* da 122b-123a yapraklarındadır. Mecmuanın tamamının müstensihî, Çağmînî'nin çevresindekilerden biri olan Mes'ûd b. Mahmûd eş-Şîrâzî, *Telhîs*'i müellif hattı bir nüshadan istinsah edip müellif hattı başka bir nüshayla da mukabele etmiştir.³²⁰ Nüshanın tıpkıbasımı 2006 yılında yapılmıştır.

2.5.1 *Telhîs*'in Genel Yapısı ve Kaynakları

İbn Sînâ'nın *el-Kânûnu*'nun muhtasarı mahiyetindeki *Kânûnçe*, hisâb ilmine dair yine muhtasar bir eser *Suveru'l-hisâb*, cebr ve mukabele üzerine *Manzûme* gibi eserleri³²¹ ile birlikte *Telhîs*, hakkında söylenen "mulahhisu eşheru'l-musannefât" lakabını hakettiğinin bir göstergesi gibidir.³²² Çağmînî, 22 Safer 615/20 Mayıs 1218'de tamamladığı *Telhîs*'i hem bir âlim hem de o sıralar Harezmsâh sultanı Alâeddîn Muhammed'in (ö. 617/1220) hizmetinde bir devlet adamı olan Şihâbuddîn Ebû Sa'd b. İmrân el-Hârizmî el-Hîvekî'ye ithâf etmiştir.³²³ *Telhîs* dibacesinde uzun övgülerle andığı Şihâbuddîn Hîvekî ile bir konuşmaları esnasında Hîvekî'nin matematik bilimler konusunda uzman birinden bahsetmesi ve geometrik problemler içeren bir kitabı vermesi üzerine özellikle bu alanda bir eser telifiyle kendisine hizmet etme gayreti uyanmıştır. Çağmînî'ye göre *Elemanlar* üzerine kendisinden önce yapılan çalışmalardan kimisi usandırıcı uzunlukta, kimisi de konuyu anlaşılmasız kılacak kısalıktadır. Kendisi ise bunlardan kaçınarak meseleleri anlaşılmasız hâle sokacak kısalık ya da uzunlukta olmayan öz bir anlatımla *Telhîs*'i telif ettiğini söylemektedir.³²⁴

Telhîs'in genel yapısında dikkati çeken ilk durum eserdeki makale sayısıdır. Çağmînî, sonradan Hypsikles'in eklediği XIV ve XV. Makaleleri

³²⁰ Çağmînî, *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*, 246.

³²¹ Çağmînî'nin telifatının listesi için Ragep, *Jahmînî's Mulakhkhaş*, 280-83.

³²² Çağmînî, *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*, 15.

³²³ Çağmînî'nin 600/1203 yılında telif ettiği *Fî kuva'l-kevâkibi ve za'fihâ* adlı eserini de ithaf ettiği Şihâbuddîn Hîvekî hakkında bilgi için Ragep, *Jahmînî's Mulakhkhaş*, 21-24.

³²⁴ Çağmînî, *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*, 17-18.

*Telhîs'*e almıştır. Fakat diğer metinlerde gördüğümüz, bu iki makalenin özgün *Elemanlar* metninde olmayıp sonradan eklendiğine dair uyarı *Telhîs'*te bulunmaz. Her bir makaledeki şekil sayısını tablo ile gösterelim:

Makale	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV
Şekil Sayısı	48	14	36	16	25	33	39	25	38	109	41	16	21	13	5

Görüldüğü üzere şekil sayısı itibarıyla Sâbit nüshası ile Haccâc nüshası arasındaki farkı oluşturan makalelerden dördünde (I, III, VI, X) Sâbit nüshasıyla, birinde (VIII) Haccâc nüshası ile ortaklaşmaktadır. Bu makalelerdeki şekilleri daha ayrıntılı incelediğimizde Çağmînî'nin *Telhîs'*de doğrudan ya da dolaylı olarak tercüme geleneklerinden her ikisini de kullandığını açıkça görürüz. I. Makale'de Haccâc nüshasında bulunmayan I.45 şekli *Telhîs'*te vardır. Yine Haccâc nüshasında eksik olan III.36 (Grekçe neşirde III.37) *Telhîs'*te bir önceki şeklin aksi denerek kitaba konmuştur. II.14 şekli, dil özellikleri dışında *Telhîs'*teki Haccâc etkisini gördüğümüz ilk yerdir. *Muhtasar'*ı incelerken ifade edildiği üzere II.14'te Haccâc nüshası çizimin üçgene eşit olmasını isterken Sâbit nüshası herhangi düzkenarlı bir şekli ister. Çağmînî de *Muhtasar'*da olduğu gibi problemi üçgen üzerinden gösterir.³²⁵ VI. Makale'de de Haccâc nüshasında bulunmayan VI.11 (Grekçe neşirde VI.12) *Telhîs'*te vardır. VIII. Makale ise diğerlerinden ayrılır. Bu makale esasında Sâbit-Haccâc nüshaları arasındaki farkı göstermesi açısından da diğer makalelerden ayrılır çünkü fark sadece şekil sayılarında değil, aynı zamanda tertiptedir. Öncelikle şekil sayısına bakacak olursak *Telhîs* ile Haccâc nüshası 25'er şekil içermeleri noktasında ortaklırlar. Haccâc nüshasını Sâbit nüshasından ayıran farkları karşılaştıracak olursak öncelikle Haccâc

³²⁵ Çağmînî, 45-46.

nüshasında, Sâbit'in VIII.24 ve 25. Şekilleri yoktur. *Telhîs*'te de bu şekiller bulunmaz. Ayrıca bu makalede tertip farkı da vardır. Sâbit nüshasındaki VIII.11 ve 12. Şekiller *Telhîs*'te Haccâc nüshasına uygun olarak tek bir (11.) şekildir.³²⁶ *Telhîs*'teki Haccâc etkisini gösteren bir diğer makale de IX. Makaledir. Burada da Çağmînî tıpkı VIII. Makale'de olduğu gibi Haccâc nüshasını takip eder. Sâbit nüshasının IX.11 ve 12 şekilleri ile IX.14 ve 20. şekilleri *Telhîs*'te birbirinin yerindedirler.³²⁷

Çağmînî'nin tercih ettiği cümle yapıları ve ıstılahlara bakıldığında da *Telhîs*'in makale ve şekil tertiplerinde olduğu gibi her iki tercüme geleneğinden etkilenmiş olduğu görülmektedir. Hemen I. Makale başındaki *sınır* tanımında *Telhîs*, Haccâc nüshasına ait bir terim olan "taraf"ı kullanır.³²⁸ II. Makale'nin girişi *Telhîs*'in karakteristiğini göstermesi açısından önemlidir. Burada Çağmînî *Muhtasar*'daki ifadelerle çok benzer, ancak *Telhîs* dibacesinde üslubunun kısa ve öz olacağına ilişkin vaadine de uygun tanımlar verir. Dolayısıyla örneğin Sâbit nüshasında bulunmayan "darb" ve "teksîr" gibi kavramları kullanan *Muhtasar*'daki Haccâc etkisi aynıyla *Telhîs*'e de yansımış olur.³²⁹ Benzer bir tutumu V. Makale başındaki tanımlarda da görmek mümkündür. *Telhîs*'te *Muhtasar*'daki cümlelere oldukça benzer cümleler bulunur. Elbette "nisbet" tanımında Haccâc ıstılahlarından olan "eyyiyye" tabirini kullanır.³³⁰ İslam dünyasındaki *Elemanlar* geleneğine mensup metinler arasındaki etkileri tespitite mihenk taşı sayılabilecek bu örnekler dışında *Telhîs*'teki *Muhtasar* tesirini açıkça gösteren başka veriler de bulunmaktadır. İlk misal *Telhîs*'in V.21 şeklidir. Bu şekil, *Telhîs* öncesi bütün bir *Elemanlar* geleneğinde sadece İbn Sînâ'nın *Muhtasarı*'nda bulunur. Çağmînî ya da onun yakınında bulunanlardan biri olan

³²⁶ Çağmînî, 124-25.

³²⁷ Çağmînî, 134, 135, 137-38.

³²⁸ Çağmînî, 18.

³²⁹ Çağmînî, 39.

³³⁰ Çağmînî, 72. Yazı karakterinden dolayı nüshanın müstensihî dışında biri olduğu anlaşılan, bu ıstılahtaki Sâbit-Haccâc farkını bilen bir okur tarafından düşülmüş derkenar kaydında "Sâbit nüshasında şöyledir" denerek "izâfet"li tanım da verilir.

müstensih de bunun farkında olarak sayfa derkenarına, “Bu şekil Ebû Ali’nindir.” (هذا الشكل لأبي علي) kaydını düşmüştür.³³¹ En az bu kayıt kadar önemli iki misal de X. Makale’de bulunur. X.55, V.21’de olduğu gibi *Muhtasar’a* özgü bir şekildir. Aynı şeklin *Telhîs’te* bulunması yanında derkenarda müellifin konuya dair açıklaması da vardır: Müellif r.anh “Bu şekli, Ebû Ali’nin nüshasındaki bir miktar açıklama haricinde başka hiçbir yerde bulamadım.” dedi. Ayrıca oradaki ispatı da ibarelerdeki hatalar ve bozukluklardan dolayı düzgün değildi. Ben de [İbn Sînâ’nın *Muhtasarı’nda* gördüğüm ispat] yerine buradaki burhân ile ispatladım (قال المصنّف رضي الله عنه: هذا شكل لم أجده في النسخ، إلا أنّ بعض مؤامراته كانت في نسخة أبي علي وما³³² كان يستقيم برهانه ألبتة لسقم وخطأ في عباراته فبرهنت عليه بهذا البرهان من غير أن أجده في موضع. Çağmînî’den nakledilen bu ifadelerle göre ilgili şekil sadece *Muhtasar’da* vardır ve elindeki nüshaya göre ispatı da sorunludur. Gerçekten de *Muhtasar’daki* ispat tam anlaşılamadığından dolayı nüshalar arasında pek çok fark, yanlış notasyon vardır.³³³ İlginç şekilde Çağmînî bu eksikliği gidermek için elinde bulunan diğer nüshalardaki tertibe uymak yerine İbn Sînâ’nın tertibini sürdürmeyi, onun yerine ispatı değiştirip II.5 ve II.9 şekillerine açıktan atıf yaparak ispatı yeniden inşa etmeyi tercih etmiştir.³³⁴ Bu da yukarıdaki gözlemlerimizi destekler nitelikte, Çağmînî’nin *Telhîs’i* hazırlarken *Muhtasar’ın* genel yapısını esas aldığını göstermektedir. Son örnek de *Telhîs’in* X.68 ile X.69 şekilleri arasındaki tanım üzerine Çağmînî’nin yorumlarıdır. *Muhtasar’ın* X. Makalesinde 4 farklı yerde *musâdere/sadr* bulunduğu görülmüştü. İşte bu *musâderelerin* bulunduğu konumlarda *Telhîs’te* herhangi bir başlık ya da açıklama olmaksızın sadece ayırıcı bir işaretle ayırıp ilgili tanımlar verilmiştir. Bu *musâderelerin* üçüncüsünde ise (X.69 öncesi) derkenara müelliften naklen bir kayıt düşülmüştür: Müellif r.anh “Bu bir şekildir ama Ebû Ali’nin nüshasında

³³¹ Çağmînî, 83.

³³² Çağmînî, 163.

³³³ Bu farklardan sadece eserin tahkikinde kullanılan nüshalardaki farkları görmek için İbn Sînâ, *Muhtasarı Uklîdis*, 339-40. İncelediğim nüshalar arasında da bu şeklin ispatında pek çok tutarsızlık olduğunu gözlemledim.

³³⁴ Çağmînî, *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*, 163-64.

bu makaleye ait bir şekil olarak kabul edilmez.” قال المصنّف رضي الله عنه: إنه (شكل لكنّه لم يكن معدودًا من أشكال هذه المقالة في نسخة أبي علي ³³⁵ Bu da *Telhîs*’in daha önce ortaya konan hususiyetiyle son derece uyumludur. Çağmînî kendi iddiasına göre şekil olan bir yargıya numara vermek ve ispat etmek yerine, esas aldığı *Muhtasar*’ın kurgusundan çıkmamak adına ilgili yargıyı bir derkenar açıklamasıyla beraber korumayı tercih etmiştir.

Telhîs’in *Muhtasar*’dan ne dereceye kadar etkilendiğini de *Muhtasar*’a ait özelliklerle karşılaştırıldığında ortaya çıkmaktadır. Bilindiği üzere İbn Sînâ şekillerdeki ihtilâf-ı vukûları *Muhtasar*’da birer ayrı şekil olarak ele almıştır. Çağmînî ise dibacede vaadettiği üzere *Telhîs*’i bunlardan tamamen arındırmış, sadece özgün *Elemanlar*’daki şekilleri ele almakla yetinmiştir. Misal olarak I.2’nin ihtilâf-ı vukûlarına bakabiliriz. Grekçe neşirde ya da Sâbit nüshasında bulunmayan I.2’nin ihtilâf-ı vukûları *Muhtasar*’da I.3, 4 ve 5 olarak üç şekil olarak ele alınmıştır. ³³⁶ *Telhîs*’te de I.2 olarak sadece tek bir şekil bulunur. Şekildeki ihtilâf-ı vukûlar bir okur tarafından derkenara iliştirilmiştir. ³³⁷

Sonuç olarak Çağmînî’nin *Telhîs*’i hazırlarken tek bir tercüme geleneğine dayanmadığı, fakat İbn Sînâ’nın *Muhtasarı*’nı esas aldığı, bu vesileyle Haccâc etkisinin de metinde görüldüğü söylenebilir.

2.5.2 *Telhîs*’te Önerme Yapıları

Çağmînî *Telhîs* önerme/şekillerinde dibacedeki beyanlarına uygun olarak kısa ve öz bir yol tutturmuştur. Öncelikle ilk dikkat çeken nokta, şekillerde *mukaddime/da’vâ* ve *misâl* adımlarının bulunmayışındır. Daha önce incelediğimiz Nîsâbü’rî’nin *İhtisârı* ve İbn Sînâ’nın *Muhtasarı*’ndaki gibi şekillere doğrudan *tafsîl/şerîta* adımıyla giriş yapar. Buna ek olarak *Telhîs*’te *netîce* adımı da yoktur. I.1 şekli üzerinden adımları takip edelim:

³³⁵ Çağmînî, 169.

³³⁶ İbn Sînâ, *Muhtasarı Uklîdis*, 22-25.

³³⁷ Çağmînî, *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*, 21.

“Verilen bir çizgi üzerine -bu çizgi AB olsun-, bir eşkenar üçgen yapmak istiyoruz. Her iki ucunu merkez kabul edip çizgi uzaklığında birer daire çizip (dairelerin) kesişim noktasından -bu nokta C olsun- her bir merkeze birer çizgi çekelim. (İstenen eşkenar üçgeni) Yaptık. Zira AC çizgisi AB’ye eşittir çünkü bu iki çizgiden her biri merkezden çevreye uzanırlar. Aynı şekilde BC de BA’ya eşittir. Tek bir şeye eşit şeyler birbirlerine de eşittirler dolayısıyla BC de CA’ya eşittir. Sonuç olarak ABC üçgeni istediğimiz üçgendir.”³³⁸

Burada görüldüğü üzere şekil doğrudan *tafsîl* adımıyla başlar: “Verilen bir çizgi üzerine -bu çizgi AB olsun-, bir eşkenar üçgen yapmak istiyoruz.” Bunu kısa ve öz ifadelerle *amel* adımı izler: “Her iki ucunu merkez kabul edip çizgi uzaklığında birer daire çizip (dairelerin) kesişim noktasından -bu nokta C olsun- her bir merkeze birer çizgi çekelim.” *Burhân* adımına geçmeden önce çok kısa olarak “(İsteneni) Yaptık (فقد عملنا)” diyerek *amel* ile *burhân*ı birbirine bağlar. Çağmîni’nin bu noktada standart bir kullanımı yoktur. Başka bazı şekillerde de bu iki adım arası “Arzu edilen de buydu (هو المطلوب)” ifadesiyle de geçiş yapar.³³⁹ *Burhân* adımı da genel üsluba uygun olarak çok kısa cümlelerle problemin ispatını yapar: “Zira AC çizgisi AB’ye eşittir çünkü bu iki çizgiden her biri merkezden çevreye uzanırlar. Aynı şekilde BC de BA’ya eşittir. Tek bir şeye eşit şeyler birbirlerine de eşittirler dolayısıyla BC de CA’ya eşittir.” Dikkat edilirse I.1’in *burhân* adımı da yaptığı ispatların dayandığı öncül postulat ve aksiyomları açıkça zikrettiği görülür. Bu durum *Telhîs*’in ilk şekillerinde devam etse de Çağmîni’nin kitabın geneline yayılan genel bir yöntemi olarak kabul edilemez. İncelediğimiz bu şeklin son cümlesi bir *netice* ifadesine benzerlik gösterse de bu ifade tam bir *netîce* cümlesi olmadığı gibi³⁴⁰ *Telhîs*’in geneline yayılmış bir tutum da değildir. Teoremler söz konusu olduğunda şeklin sonunda *netîce* olmadığı daha belirginleşir.

³³⁸ Çağmîni, 20-21.

³³⁹ Çağmîni, 21-22.

³⁴⁰ I.1’de tam bir *netîce* ifadesi için “Verilen sonlu bir AB düz çizgisi üzerine bir eşkenar üçgen çizdik, o da ABC üçgenidir” benzeri bir cümle olması gerekirdi.

Teoremlerde genellikle hulfî kıyas kullanılır ve *Telhîs*'te bu tür şekiller çoğunlukla sadece “Bu hulttur (هذا خلف)” denerek bitirilir,³⁴¹ bazen de hulfün sonucunda ortaya çıkan ve kabul edilen yargı tekrarlanır.³⁴²

2.5.3 *Telhîs*'te İlkeler

Telhîs'in tanımları özgün *Elemanlar* metniyle ve geleneğiyle uyumlu olarak VIII, IX, XII ve XIII. Makaleler hariç her makale başında tanımlar bulunmaktadır.³⁴³ I. Makale girişindeki tanımlar eserin biraz yukarıda incelediğimiz genel yapısına uygun olarak *Muhtasar*'ı takip etse de Çağmînî bazı tanımları Sâbit nüshasından almıştır.³⁴⁴ Buna en güzel misal, düz çizgi ve düzgün yüzeyin tanımlarıdır. İbn Sînâ *Muhtasar*'da düz çizgiyi “üzerinde varsayılan her noktanın (çizginin) iki ucundaki noktalar doğrultusunda çizildiği (çizgidir) (هو المخطوط على استقبال كل نقطة تفرض فيه لنقطتي) (طرفيه)³⁴⁵ şeklinde tanımlarken Çağmînî “üzerindeki herhangi bir noktanın diğer noktaların tam karşısında çizilmiş olduğu (çizgidir) (هو المخطوط على (مقابلة أي نقط عليه بعضها لبعض)³⁴⁶ ile tanımlar ki bu tanım çok küçük tasarruflar haricinde Sâbit nüshasındaki ile aynıdır.³⁴⁷ Benzer şekilde İbn Sînâ düzgün yüzeyi üzerindeki çizgilerin uçlara nispetle tek doğrultuda olmaları üzerinden tanımlarken Çağmînî, Sâbit nüshasında bulunduğu şekliyle düzlem üzerinde bulunan her bir çizginin birbirine tam karşılık gelmesi üzerinden tanımlar. Hemen bunu biraz ileride takip eden tanımlardan düzlem açıda tam tersi durum sözkonusudur. Bu sefer Çağmînî düzlem açıları hem İbn Sînâ'nın ıstılahıyla kullanır (ez-zâviyetu'l-musattaha) hem onun tanımlarıyla tanımlar: Düzlem açısı, aynı doğrultuda olmaksızın bitişen çizgilerin çevrelediğidir (هي التي يحيط بها خطان متصلاان لا على الاستقامة)³⁴⁸ Sâbit

³⁴¹ Mesela I.6, I.7, I.8 şekilleri Çağmînî, *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*, 23-24.

³⁴² Mesela I.4 şekli Çağmînî, 22.

³⁴³ *Elemanlar*'a sonradan eklenen XIV ve XV. Makalelerin başlarında da tanımlar bulunmaz.

³⁴⁴ *Telhîs*'in tıpkıbasımında 3a yaprağı yerine 3b yaprağı iki kez basıldığından dolayı tanımlar hakkındaki yorumlarımızı şeklin tanımına kadarki kısım üzerinden yapabilmekteyiz.

³⁴⁵ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 16.

³⁴⁶ Çağmînî, *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*, 18.

³⁴⁷ Bodleian, Thurston 11, 1b. (هو الموضوع على مقابلة أي النقط كان عليه بعضها لبعض)

³⁴⁸ Çağmînî, *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*, 18. İbn Sînâ'nın tanımı için bkz. İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 17.

nüshasında düzlem açısı için ez-zâviyetu'l-basîta terimi kullanılır ve “bir düzlemde bulunup aynı doğrultuda olmaksızın bitişen iki çizginin birbirine meyli (الزاوية البسيطة هي انحراف كل واحد من خطين موضوعين في بسيط مستوي) (مُتَّصِلِينَ عَلَى غَيْرِ اسْتِقَامَةٍ أَحَدُهُمَا عَنِ الْآخَرِ)” olarak tanımlanırlar.³⁴⁹ Bu da bize Çağmîni'nin en az iki farklı metinden istifade ederek yer yer kendi görüşüne göre tercihlerde bulunduğunu gösterir.

Postulatlara Çağmîni'nin *Telhîs*'te verdiği *Usûlu't-takdîr* başlığı *Muhtasar* ile aynıdır. Ayrıca 7 postulata yer vermesiyle de gelenek içinde *Muhtasar* ile örtüşür. Postulatlarda *Telhîs* ile *Muhtasar* arasında yapısal olarak iki farktan söz edebiliriz. Bunlardan birincisi, cümlelerin kuruluş biçimidir. *Muhtasar*, Sâbit nüshasında, Neyrîzî'de, İbnü'l-Heysem'de gördüğümüz üzere Grekçe *Elemanlar*'a uygun olarak ilk üç postulatta doğrudan masdarları verirken³⁵⁰ Çağmîni ilk örneğini Nîsâbûrî'de gördüğümüz “imkân” yapısını kullanır. İkinci fark da postulatların sıralamasıyla ilgilidir. *Muhtasar*'daki 6. ve 7. Postulatar *Telhîs*'te yer değiştirmişlerdir. Çağmîni'nin ıstılah seçimlerinde de özelleştiği noktalar bulunmaktadır.

- 1- İstediğimiz herhangi bir noktadan istediğimiz herhangi bir noktaya düz çizgi çizebiliriz.
- 2- Düz bir çizgiyi, kendi doğrultusunda düz bir çizgi ile birleştirebiliriz. Burada kullanılan *îsâl* fiilini *İslâh*'ın ele alındığı bölümde ayrıntıları verileceği üzere Nîsâbûrî ve Ebherî ilk postulatta kullanırlar. Bu postulatta birleştirme için *îsâl* fiilini gelenek içinde sadece Çağmîni kullanır.
- 3- Herhangi bir merkezden herhangi bir uzaklıkla bir daire çizebiliriz. Bu postulatta Çağmîni, geleneğe muhalif olarak “herhangi bir noktadan” daire çizmek yerine “herhangi bir merkezden” daire çizmeyi ilke olarak vermektedir. *Elemanlar*ın sistemi için mütesahil görülebilecek bu tutumu, dairenin tanımının daha önce verilmesi ve ortadaki

³⁴⁹ Bodleian, Thurston 11, 1b.

³⁵⁰ Mesela “İstediğimiz bir noktadan istediğimiz bir noktaya düz çizgi çizmek.”

noktanın merkez adını almasının o tanım içinde belirtilmiş olmasıyla yorumlayabiliriz.

- 4- Bütün dik açılar birbirine eşittirler.
- 5- Bir çizgi iki çizgi üzerine gelir de bir yönde meydana gelen iki iç açı (toplamı), iki dik açı (toplamın)dan küçük olursa bu iki çizgi o yönde muhakkak kesişirler.
- 6- Bir düz çizgi kendi doğrultusunda iki düz çizgiyle birleşmez.
- 7- İki düz çizgi bir yüzeyi çevrelemez.

Çağmînî aksiyomlar için Genel Bilgi (علم عام) başlığı altında 7 ilke verir.

- 1- Bir şeye eşit iki şey birbirlerine eşittirler.
- 2- Katları bir şeye eşit olursa birbirlerine eşittirler. Bu aksiyom esasında gelenek içinde iki şıktan oluşan bir aksiyomdur. İlk şıkta katları ya da doğrudan iki katları aynı şeye eşit şeylerin birbirine eşit oldukları söylenirken ikinci şıkta yarıları aynı şeye eşit şeylerin birbirlerine de eşit oldukları ifade edilir.³⁵¹ Ancak Çağmînî burada sadece birinci şıkkı vermekle yetinmiştir. Nesevî'nin *Tecrîdî*'nden hatırlanacağı üzere orada da *Telhîs*'tekine benzer olarak aksiyom sadece iki ve üç katlar üzerinden yapılmıştı. (*Tecrîd*'in 6. Aksiyomu)
- 3- Birbirine eşit şeylere birbirine eşitler eklenirse veya eksiltirse birbirlerine eşitler meydana gelir.
- 4- Farklılara birbirine eşitler eklenirse veya eksiltirse birbirine eşit olmayanlar meydana gelir. Bu aksiyomda Çağmînî'nin "birbirine eşit olmayanlar" a karşılık kullandığı farklılar (*muhtelif*) tabiri bu anlamda yalnızca *Telhîs*'te geçen bir kavramdır.
- 5- Birbirine eşit şeylerin yarıları birbirine eşittir. Bu aksiyom bütün bir *Elemanlar* geleneği içinde yalnızca *Telhîs*'te bulunmaktadır. 2. Aksiyomun açıklamasında ifade edildiği üzere aslında gelenek içinde

³⁵¹ Bodleian, Thurston 11, 2b (Sâbit); Khudabakhsh 2034, 11b (Kerâbîsî); Raşid Efendi 1230, 2b (Nîsâbûrî); Bodleian, Or. 448, 3b-4a (Mağribî); en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:28; İbn Sînâ, *Muhtasarı Uklîdis*, 19; İbnü'l-Heysem, *Şerhu Musâderâti Kitâbi İklîdis*, 141-42; et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 4a.

“yarıları aynı şeye eşit şeyler birbirlerine eşittir” şeklinde bir aksiyom bulunurken Çağmîni 2. Aksiyomun 2. Şikkını *Telhîs*’e hiç almamakla beraber, yerine bu aksiyomu koymuştur.

6- Diğeri üstüne fazlalıksız örtüşen, ona eşittir.

7- Bütün parçadan büyüktür.

Sonuç olarak *Telhîs*’in genel yapısında, misaller üzerinden de gösterildiği üzere, çok büyük oranda İbn Sînâ’nın *Muhtasarı*’ndan doğrudan etkilendiğini müşahede etmekteyiz. Buna ek olarak ilkeler sözkonusu olduğunda ise *Telhîs*’in yine *Muhtasar*’a bağlı kalsa da özellikle bazı tanım, aksiyom ve postulatları kendi tutumuna göre şekillendirdiğini ya da gelenek içinden kendi düşüncesine göre seçimler yaptığını söylemek mümkündür.

3. ISLÂH

3.1 Bir Matematikçi Olarak Ebherî

Îsâgûci ve *Hidâyetü'l-hikme* başta olmak üzere kaleme aldığı mantık ve felsefe kitaplarıyla öne çıkan Esîruddîn el-Ebherî aynı zamanda matematik bilimler alanında da eserler vermiştir. Öte yandan matematik bilimler alanındaki uzmanlığı sadece günümüze ulaşan eserleri vasıtasıyla kendisine sonradan yüklenen bir kimlik değil, çağdaşlarının şahitliğiyle de sabittir. Öyle ki dönemin Kutsal Roma imparatoru II. Frederick'in tıbbı, felsefeye ve matematiğe dair sorduğu sorulardan tıp ve felsefe alanıyla ilgili olanları Şam uleması cevaplamış fakat matematik sorusuna bir çözüm bulamamışlar, el-Melikü'l-Kâmil (ö.635/1238) de bu soruyu o sıralar Musul'da bulunan Ebherî'ye göndertmişti.³⁵² Ebherî'nin eserlerini listeleyen kaynaklar matematik bilimlere dair 15 kadar çalışmasını zikrederler.³⁵³ Bunlar arasında geometriye dair tek eser *Elemanlar* üzerine kaleme aldığı ve bir önceki bölümde örneklerini gördüğümüz üzere yaşadığı dönemde *Elemanlar* geleneği içindeki çalışmalara alternatif bir edisyon sayabileceğimiz *Islâhu'l-ustukussât*tır. Bu bölümde *Islâh*'ın İslam dünyasında gelişen *Elemanlar* geleneğindeki konumunu tespit edecek ve eser içeriğini bu gelenekteki konumunu da dikkate alarak inceleyeceğiz. Fakat içerik incelemesine geçmeden önce *Islâh*'ın günümüze ulaşan nüshaları üzerinden çözülmesi gereken bazı meseleleri ele almak gerekmektedir.

3.2 Islah Versiyonları

Islâh'ın günümüze birazdan ayrıntılı tavsifleri yapılacak üç nüshası ulaşmıştır ve künyeleri şöyledir: Dublin Chester Beatty Kütüphanesi, Ar 3424, İstanbul Arkeoloji Müzesi Kütüphanesi Yazmaları 596 ve Bursa İnebey Yazma Kütüphanesi, Hüseyin Çelebi 744. Bu üç nüsha

³⁵² el-Kazvînî, *Âsâru'l-bilâd ve Ahbâru'l-ibâd*, 463.

³⁵³ Bingöl, "Ebherî, Esîruddin", 76; Muvahhid, "Esîruddîn-i Ebherî", 589; Nûrânî, "Ta'dîlu'l-Mi'yâr fî Nakdi Tenzîli'l-Efkâr-ı Tûsî", 38-41.

karşılaştırıldığında birbirinden kimi zaman oldukça farklılaşan iki farklı metin karşımıza çıkar. Bu durumda ilk olarak yapılması gereken, bu iki metnin farklarının tespit edilmesi ve *Islâh*'ın iki ayrı versiyonu olup olmadığını tespitidir. Metinler arasındaki farklara geçmeden önce nüsha tavsiflerini yapalım.

3.2.1 *Islâh* Nüshaları

Tespit edebildiğimiz kadarıyla *Islâh*'ın dünya kütüphanelerinde, günümüze ulaşan üç nüshası bulunmaktadır. Bu nüshalar eserin biraz aşağıda değinilecek iki farklı versiyonuna aittirler. *Islâh* nüshalarının tavsifleri şu şekildedir.

1- Chester Beatty Kütüphanesi (CBL) Ar 3424

Yerinde görüp inceleme fırsatı bulamadığımız bu nüshanın katalog kaydı bilgilerine göre ebatları 24,7 cm x 17 cm'dir. Şemseli, zencirekli, köşebentli ve mıkblebli kahverengi deri cilde sahip nüsha 126 varaktan oluşmakta ve her sayfasında 21 satır bulunmaktadır. Sayfaların ilk satırlarının büyük bölümü, su alma dolayısıyla okunamamaktadır. Zahriyede eser adına dair herhangi bir bilgi yer almamaktadır. Yazmanın su almasından dolayı pek çok sayfasının ilk satırı okunamamaktadır. Nüshayı, Ebherî'nin pek çok eserini de kopya eden³⁵⁴ talebesi Necmeddin Ali b. Ömer b. Ali el-Kazvîni el-Kâtibî (ö. 675/1277) istinsah etmiştir. Kazvîni istinsah tarihi hakkında bilgi vermemesine karşın, müellif nüshasından kopyaladığını açıkça ifade etmiştir.³⁵⁵ Diğer nüshalardan farklı olarak bu yazmada önermeler/şekiller arası atıflar satırların üstünde ebced harfleri ile gösterilmiştir. Yani bir şekilde, başka şeklin neticesi öncül olarak kullanılıyorsa o şeklin makale ve şekil numarası satır üzerinde gösterilmiştir. Yazma zahriyesinde Ali b. Ferîd el-Beyhakî'ye ve Yusuf b.

³⁵⁴ Ebherî'nin *Beyânu'l-esrâr*, *Telhîsu'l-hakâik*, *Metâli'* ve *Zübdetu'l-hakâik* adlı eserlerinden müteşekkil bir mecmuanın, Kazvîni tarafından istinsah edilip müellif Ebherî'nin kontrolünden geçen bir nüshası Köprülü Kütüphanesi, Fazıl Ahmed Paşa 1618'de bulunmaktadır.

³⁵⁵ CBL Ar 3424, 126a

El-Hasen b. İshak'a ait tarihsiz, Muhammed b. Yusuf el-Karamanî'ye³⁵⁶ ait 855 yılına tarihli, İffet Efendi'ye ait 1130 tarihli ve Emin Paşazâde Mehmed Emin Efendi'ye ait 1212 tarihli temellük kayıtlarıyla Mustafa Sıdkı Efendi'ye (ö. 1183/1769) ait temellük mühürleri yer almaktadır. Ayrıca vikaye yaprağında da eser içindeki makalelerin bulundukları yaprakları gösterir fihrist bulunmaktadır.

2- İstanbul Arkeoloji Müzesi Kütüphanesi Yazmaları Nr. 596

Eser adı zahriyede *Kitâbu'l-Islâh li-Uklîdis* olarak verilmiştir. 15,5 cm x 21,2 ebatlarındaki deri ciltli ve miklebli nüsha 139 yapraktan müteşekkildir ve her sayfasında 23 satır bulunmaktadır. Birinci versiyonun bu ikinci nüshası, el-Kazvînî istinsahı olan ilk nüshadan kopya edilmiştir. CBL nüshasında yer alan istinsah kaydı aynen korunmuş, ayrıca bir ferağ kaydı düşülmemiştir. Yazmanın zahriyesinde bulunan temellük kayıtlarının en erken tarihli 1002/1594 yılından olduğu için, bu nüshanın 1002/1594 tarihinden önce istinsah edildiğini söylemek mümkündür. Zahriyede bulunan kayıtlar kronolojik sıraya göre şöyle ifade edilebilir: O sıralarda Edirne'de Kadı Fahreddin Medresesi müderrisi Yunus b. Mahmud'a ait 1002/1594 tarihli ve Müftizade Said Mehmed Efendi'ye ait 1155/1742 tarihli iki adet iştirâ kaydı, Mustafa Sıdkı Efendi'ye (1183/1769) ait temellük mührü, İzmir kadısı Kuyucaklızâde Mehmed Atıf Efendi'ye ait 1234/1819 tarihli temellük kaydı, Mehmed Said oğlu Ahmed [Nüzhet] Efendi'ye ait tarihsiz bir temellük kaydı yer almaktadır. Son olarak 1306/1889 tarihli, o sıralar İstanbul-Bahçekapısı Camii vaizliği görevinde bulunan Mehmed Nuri Efendi'nin, hocası Ahmed Nüzhet Efendi'nin terekesinden bu kitabı satın aldığına dair kayıt bulunmaktadır. Nüshadaki yazım yanlışları ve tashih kayıtlarına bakıldığında müstensihin hendese konusunda uzman olmadığı, gördüğünü aktarmaya çalışarak kopyaladığı rahatlıkla söylenebilir.

³⁵⁶ Bu kişinin Kara Pîrî lakabıyla tanınan Ereğli'li Muhammed b. Yusuf el-Karamanî olması muhtemeldir.

3- Bursa İnebey Yazma Eser Kütüphanesi, Hüseyin Çelebi Koleksiyonu, Nr. 744

İslâh'ın bu nüshası ikinci versiyona ait tek nüshadır. Unvan sayfasında eser adı *Kitâbu'l-İslâh li-Kitâbi Uklîdis* olarak verilmiştir. Ebrî ciltli ve müklebsiz yazma 98 varaktan oluşmaktadır. Sondan bir varak noksan bulunduğundan dolayı istinsah tarihi belli olmamakla birlikte, kağıt ve hat özellikleri göz önünde bulundurulduğunda hicrî 8./miladî 14. Yüzyıla ait olduğu söylenebilir. Yazma zahriyesinde bulunan kayıtlar da bunu desteklemektedir. Zahriyede Abdussamed b. Muhammed b. Ali'ye ait 726/1326 tarihli iştirâ kaydı, Muhammed b. Abdülaziz b. Muhammed b. Yakub'a ait 762/1360 tarihli temellük kaydı, ismi silinmiş 811 tarihli temellük kaydı yer almaktadır. Bunların yanısıra Ebu'l-Muzaffer Muhammed b. el-Hüseyn b. Ebu'l-Muzaffer'e ait tarihsiz temellük kaydındaki yazı ile eser içindeki yazı benzerliği, müstensih'in bu kişi olabileceği izlenimini vermektedir.

Bu nüshaların yanısıra kütüphane katalog ve fihristlerinde *İslâh* olarak kayda geçmiş iki nüsha daha sözkonusudur. Bunlar Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Carullah Efendi Nr. 1453 ve Tahran Sipehsalar Kütüphanesi Nr. 540'ta yer alan nüshalardır. Bahsi geçen nüshalardaki ortak bir özellik, bilim tarihi ve yazma kültürü açısından önem arz etmektedir. Aslında her iki nüsha da 1594 yılında Roma'da Tûsî'ye atfen basılan ve güncel araştırmalarda Sözde-Tûsî olarak geçen³⁵⁷ *Tahrîr*'in biri matbu, biri yazma iki nüshası olmasına rağmen *İslâh* olarak kaydedilmişlerdir.³⁵⁸ Carullah Efendi'nin (ö. 1151/1738) kendi matbu nüshasının zahriyesine düştüğü bir not bu nüshaların niçin *İslâh* olarak

³⁵⁷ Bu *Tahrîr* kimileri tarafından Nasîruddin Tûsî'nin oğlu Sadreddin Tûsî'ye nispet edilmişse de metin üzerine en güncel araştırmayı yapan Gregg de Young, bu iddianın doğruluğunu gösterecek hiçbir delil olmadığından hareketle müellifin şimdilik Sözde-Tûsî olarak kabul edilmesi gerektiğini ifade etmektedir. De Young, "Further Adventures of the Rome 1594 Arabic Redaction of Euclid's Elements", 268.

³⁵⁸ Sipehsalar nüshasının matbu *Tahrîr*'den istinsah edilmesi hakkında bkz. De Young, 281-83.

değerlendirildiğine dair aydınlatıcıdır.³⁵⁹ Roma’da basılan bu eseri 1144/1731 yılında edinen Carullah Efendi bu kitabın Tûsî’nin *Tahrîr*’i olmadığını, Kadızâde er-Rûmî’nin *Şerhu Eşkâli’t-te’sîs*’te kendisinden alıntılar yaptığı Ebherî’nin *Islâh*’ı olduğunu ve *Tahrîr*’den daha uzun olduğunu belirtir.³⁶⁰ Carullah Efendi, kendisi dahil muhtelif şahıs ve kütüphanelerde pek çok nüshası bulunan Tûsî’nin gerçek *Tahrîr*’iyle matbu nüshayı karşılaştırıp başka bir eser olduğunu farkedince bu yorumu yapmış olmalıdır. Özellikle Kâdizâde-i Rûmî’nin *Şerhu Eşkâli’t-te’sîs*’te *Islâh*’ın ve Ebherî’nin ismini zikrederek yaptığı usûl-i mevzûanın ispat çabasına dair atfın bir benzerinin Sözde-Tûsî’nin *Tahrîri*’nde de bulunması, hiçbir *Islâh* nüshası görmemiş bir kişiyi bu fikre yöneltmesini olağan kılmaktadır.³⁶¹

3.3 Ebherî *Islâh*’ı Kaç Defa Yazdı?

Yukarıda tavsifeleri yapılan nüshalardaki *Islâh* muhtevaları karşılaştırıldığında, şimdiye kadar dikkat çekilmemiş bazı farklar göze çarpar. Bunları genel *Elemanlar* yapısındaki farklar ve önerme/şekil içlerindeki farklar olarak iki grupta toplayabiliriz.³⁶²

3.3.1 Genel Farklar

İki *Islâh* metni arasındaki farklardan birincisi makalelerdeki şekil sayılarında görülür. İlk 7 ve son 3 makalede şekil sayıları aynı iken VIII, IX ve X. Makalelerde iki metin aynı sayıda şekil taşımazlar. *Islâh I* ve *Islâh II* nüshalarının içerdikleri şekil sayıları şu tabloda görülebilir:

Makale	I	II	III	VI	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII

³⁵⁹ Süleymaniye YEK, Carullah Efendi 1453, 1a

³⁶⁰ هذا كتاب إصلاح أوقليدس للأبهرى كما نقل عنه القاضي زاده الرومي في شرح أشكال التأسيس وليس تحرير أصول أوقليدس لنصير الدين الطوسي وهو غير هذا الكتاب، وهذا أطول منه.

³⁶¹ Kâdizâde-i Rûmî’nin *Şerhu Eşkâl* girişindeki *Islâh* atfı için Kâdizâde er-Rûmî, *Şerhu Eşkâli’t-te’sîs*, 49.

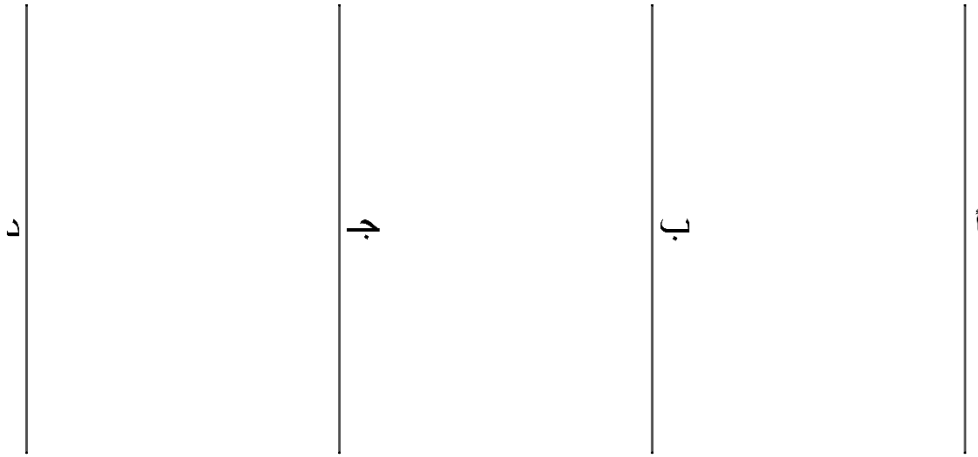
³⁶² Metinler arası farkları incelediğimiz bu kısımda ilk iki nüsha metni için *Islâh II*, üçüncü nüsha için *Islâh I* kısaltması kullanılacaktır.

<i>Islâh I</i>	48	14	37	16	25	33	39	25	37	106	42	15	18(?) ³⁶³
<i>Islâh II</i>	48	14	37	16	25	33	39	27	38	109	42	15	18

Görüldüğü üzere VIII. Makale’de 2, IX. Makale’de 1, X. Makale’de 3 şekil *Islâh I*’de bulunmaz. Bu şekillerin hangi şekiller olduklarına bakıldığında durum daha da ilginçleşir. Çünkü VIII. Makale’de bulunmayan şekiller, Haccâc nüshası ile Sâbit nüshasının farkını belirlememize imkân veren VIII.24 ve 25. Şekillerdir. Yani *Islâh I* nüshasında Haccâc’ı takip ediyor gibi gözüken Ebherî, *Islâh II*’de ise Sâbit nüshasını takip eder gibidir. *Islâh II*’deki VIII.24 ve 25. Şekiller şöyledir:

[الشكل الرابع والعشرون]

نسبة عدد أ إلى عدد ب كنسبة ج المربع إلى عدد د المربع، فأقول: إنَّ عددي أ، ب مسطحان متشابهان.

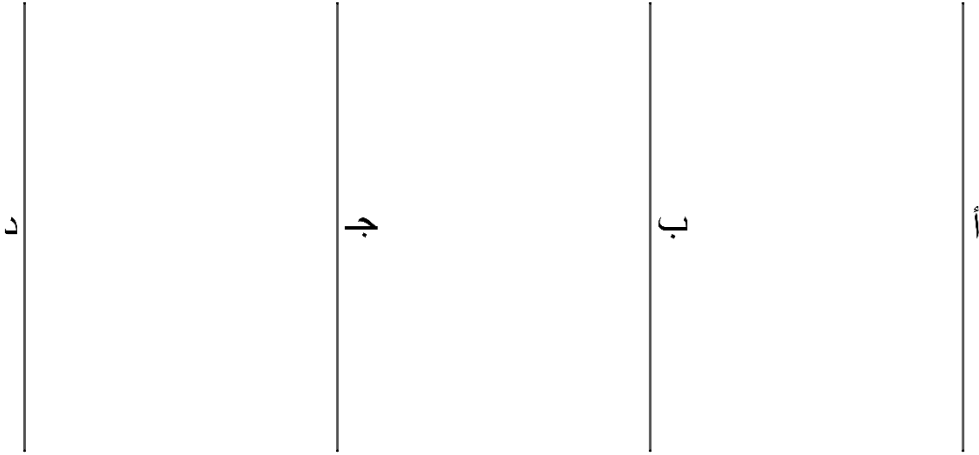


لأنَّه يقع بين ج، د عدد وثتوالى الثلاثة متناسبة،^(ب) فيقع بين أ، ب أيضاً عدد وثتوالى الثلاثة متناسبة^(ج)

فأ، ب مسطحان متشابهان،^(د) وذلك ما أردنا بيانه.

³⁶³ Günümüze ulaşan *Islâh I*’in tek nüshasının son yaprağı eksik olduğundan XIII.18 şekli tamamlanmamaktadır.

نسبة عدد أ إلى عدد ب كنسبة عدد جـ المكعّب إلى عدد د المكعّب، فأقول: إنّ عددي أ، ب مجسمان متشابهان.



لأنّه يقع بين جـ، د عددان وتوالى الأربعة متناسبة. (ك) فيقع أيضًا بين عددي أ، ب عددان وتوالى الأربعة متناسبة (ح) فـأ، ب مجسمان متشابهان، (بط) وذلك ما أردنا بيانه.³⁶⁴

Bu şekillerde Ebherî'nin kullandığı üslup da *Islâh*'ın geri kalanından farklıdır. İki sayının birbirine oranlarını ifade ederken “A’nın B’ye oranı (نسبة أ إلى ب)” şeklinde bir kullanım varken³⁶⁵ bahsi geçen iki şekilde üslup değişerek “A sayısının B sayısına oranı (نسبة عدد أ إلى عدد ب)” ifadeleri tercih edilmiştir.³⁶⁶ Bu alışılmadık üslup da VIII.24 ve 25. Şekillerin sonradan eklendiği izlenimini verir.

Islâh I ile *Islâh II* metinlerinin genel yapısındaki diğer bir fark IX. Makale’de karşımıza çıkar. Bu makalede *Islâh II*’deki IX.35 şekli *Islâh I*’de bulunmaz. Bu noktada *Islâh II*’nin Sâbit nüshasını takip ettiğini söyleyebilirsek de *Islâh I*’de olduğu gibi IX. Makale’nin 37 şekilden

³⁶⁴ Chester Beatty Kütüphanesi, Ar 3424, 56a.

³⁶⁵ Bu kullanım V.4, 11-14, 20-23 şekillerinin, VII.12, 14, 19 şekillerinin, VIII.5, 11, 18, 22, 23 şekilleri ile IX.17. şeklin mukaddimesinde vardır.

³⁶⁶ Bu kullanım sadece bu iki şekil ile VIII.8 şeklinde vardır.

oluştugu bir metin *Elemanlar* geleneği içinde bulunmadığı gibi içerik olarak bu şeklin bulunmadığı herhangi bir metin de yoktur. Bu şekil (*Islâh II* IX.35) de şöyledir:

[الشكل الخامس والثلاثون]

عدد أ ب نصفه فرد وهو ب ج، فأقول: إنَّ أ ب زوج الفرد فقط.

أ ————— ج ————— ب

أمّا أنه زوج الفرد فهو ظاهر. وأمّا أنه زوج الفرد فقط؛ لأنّ لو كان زوج الزوج لكان نصفه زوجاً، هذا خلف. فـ أ ب زوج الفرد فقط، وذلك ما أردنا بيانه.

Islâh'ın pek çok noktada yakınlaştığı Nisâbûrî'nin *İhtisâr*'ı, İbn Sînâ'nın *Muhtasar*'ı, Çağmî'nin *Telhîs*'i ve Mağribî'nin *Tahrîr*'inde bu şekil bulunmasına rağmen bu metinlerde diğerlerinde bulunmayan ortak bir fark söz konusudur. O da şeklin ispatlamaya çalıştığı iddiadır. *Elemanlar*'ın Grekçe neşrinde ve zikri geçen dört metin hariç İslam *Elemanlar* geleneği içindeki diğer tüm çalışmalarda bu şekil tıpkı *Islâh II*'de olduğu gibi "yarısı tek olan bir sayının *sadece ve sadece* tekin çifti (zevcu'l-ferd) olabileceğini" ispat eder.³⁶⁷ Fakat bu dört çalışmada "yarısı tek olan bir sayının tekin çifti olduğunu" ispat eder.³⁶⁸ Halbuki özgün şeklin ispatında da söylendiği gibi yarısı tek olan bir sayının tekin çifti olduğu tanım gereği açıktır.³⁶⁹ Asıl ispatlanması istenen bu sayının tekin çiftinden

³⁶⁷ *Elemanlar*'ın Grekçe neşrinde IX.33, Sâbit nüshasında IX.35, Antâkî *Şerhi*'nde IX.35, Tûsî'nin *Tahrîr*'inde IX.35, Söзде Tûsî'nin *Tahrîr*'inde IX.33. Şekildir.

³⁶⁸ Nisâbûrî'nin *İhtisâr*'ından IX.35, İbn Sînâ'nın *Muhtasar*'ında IX.33, Çağmî'nin *Telhîs*'inde X.35, Mağribî'nin *Tahrîr*'inde IX.35. Şekildir.

³⁶⁹ Eukleides, *Öklid'in Elemanları*, 308; De Young, "The Arithmetic Books of Euclid's Elements in The Arabic Tradition: an Edition, Translation, and Commentary", 305; De Young, "The

başka bir şey olamayacağıdır. Bunun sebebini Haccâc etkisinde gelişen litertürde VII. Makale başındaki tanımlarda aramak yerinde olacaktır. Zira Haccâc nüshasında, Sâbit nüshasından farklı olarak VII. Makale başındaki tanımlarda tekin çifti (zevcu'l-ferd) akabinde tekin ve çiftin çiftinin (zevcu'z-zevc ve'l-ferd) tanımı da yapılır. Haccâc etkisinin yoğun olduğunu daha önceki bölümde gösterdiğimiz *İhtisâr*, *Muhtasar*, *Telhîs* ve Mağribî'nin *Tahrîrî*'nde gördüğümüz bu farkın sebebi bu şekilde "yarısı tek olan sayının, tekin ve çiftin çifti (zevcu'z-zevc ve'l-ferd) değil tekin çifti (zevcu'l-ferd) olduğunu" ispat etmek olmalıdır. Dolayısıyla bu durumda sadece ifadesini eklemeye ihtiyaç duyulmamıştır. Zaten takip eden şekilde (IX.36) *Elemanlar* geleneğine mensup istisnasız tüm metinler "tek ve çiftin çifti"ni ele alırlar.³⁷⁰ Aralarındaki tek fark Grekçe neşrin ve Sâbit etkisinde gelişen literatürün bunu bir terim olarak değil, VII. Makale başından iki terimin birlikte kullanıldığı bir durum olarak (zevcu'z-zevc ve zevcu'l-ferd) ele almasına karşın Haccâc etkisinde gelişen literatürün -tanımı VII. Makale'de yapıldığından dolayı- bir terim (zevcu'z-zevc ve'l-ferd) olarak ele almasıdır. Haccâc etkisinde gelişen literatürdeki tüm bu durumları, yine Haccâc nüshasıyla bağlantılarını bildiğimiz Carinthialı Hermann ve Bathlı Adelard'ın çalışmalarında da görürüz.³⁷¹

Ebherî'ye gelince; hem *İslâh I*'de hem de *İslâh II*'de VII. Makale başında zevcu'z-zevc ve'l-ferd bir ıstılah olarak tanımlanır.³⁷² Buna karşın Ebherî muhtemelen kaynak olarak kullandığı ve Haccâc etkisinde gelişen eser/nüşhalarda yapılan ispatı, zaten daha önce tanımı yapılmış bir şeyin ispatı olarak düşünüp gereksiz bulmuş ve *İslâh I*'de yer vermemiştir. Sâbit

Arithmetic Books of Euclid's Elements in The Arabic Tradition: an Edition, Translation, and Commentary (v. I p. II)", 602.

³⁷⁰ Hindistan'da bulunan iki nüshada (SCL, Riyâzî 2, 138a; Osmaniye Üniversitesi 375, 290b) bu şekilde Haccâc tercümesi ile İshâk tercümesi arasındaki ıstılahî bir farka işaret edilir.

Gregg De Young, "The Arabic Version of Euclid's Elements by al-Ḥajjāj b. Yūsuf b. Maṭar: New Light on a Submerged Tradition", 156-57.

³⁷¹ Busard, *The Translation of the Elements of Euclid from the Arabic into Latin by Hermann of Carinthia (?) Books VII-XII*, 73; Busard, *Johannes de Tinemue's Redaction of Euclid's Elements, the So-called Adelard III Version (Vol. I-II)*, 232-33; Busard ve Folkerts, *Robert of Chester's (?) Redaction of Euclid's Elements, The So-called Adelard II Version (Vol. I-II)*, 221.

³⁷² *İslâh I*, Hüseyin Çelebi 744, 41b; *İslâh II*, CBL 3424, 45b.

etkisinde gelişen literatüre mensup eser/nüshalarda gördüğü “sadece” kaydı bu tutumunu değiştirip metne dâhil etmesine yol açmıştır.

Islâh I ile *Islâh II* arasında şekil sayıları bağlamındaki son fark X. Makalededir. Bu makalede *Islâh I*’de 106, *Islâh II*’de Sâbit nüshasına uygun olarak 109 şekil vardır. *Islâh II*’deki X.101, 103 ve 104. şekiller *Islâh I*’de yoktur. Tûsî’nin *Tahrîr*’de verdiği bilgiye göre Haccâc nüshasında X. Makale’de 105 şekil olmasına rağmen Sâbit nüshasına göre eksik bıraktığı şekiller *Islâh I*’den farklıdır. X.101 şekli (Grekçe neşirde X.104) kendinden sonraki şeklin genel bir ifadesi olduğundan *Islâh I*’e dâhil edilmemiş olabilir. X.103 ve 104’te Tûsî ve Mağribî X.102’ye havale edip ayrıca bir ispat yapmazlar.³⁷³ Ebherî de bu durumun farkında olarak *Islâh I*’de sadece bu şekle yer verip (*Islâh I*’de X.101) diğer ikisini kendi *Elemanlar* edisyonuna almamış olmalıdır. Sâbit nüshası ya da onun etkisinde gelişen bir metin ışığında gözden geçirilmiş ve tekmil edilmiş ikinci versiyon olduğunu düşündüğüm *Islâh II*’de her bir şekle yer verdiği gibi ispatlarını da ayrı ayrı yapar.³⁷⁴

İki *Islâh* versiyonu arasında yine *Elemanlar*’ın genel yapısı içinde ele alınabilecek fakat makale şekil sayılarına dâhil olmayan farklar da şekil önlerindeki lemmalar/*mukaddimeler* ile şekil sonlarındaki *ziyâdeler*dir. İleride etraflıca ele alınacak 7 *mukaddime*den biri (XI.24. şekilden önceki *mukaddime*) *Islâh I*’de yoktur. Şekil sonlarındaki 10 *ziyâdeden* ise ikisi (III.29 ve VII.13 sonrasındakiler) *Islâh I*’de bulunmaz.

3.3.2 Şekil İçeriklerindeki Farklar

Islâh I ile *Islâh II*’nin farklı versiyonlar oluşturacak derecede farklı olduğunun bir diğer emaresi şekillerin yapısında ve metinlerinde kendini gösterir. Bazı şekillerde adımlar ve bu adımların gösterildiği metinler iki nüshada aynı iken pek çok şekilde iki metnin ayrı birer versiyon olarak ele

³⁷³ Mağribî, *Tahrîr*, Bodleian Kütüphanesi, Or. 448, 109b-110a, et-Tûsî, *Tahrîru Usûli’l-Hendese ve’l-Hisâb*, 111b-12.

³⁷⁴ Ebherî, *Islâh*, CBL Ar. 3424, 87b.

alınmasını gerektirecek kadar farklıdır. Temelde üç grupta toplayabileceğimiz bu versiyon farklarına dair fikir vermesi açısından kısa örnekler getirelim.

i) *Amel* adımlarındaki kısaltmalar.

<i>Islâh II</i> , CBL Nüshası, V.8 (32b)	<i>Islâh I</i> , Bursa Nüshası, V.8 (31b)
[الشكل الثامن] أَبْ أعظم من جَ ، فأقول: إنَّ نسبةَ أِ بِ إلى دِ أعظم من نسبة جَ إلى دِ ونسبة دِ إلى جَ أعظم من نسبته إلى أِ بِ . فليكن فضل أِ بَ على جَ أِ هَ ، فنجعل زح أمثالا لأصغر مقدارَي أِ هَ ، هَ بَ ، وليكن أِ هَ زائدةً على دِ ونجعل حَ طَ أمثال هَ بَ و كَ لَ أمثال جَ كمقدار زح أمثال أِ هَ .	[الشكل الثامن] أَبْ أعظم من جَ ، فأقول: إنَّ نسبةَ أِ بِ إلى دِ أعظم من نسبة جَ إلى دِ ونسبة دِ إلى جَ أعظم من نسبته إلى أِ بِ . فليكن فضل أِ بَ على جَ أِ هَ ، فنجعل زح أمثالا لَأِ هَ زائدةً على دِ ونجعل حَ طَ أمثال هَ بَ و كَ لَ أمثال جَ كمقدار زح أمثال أِ هَ .

Yukarıdaki karşılaştırma tablosunda görüldüğü üzere, CBL nüshasında varsayım için “ZH’yi AE ve EB’den kısa olana eşit yapalım, bu da AE olsun” şeklinde gerekçe sunarken Bursa nüshasında doğrudan ve gerekçesiz olarak “ZH’yi AE’ye eşit yapalım” kullanımı tercih edilmiştir.

ii) *Burhân* adımlarındaki kısaltmalar

1. Örnek

<i>Islâh II</i>, CBL Nüshası, VI.30 (44a)	<i>Islâh I</i>, Bursa Nüshası, VI.30 (40b-41a)
[الشكل الثلاثون] نريد أن نقسم <u>أ ب</u> على نسبة ذات وسط وطرفين. فنعمل على <u>أ ب</u> مربع <u>أ د</u>، ^(١٠٠) ونضيف إلى <u>أ ج</u> سطح <u>ج ه</u> مساويا لمربع <u>أ د</u> يزيد على تمامه بسطح <u>ز ح</u> شبيها بمربع <u>أ</u> <u>د</u> ^(١٠١) ف <u>أ ج</u> مثل <u>أ ب</u> ف <u>أ ح</u> مثل <u>ه</u> <u>ح</u>. ^(١٠٢) ولأن مربع <u>أ د</u> مثل سطح <u>ط</u> <u>ز</u> فنسقط <u>ج ح</u> المشترك يبقى <u>د ح</u> مثل <u>ز ح</u> وزاويتا <u>ح</u> متساويتان، ^(١٠٣) فأضلاع السطحين متكافئة. ^(١٠٤) فلأن <u>ط ح</u> مثل <u>أ ج</u> ^(١٠٥) أعني <u>أ ب</u> فنسبة <u>أ ب</u> إلى <u>ه</u> <u>ح</u> كنسبة <u>ط ح</u> إلى <u>ه ح</u> ^(١٠٦) وهي كنسبة <u>أ ح</u> إلى <u>ح ب</u>، فنسبة <u>أ ب</u> إلى <u>ه ح</u> كنسبة <u>أ ح</u> إلى <u>ح ب</u> ^(١٠٧) ونسبة <u>أ</u> <u>ب</u> إلى <u>أ ح</u> كنسبة <u>أ ب</u> إلى <u>ه ح</u> ^(١٠٨) فنسبة <u>أ ب</u> إلى <u>أ ح</u> كنسبة <u>أ ح</u> إلى <u>ح</u> <u>ب</u>، ^(١٠٩) وذلك ما أردنا بيانه.	[الشكل الثلاثون] نريد أن نقسم <u>أ ب</u> على نسبة ذات وسط وطرفين. فنعمل على <u>أ ب</u> مربع <u>أ د</u>، ونضيف إلى <u>ج أ</u> سطح <u>ج ه</u> مساويا لمربع <u>أ د</u> يزيد على تمامه سطح <u>ز ح</u> شبيها بمربع <u>أ</u> <u>د</u> فنسقط <u>ج ح</u> المشترك يبقى <u>د ح</u> مثل <u>ز ح</u> وزاويتا <u>ح</u> متساويتان، فأضلاع السطحين متكافئة. فنسبة <u>ط ح</u> أعني <u>أ</u> <u>ج</u> أعني <u>أ ب</u> إلى <u>ه ح</u> أعني <u>أ ح</u> كنسبة <u>أ ح</u> إلى <u>ح ب</u>، وذلك ما أردنا بيانه.

Orta ve uç oran (altın oran) bulma yolunun gösterildiği VI.3. Şeklinde görüldüğü üzere şeklin ispatında *Islâh II*'de "TH, AC'ye yani AB'ye eşit olduğu için AB'nin EH'ye oranı TH'nin EH'ye oranına eşittir. O oran da AH'nin HB'ye oranına eşittir. Dolayısıyla AB'nin EH'ye oranı AH'nin HB'ye oranına, AB'nin AH'ye oranı da AB'nin EH'ye oranına eşittir. Sonuç olarak AB'nin AH'ye oranı AH'nin HB'ye oranına eşittir. Zaten ispatlanmak istenen de buydu." şeklinde bir ispat yolu seçilmiş iken *Islâh I*'de "TH'nin yani AC'nin yani AB'nin HE'ye yani AH'ye oranı AH'nin HB'ye oranına eşittir." şeklinde kısa yoldan ve bazı mantıksal adımlar atlanarak ifade edilmiştir.

<i>Islâh II</i> 'deki ispatın son kısmının matematiksel notasyonu	<i>Islâh I</i> 'deki ispatın son kısmının matematiksel notasyonu
$TH = AC = AB$ $\rightarrow \frac{AB}{EH} = \frac{TH}{EH} = \frac{AH}{HB}$ $\rightarrow \frac{AB}{EH} = \frac{AH}{HB'} \cdot \frac{AB}{AH} = \frac{AB}{EH}$ $\rightarrow \frac{AB}{AH} = \frac{AH}{HB}$	$\frac{TH = AC = AB}{HE = AH} = \frac{AH}{HB}$

2. Örnek

<i>Islâh II</i> , CBL Nüshası, VII.29 (50a)	<i>Islâh I</i> , Bursa Nüshası, VII.29 (45b)
[الشكل التاسع والعشرون] عدد أ مركّب، فأقول: إنه يعدّه عدد أول.	[الشكل التاسع والعشرون] عدد أ مركّب، فأقول: إنه يعدّه عدد أول.

فليكن $\underline{ب}$ يعدّ $\underline{أ}$ ف $\underline{ب}$ إن كان عددا أولا فهو المطلوب، وإن كان مرّجا فيعدّه $\underline{ج}$، فينتهي إلى عدد لا يعدّه إلا الواحد، وإلا ف $\underline{أ}$ مجموع أعداد لا نهاية لها، وذلك لا يمكن في العدد، فيعدّه عدد أول، وذلك ما أردنا بيانه.	فليكن $\underline{ب}$ يعدّ $\underline{أ}$ وج $\underline{ب}$ فينتهي إلى عدد لا يعدّه إلا الواحد، وإلا فالمجموع أعداد لا نهاية لها، وذلك لا يمكن في العدد، فيعدّه عدد أول، وذلك ما أردنا بيانه.
[Yirmi dokuzuncu şekil] A bir bileşik sayıdır. Derim ki: A'yı bir asal sayı sayar. B sayısı A'yı saysın. B eğer asal bir sayı ise zaten istenen gerçekleşmiş olur, ama eğer B bir bileşik sayı ise onu da C sayıyor olsun. Bu, sadece birin saydığı sayıya kadar gider. Aksi hâlde A sonsuza kadar giden bütün sayıların toplamı olur, bu da sayılarda imkansızdır. Dolayısıyla A'yı bir asal sayı sayar. Zaten ispatlanmak istenen de buydu.	[Yirmi dokuzuncu şekil] A bir bileşik sayıdır. Derim ki: A'yı bir asal sayı sayar. B sayısı A'yı C de B'yi saysın. Bu, sadece birin saydığı sayıya kadar gider. Aksi hâlde toplam sonsuza kadar sayılar olur, bu da sayılarda imkansızdır. Dolayısıyla A'yı bir asal sayı sayar. Zaten ispatlanmak istenen de buydu.

Görüldüğü üzere *Islâh I*’de B sayısının asal olması durumunda önermenin gerçekliğinin sağlanmış olacağı ihtilâf-ı vukû muhtemelen okuyucunun zihnine havale edilmiş ve böylece ispatta bir boşluk oluşmuştur.

iii) Notasyonlarda farklılıklar. *Islâh I* ve *Islâh II* karşılaştırıldığında farklı notasyon ve terminolojinin görüldüğü pek çok şekil vardır. Bu da doğal olarak ispat adımlarının uygulanmasında ve çizimlerde farklılıklara yol açmaktadır.

<i>Islâh II</i> , CBL Nüshası, IX.16 (59a)	<i>Islâh I</i> , Bursa Nüshası, IX.16 (52b)
[الشكل السادس عشر] أ، ب، ج أقل ثلاثة أعداد على نسبة، فأقول: إن مجموع كل اثنين منها يبين الثالث. فليكن د ه، ه ز أقل عددين على نسبة أ إلى ب (كـ) فهما متباينان، ومجموعهما يبين كل واحد منهما. (عـ) ف ضرب د ز في ه ز يبين د ه، (كـ) وفي د ه يبين ز ه (كـ) لكن د ز في د ه مثل د ه في ه ز مع مربع د ه، (جـ) ف د ه في ه ز مع مربع د ه يبين ه ز، فيبين مربع ه ز (كـ) لكن د ه في ه ز هو ب (بـ) ومربع د ه هو أ (بـ) ومربع ه ز هو ج (بـ) ف أ، ب يباينان جـ. وكذلك تبين أن د ه في ه ز أعني ب مع مربع ه ز أعني جـ	[الشكل السادس عشر] أ، ب، ج أقل ثلاثة أعداد على نسبة، فأقول: إن مجموع كل اثنين منها يبين الثالث. فليكن د ه، ه ز أقل عددين على نسبة أ إلى ب فهما متباينان، ومجموعهما يبين كل واحد منهما. ف ضرب د ز في د ه يبين د ه، (كـ) وفي د ه يبين ز ه (كـ) لكن د ز في د ه مثل د ه في ه ز مع مربع د ه، (جـ) ف د ه في ه ز مع مربع د ه يبين ه ز، فيبين مربع ه ز (كـ) لكن د ه في ه ز هو ب (بـ) ومربع د ه هو أ (بـ) ومربع ه ز هو ج (بـ) ف أ، ب يباينان جـ. وكذلك تبين أن د ه في ه ز أعني ب مع مربع ه ز أعني جـ

ه ز هو ج ف أ، ب يابنان جـ. وكذلك تبين أن د ه في ه ز أعني ب مع مربع ه ز أعني جـ مابين لمربع د ه أعني أ، ومربع د مابين ل د ه في ه ز وكذا مربع ه ز. فمجموع مربعي د ه، ه ز أعني أ، جـ مابين ل د ه في ه ز أعني ب، وذلك ما أردنا بيانه.	مابين لمربع د ه أعني أ، وضرب د ه في ه ز يبين د ز فيبين مربع د ز ومربع د ز مثل مربعي د ه، ه ز مع ضعف ضرب د ه في ه ز، (د.ب) وضرب د ه في ه ز يشارك ضعف ضرب د ه في ه ز فيبين مجموع مربعي د ه، ه ز، فمجموع مربعي د ه، ه ز أعني أ، جـ (ب.ج) مابين ل د ه في ه ز أعني ب، (ب.ج) وذلك ما أردنا بيانه.
$\frac{A}{B} = \frac{B}{C} \text{ ve } \frac{DE}{EZ} = \frac{A}{B} \text{ ve}$ $DE + EZ = DZ \text{ ve}$ $DE \times EZ = B$ $DE^2 = A$ $EZ^2 = C$ <i>DZ × EZ ile DE aralarında asal</i> <i>DZ × DE ile ZE aralarında asal</i> <i>ise DZ × DE = DE² + DE × EZ de</i> <i>EZ ile aralarında asal,</i> <i>Öyle ise EZ² ile de aralarında asal</i> ...	$\frac{A}{B} = \frac{B}{C} \text{ ve } \frac{DE}{EZ} = \frac{A}{B} \text{ ve}$ $DE + EZ = DZ \text{ ve}$ $DE \times EZ = B$ $DE^2 = A$ $EZ^2 = C$ <i>DZ × DE ile DE ve ZE</i> <i>aralarında asal.</i> <i>DE × DZ = DE × EZ</i> <i>+ DE²</i> <i>ise DE × EZ + DE² ile EZ</i> <i>aralarında asal, Öyle ise</i> <i>EZ² ile de aralarında asal</i> ...

Karşılaştırma tablosunda ispatın ilk kısmı için gösterildiği üzere notasyonlar ve ispat yöntemleri iki versiyon arasında farklılaşmaktadır.

iv) Farklı ispat yöntemleri. İki versiyon arasında diğer önemli farklar eserin sonlarına yaklaştıkça ve çok uzun süren ispatlar sözkonusu oldukça ortaya çıkmaktadır. Daha önceki örneklerde gösterildiği üzere önceki farklar, aynı ispat yöntemi kullanılmasına karşın ispatların uzunluğu, açıklığı, gerekçeleri, notasyonu gibi ispatı değiştirmeden yapılmakta ise de bu son gruptaki farklar doğrudan ispat yöntemi ile ilgili olarak ortaya çıkmaktadır.

Buna en dikkat çekici örneklerden biri XI.24. Şeklidir. (Grekçe neşirde ve *Islâh* harici *Elemanlar* geleneğinde XI.23) *Islâh II'*de bu şekilden önce bir *mukaddime/lemma* yer almakta³⁷⁵ ve XI.24 şeklinin ispatında bu *mukaddime/lemmaya* atıfla bir ispat kurgulanmaktadır. Fakat *Islâh I'*de XI.23 ve XI.24. Şekiller arasındaki bu *mukaddime* bulunmamaktadır. Dolayısıyla *Islâh I'*de XI.24. şeklinin ispatı bu *mukaddimeye* atıfla değil, başka bir yoldan yapılmaktadır.³⁷⁶ İbnü'l-Heysem'in *Hallu's-şukûk'*ta ifade ettiğine göre Eukleides'in bu şekildeki ispatına, tüm durumları kapsayıcı (*küllî*) değil, sadece bir durumu kapsayıcı (*cüz'î*) olması dolayısıyla yöneltilen itirazlar mevcuttur.³⁷⁷ Kendisi bu problemi gidermek için Eukleides'in yönteminden farklı bir yolla ispatı yaptığı bir çözüm yolu önerir.³⁷⁸ Gelenek içinde bilinen bu problemi Nisâbûrî *İhtisâr'*da şeklin ihtilâf-ı vukûlarını da ele alarak,³⁷⁹ Tûsî *Tahrîr'*inde hem bir önceki şekle (XI.22) hem de bu şekle (XI.23) ihtilâf-ı vukûları ekleyerek,³⁸⁰ Mağribî ise *Tahrîr'*inde bir *mukaddime/lemma* ekleyerek çözüm getirmeye çalışmıştır.³⁸¹ Ebherî ise *Islâh I'*de herhangi bir ek girişimde bulunmadan Nisâbûrî'nin *İhtisârı'*na çok benzer ibarelerle sadece ihtilâf-ı vukûları ele almıştır.³⁸² Daha sonra bu ispat yetersiz gelmiş olmalı ki *Islâh II'*de şekli

³⁷⁵ CBL Ar 3424, 94a

³⁷⁶ Hüseyin Çelebi 744, 78a

³⁷⁷ Bu itiraza getirilen çözümün modern yorumu için bkz. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements* Vol. 3, 318-23.

³⁷⁸ İbnü'l-Heysem, *Hallu Şukûki Kitâbi Uklîdis fi'l-Usûl*, İstanbul Üniversitesi NEK, A800, 162a-165b.

³⁷⁹ Nisâbûrî, *İhtisâr*, Kayseri Raşid Efendi Kütüphanesi 1230, 53b.

³⁸⁰ et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 117a-19.

³⁸¹ Mağribî, *Tahrîr*, Bodleian Or. 448, 117b-118a.

³⁸² Ebherî, *Islâh*, Hüseyin Çelebi 744, 78a-b.

yeniden ele alıp bir *mukaddime* eklemiş ve ispatı da o *mukaddimeye* atıfla yeniden kurgulamıştır.³⁸³

Sonuç olarak yukarıdaki örneklerin de gösterdiği üzere *Islâh*'ın iki versiyonu olduğu açıktır. İki versiyondan hangisinin daha önce, hangisinin daha sonra kaleme alındığı noktasında ise açık bir delil maalesef yoktur. Bu durumda üç ihtimal söz konusu olur. İlk ihtimal, *Islâh I*'in ilk versiyon olup *Islâh II*'nin daha sonra kaleme alınmış olmasıdır. İkinci ihtimal bunun tam tersi olarak önce *Islâh II*'nin yazılıp daha sonra müellif tarafından hem metnin genel yapısında hem de şekillerin iç yapılarında gereksiz görülen yerlerin atılması suretiyle *Islâh I* metninin oluşturulmasıdır. Üçüncü ve dördüncü ihtimaller ise bu gözden geçirme işlemlerinin bir başkası tarafından yapılmış olmasıdır. *Islâh II*'nin bizzat müelliften ders okumuş ve başka eserlerini de istinsah etmiş meşhur talebesi Kâtibî tarafından ve müstensihin ifadesiyle “müellifin asıl nüshasından” istinsah edilmiş olması *Islâh II*'nin Ebherî'den başka birine izafetini imkânsız kılar. *Islâh I*'e ait tek nüshanın son yaprağının noksanlığından dolayı istinsahı hakkında herhangi bir bilgimiz olmamasına karşın nüsha zahriyesinde eserin Ebherî'ye atfı da *Islâh I*'in bir başkasına izafeti ihtimalini gözardı edilebilecek derecede azaltır. Temsil değeri yüksek olanlarının yukarıda verilmesine karşın eserin her yerine dağılmış örnekler ise *Islâh I*'in belirli yerlerine ek açıklamalar, *ziyâde* ve *mukaddimeler* eklenmek suretiyle gözden geçirilmiş ve tekml edilmiş ikinci versiyonunun *Islâh II* olduğunu ihsas ederler. Dolayısıyla *Islâh*'ın hem tahkikinde hem de incelemesinde müellifin elinden çıkan bu son versiyon kullanılmıştır. *Islâh I* nüshası sadece *Islâh*'ın etkileri bağlamında kullanılacaktır.

3.4 *Islâh*'ın Muhtevası

Ebherî'nin *Islâhı*'nı diğer metinlerden ayıran birkaç temel özellik vardır. Bunlardan birincisi *Islâh*'ın genel yapısıyla, ikincisi önerme yapılarıyla,

³⁸³ Ebherî, *Islâh*, CBL Ar. 3424, 94a-95a.

üçüncüsü de ilkeleri ele alışıyla ilgilidir. Tespit ettiğimiz bu ayrım noktalarında, İslam dünyasında gelişen *Elemanlar* geleneği içinde yer alan metinlerden *İslâh*'a gelene kadarkileri bir önceki bölümde incelemiştik. Bu bölümde *İslâh*'ı mezkûr üç açıdan, kendinden önceki geleneğe bağlayan ve onlardan ayıran noktaları inceleyeceğiz.

Ebherî, *İslâh*'ın kısa dibacesinde eseri kaleme alma amacını, hedef kitlesini ve kitabının öne çıkan yönlerini şu ifadelerle ortaya koyar:

فهذا إصلاح لكتاب الأسطُقسَات في الهندسة حرّره لمن له رغبة صادقة في حلّه وعزيمة جازمة على
تحصيله وضممت إليه ما يتم به الكتاب من تقرير المهملات وحلّ الشكوك واختلاف الأوضاع وسائر ما
لا بدّ منه

“Bu (eser) hendese hakkında *el-Ustukussât* (*Elemanlar*) kitabının *ıslahı*dır. [Bu kitabı] *Elemanlar*'ın çözümlemesine dosdoğru bir isteği, tahsiline kararlı bir yönelimi olan kişiler için yazdım. Bununla beraber *Elemanlar* kitabını tamamlayıcı olarak mühmel bırakılmış noktaların takririni, şüphelerin çözümlemesini, ihtilâf-ı vukûların belirtilmesini ve başkaca elzem şeyleri ekledim.”³⁸⁴

Bu kısa dibaceye göre Ebherî'nin hedef kitlesi *Elemanlar* kitabını derinlemesine tahsil edecek kişilerdir. Ardından gelen ifadelerde beyan edilen kitabın özellikleri bu hedef kitlesi nazara alınarak söylenmiştir. Tûsî'nin *Tahrîrî*'nde gördüğümüz gibi metni üzerine bina ettiği tercümelere ya da Mağribî'nin *Tahrîr*'inde gördüğümüz gibi kendinden önceki çalışmalara dibacede yahut metnin herhangi bir yerinde atıfta bulunmaz. Dolayısıyla *İslâh*'ın kendisinden önce kaleme alınmış çalışmaların hangisinden etkilendiği ve hangi tercüme geleneği içinde ele alınabileceği, metnin incelenmesiyle ortaya çıkacaktır.

³⁸⁴ Ebherî, *İslâh*, CBL Ar. 3424, 1b.

3.4.1 *Islâh*'ın Genel Yapısı ve Kaynakları

Ebherî, en azından İshâk-Sâbit tercümesinden beri süregelen bir duruma muhalefet ederek *Islâh*'ı *Elemanlar*'ın özgün kabul edilen makaleleriyle sınırlandırmış ve 13 makalede tamamlamıştır. *Islâh* öncesi metinlerden bilebildiğimiz kadarıyla bu tutumu sergileyen tek çalışma Nisâbü'rî'nin *İhtisârı*dır.

Islâh'ta her bir şekil *Elemanlar* geleneğine uygun olarak ebced harfleri ile numaralandırılmış ve ilgili harfler şeklin başladığı satırın hizasında derkenara konmuştur. Şekil sayılarını gösteren harflerin yanına *İhtisâr*'da olduğu gibi, makale sayılarını gösteren herhangi bir numaralandırma ya da harf eklemesi yapılmamıştır. Her bir makalenin sonunda “Makale tamamlandı” (تَمَّتِ الْمَقَالَةُ) ifadesiyle beraber, biten makalenin kaçınıcı makale olduğu ve makalenin kaç şekilden oluştuğu yine ebced harfleri ile verilir. Bu numaralandırma sistemine göre *Islâh*'taki makaleler ve şekil sayıları

Makale	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
Şekil Sayısı	48	14	37	16	25	33	39	27	38	109	42	15	18

aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Şekil sayılarına dikkat edildiğinde III. ve XIII. Makalelerdeki hemen göze çarpar. Zira diğer makaleler genel itibarıyla Sâbit nüshasındaki sayı ile örtüşmekte iken bu iki makale ne Haccâc ne Sâbit nüshasıyla ne de gelenek içindeki herhangi bir metinle uyuşur. Ancak durumu daha ilginç kılan, bu makalelerdeki şekil sayılarının (III. Makale 37 şekil, XIII. Makale 18 şekil) bütün gelenek içinde sadece *Elemanlar*'ın Grekçe neşriyle örtüşmesidir. Her ne kadar III.ve XIII. Makalelerdeki şekil sayılarında Grekçe neşirle aynı değerlere sahip olsa da içerikte birebir örtüşmediği ilerleyen aşamalarda görülecektir. Bu iki makale haricinde *Islâh*'ın şekil sayısı bakımından Sâbit nüshasından ayrıldığı tek makale XI. Makaledir.

Bu makalede bulunan 42 şekil, sayı itibariyle gelenek içinde sadece Mağribî'nin *Tahrîri* ile benzerlik taşır.

Makalelerin genel yapısı ve şekil sayılarında durum böyle iken makalelerde şekillerin yerlerine bakıldığında *Islâh*'taki yapı daha girift bir hâl alır. Bunun için VIII. ve IX. Makalelere bakmak yerinde olacaktır. Bilindiği üzere VIII.24 ve 25. Şekiller Haccâc nüshasında yer almaz. Ayrıca Sâbit nüshasındaki VIII.11 ve 12. Şekiller Haccâc nüshasında tek bir (VIII.11.) şekildir. Bu da şekillerin sıralamasını değiştirir. Sâbit nüshasındaki VIII.13. Şekil Haccâc nüshasında VIII.12. Şekil olur. Sâbit nüshasının VIII.14 ve 15. Şekillerindeki doğal sonuçlar Haccâc nüshasında ayrı bir şekil olarak ele alınırlar (VIII.15) *Islâh*'a baktığımızda, tüm bu farklı durumlardan Haccâc'a ait olanları *Islâh*'ın taşıdığını gözlemledik.

Islâh, VIII.11:

عددا هـ، ز ضلعا مربعي أ، ب ومكعي ج، د، فأقول: إن نسبة أ إلى ب كنسبة هـ إلى ز مثناة بالتكرير
ونسبة ج إلى د كنسبة هـ إلى ز مثلثة بالتكرير.

“E ve Z sayıları A, B karelerinin ve C, D küplerinin kenarlarıdır. Derim ki: A'nın B'ye oranı E'nin Z'ye oranının çiftlenmiştir (karesi), C'nin D'ye oranı da E'nin Z'ye oranının üçlenmiştir (küpüdür).”³⁸⁵

Sâbit nüshasında *Elemanlar*'ın Grekçe neşriyle de uyumlu olarak bu ifade ikiye ayrılır ve kare sayılara ait durum VIII.11'de, küp sayılara ait durum VIII.12'de ele alınır.³⁸⁶ Bunun sonucu olarak bir diğer ayrımın yaşanacağı VIII.15. Şeklin sonuna kadar iki nüsha arasında oluşan farkta *Islâh*, Haccâc nüshasını takip eder. Hem Sâbit, hem de Haccâc nüshalarındaki şekil

³⁸⁵ CBL Ar. 3424, 54a.

³⁸⁶ Sâbit A grubu için: De Young, “The Arithmetic Books of Euclid's Elements in The Arabic Tradition: an Edition, Translation, and Commentary”, 155-60. Sâbit B grubu için: De Young, “The Arithmetic Books of Euclid's Elements in The Arabic Tradition: an Edition, Translation, and Commentary (v. I p. II)”, 456-62. Tûsî'nin *Tahrîri*'nden takip etmek için: et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 84b-85a.

numaraları Tûsî'nin *Tahrîri* üzerinden takip edilebilir.³⁸⁷ VIII. 15. Şekilde bir değişim daha yaşanır.

Islâh, VIII.15:

أ، ب مربّعان أو مكعبان وضلعاهما ج، د و أ لا يعدّ ب، فأقول: إن ج لا يعدّ د وبالعكس.

A, B birer kare ya da birer küptürler. Her birinin birer kenarları C ve D'dir. A, B'yi saymaz. Derim ki C de D'yi saymaz. Bunun tam tersi de geçerlidir.

Bu şekil, bu hâliyle ve ayrıca Sâbit nüshasında yoktur. Orada yine kare ve küp sayılarla alakalı VIII.14 ve VIII.15 şekillerin doğal sonuçları olarak bu yargılara varılır.³⁸⁸ Haccâc nüshası ile Sâbit nüshası arasında bahsi geçen ayırım noktalarını Tûsî'nin *Tahrîri*'nde ve İbn Sînâ'nın *Muhtasarı*'nın bir nüshasının derkenarında topluca bulabiliriz.³⁸⁹ Ayrıca Carinthialı Hermann ve Bathlı Adelard da tüm bu farklı durumlar için Haccâc nüshasını takip etmişlerdir.³⁹⁰ Görüldüğü gibi Ebherî *Islâh*'ın VIII. Makale şekillerinin tertibinde doğrudan veya dolaylı olarak Haccâc nüshasını takip etmiştir.

IX. Makalede Haccâc nüshası ile Sâbit nüshası arasındaki önemli tertip farkı daha önce ifade edildiği üzere Sâbit nüshasındaki IX.11. ile 12. Şeklin yerleri Haccâc nüshasında tam ters olması ve Sâbit nüshasındaki IX.14. Şeklin Haccâc nüshasında IX.20. Şekil olmasıdır. Buna bağlı olarak 14. ile 20. Şekiller arası iki nüshanın şekil numaraları birer farkla ilerleyip IX.21 şeklinde birleşirler. *Elemanlar*'ın Grekçe neşrinin Sâbit nüshasıyla paralellik arzettiğini özellikle belirtmek gerekir. *Islâh*'ta, tıpkı Nisâbûrî'nin

³⁸⁷ et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 84b-86a.

³⁸⁸ Sâbit A grubu için: De Young, "The Arithmetic Books of Euclid's Elements in The Arabic Tradition: an Edition, Translation, and Commentary (v. I p. II)", 166-67, 169-70. Sâbit B grubu için: De Young, 469-70, 472-74. Tûsî'nin *Tahrîri*'nden takip etmek için: et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 85b-86a.

³⁸⁹ et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 86a; İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 259.

³⁹⁰ Sadece VIII.15. şekildeki yargılardan küp için olan *propositio*/mukaddime kısmında değil, şeklin sonunda bulunur. Busard, *The Translation of the Elements of Euclid from the Arabic into Latin by Hermann of Carinthia (?) Books VII-XII*, 53; Busard, *The First Latin Translation of Euclid's Elements Commonly Ascribed to Adelard of Bath*, 239-40.

İhtisârı ve İbn Sînâ'nın *Muhtasarı*'nda olduğu gibi tüm bu şekillerde Haccâc nüshasındaki şekil tertibine riayet edilmiştir.³⁹¹

IX. Makalenin IX.24 ve 25. Şekillerine ilişkin durum biraz yukarıda *İslâh I* ve *İslâh II* arasındaki farkların incelendiği kısımda ele alınmıştı. Orada elde ettiğimiz sonuç hatırlanacak olursa; aslında Ebherî'nin *İslâh'*ın bu bölümünde de ilk versiyonda Haccâc'ı takip ettiği ancak ikinci versiyonda Sâbit nüshasında fazladan bulunan IX.24 ve IX.25. şekilleri metne dercettiği ortaya çıkmıştı.

Haccâc nüshası ile Sâbit nüshası arasında dikkate değer tertip farkının olduğu diğer makalelerde *İslâh'*ın açıkça Sâbit takipçisi olduğunu gözlemleriz. I. Makaledeki I.45 şekli Haccâc nüshasında eksik iken *İslâh'*ta vardır.³⁹² III. Makaledeki Sâbit nüshasının III.36. şekli Haccâc nüshasında yok iken kendine *İslâh'*ın III.37. şekli olarak yer bulur.³⁹³ VI. Makaledeki VI.11. şekli de yine Haccâc nüshasında bulunmazken *İslâh'*ta Sâbit nüshasına uygun olarak VI.11. şekil olarak yer alır.³⁹⁴

*İslâh'*ın kullandığı ıstıhlara bakacak olursak, burada da hem Haccâc geleneğinden hem de Sâbit geleneğinden aldığı terimler olduğunu söyleyebiliriz. Daha önce değinildiği üzere I. Makale'nin tanımlarında Haccâc sınırı (*hadd*) "bir şeyin ucu (*taraf*)" olarak tanımlarken Sâbit sınırı "bir şeyin sonu (*nihâyet*)" ile karşılar. Ebherî bu noktada her iki gelenekten ayrılarak *İslâh'*ta sınırın tanımını vermezken diğer tanımlar içinde; mesela çizginin tanımında Haccâc nüshasını takip ederek "iki *ucunun* birer nokta" olduğunu söyler: *واختط طول بلا عرض وطرفاه نقطتان* (Çizgi eni olmayan uzunluktur ve iki ucu iki noktadır)³⁹⁵ Benzer şekilde yüzeyin tanımında uçlarının çizgi olduğunu belirtir: *والبسيط ما له طول وعرض فقط وأطرافه خطوط*

³⁹¹ CBL Ar. 3424, 57b-59b.

³⁹² CBL Ar. 3424, 14a.

³⁹³ CBL Ar. 3424, 25b-26a.

³⁹⁴ CBL Ar. 3424, 38b.

³⁹⁵ CBL Ar. 3424, 1b.

(Yüzey sadece uzunluğu ve eni olandır ve uçları çizgilerdir.)³⁹⁶ Ebherî her ne kadar *Islâh'*a sınırın tanımını almamış olsa da çizgi ve yüzey tanımlarında Haccâc etkisi kendisini göstermektedir. Haccâc ile Sâbit geleneklerinin arasını ayıran bir diğer kıstas II. Makalede başlamak üzere bütün *Elemanlar* içeriğinde kendisini gösteren “*darb*” kullanımıdır. Hatırlanacağı üzere Sâbit, yatay ve dikey iki kenarını iki çizginin oluşturduğu dikdörtgen yüzeye bu çizgilerin “çevrelediği” yüzey (*ihâta*) derken Haccâc bu çizgilerin “çarpımı” (*darb*) tabirini kullanmayı tercih etmekteydi. Ebherî de Haccâc’ı takiben *darb* terimini kitap boyunca kullanmaktadır. Bunu da II. Makalenin girişinde ilk tanımda şu cümlelerle ifade eder: إذا قلنا ضرب الخط في الخط فإننا نعني به سطحاً قائم الزاوية يحيط بالزاوية القائمة منه (“Çizginin bir çizgiyle çarpımı” dediğimizde bununla o iki çizginin dik açıyla kesişmesi sonucu oluşan dik açılı yüzeyi kastederiz.)³⁹⁷ Kıstas alınan bir diğer nokta V. Makale’nin girişindeki “oran” tanımıdır. Burada Haccâc ve onu izleyen müelliflerin “*eyyiyye*” tabirini tercih ederken Sâbit ve takipçileri “*izâfet*” terimini kullandıkları daha önce belirtilmişti. Ebherî tüm gelenek içinde sadece Nîsâbûrî’nin herkesten farklı olarak kullandığı “*kadr*”i tercih etmiştir. Hem *Islâh'*ın hangi metinlerle ilişkisi olduğunu görmek hem de diğer metinlerin birbirleri arasındaki münasebeti anlamak için V. Makale başındaki bu *nisbet* tanımı önemli bir mihenk taşı konumunda olduğu ve hemen hemen her metinde bulunduğu için her bir metinde geçtiği hâliyle kronolojik olarak bu *nisbet* tanımlarını verelim:

Sâbit nüshasındaki nisbet tanımı:³⁹⁸ النسبة هي إضافة ما لمقدارين متجانسين أحدهما إلى الآخر في المقدار

³⁹⁶ CBL Ar. 3424, 1b.

³⁹⁷ CBL Ar. 3424, 9b.

³⁹⁸ Engroff, “The Arabic Tradition of Euclid’s Elements: Book V”, 60.

النسبة هي آية قدر³⁹⁹ Kerâbîsî'nin *Şerhi'*nde Eukleides'e atfettiği nisbet tanımı:

مقدارين متجانسين كل واحد منهما من الآخر أي قدر كان

النسبة هي آية قدر⁴⁰⁰ Antâkî'nin *Şerhi'*nde Haccâc'a atfettiği nisbet tanımı:

مقدارين متجانسين

Antâkî'nin *Şerhi'*nde Sâbit'e atfettiği ve kendisinin de şerhe esas aldığı

nisbet tanımı: ⁴⁰¹النسبة هي إضافة ما لمقدارين متجانسين أحدهما إلى الآخر في المقدار

النسبة هي قدر أحد مقدارين متجانسين من⁴⁰² Nîsâbûrî'nin *İhtisâr'*daki nisbet tanımı:

الآخر

النسبة آية مقدار من مقدار يجانسه⁴⁰³ İbn Sînâ'nın *Muhtasar'*daki nisbet tanımı:

النسبة⁴⁰⁴ İbnü'l-Heysem'in eskilere (mutekaddimûn) atfettiği nisbet tanımı:

هي آية قدر أحد المقدارين عند الآخر

النسبة هي⁴⁰⁵ İbnü'l-Heysem'in yenilere (muteahhirûn) atfettiği nisbet tanımı:

إضافة ما لمقدارين متجانسين أحدهما إلى الآخر في المقدار

النسبة هي إضافة ما في القدرين مقدارين⁴⁰⁶ Nesevî'nin *Tecrîd'*daki nisbet tanımı:

متجانسين

³⁹⁹ Khudabakhsh Oriental Library 2034, 32a-b.

⁴⁰⁰ Bodleian Ktp, Huntington 531, 3a.

⁴⁰¹ Bodleian Ktp, Huntington 531, 2a. Antakî bu tanımın Sâbit'e ait olduğunu aynı nüshanın 3a sayfasında söyler.

⁴⁰² Nîsâbûrî, *İhtisâru Uklîdis*, Kayseri Raşid Efendi Ktp 1230, 19a.

⁴⁰³ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 153.

⁴⁰⁴ İbnü'l-Heysem, *Şerhu Musâderâti Kitâbi İklîdis*, 256. *Şerhu'l-musâderât'*ın naşiri "eyyiyye" kelimesini "enniyye" olarak okumuştur. Fakat esas aldığı nüshalarda bu kelime açıkça "eyyiyye" okunacak şekilde noktalanmıştır. Bursa İnebey YEK, Haraçcioğlu 1172, 37b; İstanbul Millet YEK, Feyzullah Efendi 1359, 193a.

⁴⁰⁵ İbnü'l-Heysem, 256.

⁴⁰⁶ Ali b. Ahmed en-Nesevî, *Kitâbu't-Tecrîd fî Usûli'l-hendese*, 220.

[النسبة] هي آية قدر ومقدارين متجانسين أحدهما من ⁴⁰⁷Ömer Hayyâm'ın nisbet tanımı: الآخر

النسبة آية مقدار من مقدار يجانسه ⁴⁰⁸Çağmînî'nin *Telhîs'*teki nisbet tanımı:

والنسبة هي قدر أحد المقدارين المتجانسين من الآخر ⁴⁰⁹*Islâh'* taki nisbet tanımı:

النسبة آية قدر أحد مقدارين متجانسين عند الآخر ⁴¹⁰Tûsî'nin *Tahrîr'* de Haccâc'a atfettiği nisbet tanımı:

[النسبة] هي إضافة ما في القدرين ⁴¹¹Tûsî'nin *Tahrîr'* de Sâbit'e atfettiği nisbet tanımı: مقدارين متجانسين

النسبة هي إضافة ما في المقدارين متجانسين ⁴¹²Mağribî'nin *Tahrîri'*ndeki ilk nisbet tanımı: أحدهما إلى الآخر في باب التقدير

[النسبة] آية أحد مقدارين ⁴¹³Mağribî'nin *Tahrîri'*ndeki ikinci nisbet tanımı: متجانسين عند الآخر

النسبة إضافة واحد المقدارين المتجانسين ⁴¹⁴Sözde Tûsî'nin *Tahrîr'*deki nisbet tanımı: إلى الآخر في القدر

Tanım ifadeleri parçalarına ayrıldığında şöyle bir tablo karşımıza çıkar:

⁴⁰⁷ Hayyam, *Risâle fî Şerhi mâ eşkele min musâderâti Kitâbi Uklîdis*, 20.

⁴⁰⁸ Çağmînî, *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*, 72.

⁴⁰⁹ CBL Ar. 3424, 30b.

⁴¹⁰ Bir önceki tanımla birlikte et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 55a.

⁴¹¹ Bir önceki tanımla birlikte Bodleian Ktp., Or. 448, 34a.

⁴¹² Nasirîdini Tusîni, *Kitâbu Tahrîri Usûl li-Uklîdis min Te'lîfi Hâce Nasîriddîn et-Tûsî (Euclidis Elementorum Geometricorum Libri Tredecim)*, 108.

Sâbit	في المقدار	أحدهما إلى الآخر	لمقدارين متجانسين	إضافة ما
Kerâbîsî	أي قدر كان	كل واحد منهما من الآخر	قدر مقدارين متجانسين	آية
Antâkî - Sâbit			قدر مقدارين متجانسين	آية
Antâkî - Haccâc	في المقدار	أحدهما إلى الآخر	لمقدارين متجانسين	إضافة ما
Nîsâbûrî		من الآخر	أحد مقدارين متجانسين	قدر
İbn Sînâ		من مقدار يجانسه	مقدار	آية
İbnü'l-Heysem - mutekaddimun		عند الآخر	قدر أحد المقدارين	آية
İbnü'l-Heysem - muteahhirun	في المقدار	أحدهما إلى الآخر	لمقدارين متجانسين	إضافة ما
Nesevî	في القدرين		مقدارين متجانسين	إضافة ما
Ömer Hayyâm		أحدهما من الآخر	قدر ومقدارين متجانسين	آية
Çağmînî		من مقدار يجانسه	مقدار	آية

Ebherî		من الآخر	أحد المقدارين المتجانسين	قدر
Tûsî - Haccâc		عند الآخر	قدر أحد مقدارين متجانسين	آية
Tûsî - Sâbit	في القدرين		مقدارين متجانسين	إضافة ما
Mağribî - 1	في باب التقدير	أحدهما إلى الآخر	في المقدارين متجانسين	إضافة ما
Mağribî - 2		عند الآخر	أحد مقدارين متجانسين	آية
Sözde Tûsî	في القدر	إلى الآخر	واحد المقدارين المتجانسين	إضافة

Tüm bu tanımlar metinler arası irtibatı, hatta müelliflerin ellerindeki nüshaların birbirleriyle irtibatlarını ortaya koymaları yanında, Ebherî'nin yakın etki olarak Nîsâbü'rî'den, dolaylı olarak da Haccâc'dan etkilendiğini göstermektedir. Çünkü Nîsâbü'rî'nin tanımını diğerleriyle karşılaştırdığımızda Haccâc nüshasındaki tanımdan “eyyiyye”nin çıkarılmasıyla oluştuğunu görürüz. Bunun bilinçli bir tercih mi yoksa bir zühul eseri mi olduğu tartışmaya açıktır. Ancak sebebi ne olursa olsun tamlamadaki ufak bir değişiklik hariç Nîsâbü'rî'deki bu tanım *İslâh*'a aynıyla geçmiştir.

İslâh'ın kaynakları ve makale içeriklerinde gördüğümüz seçmeci üslubunu “aralarında asal” nicelikler hakkında *İslâh* boyunca kullandığı terimleri takip ederek de gözlemleyebiliriz. Sayı türleri *Elemanlar*'da VII. Makale girişindeki tanımlarda verilir. Tek ve çift sayı altında yer alan türlerin ardından “asal (*evvel*) sayı” ve hemen akabinde “bileşik (*mürekkeb*)

sayı"lar tanımlanır. Bu iki sayı türüne verilen isimler Haccâc ve Sâbit nüshalarında aynıdır. Fakat aralarında asal sayılarla aralarında bileşik (ortak bölene sahip) sayılara iki gelenekte farklı isimler verilmiştir. Haccâc kendi tercümesinde bu sayıları sırasıyla *mütebâyin* ve *müşterek* ıstılahlarıyla karşılaşmış ve İshâk b. Huneyn de bu tercihe sadık kalmış iken aynı sayılara Sâbit'in ıslâhı olduğu açıkça belirtilen karşılık *ba'duhâ evvel* inde *ba'd* (بعضها أول عند بعد) ve *ba'duhâ murekkeb* inde *ba'd*'dır (بعضها مركب عند بعض).⁴¹³ Sâbit'in önerdiği bu terimler Grekçe *Elemanlar* metni ile uyumludur. İlgili terminolojiyi Haccâc nüshası için Kerâbîsî'nin *Şerhi*,⁴¹⁴ Nîsâbûrî'nin *İhtisârı*⁴¹⁵ ile birlikte *İslâh*'ta görmek mümkündür.⁴¹⁶ Sâbit nüshasının kullandığı ıstılahlarıysa Antâkî *Şerhi*'nde, İbnü'l-Heysem *Şerhu'l-musâderât*'ta⁴¹⁷ ve Mağribî *Tahrîr*'de kullanmışlardır.⁴¹⁸ Dahası Antâkî aralarında asal sayılara bazıları tarafından *mütebâyin* denildiğini ama bu kullanımın ancak mecaz olarak kabul edilebileceğini çünkü tam bir ayrışma anlamındaki *tebâyün*'ün mikdârlar arasında olabileceğini, 1'in varlığından ve her sayıda ortak olmasından dolayı sayılarda hakîkî bir ayrışmanın olamayacağını söyler.⁴¹⁹ Bu da Sâbit'in terimi değiştirerek yaptığı ıslâhı daha da anlamlı kılar. Gelenek içinde İbn Sînâ'nın *Muhtasarı*,⁴²⁰ İbnü'l-Heysem'in *Hallu's-şukûku*,⁴²¹ Tûsî'nin ve Sözde Tûsî'nin *Tahrîr*leri her iki ıstılah grubunu da korumuştur.⁴²² İbnü'l-Heysem bunların birbirine alternatif kullanımlar olduğunu ihsas eden ifadelerle tanımları verirken Tûsî açıkça Sâbit'in nüshasına gönderme

⁴¹³ Her iki karşılığı ve Sâbit'in ıslâhını Sâbit A grubu nüshalar korumuştur. De Young, "The Arithmetic Books of Euclid's Elements in The Arabic Tradition: an Edition, Translation, and Commentary", 3-4.

⁴¹⁴ Khudabakhsh Oriental Library 2034, 44b-45a.

⁴¹⁵ Kayseri Raşid Efendi Ktp. 1230, 29b.

⁴¹⁶ CBL Ar. 3424, 45b.

⁴¹⁷ İbnü'l-Heysem, *Şerhu Musâderâti Kitâbi İklîdis*, 359.

⁴¹⁸ Bodleian Ktp., Or. 448, 54b.

⁴¹⁹ Bodleian Ktp., Huntington 531, 32b.

⁴²⁰ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 212.

⁴²¹ Bursa İnebey YEK., Haraçcioğlu 1172, 192a-b; İstanbul Nadir Eserler Ktp. A800, 122a.

⁴²² et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 75b; Nasiridini Tusini, *Kitâbu Tahrîri Usûl li-Uklîdis min Te'lîfi Hâce Nasîriddîn et-Tûsî* (Euclidis Elementorum Geometricorum Libri Tredecim), 168.

yaparak her iki terimi de okuyucuya sunar. VII. Makale şekillerinde her ikisi de *mütebâyin* istilahını tercih ederler. Ebherî de *İslâh*'ın VII. Makalesinden başlamak üzere sayılara dair VII., VIII. ve IX. Makalelerde, aralarında asal sayılar için *mütebâyin* kelimesini, ortak bölene sahip sayılar içinse *müşterek* kelimesini kullanır.

Birbirine oranlanabilen ve oranlanamayan mikdârları ele alan X. Makale'de sayılardakine benzer bir durum söz konusudur. Aynı mikdâr tarafından ölçülebilen sürekli niceliklere (çizgi, yüzey ve cisimlere) her iki tercüme geleneği de *müşterek* ismini verir. Fakat ölçülemeyen sürekli niceliklere Haccâc nüshasında *mütebâyin*, Sâbit nüshasında *gayru müşterek* adı verilir.⁴²³ Haccâc takipçisi olarak Kerâbîsî,⁴²⁴ İbn Sînâ,⁴²⁵ Nîsâbü'rî⁴²⁶ X. Makale girişinde *mütebâyin* tanımını vermeyi sürdürürler. Mağribî ve Tûsî *Tahrîr*lerinin bu kısmında herhangi bir atıf yapmaksızın bu sürekli nicelikleri *mütebâyin* ile karşılarlar.

Ebherî makale girişinde her ne kadar *mütebâyini* tanımını verdiyse de şekillerde tutumu değişir. X. Makale girişindeki ilk iki tanım şöyledir:

المقادير التي يقال لها المشتركة هي التي يعدّها مقدار واحد والمتباينة هي التي لا يعدّها مقدار واحد.

Görüldüğü üzere mikdâr cinsinden ortak bölene olan mikdârlara *müşterek*, olmayanlara *mütebâyin* ismini verir. Bu tanımlar mikdârın altına giren türlerin verilmesi hariç neredeyse birebir Nîsâbü'rî'nin tanımlarıyla aynıdır:⁴²⁷

المقادير وهي الخطوط والسطوح والمجسمات التي يقال لها المشتركة هي التي يعدّها مقدار واحد والمتباينة هي التي لا يعدّها مقدار واحد قطّ.

⁴²³ Sâbit nüshasındaki karşılığın bir misali olarak bkz. Bodleian Ktp., Thurston 11, 100b.

⁴²⁴ Khudabakhsh Oriental Library 2034, 48a.

⁴²⁵ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 299.

⁴²⁶ Kayseri Raşid Efendi Ktp. 1230, 39b.

⁴²⁷ Kayseri Raşid Efendi Ktp. 1230, 39b.

Her ne kadar tanımlarda *mütebâyin* mikdârların tanımlarını verse de Ebherî bu terimi X.2 ve X.3. şekillerden sonra X.88. şekle kadar bir daha kullanmaz. Bunun yerine *gayru müşterek* mikdâr terimine geçiş yapar ve ısrarla *gayru müştereki* kullanmayı tercih eder. Bu noktada ortaklaştığı tek metin yine Nîsâbûrî'nin *İhtisârı*dır. Nîsâbûrî de *İhtisâr'*da X.2 ve X.3. şekillerde *mütebâyin* ıstılahını kullanıp X.5. şekilden itibaren *gayru müşterek* terimine geçiş yapar. Peki Ebherî niçin bu terimi kullanırken birden değişiklik yaparak X.88, X.89, X.91, X.92, X.93, X.97, X.99 ve X.106. şekillerde yeniden *mütebâyini* kullanmaya geçer? Bunun sebebi Nîsâbûrî'nin *İhtisâr'*da X.69. şekilden sonra yaptığı değişikliktir. Zira Mağribî'nin de açıkça eleştirdiği üzere Nîsâbûrî X.69 şekli ile X.107 şeklinin arasını ayrı ayrı değil "*Munfasılât*" başlığı altında topluca ele alır.⁴²⁸ Ebherî de muhtemelen kaynak olarak kullandığı *İhtisâr'*da bulunmayan bu şekilleri başka bir şekilde tamamlama yoluna gitmiş, bunun sonucunda metin tutarlılığını koruyamamıştır. Mikdârlar hakkında *mütebâyin* terimini kullandığı son yer XIII.12 şeklidir. Bu şekilde de aslında kaleme aldığı ilk versiyon *İslâh 1'*de daha kısa bir ispata girişmişken⁴²⁹ *İslâh 2'*de ispatı daha da ayrıntılandırmış, her adımın gerekçesini vermiştir. İlk versiyonda bu şekilde *mütebâyin* terimi bulunmazken gözden geçirilmiş ikinci versiyondaki eklemeleri sırasında *mütebâyin* mikdârlardan söz etmiştir.

Ebherî'nin *İslâh'*ın telifinde bir diğer kaynak olarak İbn Sînâ'nın *Muhtasarı'*nı kullandığını ya da her ikisinin de ortak bir kaynaktan istifade ettiğini de söylemek mümkündür. Bunu gösteren önemli bir örnek VI.26 şeklidir. Bu şekilde *Elemanlar'*ın Grekçe neşrine göre (orada VI.25'tir) "Verilen bir düzkenar şekle benzer ve verilen başka bir düzkenar şekle eşit tek bir şekil çizmenin yolu" gösterilir. İslam *Elemanlar* geleneği incelendiğinde ilgili problemde Eukleides'in ortaya koyduğu durumun genel itibarıyla korunduğu gözlenir. Fakat bu

⁴²⁸ Kayseri Raşid Efendi Ktp. 1230, 48b-49a.

⁴²⁹ Bursa İnebey YEK., Hüseyin Çelebi 744, 94b-95a.

duruma uymayan tek çalışma İbn Sînâ'nın *Muhtasarı*'dır. *Muhtasar*'da genel olarak bir şekil/yüzey çizmenin değil, özel olarak bir üçgen çizmenin yolu gösterilir:

نريد أن نعمل مثلثاً مساوياً لسطح د شبيهاً بمثلث أ ب ج.

“D yüzeyine eşit ve ABC üçgenine benzer bir üçgen yapmak istiyoruz.”⁴³⁰

Daha önce sıkı bir *Muhtasar* takipçisi olduğunu gördüğümüz Çağmîni bile *Tellîs*'te İbn Sînâ'yı bu tercihinde yalnız bırakmışken gelenek içinde *Muhtasar*'ı takip eden tek metin *İslâh* olmuştur. Ebherî de *İslâh*'ta bütün geleneğe muhalefet ederek alanı belirli bir yüzeyin alanına eşit ve belirli bir üçgenle benzer bir üçgen çizme yolunu göstermiştir. Hatta ibarelerdeki *Muhtasar* benzerliği de dikkat çekicidir:

نريد أن نعمل مثلثاً مساوياً لسطح د شبيهاً بمثلث أ ب ج.

Şeklin geri kalan kısmındaki amel ve burhân adımları da *İslâh*'ın küçük açıklamaları eklemesi dışında aynıdır. Hatta Ebherî *İslâh I*'de bu açıklamaları daha az tutmuş, *İslâh II*'de biraz daha ayrıntılı yazmıştır.⁴³¹

Burada temsil değeri yüksek örneklerden görüldüğü gibi, eserin tamamı gelenek içindeki metinlerle karşılaştırıldığında *İslâh*'ın makale sayıları, makale tertipleri ve kullandığı istilâhlar konusunda şu sonuç ortaya çıkmaktadır: Ebherî *İslâh*'ın ilk versiyonunu yazarken büyük oranda Nîsâbü'rî'nin *İhtisâr*ından veyahut uzak bir ihtimal olarak ikisinin de çok sıkı takip ettikleri ortak bir kaynaktan ve İbn Sînâ'nın *Muhtasar*'ından yararlanmış, daha sonra metni Sâbit nüshası geleneğini de dikkate alarak yeniden gözden geçirip gerekli gördüğü yerlerde ekleme ve çıkarmalar yapmış, yer yer ispatları değiştirmiş ve pek çok şekilde de burhân adımlarını daha sıkı kurgulamıştır. Ayrıca bu bölümde, *İslâh*'ın genel

⁴³⁰ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 199. *Muhtasar*'da bu şekil VI.24 şeklidir.

⁴³¹ *İslâh I* için İnebey YEK., Hüseyin Çelebi 744, 39b; *İslâh II* için CBL Ar. 3424, 42b.

yapısını incelerken, gelenek içindeki konumunu ve kaynaklarını tespit için yapılan karşılaştırma sonucunda, İslam *Elemanlar* geleneği içinde eser kaleme almış müellifler hakkında Kerâbîsî, İbn Sînâ ve Ebherî'nin Haccâc geleneğinden, İbnü'l-Heysem'in *Şerhu'l-musâderât*'ta, Tûsî'nin ve Sözde Tûsî'nin *Tahrîr*lerinde Sâbit geleneğinden etkilendiği görüşünü büyük oranda desteklemektedir.⁴³² Bununla birlikte ayrıntılı incelendiğinde bu iddianın doğrudan ve istisnasız kabul edilecek bir görüş olmayıp temkinli yaklaşılması gerektiği de yine bu karşılaştırmalar neticesinde ortaya çıkmıştır. Mesela ıstilah tercihlerinde ve şekil mukaddimelerinin cümle yapısında Tûsî'nin ve Sözde Tûsî'nin pek çok yerde Haccâc nüshasını tercih ettiği bir vakıadır. Dolayısıyla başta Tûsî ve Sözde Tûsî'nin metinlerini bir üçüncü grup olarak ele almak ve her iki gelenekten eklektik bir metin oluşturduklarını söylemek daha isabetli olacaktır. Dahası bu inceleme ve karşılaştırmaların sonucunda Nisâbûrî'nin *İhtisân*'nı Haccâc geleneğine, Antâkî'nin *Şerhi* ve Nesevî'nin *Tecrîdî*'ni Sâbit geleneğine, İbnü'l-Heysem'in *Hallu's-şukûku* ile Mağribî'nin *Tahrîri*'ni de yeni ihdas ettiğimiz üçüncü grup eserlere dâhil etmeyi önermekteyiz.

İslâh'ta *Elemanlar*'ın genel yapısına taalluk eden başka unsurlar da bulunmaktadır. Bunlar gelenek içinde diğer metinlerde bulunmayan şekiller, bazı şekillerin sonlarına eklenen *ziyâdeler*, şekil aralarında verilen *mukaddimeler*/lemmalar, ihtilâf-ı vukûlar ve şekillerin farklı yoldan ispatlarını veren *vech-i âhar*/*tarîk-ı âhar*lardır. Ebherî'nin *Elemanlar* içindeki mezkûr tasarruflarını *İslâh* içindeki konumları sırasıyla göstereyim.

3.4.2 Ziyâdeler:

İslâh'ın 10 yerinde şekillerin ardında “*ziyâde*” başlığıyla yeni şekiller eklenmiş ve ispatları yapılmıştır.⁴³³ Mezkûr *ziyâdeler* I.1, I.6, I.9, I.15, I.16, I.28, II.8, III.29, V.18 ve VII.13. şekillerinin ardından gelirler.

⁴³² De Young, “The Latin Translation of Euclid’s Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission”, 317-18.

⁴³³ *Ziyâdeler*den sadece biri (I.9’dan sonraki) yeni bir şekil değil, farklı çözüm yoludur.

- 1) I.1'i takip eden *ziyâde* bir ikizkenar üçgen çizmenin yolunu gösterir.⁴³⁴ I.1'e yapılan ilgili *ziyâde*, antik dönemden beri *Elemanlar* üzerine kaleme alınan metinlerde bulunan bir eklemedir. *Elemanlar* I.1'de eşkenar üçgen çiziminin ele alındığı, *Elemanlar* içeriğine dair ilk bölümde gösterilmişti. Helenistik dönemden başlamak üzere bu şekle bazı itirazlar yöneltmiştir. İlgili *ziyâdenin* çıkış noktası bu itirazlardan birine getirilen çözüm içinde yer alır. İtiraz şudur: Eukleides I.1 şeklini I.2'de öncül olarak kullanır. I.2'de bir noktadan bir çizgiye eşit bir çizgi çizmek için bir ikizkenar üçgen çizmek yeterli iken niçin I.1'de eşkenar üçgen çizilmiştir? Proklos *Şerhi'*nde I.1'e kendi dönemine kadar yöneltilen itirazları ve getirilen açıklamaları uzun uzun ele alır ve bu *ziyâde* başka açıklamalarla birlikte ilk olarak Proklos'un *Şerhi'*nde karşımıza çıkar.⁴³⁵ İslâm *Elemanlar* geleneğinde ise muhtemelen Helenistik metinlerden tevarüs edilen bu eklemelerden ikisi, tarihsel olarak ilk defa Sâbit A grubu nüshalarda görülür. Sâbit A grubu nüshalarda I.1'in hemen ardından ikizkenar ve çeşitkenar üçgen çizim yolları gösterilir.⁴³⁶ Aynı iki problem, ihtilâf-ı vukûlarıyla birlikte Neyrîzî'nin *Şerhi'*nde de yer alır. Neyrîzî bu çizimleri Eukleides'in özgün metnine yöneltilen itirazlar bağlamında Heron'a atfederek verir.⁴³⁷ İbnü'l-Heyssem de *Hallu's-şukûk*'ta I.1'e getirilen itirazları topluca ele aldığı bölümde Proklos ve Neyrîzî'de gördüğümüz itirazı tekrarlayarak bu ikizkenar üçgen çizimine de yer verir.⁴³⁸ Ebherî ise herhangi bir gerekçe zikretmeksizin ikizkenar üçgen çizimini I.1'e *ziyâde* olarak eklemiştir. *Ziyâdede* çözümünü vereceği problemde önce de bir *mukaddime*/lemma ekler. Bu *mukaddime*de bir noktadan bir çizgiye aynı doğrultuda ve kendine eşit bir çizgi çizme yolunu gösterir. Ebherî I.1'in sonuna eklediği bu *ziyâdeyi* *İslâh* içindeki hiçbir şekilde öncül olarak kullanmaz ve atıf yapmaz.

⁴³⁴ CBL. Ar. 3424, 3b-4a.

⁴³⁵ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 171-72.

⁴³⁶ Escorial Kütüphanesi, Derenbourg 907, 2b-3a. Her iki çizim de Proklos'un şerhinde mevcuttur.

⁴³⁷ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:44-46.

⁴³⁸ İstanbul Üniversitesi NEK., A 800, 25a.

- 2) Ebherî ikinci *ziyâdeyi* I.6 şeklinden sonra yapar.⁴³⁹ Bu *ziyâdede* I.5'te ispatı yapılan ve İslam *Elemanlar* geleneğinde *eş-şeklu'l-me'mûnî* ismiyle bilinen önermenin aksinin ispatı verilir. I.5'in ikinci kısmında bir ikizkenar üçgenin birbirine eşit kenarları uzatıldığında tabanın altında kalan açılarının birbirine eşitliği ispat edilmişken bunun aksi yani taban açılarının bütünler açıları birbirine eşit olan üçgenlerin ikizkenar olacakları gösterilmemiştir. Ebherî I.6'yı da kullanarak I.5 şeklinin aksini bu *ziyâdede* ispat eder. İspat ettiği iddiayı Eukleides'in *Elemanlar*'da niçin ele almadığını da "Şekillerin ispatında buna gerek duymadığı için terketmiştir" diyerek ifade eder. Kendisi de bu *ziyâdeyi* muhtemelen *İslâh*'ın dibacesinde vaadettiği "kitabı tamamlama" olarak gördüğü için buraya eklemiştir. Zira Ebherî'nin yaptığı gibi I.5'in ikinci kısmının aksinin ispatını I.6'dan sonra veren Proklos da tam olarak böyle düşünmektedirler. Proklos, Eukleides'in I.6'da, I.5'teki iki iddiadan sadece ilkinin aksini ispatladığını, kendisinin de ikinci kısmın aksini ispatlayarak şekli tamamlama gayesini açıkça ifade eder. Eukleides'in bu ispatı terketme sebebi olarak Proklos'un da benzer görüşleri vardır ancak Proklos bunun da ötesinde zaten I.13'ün ispatının ardından I.5'in yeterli geleceğini, ikinci kısmının aksinin I.13'ün bilinmesiyle kendi kendine ortaya çıkacağını da ekler.⁴⁴⁰ Neyrîzî ise aynı önermeyi I.5'e *ziyâde* olarak ispatlar fakat herhangi bir gerekçe zikretmez.⁴⁴¹
- 3) *İslâh*'taki üçüncü *ziyâde* I.9 şeklinden sonradır.⁴⁴² *İslâh*'taki ihtilâf-ı vukûları incelerken görüleceği üzere bu şekilde *ziyâdeden* önce ihtilâf-ı vukûlar da vardır. *Ziyâde* ise diğer *ziyâdelerden* farklı olarak bir şekil değil, I.9'daki iddianın farklı bir ispat yolunu (tarîk-ı âhar) verir. I.9'da Eukleides bir açıyı iki eşit parçaya bölme yolunu eşkenar üçgen kullanarak gösterir. Ebherî de *İslâh*'ın I.9'unda aynı yöntemi izleyerek problemi çözse de bu *ziyâdede* aynı problemin eşkenar üçgen çizmeden yapılan çözümünü

⁴³⁹ CBL Ar. 3424, 5b.

⁴⁴⁰ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 200-202.

⁴⁴¹ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:56-58.

⁴⁴² CBL Ar. 3424, 6b.

gösterir. Ebherî'den önce aynı yolu *Hallu's-şukûk*'ta gösteren İbnü'l-Heysem bu yöntemi "bütün yolların daha güzeli (*ahsenun min cemî'i't-turuk*)" olarak niteler.⁴⁴³

- 4) I.15 şeklinden sonraki *ziyâde* I.15'in tersinin ispatıdır.⁴⁴⁴ Yani "Düz bir çizgi üzerindeki bir noktada kesişen iki çizginin oluşturduğu ter açılar birbirine eşitse, bu noktada kesişen iki çizgi aynı doğrultudadır." *Elemanlar* geleneği içinde bilediğimiz kadarıyla *Islâh*'tan başka bu iddiayı ve ispatını veren bir metin yoktur. Ebherî de *Islâh*'ın XI.41 şeklinin ispatında bu *ziyâde*ye atıf yapmıştır.⁴⁴⁵
- 5) I.16 şeklinden sonraki *ziyâde* iki iddianın ispatını verir. Birincisi "dışındaki bir noktadan bir düz çizgiye iki dikme indirilemez", ikincisi de "Bir noktadan bir çizgiye indirilen başka bir çizginin bir tarafında geniş, diğer tarafında dar açı oluşuyorsa, bu noktadan aynı çizgiye indirdiğimiz dikme dar açı tarafında oluşur" iddialarıdır. Bu eklemeler *Islâh*'tan başka bir metinde bulunmaz. Sadece İbnü'l-Heysem *Hallu's-Şukûk*'ta I.16 şekline dair alternatif ispat verip, bu ispat sonucunda şu doğal sonucu ortaya koyar: "Dışındaki bir noktadan bir düz çizgiye, bir yönde oluşan açılar birbirine eşit iki düz çizgi çizilemez."⁴⁴⁶ Bu da *Islâh*'ın bu *ziyâdesinin* ilk önermesinin daha genel bir ifadesi olarak yorumlanabilir. Ebherî I.16 sonrasına koyduğu *ziyâdesini* pek çok yerde kullanmıştır. *Islâh*'ın I.47, III.19, IV.4, IV.13, XII.13 ve XII.14 şekillerinin ispatlarında bu *ziyâde*ye atıf vardır.
- 6) I.28'den sonraki *ziyade*, *Islâh*'ın hem klasik hem modern dönemde en çok bilinen parçasıdır.⁴⁴⁷ Çünkü Ebherî bu *ziyâdede* paraleller postulatını ele almış ve kendi çözüm yolunu ortaya koymuştur. I. Makale girişinde, *Elemanlar*'ın postulatlarını verdiği kısmın sonunda bu postulatı bir cümle olarak verir ve ispatının ileride geleceğini söyler.⁴⁴⁸ İşte postulatın

⁴⁴³ İstanbul Üniversitesi NEK, A 800, 46b.

⁴⁴⁴ CBL Ar. 3424, 7b.

⁴⁴⁵ CBL Ar. 3424, 102a.

⁴⁴⁶ İstanbul Üniversitesi NEK, A 800, 53a-b.

⁴⁴⁷ CBL Ar. 3424, 10a-11a.

⁴⁴⁸ CBL Ar. 3424, 3b.

ispatının yapıldığı yer I.28'den sonraki *ziyâdedir*. Bu *ziyâde* klasik dönemde Kemâleddîn Fârisî (ö. 718/1319) tarafından şerhedilip geliştirilmiş⁴⁴⁹ ve Kadızâde-i Rûmî tarafından *Eşkâlu't-te'sîs Şerhi'*ne dercedilmiş⁴⁵⁰ olduğundan çok tanınmış ve bilinmiştir. Halil Çâvîş de *İslâh'*ın bu *ziyâdesini* İslam matematikçilerinin paraleller postulatına dair metinlerini ele aldığı çalışmasında Kadızâde'nin *Eşkâlu't-te'sîs Şerhi'*nden çıkararak neşretmiştir.⁴⁵¹ Ebherî bu *ziyâdeye* III.33'te, IV.5'te, IV.7'de, IV.12'den sonraki mukaddimede, VI.3'te, VI.4'te, VI.20'de ve XII.2'den önceki mukaddimede atıf yapmıştır.

- 7) II.8 şeklinden sonraki *ziyâde* II. makaledeki tek *ziyâdedir*.⁴⁵² Rastgele bir noktadan bölünmüş bir çizginin parçalarının üzerlerindeki karelerin alanları toplamının bu parçaların çarpımıyla oluşan dikdörtgen alanından büyük olduğunu ispat ettiği bu önermenin ispatı *İslâh'*tan başka İbn Sînâ'nın *Muhtasarı* ile Tûsî'nin *Tahrîri'*nde vardır. İbn Sînâ *Muhtasar'* da bu önermeyi X.55. şekli olarak verir ama ispat yöntemi Ebherî'ninkinden farklıdır. Öte yandan naşirler bir *Muhtasar* nüshasının derkenarında "Eukleides bu öncüle ihtiyaç duymamıştır çünkü V. Makale sonunda buna ihtiyaç kalmamıştır." notu olduğuna işaret ederler.⁴⁵³ Tûsî de X.57 şeklinin sonunda bir ekleme olarak bu önermeyi ve iki farklı ispatını verir. İlk ispat oran-orantılar üzerinden yapılır, ikinci ispat İbn Sînâ'nın ispatı ile aynıdır.⁴⁵⁴ Dolayısıyla Ebherî'nin ispatı kendisine özgüdür. Bu *ziyâdeye* *İslâh'*ın X.57 ve X.76 şekillerinde atıf vardır.
- 8) III.29 şeklinde hem Eukleides'in "Birbirine eşit dairelerdeki birbirine eşit kirişlerin kestikleri yaylar birbirine eşittir" iddiası hem de aksi yani eşit yayları kesen kirişlerin birbirine eşit oldukları ispatlanır.⁴⁵⁵ Bu şeklin içinde *İslâh'*ta olduğu gibi her iki iddiayı ispat eden tek metin İbn Sînâ'nın

⁴⁴⁹ Abdeljaouad, "Kamâl al-Dîn al-Fârisî's additions to Abhari's 'proof' of the parallel postulate".

⁴⁵⁰ Kâdîzâde er-Rûmî, *Şerhu Eşkâli't-te'sîs*, 119-24.

⁴⁵¹ Çâvîş, *Nazariyyetu'l-mutevâziyât fi'l-Hendeseti'l-islâmiyye*, 239-42.

⁴⁵² CBL Ar. 3424, 16b.

⁴⁵³ İbn Sînâ, *Muhtasarı Uklîdis*, 339-40.

⁴⁵⁴ et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 104a-105b.

⁴⁵⁵ *Elemanlar'*ın Grekçe neşrinde III.28. şekil, İslam *Elemanlar* geleneğinde III.27. Şekildir.

Muhtasari' dır.⁴⁵⁶ III.29 sonrasındaki *ziyâdede* ise bu sefer “birbirine eşit dairelerde büyük yayı kesen kirişin daha büyük olduğu”nun ispatı verilir.⁴⁵⁷ Gelenek içinde *Islâh'*tan başka bu ispatı yapan bir çalışma yoktur. Ebherî de bu *ziyâdeye Islâh'*ın XIII.18 şeklinin ispatında müracaat eder. Daha önce ifade edildiği gibi bu *ziyâde Islâh I'* de bulunmaz.

9) V.18'in ardındaki *ziyâde*, asıl şekilde ispatı yapılan “ayrışık oranları (*tafsîlu'n-nisbe*) birbirine eşit mikdârların birleşik oranlarının da (*terkîbu'n-nisbe*) birbirine eşit olduğu” iddiasının devamı niteliğinde, bu niceliklerin çevrilmiş oranlarının (*kalbu'n-nisbe*) da birbirine eşit olduğunu ispat eder.⁴⁵⁸ Aynı önermenin ispatı, Tûsî'nin *Tahrîri'*nde de bulunmaktadır.⁴⁵⁹ Ebherî bu *ziyâdeden Islâh'*ın X.24, X.45, X.47 ve X.65. şekillerinde yararlanır.

10) *Islâh'*taki son *ziyâde* VII.13 şeklindedir.⁴⁶⁰ Aslında VII.13'ün sonundaki bu *ziyâde* ile V.18'i takip eden ziyade birbirlerini tamamlamaktadırlar. VII. Makale sayılar üzerine iken bu *ziyâde* V. Makalenin içeriğine dâhil olan mikdârlar arasındaki orantıyı ele alır ve ayrışık oranları birbirine eşit niceliklerin parçalarının ayrı ayrı oranlarının da birbirine eşit olduğunu ispat eder. Bu da sürekli nicelik ile süreksiz nicelik arasındaki geçişi göstermesi açısından önemlidir. Benzer bir tutum ve ekleme Tûsî'nin *Tahrîri'*nde de bulunur.⁴⁶¹ Bu *ziyâde Islâh I'* de yer almayan ikinci *ziyâdedir*. Ebherî VII.13'ün akabindeki bu *ziyâdeye* IX.37 şeklinin ispatında atıf yapar.

⁴⁵⁶ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 114-15.

⁴⁵⁷ CBL Ar. 3424, 23b-24a.

⁴⁵⁸ CBL Ar. 3424, 34b.

⁴⁵⁹ et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 60a-b. De Young V.18'in sonuna Tûsî'nin yaptığı eklemenin sadece *Tahrîr'*de olduğunu iddia eder. De Young, “The Tahrîr Kitâb Uşûl Uqlîdis of Naşîr al-Dîn al-Tûsî: Its Sources”, 40 (Appendix I içinde). Ancak *Tahrîr'*de esasında iki ekleme vardır. Dolayısıyla De Young'un hangisini katettiği açık olmasa da bunlardan biri *Islâh'*ta da bulunur.

⁴⁶⁰ CBL Ar. 3424, 48a.

⁴⁶¹ et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 78b. De Youn bu eklemenin de Tûsî'ye has olduğunu söylese de *Islâh'*ta da bulunur. De Young, “The Tahrîr Kitâb Uşûl Uqlîdis of Naşîr al-Dîn al-Tûsî: Its Sources”, 42 (Appendix I içinde).

3.4.3 Mukaddimeler

Ebherî'nin *Elemanlar*'ın genel yapısına dair bir diğer önemli tasarrufu, *İslâh*'ın muhtelif yerlerine koyduğu ve *Elemanlar* literatürü için işlevi daha önce açıklanan *mukaddime*/lemma/yardımcı önermelerdir. *İslâh*'ta bu anlamda 7 adet *mukaddime* bulunur. Bunları da metindeki sıralarıyla gösterelim.

- 1) *İslâh*'taki ilk mukaddime I.1 şeklinden sonraki *ziyâdenin* yardımcı önermesidir.⁴⁶² İlgili *ziyâdenin* açıklamasında “bir noktadan bir çizgiye eşit ve aynı doğrultuda bir çizgi çizme” yolunu gösteren bu *mukaddimeye* temas edilmişti. *Elemanlar* literatüründe ikizkenar üçgen çizim yolunu gösteren tüm metinler aslında bu mukaddimedeki problemi çözerek işe başlasalar da ayrı bir şekil olarak ele almamışlardır. Dolayısıyla bu problem I.1'in *ziyâdesindeki* problemi çözen tüm metinlerde bulunmaktadır.
- 2) İkinci *mukaddime*, I.28 şeklinin *ziyâdesini* yani paraleller postulatını ispatta kullanılan *mukaddime*dir ve bir açıyı oluşturan ve sonsuza kadar uzanan iki çizgiyi, ikizkenar üçgenin tabanı olacak şekilde kesen tabanların birbiri altına ve sonsuza kadar çizilebileceğini ispat eder.⁴⁶³
- 3) Üçüncü *mukaddime* IV.3 şeklinden sonradır.⁴⁶⁴ Bu *mukaddime*de “Geniş açılı bir üçgende dar açıların açıortayları üçgenin içinde kesişirler ve geniş açının köşesi ile bu kesişim noktasını birleştiren çizgi, geniş açıyı dar açılara böler.” önermesi ispat edilir. İbn Sînâ'nın *Muhtasarı*'nda bir üçgenin iç açılarını bölen çizgilerin üçgen içinde kesişeceğini söyleyen bir şekil⁴⁶⁵ bulunsa da bu mukaddime *Elemanlar* geleneği içinde sadece *İslâh*'ta yer alır. Ebherî de bu *mukaddimeyi* IV.4 şeklinde kullanır.

⁴⁶² CBL Ar. 3424, 3b-4a.

⁴⁶³ CBL Ar. 3424, 10a-b.

⁴⁶⁴ CBL Ar. 3424, 26b-27a.

⁴⁶⁵ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 137.

- 4) IV. Makaledeki bir diğer mukaddime IV.12 şeklinden sonradır.⁴⁶⁶ Bir eşkenar beşgenin iç açıortaylarının beşgen içinde kesişeceklerini ispat eder. I.28’den sonraki beşinci postulata dair *ziyâdeye* bu mukaddimede atıf yapılması, *Islâh’*ın kurgusunun sağlamlığını göstermesi açısından önemlidir. Bu *mukaddimed*en *Islâh’*ın IV.14 şeklinde istifade edilmiştir
- 5) XI.23 şeklinden sonraki *mukaddimed*e taban uzunlukları birbirine eşit ikizkenar üçgenlerden ikiz kenarları uzun olanın tepe açısının kısa olanın tepe açısından daha küçük olduğu ispatlanır. I.24’e ve I.25’e benzeyen bu *mukaddime* gelenek içinde başka herhangi bir metinde bulunmaz. Ebherî bu *mukaddimeyi* hemen bir sonraki şekil olan XI.24’te kullanmıştır. Ayrıca bu *mukaddime Islâh I* versiyonunda da yoktur.
- 6) XII.1 şeklinden sonraki *mukaddime* üçgen-daire parçası ilişkisine dairdir: Bir daire parçasının yayının orta noktasından uçlara birleştirilen çizgiler ile bu daire parçasının uçlarını birleştiren kirişin oluşturduğu üçgen bu daire parçasının yarısından büyüktür.⁴⁶⁷ *Islâh’*ta X.2 şeklinin ispatında kullanılan bu *mukaddime* aynıyla İbn Sînâ’nın *Muhtasarı’*nda da XII.1 şeklinden sonradır.⁴⁶⁸
- 7) *Islâh’*taki son *mukaddime* XIII.12 şeklinden sonraki *mukaddimedir*. Bu *mukaddimed*e bir çizgiyi rastgele bölen bir noktadan belirli noktaya kadar uzanan dikme üzerine çizilen kare alanı, bölünen çizginin parçalarının oluşturduğu dikdörtgen alanına eşitse, bu çizginin orta noktasını merkez ve yarısını yarıçap alarak çizilen bir çemberin dikmenin uzandığı noktadan geçeceği ispatlanır.⁴⁶⁹ Ebherî bu *mukaddimeyi* XIII.13’te öncül olarak alır.

3.4.4 *Islâh’*ta Önerme/Şekil Yapıları

*Islâh’*ın *Elemanlar* geleneği içindeki konumunu ve gelenek içindeki diğer metinlerle irtibat keyfiyetini tespit için inceleyeceğimiz ve diğer

⁴⁶⁶ CBL Ar. 3424, 29a-b.

⁴⁶⁷ CBL AR. 3424, 103a-b.

⁴⁶⁸ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 401-2.

⁴⁶⁹ CBL Ar. 3424, 120a.

metinlerde de incelediğimiz bir diğer unsur şekil/önerme yapılarıdır. Şekil yapıları hakkında en başta ve en genel söylenecek şey, bunların tıpkı genel yapıda olduğu gibi Nisâbûrî'nin *İhtisârı* ile İbn Sînâ'nın *Muhtasarı*'nda gördüğümüz, şeklin mukaddime/da'vâ kısımlarını içermeyen yapılarda kurgulandığıdır. Genel yapıdan aşına olduğumuz üzere şekil yapılarında da Ebherî çoğunlukla *İhtisârı* takip etmiştir. İncelediğimiz *Islâh* öncesi metinlerde olduğu gibi burada da önerme yapılarını I.1 şekli üzerinden gösterelim.

[الشكل الأول]: نريد أن نعمل على خطّ أ ب المتناهي الطرفين مثلثاً متساوي الأضلاع.

فنجعل نقطة أ مركزاً، وببعد أ ب دائرة ب ج د؛ ونجعل ب مركزاً، وببعد ب أ دائرة أ ج ه، فتقاطع الدائرتان لا محالة؛ لمرور محيط كلّ واحدة منهما بمركز الأخرى. فنصل من التقاطع وهو نقطة ج خطّي ج أ، ج ب. فلأنّ خطّي أ ج، ج ب خرجا من المركز إلى المحيط، فهما متساويان. وكذا خطّا ب أ، ب ج خرجا من المركز إلى المحيط فهما متساويان. فثلث أ ب ج متساوي الأضلاع معمول على خطّ أ ب، وذلك ما أردنا بيانه.

“Birinci şekil: İki ucu sonlu AB çizgisi üzerine bir eşkenar üçgen yapmak istiyoruz.

A'yı merkez yapıp AB uzaklığında BCD dairesi ve B'yi merkez yapıp BA uzaklığında ACH dairesi yaparız. Her birinin çevresi diğerinin merkezinden geçtiği için bu iki daire mutlaka kesişirler. Bu kesişim noktasını -ki C noktasıdır- CA ve CB çizgilerini birleştirelim. AC ve CB çizgileri merkezden çevreye uzandıkları için birbirlerine eşittirler. Aynı şekilde BA ve BC çizgileri de merkezden çevreye uzandıkları için birbirlerine eşittir. Bu durumda ABC üçgeni AB çizgisi üzerine yapılmış eşkenar üçgendir. Göstermek istediğimiz de bu idi.”

Şekil, *mukaddime* ve *misâl* adımları atlanarak ilk olarak *şerîta/tafsîl* adımıyla başlar: “İki ucu sonlu AB çizgisi üzerine bir eşkenar üçgen yapmak istiyoruz.” Ardından bir cümlede *amel* adımı tamamlanır: “A'yı

merkez yapıp AB uzaklığında BCD dairesi ve B'yi merkez yapıp BA uzaklığında ACH dairesi yaparız." *Amel* adımını geleneğe uygun olarak *burhân* adımı izler: "Her birinin çevresi diğerinin merkezinden geçtiği için bu iki daire mutlaka kesişirler. Bu kesişim noktasını -ki C noktasıdır- CA ve CB çizgilerini birleştirelim. AC ve CB çizgileri merkezden çevreye uzandıkları için birbirlerine eşittirler. Aynı şekilde BA ve BC çizgileri de merkezden çevreye uzandıkları için birbirlerine eşittir." Son olarak da *Islâh*'ın önermelerinde genel itibarıyla *netîce* adımının bulunduğunu söyleyebiliriz ve I.1 de bunlara örnektir: "Bu durumda ABC üçgeni AB çizgisi üzerine yapılmış eşkenar üçgendir. Göstermek istediğimiz de bu idi."

Ebherî *Islâh*'ın bu I.1 şeklinde her ne kadar *netîce*ye yer vermiş olsa da esasında metnin bütününe bakıldığında şekillerde *netîce* adımı bulunmaz. Dolayısıyla şekil yapısına dair genel bir yargıya varmak gerekirse *Islâh* şekillerinde *netîce* bulunmadığını söyleyebiliriz. Yalnız şu kadar var ki *netîce* adımının sonunda bulunması beklenen bitiş cümlesi istisnasız her şekilde "Göstermek/*Beyân* etmek istediğimiz de bu idi. (وذلك ما أردنا بيانه)" bulunur. Hatta birer şekil kabul edildikleri için *ziyâde* ve müstakil *mukaddimelerin* her birinin sonunda da aynı ibare bulunmaktadır.

Ebherî'nin genel olarak takip ettiği bu şekil yapısını koruyamadığı, Eukleides'in özgün önerme yapısına yaklaştığı şekiller de vardır. Mesela uzun çizgiden kısa çizgiyi çıkarma yolunun gösterildiği I.3 şekli Eukleides'in özgün yapısına çok uygun bir formda oluşturulmuştur. Şeklin en başında herhangi bir notasyonun bulunmadığı *mukaddime* adımı vardır: "İki çizgiden uzun olanından kısa olanı çıkarmak istiyoruz." Hemen ardından Ebherî'nin genel üslubuna muhalif olarak *misâl* adımı da bulunur: "AB, CD'den uzun olsun." *Islâh*'ın genelindeki Ebherî üslubuna göre I.3 şeklinin başlaması gereken yer bu adımdan sonra gelir: "AB'den AC'yi çıkarmak/ayırmak istiyoruz." Buradan sonra şeklin geri kalanı, *Islâh* geneline uygundur. Bu şekilde ilginç olan bir durum da

mukaddime/da'vâ adının Nesevî'nin *Tecrîd'i* ve Tûsî ile Mağribî'nin *Tahrîrleri* ile neredeyse birebir aynı olmasıdır.⁴⁷⁰ Bu da ilgili çalışmaların metinlerinin ortaya çıkarılıp yeni teknolojiler yardımıyla karşılaştırılmasıyla bu metinlerin birbirleriyle ve kaynaklarıyla ilişkileri hakkında daha aydınlatıcı sonuçlara ulaşmanın mümkün olduğuna işaretir.

Ebherî'nin *Islâh'*ta bu şekilde *mukaddimesini* açıkça zikrettiği toplam 40 şekil vardır. Bunlar I.7, 17, III.24, 25, IV.10, VI.1, VIII.2, 4, X.21, 22, 24-32, 45-50, 82-87, XI.1, 2, 13, 36 ve XII.9, 14, 15, XIII.17, 18 şekilleridir.

Bu şekillerin neredeyse tamamı Nisâbûrî'nin *İhtisâr'*nda çok benzer ifadelerle ve kendi üslubuna uymayan tarzda *mukaddimeleriyle* birlikte. *Islâh* ile *İhtisâr* bağlantısını ve bu iki metnin genel üslubunun dışında olduklarını göstermesi açısından iki şekli örnek vereceğiz. Bunlardan ilki XI.2, ikincisi XII.10 şeklidir. XI.2 şeklinin *İhtisâr'*daki ve *Islâh'taki* hâlini karşılaştıralım. Şekil *İhtisâr'*da şöyle başlar:

كُلَّ خَطِّينِ مُسْتَقِيمَيْنِ مُتَقَاطِعَيْنِ فَهَمَا فِي سَطْحٍ وَاحِدٍ، وَكُلَّ مَا تَحِيطُ بِهِ ثَلَاثَةُ خُطُوطٍ فَهُوَ سَطْحٌ وَاحِدٌ.

Eukleides'in önerme yapısına göre bu bir *mukaddime*dir. *Islâh'*ta ise şöyle başlar:

كُلَّ مَا تَحِيطُ بِهِ ثَلَاثَةُ خُطُوطٍ فَهُوَ سَطْحٌ وَاحِدٌ، وَكَذَلِكَ كُلَّ خَطِّينِ مُتَقَاطِعَيْنِ فَهَمَا فِي سَطْحٍ وَاحِدٍ.

Görüldüğü üzere şekilde ispatı yapılacak yargılardaki takdim-tehir hariç ibare neredeyse aynıdır. Hem *İhtisâr'*da hem de *Islâh'*ta genel üslupları itibarıyla ilk cümle sonrası ispata geçilmesi beklenirken *misâluhû* (مثاله) denilerek aslında kendi üsluplarına göre şeklin başında olması gereken cümle serdedilir ve ardından ispat yapılır. Anlaşılan o ki *Islâh* istifade ettiği kaynak olarak *İhtisâr'*daki, *İhtisâr* da kendi kaynağındaki yapıyı, eserlerindeki üsluba uygun yapıya dönüştürmeyi ihmâl etmişlerdir. Bu

⁴⁷⁰ Ali b. Ahmed en-Nesevî, *Kitâbu't-Tecrîd fî Usûli'l-hendese*, 104; et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 5a, Bodleian Ktp. Or. 448, 3b.

ihmâl de bize *Islâh*'a gelen -en az- iki adımlı aktarımı tespit etme imkânı sunmuştur.

Bu tespiti destekleyen bir diğer misal de ikinci örnekte kendini göstermektedir. Öncelikle X.10 şekline *İhtisâr*'da Nîsâbü'rî'nin nasıl giriş yaptığına bakalım:

كَلِّ مَخْرُوطِينَ مُسْتَدِيرِينَ مُتَشَابِهِينَ فَإِنَّ نِسْبَةَ أَحَدِهِمَا إِلَى الْآخَرِ كَنِسْبَةِ قَطْرِ قَاعِدَتِهِ إِلَى قَطْرِ قَاعِدَةِ الْآخَرِ
مِثْلَةً وَكَذَلِكَ كَلِّ أَسْطَوَانَتَيْنِ مُسْتَدِيرَتَيْنِ فَإِنَّ نِسْبَةَ إِحْدَاهُمَا إِلَى الْأُخْرَى كَنِسْبَةِ قَطْرِ قَاعِدَتِهَا إِلَى قَطْرِ قَاعِدَةِ
الْأُخْرَى مِثْلَةً.

Bu örnekte de Nîsâbü'rî'nin şekle yine bir *mukaddime* ile giriş yaptığını görürüz. Hemen ardından şeklin *misâl* ve *tafsîl* adımları vardır:

فَلْيَكُنْ مَخْرُوطَانِ مُسْتَدِيرَانِ مُتَشَابِهَانِ قَاعِدَتَاهُمَا دَائِرَتَا أ ب وَسَهْمَاهُمَا أ ج ب د، فَأَقُولُ: إِنَّ نِسْبَةَ مَخْرُوطِ
أ ج إِلَى مَخْرُوطِ ب د كَنِسْبَةِ قَطْرِ دَائِرَةِ أ إِلَى قَطْرِ دَائِرَةِ ب مِثْلَةً.

Ebherî bu sefer *İhtisâr*'da Nîsâbü'rî'nin ihmâlini tekrar etmemiş, *İhtisâr*'dan *Islâh*'ın üslubuna uygun metni seçmiştir. Dolayısıyla *Islâh*'ta şekil *misâl* ve *tafsîl* adımlarıyla başlar:

مَخْرُوطَانِ مُسْتَدِيرَانِ مُتَشَابِهَانِ قَاعِدَتَاهُمَا دَائِرَتَا أ ب وَسَهْمَاهُمَا أ ج ب د، فَأَقُولُ: إِنَّ نِسْبَةَ مَخْرُوطِ أ ج
إِلَى مَخْرُوطِ ب د كَنِسْبَةِ قَطْرِ دَائِرَةِ أ إِلَى قَطْرِ دَائِرَةِ ب مِثْلَةً بِالتَّكْرِيرِ.

Dikkat edilirse *Islâh*'ta şeklin başladığı yer *İhtisâr*'ın *misâl* ve *tafsîl*idir. Bundan sonra ispatın geri kalanı yani *amel* ve *burhân* adımları redaksiyon müdahaleleri dışında aynıdır. Bu da bir önceki örnekte iddia ettiğimiz görüşü destekler mahiyettedir. Yani *İhtisâr*, şekli kendi kaynağından alırken *mukaddime* adımını çıkarmayı ihmâl etmiş, Ebherî ise şekli *İhtisâr*'dan *Islâh*'ın üslubuna uygun duruma getirerek kendi metnine almıştır.

3.5 İlkeler

İslâh'ı hem kendi zamanına kadarki hem de çağdaşı *Elemanlar* geleneği içinde yer alan metinlerden ayıran en dikkat çekici fark, Ebherî'nin ilkeler üzerindeki tasarruflarıdır. İlkelerin kısımları olan tanımlar, postulatlar ve aksiyomların her birinde *Elemanlar* geleneği içinde farklı bir noktada durmaktadır.

3.5.1 Tanımlara Müdahaleleri

Ebherî'nin ilk müdahalesi daha ilk tanımda ortaya çıkmaktadır. Hem *Elemanlar*'ın Grekçe metninde hem de tercümeler ve edisyonlarda noktanın tanımı hemen hemen aynı ifadelerle verilmektedir:⁴⁷¹ Parçası olmayandır/ ما لا جزء له . Fakat Ebherî, Tusî ile Söзде-Tûsî'nin açıklama kasdıyla serdettikleri cümle/lere benzer bir ifadeyi bizzat noktanın tanımına dâhil etmiştir. Tûsî *Tahrîr*'de noktayı yukarıda ifade edildiği gibi geleneksel şekliyle tanımlamış olmasına rağmen⁴⁷² hemen yanına “Yani konum sahipleri arasında (يعني من ذوات الأوضاع)” açıklamasını ilâştirmiştir.⁴⁷³ Söзде-Tûsî ise şerhe varacak ölçüde açıklamalar eklemiş, noktanın konum sahibi bir şey olup dış dünyada bölünemeyeceğini, konumun da bir şeyin işaret-i hissiyeye kâbil olması anlamına geldiğini ifade etmiştir.⁴⁷⁴

⁴⁷¹ Gelenek içinde noktanın tanımı konusunda 2 farklı ibare vardır. İlk örneğini Sâbit A grubu nüshalarda () gördüğümüz “شيء لا جزء له” tanımını Neyrîzî, Fârâbî, Kerâbîsî, İbnü'l-Heysem, Çağmîni ve Mağribî'de görürüz. (Escorial 907, 1b; Arnzen, *Abû l-'Abbâs an-Nayrîzîs Exzerpte aus (Ps.-?) Simplicius' Kommentar zu den Definition, Postulaten und Axiomen in Euclids Elementa I, 1*; el-Fârâbî, *Şerhu Sadri'l-makâleti'l-ûlâ ve Sadri'l-makâleti'l-hâmise min Kitâbi'l-usûl li-Uklîdis*, 34; Khudabakhsh 2034, 2b; İbnü'l-Heysem, *Şerhu Musâderâti Kitâbi İklîdis*, 98; Çağmîni, *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*, 18; Bodleian Or. 448; 2a.) “شيء ما لا جزء له” şeklindeki ikinci tanımı da Sâbit B nüshalarında, İbn Sînâ ve Nesevî'de görürüz. (Bodleian Thurston 11, 1b; İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 16; Ali b. Ahmed en-Nesevî, *Kitâbu't-Tecrîd fî Usûli'l-hendese*, 95.) Nîsâbü'rî'nin noktaya yaklaşımı bunların tamamen dışındadır. *İhtisâr*'ın ilkeler kısmına daha önce değindiğimiz gibi nokta tanımıyla değil, nicelik tanımıyla başlar. Noktayı da müstakil olarak değil, çizginin uçları olarak ve bölünmezlik özelliği üzerinden tanımlar. (Raşid Efendi 1230, 1b)

⁴⁷²

⁴⁷³ et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 3a.

⁴⁷⁴ Bkz. Nasiridini Tusini, *Kitâbu Tahrîri Usûl li-Uklîdis min Te'lîfi Hâce Nasîriddîn et-Tûsî (Euclidis Elementorum Geometricorum Libri Tredecim)*, 3.

“[Çizginin] sonları noktadır” şeklindeki 3. tanım ile “[yüzeyin] sonları çizgilerdir” şeklindeki 6. tanımda Elemanlar’da περὶς kelimesine karşılık olarak طرف (uç) kelimesi kullanılmıştır. Ebherî’den önce bu şekilde bir kullanım sadece İbn Sînâ’nın *İhtisârı*’nda yer almaktadır.⁴⁷⁵ İbn Sînâ ve Ebherî haricindeki müelliflerin tamamı bu tanımlarda Sâbit nüshasını takiben نهاية (son) kullanımını tercih etmişlerdir. İbn Sînâ ve Ebherî’nin “uç” tercihlerinin Haccâc’ın terminolojisinden izler taşıdığı düşünülmektedir. Zira günümüze ulaşan bir yazma derkenarında tercümesinden yapılan nakilde Haccâc’ın bu kelime için kullandığı karşılık da “uç”tur.⁴⁷⁶

Yüzey ve düzgün yüzeye dair 5. ve 7. Tanımlarda yüzey için “البسيط”, “düzgün yüzey” için ise “البسيط المسطح” terimleri kullanılmıştır.⁴⁷⁷ Bunlardan ilki (el-basît) Tûsî’nin *Tahrîri* hariç tüm tercüme ve edisyonlarda ortak olmasına rağmen,⁴⁷⁸ düzgün yüzey için “el-basîtu’l-musattah” karşılığı Haccâc tercümesi kaynaklı bir terimdir.⁴⁷⁹ İshak-Sâbit tercümesi etkisinde gelişen literatürde ise “musattah” yerine “müstevî” kelimesi tercih edilmektedir.

Elemanlar’ın Grekçe metninde ve İslam dünyasındaki metinlerin tamamında iki maddede ayrı ayrı yapılan “düzlemsel açı” ve “düz çizgili açı” tanımları *İslâh*’ta tek bir “düzlemsel açı” maddesinde toplanmıştır. Esasen *Elemanlar* geleneğinde düzlemsel açı bir cins, düz çizgili açı ise

⁴⁷⁵ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 16.

⁴⁷⁶ İlgili yazmadan yapılan nakil için bkz. Gregg De Young, “The Arabic Version of Euclid’s Elements by al-Ḥajjāj b. Yūsuf b. Maṭar: New Light on a Submerged Tradition”, 133.

⁴⁷⁷ Bu terimde İbn Sînâ’nın *İhtisârı* ve Çağmînî’nin *Telhîsi* Ebherî ile ortaklırlar. Ayrıca Kerâbîsî de *Şerhi*’ne esas aldığı cümlede aynı terimi kullanır.

⁴⁷⁸ Tûsî’nin yüzey için kullandığı terim “sath”tır. “Sath” kelimesi Haccâc tercümesinde el-basîtu’l-musattahla eş anlamlı olarak “düzgün yüzey” karşılığı olarak kullanılmıştır. (Gregg De Young, “The Arabic Version of Euclid’s Elements by al-Ḥajjāj b. Yūsuf b. Maṭar: New Light on a Submerged Tradition”, 132.) İbn Sînâ da aynı şekilde düzgün yüzey (el-basîtu’l-musattah) tanımını verdikten sonra buna “sath” dendiğini ekler.

⁴⁷⁹ Bu terimin Haccâc tercümesi kökenli olduğuna dair bkz. Gregg De Young, 132.


```

graph TD
    A[Açılar] --> B[Yüzeylerde]
    A --> C[Cisimlerde]
    B --> D[Basit yüzeylerde]
    B --> E["Mürekkep/Bileşik yüzeylerde (konik, silindirik vb.)"]
    D --> F["Düzgün yüzeylerde (Düzlemlerde)"]
    D --> G[Küresel yüzeylerde]
    F --> H[Basit çizgilerden oluşan]
    F --> I["Mürekkep/Bileşik çizgilerden oluşan (cisoid veya at nalı şeklindeki iki eğriden oluşan açılar)"]
    F --> J["Hem basit hem mürekkep çizgilerden oluşan açılar (Elipsin eksenî ile yaptığı açı gibi)"]
    H --> K[Çizgi-çizgi açısı]
    H --> L[Çizgi-çevre açısı]
    H --> M[Çevre-çevre açısı]
    I --> N["Çizgi-dışbükeylik arasındaki açı (Yarım dairedeki açı gibi)"]
    I --> O["Çizgi-içbükeylik arası açı (Boynuzumsu açı)"]
    J --> P[Dışbükey-dışbükey arası açı]
    J --> Q[içbükey-içbükey arası açı]
    J --> R["Mürekkep (dışbükey-içbükey arası açı)"]
  
```

⁴⁸⁰ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 126-27; Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements Vol. 1*, 178. İbnü'l-Heysem *Elemanlar* çerçevesinde aç tırlerini daha genel başlıklar altında incelemiştir. İbnü'l-Heysem, *Şerhu Musâderâtî Kitâbi İklîdis*, 105-6. Söзде Tûsî *Tahrîrî*'nde de aç tırlerine dair taksim ve açıklamalar bulunmaktadır. Nasiridini Tusini, *Kitâbu Tahrîri Usûl li-Uklîdis min Te'lîfi Hâce Nasîriddîn et-Tûsî (Euclidis Elementorum Geometricorum Libri Tredecim)*, 4-5.

tanımı ayrıca verilmiştir. Bu tutumun istisnası İbn Sînâ, Çağmînî ve Ebherî'dir. Açı türlerinden geniş açı ve dar açı tanımlarında, bu açıların dik açıdan büyük ya da küçük olmaları durumlarına *Islâh'*ta kullanılan kelimeler *a'zam* ve *asgar*dır. Gelenek içinde tüm metinler küçük açı için *asgar* kelimesinde ortaklaşırken geniş açının büyük olduğunu ifade etmede iki tutum karşımıza çıkmaktadır. Neyrîzî,⁴⁸¹ Kerâbîsî⁴⁸² ve İbnü'l-Heysem,⁴⁸³ *Islâh'*ın da kullandığı *a'zam* kelimesini kullanırlarken Sâbit,⁴⁸⁴ Nîsâbûrî,⁴⁸⁵ İbn Sînâ,⁴⁸⁶ Nesevî,⁴⁸⁷ Tûsî⁴⁸⁸ ve Mağribî⁴⁸⁹ *ekber* kelimesini tercih etmişlerdir. Bu iki tutum, mikdârlar arası ilişkileri ele alan V. Makale ve sayılar arası ilişkiyi ele alan VII. Makale'deki büyük-küçük kullanımları ile birlikte ele alındığında⁴⁹⁰ bu müelliflerin nicelikler konusundaki felsefî konumlarının belirlenmesine katkısı olacaktır. Kerâbîsî'nin bu konuda getirdiği yorum ilgili nicelik türlerinin nasıl görüldüğüne dair felsefî tavırların bir yönünü göstermeye ışık tutacak niteliktedir. Kerâbîsî daha uzun (*atvel*), daha geniş (*a'raz*) gibi kıyaslamaların uzaklıklar için yapılabileceğini ama mikdârlar için bunun mümkün olmayacağını, buna karşın mikdârların daha büyük (*a'zam*) ve daha küçük (*asgar*) gibi mukayeselerle nitelenebileceğini ifade eder.⁴⁹¹ *Islâh'*ı tanımlar konusunda gelenek içindeki tüm diğer metinlerden ayıran bir durum da "sınır" tanımının bulunmayışıdır. Şekillere gelindiğinde ise Ebherî, *Elemanlar'*ın Grekçe metninden başlayarak tercümelerle devam

⁴⁸¹ Arnzen, *Abū l-'Abbās an-Nayrîzîs Exzerpte aus (Ps.-?) Simplicius' Kommentar zu den Definition, Postulaten und Axiomen in Euclids Elementa I*, 19.

⁴⁸² Khudabakhsh 2034, 6b.

⁴⁸³ *Şerhu'l-Musâderât'*taki bölüm, nâşirler tarafından atlandığından dolayı ilgili bölümün *Şerhu'l-Musâderât'*taki versiyonu için bkz. Feyzullah Efendi 1359, 158a; *Hallu's-Şukûk* için bkz. İstanbul Ü. NEK, A 800, 10a.

⁴⁸⁴ Hem Sâbit A hem de Sâbit B gruplarında aynı kullanım vardır. Bir örneği için bkz. Bodleian Thurston 11, 1b.

⁴⁸⁵ Raşid Efendi 1230, 2a.

⁴⁸⁶ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 17.

⁴⁸⁷ Ali b. Ahmed en-Nesevî, *Kitâbu't-Tecrîd fî Usûli'l-hendese*, 95.

⁴⁸⁸ et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 3a.

⁴⁸⁹ Bodleian Or. 448, 2b.

⁴⁹⁰ Farklı metinlerde büyük için ekber, *a'zam*, ekser; küçük için asgar, ekall gibi kullanımlar vardır.

⁴⁹¹ Khudabakhsh 2034, 10a.

eden düz kenarlı şekil taksiminin İbn Sînâ tarafından değiştirilen formunu takip eder. Eukleides düzkenarlı şekilleri verdikten sonra ayrıntılı taksime girişmeden düzkenarlı şekil cinsinin yakın türlerini verir: üç kenarlılar, dört kenarlılar, çok kenarlılar. İbn Sînâ ve onu takiben Ebherî ile Tûsî ise doğrudan üçgenlerin taksimine başlarlar.⁴⁹² Dörtgenlerin taksiminin sonunda da özgün metinde yer almayan köşegen (*kuṭr*) tanımına yer verir.⁴⁹³ İlk defa I.34 şeklinde kullanılan köşegen tanımı *Islâh* haricinde sadece Mağribî'nin *Tahrîrî*'nde vardır.⁴⁹⁴ *Islâh*'ın girişindeki tanımlarda dikkat çekici son unsur, paralel çizgilerin tanımında karşımıza çıkar. Ebherî öncelikle paralel çizgiler hakkında Eukleides'ten beri gelenek içinde mevcut tanımı verir:

واخطّان المتوازيان هما اللذان على بسيط واحد ولو أُخرجت في كلتي الجهتين على الاستقامة لم يلتقيا.

“İki paralel çizgi, tek bir düzlemde bulunan ve iki yönde düz olarak uzatıldıklarında kesişmeyen iki çizgidir.”

Bu tanımın akabinde paralel çizgilere dair alternatif bir tanım daha verir:

وربما يقال الخطّان المتوازيان هما الخطّان اللذان في بسيط واحد، ولو أُخرجتا على الاستقامة إلى غير النهاية كان البعد بينهما دائماً بعداً واحداً والبعد أقصر خطّ يصل بينهما.

“Bazen de şöyle denir: İki paralel çizgi, tek bir düzlemde bulunan ve düz olarak sonsuza kadar uzatıldıklarında, aralarındaki uzaklığın daima aynı kalacağı iki çizgidir. Uzaklık ise iki çizginin arasını birleştiren en kısa çizgidir.”

Buna benzer alternatif tanım tekliflerini ilk olarak Proklos'un *Şerhi*'nde görürüz. İlkinin Poseidonius'a ikincisini Geminus'a atfettiği bu tanımlar

⁴⁹² CBL Ar. 3424, 2a; İbn Sînâ, *Muhtasarı Uklîdis*, 18; et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 2a.

⁴⁹³ CBL Ar. 3424, 2a.

⁴⁹⁴ Bodleian Or. 448, 3a. Nesevî'nin *Tecrîdî*'nde de köşegen tanımı vardır. Ancak daha önceki bölümde ifade edildiği gibi Nesevî kendi tanımlarını aklî taksim denilen taksime benzetmeye çalıştığından dolayı daha farklı bir üsluptadır.

birbirine yakın olsa da aralarında “düz olup sonsuza kadar uzama” farkı vardır. Çünkü Poseidonius tanımında birbiriyle yakınlaşıp uzaklaşmayan, aralarında çizilen dikmelerin hep eşit uzaklıkta olduğu ve aynı düzlemde bulunan çizgilere paralel çizgiler derken Geminus buradaki eksikliğe işaret ederek dairesel çizgilerin de eşit uzaklıkta olduklarını ama sonsuza kadar gitmeyip kapalı bir şekil oluşturduklarını, dolayısıyla tanıma çizgilerin düz olması ve sonsuzca uzatılması şartlarının eklenmesi gerektiğini söyler. Bu durumda tanım şuna dönüşür: Aynı düzlemde bulunan, düz olarak sonsuza kadar uzatıldıklarında aralarındaki uzaklığın değişmediği çizgiler paralel çizgilerdir.⁴⁹⁵ İslam *Elamanlar* geleneğine geldiğimizde ise Neyrîzî’nin *Şerhi’*nde *İslâh’* takine benzer alternatif tanımlara rastlarız. Neyrîzî’nin Nîlelyus’a (?)⁴⁹⁶ attettiği tanıma göre paralel çizgiler iki tarafta sonsuza kadar uzatıldıklarında aralarındaki uzaklığın, yani birinden diğerine çizilen dikmelerin daima eşit olduğu çizgilerdir. Neyrîzî bu tanıma Filozof Aganis/Aganios’un⁴⁹⁷ çizgilerin “aynı düzlemde olma”sı şartının eklenmesi gerektiği noktasında itiraz ettiğini aktarır. Buradaki “uzaklık”ın da iki farklı şey arasındaki en kısa çizgi olduğunu ekler.⁴⁹⁸ İbnü’l-Heysem de *Şerhu’l-Musâderât’*ta Eukleides’in verdiği tanımın yanlış olmadığını fakat sonsuzca uzanan çizgilerden bahsettiği için sonsuzun tahayyüle konu olmasının mümkün olmamasını gerekçe göstererek uzun açıklamalarla birlikte alternatif tanımını verir. İbnü’l-Heysem sunduğu alternatif tanımda çizgiler arasındaki uzaklığın eşit olması yanısıra hareketi ispatının içine katar.⁴⁹⁹

⁴⁹⁵ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid’s Elements*, 137-39.

⁴⁹⁶ Bu isim Cremonalı Gerard’ın Latince *Neyrîzî Şerhi Tercümesi’*nde Simplicios (Lat. Sambelichius) olarak geçmektedir. Bkz. Cremonensis, *Anarithi in Decem Libros Priores Elementorum Euclidis Commentarii ex Interpretatione Gherardi Cremonensis*, 25.

⁴⁹⁷ Gerard bu ismi tercümesinde Aganis ve Aganiz olarak kullanmıştır. Cremonensis, 26.

⁴⁹⁸ Arnzen, *Abū l-‘Abbās an-Nayrîzîs Exzerpte aus (Ps.-?) Simplicius’ Kommentar zu den Definition, Postulaten und Axiomen in Euclids Elementa I*, 36-37. Mağribî *Tahrîr’*de bu ifadeyi bir postulat olarak vaz etmiştir. Bodleian Or. 448, 3a.

⁴⁹⁹ İbnü’l-Heysem, *Şerhu Musâderâtî Kitâbi İklîdis*, 128-38.

Görüldüğü üzere Ebherî'nin *Islâh*'ta verdiği alternatif tanım Neyrîzî'nin Aganis'ten aktardığı tanıma oldukça yakındır.⁵⁰⁰

Ebherî'nin *Elemanlar*'ın diğer makalelerinin girişlerindeki tanımlarına da müdahaleleri sözkonusudur. Bunlardan en önemlisi X. Makale girişindeki tanımlar kısmındadır. Özgün metninden başlamak üzere bütün *Elemanlar* geleneği içinde X. Makale'nin tanımları sadece makale girişinde bulunmaz. Eukleides yeri geldikçe yeni tanımlar eklemiş ve ispatlarını bu tanımlardan sonra yapmıştır. Ayrıca şekillerden bazılarının sonucunda ortaya çıkan durumlar da yeni tanımları ortaya çıkarır. 1. Bölümde anlatıldığı üzere *Elemanlar*'ın Grekçe metninde biri makale girişinde, biri X.47 şeklinden sonra, sonuncusu da X.84 şeklinden sonra olmak üzere 3 farklı tanım grubu vardır. Kısaca hatırlamak gerekirse ilk tanım grubunda eşölçekli (*müşterek*) ve türevleri, eşölçeksiz (*mütebâyin/gayru müşterek*) ve türevleri, rasyonel (*muntık*), irrasyonel (*esamm*) sayıların tanımları verilir. İkinci grupta iki adlıların (*zevâtu'l-ismeyn*) tanımları, üçüncü grupta da ayırıkların (*munfasılât*) tanımları yapılır. İslam *Elemanlar* geleneği içinde bu tanım gruplarının bulundukları yerlerde küçük değişimler olmuşsa da genel itibarıyla bu üçlü yapı korunmuştur. İbn Sînâ *zü'l-ismeyn*lerin bittiği yerde bir ek *musâdere* başlığı daha açarak bunu belirtmiştir.⁵⁰¹ Dolayısıyla İbn Sînâ'da 4 başlık bulunmaktadır. Nisâbûrî ise daha önce ifade edildiği üzere *munfasılâtı* topluca ele aldığı için ayrı bir tanım grubu olmasa da *İhtisâr*'da X. Makale'nin bu kısmı munfasılların tanımlarından ve kısa açıklamalarından oluşur.⁵⁰² Mağribî ise bu tanım gruplarını sırasıyla *zü'l-ismeyn*ler ve *munfasılların* türlerini veren birer fasıl olarak düşünmüş ve o şekilde başlık koymuştur.⁵⁰³ Ebherî ise bahsi geçen bu tanım gruplarını

⁵⁰⁰ Antik dönem matematik ve felsefe literatürüne sirayet etmiş bu uzun tartışmanın modern zamanlara kadarki serüvenini kısaca takip için bkz. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements Vol. 1*, 190-94.

⁵⁰¹ İbn Sînâ *Muhtasar*'daki her bir tanım grubunun başında kimi nüshalarda *sadr*, kimi nüshalarda *musâdere* başlığı bulunur. Burada zikredilen *musâdere*, X. Makale'nin X. *Musâderesidir*. İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 349.

⁵⁰² Raşid Efendi 1230, 48b.

⁵⁰³ Bodleian Or. 448, 90b-91a, 102b.

esasinda Eukleides'in usulüne daha uygun kabul edebileceğimiz bir hâle getirip tüm tanımları X. Makale girişine toplamış, buna ek olarak sonucunda birer tanımın ortaya çıktığı şekillerdeki tanım kısımlarını da yine X. Makale girişine eklemiştir.⁵⁰⁴ Bunun sonucunda X. Makale'nin çok uzun bir tanımlar kısmı olsa da bir *Elemanlar* metninden beklendiği üzere makale içinde başka yerde ya da bizzat şekillerin içinde ayrıca tanımlamalar yapılmamış, hepsi makale girişinde toplanmıştır.

3.5.2 Postulatlar, Aksiyomlar

Ebherî'nin bir *Elemanlar* edisyonu olarak *İslâh*'ta metin üzerine yaptığı en sıradışı müdahaleler postulat ve aksiyomlardadır. Bu müdahaleleri kısaca söylemek gerekirse; *İslâh*'ta postulatlar ispat edilmeye çalışılmış, aksiyomlar ise metnin girişine hiç alınmamıştır. Öncelikle postulatları *İslâh*'ta yer aldıkları ibareler ve sıralarıyla zikredip ispat çabalarını inceleyelim.

Ebherî *İslâh*'ta postulatları "Eukleides'in makale girişine koyduğu *mukaddimeler* (مَقَدِّمَاتُ وَضَعَهَا أَوَّلِيْدِسُ فِي صَدْرِ هَذِهِ الْمَقَالَةِ)" olarak ele alıp 6 postulat önermesini zikreder. İlk üç postulatı "bunun *beyânı* [şöyledir] diyerek, 4. Postulatı herhangi bir giriş ifadesi olmadan, 5. Postulatı ise "bu *mukaddimeyi* [şöyle] *tebyîn* ederiz" diyerek izah faslına geçer. Burada kullandığı *beyân/tebyîn* kelimeleri, şekillerin sonundaki "*beyân* etmek istediğimiz de buydu" ifadeleriyle birlikte düşünüldüğünde bunların da birer ispat çabası olarak düşünülebileceği ortaya çıkar.⁵⁰⁵

1) يمكن أن نوصل بخطّ مستقيم من كلّ نقطة إلى كلّ نقطة.

"Herhangi iki noktayı düz bir çizgi ile birleştirebiliriz."

Bu postulat tüm metinlerde ilk postulat olması bakımından ortak olmasına rağmen her bir müellif kendi kelimeleri ve söz dizimiyle ifade

⁵⁰⁴ CBL Ar. 3424, 61b-62b.

⁵⁰⁵ *Beyân/Tebyîn* kökünden türetilmiş kelimeler sadece *İslâh*'ta değil, bütün bir İslam *Elemanlar* geleneği içinde hem teoremlerin hem de problemlerin sonunda bulunup ispatı ifade ederler.

etmiştir. İlgili çalışmalarda “iki nokta arasını birleştirmek”ten (*îsâl*) başka “iki nokta arasına çizgi çekmek” (*ihrâc*),⁵⁰⁶ Sâbit nüshası kaynaklı “iki nokta arasına çizgi getirmek” (أتى بـ) kullanılmıştır.⁵⁰⁷ İbn Sînâ’nın tercihi ise çizmek ya da çizgi çekmek anlamındaki خَط fiili olmuştur.⁵⁰⁸ İslam *Elemanlar* geleneği içinde *Islâh* ile birlikte bu postulatta “iki noktayı birleştirmek”i tercih eden iki metin Nîsâbûrî’nin *İhtisâr*⁵⁰⁹ ile Tûsî’nin *Tahrîrî*’dir.⁵¹⁰ Aynı fiili Çağmînî ikinci postulatta kullanmıştır.⁵¹¹ *Islâh*’ın ifadesi söz dizimi değişiklikleriyle *İhtisâr*’a çok yakındır.

Ebherî bu postulatın ispatında iki noktadan biri üzerine başka bir noktayı örtüştürdüğümüzü, bunu da diğer noktaya kadar dümdüz hareket ettirdiğimizi düşünmemizi ister. *Tevehhüm* ettiğimiz bu harekette oluşan şey uzunluğu olup eni olmayandır. Tanımlar kısmından bildiğimiz üzere bu çizginin tanımıdır. Dahası *tevehhüm* ettiğimiz bu harekette noktanın bulunduğu her bir konum biri diğerinden yüksekte ya da alçakta olmayan tek bir doğrultudadır. Düz çizginin tanımı da tam olarak budur. Dolayısıyla Ebbherî’ye göre bu hareket *tevehhümü*yle iki nokta arasını bir düz çizgiyle birleştirebileceğimiz sonucu çıkar.⁵¹² *Islâh*’ta gördüğümüz, noktanın hareketinin bir çizgi oluşturmaya dayanan akıl yürütme, Proklos’un ilk postulata dair açıklamalarında geçer. Proklos çizginin düz olmasını da bir noktayı diğer noktaya “en kısa yol”dan hareket ettirerek sağlar.⁵¹³ İslam *Elemanlar* geleneğinde Ebherî’nin ilk postulatı ispat çabası, kendinden önceki metinlerden *Şerhu Musâderâtu Uklîdis*’te İbnü’l-Heysem’in aynı postulat için verdiği uzun ispatla oldukça benzeşir.⁵¹⁴ İbnü’l-Heysem’in ispatında bir hayli uğraştığı kısım aslında çizginin düz

⁵⁰⁶ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:16; Khudabakhsh 2034, 9b.

⁵⁰⁷ Bodleian Thurston 11, 2a; İbnü’l-Heysem, *Şerhu Musâderâti Kitâbi İklîdis*, 143; Ali b. Ahmed en-Nesevî, *Kitâbu’t-Tecrîd fî Usûli’l-hendese*, 99; Bodleian Or. 448, 3a.

⁵⁰⁸ İbn Sînâ, *Muhtasarı Uklîdis*, 19.

⁵⁰⁹ Raşid Efendi 1230, 2a.

⁵¹⁰ Tûsî fiili وصل formunda kullanmıştır. et-Tûsî, *Tahrîru Usûli’l-Hendese ve’l-Hisâb*, 3b.

⁵¹¹ Çağmînî, *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*, 19.

⁵¹² CBL Ar. 3424, 2a-b.

⁵¹³ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid’s Elements*, 145.

⁵¹⁴ İbnü’l-Heysem, *Şerhu Musâderâti Kitâbi İklîdis*, 147-55.

olması (*istikâmet*) meselesidir. Ebherî ise bunu herhangi ek bir açıklama olmaksızın doğrudan düz çizgi tanımına gönderme yaparak çözer.

2) يَمْكُنُ أَنْ نَلْصِقَ بِطَرَفِ كُلِّ خَطٍّ مُسْتَقِيمٍ خَطًّا مُسْتَقِيمًا.

“Her düz çizginin ucuna düz bir çizgi bitiştirebiliriz.”

Bu postulat da gelenek boyunca bütün metinlerde ikinci postulat olarak yer alır. Özgün *Elemanlar*’da ve gelenek içinde düz çizginin uzatılması mevzubahis iken *Islâh*’ta bir düz çizginin ucuna başka bir çizgi ekleyerek (*ilsâk*) yapılır. Bu anlamda *Islâh*, İbn Sînâ’nın *Muhtasarı*’nda gördüğümüz kavramı takip eder.⁵¹⁵ Ayrıca Kerâbîsî’nin metninde çizgi, kendisine bitişik (*mutelâsık*) olarak uzatılır.⁵¹⁶ İbn Sînâ’nın ve Kerâbîsî’nin Haccâc nüshasıyla yakın bağlantısı hatırlanacak olursa, bu kavramı ilk defa İbn Sînâ’nın ortaya atmış olma ihtimali yanında Haccâc kaynaklı olma ihtimali de sözkonusudur. Ebherî bu postulatın ispatını, çizgi dışında herhangi bir nokta varsayıp çizginin ucuyla birleştirerek gösterir. Bu ispatı da tanımlara ve ilk postulata atıfla yapar. Öncelikle dışarıda varsaydığımız noktayı birleştirdiğimiz çizginin ucu tanım gereği bir noktadır. İki noktayı da bir çizgiyle birleştirebileceğimizi 1. Postulattan biliriz. Şayet birleştirdiğimiz bu iki noktanın oluşturduğu çizgi ilk çizgiyle bir açı meydana getirmiyorsa zaten ikinci postulat ispat edilmiş olur. Eğer bir açı meydana geliyorsa, açı oluşmayana kadar ikinci çizgiyi döndürürüz, bu durumda da düz çizgi ortaya çıkar. Dolayısıyla düz bir çizginin ucuna başka düz bir çizgi bitştirmiş oluruz. 3. Postulatın sonunda sebebine değineceğimiz üzere Ebherî bu işlemleri *tevehhüm*le yaptığımızı ekler. İlk postulatta olduğu gibi bu postulatın ispatı da İbnü’l-Heysem’in *tahayyül*le yaptığı ispata yakındır. Önemli bir fark, postulat metninden kaynaklıdır. İbnü’l-Heysem Sâbit nüshasında olduğu gibi çizgiyi bir doğrultuda uzatmaktan söz eder ve ispatı da çizgiyi uzatarak veya başka bir çizgiyi açı oluşturmada ilk çizgiyle birleştirerek yapar.⁵¹⁷

⁵¹⁵ İbn Sînâ, *Muhtasarı Uklîdis*, 19.

⁵¹⁶ Khudabakhsh 2034, 9b.

⁵¹⁷ İbnü’l-Heysem, *Şerhu Musâderâti Kitâbi İklîdis*, 155-58.

3) يمكن أن نخطّ على كلّ نقطة وبأيّ بعد كان دائرةً.

“Herhangi bir noktadan herhangi bir uzaklıkla daire çizebiliriz.”

Bu postulat, Kerâbîsî'nin “yapması mümkün olan üçlü” olarak nitelediği, inşaya dair postulatların sonuncusudur.⁵¹⁸ Proklos da bu ilk üç postulatı bir arada ele alır.⁵¹⁹ Ayrıca istisnasız her metinde muhakkak bulunan postulatların da sonuncusudur. Diğer postulatların bazıları kimi metinlerde bulunmaz, kimilerinde aksiyom, kimilerindeyse birer şekil olarak ele alınırlar. Bu anlamda Avrupa'da matbaada basılan ilk dönem Grekçe *Elemanlar* neşirlerinde, kullandıkları Grekçe yazma nüshalardaki usule riayet ederek sadece ilk 3 önermenin postulat olarak bulunduğunu, diğerlerinin aksiyomlara dâhil edildiği bilgisi de dikkat çekicidir.⁵²⁰

İslam *Elemanlar* geleneği içinde daire çizme işlemi, çizgi çizmek (خَطّ),⁵²¹ daire çizmek/döndürmek (أدار),⁵²² resmetmek (رسم)⁵²³ fiilleriyle ifade edilmiştir. Ebherî bu kullanımlardan خطّ fiilini tercih etmiştir. İspatında iki nokta varsayıp 1. Postulata dayanarak iki noktanın arası bir düz çizgiyle birleştirilir. Daha sonra merkez kabul edeceğimiz noktanın sabit olup diğerinin ilk konumuna kadar döndüğü *tevehhüm* edilir. Bu durumda merkez olmayan nokta ile bir daire çevresini *resmetmiş* oluruz. Bu ispat *Elemanlar* şerhlerinin hepsinde küçük nüanslar haricinde bu yöntemle yapılır.⁵²⁴ Ayrıca ispatta gösterilen daire çizme yöntemi İslam düşünce tarihi içinde çok bilinir ve farklı disiplinlerde pek çok metne girmiştir.⁵²⁵

Bu ilk üç postulat ispatının geneline yöneltilen ve 3. Postulat özelinde yoğunlaşan bir eleştiri, ispatların geometrik nesnelerin hareketi

⁵¹⁸ Khudabakhsh 2034, 9b.

⁵¹⁹ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 145.

⁵²⁰ De Risi, “The Development of Euclidean Axiomatics”, 597.

⁵²¹ Bodleian Thurston 11, 2a; en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:20; Khudabakhsh 2034, 9b; İbn Sînâ, *Muhtasarı Uklîdis*, 19; İbnü'l-Heysem, *Şerhu Musâderâti Kitâbi İklîdis*, 144; Bodleian Or. 448, 3a.

⁵²² Ali b. Ahmed en-Nesevî, *Kitâbu't-Tecrîd fî Usûli'l-hendese*, 99; Raşid Efendi 1230, 2a.

⁵²³ et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*, 3b.

⁵²⁴ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:20; Khudabakhsh 2034, 9b; İbnü'l-Heysem, *Şerhu Musâderâti Kitâbi İklîdis*, 158-59.

⁵²⁵ Cürcânî, *Şerhu'l-Mevâkıf*, 2:566; Şirvânî, *el-Fevâidü'l-Hâkâniyye: Şirvânî'nin Bilimler Tasnifi*, 498.

üzerinden yapılmasıdır.⁵²⁶ Bu itiraza karşı Proklos, hareketin bilfiil olmadığını, tahayyülde (φαντασία) olduğunu söyler.⁵²⁷ Zaten ilgili ispat çabalarında bu itirazı savuşturabilmek amacıyla İbnü'l-Heysem *tahayyül*, Ebherî de *tevehhüm* kavramlarını özellikle kullanırlar.

4) الزوايا القوائم كلها متساوية.

“Dik açıların tamamı birbirine eşittir.”

İlk üç postulat bir inşadan bahsederken dördüncü postulat dik açıların temel bir özelliğini betimler. Bu postulatın ne tür bir ilke olduğuna ya da bir ilke olup olmadığına dair geometri tarihi boyunca farklı görüşler vardır. Proklos, bu postulatın apaçık olduğunu ve ispata ihtiyacı olmadığını kabul eder. Hatta Geminus’a atfen bu ilkenin aslında postulat değil bir aksiyom olması gerektiği fikrini nakledip Aristoteles’in görüşüne göre postulatların ispat gerektirdiğinden dolayı bu ilkenin Aristoteles felsefesinde de bir postulat sayılamayacağını iddia eder. Fakat yine de postulatı ispatlamaya çalışır.⁵²⁸ İslam *Elemanlar* geleneğinde de bu ilkeye farklı tutumlar geliştirilmiştir. Nîsâbü’rî muhtemelen bu ilkenin apaçık olduğunu düşündüğünden dolayı *İhtisâr*’da ne ilkeler ne de şekiller arasında yer vermiştir. Mağribî ise bu önermeyi ilkeler kısmından çıkarıp bir mesele konumuna indirgemiş, daha sonra bu şekli de 1.13 ile 1.14 şekilleri arasında bir *mukaddime*/lemma olarak değerlendirmiş, ispatını yapmıştır.⁵²⁹

Bu önermeyi özgün metinde olduğu gibi postulatlar arasında zikreden şerhlerde de farklı yaklaşımları görmek mümkündür. Neyrîzî, *Şerhi*’nde postulatın ispatında öncelikle Simplikios’un *mantıkî* ispatını verir. Simplikios’a göre dik açının tanımı “bir çizgi üzerine başka bir çizgi

⁵²⁶ İslam dünyasında hareket meselesine en açık itiraz Ömer Hayyam’a aittir. Hayyam, *Risâle fî Şerhi mâ eşkele min musâderâti Kitâbi Uklîdis*, 3-4.

⁵²⁷ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid’s Elements*, 145; Proclus, *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum Librum Commentarii*, 186.

⁵²⁸ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid’s Elements*, 147. Fakat Heath Proklos’u bu görüşünde haksız bulur. Heath, *The Thirteen Books of Euclid’s Elements Vol. 1*, 200.

⁵²⁹ Bodleian Or. 448, 5b. Mağribî’nin buradaki ispatı *İslâh*’taki ispatla notasyonlar hariç aynıdır.

geldiğinde iki yönde oluşan birbirine eşit açılar” olduğuna göre her hâlükârda dik açılar birbirine eşit olmalıdır. Bu ispat, önermenin apaçıklığını andırır. Kendisi ise Proklos’un ispatıyla aynı gerekçelere dayanan fakat farklı şekiller üzerinden bir ispat yapar. Buna ek olarak yine Proklos’ta Pappus’a atfen gördüğümüz, “bütün dik açılar eşittir” önermesine “dik açıya eşit tüm açılar diktir” önermesinin alternatif olup olamayacağını tartışır.⁵³⁰ Proklos ve Neyrîzî’de gördüğümüz bu son mesele, yani “dik açıya eşit açı da diktir” önermesi Tûsî’nin *Tahrîr*’de “Eukleides’in diğer makalelerde ihtiyaç duyduğu ama *Elemanlar*’ın başında zikretmediği” dolayısıyla Tûsî’nin bu ihtiyaçtan dolayı eklediği postulatlarıdır.⁵³¹

Kerâbisî’nin ilk üç postulat için “yapması mümkün olanlar” şeklinde bir tür altında topladığına daha önce değinmiştik. 4. Postulatla birlikte paraleller postulatını da “öğrenenin aklına yaklaştırmak için ispata ihtiyaç duyan” iki ayrı tür postulatlar olarak nitelendirir. İspata ihtiyaç duyan bu iki türün ilki olarak 4. Postulatı herhangi bir çizim üzerinden değil; dik, geniş ve dar açılarının tanımları üzerinden ispatlamaya çalışır. Kerâbisî’ye göre tanımları gereği geniş açılar dik açılardan büyük, dar açılar da dik açılardan küçük ise, dik açılar da dik açılara eşittirler. Dolayısıyla tüm dik açılar birbirine eşittir.⁵³² İbnü’l-Heysem’e gelince, Proklos’tan gelen ve Neyrîzî’de ve kendisinden sonra Ebherî ve Mağribî’de göreceğimiz ispat yolunu izler. Fakat kendi ispatında herhangi bir şekil ya da notasyon kullanmaksızın sözel olarak ve uzun anlatımlarla verir.⁵³³ Bir *Elemanlar* edisyonu telif etmeyen ama eserin belli kısımları üzerine kalem oynatan Ebû Sehl el-Kûhî, bu önermeyi, *Elemanlar*’ın I. Makalesinin 29 şekillik

⁵³⁰ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:20-22. Proklos’un bu konudaki izahatı için bkz. Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid’s Elements*, 148-49.

⁵³¹ et-Tûsî, *Tahrîru Usûli’l-Hendese ve’l-Hisâb*, 4a.

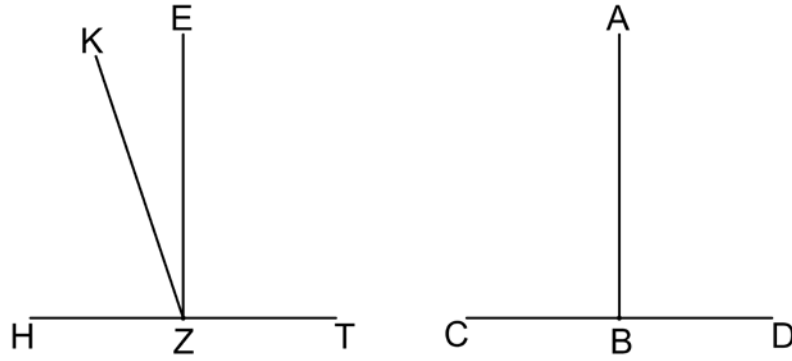
⁵³² Khudabakhsh 2034, 10a-b.

⁵³³ İbnü’l-Heysem, *Şerhu Musâderâti Kitâbi İklîdis*, 159-62.

yeniden düzenlemesinin ilk şekli olarak kabul etmiş ve ispatlamıştır. Kûhî'nin çalışmasındaki ispatı da Proklos-Neyrîzî çizgisindedir.⁵³⁴

Ebherî'nin Proklos, Neyrîzî, Kûhî, İbnü'l-Heysem ve Mağribî'de de gördüğümüz ispatı şöyledir:

Birbirine dik ikişer çizgi farzederiz. Burada ABC, ABD, EZT, EZH dik açıları oluşur. Biz de bu açıların birbirine eşit olduğunu iddia ediyoruz.



İspatını da şöyle yaparız: B noktasını Z noktası üzerine, DC çizgisini de TH çizgisi üzerine koyarız. Uçların birbiriyle çakışıp çakışmaması önemli değildir. AB çizgisi ise kesinlikle tam EZ üzerine gelir. A noktasının E noktası ile çakışıp çakışmaması da önemli değildir. Eğer AB, EZ üzerine gelmezse, diyelim ki AB, ZK gibi bir konumda bulunsun. Bu durumda ABC açısı KZH açısına, ABD açısı da KZT açısına eşit olması gerekir. Böyle olursa da KZH ile KZT birbirine eşit olur. EZH da KZH'den, başka ifadeyle KZT'den büyük olur. Dolayısıyla EZH, EZT'den büyük olur. Bu da imkansızdır.

5) لا يمكن أن يتصل خط مستقيم بخطين مستقيمين على استقامتهما.

“Bir düz çizgi kendi doğrultusunda iki düz çizgiyle bitişemez.”

Ebherî'nin, *İslâh*'a dâhil ettiği bu postulat İslam *Elemanlar* geleneği içinde daha önceki bölümlerde *İslâh*la yakın irtibatta olduğunu gördüğümüz metinlerde postulat olarak bulunur: Nisâbü'rî'nin *İhtisârı*,⁵³⁵ İbn Sînâ'nın

⁵³⁴ Berggren ve Van Brummelen, “Al-Kûhî's Revision of Book I of Euclid's Elements”, 444; İngilizce tercümesi ve yorumu için Berggren ve Van Brummelen, 430.

⁵³⁵ Raşid Efendi 1230, 2a.

*Muhtasarı*⁵³⁶ ve *Çağmînî*'nin *Telhîsi*.⁵³⁷ *Tûsî*'nin *Tahrîri*'nde, tıpkı bir önceki postulatta olduğu gibi bu da ihtiyaç üzerine sonradan kendisinin eklediğini söylediği postulatlarıdır. Mağribî ise *Tahrîr*'de bu önermeyi aksiyomlar arasında zikrederek gelenek içinde bu ilkeyi koruyanlar arasında en ilginç noktada durur. Ebherî'nin postulatlar bölümünün başında zikredeceği ilkeler için "Eukleides'in koyduğu öncüller" ifadesi anımsanırsa bu postulatı özgün *Elemanlar* metni içinde kabul ettiği anlaşılır. Postulatın ibaresi Nîsâbûrî'nin metnindeki ile birebir aynıdır. Bu da Nîsâbûrî'nin kaynağı olarak Haccâc nüshasında bu postulatın var olma ihtimalini gündeme getirir.

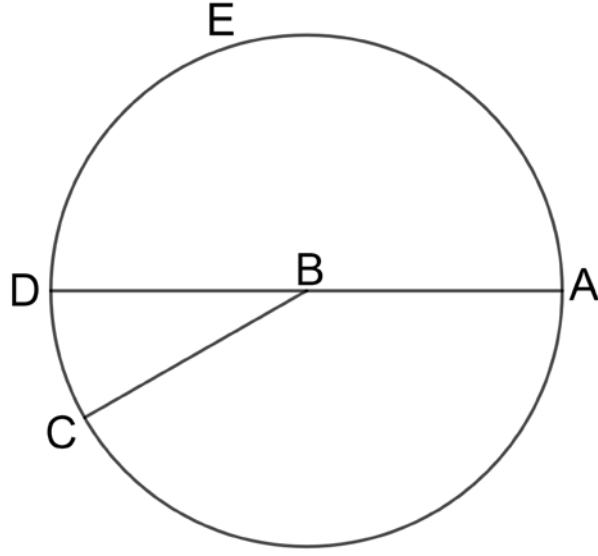
Islâh öncesi çalışmalardan bu ilkeye yer verenler postulatları ispat etmedikleri için bir ilke olarak ispatına sadece Ebherî girişmiştir. İspatı bir lemma ve bir şekil olarak kurgulayan Ebherî lemmada çapın daireyi iki eşit parçaya böldüğünü ispat eder. Esasında *Elemanlar* geleneği içinde çapın daireyi iki eşit parçaya böldüğü tanım olarak varsa da⁵³⁸ Ebherî *Islâh*'ın tanımlar kısmında "çap daireyi iki eşit parçaya böler" diye açıkça ifade etmemiş olduğundan bu ispata ihtiyaç duymuş olmalıdır.⁵³⁹ Bu lemma sonrası ispatı şöyle yapar:

⁵³⁶ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 19.

⁵³⁷ Çağmînî, *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*, 19.

⁵³⁸ Eukleides, *Öklid'in Elemanları*, 1.

⁵³⁹ *Islâh* içindeki çapın "merkezden geçen ve bir çevreden diğer çevreye uzanan düz çizgi" tanımı ve yarım dairenin "merkezden geçen düz çizgi ve çevreden bir bölümün çevrelediği şekildir" tanımı birlikte alındığında aslında çapın daireyi ikiye böldüğü ortaya çıkar.



AB çizgisi kendi doğrultusunda BC ve BD ile birleştiğini kabul edersek;

- a) Eğer çizgiler birbirlerine eşitse B'yi merkez kabul edip BD uzaklığında bir daire çizelim. ABD dairenin çapı olduğu için AED yayı yarım çevredir. Bu durumda AEDC yayı yarım çevreden büyük olur. AC de dairenin çapı olduğundan dolayı bu sefer AECD yarım çember olur. Ama daha önce yarım çemberden büyük idi, bu hultür.
- b) Eğer [çizgiler birbirlerine] eşit değillerse B'yi merkez kabul edip daha kısa olan çizgi uzaklığında -burada BC olsun- daire çizelim. Buradaki hulf de önceki gibi ortaya çıkar. Dolayısıyla iki düz çizgi, bir düzçizgiyle onun doğrultusunda birleşemezler.

Bu ispat, Proklos tarafından I.1 şekli içinde Zenon'un itirazlarına verdiği cevaplarda kullanılır. Proklos bu ispatı Ebheri'de geçen önermeye değil, "iki düz çizginin ortak parçası yoktur" önermesine getirir.⁵⁴⁰ Dikkatli düşünüldüğünde Proklos'un ispatını yaptığı önerme ile Ebheri'nin ispatladığı önermenin aslında aynı şeyi ifade ettiği ortadadır.

- 6) خطان مستقيمان لا يحيطان بسطح واحد.

"İki düz çizgi bir yüzeyi çevreleyemez."

⁵⁴⁰ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 169.

Ebherî'nin postulat kabul ettiği son önermedir. Önermede ilk dikkati çeken şey, yüzey için tanımlarda *basît* kelimesini kullanmışken, Ebherî'nin burada cümleyi *sath* kelimesi ile kurmasıdır. Bu tutarsızlığın muhtemel nedeni, kaynak olarak istifade ettiği metinlerde düzgün yüzey/düzlem kavramını *el-basîtu'l-musattah*la karşılarken buna aynı zamanda *sath* da dendiğini eklemelerine karşın⁵⁴¹ Ebherî'nin bu ek açıklamayı *İslâh*'a almamasıdır.

Bu postulat *Elemanlar*'ın Grekçe nüshalarından başlayarak gelenek boyunca varlığı ve ait olduğu yer tartışmalı bulunmuş bir önermedir. Antik dönemden beri *Elemanlar*'ın bazı nüshalarında aksiyomlar arasında bulunan bu önermeyi, Grekçe neşri yapan Heiberg, 9. Aksiyom olarak neşrine koymuş olsa da, özgün olmadığını düşündüğü için köşeli parantezler arasına alarak kanonik saydığı metnin dışına çıkarmıştır.⁵⁴² Proklos da bu önermenin aksiyomlar arasına eklenmemesi gerektiği fikrindedir. Çünkü bu önerme geometriye hastır ve Proklos aksiyomların bir bilim dalına has olamayacağını, genel ilkeler olması gerektiğini savunur.⁵⁴³ Ayrıca Proklos Ebherî'nin biraz aşağıda görülecek ispatını, I.4 şeklinin izahında ilk postulatın ispatı olarak yapar ve orada bu ilkeyi kullanır.⁵⁴⁴ Bu tartışma İslam *Elemanlar* geleneğine de taşınmıştır. Sâbit nüshalarında aksiyom olarak yer alan⁵⁴⁵ bu önermeyi Neyrîzî öncelikle 6. Postulat olarak verir. Hemen akabinde Simplikios'tan bu ilkenin apaçık olduğunu, bu sebeple eski *Elemanlar* nüshalarında bulunmadığını nakleder. Bununla beraber yine de ispatını verir.⁵⁴⁶ Aynı ilkeyi herhangi bir açıklama ya da ispat olmaksızın bir defa da aksiyomlar arasında zikreder.⁵⁴⁷ Kerâbîsî ise ilkeyi Eukleides'e atfen aksiyomlar içinde anmaktadır. Kerâbîsî Neyrîzî'de gördüğümüz, daha sonra Ebherî'de

⁵⁴¹ Raşid Efendi 1230, 2a; İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 17.

⁵⁴² Eukleides, *Euclidis Opera Omnia* I, 10.

⁵⁴³ Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 154.

⁵⁴⁴ Proclus, 186-87.

⁵⁴⁵ Bodleian Thurston 11, 2b.

⁵⁴⁶ en-Neyrîzî, *Codex Leidensis* 399, 1, 1897, 1:24-26.

⁵⁴⁷ en-Neyrîzî, 1:28.

göreceğimiz ispatı tekrarlamakla beraber ilkeye dair bambaşka bir noktaya daha değinir. Eukleides bu ilkeyi burada bir aksiyom olarak vazetmesine rağmen II. Makale girişinde iki çizginin çevrelediği yüzeylerin tanımını verir. Kerâbîsî buradaki çevrelemeden kastın tüm sınırları kuşatmak olduğunu⁵⁴⁸ II. Makale’de iki çizginin çevrelemesinden kastın ise ilgili yüzeyin enini ve boyunu belirlemek olduğunu söyler.⁵⁴⁹ İbnü’l-Heysem ise *Elemanlar* üzerine kaleme aldığı her iki eserinde de bu ilkeye yer verir. Paraleller postulatının ilkelerden çıkarılması ve bir şekil olarak I.29 öncesine alınması, onun yerine bu önermenin postulatlar arasına eklenmesi gerektiğini ifade eder.⁵⁵⁰ Diğer çalışmalardan İbn Sînâ,⁵⁵¹ Çağmînî⁵⁵² ve Tûsî⁵⁵³ bu ilkeyi postulatlar içinde; Nîsâbûrî,⁵⁵⁴ Nesevî⁵⁵⁵ ve Mağribî⁵⁵⁶ de aksiyomlar içinde değerlendirmişlerdir. Heath bu ilkeye dair yaptığı açıklamada, Proklos’un itirazını zikretmesine karşın önermenin ifade ettiği içeriğin zaten 1. Postulatın doğal sonucu olduğunu, aksiyomlar arasında bulunmasının gereksizliğine en sahici sebebin de bu olduğunu söyler.⁵⁵⁷

Ebherî’ye gelince bu postulatın ispatını şöyle yapar:

İki düz çizginin bir yüzeyi çevrelediğini varsayacak olursak,

⁵⁴⁸ Khudabakhsh 2034, 12a.

⁵⁴⁹ Khudabakhsh 2034, 20a.

⁵⁵⁰ Hallu Şukûki Uklîdis, İstanbul NEK, A 800, 14b; İbnü’l-Heysem, *Şerhu Musâderâtî Kitâbi İklîdis*, 186.

⁵⁵¹ İbn Sînâ, *Muhtasaru Uklîdis*, 19.

⁵⁵² Çağmînî, *Telhûsu Kitâbi Uklîdis*, 19.

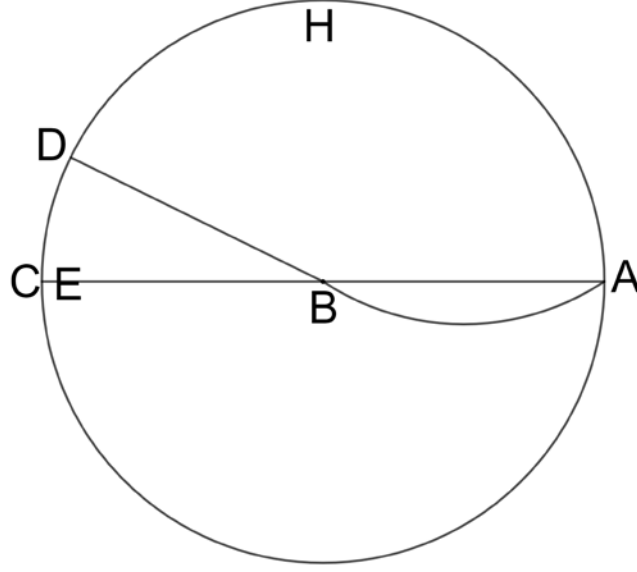
⁵⁵³ et-Tûsî, *Tahrîru Usûli’l-Hendese ve’l-Hisâb*, 3b.

⁵⁵⁴ Raşid Efendi 1230, 2b.

⁵⁵⁵ Ali b. Ahmed en-Nesevî, *Kitâbu’t-Tecrîd fî Usûli’l-hendese*, 101.

⁵⁵⁶ Bodleian Or. 448, 3b.

⁵⁵⁷ Heath, *The Thirteen Books of Euclid’s Elements* Vol. 1, 232.



AB çizgileri bir yüzey çevreliyor olsunlar.⁵⁵⁸ B'yi merkez kabul edip BA uzaklığıyla AHDC dairesini çizeriz. BC ve BD çizgilerini kendi doğrultularında daire çevresine kadar uzatırız. AD dairenin çapı olduğundan AHD yayı yarım çevredir. O zaman AHC yayı da yarım çevreden büyük olur. AC çap olduğundan AHC yarım çevre olur, ama yarım çevreden büyük idi, bu hultür.

Bu iki çizginin (A ve B) E noktasında kesiştiklerini varsayarsak, B'yi merkez kabul edip BE uzaklığıyla bir daire çizeriz, az önceki gibi buradan da hulf çıkacağı açıktır.

Çizgilerin herhangi bir noktada kesiştiklerini varsayarsak; yarım çevre ile çaplardan biri tarafından çevrelenen açı, diğer yarım çevre ile diğer çap tarafından çevrelenen açıdan büyük olurdu, bu da hultür. Dolayısıyla iki düz çizgi bir yüzeyi çevrelemez.

⁵⁵⁸ İbareden ve çizdiği şekilden anlaşıldığı kadarıyla Ebherî AB çizgileri derken, ilk durumda A'dan B'ye uzanan iki çizgi varsaymamızı; ikinci durumda da ilki A'dan E'ye ikincisi B'den E'ye uzanan iki çizgi varsaymamızı istemektedir.

7) وقد وضع أوكليدس مع هذه المقدمات مقدّمة أخرى وهي: أنّ الخطّين المستقيمين إذا وقع عليهما خطّ، وصيّر الزاويتين اللتين في جهة واحدة أقلّ من قائمتين فإنّ الخطّين يلتقيان في تلك الجهة. وبيانها سيأتي فيما بعد، إن شاء الله تعالى.

“Eukleides bu öncüllerle birlikte başka bir öncül daha vazetmiştir. O da şudur: İki düz çizginin üzerine başka bir düz çizgi gelir de bir yönde meydana gelen açılar (toplamı) iki dik açı (toplamından) küçük olursa. Bu iki çizgi o yönde kesişirler. Bunun ispatı daha sonra gelecektir inşaallah.” *Elemanların* bu en tartışmalı postulatına dair Ebherî’nin ifadeleri onu bir postulat olarak kabul ettiğini düşündürse de ispatını diğer postulatlar gibi burada yapmayıp daha sonraya, şekiller arasına bırakması bu önermeyi aslında bir postulat değil, bir şekil olarak kabul ettiğinin göstergesidir. Bu şekli de İbnü’l-Heysem’in uygun gördüğü yere, I.29’ dan önceye alır.

İslâh’ı tüm *Elemanlar* geleneği içinde özel bir noktaya koyan hususiyetlerinden biri de eserin girişinde hiçbir aksiyoğunun zikredilmemiş olmasıdır. Bu özelliği tüm *Elemanlar* geleneği içinde yalnızca *İslâh’ı* ta görürüz. Esasında aksiyoğunların bir açıklamaya muhtaç olmadığı, kendilerinden apaçık oldukları genel olarak kabul edilse ve şerhlerde dahi terimlerin anlamlarını vermek dışında herhangi bir ispata konu olmasalar da her metinde bir grup aksiyoma mutlaka yer verilmiştir. Ebherî ise hiçbir aksiyoma yer vermeyerek bu adete muhalif hareket etmiştir. Yine de metnin değişik yerlerinde gelenek içinde aksiyom olduğu kabul edilen bir ilkeye kısmen, bir ilkeye zımnen, bir ilkeye de açıkça atıf yapmıştır. Bunlardan ilki yukarıda izahı yapılan 5. Postulatın (Bir düz çizgi kendi doğrultusunda iki düz çizgiyle bitişemez.) ispatında kullanılır. *İslâh’ı* nın 5. Postulatının ispatındaki lemmada bir yayın diğer yay üzerine tam olarak örtüşeceğini, dolayısıyla iki yayın birbirine eşit olduğunu ifade eder. (فقوس أ ب ج لا بدّ وأن ينطبق على أ د ج، فهما متساويتان) Bu da *Elemanlar’*daki 4.

Aksiyom’a tekabül eder. Aynı aksiyomla I.8 şeklinde de karşılaşırız. Karşılıklı iki kenarı ile tabanları birbirine eşit üçgenlerin taban olmayan kenarları arasındaki açılar da birbirine eşit olduğunu ispat eden I.8 şeklinin ispatının

sonunda, bu iki açının birbiriyle örtüştüğünü ve bu sebeple birbirine eşit olduğunu ifade eden Ebherî (فتنطبق الزاوية على الزاوية فهما متساويان) bu aksiyomu tekrar kullanmıştır.

*Islâh'*ta kullanılan ikinci aksiyom, iki açının birbirine eşit olduğu bir üçgende, bu açıların karşılardaki kenarların da birbirlerine eşit olduğunu ispat eden I.6 şeklindedir. Bu şeklin ispatında hulfî kıyas kullandığı aşamada “Bu durumda bütün ve parça birbirine eşit olur, bu da hultür (فالكلّ والجزء متساويان،) (هذا خلف” cümlesini kurarak dolaylı yoldan *Elemanlar'*ın 5. Aksiyomuna atıf yapmış olur.

Ebherî'nin gönderme yaptığı son aksiyom da ilkeyi açıkça verdiği ve ispatta bu aksiyomu kullandığı V.2 şeklindedir. Bu şeklin ispatında *Elemanlar'*daki ikinci aksiyomun ifadesini açıkça verir: “Birbirine eşit şeylere birbirine eşitler -ne kadar olursa olsun- eklenirse, sonuçta birbirlerine eşit olurlar. (والأشياء المتساوية إذا زيدت عليها متساوية كم كانت كانت متساوية)

3.5.3 *Islâh'*ın Etkileri

Islâh, İslam dünyasında matematik bilimlere dair çalışmaların en yoğun olduğu dönemlerden birinde kaleme alınmış bir metindir. Hendese alanında öncesinde Çağmînî'nin çalışmaları, biraz sonrasında Meraga matematik astoronomi okulu mensuplarından Tûsî ve Mağribî'nin çalışmaları bu dönemin öne çıkan eserleri olarak zikredilebilir. Özellikle Tûsî'nin *Elemanlar'*dan *Mecistî'*ye kadar “mutavassîtât” adı verilen matematik metinlerine dair yaptığı *Tahrîrât* projesi, yazıldığı dönem sonrasının belirleyici ve en etkili metni olmuştur. Bu sebeple *Islâh*, *Elemanlar* üzerine yazılmış diğer tüm çalışmalar gibi Tûsî'nin *Tahrîrî'*nin gölgesinde kalmış, belli kısımları hariç ilgiye mazhar olmamıştır. *Islâh'*ın bu durumunu, günümüze iki versiyon için

ulaşan toplam üç nüsha açık bir şekilde göstermektedir.⁵⁵⁹ *Islâh*'ın kendinden sonra ilgi gösterilen kısımları da postulatlarla dair ispat çabaları ve paraleller postulatını izah için getirdiği açıklamalardır.

Islâh'ın etkisini gördüğümüz metinlerden birbirine benzer özellikler taşıkları için bir arada değerlendirebileceğimiz ikisi Sözde Tûsî'nin *Tahrîri* ve Kutbuddin Şîrâzî'nin Farsça *Tahrîridir*.⁵⁶⁰ Öncelikle her iki metni *Elemanlar* geleneği içinde *Islâh*la aynı safta birleştiren özellik, postulatları bir *Elemanlar* edisyonunda ispat etme fikrinin bu iki metinde de bulunmasıdır. Bunun da ötesinde iki metinde ve özellikle Şîrâzî'nin *Tahrîri*'nde ispat yöntemleri de *Islâh*'tan alınmıştır. Sözde Tûsî ispatları postulatla sınırlı tutmayıp tanımlara da genişlettiği için, örneğin *Islâh*'ın 5. Postulatının ispatında yer alan “bir dairede çapın daireyi iki eşit parçaya böldüğünü” gösteren lemma/mukaddime, dairenin tanımına kaydırılmıştır. Aynı şekilde iki çizginin bir yüzeyi çevrelemeyeceği de tanımlar içinde ele alınmıştır.⁵⁶¹ *Islâh* nüshalarına dair bilgi verdiğimiz kısımda da belirttiğimiz üzere, Sözde Tûsî'nin *Tahrîri*'nin *Islâh*'a olan bu benzerliği (*Islâh*'ın kısıtlı içeriğine alıntılar üzerinden aşına olanlar için) ve Tûsî'nin *Tahrîri*'nin iyi biliniyor oluşundan dolayı Roma'da 1594'te Nasîruddîn Tûsî'ye nispetle basılan metnin Ebherî'nin *Islâh*'ı sanılmasına yol açmıştır.

Şîrâzî ise *Tahrîri*'nde 5. Postulata kadar *Islâh* ile aynı sıralama ile ve aynı yolları kullanarak ispatlarını yapar. Aralarındaki tek fark, Ebherî'nin *Islâh*'ta 6. Postulat olarak verdiği ve ispatını I.29'a bıraktığı ilkenin Şîrâzî'nin *Tahrîri*'nde postulatlar içinde ve farklı bir ispat yoluyla gösterilmiş olmasıdır.⁵⁶² Şîrâzî'nin

⁵⁵⁹ İkinci versiyonun iki nüshasından birinin de (Arkeoloji 596) doğrudan diğerinden (CBL 3424) istinsah edildiği açıktır.

⁵⁶⁰ Şîrâzî'nin bu metninin yazma nüshalarını incelediğimizde, kimi zaman büyük felsefe-bilim külliyesi *Durretü't-tâc*'ın geometri bölümü olarak kimi zaman da dibacesiyle birlikte müstakil bir eser olarak görmekteyiz. Bu da eserin tıpkı *Islâh*'ta olduğu gibi ikinci bir versiyon olarak yeniden gözden geçirilmiş olma ihtimalini gündeme getirir. Metinlerin ayrıntılı incelenmesi ve mukayesesi bu durumu çözüme kavuşturacaktır. İkinci tür metnin bir nüshası Süleymaniye Kütüphanesi, Yeni Cami 796'da bulunur.

⁵⁶¹ Nasiridini Tusini, *Kitâbu Tahrîri Usûl li-Uklîdis min Te'lîfi Hâce Nasîriddîn et-Tûsî (Euclidis Elementorum Geometricorum Libri Tredecim)*, 5.

⁵⁶² Şîrâzî, *Tahrîr-i Usûl-i Uklîdus*, 20-34.

metninin bu parçası ilgi görmüş, hem Arapça hem de Farsça olarak kopyalanmıştır.⁵⁶³

Kutbuddin Şîrâzî ile çağdaş ve onun talebesi olan matematikçilerden Kemâleddîn Fârisî de *Islâh*'ın 6. *Ziyâdesinin* açıklamasında belirtildiği üzere Ebherî'nin paraleller postulatı ile ilgili açıklamalarını zenginleştirmiştir. *Meşhur musâdere* üzerine yazılanların en güzelinin Ebherî'nin *Islâhı*'nda bulunduğunu ifade eden Fârisî, *Islâh*'taki metne, ispata gelmesi muhtemel iki itiraza cevap verdiği kısa bölümler eklemiştir.⁵⁶⁴

Islâh'ın etkisini gördüğümüz diğer metinler de Şemseddin Semerkandî'nin (ö.722/1322) *Eşkâlü't-Te'sîsi* ile Kadızâde-i Rûmî'nin *Eşkâlü't-Te'sîs Şerhi*'dir. *Islâh*'ın Semerkandî'nin *Eşkâl*'i üzerindeki etkisinin aksiyomlar özelinde olduğunu söyleyebiliriz. Geometriyi pedagojik gerekçelerle *Elemanlar* içinden seçilmiş 35 şekil üzerinden aktaran *Eşkâlü't-Te'sîs* bu konuda *Islâh*'ı takip etmekte ve aksiyomlara metinde yer vermemektedir.⁵⁶⁵ Zîrâ daha önce ifade edildiği gibi *Elemanlar* geleneği içinde aksiyomları açıkça listelemekten önermelere/şekillere geçiş yapan *Islâh* haricinde bir metin bulunmaz. Dolayısıyla Semerkandî'nin *Elemanlar* geleneği içinde bu konuda kendine örnek alabileceği *Islâh* haricinde bir metin yoktur. Ayrıca metnin bir yerinde, paraleller postulatı hususunda Semerkandî, diğer isimlerle birlikte Ebherî'nin ismini de açıkça zikrederek kendisini eleştirir. Ayrıca bu postulatı bir ilke değil, bir mesele olarak (3. Şekil) ele alması da Ebherî ile ortak özellikleri olsa da doğrudan bir tesirden söz etmek mümkün değildir.

Kadızâde-i Rûmî'nin *Şerhu Eşkâlî't-Tesîsi*'nde ise *Islâh*'ın birden fazla yerde ve doğrudan etkisini görürüz. Semerkandî'nin geleneğe uygun şekilde sadece cümleler hâlinde verdiği postulatların ispatını yapan Kadızâde'nin *Islâh*'taki ispat yollarını kullanması bu etkiyle ilk karşılaştığımız yerdir. İkinci olarak

⁵⁶³ Metne dair değerlendirme ve her iki dildeki metinlerin neşri için bkz. Abdeljaouad ve De Young, "Al-Shîrâzî's 'Proofs' of Euclid's Postulates in Arabic and Persian".

⁵⁶⁴ Neşir ve değerlendirme için bkz. Abdeljaouad, "Kamâl al-Dîn al-Fârisî's additions to Abharî's 'proof' of the parallel postulate".

⁵⁶⁵ Tosun, "Semerkandî'nin *Eşkâl el-Tesîs* Adlı Eseri Üzerine Bir Değerlendirme", 314.

Kadıızâde *Eşkâl*'in 2. Postulatının (Sınırlı bir düz çizgiyi aynı doğrultuda uzatabiliriz) ispatında *Islâh*'a atıf yapar. Tûsî'nin *Tahrîrî*'ndeki ibareyle birebir aynı kelimeleri kullanarak Semerkandî'nin verdiği cümleye (وَأَنْ نَخْرُجَ خَطًّا مُسْتَقِيمًا) (يُمْكِنُ أَنْ نَلْصِقَ بِطَرَفِ كُلِّ) (مَحْدُودًا عَلَى الْإِسْتِقَامَةِ) alternatif olarak Ebherî'nin postulatını (خَطٌّ مُسْتَقِيمٌ خَطًّا مُسْتَقِيمًا) hem kitap hem de müellif ismine atıf yaparak verir.⁵⁶⁶

Üçüncü olarak biraz yukarıda bahsettiğimiz, Semerkandî'nin Ebherî'yi eleştirdiği yerde, Kadıızâde'nin de söyleyecek sözü vardır. Semerkandî paraleller postulatı hususunda kendi çözümünü getirmeden önce bu konuda kendinden öncekilerin tamamını eleştirir:

“Eukleides bu şekli ispat etmemiş, apaçık kabul etmiştir. Geometri ilmi uzmanlarından bir grup da sürekli mikdârların sonsuza kadar parçalanması felsefede sabit olmuştur, bu da çizgilerin sonsuza kadar uzanıp birbiriyle kesişmemesini geçerli kılar diyerek itiraz etmişlerdir. Sonra da İbnü'l-Heysem, Ömer Hayyam, Cevherî, Nasîruddîn Tûsî, Esîruddîn Ebherî ve Hama Kadısına gibi isimler bu şeklin ispatında pek çok şekil ve makaleleri içeren risaleler kaleme almışlardır.”⁵⁶⁷

Semerkandî'nin bu ifadelerle başlayan eleştirisinin bu kısmına Kadıızâde'nin yorumu şöyledir: “Bütün bu risalelere dair söyledikleri kendisini bağlar. Çünkü bize bu metinlerden üzerinde konuşabileceğimiz kadar bir şey ulaşmadı. Ancak biz bu meselenin izahında sadece Nasîruddîn Tûsî'nin *Tahrîr*'deki ve Esîruddîn Ebherî'nin *Islâh*'taki sözlerini okumaya muvaffak olduk. Ebherî de bahsi geçen çürüklükten berîdir. Allah doğru yola ulaştırandır. Biz de gereken yerde hem şeklin ispatının tamamlanması ve hem de iddia ettiğimiz şeye ispat olması için Ebherî'nin sözlerini zikredeceğiz. Onun bu konudaki izahları *Tahrîr*'dekinden daha kısa ve ünü daha azdır.”⁵⁶⁸ Kadıızâde'nin Ebherî ve *Islâh* savunusundaki bu vaadini yerine getirmesi *Eşkâl*'in 18. Şekline tekabül eder. 18. Şeklin sonunda Kadıızâde “Meşhur

⁵⁶⁶ Kâdîzâde er-Rûmî, *Şerhu Eşkâlî't-te'sîs*, 49.

⁵⁶⁷ Ragıp Paşa Kütüphanesi 919, 205b.

⁵⁶⁸ Kâdîzâde er-Rûmî, *Şerhu Eşkâlî't-te'sîs*, 65.

musaderenin söz verilen burhânının yeri burasıdır” diyerek *Islâh*’ın I.28 sonuna eklenen *ziyâdesini* birebir alıntılar.⁵⁶⁹ Kadızâde’nin *Islâh*’tan doğrudan alıntı yaptığı bir diğer kısım, gelenek içinde *eş-şeklu’l-me’mûnî* diye bilinen “bir üçgende iki açı birbirine eşitse, bu açıları gören kenarlar da birbirlerine eşittirler, kenarlar uzatıldığında tabanın altında oluşan dış açılar da birbirlerine eşittirler” önermesinin birinci şıkkının aksi olan I.6 (*Eşkâl*’de 7. Şekil) şekline şerhinde yapar. *Islâh*’ın ziyâdelerini incelediğimiz bölümde ifade edildiği üzere Ebherî’nin 2. Ziyâdesi I.6 şeklinden sonra gelir ve Me’mûnî’nin 2. Şıkkının aksini ispatlar. Kadızâde de *Eşkâl Şerhi*’nin 7. Şeklinde *Islâh*’ın bu ziyadesine “İkincinin (yani Me’mûnî’nin 2. şıkkının) tersini musannif (Semerkandî) de Eukleides de ihtiyaç olmadığı için ispat etmemişlerdir. *Islâh* Sahibi ise ziyâde olarak (metinde *alâ sebîli’t-teberru*) zihni keskinleştirmek için bu aksi de ispat etmiştir. Bizim de aynı amaç için zikretmemizde sakınca yoktur.” diyerek doğrudan *Islâh*’tan alıntı yapar.⁵⁷⁰

Islâh’ın tespit edebildiğimiz kadarıyla kendinden sonraki metinlere tesiri bu kadarla sınırlıdır. Buradan da şu sonucu çıkarabiliriz: Nüsha sayısının azlığından anlaşıldığı kadarıyla *Islâh*’ın doğrudan etkisi çok sınırlı olsa da İslam dünyasında geometriye dair en yaygın metin olan *Eşkâlü’t-te’sîs* ve Kadızâde *Şerhi* üzerinden küçük bölümlerinin dolaylı etkisi çok büyüktür.

⁵⁶⁹ Kâdîzâde er-Rûmî, 119-24.

⁵⁷⁰ Kâdîzâde er-Rûmî, 82-83.

4. ISLÂH METNİ

Bu bölümde, bir önceki bölümde iki versiyonu bulunduğu gösterilen *Islâh*'ın ikinci ve son versiyonunun tahkikli neşri yapılacaktır. Metni vermeden evvel, tahkik yöntemine dair nüsha özelliklerinden kaynaklı bazı bilgiler vermek gerekmektedir.

4.1 Metnin Tahkikinde İzlenen Yöntem ve Nüshalara Dair Hususiyetler

Islâh nüshalarına dair ayrıntılı tavsif ilgili başlıkta verildiği için oraya havale ederek, bu başlıkta metin neşri yöntemi ve nüshaların *Elemanlar* geleneğine ait bazı hususiyetlerine değinilecektir. Nüshalara dair verilen bilgilerde işaret edildiği üzere, metnin günümüze ulaşan 3 nüshasından ikisi *Islâh II* versiyonuna ait nüshalardır. (CBL Ar. 3424 ve Arkeoloji Müz. 596) Bu iki nüshanın ferağ kayıtlarına bakıldığı zaman bir nüshanın doğrudan diğerinden istinsah edildiği anlaşılmaktadır. Ebherî'nin başka bazı eserlerinin istinsahını yaptığını ve müellife nüshaları arz edip kontrol ettirdiğini bildiğimiz talebesi Necmeddîn Katibî'nin bu *Islâh* istinsahında (CBL Ar. 3424 nüshası) müellif Ebherî'nin herhangi bir kaydı yer almaz. Fakat Katibî ferağ kaydında müellif hattı nüshadan kopyaladığını belirtir. Matematik bilimler için son derece büyük önemi haiz notasyon yazımında herhangi bir hata bulunmaması nüshanın dikkatli bir istinsah sürecinden geçtiğini göstermektedir. Dolayısıyla bu metin neşrinde, CBL Ar. 3424 esas nüsha olarak kabul edilmiş ancak aşağıda geleceği üzere bazı nüsha hususiyetlerinden dolayı Arkeoloji Müzesi 596 nüshası ile de mukabele edilmiştir. Bu sebeple metin neşri bir *editio princeps* kabul edilebileceği gibi müellif hattı nüsha ile irtibatlı birden fazla nüsha ile mukabele edildiği ve nüsha farklarına değinildiği için tahkikli bir metin neşri olarak da kabul edilebilir.

Ayrıca her bir şekil içinde, öncül olarak kullanılan ve sonucuna zımnen atıf yapılan şekillerin makale ve şekil numaraları satır üstünde surhla (kırmızı mürekkep) gösterilmiştir. Şayet bu atıflar Ebherî'nin asıl nüshasında bulunuyorsa -Nîsâbûrî'nin *İhtisâr* dîbâcesindeki ifadeleri hatırlanacak olursa- *İslâh*'ın bu usulde de *İhtisâr*'ı takip ettiğini gösterir.

İslâh'ta karşımıza çıkan ve çağdaş *Elemanlar* neşir ve tercümelerinde kullanılan⁵⁷¹ yönteme büyük benzerlikler gösteren atıf sistemine misal vermek gerekirse; “bir noktadan bir çizgiye eşit uzunlukta bir çizgi çizme”nin gösterildiği I.2 şeklinde amel adımı içindeki işlemlerden birinde “bir eşkenar üçgen çizelim” denir. Bu cümlemin bittiği yerde satır üstünde (ل) işareti konur ki bu, ilgili ifadenin ispatının ya da çizim yolunun 1. şekilde gösterildiğini belirtir. Şayet makale içi bir atıf değil, başka makalede ispatı yapılmış bir teoreme ya da çözümü gösterilmiş bir probleme atıf yapılacaksa önce makale numarası, daha sonra şekil numarası verilir. Mesela III.2 şeklinin amel adımı işlemlerinde hem III.1 şekline hem de I.17 ve I.18 şekillerine atıflar vardır. Bu durumda III.1 şekli aynı makale içinde yer aldığı için yalnızca (ل) işaretiyle, I.16 ve I.18 şekillerine de sırasıyla (ب) ve (ج) işaretleriyle atıf yapılır. Nüshadaki bu atıflar metin neşrinde parantez içine alınan üst simgelerle ve makale ve şekil sayılarını ayırt edebilmek için aralarına bir nokta konulmuştur. III.2 örneği üzerinden gidecek olursak, I.16 ve I.18'e yapılan atıflar (ل.ب) ve (ل.ج) olarak gösterilmiştir.

Katibî'nin istinsahı CBL Ar. 3424 nüshasının tavsifinden hatırlanacağı üzere bu nüsha üst taraftan su aldığı için büyük bölümünde sayfaların ilk satırlarının mürekkepleri silinmiştir. Fakat surhla yapılan, notasyonlar üzerindeki küçük işaretler ve atıf işaretleri su alan satırlar dâhil her satırda okunabilmektedir. Büyük bölümü su alan

⁵⁷¹ Bu sistem, Tûsî'nin bazı *Tahrîr* nüshalarında da bulunmaktadır. Tıpkıbasımı yapılan Feyzullah Efendi 1359 numaralı nüsha da bunlardan biridir. Bkz. et-Tûsî, *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*.

bu satırlardaki okunamayan kelimeler Arkeoloji Müzesi 596 numaralı nüsha ile mukabele esnasında tamamlanmış ve ayırt edilebilmesi için < > işaretleri arasına alınmıştır.

Nüshada matematik bilimlere dair metinlerdeki teamüllere uygun olarak şekil numaraları ebced rakamları ile gösterilmiş, metin neşrinde bu harfler korunmakla birlikte metnin kolay anlaşılması ve takibi için ilgili şeklin sözel ifadesi köşeli parantez içinde [] yeniden ifade edilmiştir. Ayrıca tanımlarda olduğu gibi gerekli durumlarda köşeli parantez içinde numaralandırma yapılmıştır.

4.2 Islâh Metni

/[١ظ] بسم الله الرحمن الرحيم

رَبِّ تَمِّمْ بِفَضْلِكَ^١

الحمد لله على تتابع آلائه وتوالي نعمائه، والصلاة على رسوله محمد خاتم أنبيائه.

وبعد، فهذا إصلاح لكتاب الأسطُقسَّات في الهندسة حرَّره لمن له رغبة صادقة في حلِّه وعزيمة جازمة على تحصيله وضممت إليه ما يتم به الكتاب من تقرير المهملات^٢ وحلِّ الشكوك واختلاف الأوضاع^٣ وسائر ما لا بدَّ منه واستعنت بالله وليَّ التوفيق وهو حسبنا ونعم المعين.

المقالة الأولى

[١-] النقطة شيء ذو وضع لا جزء له.

[٢-] والخط طول بلا عرض.

[٣-] وطرفاه نقطتان.

[٤-] والخط المستقيم هو الذي إذا فرضت عليه نقط كم كانت فإنها بأسرها تكون على سمت واحد، أي لا تكون بعضها أرفع وبعضها أخفض وإذا ذكرنا الخط مطلقاً كان مرادنا المستقيم.

[٥-] والبسيط ما له طول وعرض فقط.

[٦-] وأطرافه خطوط.

[٧-] والبسيط المسطح هو الذي إذا فرض فيه خطوط كثيرة كانت^٤ جميعها في سمت واحد، أي لا تكون بعضها مرتفعاً وبعضها منخفضاً.

^١ ب: ويسر

^٢ م: المهمات.

^٣ ب: أوضاع الأشكال؛ م: الأوصاف.

^٤ م - كانت.

- [٨-] والزاوية المسطّحة هي التي يحيط بها خطّان مستقيمان متّصلان لا على الاستقامة.
- [٩-] وإذا قام خطّ مستقيم على خطّ مستقيم وصير الزاويتين اللتين عن جنبتيه متساويتين فالخطّ القائم يسمّى عموداً على الآخر.
- [١٠-] والزاويتان كلّ واحدة منهما يسمّى قائمةً.
- [١١-] والمنفرجة زاوية أعظم من القائمة.
- [١٢-] والحادة زاوية أصغر من القائمة.
- [١٣-] الشكل ما أحاط به حدٌّ أو حدود.
- [١٤-] والدائرة شكل مسطّح يحيط به خطّ واحد في داخله نقطة. كلّ الخطوط المستقيمة الخارجة منها إلى المحيط متساوية.
- [١٥-] وتلك النقطة تسمّى مركز الدائرة.
- [١٦-] وقطر الدائرة خطّ مستقيم من المحيط إلى المحيط مارّاً بالمركز.
- [١٧-] ونصف الدائرة شكل يحيط به خطّ مستقيم مارّاً بالمركز ومقدار [٢و] من المحيط.
- [١٨-] والشكل المستقيم الخطوط هو الذي تحيط به خطوط مستقيمة ويسمّى كلّ واحد منها ضلعاً،
- [١٩-] والمثلث شكل تحيط به ثلاثة خطوط مستقيمة، فنه المتساوي الأضلاع، ومنه المتساوي الساقين وهو الذي يتساوى ضلعان منه فقط، ومنه المختلف الأضلاع وكلّ ضلع من المثلث يسمّى بالنسبة إلى الآخرين قاعدة.
- [٢٠-] والمثلث القائم الزاوية هو الذي تكون فيه زاوية قائمة، والمنفرج الزاوية هو الذي تكون فيه زاوية منفرجة، والحادّ الزوايا هو الذي يكون كلّ واحدة من زواياه الثلاث حادةً.
- [٢١-] وذوات الأضلاع الأربعة، هو الذي تحيط بها أربعة خطوط مستقيمة.
- [٢٢-] فنه المربع المطلق، وهو المتساوي الأضلاع القائم الزوايا.
- [٢٣-] ومنه المستطيل، وهو القائم الزوايا الغير المتساوي الأضلاع.
- [٢٤-] ومنه المعين، وهو المتساوي الأضلاع المختلف الزوايا.

[٢٥-] ومنه الشبيه بالمعيّن، وهو الذي كلّ ضلعين متقابلين من أضلاعه متساويان، وكذا كلّ زاويتين متقابلتين⁵ من زواياه متساويتان وليس متساوي الأضلاع ولا قائم الزوايا.

[٢٦-] ومنه المنحرف، وهو المخالف لهذه الأربعة.

[٢٧-] والخطّ الخارج من إحدى زوايا هذه الأشكال إلى الزاوية التي تقابلها يقال له قطر الشكل.

[٢٨-] والشكل الكثير الأضلاع هو الذي تحيط به خطوط فوق أربعة، وأسماءه بحسب أضلاعه، كالخمس والمسدّس وغير ذلك.

[٢٩-] والخطّان المتوازيان هما اللذان على بسيط واحد ولو أُخرجت في كلتي الجهتين على الاستقامة لم يلتقيا. وربّما يقال الخطّان المتوازيان هما الخطّان اللذان في بسيط واحد، ولو أُخرجا على الاستقامة إلى غير النهاية كان البعد بينهما دائماً بعداً واحداً.

[٣٠-] والبعد أقصر خطّ يصل بينهما.

تقرير مقدمات وضعها أوقليدس في صدر هذه المقالة

المقدّمة الأولى: يمكن أن نوصل بخطّ مستقيم من كلّ نقطة إلى كلّ نقطة.

وبيانها أن نتخيّل نقطة ثالثة منطبقة على إحدى النقطتين، وتوهم أنّها تحرّكت / [٢ظ] من تلك النقطة إلى الأخرى فالمسافة التي توهمنا حركة تلك النقطة عليها طول لا عرّض له، وأوضاع النقط التي تفرض عليها تكون كلّها في سمت واحد فهو خطّ مستقيم.

الثانية: يمكن أن نلصق بطرف كلّ خطّ مستقيم خطّاً مستقيماً.

وبيانها أن نفرض نقطة في الجهة التي فيها طرف الخطّ كيف اتّفقت ونصل بينها وبين طرف الخطّ بخطّ مستقيم، فإن لم تحدث منهما زاوية فهو على استقامته، وإن حدث فيدير الخطّ إلى أن يبطل الزاوية فيقع على استقامته، وهكذا يمكن خروجه بالتوهم إلى غير النهاية.

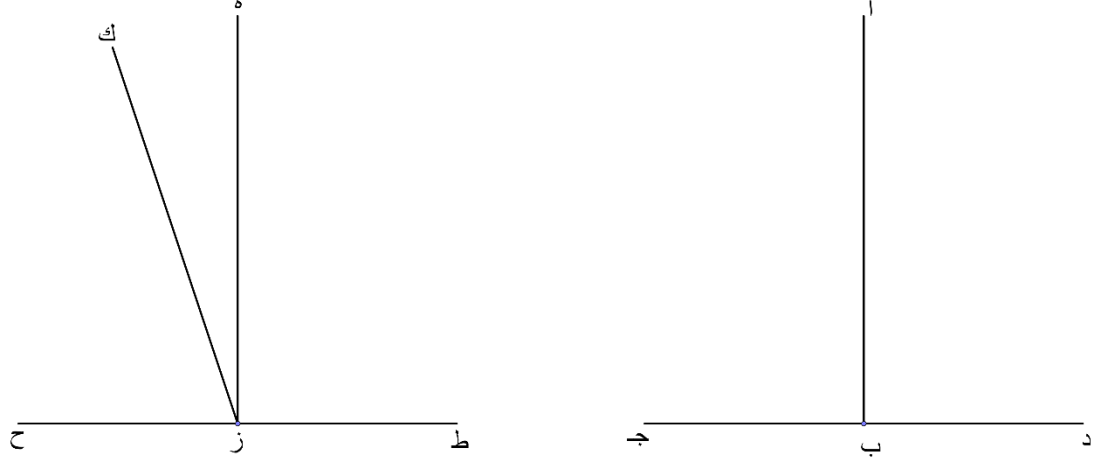
الثالثة: يمكن أن نخطّ على كلّ نقطة وبأيّ بعد كان دائرة.

وبيانها أنّا إذا أردنا أن نخطّ على نقطة دائرة ببعد مخصوص، نفرض على ذلك البعد نقطة ونصل بينهما بخطّ مستقيم ثمّ توهم حركة الخطّ مع ثبات طرفه الذي نريد أن نجعله مركزاً إلى أن يعود إلى وضعه الأوّل، فنرسم من حركة طرفه الآخر محيط دائرة.

الرابعة: الزوايا القوائم كلّها متساوية.

⁵ م - كلّ زاويتين متقابلتين.

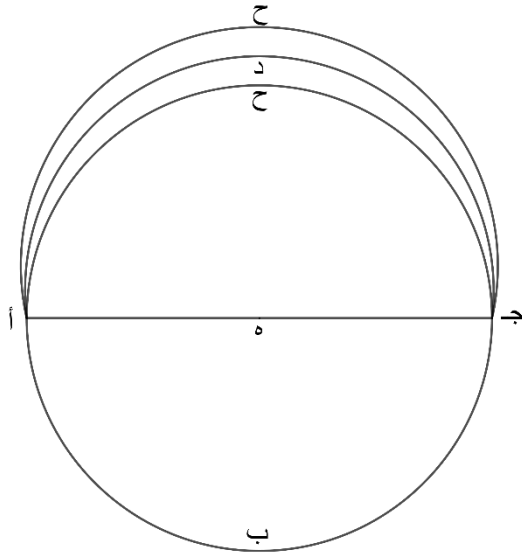
ولنفرض أنّ زوايا أ ب ج، أ ب د، ه ز ط، ه ز ح قوائم، فأقول: إنّ زاويتي أ ب ج، أ ب د مثل زاويتي ه ز ط، ه ز ح؛



لأنّنا نضع نقطة ب على ز ونخطّ د ج على خطّ ط ح سواء انطبق طرفه على طرفه أو لم ينطبق، فلا بدّ وأن يقع أ ب على ه ز، سواء وقع نقطة أ على ه أو لم يقع؛ وإلا فليقع أ ب مثل ز ك فتقع زاوية أ ب ج مثل ك ز ح و أ ب د مثل ك ز ط فك ز ح مثل ك ز ط، و ه ز ح أعظم من ك ز ح؛ أعني من ك ز ط، فه ز ح أعظم من ه ز ط، هذا خلف.

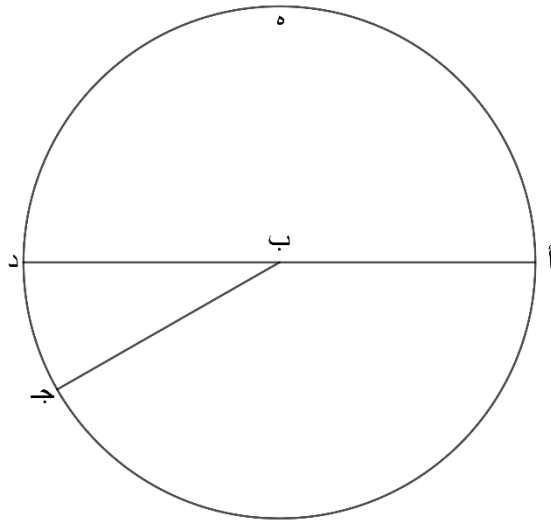
الخامسة: لا يمكن أن يتصل خطّ مستقيم بخطّين مستقيمين على استقامتهما.

ونبّه هذه المقدمة بتقديم مقدّمة أخرى وهي: أنّ قطر كلّ دائرة يقسم محيطها بنصفين، وليكن أ ج ماراً بمركز دائرة أ ب ج د وهو نقطة ه، فأقول: إنّ أ ج يقسم محيط أ ب ج د بنصفين [٣٠]



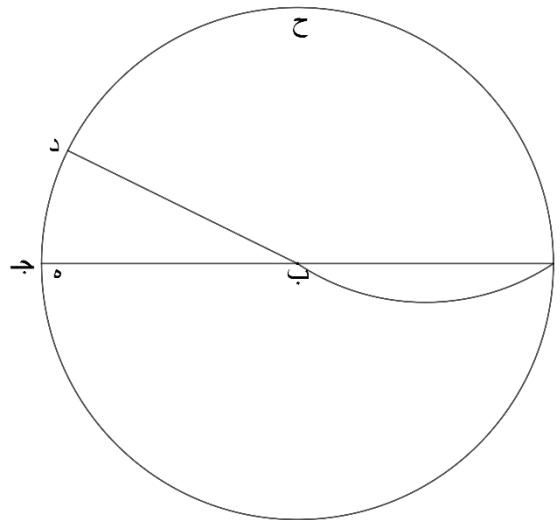
لأنّا نتوهم إدارة قوس أ ب ج إلى أن نضعها على السطح الذي فيه الدائرة في الجهة الأخرى فلا بدّ وأن يقع قوس أ ب ج على قوس أ د ج، وإلا فليقع مثل أ ح ج داخل الدائرة أو خارجاً عنها، فيخرج خطّ ه ح نقطّ ه ج يساوي ه ح ويساوي ه د فه ح يساوي ه د، هذا خلف. فقوس أ ب ج لا بدّ وأن ينطبق على أ د ج، فهما متساويتان. ومن هذا تبين أنّ زاوية أ ج ب مثل زاوية أ ج د.

وإذا تقرّرت هذه المقدمة فنقول: لا يمكن أن يتصل بخطّ مستقيم خطّان مستقيمان على استقامته،



وإلا فليكن خطّ أ ب متصلاً بخطّي ب ج، ب د على استقامتهما، فإن كانت الخطوط متساوية فنجعل ب مركزاً، وببعد ب د دائرة. فلأنّ أ ب د قطر الدائرة، فقوس أ ه د نصف المحيط، فقوس أ ه د ج أعظم من نصف المحيط، ولأنّ أ ج قطر الدائرة، فقوس أ ه د ج نصف المحيط، وقد كان أعظم منه، هذا خلف. وإن لم يكن متساوية فنجعل ب مركزاً وببعد الأقصر؛ وليكن ب ج دائرة، وتبين الخلف كما مرّ. فخطّان مستقيمان لا يتصلان بخطّ على استقامته.

السادسة: خطّان مستقيمان لا يحيطان بسطح واحد.



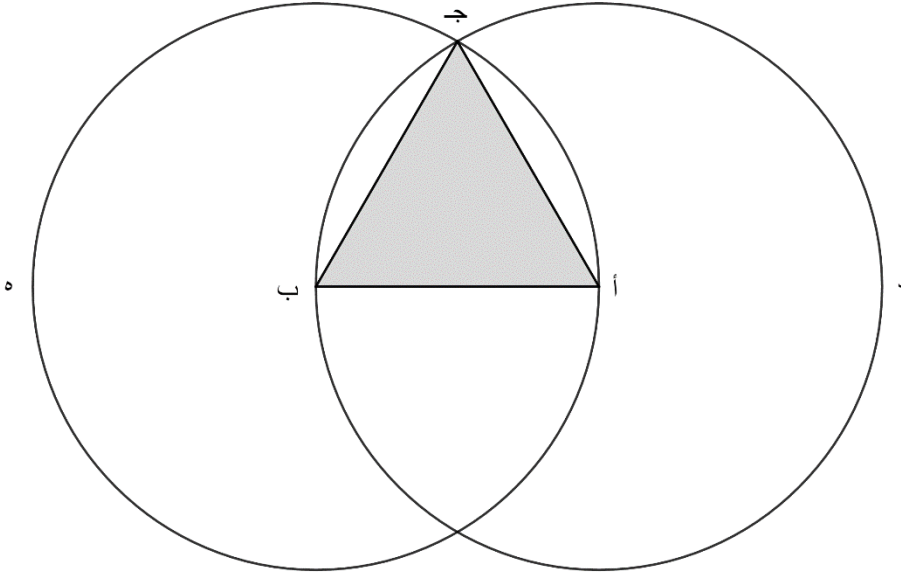
والإفليكن خطاً أ ب محيطين بسطح، فنجعل ب مركزاً ويبعد ب أ دائرة أ ح د ج ونخرج خطي ب ج ،
ب د على استقامتهما إلى محيط الدائرة. فلأن أ د قطر الدائرة، فقوس أ ح د نصف المحيط، فقوس أ ح ج
أعظم من نصف المحيط؛ ولأن أ ج قطر الدائرة فأح ج نصف المحيط، وقد كان أعظم منه، هذا خلف.
ولو فرض التقاؤهما على نقطة هـ فنجعل ب مركزاً، ويبعد ب هـ دائرة، وتبين الخلف كما مرّ. ولو فرض التقاؤهما
على / (٣ظ) نقطة كانت الزاوية التي يحيط بها نصف المحيط مع أحد القطرين أعظم من الزاوية التي يحيط بها
النصف الآخر مع القطر الآخر، هذا خلف. فخطان مستقيمان لا يحيطان بسطح.

وقد وضع أوقليدس مع هذه المقدمات مقدّمةً أخرى وهي: أنّ الخطّين المستقيمين إذا وقع عليهما خطّ، وصيّرَ الزاويتين اللتين في جهة واحدة أقلّ من قائمتين فإنّ الخطّين يلتقيان في تلك الجهة. وبيناهما سيأتي فيما بعد،⁷ إن شاء الله تعالى.

أ [الشكل الأول]

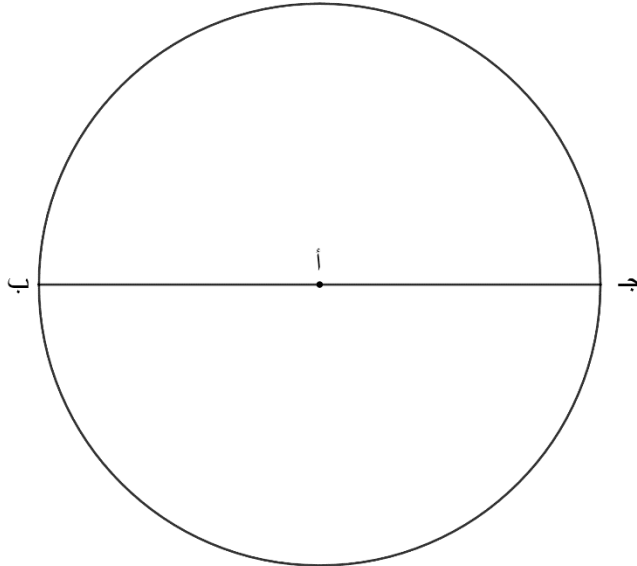
نريد أن نعمل على خطّ أ ب المتناهي الطرفين مثلثاً متساوي الأضلاع.

7 م - فيما بعد.



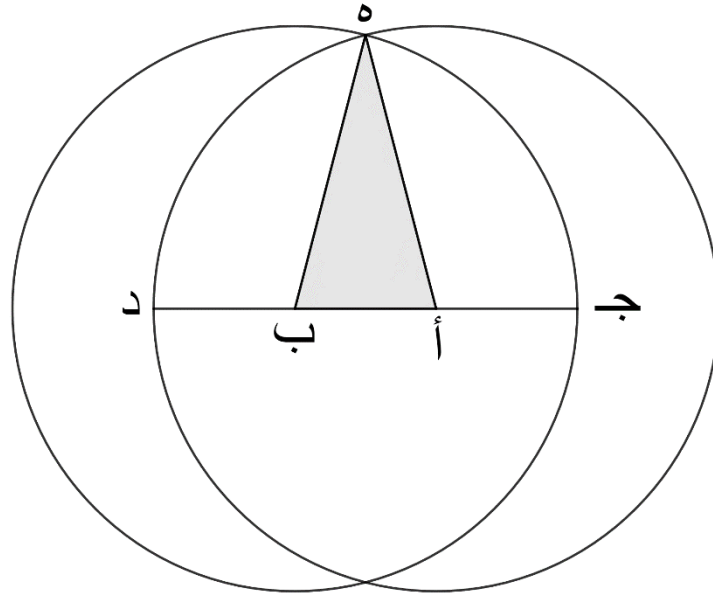
فنجعل نقطة أ مركزاً، ونبعد أ ب دائرة ب ج د؛ ونجعل ب مركزاً، ونبعد ب أ دائرة أ ج هـ، فتتقاطع الدائرتان لا محالة؛ لمرور محيط كل واحدة منهما بمركز الأخرى. فنصل من التقاطع وهو نقطة ج خطي ج أ، ج ب. فلأن خطي أ ج، ج ب خرجا من المركز إلى المحيط، فهما متساويان. وكذا خطا ب أ، ب ج خرجا من المركز إلى المحيط فهما متساويان. فثلث أ ب ج متساوي الأضلاع معمول على خط أ ب، وذلك ما أردنا بيانه.

زيادة: نريد أن نعمل على خط مفروض مثلثاً متساوي الساقين، فتقدم عليه مقدّمة، وهي هذه:



خط أ ب مفروض، نريد أن نخرج من نقطة أ خطاً مساوياً لخط أ ب على استقامته. فنجعل نقطة أ مركزاً، ونبعد أ ب دائرة ونخرج ب أ على استقامته إلى المحيط فأ ج، أ ب خرجا من المركز إلى المحيط، فهما متساويان.

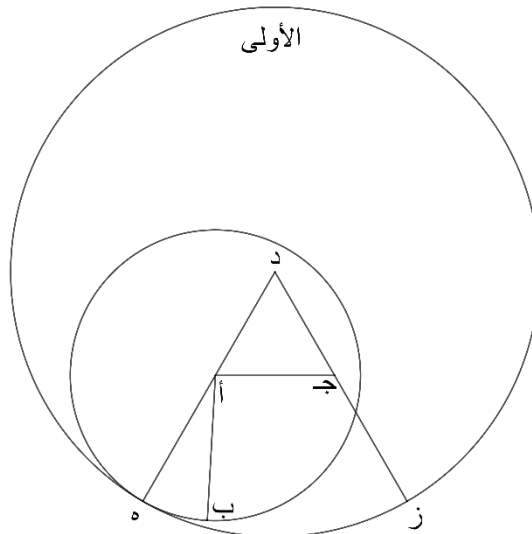
وإذا تقرّرت هذه المقدّمة، فيمكن أ ب مفروضاً، ونريد أن نعمل عليه مثلاً / [٤و] متساوي الساقين



فنخرج من نقطة أ خطاً مساوياً لخط أ ب وهو أ ج، ومن نقطة ب خطاً مساوياً لخط أ ب وهو ب د، ونجعل أ مركزاً و**ب** بعد أ دائرة د هـ، ونجعل ب مركزاً و**ب** بعد ب دائرة ج هـ. فلأن أ د أطول من أ ج فتقع نقطة ج داخل دائرة د هـ، و**ب ج أطول من ب د فتقع نقطة د داخل دائرة ج هـ، فيمرّ محيط إحدى الدائرتين داخل الأخرى، فتتقاطع الدائرتان؛ وليكن تقاطعهما على نقطة هـ، فنصل أ هـ، ب هـ. فلأن أ ج مثل ب د فأ د مثل ب ج و**ب ج مثل ب هـ فأ د مثل ب هـ، وأ هـ مثل أ د، فأ هـ مثل ب هـ. فثلث أ هـ ب متساوي الساقين. وذلك ما أردنا بيانه.****

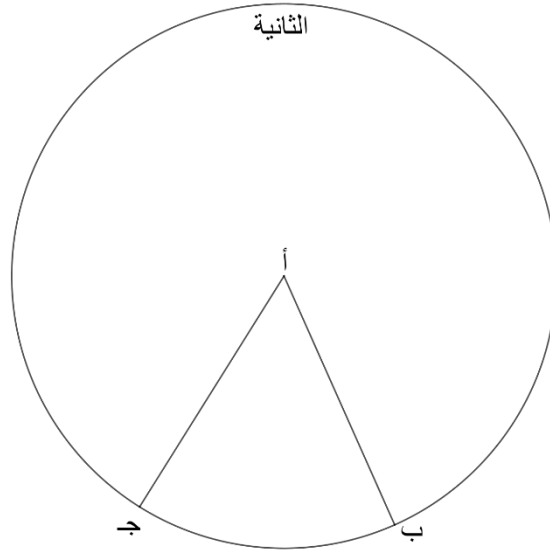
ب [الشكل الثاني]

نريد أن نخرج من نقطة ج المفروضة خطاً يساوي خط أ ب المفروض.



فصل أ ج ونعمل عليه مثلثاً متساوي الأضلاع^(٨)، وليكن أ ج د. ونجعل أ مركزاً وب دائرة ب ه، ونخرج د أ على الاستقامة إلى محيط الدائرة وليلقاه على نقطة ه. ونجعل د مركزاً وب دائرة د ه ز، ونخرج د ج على استقامته إلى أن يلقى محيطها وليلقاه على نقطة ز. فلأن د ه، د ز خرجا من المركز إلى المحيط، فهما متساويان. ود ج مثل د أ، ف ز ج مثل أ ه، وأ ه يساوي أ ب؛ لأنهما^٨ خرجا من المركز إلى المحيط، ف ز ج يساوي أ ب. هذا إذا كانت النقطة خارج الخط كما في الصورة الأولى، وهو الوضع الذي ذكره أوقليدس.

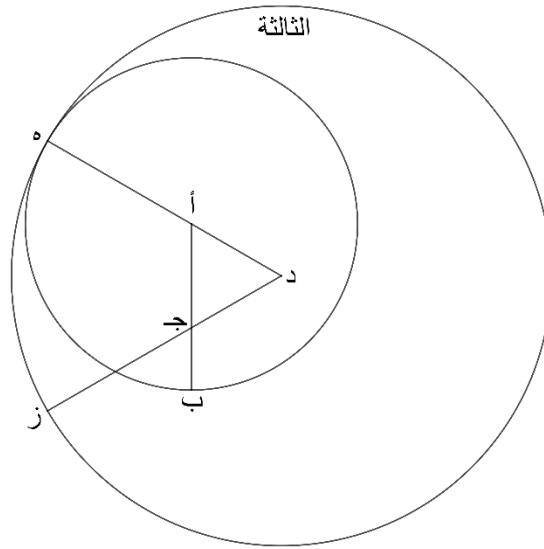
وأما إذا كانت النقطة طرف الخط مثل نقطة أ التي هي طرف خط أ ب كما في الصورة الثانية



فنجعل أ مركزاً وب دائرة أ ب ج ونخرج أ ج. فلأن أ ب، أ ج خرجا من المركز إلى المحيط، فهما متساويان.

وأما إذا كانت على الخط، ولم يكن طرفاً له مثل نقطة ج على خط أ ب كما في الصورة الثالثة

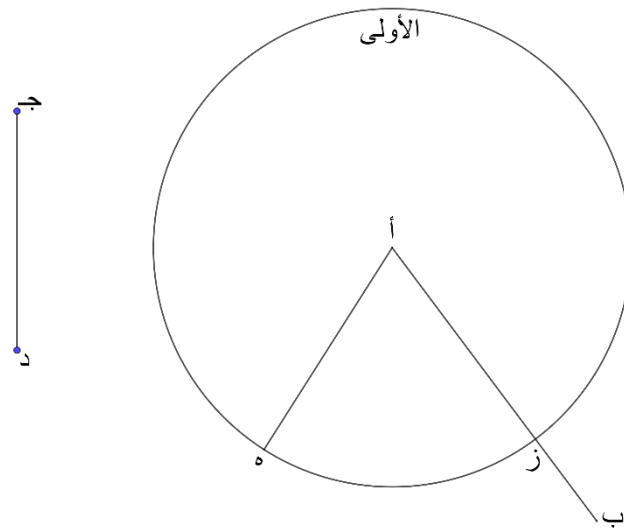
^٨ م: إنهما.



فنعمل على أ ج مثلثاً / [٤ ظ] متساوي الأضلاع وليكن أ د ج، ونجعل أ مركزاً و**ب** دائرة ب هـ ونخرج د أ بالاستقامة إلى محيط الدائرة، وليلقاه على نقطة هـ ونجعل د مركزاً و**د هـ** دائرة هـ ز ونخرج د ج إلى محيطها، وليلقاه على نقطة ز. فلأن د ز مثل د هـ، ود ج مثل د أ، فج ز مثل أ هـ الذي هو مثل أ ب، فج ز مثل أ ب. وذلك ما أردنا بيانه.

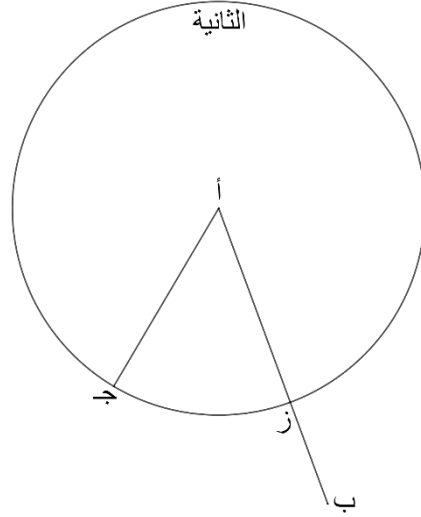
جـ [الشكل الثالث]

نريد أن نفصل من أطول الخطّين مثل أقصرهما.



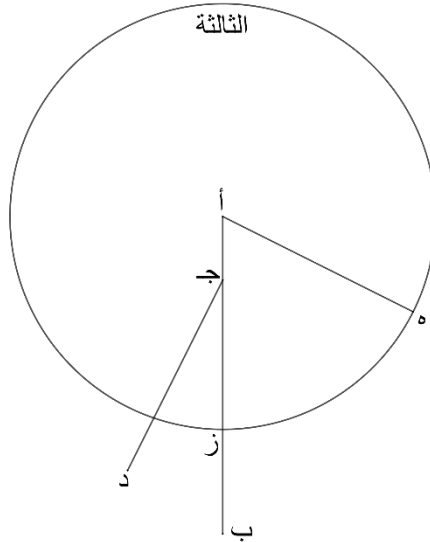
وليكن أ ب أطول من ج د، ونريد أن نفصل من أ ب مثل ج د، فنخرج من نقطة أ خطًا مثل خط ج د (ب) وليكن خط أ هـ، ونجعل أ مركزًا و**ب**بعد أ هـ دائرة أ هـ، أ ز خرجا من المركز إلى المحيط، فهما متساويان. وأ هـ مثل ج د، فأز مثل ج د. هذا إذا لم يكن أحدهما واقعًا على الآخر، كما في الصورة الأولى.

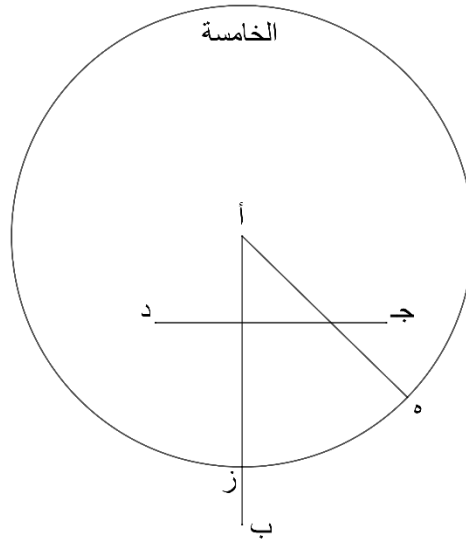
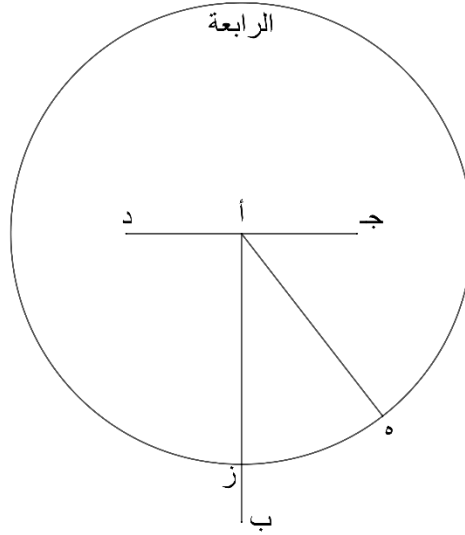
وأما إذا كان أحدهما واقعًا على الآخر، فإن يلاقي طرفاهما مثل خطي أ ب، أ ج كما في الصورة الثانية



وليكن أ ج أقصرهما، فنجعل أ مركزًا و**ب**بعد أ ج دائرة، فأز مثل أ ج.

وإن لم يتلاق طرفاهما كما في الصور الثلاثة الأخرى



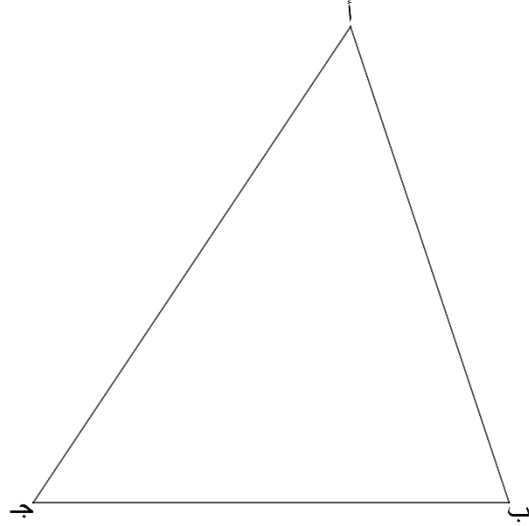
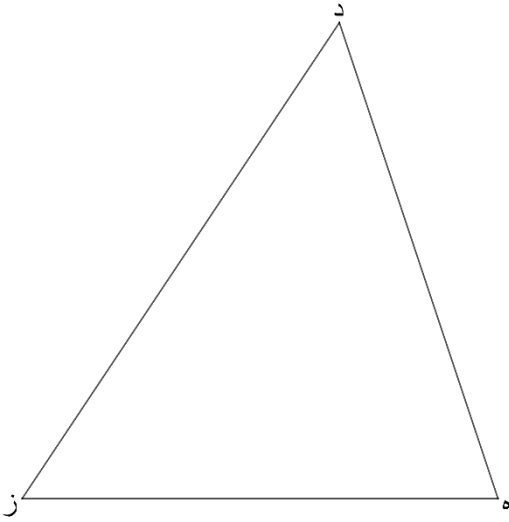


فبيانه قريب ممّا مرّ، وهو أن نخرج من نقطة أ خطّا مثل جـ د، وليكن أ هـ، ونجعل أ مركزاً ويبعد أ هـ دائرة هـ
 ز فأ ز مثل أ هـ، أعني جـ د، وذلك ما أردنا بيانه.

/ [هـو]

د [الشكل الرابع]

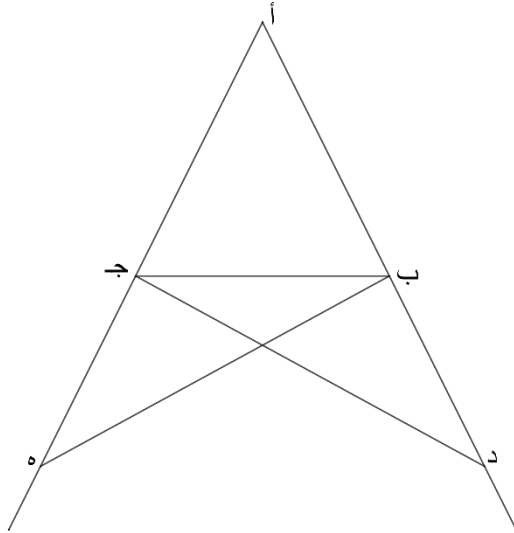
ضلعا أ ب، أ جـ من مثلث أ ب جـ مثل ضلعي د هـ، د ز من مثلث د هـ ز وزاوية أ مثل زاوية د، فأقول:
 إنّ قاعدة ب جـ مثل قاعدة هـ ز وزاوية ب مثل زاوية هـ، وزاوية جـ مثل زاوية ز، والمثلث مثل المثلث؛



لأننا¹⁰ نطبّق ضلع أ ب على د ه، فيقع ضلع أ ج على د ز، فلا بدّ وأن يقع ب ج على ه ز، وإلا فيقع مختلفاً، فخطّان مستقيمان يحيطان بسطح، هذا خلف. فالقاعدة تقع على القاعدة. فالأضلاع والزوايا متساوية¹¹ كلّ لنظيره، والمثلث مثل المثلث، وذلك ما أردنا بيانه.

هـ [الشكل الخامس]

ساقا أ ب، أ ج من مثلث أ ب ج متساويان. فأقول: إنّ زاويتي فوق القاعدة وهما أ ب ج، أ ج ب متساويتان. وإذا أُخرج ساقا أ ب، أ ج بالاستقامة فإنّ زاويتي تحت القاعدة وهما د ب ج، ب ج ه متساويتان؛



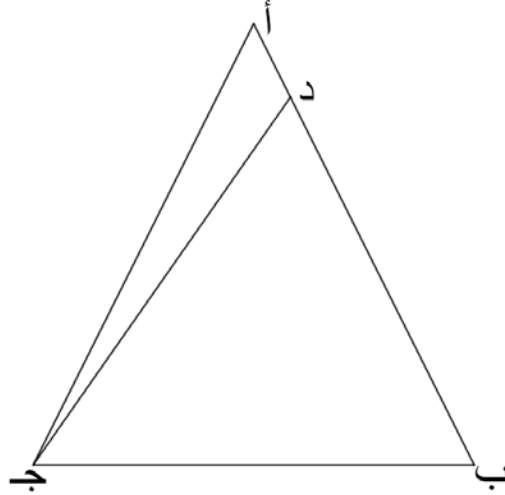
¹⁰ م: لا.

¹¹ م: متشابه.

لأننا نفرض على خط $\underline{ب د}$ نقطة $\underline{د}$ ، ونفصل $\underline{ج ه}$ مثل $\underline{د ب}$.^(ج) ونصل $\underline{ب ه}$ ، $\underline{ج د}$ فلأن $\underline{أ ب}$ مثل $\underline{أ ج}$ و $\underline{ب د}$ مثل $\underline{ج ه}$ ف $\underline{أ د}$ مثل $\underline{أ ه}$ فد $\underline{أ}$ ، $\underline{أ ج}$ مثل $\underline{ه أ}$ ، $\underline{أ ب}$ وزاوية $\underline{أ مشتركة}$ ، فقاعدة $\underline{د ج}$ مثل $\underline{ب ه}$ ، وزاوية $\underline{أ ج د}$ مثل $\underline{أ ب ه}$ وزاوية $\underline{د مثل زاوية ه}$ ^(د) ولأن $\underline{ضلعي د ب}$ ، $\underline{د ج}$ مثل $\underline{ضلعي ه ج}$ ، $\underline{ه ب}$ وزاوية $\underline{د مثل زاوية ه}$ ، فزاوية $\underline{د ج ب}$ مثل $\underline{ه ب ج}$ ، وزاوية $\underline{د ب ج}$ مثل $\underline{ه ج ب}$.^(د) فننقص $\underline{ه ب ج}$ ، $\underline{د ج ب}$ من $\underline{ه ب أ}$ ، $\underline{د ج أ}$ يبقى زاويتا $\underline{أ ب ج}$ ، $\underline{أ ج ب}$ متساويتان، فزاويتا فوق القاعدة متساويتان. وكذا زاويتا تحت القاعدة، وذلك ما أردنا بيانه.

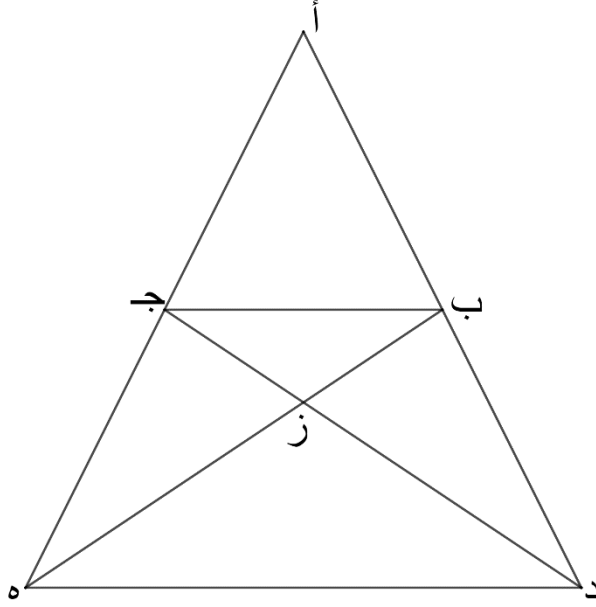
و [الشكل السادس]

زاويتا $\underline{أ ب ج}$ ، $\underline{أ ج ب}$ اللتان فوق القاعدة من مثلث $\underline{أ ب ج}$ متساويتان، فأقول: إن ساق $\underline{أ ب}$ ، $\underline{أ ج}$ متساويتان؛



وإلا فليكن أحدهما أطول، وليكن $\underline{أ ب}$ أطول من $\underline{أ ج}$ ، فنفصل $\underline{ب د}$ مثل $\underline{أ ج}$ ،^(ج) ونصل $\underline{د ج}$ ، فلأن $\underline{أ ج}$ ، $\underline{ج ب}$ مثل $\underline{ب د}$ ، $\underline{ب ج}$ وزاوية $\underline{أ ج ب}$ مثل $\underline{أ ب ج}$ ، فمثلث $\underline{أ ج ب}$ مثل مثلث $\underline{د ب ج}$.^(د) فالكل والجزء [هـ] متساويان، هذا خلف. فساقا $\underline{أ ب}$ ، $\underline{أ ج}$ متساويان، وذلك ما أردنا بيانه.

زيادة: وأما عكس الدعوى الثانية من الشكل¹² المتقدم، وهو أنه إذا أخرج ساقا المثلث، وكان زاويتا تحت القاعدة متساويتان، فإن الساقين متساويتان. فقد تركه أوقليدس؛ لعدم حاجته إليه في بيان الأشكال.

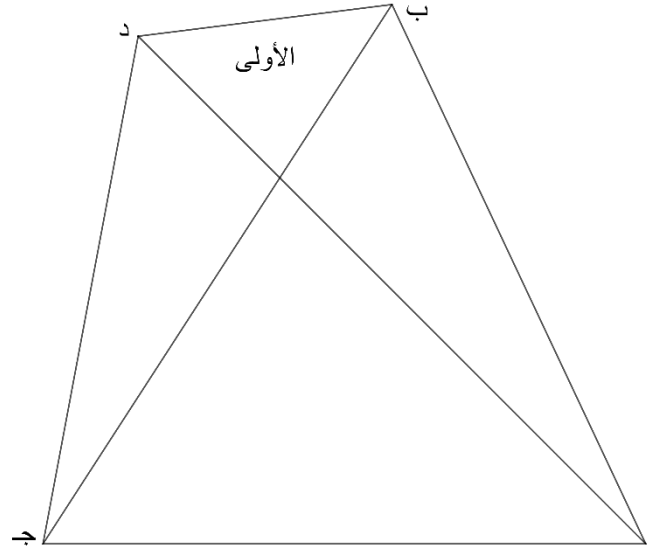


فلئن طلب طالبٌ كيفيةَ بيانه، فطريقه أن نقول: مثلاً أ ب ج إذا أُخرج منه ساقاً أ ب، أ ج وحدث زاويتا د ب ج، ه ج ز متساويتين، فأقول: إنَّ ساقِي أ ب، أ ج متساويان؛ لأنَّنا نفرض على خطِّ ب د نقطة، ولتكن د، ونفصل ج ه مثل ب د،^(د) ونصل ب ه، ج د، د ه؛ فلأنَّ د ب،¹³ ب ج مثل ه ج، ج ب. وزاوية د ب ج مثل ه ج ب، فقاعدة د ج مثل قاعدة ب ه، وزاوية د ج ب مثل ه ب ج (د) فيبقى زاوية د ج ه مثل د ب ه؛ ولأنَّ د ب، ب ه مثل ه ج، ج د. وزاويتا د ب ه، د ج ه متساويتان، فزاويتا ب د ه، ج د ه متساويتان. (د) فأد، أ ه متساويان (د) وب د مثل ج ه فأب مثل أ ج، وذلك ما أردنا بيانه.

ز [الشكل السابع]

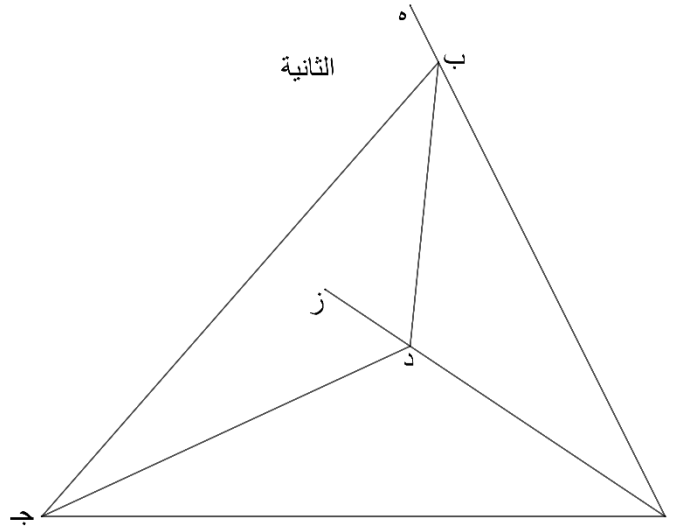
لا يمكن أن نخرج من طرفي خطِّ واحد خطَّان يلتقيان على نقطة، وخطَّان آخران مساويان للخطَّين الأولين كلَّ لنظيره، ويلتقيان على نقطة أخرى؛

¹³ م: د ز.



وإلا فلنخرج خطاً أ ب، ج ب من طرفي خطّ أ ج،¹⁴ ويلتقيان على نقطة ب، وخطّان آخران يساويان لهما وهما أ د، ج د، ويلتقيان على نقطة أخرى، ولتكن هي نقطة د. فنصل ب د؛ فلأنّ ساقَي أ ب، أ د متساويان، فزاويتا أ ب د، أ د ب فوق القاعدة متساويتان،^(٥) فزاوية ج ب د أقلّ من أ د ب، فزاوية ج ب د أقلّ كثيراً من ج د ب،¹⁵ هذا خلف؛ لأنّ ساقَي ج ب، ج د متساويان، فزاويتا فوق القاعدة متساويتان.^(٥) هذا إذا لم يقع أحد المثلثين داخل الآخر / [٦] كما في الصورة الأولى.

وأما إذا وقع أحدهما داخل الآخر كما في الصورة الثانية،



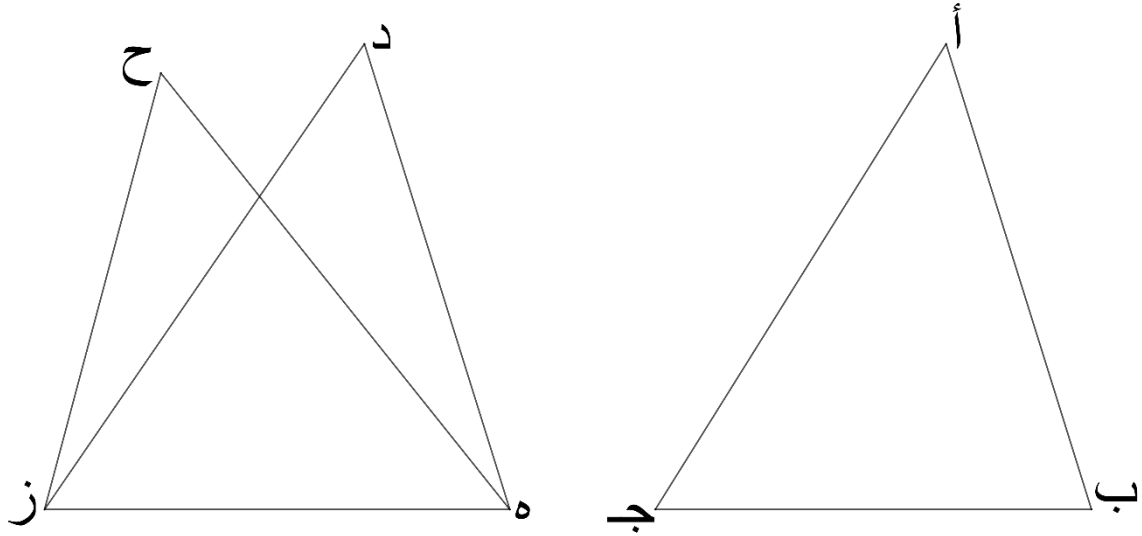
¹⁴ م: آخر.

¹⁵ م: د د ب

فصل ب د، ونخرج أ ب بالاستقامة؛ فلأنّ ساق أ ب، أ د متساويان، فزاويتا تحت القاعدة وهما ه ب د، ز د ب متساويتان،^(٥) فزاوية ج ب د أقلّ من ز د ب، فزاوية ج ب د أقلّ^{١٦} كثيرا من ج د ب، هذا خلف؛ لأنّ ساق ج ب، ج د متساويان، فزاويتا فوق القاعدة متساويتان،^(٥) فلا يمكن أن نخرج من طرفي خطّ واحد خطّان يلتقيان على نقطة، وخطّان آخران يساويان الخطّين الأولين، ويلتقيان على نقطة أخرى، وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن]

ضلعا أ ب، أ ج من مثلث أ ب ج مثل ضلعي د ه، د ز من مثلث د ه ز، وقاعدة ب ج مثل ه ز، فأقول: إنّ زاوية أ مثل زاوية د؛



لأنّا نطبّق^{١٧} ب ج على ه ز، فتقع نقطة أ على د؛ وإلا فليقع مثل ه ز ح، فقد خرج من طرفي خطّ ه ز خطّا ه د، ز د،^{١٨} والتقيّا على نقطة د، وخطّان آخران مساويان لهما، والتقيّا على غير تلك النقطة، هذا خلف.^(٥) فلا بدّ وأن تقع نقطة أ على نقطة د، فتنتطبق الزاوية على الزاوية فهما متساويان، وذلك ما أردنا بيانه.

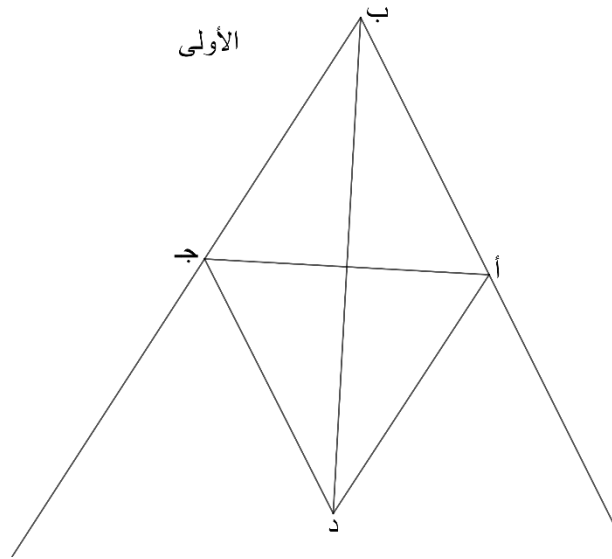
ط [الشكل التاسع]

نريد أن ننصف زاوية أ ب ج المستقيمة الخطّين،

^{١٦} م + من.

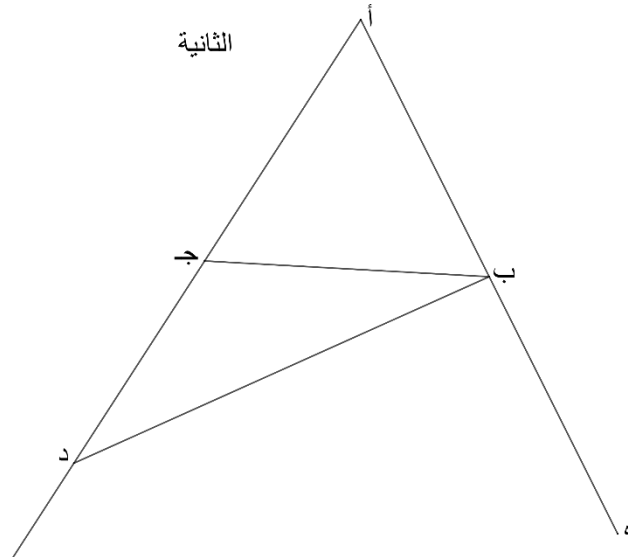
^{١٧} م: سطق.

^{١٨} م: ز ط.

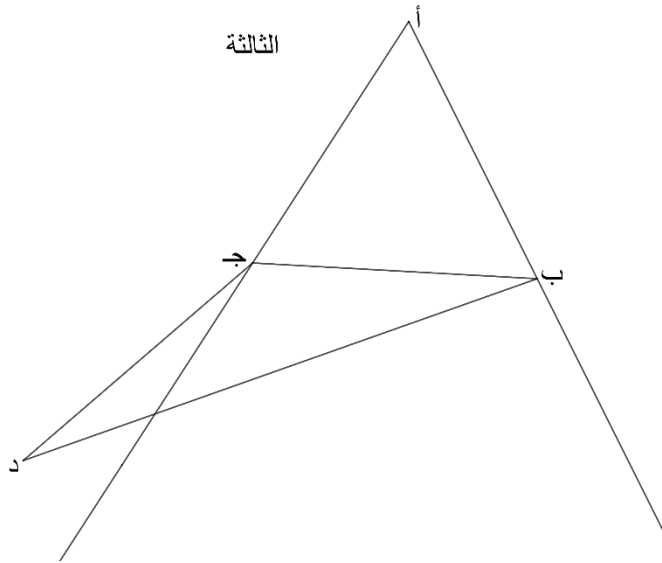


فنفرض على أحد الخطّين المحيطين بها نقطة كيف اتّفقت، ولتكن هي نقطة أ، ونفصل ب ج مثل أ ب، (٦) ونصل أ ج، ونعمل على أ ج مثلثًا متساوي الأضلاع^(١) في الجهة المقابلة للزاوية، وليكن هو مثلث أ د ج، ونصل ب د؛ فلأنّ أ ب، ب د مثل ج ب، ب د، وقاعدة أ د مثل قاعدة ج د، فزاوية أ ب د مثل ج ب د ب.د. (٧)

وهذا الشكل فيه شكّ، وهو أن يقال: هذا إنّما يصحّ أن لو كان نقطة د تقع فيما بين الخطّين المحيطين / [٦ ظ] بالزاوية كما في الصورة الأولى، ولم لا يجوز أن تقع نقطة د على أحد الخطّين كما في الصورة الثانية، أو خارج الخطّين كما في الصورة الثالثة؟ وجوابه أن يقول: لو وقع نقطة د على أحد الخطّين كما في الصورة الثانية،

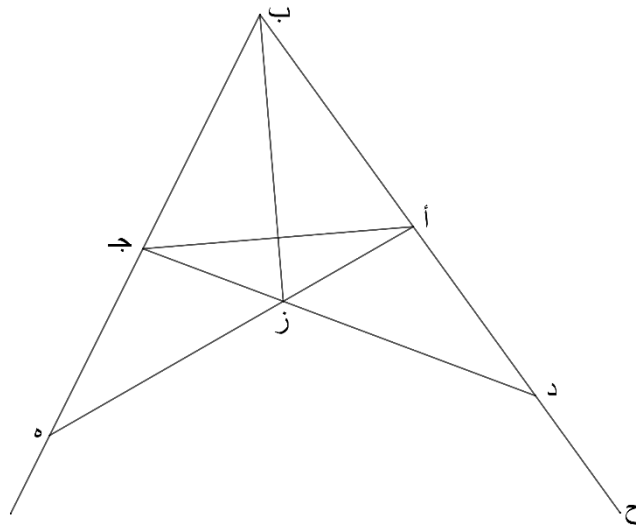


كان زاويتا د ج ب، د ب ج متساويتان لتساوي الساقين، فزاوية ه ب ج أعظم من د ج ب، هذا خلف؛ لأنّ ساقي أ ج، أ ب متساويان، فزاويتا تحت القاعدة متساويتان،^(٥) وكذلك لو وقع نقطة د خارج الخطّين كما في الصورة الثالثة،



كان زاويتا د ج ب، د ب ج متساويتان،^(٥) فزاوية ز ج ب أقل من ز ب ج، فزاوية ز ج ب أقل كثيراً من ه ب ج، هذا خلف؛ لأن ساقَي أ ب، أ ج متساويتان، فزاويتا تحت القاعدة متساويتان.^(٥) فلا بد وأن تقع نقطة د فيما بين الخطّين المحيطين بالزاوية، وذلك ما أردنا بيانه.

زيادة: طريق آخر في تنصيف الزاوية من غير أن نعمل مثلثاً متساوي الأضلاع على وتر الزاوية، ولتكن الزاوية¹⁹ أ ب ج، ونريد أن نقسمها بنصفين،

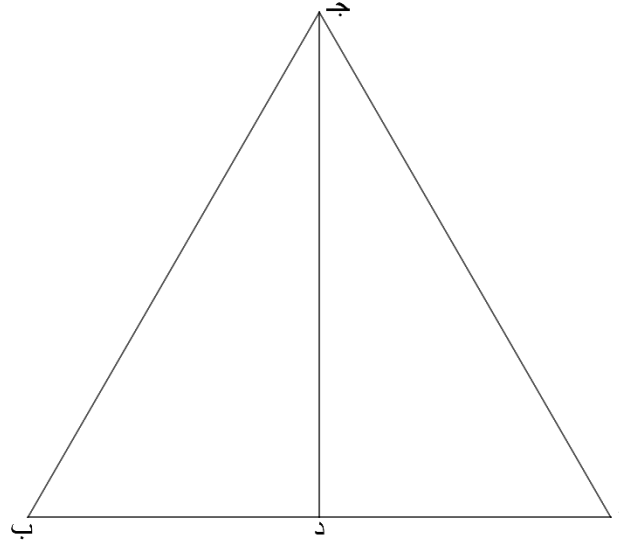


فنفرض على أ ب نقطة كيف اتفقت، ولتكن هي نقطة أ، ونفصل ب ج مثل أ ب،^(ج) ونصل أ ج، ونفرض على أ ح نقطة د، ونفصل ج ه مثل أ د،^(ج) ونصل أ ه، د ج، ب ز، فلأن د ب، ب ج مثل ه ب، ب أ وزاوية د ب ج مشتركة، فقاعدة د ج مثل أ ه، وزاوية أ د ج مثل ج ه أ،^(د) ولأن أ د، د ج مثل ج ه، ه أ، وزاويتا د ه، ه ج متساويتان؛ فزاوية د ج أ مثل ه أ ج،^(د) فساقتا ز ه، ز ج متساويتان،^(٥) فز د مثل ز ه؛

¹⁹ م - من غير أن نعمل مثلثاً متساوي الأضلاع على وتر الزاوية، ولتكن الزاوية.

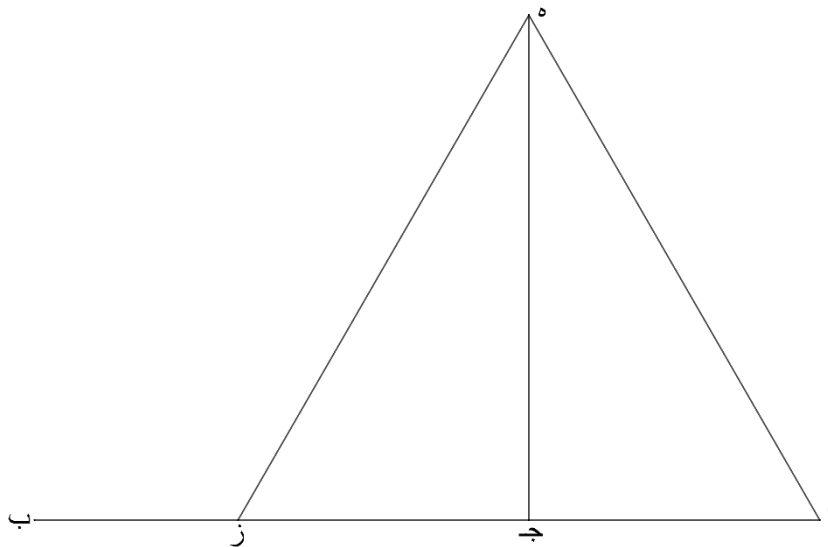
ولأنّ ز د، د ب مثل ز ه، ه ب، وزاوية د مثل زاوية ه، فزاويتا أ ب ز، ز ب ج متساويتان،^(د) وذلك ما أردنا بيانه.

ي [الشكل العاشر]
نريد أن ننصف خطّ أ ب،



فنعمل عليه مثلثا متساوي الأضلاع^(١) وليكن هو مثلث أ ب ج ونقسّم زاوية ج بنصفين بخطّ ج د؛^(ط) فلأنّ أ ج، ج د مثل ب ج، ج د وزاويتا ج متساويتان فقاعدة أ د مثل د ب،^(د) وذلك ما أردنا بيانه.

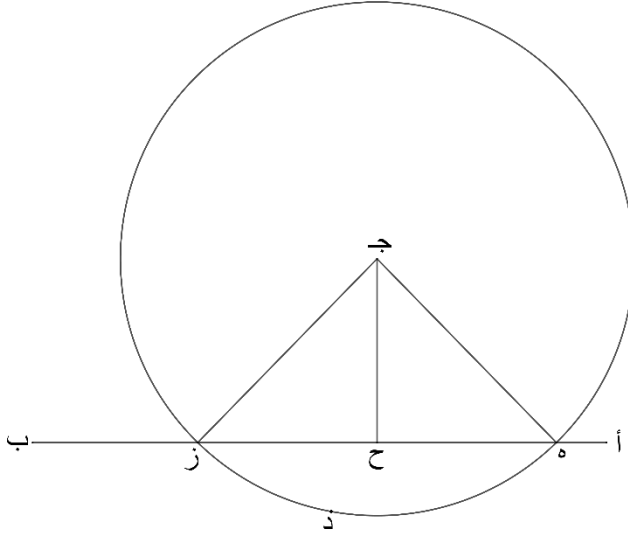
يا [الشكل الحادي عشر]
نريد أن نخرج من نقطة من خطّ أ ب عموداً عليه:



فنفرض عليه نقطة، ولتكن نقطة جـ، ونفصل جـ ز مثل جـ أ، (جـ) ونعمل على أ ز مثلًا متساوي الأضلاع،^(١) وليكن هو مثلث أ هـ ز، ونصل هـ جـ فلأن أ جـ، جـ هـ مثل ز جـ، جـ هـ، وقاعدة²⁰ أ هـ مثل قاعدة ز هـ، فزاويتا جـ متساويتان، (حـ) وذلك ما أردنا بيانه.

يب [الشكل الثاني عشر]

نريد أن نخرج من نقطة جـ الخارجة من خطّ أ ب عمودًا عليه:



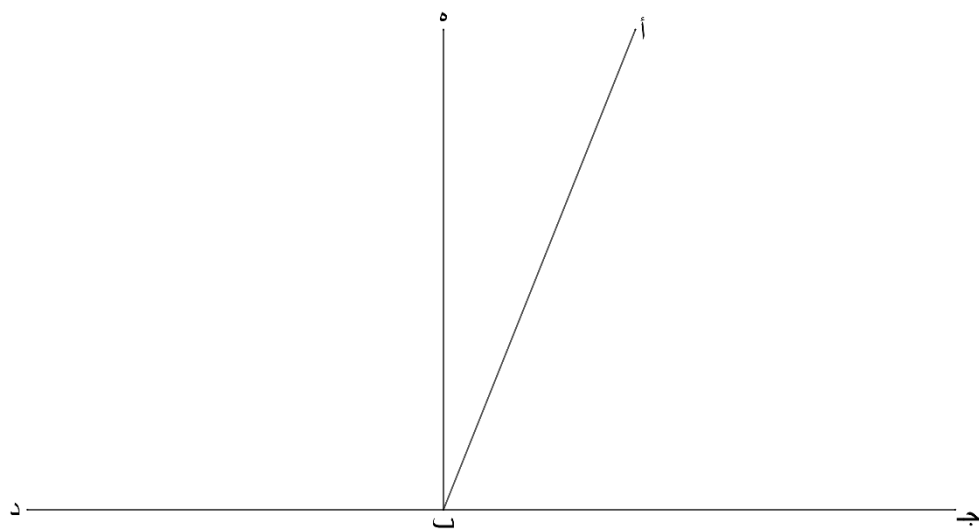
فنفرض في الجهة الأخرى من خطّ أ ب نقطة، ولتكن هي نقطة د، ونجعل جـ مركزاً، وبعده جـ د دائرة د هـ ز ونخرج أ ب إلى أن يلقى محيطها من الجانبين، ولتكن الملاقاة على نقطتي هـ، ز، ونصل جـ هـ، جـ ز، ونصّف زاوية هـ جـ ز بخطّ جـ ح^(ط) فلأن هـ جـ، جـ حـ مثل ز جـ، جـ حـ وزاويتي جـ متساويتان، فزاويتا حـ متساويتان،^(د) فجـ حـ عمودٌ على أ ب، وذلك ما أردنا بيانه.

يج [الشكل الثالث عشر]

كلّ خطّ²¹ وقع على خطّ آخر، فإنّ الزاويتين عن جنبتيه إمّا قائمتين أو مساويتين لهما. أمّا إذا كان عموداً، فإنّ الزاويتين قائمتان، وأمّا إذا لم يكن عموداً مثل أ ب الذي وقع على جـ د، فأقول: إنّ الزاويتين مثل قائمتين؛

²⁰ م: قاعدة.

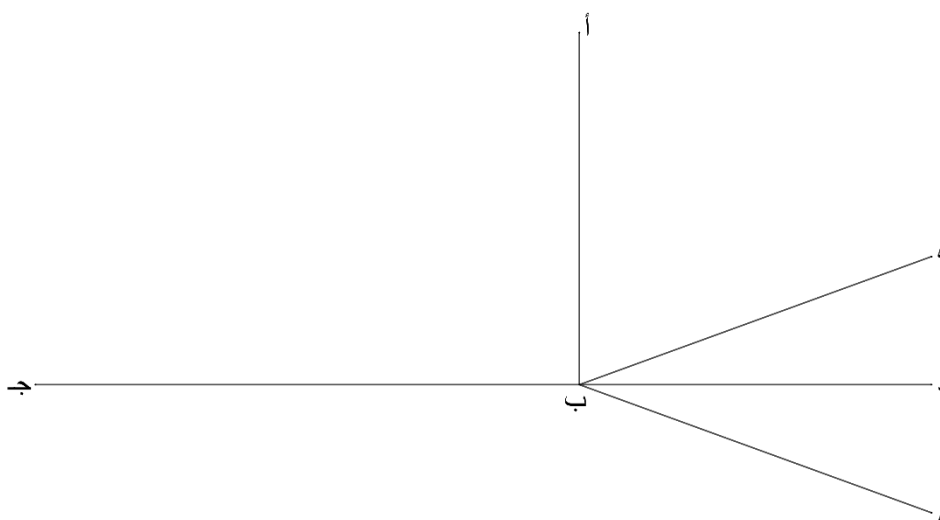
²¹ م + إذا.



لأنّا نخرج من ب عموداً على جـ د،^(١٤) وليكن ب هـ، فزاوية هـ ب د قائمة، والباقي من زاوية أ ب د، وهو زاوية هـ ب أ مع زاوية أ ب جـ قائمة. فزاويتا أ ب د، أ ب جـ مثل قائمتين، وذلك ما أردنا بيانه.

يد [الشكل الرابع عشر]

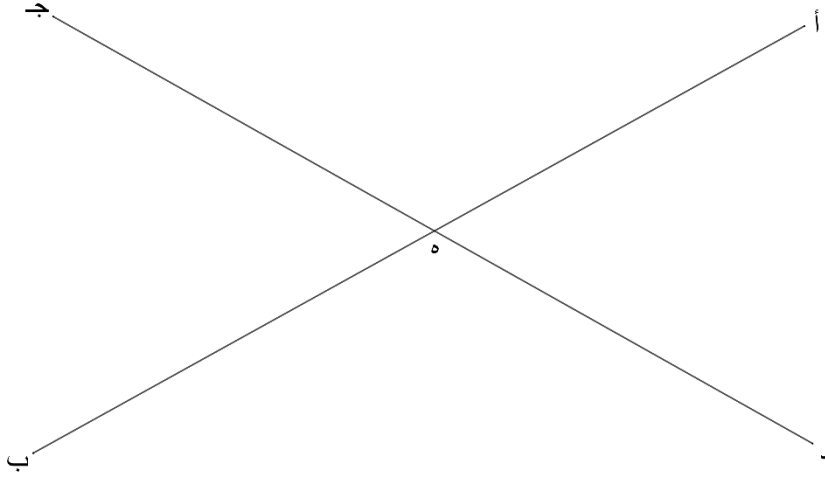
إذا أخرج من طرف خط أ ب، وهو نقطة ب خطاً ب جـ، ب د، وحدث زاويتا أ ب جـ، أ ب د مثل قائمتين، فأقول: إنّ د ب على استقامة ب جـ؛



وإلا فنخرج ب جـ على الاستقامة، فيقع إمّا بين خطّي أ ب، د ب أو خارجاً عن ب د مثل ب هـ فزاويتا أ ب جـ، أ ب هـ مثل قائمتين^(١٥) فزاويتا أ ب جـ، أ ب د مثل أ ب جـ، أ ب هـ. فزاوية أ ب هـ مثل أ ب د، هذا خلف. فد ب على استقامة ب جـ، وذلك ما أردنا بيانه.

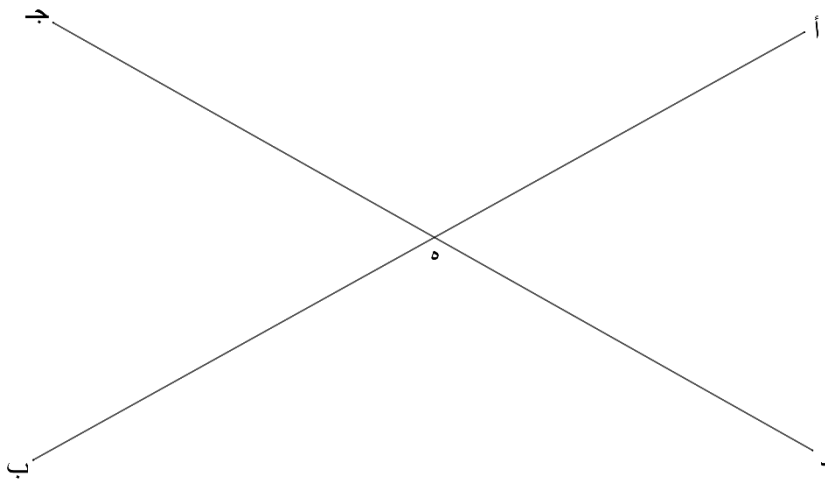
يه [الشكل الخامس عشر]

خطاً أ ب، ج د تقاطعا على نقطة هـ، فأقول: إنَّ كلَّ زاويتين متقابلتين من الزوايا الحادثة عند نقطة هـ متساويتان؛



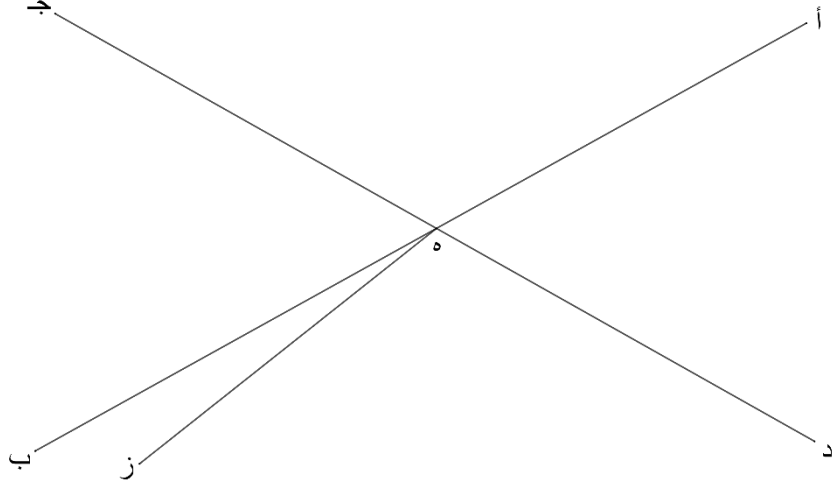
لأنَّ زاويتي أ هـ ج، ج هـ ب مثل قائمتين، ^(١) وكذا زاويتا ج هـ ب، د هـ ب مثل قائمتين، ^(٢) فزاويتا أ هـ ج، ج هـ ب مثل زاويتي ج هـ ب، د هـ ب. فنُسْقِط زاوية ج هـ ب المشتركة تبقى زاوية أ هـ ج مثل زاوية د هـ ب، وكذلك تبين أنَّ زاوية أ هـ د مثل ج هـ ب، وذلك ما أردنا بيانه.

زيادة: إذا وقع على خطِّ أ ب المستقيم خطًّا ج هـ، هـ د وصار زاويتا أ هـ ج، د هـ ب متساويتان، فأقول: إنَّ ج هـ على استقامة د هـ؛



لأنَّ زاويتي أ هـ ج، ج هـ ب مثل قائمتين، ^(١) وزاوية أ هـ ج مثل د هـ ب فزاويتا د هـ ب، ب هـ ج مثل قائمتين فج هـ على استقامة هـ د ^(٢) وأقول أيضًا إنَّ خطوط أ هـ، ج هـ، د هـ، ب هـ إذا تلاقت على هـ وصار

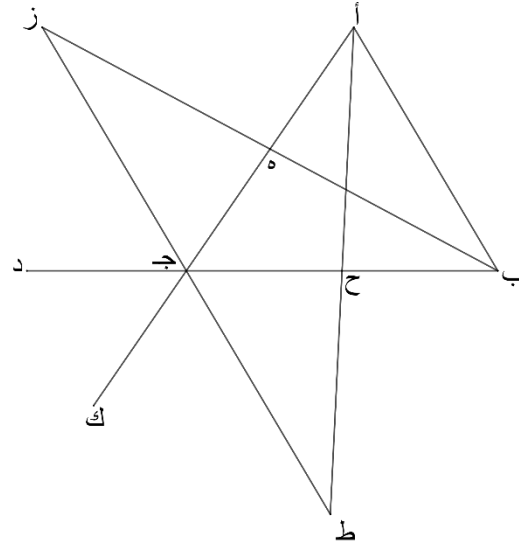
زاوية أ ه د مثل ج ه ب، وزاوية أ ه ج مثل د ه ب، فإنَّ خطَّ ه ب على استقامة أ ه، وإنَّ ج ه على استقامة د ه. أمّا أنَّ ب ه على استقامة أ ه؛



فلأنه لو لم يكن على استقامته، فليكن ز ه على استقامة أ ه، فزاويتا أ ه د، د ه ز مثل قائمتين (ب) فزاويتا أ ه د، د ه ب أعظم من قائمتين وزاويتا أ ه د، د ه ب مثل زاويتي أ ه ج، ج ه ب فزاويتا أ ه ج، ج ه ب أعظم من قائمتين ولأنَّ أ ز خطَّ مستقيم فزاويتا أ ه ج، ج ه ز اللتين حدثتا من وقوع خطَّ ج ه على أ ز مثل قائمتين (ب) فزاويتا أ ه ج، ج ه ب أقلَّ من قائمتين وقد كان أعظم من قائمتين، هذا خلف. ف ب ه على استقامة أ ه. وأمّا أنَّ ج ه على استقامة د ه فلأنَّ أ ب خطَّ مستقيم وزاويتا أ ه د، ج ه ب متساويتان فج ه على استقامة د ه، (لما سبق) وذلك ما أردنا بيانه.

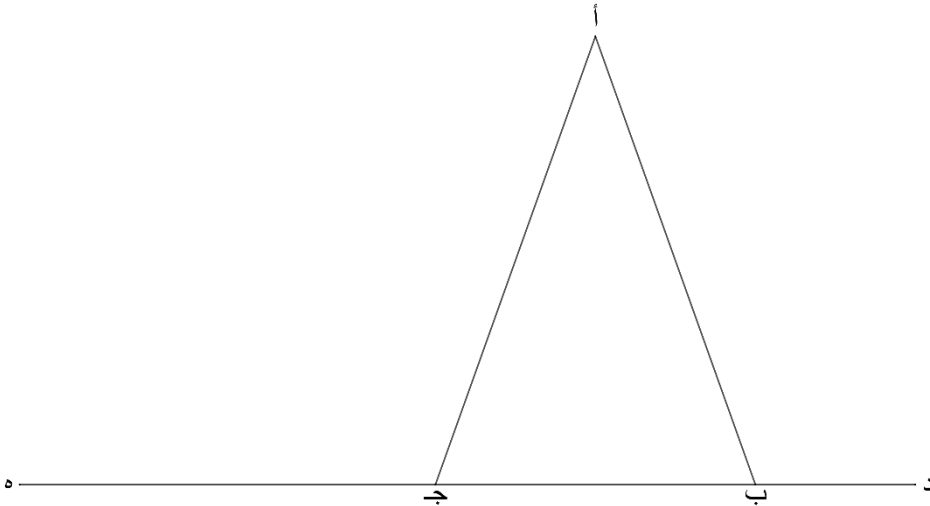
يو [الشكل السادس عشر]

مثلاً أ ب ج قد أخرج منه ضلع ب ج، فأقول: إنَّ زاوية أ ج د الخارجة أعظم من كلِّ واحدة من زاويتي أ، ب.



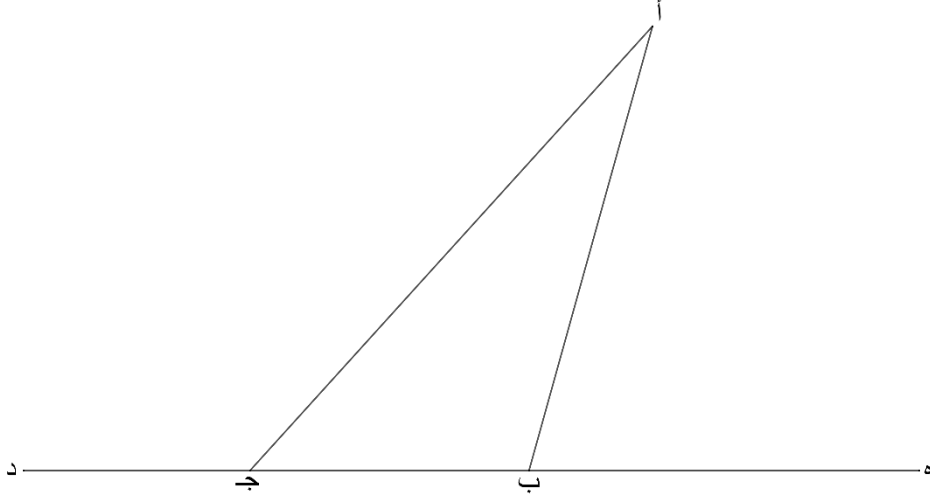
أما أنها أعظم من زاوية أ؛ فلأننا ننصف أ ج،^(٥) وليكن على نقطة ه، ونصل ب ه، ونخرجه بالاستقامة، ونفصل ه ز مثل ب ه،^(٦) ونصل ز ج؛ فلأن أ ه، ه ب مثل ج ه، ه ز وزاوية أ ه ب مثل ج ه ز فزاوية أ مثل زاوية ز ج ه،^(٧) فزاوية د ج أ أعظم من زاوية أ. وأما أنها أعظم من زاوية ب فلأننا ننصف ب ج،^(٨) وليكن على نقطة ح، ونصل أ ح ونخرجه بالاستقامة، ونفصل ح ط مثل أ ح،^(٩) ونصل ج ط، ونخرج أ ج إلى ك؛ فلأن ب ح مثل ج ح و أ ح مثل ح ط، وزاويتا ب ح أ، ج ح ط متساويتان^(١٠) فزاوية أ ب ح مثل ط ج ح ^(١١) فزاوية ك ج ح أعظم من أ ب ح و ك ج ح^{٢٢} مثل أ ج د ^(١٢) فأ ج د أعظم من أ ب ح، وذلك ما أردنا بيانه.

زيادة: لا يمكن أن نخرج من نقطة عمودان على خط؛



وإلا فليخرج من نقطة $\underline{أ}$ خطاً $\underline{أ ب}$ ، $\underline{أ ج}$ عمودان على $\underline{د ه}$. فزاوية $\underline{أ ج ه}$ أعظم من $\underline{أ ب ج}$ ^(٢) مع أنهما قائمتان، هذا خلف.

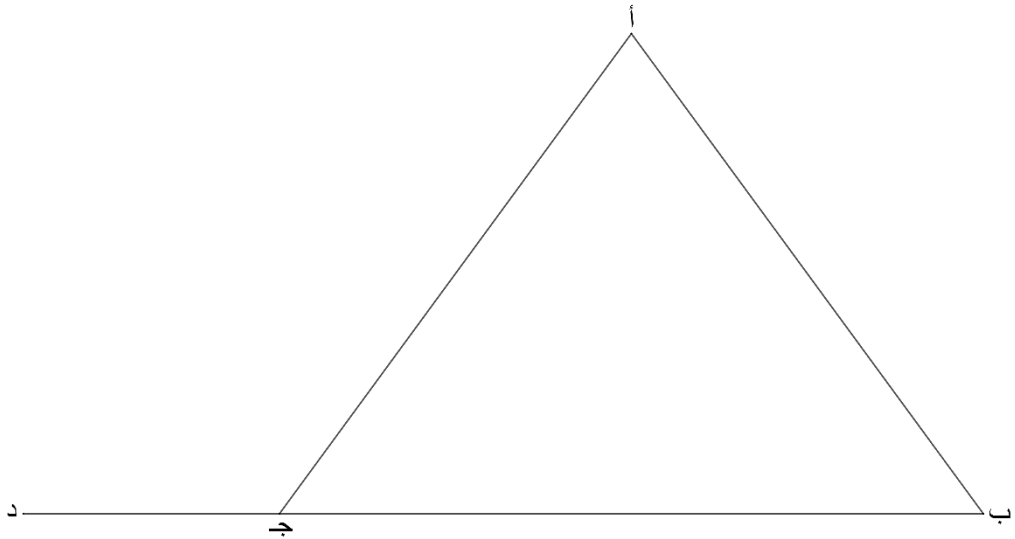
وأقول أيضاً: إذا وقع خط $\underline{أ ب}$ على $\underline{د ه}$ وصير زاوية $\underline{أ ب د}$ منفرجةً و $\underline{أ ب ه}$ حادةً، فالعمود الذي يخرج من نقطة $\underline{أ}$ على $\underline{د ه}$ يقع في جهة الزاوية الحادة؛



وإلا فليقع مثل $\underline{أ ج د}$ زاوية $\underline{أ ج د}$ أعظم من $\underline{أ ب ج}$ ^(٢) فالقائمة أعظم من المنفرجة، هذا خلف. فالعمود يقع في جهة الزاوية الحادة، وذلك ما أردنا بيانه.

يز [الشكل السابع عشر]

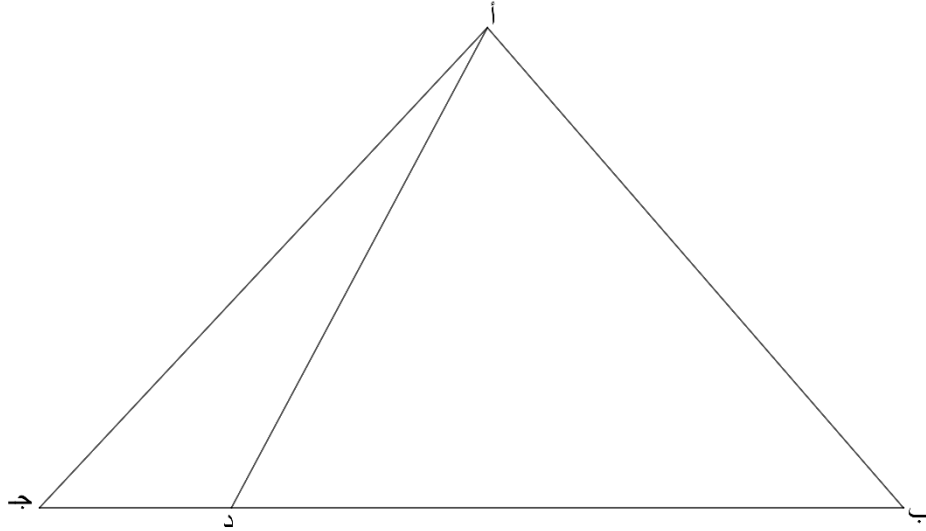
كلّ زاويتين من مثلث فهما أنقص من قائمتين.



فلنخرج ضلع $\underline{ب ج}$ من مثلث $\underline{أ ب ج}$ فزاوية $\underline{أ ج د}$ أعظم من زاوية $\underline{ج أ ب}$ ^(٦) فزاويتا $\underline{أ ج د}$ ، $\underline{أ ج ب}$ أعظم من زاويتي $\underline{أ ج ب}$ ، $\underline{ج أ ب}$ وزاويتا $\underline{أ ج د}$ ، $\underline{أ ج ب}$ مثل قائمتين ^(٧) فزاويتا $\underline{أ ج ب}$ ، $\underline{ب أ ج}$ أقل من قائمتين، وهكذا تبين في البواقي، وذلك ما أردنا بيانه. / [٨ظ]

يح [الشكل الثامن عشر]

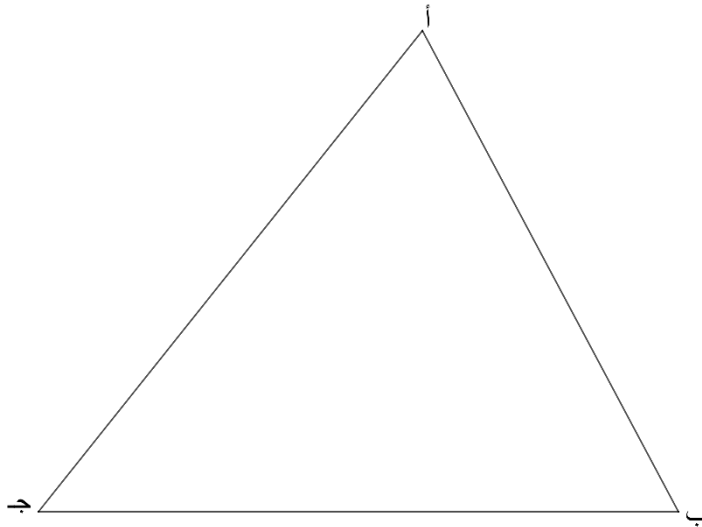
ضلع $\underline{ب ج}$ من مثلث $\underline{أ ب ج}$ أطول من ضلع $\underline{أ ب}$ ، فأقول: إن زاوية $\underline{أ ج ب}$ أعظم من زاوية $\underline{ج ب ج}$ ،



فنفصل $\underline{ب د}$ مثل $\underline{أ ب ج}$ ^(٨) ونصل $\underline{أ د}$ فلأن ساق $\underline{أ ب}$ ، $\underline{ب د}$ متساويتان فزاويتا $\underline{أ د ب}$ ، $\underline{ب د أ}$ متساويتان ^(٩) و $\underline{ب أ ج}$ أعظم من $\underline{ب أ د}$ ف $\underline{أ ج ب}$ أعظم من $\underline{ب د أ}$ و $\underline{ب د أ}$ أعظم من $\underline{ج ب د}$ ^(١٠) ف $\underline{ب أ ج}$ أعظم من $\underline{ج ب د}$ ، وذلك ما أردنا بيانه.

يط [الشكل التاسع عشر]

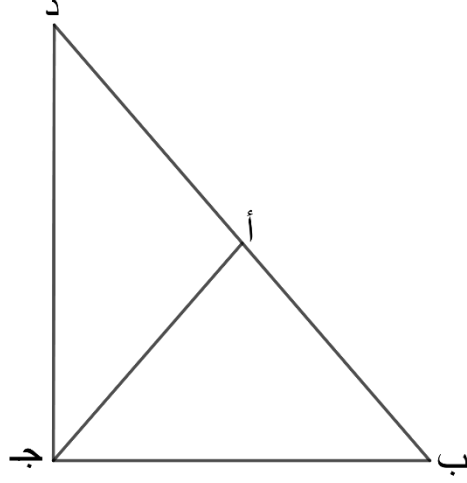
زاوية $\underline{أ ب ج}$ من مثلث $\underline{أ ب ج}$ أعظم من زاوية $\underline{ج ب ج}$ ، فأقول: إن ضلع $\underline{ب ج}$ أطول من ضلع $\underline{أ ب}$ ،



وإلا فليكن ب ج إما مساوياً لـ أ ب أو أقصر منه. فإن كان مساوياً له فزاويتا أ ج مساويتان. ^(٥) وإن كان أقصر منه فزاوية ج أعظم من زاوية أ، ^(٦) هذا خلف. فضلع ب ج أطول من أ ب، وذلك ما أردنا بيانه.

ك [الشكل العشرون]

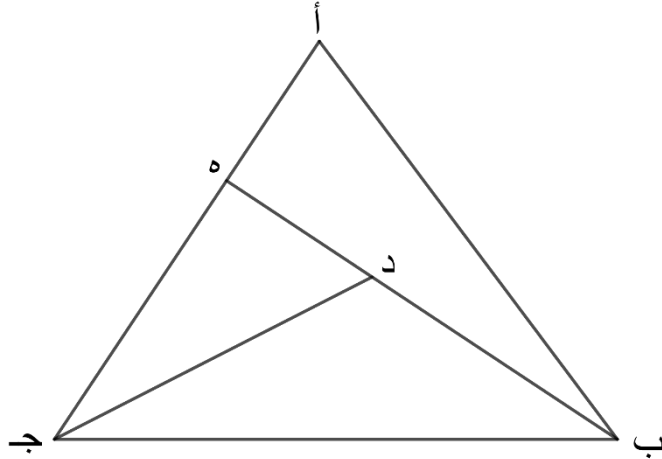
كلّ ضلعين من مثلث فهما أطول من الثالث. أمّا إذا كان متساوي الأضلاع فالأمر فيه ظاهر، وإن لم يكن متساوي الأضلاع مثل مثلث أ ب ج



فخرج ب أ بالاستقامة، ونفصل أ د مثل أ ج، ^(٧) ونصل د ج فلأنّ أ د مثل أ ج فزاويتا أ ج د، أ د ج متساويتان. ^(٥) فزاوية ب ج د أعظم من ب د ج فـ ب د أطول من ب ج ^(٨) وأ د مثل أ ج فـ ب أ، أ ج أطول من ب ج، وهكذا تبين أنّ كلّ ضلعين أطول من الثالث، وذلك ما أردنا بيانه.

كا [الشكل الحادي والعشرون]

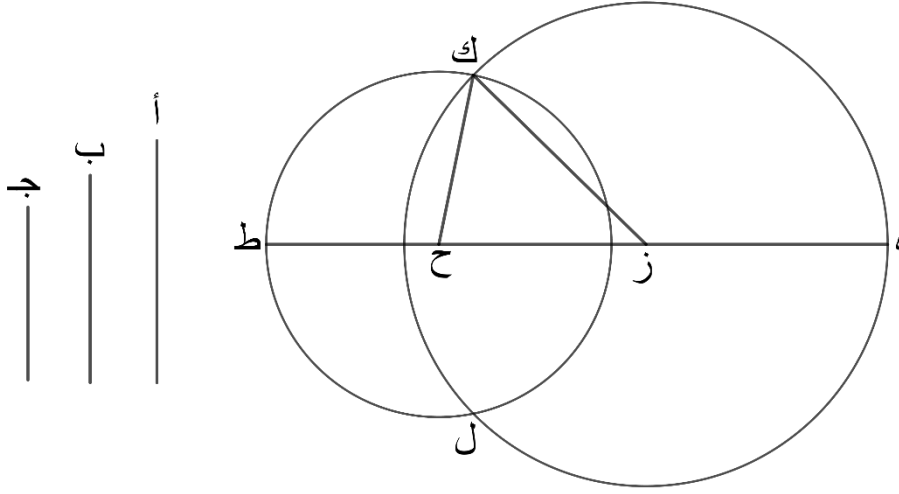
مثلث أ ب ج قد خرج من طرفي ضلع منه وهو ب ج خطّان، والتقيا داخل المثلث على نقطة د، فأقول: إنّ جميع ب أ، أ ج أطول من جميع ب د، د ج. وإنّ زاوية ب د ج أعظم من زاوية أ ب د؛



لأننا نخرج ب د بالاستقامة إلى أن يلقى أ ج، وليكن على هـ فلأن ب أ، أ هـ أطول من ب هـ ^(ك) فنجعل هـ ج مشتركاً فب أ، أ ج أطول من ب هـ، هـ ج ولأن د هـ، هـ ج أطول من د ج ^(ك) فنجعل ب د مشتركاً فب هـ، هـ ج أطول من ب د، د ج فب أ، أ ج أطول من ب د، د ج ولأن زاوية ب د ج أعظم من ب هـ ج ^(ب) و ب هـ ج أعظم من أ فب د ج أعظم من أ، وذلك ما أردنا بيانه.

كب [الشكل الثاني والعشرون]

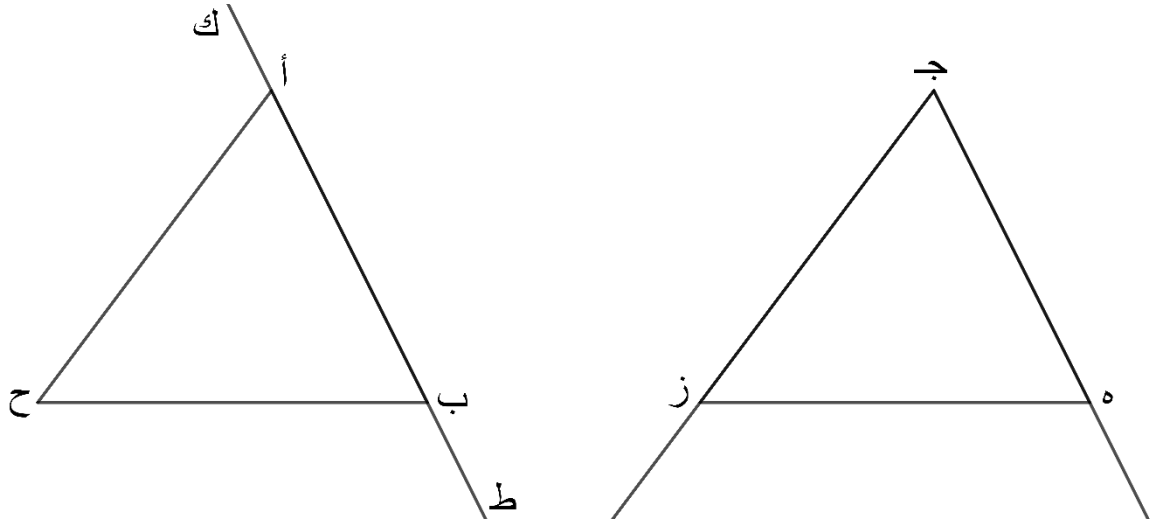
نريد أن نعمل مثلثاً تحيط به ثلاثة خطوط مساوية لثلاثة خطوط مفروضة كل اثنين منها أطول من الثالث وهي خطوط أ، ب، ج.



فنحط خط هـ ز ونخرجه بغير نهاية، ونفصل هـ ز مثل أ و ز ح مثل ب و ح ط مثل ج ونجعل ز مركزاً ونبعد ز هـ دائرة هـ ك ونجعل ح مركزاً ونبعد ح ط دائرة ط ل فمحيط دائرة ط ل لا بد وأن يقع داخل دائرة هـ ك؛ إذ لو وقع خارجاً عنها لا يفصل من ز ح خطان أحدهما يساوي هـ ز والآخر يساوي ح ط فلأن يكون ز ح أقصر من خطي هـ ز، ح ط، هذا خلف. فمحيط دائرة ط ل يقع داخل هـ ك فيتقاطعان، وليكن تقاطعهما على ك فنصل ح ك، ز ك ف ز هـ ك مثل ز هـ أعني أ، و ح ك مثل ح ط أعني ب، و ز ح مثل ب، فقد عملنا مثلث ك ز ح تحيط به ثلاثة خطوط مساوية لخطوط أ، ب، ج المفروضة، وذلك ما أردنا بيانه.

كج [الشكل الثالث والعشرون]

نريد أن نعمل على نقطة أ من خط أ ب زاوية مثل زاوية ج،

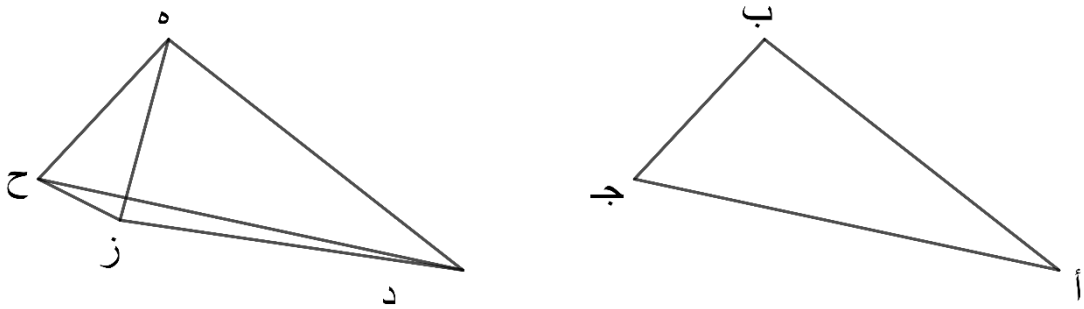


فنقطع الخطين المحيطين بزاوية ج بخط هـ ز، ونفصل أ ب مثل ج هـ،^(٢٣) ونعمل على أ ب مثلًا تساوي أضلاعه أضلاع مثلث ج هـ ز^(٢٤) بأن نخرج أ ب من الجهتين، ونفصل أ ح مثل ج ز و ب ط مثل هـ ز،^{٢٣} ونجعل أ مركزاً ويبعد أ ح دائرة و ب مركزاً، ويبعد ب ط دائرة ونخرج من تقاطع الدائرتين،^{٢٤} ولتكن نقطة ك خطي ك أ، ك ب؛ فلأن أ ب مثل ج هـ وأ ك مثل أ ح أعني ج ز و ب ك مثل ب ط أعني هـ ز، فزاوية ب أ ك مثل زاوية ج هـ ز، وذلك ما أردنا بيانه.

كد [الشكل الرابع والعشرون]

ضلعاً أ ب، ب ج من مثلث أ ب ج مثل ضلعي د هـ، ز هـ من مثلث د هـ ز. وزاوية ب أعظم من زاوية د هـ ز، فأقول: إن قاعدة أ ج أطول من قاعدة د ز

الأولى

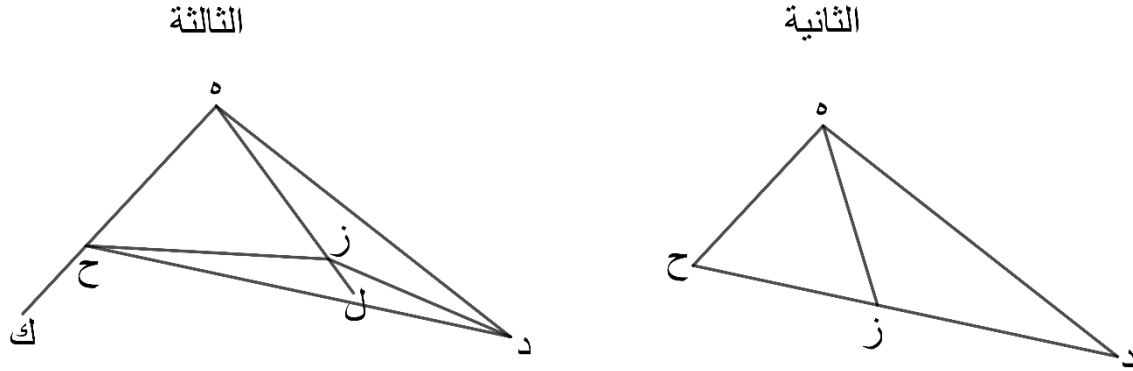


فنطبق أ ب على د هـ فيقطع ضلع ب ج خارجاً عن مثلث د هـ ز مثل ح هـ فيقع مثلث أ ب ج مثل د هـ ح، ونصل ز ح؛ فلأن ساق هـ ز، هـ ح متساويان فزاوية هـ ز ح مثل هـ ح ز،^(٢٥) فزاوية هـ ز ح أعظم من د ح ز،

^{٢٣} الشكل ج

^{٢٤} م: الزاويتين.

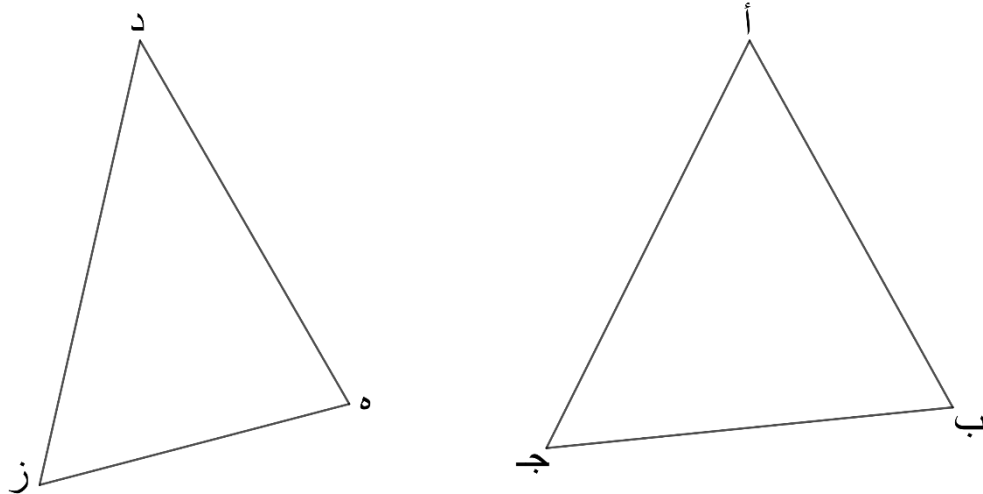
فزاوية د ز ح أعظم كثيراً من د ح ز. فد ح، أعني أ ج، أطول من د ز^(بط) هذا إذا قطع د ح ضلع ه ز، كما في الصورة / [٩ ظ] الأولى.



وأما إذا مرّ بنقطة ز كما في الصورة الثانية فظاهر أنّ د ح، أعني أ ج، أطول من د ز، وأما إذا مرّ د ح بنقطة تحت نقطة ز كما في الصورة الثالثة فنصل ز ح ونخرج ه ز، ه ح إلى نقطتي ل، ك؛ فلأن ساقَي ه ز، ه ح متساويتان، فزاويتا تحت القاعدة وهما ل ز ح، ك ح ز متساويتان،^(٥) فزاوية ل ز ح أعظم من د ح ز فد ز ح أعظم كثيراً من د ح ز فد ح، أعني أ ج، أطول من د ز،^(بط) وذلك ما أردنا بيانه.

كه [الشكل الخامس والعشرون]

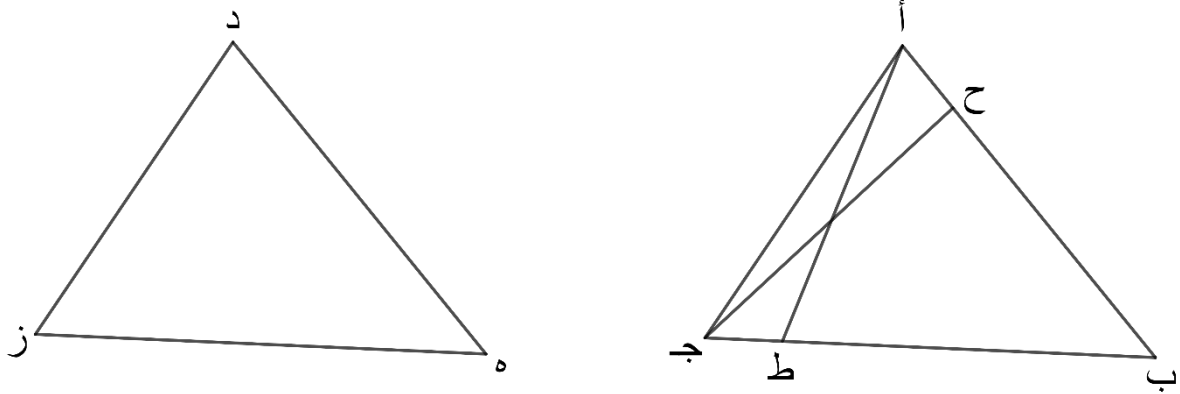
ضلعاً أ ب، أ ج مثل ضلعي د ه، د ز من مثلث د ه ز. وقاعدة ب ج أطول من قاعدة ه ز، فأقول: إنّ زاوية أ أعظم من زاوية د؛



وإلا لكان زاوية د إمّا مساوية لزاوية أ أو أعظم منها. فإن كانت مساوية لها فب ج مثل ه ز،^(د) وإن كان أعظم فه ز أطول من ب ج،^(ك) هذا خلف. فزاوية أ أعظم من د، وذلك ما أردنا بيانه.

كو [الشكل السادس والعشرون]

زاويتا ب، ج من مثلث أ ب ج مساويتين لزاويتي ه، ز من مثلث ²⁵ د ه ز. كلّ لنظيرتها، وضلع ب ج مثل ه ز، أو ضلع أ ب مثل ه د، فأقول: إنّ المثلثين والأضلاع والزوايا متساوية كلّ لنظيره؛



فليكن أولاً ضلع ب ج مثل ضلع ه ز، فأقول: إنّ أ ب مثل ه د؛ وإلا فليكن أحدهما أطول، وليكن أ ب أطول، فنفصل ²⁶ ب ح مثل ه د، ونصل ح ج، فضلعا ب ح، ب ج مثل ضلعي د ه، ه ز. وزاوية ²⁷ ب مثل زاوية ه، فزاوية ح ج ب مثل د ز ه، أعني أ ج ب، هذا خلف. فضلع أ ب مثل ه د، فالبواقي متساوية كلّ لنظيره. ^(د) وليكن ضلع أ ب مثل د ه، فيكون ب ج مثل ه ز؛ وإلا فليكن أحدهما أطول، وليكن ب ج، فنفصل ب ط مثل ه ز ^(ج) ونصل أ ط؛ [١٠] فلأنّ أ ب، ب ط مثل د ه، ه ز، وزاوية ب مثل زاوية ه، فزاوية ب ط أ مثل ه ز د، وزاوية ب ط أ أعظم من أ ج ط، ^(ب) فزاوية ز أعظم من زاوية ج، هذا خلف. فب ج مثل ه ز، فالمثلثان والأضلاع والزوايا متساوية كلّ لنظيره، وذلك ما أردنا بيانه.

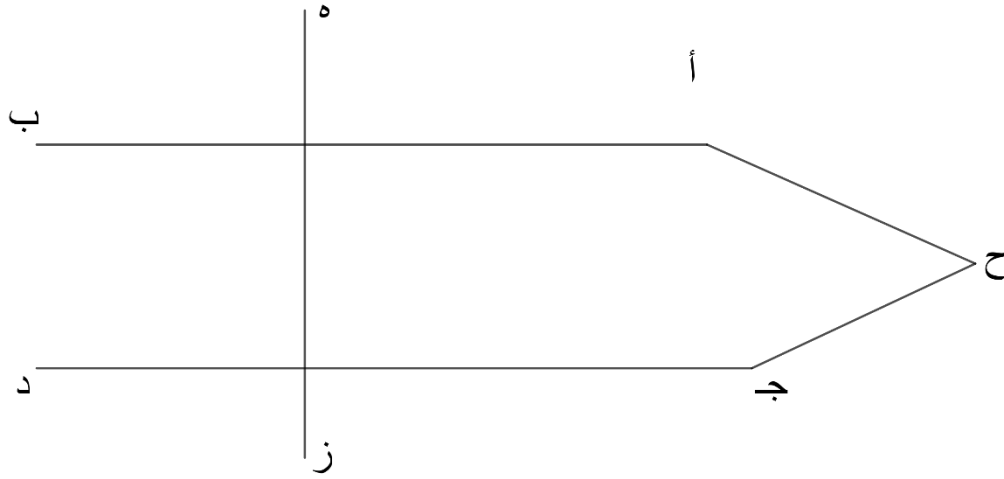
كز [الشكل السابع والعشرون]

خطا أ ب، ج د وقع عليهما خطّ ه ز، وصيرّ زاويتي أ ه ز، د ز ه المتبادلتين متساويتان، فأقول: إنّ الخطّين متوازيان؛

²⁵ م - مثلث.

²⁶ م: فنصل.

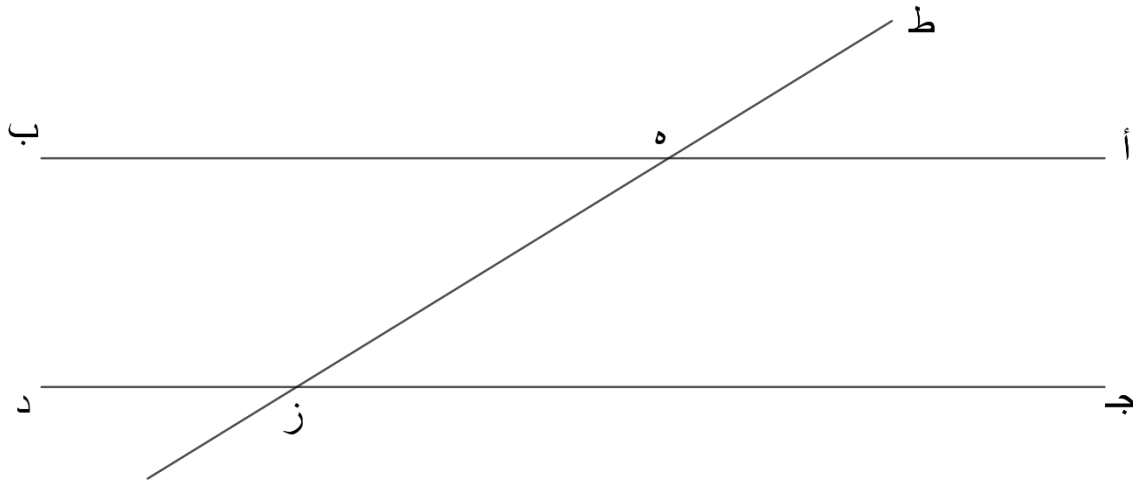
²⁷ م: وإنّ.



وإلا فليلتقيا في إحدى الجهتين وليكن على نقطة ح، فزاوية د ز ه الخارجة من مثلث ه ح ز أعظم من زاوية أ ه ز،^(٢٨) وقد كانت مساوية لها، هذا خلف. فالخطان متوازيان، وذلك ما أردنا بيانه.

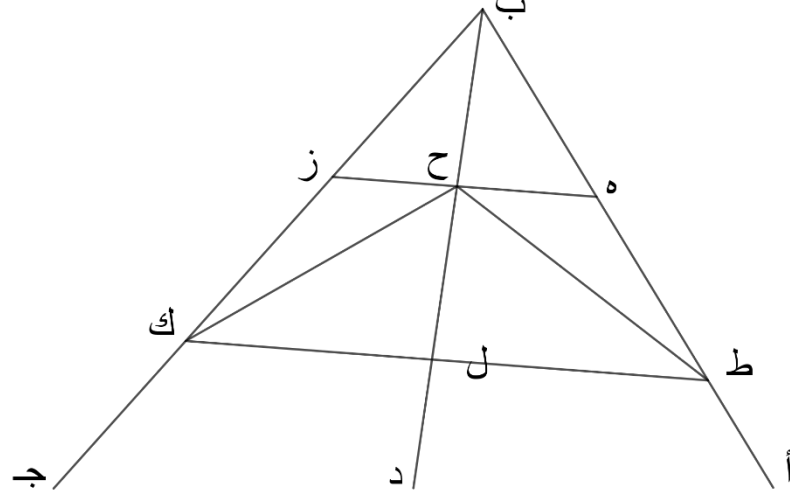
ح [الشكل الثامن والعشرون]

خطاً أ ب، ج د قد وقع عليهما خط ه ز، وصير زاويتي ب ه ز، د ز ه الداخليتين مثل قائمتين أو زاويتي ط ه ب، د ز ه الخارجة والداخلية متساويتين، فأقول: إن الخطين متوازيان؛



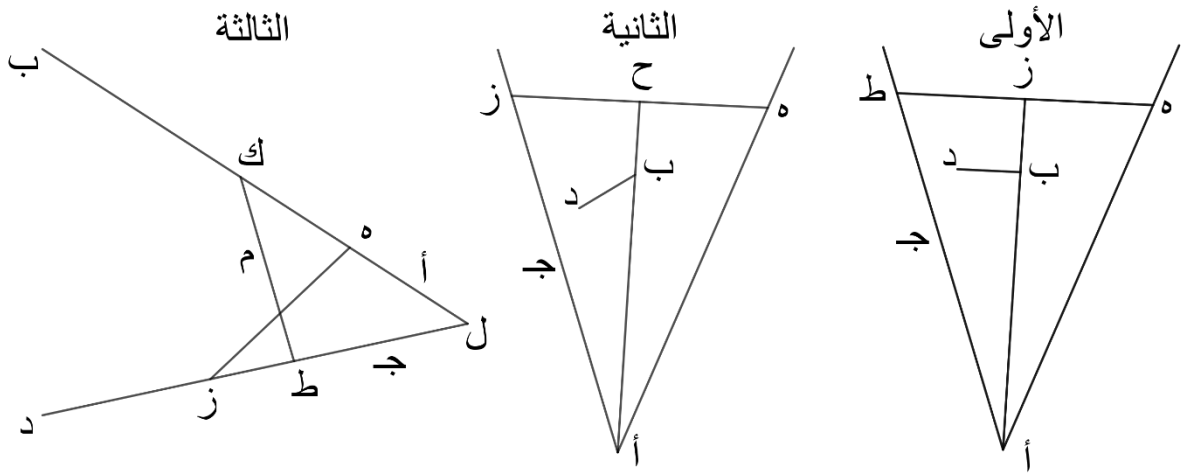
فليكن أولاً ب ه ز، د ز ه الداخليتين مثل قائمتين؛ فلأن زاويتي أ ه ز، ب ه ز مثل قائمتين^(٢٩) فزاويتا ب ه ز، د ز ه مثل زاويتي أ ه ز، ب ه ز فنسقط ب ه ز المشتركة، فبقى أ ه ز مثل د ز ه، فالخطان متوازيان؛^(٣٠) ولتكن ط ه ب مثل د ز ه؛ فلأن أ ه ز مثل ط ه ب،^(٣١) فأ ه ز مثل د ز ه، فالتبادلتان متساويتان،²⁸ فالخطان متوازيان،^(٣٢) وذلك ما أردنا بيانه.

زيادة في تقرير أنه إذا وقع خطّ على خطّين، وصيّر الزاويتين الداخليتين في جهة أقلّ من قائمتين، فإنّهما يلتقيان في تلك الجهة، ولتقدّم على بيانها مقدّمة وهي هذه: زاوية أ ب ج منصفه بخطّ ب ح، فأقول: إنّه يمكن أن نخرج لها أوتاراً إلى غير النهاية يقع بعضها تحت بعض، ويكون كلّ واحدة منها قاعدة لمثلث متساوي الساقين؛



لأنّا نفصل ب ه مثل ب ز، ونصل ه ز فـ ب ه، ب ح مثل ب ز، ب ح وزاويتا ب متساويتان فزاويتا ب ه مثل ب ز، (^١) ونصل ه ز فـ ب ه، ب ح عمود على ه ز، ونفصل ب ط مثل ب ك، (^٢) ونصل ط ك فـ ك لا يمرّ بنقطة ح، وإلا لكان زاويتا ب ح ط، ب ح ك مثل قائمتين، (^٣) وقد كان ب ح ه، ب ح ز مثل قائمتين، هذا خلف. ولا يقطع خطّ ه ز، وإلا لأحاط خطّان مستقيمان بسطح واحد، هذا خلف. وهكذا يمكن إخراج الأوتار إلى غير النهاية.

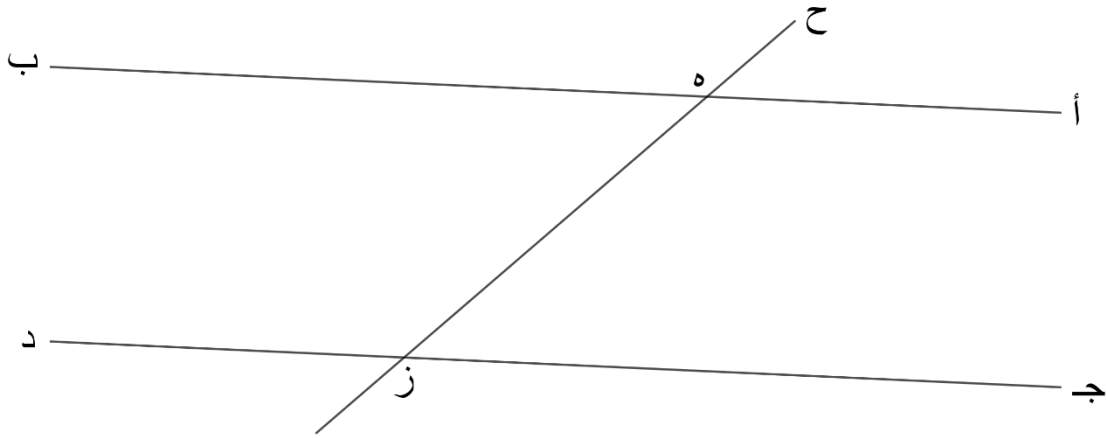
وإذا ثبت هذا فنقول: إذا وقع خطّ على خطّين، وصيّر الزاويتين في جهة أقلّ من قائمتين، فالخطّان يلتقيان في تلك الجهة؛



لأنه لا يخلو إما أن تكونا حادثين، أو إحداهما حادثة والأخرى قائمة، أو إحداهما حادثة والأخرى منفرجة. فليكن أولاً إحداهما حادثة والأخرى قائمة مثل خطي أ ج، ب د وقع عليهما خط أ ب، وصير زاوية أ ب د قائمة، وزاوية ب أ ج حادثة، كما في الصورة الأولى. فنعمل زاوية ب أ ه مثل ب أ ج، ونخرج أ ب بالاستقامة إلى ز فزاوية ه أ ج منصفة بخط أ ز، فيمكن أن نخرج لها أوتاراً يقع بعضها تحت بعض لما مر، فنخرج لها أوتاراً إلى أن تقع تحت نقطة ب؛ وليكن ه ط ماراً تحت نقطة ب؛ فلأن أ ز عمود على ه ط،^(١١) ه ز لا يلقى ب د؛ وإلا لحدث في مثلث قائمتان، هذا خلف.^(١٢) فب د إذا أخرج بالاستقامة يقطع خط أ ط؛ وليكن الزاويتان حادثين مثل خطي أ ج، ب د وقع عليهما خط أ ب، وصير زاويتي ج أ ب، أ ب د حادثين، كما في الصورة الثانية. فنعمل زاوية ب أ ه مثل ب أ ج، فزاوية ه أ ج منصفة بخط أ ب، فيمكن أن نخرج لها أوتاراً يقع بعضها تحت بعض؛^(١٣) وليكن ه ز ماراً بنقطة تحت نقطة ب؛ فلأن زاوية أ ب د حادثة فزاوية ح ب د منفرجة وأ ح ز قائمة،^(١٤) فخط ه ز لا يلقى ب د؛ وإلا لحدث في مثلث زاويتان، إحداهما قائمة والأخرى منفرجة، هذا خلف.^(١٥) فب د إذا أخرج يقطع أ ج؛ وليكن إحداهما حادثة والأخرى منفرجة مثل خطي أ ب، ج د وقع عليهما خط ه ز وصير زاويتي ب ه ز، د ه ز أصغر من قائمتين، وزاوية د ز ه منفرجة، وب ه ز حادثة، كما في الصورة الثالثة، فننصف خط ه ز على نقطة ح،^(١٦) ونخرج من نقطة ح خط ح ط عموداً على ج د،^(١٧) ونخرجه بالاستقامة؛ فلأن زاوية ح ط ز قائمة، فخط ح ز / [أ و] حادة،^(١٨) ف ه ح م حادثة،^(١٩) وب ه ح حادثة، فخط أ ه، ح م يلتقيان، لما سبق؛ وليكن التقاؤهما على نقطة ك، فزاوية ه ك ح منفرجة؛ لأنها لو لم تكن منفرجة لكانت إما قائمة أو حادثة. فإن كانت قائمة، فزاويتا ه ك ح، ه ك م مثل زاويتي ح ط ز، ط ح ز، وه ح مثل ح ز، فزاوية ه ك ح مثل ه ز ط،^(٢٠) فنجعل د ز مشتركة، فزاويتا ز مثل زاويتي د ز ه، ك ه ح، فزاويتا ز أصغر من قائمتين، هذا خلف.^(٢١) وإن كانت حادثة وزاوية ك ط ج قائمة، فخط أ ب، د ج يلتقيان^(٢٢) في جهة نقطتي أ، ج؛ وليكن التقاؤهما على نقطة ل؛ فلأن زاويتي ب ه ز، د ز ه أصغر من قائمتين، وزاويتا أ ه ز، ك ه ز مثل قائمتين،^(٢٣) فزاوية د ز ه أصغر من زاوية أ ه ز، فالخارجة أصغر من الداخلة، هذا خلف.^(٢٤) فزاوية ه ك ح ليست بحادثة، ولا قائمة فهي منفرجة، فزاوية ب ك ط حادثة، وزاوية د ط ك قائمة، فخط أ ب، ج د يلتقيان في جهة نقطتي ب، د لما سبق، وذلك ما أردنا بيانه.

كط [الشكل التاسع والعشرون]

خطاً أ ب، ج د متوازيان، وقع عليهما خط ه ز، فأقول: إن زاويتي ب ه ز، د ز ه الداخليتين مثل قائمتين، وزاوية ب ه ح الخارجة مثل د ز ه الداخلة، وزاويتي د ز ه، أ ه ز المتبادلتين متساويتان.

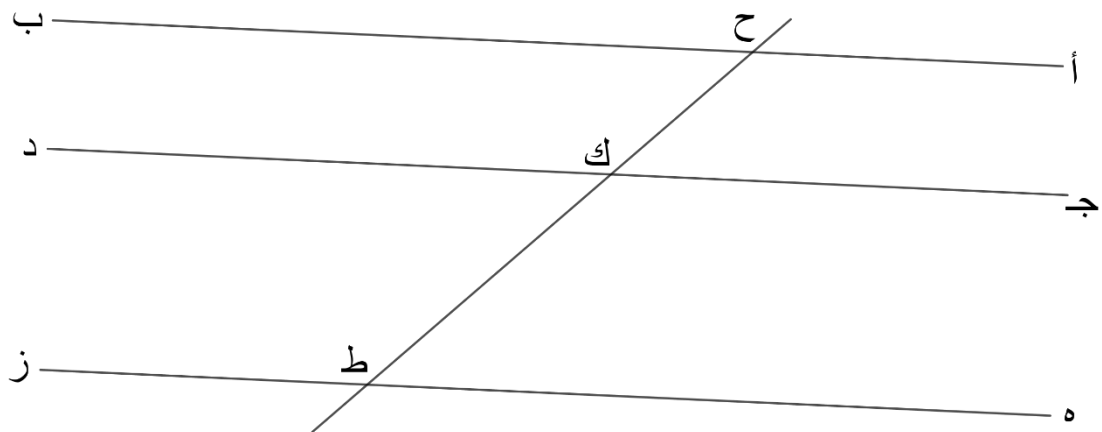


أمّا أنّ زاويتي د ز ه، ب ه ز مثل قائمتين؛ لأنّهما لو لم تكونا مثل قائمتين لكانتا إمّا أصغر من قائمتين أو أعظم من قائمتين. فإن كانتا أصغر من قائمتين فالخطان يلتقيان في جهتهما لما سبق. وإن كانتا أعظم من قائمتين، فزاويتا أ ه ز، ج ز ه أصغر من قائمتين، فالخطان يلتقيان في الجهة الأخرى لما مرّ، هذا خلف.

وأما أنّ زاوية ب ه ح مثل د ز ه؛ لأنّ زاويتي د ز ه، ب ه ز مثل قائمتين، (لما مرّ آنفاً) وزاويتا ب ه ز، ب ه ح مثل قائمتين. (ب) / [١١ ظ] نسقط زاوية ب ه ز المشتركة، تبقى زاوية ب ه ح مثل د ز ه. وأمّا أنّ زاويتي د ز ه، أ ه ز متساويتان؛ فلأنّ زاوية أ ه ز مثل ح ه ب (ب) التي هي مثل د ز ه، (لما مرّ آنفاً) فأ ه ز مثل د ز ه، وذلك ما أردنا بيانه.

ل [الشكل الثلاثون]

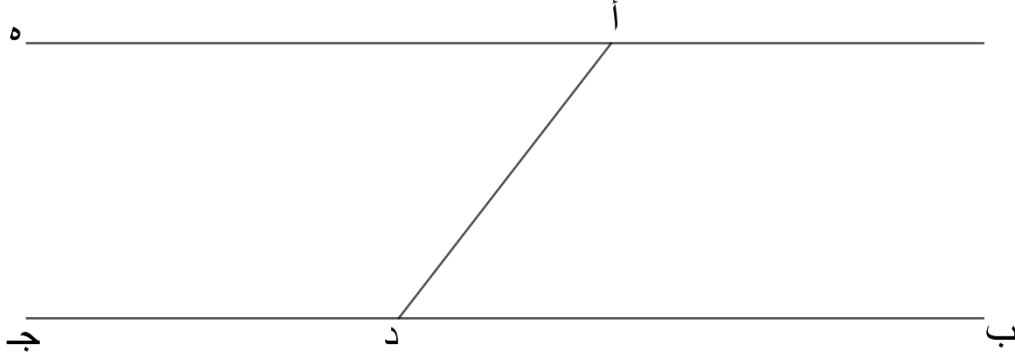
خطّا أ ب، ج د يوازيان خطّ ه ز، فأقول: إنّهما متوازيان؛



فلنوقع عليهما خطّ ح ط؛ فلأنّ زاوية أ ح ط مثل ز ط ح (كط) التي هي مثل د ك ح، (كط) فزاوية أ ح ط مثل د ك ح، نخطّا أ ب، ج د متوازيان، (ك) وذلك ما أردنا بيانه.

لا [الشكل الحادي والثلاثون]

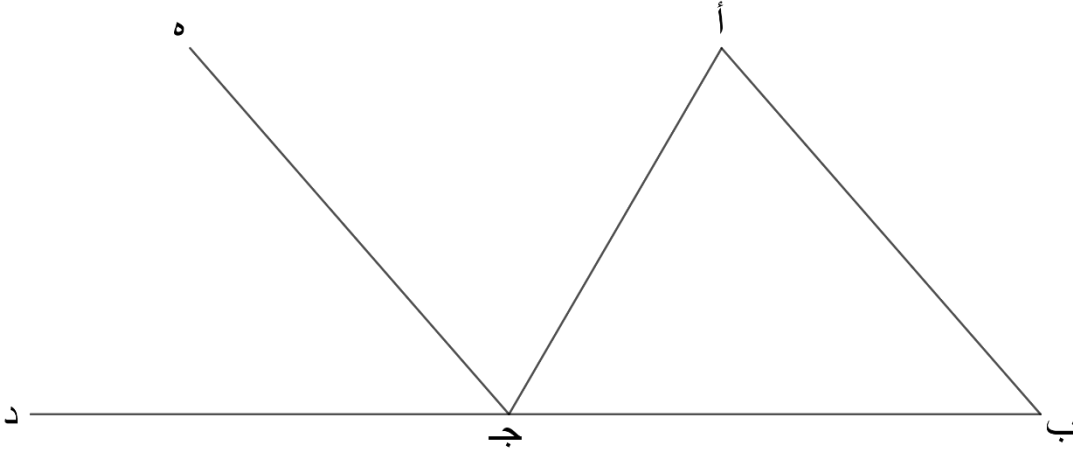
نريد أن نخرج من نقطة أ خطاً موازياً لخط ب ج،



فنفرض على خط ب ج نقطة د كيف اتفقت، ونصل أ د، ونعمل زاوية هـ أ د مثل أ د ب، (ك) نخط أ هـ يوازي ب ج، (ك) وذلك ما أردنا بيانه.

لب [الشكل الثاني والثلاثون]

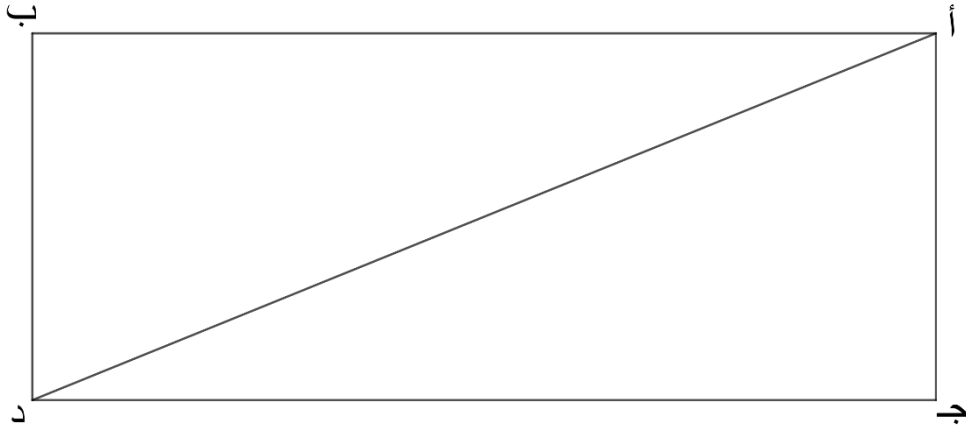
مثلاً أ ب ج قد أخرج منه ضلع ب ج، فأقول: إن زاوية أ ج د الخارجة مساوية لزاويتي أ، ب الداخلتين. وإن الزوايا الثلاث من المثلث مثل قائمتين،



لأننا نخرج من نقطة ج خط ج هـ موازياً لخط أ ب، (ل) فلأن زاوية أ ج هـ مثل زاوية أ (ك) وهـ ج د مثل ب، (ك) فجميع زاوية أ ج د مثل زاويتي أ، ب. ونجعل زاوية أ ج ب مشتركة، فالزوايا الثلاث عند نقطة ج مثل زوايا المثلث، والزوايا الثلاث عند نقطة ج مثل قائمتين، (م) فزوايا المثلث مثل قائمتين، وذلك ما أردنا بيانه.

لج [الشكل الثالث والثلاثون]

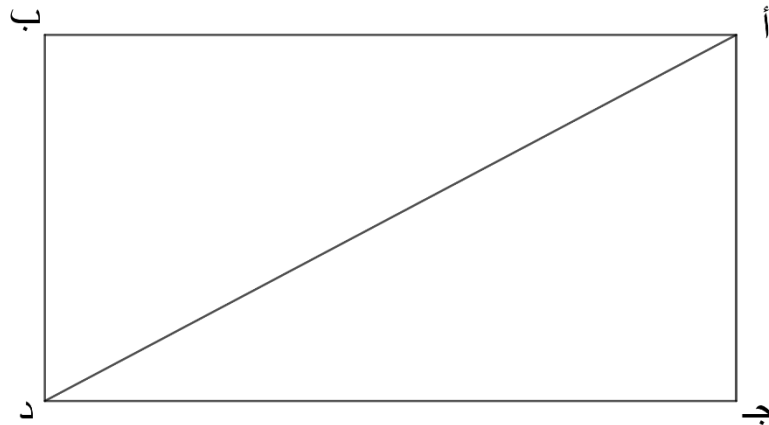
خطاً أ ب، ج د متوازيان متساويان، وقد وصل أطرافهما بخطّي أ ج، ب د، فأقول: إنّ خطّي أ ج، ب د متوازيان متساويان؛



لأنّنا نصل خطّ أ د؛ فلأنّ ب أ، أ د مثل أ د، ج د. وزاوية ب أ د مثل أ د ج، (كط) فقاعدة ب د مثل أ ج، وزاوية أ د ب مثل أ ج د (د) نخطّ أ ج، ب د متوازيان، (ك) وذلك ما أردنا بيانه.

لد [الشكل الرابع والثلاثون]

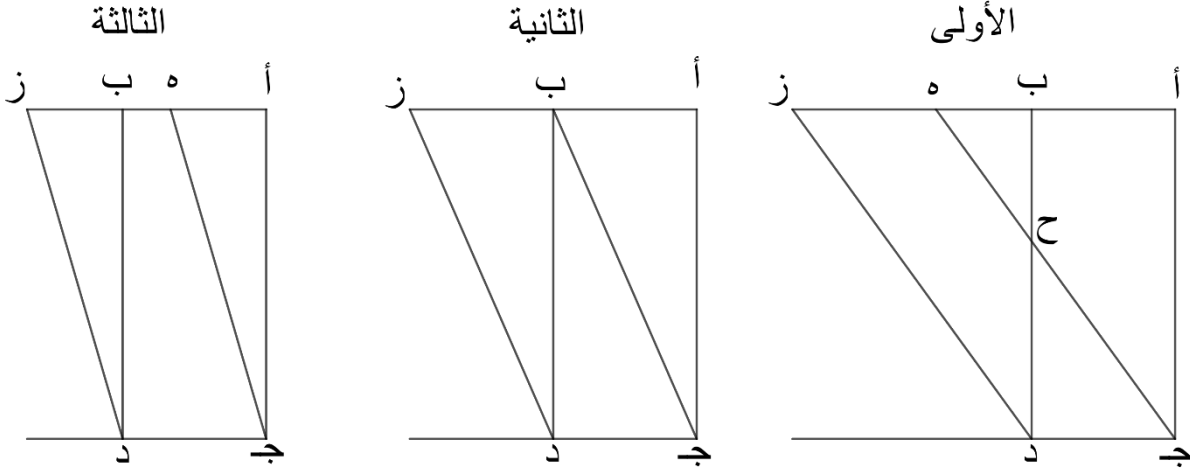
سطح أ ب ج د متوازي الأضلاع، فأقول: إنّ أضلاعه المتقابلة متساوية، وكذا زواياه المتقابلة، والقطر وهو د ينصفه؛



لأنّ زاوية أ د ج مثل د أ ب (كط) و د أ ج مثل [١٢] أ د ب (كط) و أ د مشترك فأ ب مثل ج د، و ب د مثل أ ج، وزاوية ج د ب مثل زاوية ب د ج، (ك) وتبيّن أنّ زاويتي أ مثل زاويتي د، وذلك ما أردنا بيانه.

له [الشكل الخامس والثلاثون]

سطحا أ د، ج ز متوازي الأضلاع على قاعدة واحدة، وهي ج د فيما بين خطي أ ب، ج د المتوازيين، فأقول: إنهما متساويان؛



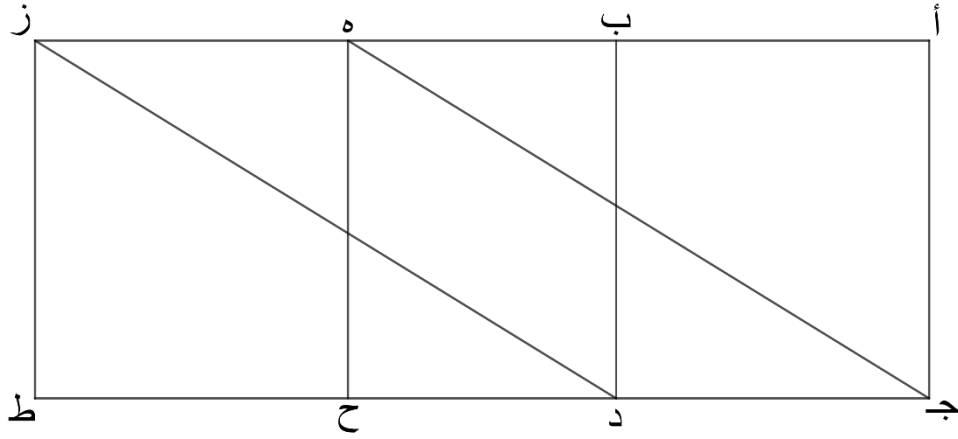
لأن أ ب مثل ج د ^(د) أعني ه ز، ^(د) فنجعل ب ه مشتركا، فأ ه مثل ب ز، وأ ج مثل ب د ^(د) وزاوية أ مثل د ب ز، ^(ك) فثلث أ ه ج مثل ب ز د، ^(د) فنسقط مثلث ب ه ح يبقى منحرف أ ب ح ج مثل منحرف د ز ه ح، فنجعل مثلث ج ح د مشتركا، فسطح أ ب ج د مثل سطح ج ه د ز. هذا إذا قطع ج ه ضلع ب د، كما في الصورة الأولى. وأما إذا كان ضلع أحدهما قطر الآخر، كما في الصورة الثانية، فيكون مثلث أ ب ج د مثل مثلث ب د ز، لما عرفت. ونجعل مثلث ب ج د مشتركا، فسطح أ ب ج د مثل سطح ب ج ز د. وأما إذا وقعت نقطة ه فيما بين نقطتي أ ب، كما في الصورة الثالثة، فيكون مثلث أ ه ج مثل ³⁰ ب ز د، لما ³¹ عرفت. فنجعل منحرف ج د ب ه مشتركا، فسطح أ ب ج د مثل ج د ه ز، وذلك ما أردنا بيانه.

لو [الشكل السادس والثلاثون]

سطحا أ ب ج د، ه ز ح ط متوازي الأضلاع على قاعدتي ج د، ح ط المتساويين فيما بين خطي أ ز، ج ط المتوازيين، فأقول: إنهما متساويان؛

³⁰ م: مثلث.

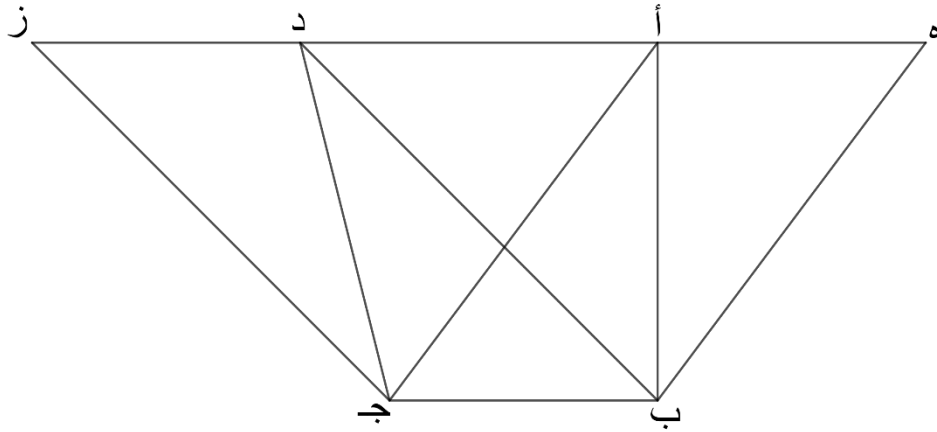
³¹ م: كما.



لأننا نصل جـ هـ، د ز؛ فلأن هـ ز، ح ط متساويان^(د) وح ط مثل جـ د فجـ د مثل هـ ز فجـ د، هـ ز متوازيان متساويان. قد وصل أطرافهما بخطي جـ هـ، د ز فخطا جـ هـ، د ز متوازيان متساويان.^(هـ) فسطح جـ د هـ ز مثل أ ب جـ د^(د) ومثل هـ ز ح ط،^(د) فسطح أ ب جـ د مثل هـ ز ح ط، وذلك ما أردنا بيانه.

لز [الشكل السابع والثلاثون]

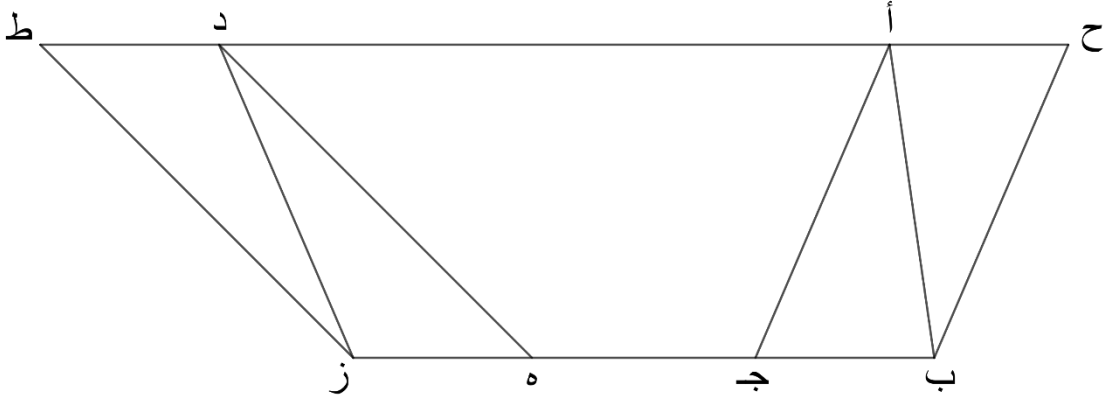
مثلاً أ ب جـ، د ب جـ على قاعدة واحدة وهي ب جـ فيما بين خطي ب جـ، هـ ز المتوازيين، فأقول: إنهما متساويان؛



لأننا نفصل أ هـ، د ز. كل واحد منهما مثل ب جـ،^(جـ) ونصل ب هـ، جـ ز؛ فلأن أ هـ موازٍ ومساوٍ لـ ب جـ، فأجـ، ب هـ متوازيان متساويان،^(هـ) فسطح أ هـ ب جـ متوازي الأضلاع، وكذا سطح د ب جـ ز^(لهذا بعينه) ومثلاً أ ب جـ، د ب جـ نصف السطحين،^(د) فهما متساويان، وذلك ما أردنا بيانه.

لح [الشكل الثامن والثلاثون]

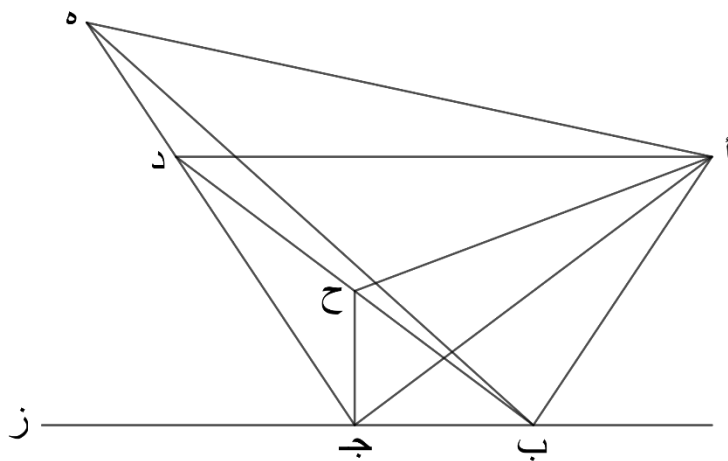
مثلاً أ ب ج، د ه ز على قاعدتي ب ج، ه ز المتساويتين فيما بين خطّي أ د، ب ز المتوازيين، فأقول: إنهما متساويان؛



لأنّا نفصل أ ح مثل ب ج ^(ج) و د ط مثل ه ز ^(ج) ونصل ح ب، ط ز؛ فلأنّ أ ح، ب ج متوازيان متساويان ف ب ح، أ ج متوازيان متساويان، ^(ب) فسطح ح أ ب ج متوازي الأضلاع، وكذا سطح د ط ه ز، ^(لهذا بعينه) فهما متساويان، والمثلثان نصفاهما، ^(لد) فهما متساويان، وذلك ما أردنا بيانه.

لط [الشكل التاسع والثلاثون]

مثلاً أ ب ج، د ب ج متساويان، وهما على قاعدة واحدة، وهي ب ج فيما بين خطّي أ د، ب ج، فأقول: إنّ خطّي أ د، ب ج متوازيان؛

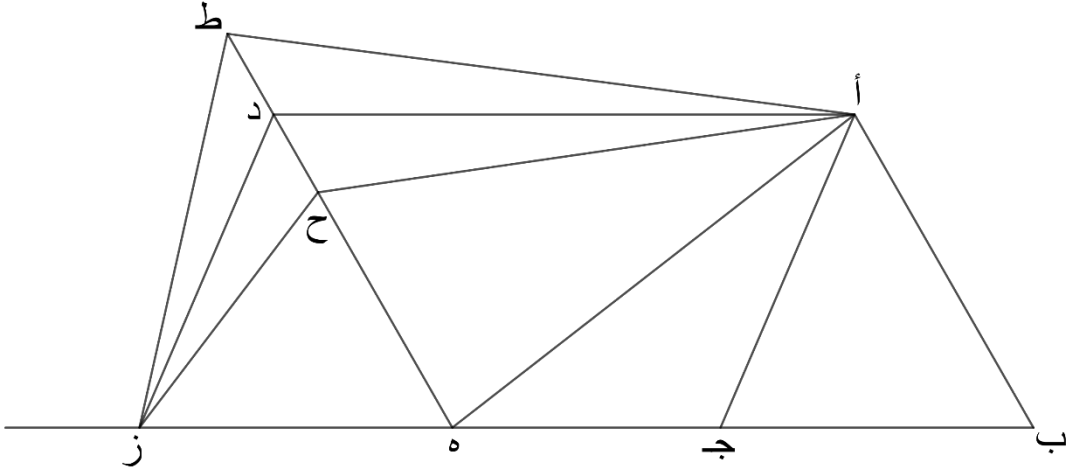


وإلا فنخرج من نقطة أ خطّاً موازياً لـ ب ج ^(ل) فإن قطع ب د مثل أ ح، فنصل من التقاطع خطّ ح ج فمثلاً أ ب ج مثل مثلاً ح ب ج ^(ل) فح ب ج مثل د ب ج، هذا خلف. وإن لم يقطع ضلع المثلث مثل

أه فنخرج جـ د بالاستقامة؛ فلأنّ زاويتي ز جـ أ، هـ أ جـ مثل قائمتين (كط) فزاويتا هـ جـ أ، جـ أ هـ أقلّ من قائمتين، فالخطان يلتقيان في جهة الزاويتين؛ (لث) وليكن على نقطة هـ، ونصل هـ ب، فنثّث هـ ب جـ مثل مثّث أ ب جـ (ج) أعني د ب جـ، هذا خلف. نخطّأ أ د، ب جـ متوازيان، وذلك ما أردنا بيانه.

م [الشكل الأربعون]

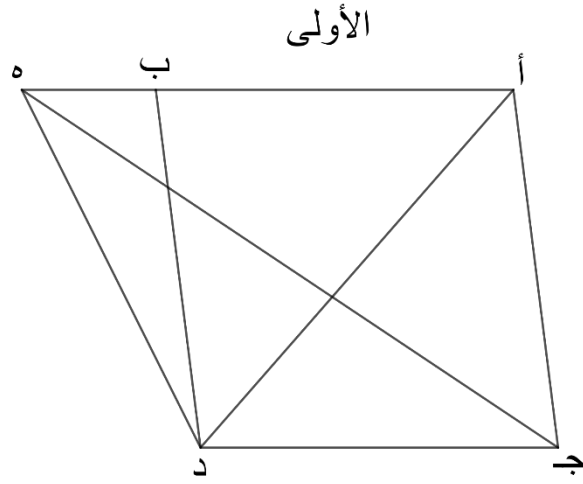
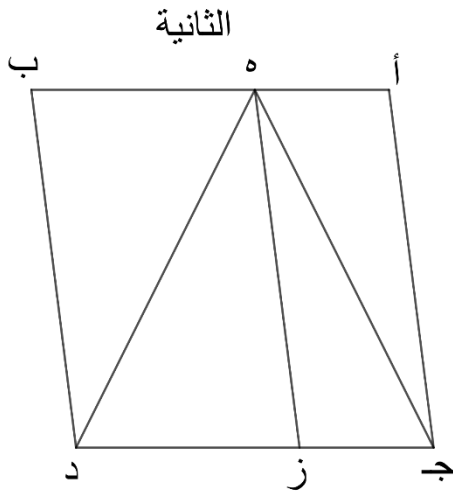
مثّثا أ ب جـ، د هـ ز متساويان، وهما على قاعدتي ب جـ، هـ ز المتساويتين فيما بين خطّي أ د، ب ز، فأقول: إنّ أ د، ب ز متوازيان؛



وإلا فنخرج من نقطة أ خطّا موازياً لب ز (ل) فإن قطع د هـ مثل أ ح فنصل ح هـ فنثّث ح هـ ز مثل أ ب جـ (ط) أعني د هـ ز، هذا خلف. وإن لم يقطع ضلع د هـ مثل أ ط، فنصل أ هـ ونخرج هـ د بالاستقامة، فلأنّ زاويتي ط أ هـ، [١٣ و] ز هـ أ مثل قائمتين (كط) فزاويتا ط أ هـ، د هـ أقلّ من قائمتين، نخطّأ أ ط، هـ د يلتقيان في جهة الزاويتين؛ (لث) وليكن التقاؤهما على نقطة ط، فنصل ط ز، فنثّث ط هـ ز مثل أ ب جـ (ط) أعني د هـ ز، هذا خلف. فالخطان متوازيان، وذلك ما أردنا بيانه.

ما [الشكل الحادي والأربعون]

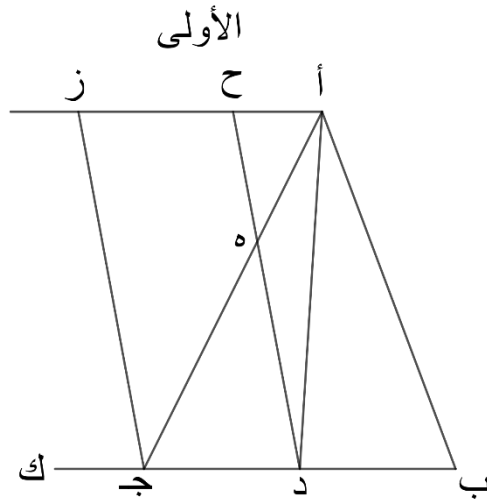
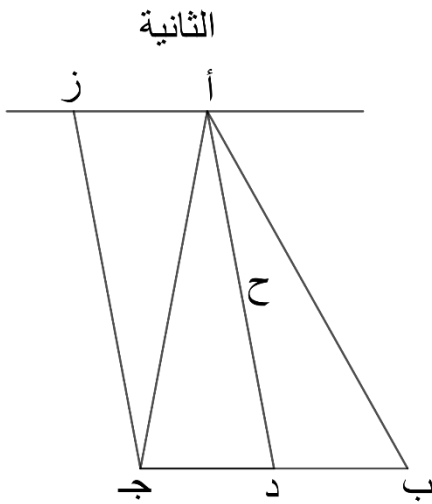
سطح أ ب جـ د المتوازي الأضلاع ومثّث هـ جـ د على قاعدة واحدة، وهي جـ د، وفيما بين خطّين متوازيين وهما أ هـ، جـ د، فأقول: إنّ السطح ضِعف المثّث؛



لأننا نصل أ د فلأن أ ج د الذي هو نصف السطح ^(د) مساوٍ لمثلث ج د ه د، ^(ج) فالسطح ضعف المثلث، هذا إذا قطع ضلع المثلث ضلع السطح كما في الصورة الأولى. وأما إذا كان المثلث داخل السطح، كما في الصورة الثانية، فنفصل ج ز مثل أ ه ^(ج) و أ ب مثل ج د ^(د) يبقى ه ب مثل ز د، ونصل ه ز فه ز يوازي أ ج، ب د ^(ب) فسطحا أ ه ج ز، ه ب ز د متوازي الأضلاع، فهما ضعفاً لمثلثي ه ج ز، ه ز د ^(د) فسطح أ ب ج د ضعف مثلث ه ج د، وذلك ما أردنا بيانه.

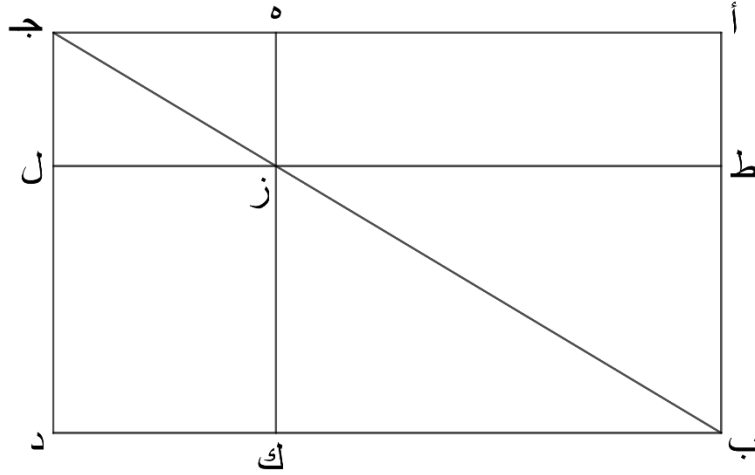
مب [الشكل الثاني والأربعون]

نريد أن نعمل سطحاً متوازي الأضلاع مساوياً لمثلث أ ب ج فيه زاوية مثل زاوية ط.



مج [الشكل الثالث والأربعون]

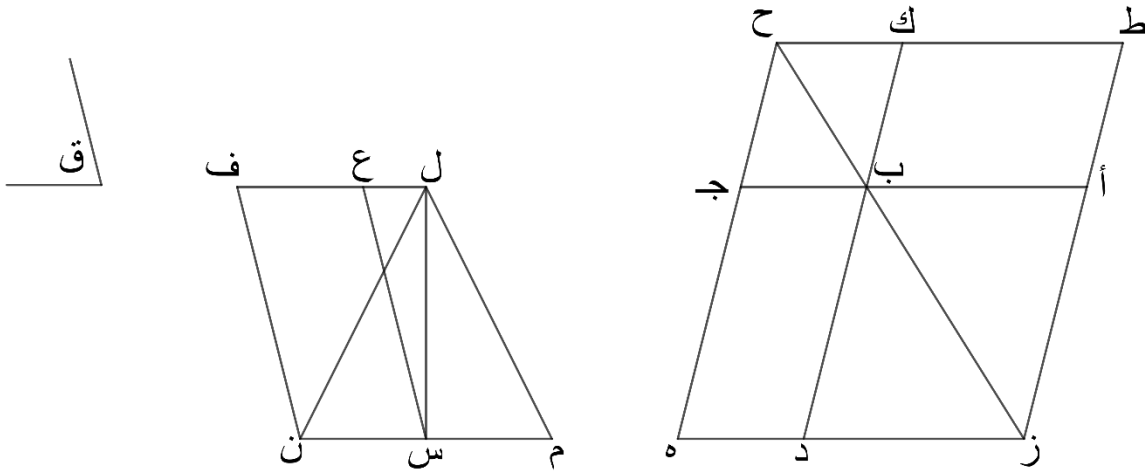
سطح أ ب ج د متوازي الأضلاع وعن جنبتَي قطره - وهو خط ج ب - سطحان متوازي الأضلاع وهما أ ز، ز د حدثا من تقاطع خطَي ط ل، ه ك، فأقول: إنهما متساويان؛



لأنّ مثلث أ ب ج مثل مثلث د ج ب،^(د) و ط ب ز مثل ز ك ب،^(د) و ز ه ج مثل ز ل ج^(د) يبقى سطح أ ز مثل ز د، وهذان السطحان يسميان المتّمين، وذلك ما أردنا بيانه.

مد [الشكل الرابع والأربعون]

نريد أن نعمل على خطّ أ ب سطحاً متوازي الأضلاع مساوياً لمثلث ل م ن، فيه زاوية مثل زاوية ق.

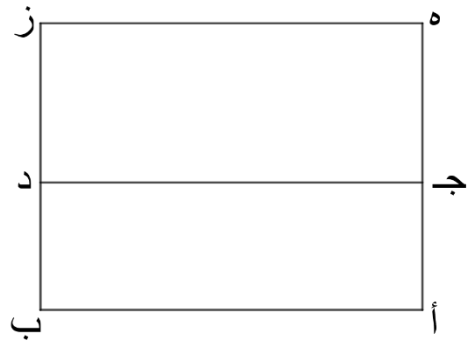
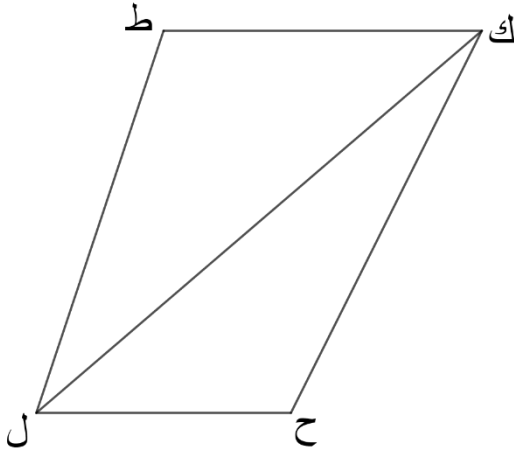


فننصف م ن،^(ي) وليكن على س، ونعمل على س ن سطحاً متوازي الأضلاع مساوياً لمثلث ل م ن، فيه زاوية مثل زاوية ق،^(ب) وليكن هي زاوية ع س ن. ونخرج أ ب بالاستقامة، ونفصل ب ج مثل س ن،^(ج) ونعمل زاوية ب ج ه مثل ف ن س،^(ك) و ج ب د مثل ع س ن،^(ك) ونفصل ج ه، ب د مثل ن ف، ع س،^(ج) ونصل د ه، فسطح د ج مثل سطح ع ن بالتطبيق، ونخرج ه د بالاستقامة، ونفصل د ز مثل أ ب،^(ج) ونصل أ ز فأ ز يوازي ب د،^(ب) فيوازي ه ج،^(د) ونصل ز ب ونخرج ه ج، د ب؛ فلأنّ زاويتي ب ز د، ز د ب أقلّ من قائمتين،^(ز) و ب د ز مثل ج ه د. (كط) فزاويتا ب ز ه، ج ه ز أقلّ من قائمتين نخطّأ ز ب، ج ح يلتقيان،^(ل) وليكن التقاؤهما على نقطة ح، ونخرج ح ط موازياً له ز،^(ي) فلأنّ زاويتي ط ح ز، أ ز ح مثل زاويتي ه ز ح، ه ح ز (كط) / [١٤] وزاويتا ه ز ح، ه ح ز أقلّ من قائمتين،^(ز) فزاويتا ط

ح ز، أ ز ح أقلّ من قائمتين فزأ، ح ط يلتقيان،^(٣٢) وليكن التقاؤهما على نقطة ط^{٣٢} فسطح ط ه متوازي الأضلاع، ونخرج د ب بالاستقامة، فسطح ط ب مثل ب ه^(٣٣) أعني س ف أعني مثلث ل م ن، وزاوية أ ب ك مثل ج ب د^(٣٤) أعني ع س ن أعني ق، وذلك ما أردنا بيانه.

مه [الشكل الخامس والأربعون]

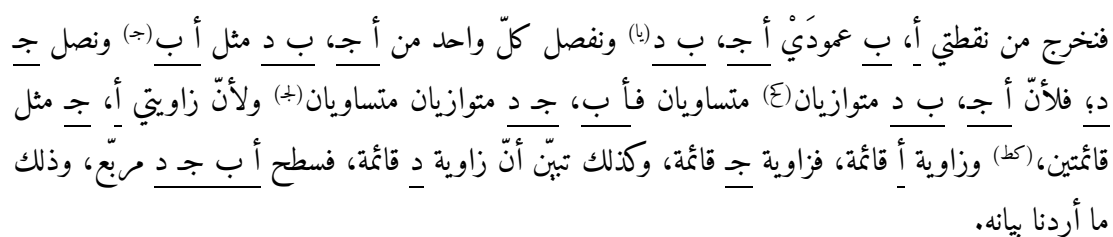
نريد أن نعمل سطحاً متوازي الأضلاع قائم الزوايا مثل سطح ح ط.



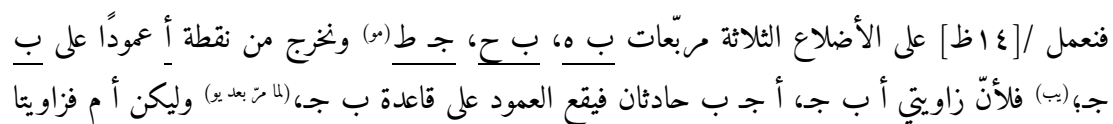
فنصل ك ل، ونفرض خطّ أ ب، ونعمل عليه سطحاً متوازي الأضلاع مثل مثلث ك ح ل فيه زاوية ب قائمة،^(٣٥) وليكن هو سطح أ ب ج د، ونعمل على ج د سطح ج د ه ز مثل مثلث ك ط ل فيه زاوية ز ج قائمة،^(٣٦) فلأنّ الداخلتين مثل قائمتين^(٣٧) وزاوية ب قائمة فزاوية ب د ج قائمة، فزاويتا د قائمتان فب د ز خطّ مستقيم،^(٣٨) ولأنّ زاوية ب مثل أ ج د^(٣٩) فأ ج د قائمة، ولأنّ الداخلتين مثل قائمتين،^(٤٠) و ج د ز قائمة فد ج ه قائمة فأ ه خطّ مستقيم،^(٤١) وأ ب يوازي ه ز،^(٤٢) فأ ز سطح واحد متوازي الأضلاع قائم الزوايا مساوٍ لسطح ح ط، وذلك ما أردنا بيانه.

مو [الشكل السادس والأربعون]

نريد أن نعمل على خطّ أ ب مربعاً.



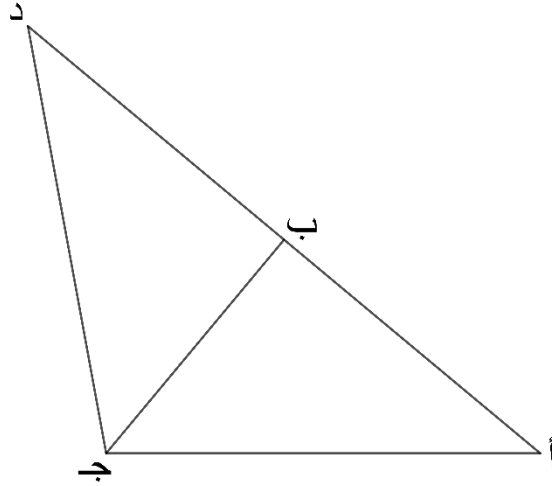
زاوية ب أ ج من مثلث أ ب ج قائمة، فأقول: إنَّ مربع ب ج مثل مربعي أ ب، أ ج.



أ م ب، د ب م متساويتان فأ م يوازي ب د،^(ك) ولأن أ م ج مثل م ج ه فأ م يوازي ج ه^(ك) فنخرجه بالاستقامة، فيقطع د ه وليقطعه على نقطة س ونصل أ د، ز ج ه فلأن زاويتي ب أ ح، ب أ ج قائمتان فح خط مستقيم^(د) وكذلك ب ط خط مستقيم^(هـ). (لهذا بعينه) فربّع ب ح مع مثلث ب ز ج على قاعدة واحدة فيما بين خطين متوازيين فربّع ب ح ضعف مثلث ب ج ز^(م) وكذا سطح ب س ضعف مثلث أ ب د^(هـ) (لهذا بعينه) ولأن زاويتي المربعين عند نقطة ب قائمتان فنجعل أ ب ج مشتركة فزاوية ز ب ج مثل د ب أ و ز ب،³³ ب ج مثل ب أ، ب د فالمثلثان متساويان،^(د) فضعفاهما متساويان، فربّع ب ح مثل سطح ب س، وكذلك تبين أن مربع ج ط مثل سطح ج س فربّع ب ه مثل مربعي ب ح، ح ط، وذلك ما أردنا بيانه.

مح [الشكل الثامن والأربعون]

مربع ضلع أ ج من مثلث أ ب ج³⁴ مثل مربعي ضلعي أ ب، ب ج، فأقول: إن زاوية ب قائمة؛



فنخرج ب د عموداً على ب ج،^(ب) ونفصل منه ب د مثل ب أ،^(ج) ونصل د ج، فربّع ج د مثل مربعي ج ب، ب د^(ز) أعني ب أ ف ج د مثل أ ج و ب د مثل ب أ و ب ج مشترك فزاويتا ب متساويتان^(ح) فزاوية أ ب ج قائمة، وذلك ما أردنا بيانه.

تمت المقالة الأولى وهي (مح) شكلاً

³³ م: د ب.

³⁴ م - أ ب ج.

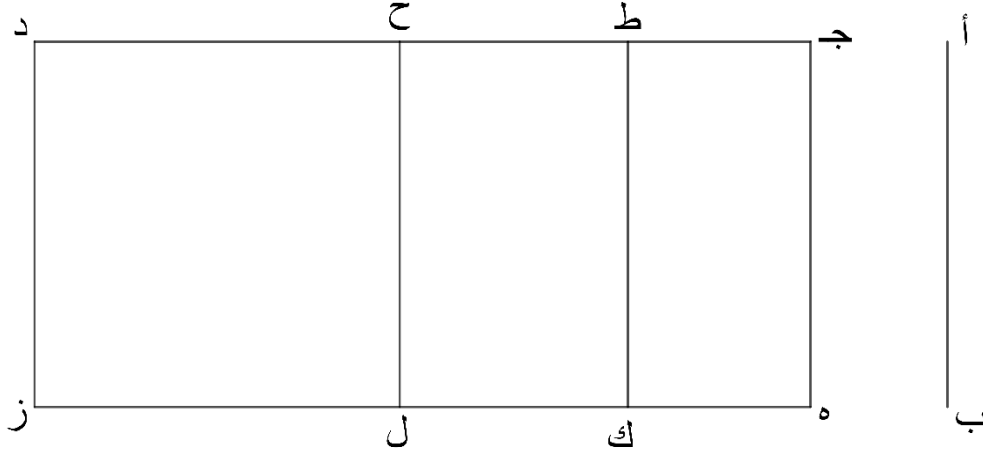
المقالة الثانية

[-] إذا قلنا ضرب الخط في الخط فإننا نعني به سطحاً قائم الزاوية يحيط بالزاوية القائمة منه ذاك الخطان.

[-] وإذا كان سطح قائم الزاوية وعلى طرف قطره سطحان متممان، فإن المتممين مع أحد المربعين اللذين على القطر يقال له العلم.

أ [الشكل الأول]

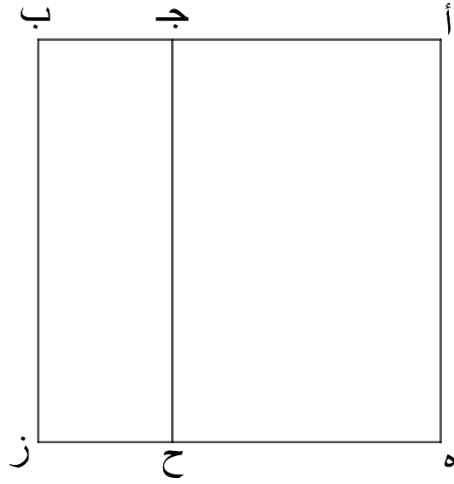
خطاً أ ب، ج د مفروضان وقد قُسم ج د بأقسام / [١٥ و] كم كانت، وليكن هي أقسام ج د، ط، ح، ز، فأقول: إن ضرب أ ب في ج د مثل ضربه في جميع أقسام ج د، ط، ح، ز؛



لأننا نخرج من نقطتي ج، د عمودي ج ه، د ز ^(١.أ) ونفصل ج ه، د ز مثل أ ب ^(ج.أ) ونصل ه ز، فلأن الداخلتين مثل قائمتين فج ه موازٍ لـ ز ^(ع.أ) فه ز موازٍ لـ ج د ^(ج.أ) فسطح ج ز متوازي الأضلاع قائم الزوايا ونخرج ط ك، ح ل موازيين لـ ج ه ^(لا.أ) فسطوح ج ك، ك ح، ح ز متوازية الأضلاع فأضلاعها المتقابلة وزواياها المتقابلة متساوية ^(لد.أ) فهي قائمة الزوايا. فضرب ه ج في ج ط سطح ج ك، وضرب ط ك أعني ج ه في ط ح سطح ط ل، وضرب ح ل أعني ج ه في ح د سطح ح ز، فضرب ج ه في جميع أقسامه مثل ضرب ه ج في ج د أعني أ ب في ج د، وذلك ما أردنا بيانه.

ب [الشكل الثاني]

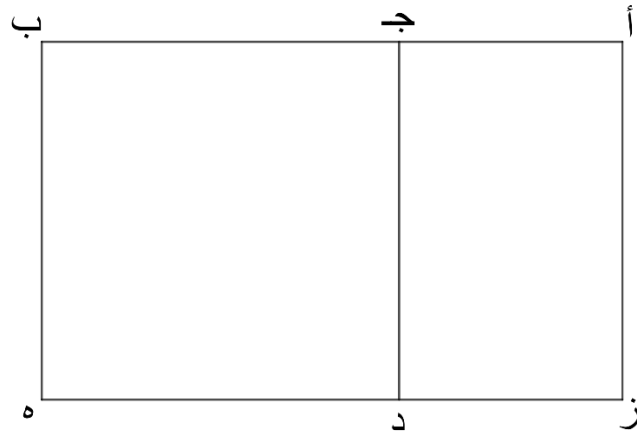
خطاً أ ب قد قُسم بنقطة ج كيف اتفق، فأقول: إن مربع أ ب مثل ضرب أ ب في كلي ^{٣٥} قسمي أ ج، ج ب؛



لأنّا نعمل على أ ب مربع أ ز، ونخرج ج ح موازياً لـ ه؛ (لأ) فلائّ الداخلتين مثل قائمتين (كطأ) فسطحا أ ح، ج ز قائما الزوايا فـضرب أ ه أعني أ ب في أ ج سطح أ ح وضرب ب ز أعني أ ب في ب ج سطح ج ز فـضرب أ ب مثل ضرب أ ب في كلّي قسمي أ ب، ب ج، وذلك ما أردنا بيانه.

جـ [الشكل الثالث]

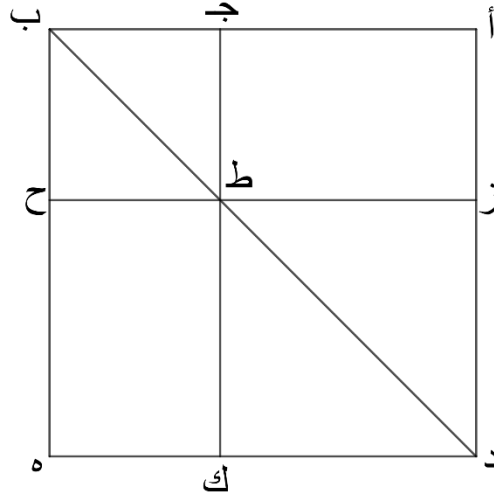
خطّ أ ب قسم بنقطة ج كيف اتفق، فأقول: إنّ ضرب أ ب في ب ج مساوٍ لضرب أ ج في ب ج مع مربع ب ج.



فنعمل على ب ج مربع ج ه (موا) ونخرج ه د بالاستقامة، ونفصل ه ز مثل أ ب، (جأ) ونصل أ ز؛ فلائّ ضرب أ ج في ج د أعني ج ب هو سطح أ د، ومع مربع ج ه هو ضرب أ ب في ب ه أعني ب ج فـضرب أ ب في ب ج مثل ضرب أ ج في ج ب مع مربع ب ج، وذلك ما أردنا بيانه.

د [الشكل الرابع]

خطّ أ ب قسّم بنقطة ج كيف اتفق، فأقول: إنّ مربع أ ب مساوٍ لمربعي أ ج، ب ج مع ضرب أ ج في ج ب مرّتين.



فنعمل على أ ب مربع أ هـ، ونصل ب د، ونخرج ج ك / [١٥] موازياً لـ أ د، ونخرج من نقطة ط خطّ ط ح موازياً لـ أ ب، ونخرجه إلى ز؛ فلأنّ زاويتي أ ب د، أ د ب متساويتان، فكلّ واحدة منهما³⁶ نصف قائمة، وكذا زاويتا هـ ب د، هـ د ب كلّ واحدة منهما نصف قائمة، (لهذا بعينه) وزاوية ح ط ب مثل ج ب ط، و ح ب ط مثل ج ط ب، فكلّ واحدة منهما نصف قائمة،³⁷ فب ج مثل ج ط، و ب ح مثل ح ط، وأضلاعه المتقابلة متساوية، (لذلك) وزاويتا ح ج قائمتان، (لذلك) ف ج ح مربع ج ب، وكذلك تبين أنّ ز ك مربع د ك أعني أ ج، ف ضرب أ ج في ج ط أعني ج ب سطح أ ط، والمتّمان متساويان، (لهذا) ف ضرب أ ج في ج ب مرّتين هما المتّمان، فربّع أ ب مثل مربعي أ ج، ج ب ف ضرب أ ج في ج ب مرّتين.

وقد تبين من هذا: أنّ الخطّ إذا كان منصفاً، فإنّ مربعه أربعة³⁸ أمثال مربع نصفه، وذلك ما أردنا بيانه.

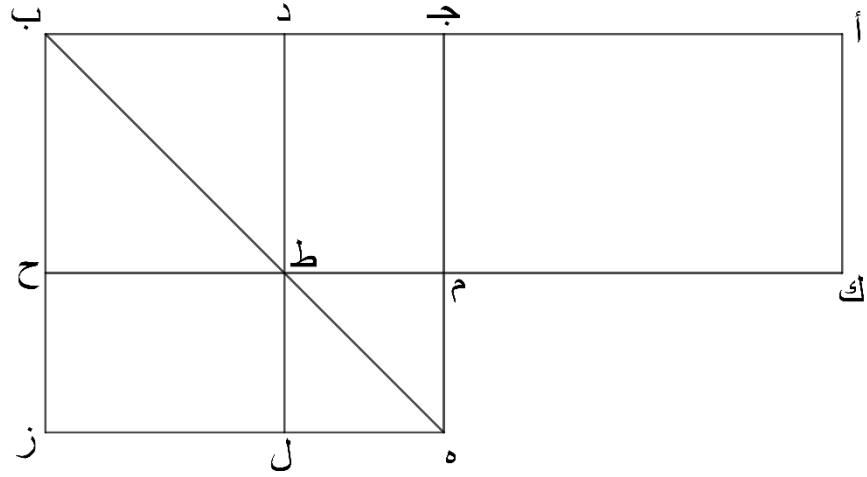
هـ [الشكل الخامس]

خطّ أ ب قسّم بمتساويين على نقطة ج، وبخطين على نقطة د، فأقول: إنّ ضرب أ د في د ب مع مربع ج د مساوٍ لمربع ج ب الذي هو نصف أ ب.

³⁶ م - منها.

³⁷ م - قائمة.

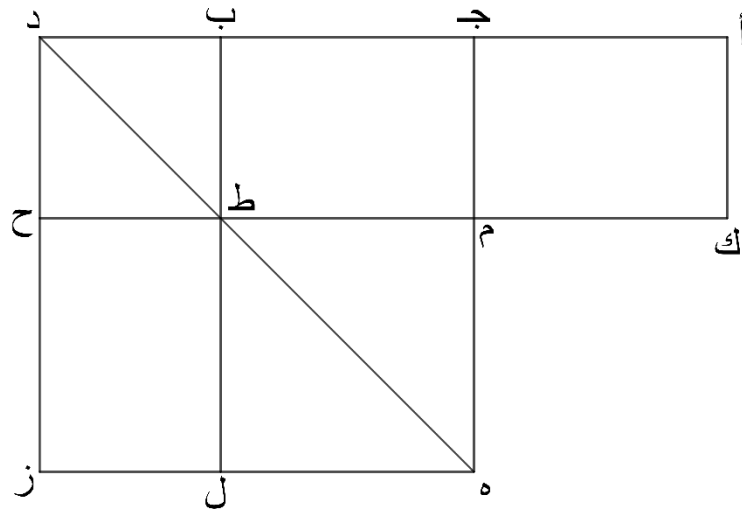
³⁸ م - أربعة.



فنعمل على ج ب مربع ه ز، ونصل قطر ب ه، ونخرج د ل موازياً لـ ج ه،^(١٠٧) ونخرج من نقطة ط خط ط ك موازياً لـ أ ب،^(١٠٨) ونخرجه إلى ح، ونفصل ح ك مساوياً لـ أ ب،^(١٠٩) ونصل أ ك وتبين كما بينّا من قبل أنّ سطح ط ه مربع ج د، و ح د مربع د ب؛ فلأنّ المتممين متساويان،^(١١٠) فنجعل د ح مشتركاً، فسطح ز د مثل ح ج د و ح ج د مثل ج ك؛ لأنّهما على قاعدتين متساويتين،^(١١١) فـ ز د مثل ج ك فنجعل ط ج مشتركاً فـ ز د، د م وهو العلم مثل د ك الذي هو من ضرب أ د في د ط أعني د ب، فالعلم أعني ضرب أ د في د ب مع مربع ط ه الذي هو مربع ج د مثل مربع ج ب، وذلك ما أردنا بيانه.

و [الشكل السادس]

خط أ ب منصف على نقطة ج وزيد فيه ب د، فأقول: إنّ ضرب الخطّ مع الزيادة في الزيادة مع مربع نصف الخطّ مساوٍ لمربع نصف الخطّ مع الزيادة، وهو^{٤٠} ج د.



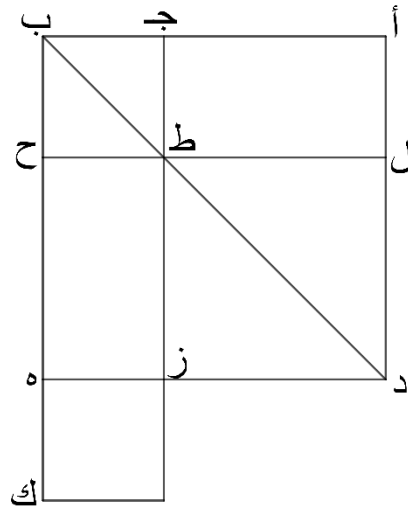
^{٣٩} م: أ د.

^{٤٠} م - هو.

فنعمل على جـ د مربع جـ ز، ونصل قطر د ه^(١٦) ونخرج ب موازياً لجـ ه^(١٧) ونخرج من نقطة ط خط ط ك موازياً لأ ب^(١٨) ونخرجه إلى ح، ونفصل ح ك مثل أ د^(ج١) ونصل أ ك، فسطح ه ط مربع جـ ب و ب ح مربع د ب لما بيننا قبل، و ز ط مثل ط جـ^(ج٢) الذي هو مثل جـ ك^(ل١) فز ط مثل جـ ك فنجعل ح جـ مشتركاً فالعلم مثل سطح د ك الذي هو من ضرب أ د في د ح أعني د ب فنجعل مربع م ل مشتركاً فسطح أ د في د ب مع مربع نصف الخط مساوٍ لمربع جـ د، وذلك ما أردنا بيانه.

ز [الشكل السابع]

خط أ ب قسم على نقطة جـ كيف اتفق، فأقول: إن ضرب أ ب في ب جـ مرتين مع مربع أ جـ مثل مربعي أ ب، ب جـ.



فنعمل على أ ب مربع أ ه^(١٩) ونصل ب د، ونخرج جـ ز موازياً لأ د^(٢٠) ونخرج من نقطة ط خط ط ل موازياً لأ ب^(٢١) ونخرجه إلى ح. فلأن سطحي أ ط، ط ه متساويان^(ج٣) فنجعل^{٤١} مربع جـ ح مشتركاً فسطح أ ط مع مربع جـ ح مثل سطح ط ه مع مربع جـ ح و سطح أ ط مع مربع جـ ح من ضرب أ ب في ب ح أعني ب جـ ف ضرب أ ب في ب جـ مرتين جميع أ ح، ط ه مع مربع جـ ب؛ وليكن سطح^{٤٢} ز ك مربع ز ه أعني جـ ب^(ل٢) ف ضرب أ ب في ب جـ مرتين هو العلم مع مربع^{٤٣} ز ك. وإذا أضيف إليه مربع د ط كان مربع أ ه مع مربع ز ك ف ضرب أ ب في ب جـ مرتين مع^{٤٤} مربع أ جـ مساوٍ لمربع أ ب مع مربع ب جـ، وذلك ما أردنا بيانه.

^{٤١} م + من.

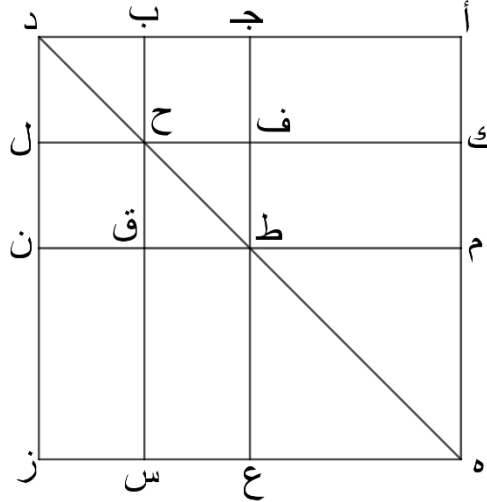
^{٤٢} م - سطح.

^{٤٣} م - مربع.

^{٤٤} م - مع.

ح [الشكل الثامن]

خط أ ب قسّم على نقطة ج كيف اتّفقت، وزيد فيه ب د مثل ب ج، فأقول: إنّ ضرب أ ب في ب د أربع مرّات مع مربع أ ج مثل مربع أ د.



فنعمل على أ د مربع أ ز، ونصل د ه ونخرج ج ع، ب س موازيين لـ ه ^(أ.٦) و ح ك، ط م موازيين لـ أ د ونخرجهما إلى نقطتي ل، ن. فلأن ب ح أعني ب د مثل ب ج أعني ف ح، ^(د.١) فـ ب ح مثل ح ف فـ ب ح مثل ح ق؛ لأنّ سطح ف ق مربع فسطح ج ح مثل ط ح ^(ل.١) ولأنّ ب ح مثل ح ق فسطح ب ل ^(ل.١٦) مثل ل ق ^(ل.١) و ب ف مثل ب ل ^(ل.١) فالسطوح الأربعة التي في مربع ج ن متساوية ولأنّ ج ف مثل ف ط فسطح أ ف مثل ك ط ^(ل.١) و ط ق مثل ق ن فسطح ط س مثل س ن ^(ل.١) ومتمم ك ط مثل ط س ^(ج.١) فالسطوح الأربعة أعني ج ك، ك ط، ط س، س ن متساوية فـ ضرب أ ب في ب د أعني ب ح سطح أ ح وهو أ ف مع ف ب فـ ضرب أ ب في ب د أربع مرّات ثمانية سطوح، وهو العلم. فإذا أضفنا إليه مربع م ع كان مربع أ ز فـ ضرب أ ب في ب د أربع مرّات مع مربع أ ج مثل مربع أ د، وذلك ما أردنا بيانه.

زيادة: خطّ أ ب قسّم بـ مختلفين على ج، فأقول: إنّ مربع أ ج مع مربع ج ب أعظم من ضعف ضرب أ ج في ج ب؛

أ ————— د ج ب

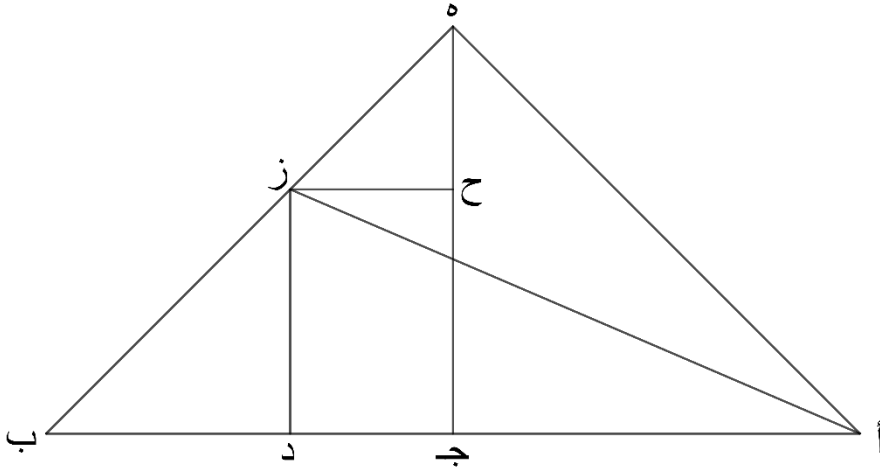
لأنّنا ننصف أ ب على د، فلأنّ ضرب أ ج في ج ب مع مربع ج د مثل مربع د ب ^(٤) فأربعة أمثال ضرب أ ج في ج ب مع أربعة أمثال مربع ^{٤٥} د ج مساوٍ لأربعة أمثال مربع د ب أعني مربع أ ب ^(٣) أعني مربعي

^{٤٥} م: مع.

أج، جـ ب مع ضعف ضرب أ ج في جـ ب^(د) فنسقط ضعف ضرب أ ج في جـ ب من الجانبين. يبقى ضعف ضرب أ ج في جـ ب مع أربعة أمثال مربع جـ د مساوياً لمربعي أ ج، جـ ب نسقط أربعة أمثال مربع جـ د يبقى ضعف ضرب أ ج في جـ ب أصغر من مربعي أ ج، جـ ب، وذلك ما أردنا بيانه.

ط [الشكل التاسع]

خطّ أ ب قسّم بمتساويين على نقطة جـ وبخطين على نقطة د، فأقول: إنّ مربعي أ د، د ب ضعف مربعي أ ج، جـ د؛

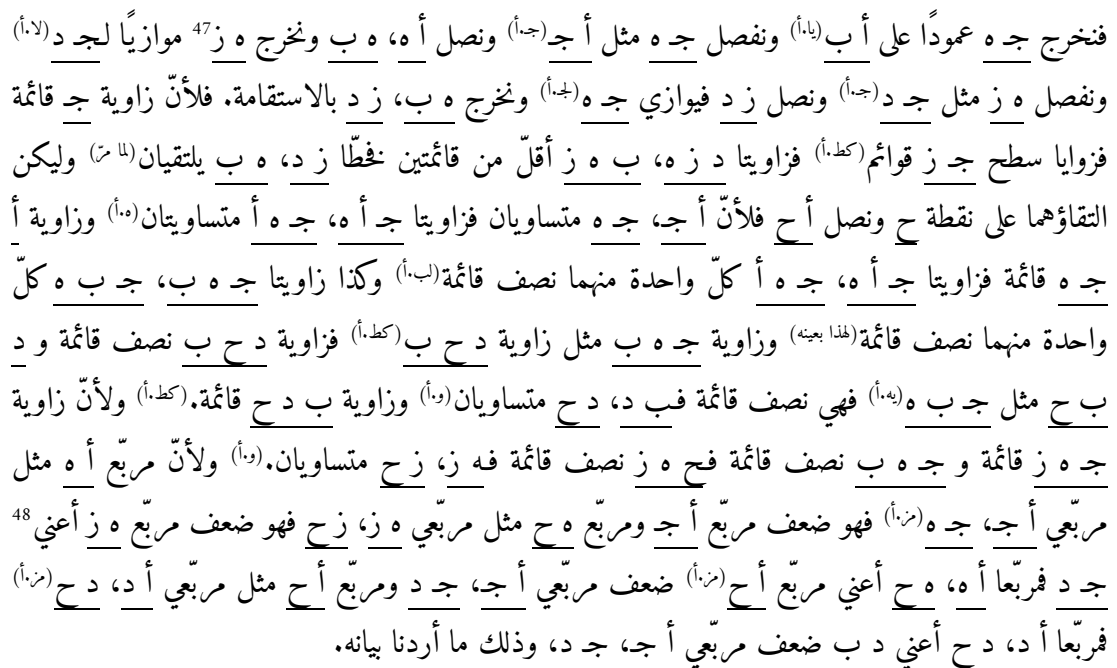


لأنّا⁴⁶ نخرج جـ ه عموداً على أ ب^(يا.أ) ونفصل جـ ه مثل جـ أ^(ج.أ) ونصل أ ه، ه ب ونخرج د ز موازياً لجـ ه^(لا.أ) و ز ح موازياً لأ ب^(لا.أ) ونصل ز أ. فلأنّ أ ج، جـ ه متساويان فزاويتا فوق القاعدة منه متساويتان^(ه.أ) وزاوية أ ج ه قائمة فزاويتا جـ أ ه، جـ ه أ كلّ واحدة منهما نصف قائمة^(ب.أ) وكذا زاويتا جـ ه ب، جـ ب ه كلّ واحدة منهما نصف قائمة^(هكذا بعينه) فزاوية أ ه ب قائمة وزاوية ز ح ه مثل ب ج جـ ح^(كط.أ) فهي قائمة فهـ ز ح نصف قائمة فز ح مثل ح ه^(وا.أ) وب د ز مثل ب ج جـ ح^(كط.أ) فهي قائمة^(ب.أ) فد ز ب نصف قائمة^(ب.أ) فد ز، د ب متساويان. ^(وا.أ) ولأنّ مربع أ ه مثل مربعي أ ج، جـ ه^(ز.أ) فمربع أ ه / [١٧] ضعف مربع أ ج ومربع ز ه مثل مربعي ز ح، ح ه^(ز.أ) فهو ضعف مربع ز ح أعني جـ د^(لد.أ) فمربعاً أ ه، ه ز أعني مربع أ ز^(ز.أ) ضعف مربعي أ ج، جـ د ومربع أ ز مثل مربعي أ د، د ز^(ز.أ) فمربعاً أ د، د ز أعني د ب ضعف مربعي أ ج، جـ د، وذلك ما أردنا بيانه.

ي [الشكل العاشر]

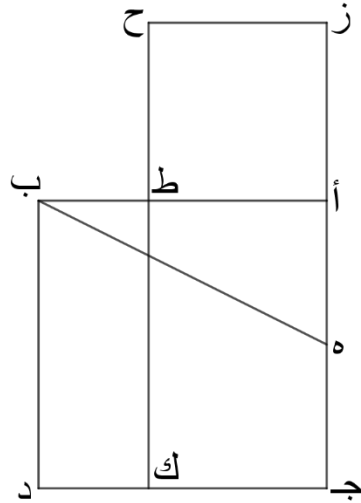
خطّ أ ب منصف على نقطة جـ وزيد عليه خطّ ب د، فأقول: إنّ مربعي أ د، د ب ضعف مربعي أ ج، جـ د

⁴⁶ م: لا.



نريد أن نقسم خطَّ أ ب قسمةً يكون ضرب الخطِّ كله في أحد قسميه مثل مربع القسم الآخر.

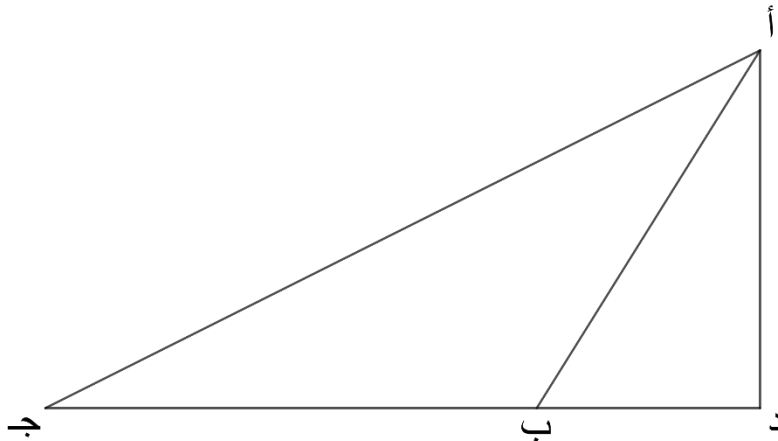
271



فنعمل على أ ب مربع أ ب ج د ^(موا) وننصف أ ج على ه ^(ي) ونصل ه ب ونخرج ه أ بالاستقامة ونفصل ه ز مساوياً له ب. فلأن ه ب أقصر من ه أ، أ ب ^(ك) ^(١٧ ظ) فه ز أقصر من ه أ، أ ب فأ ز أقصر من أ ب فنفصل أ ط مثل أ ز ^(ج) ونخرج ط ح عموداً على أ ب ^(با) ونفصل ط ح مثل أ ز ^(ج) ونصل ح ز فهو موازٍ ومساوٍ لـ ط ^(لج) وزاويتا قائمتان ^(بج) فه أ ط قائمة والزاويتان الداخلتان مثل قائمتين ^(كط) فسطح أ ح مربع ونخرج ح ط بالاستقامة إلى ك فلأن ضرب ج ز في أ ز مع مربع أ ه مساوٍ لمربع ه ز ^(د) الذي هو مساوٍ لمربع ه ب المساوي لمربعي ه أ، أ ب ^(مزا) فنسقط مربع ه أ المشترك يبقى ضرب ج ز في ز أ مساوياً لمربع أ ب وسطح ز ك من ضرب ج ز في ز ح أعني ز أ فهو مساوٍ لمربع أ د فنسقط أ ك المشترك يبقى أ ح الذي هو مربع أ ط مساوياً لسطح ط د الذي هو من ضرب د ب أعني أ ب في ب ط، وذلك ما أردنا بيانه.

يب [الشكل الثاني عشر]

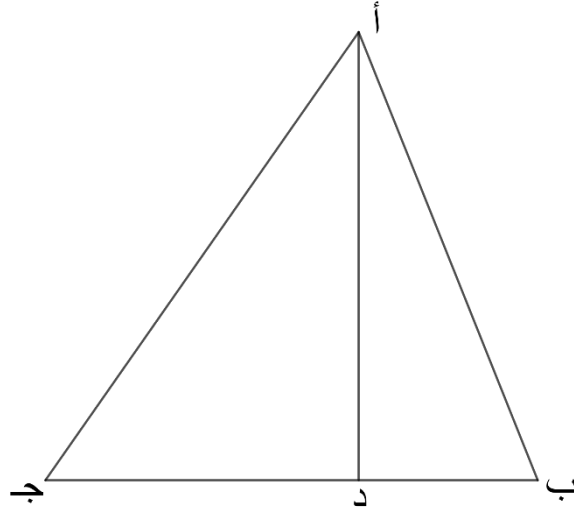
زاوية ب من مثلث أ ب ج منفرجة وأخرج من نقطة أ عموداً على خط ب د المتصل على الاستقامة بقاعدة ب ج، فأقول: إن مربع وتر المنفرجة وهو أ ج أعظم من مربعي الضلعين المحيطين بها بضرب ضرب ب ج في ب د.



لأنَّ مربع أ ج مساوٍ ⁴⁹ لمربعي أ د ، د ج ^(نأ) الذي هو مساوٍ لمربعي د ب ، ب ج مع ضعف ضرب ب ج في د ب ^(د) فمربع أ ج مساوٍ لمربعات أ د ، د ب ، ب ج مع ضعف ضرب ب ج في ب د ومربعاً أ د ، د ب مثل مربع أ ب ^(نأ) فمربع أ ج مثل مربعي أ ب ، ب ج مع ضعف ضرب ب ج في ب د ، وذلك ما أردنا بيانه.

يجب [الشكل الثالث عشر]

زاويتا ب ، ج من مثلث أ ب ج حادثان و أ د عمود على ب ج ، فأقول: إنَّ مربع أ ج ينقص من مربعي أ ب ، ب ج بضعف ضرب ب ج في ب د



لأنَّ مربعي ج ب ، ب د مثل ضعف ضرب ب ج في ب د مع مربع ج د فنجعل مربع ⁵⁰ أ د مشتركاً فمربع ج ب مع مربعي أ د ، د ب أعني مربع أ ب ^(نأ) مثل ضعف ضرب ب ج في ب د مع مربعي أ د ، د ج أعني مربع أ ج ^(نأ) فمربع ج ب مع مربع أ ب مثل ضعف ضرب ب ج في ب د مع مربع أ ج ، وذلك ما أردنا بيانه.

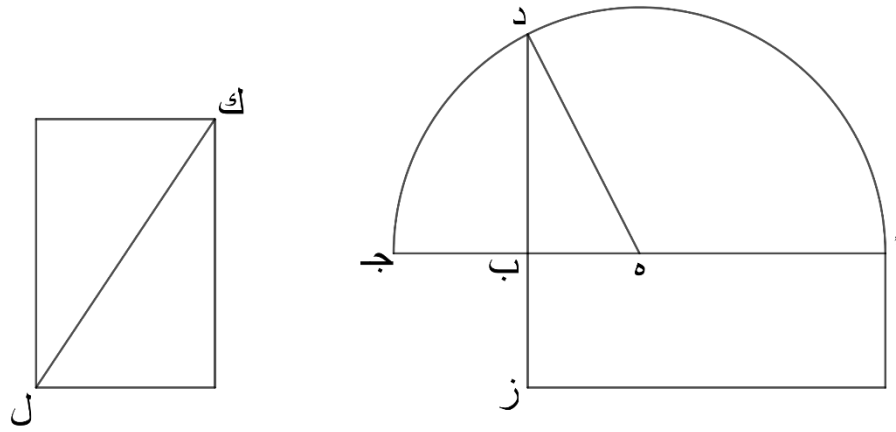
[١٨و]

يد [الشكل الرابع عشر]

نريد أن نعمل مربعاً مساوياً لسطح ك ل

⁴⁹ م - مساو

⁵⁰ م - مربع



فنعمل سطحاً قائم الزاوية مساوياً لسطح ك ل^(١٠٤) وليكن سطح أ ز فإن كان متساوي الأضلاع فقد حصل المطلوب، وإن لم يكن متساوي الأضلاع فليكن أ ب أعظم من ب ز فنخرج أ ب بالاستقامة ونفصل ب ج مثل ب ز^(ج١) وننصف أ ج^(ي) على نقطة ه ونعمل على أ ج نصف دائرة أ د ج ونخرج ز ب بالاستقامة إلى محيطها وليلقى المحيط على نقطة د ونصل د ه فلأن زاويتي د ب ه ، ه ب ز مثل قائمتين^(ج٢) فد ب ه قائمة ولأن ضرب أ ب في ب ج مع مربع ه ب مساوٍ لمربع ه ج^(٥) أعني مربع د ه أعني مربعي ب ه ، ب د^(ز١) فنسقط مربع ب ه المشترك يبقى ضرب أ ب في ب ج أعني سطح أ ز مساوياً لمربع ب د فنعمل على ب د مربعاً فهو مساوٍ لسطح ك ل .

وقد تبين من مقدمات هذا الشكل أنه إذا أخرج من محيط الدائرة على قطرها عمود، فإن ضرب أحد قسيمي القطر في الآخر مثل مربع العمود، وذلك ما أردنا بيانه.

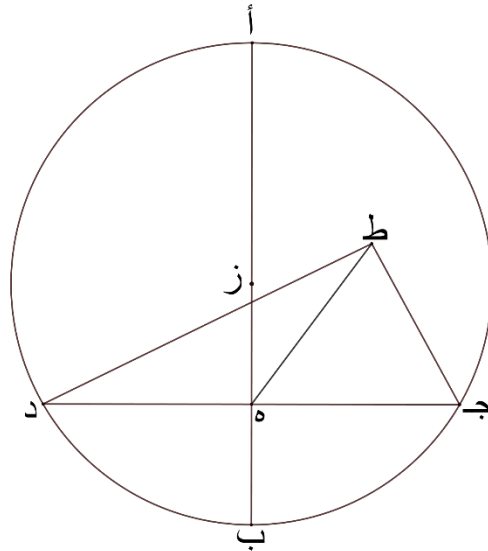
تمت المقالة الثانية وهي (يد) شكلاً

المقالة الثالثة

الدوائر المتساوية هي التي أقطارها متساوية.
والخطّ المماسّ للدائرة هو الذي يلقي الدائرة ويبعد على الاستقامة ولا يقطعها.
والدوائر المتماسّة هي التي تتلاقى بنقط بلا قطع.
والوتر خطّ مستقيم يصل بين طرفي قوس من محيط الدائرة.
والأوتار المتساوية البعد عن المركز هي التي تكون الأعمدة عليها من المركز متساوية وأعظمها بُعداً أطولها عموداً وبالضدّ
والزاوية المركّبة على القوس هي التي يحيط بها خطّان مستقيمان يخرجان من طرفي القوس ويلتقيان على نقطة من المحيط.
وقطاع الدائرة شكل يحيط به خطّان خارجان من المركز وقوس من المحيط.
والقطع المتشابهة هي التي تكون الزوايا المركّبة فيها متساوية، وهي من الدوائر [١٨ ظ] المتساوية.

أ [الشكل الأول]

نريد أن نجد مركز دائرة أ ب ج د.

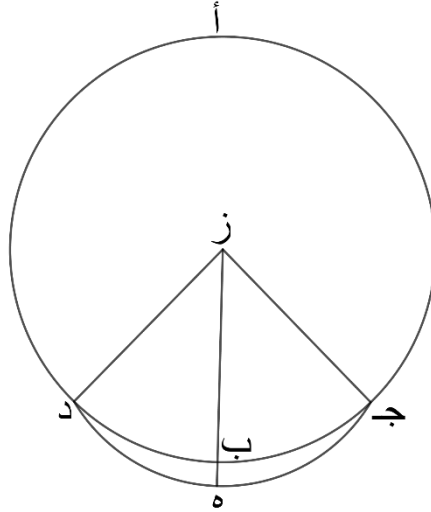


فنفرض في داخلها نقطة هـ ونخرج منها خطاً بالاستقامة من الجهتين إلى أن يلقي المحيط، وليكن على نقطتي جـ ، دـ وننصفه،^(١٠٤) وليكن على نقطة هـ، ونخرج منها عمود هـ ز،^(١٠٥) ونخرجه من الجهتين إلى محيط الدائرة، وليلقاه على نقطتي أ، ب وننصف أ ب، وليكن على نقطة ز ، فأقول: إن ز مركز الدائرة، وإلا فليكن المركز نقطة أخرى. فإن كانت على خط أ ب لم تكن نقطة ز منتصف الخط، هذا خلف. وإن لم تكن على خط أ ب مثل نقطة ط فنصل ط جـ ، ط دـ ، ط هـ فلأن ط جـ ، ط دـ متساويان و جـ هـ مثل هـ دـ و ط هـ مشترك. فزاوية ط هـ جـ مثل ط هـ دـ^(١٠٦) ف ط هـ دـ قائمة و ز هـ دـ قائمة ف ط هـ دـ مثل ز هـ دـ^{٥١} ، هذا خلف. فنقطة ز مركز الدائرة.

ومن هذا تبين أنه إذا نُصِف وتر في الدائرة، وأُخرج من المنتصف عموداً فإنه يمر بالمركز، وذلك ما أردنا بيانه.

ب [الشكل الثاني]

نقطتا جـ ، دـ على محيط دائرة أ ب ج د ، فأقول: إن الخط المستقيم الواصل بينهما يقع في الدائرة

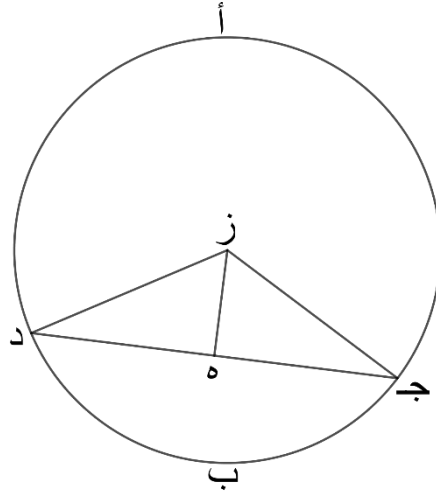


وإلا فليقع خارجها. فنجد المركز،^(١) وليكن نقطة ز ونصل ز ج ، ز د، ونخرج ز ب إلى هـ. فلأن ز هـ أطول من ز جـ. فزاوية ز جـ هـ أعظم من ز هـ دـ،^(٢) وزاوية ج هـ ز أعظم من ز د هـ،^(٣) ف ز جـ هـ أعظم من ز هـ دـ ، هذا خلف. فالخط المستقيم الواصل بين نقطتي جـ ، دـ يقع داخل الدائرة، وذلك ما أردنا بيانه.

ج [الشكل الثالث]

دائرة أ ب ج د خرج من مركزها، وهو نقطة ز خط هـ ز إلى وتر ج د، وقسم وتر ج د بنصفين على هـ ف هـ ز عمود عليه وبالعكس.

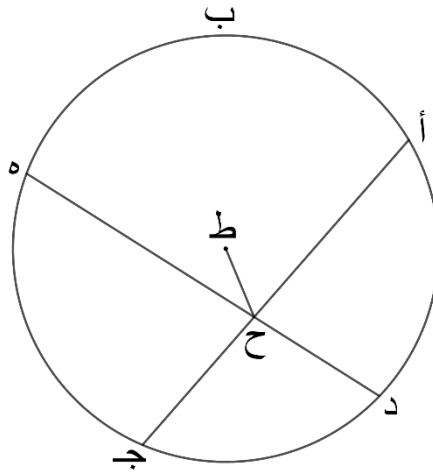
^{٥١} م: ز هـ



فليكن أولاً منصفاً للوتر، فنصل ز ج، ز د، فلأن ز ج⁵² مثل ز د و ج هـ مثل د هـ، و ز هـ مشترك. فزاويتا هـ متساويتان. (ح^١) وليكن عموداً عليه فلأن زاويتي هـ متساويتان، وزاويتا ج، د متساويتان، (هـ^١) و ز هـ مشترك فـ ج هـ مثل د هـ (ك^١)، وذلك ما أردنا بيانه.

د [الشكل الرابع]

وترا ج أ، د هـ يتقاطعان في دائرة أ ب ج د على غير المركز، [١٩ و] فنقطة التقاطع ليست منتصف كل واحد من الوترين.

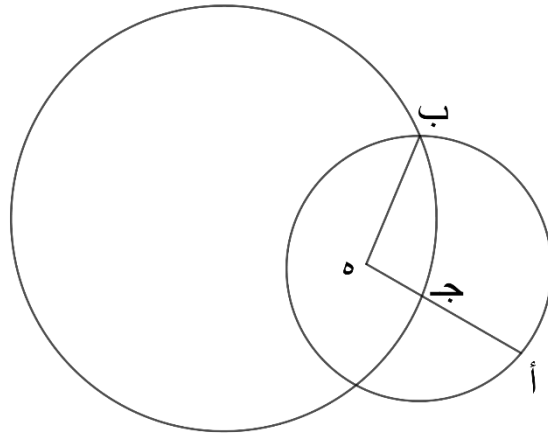


وإلا فنجد المركز،^(١) وليكن نقطة ط ونصل ط ح، فهو عمود عليهما. (ج^٢) فزاوية أ ح ط قائمة. وكذلك د ح ط قائمة. فهما متساويتان، هذا خلف. فالوتران لا يتناصفان، وذلك ما أردنا بيانه.

هـ [الشكل الخامس]

دائرنا أ ب، ب ج متقاطعان على ب، د، فأقول: إن مركزيهما ليست نقطة واحدة.

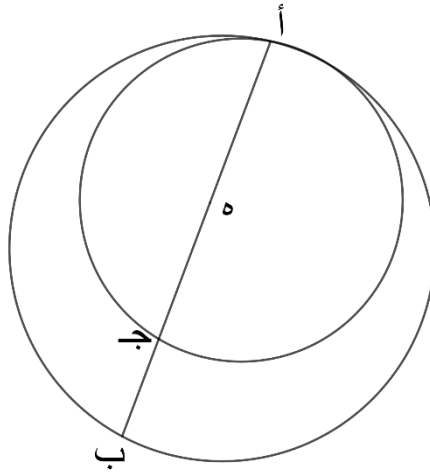
⁵² م - فلأن ز ج



وإلا فليكن هـ مركزيهما جميعاً، ونصل ب هـ ، هـ أ، فب هـ مثل هـ أ، ومثل هـ جـ فهـ أ مثل هـ جـ ، هذا خلف.
فليس مركز الدائرتين نقطة واحدة، وذلك ما أردنا بيانه.

و [الشكل السادس]

دائرتا أ ب ، أ جـ متماسّتان على نقطة أ ، فأقول: إنّ مركزيهما ليست نقطة واحدة.

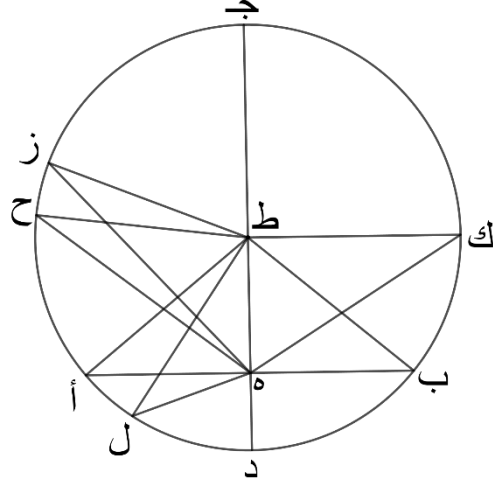


وإلا فليكن مركزيهما نقطة هـ، ونصل هـ أ، ونخرجه بالاستقامة إلى محيط دائرة أ ب، وليلقاه على نقطة ب، فأهـ مثل هـ ب ومثل هـ جـ، فهـ ب مثل هـ جـ ، هذا خلف. فليس مركز الدائرتين نقطة واحدة، وذلك ما أردنا بيانه.

ز [الشكل السابع]

نقطة هـ في دائرة أ ب جـ د وقد خرج منها خطوط هـ د ، هـ ل ، هـ أ، هـ ح ، هـ ز، هـ جـ ، فأقول: إنّ أطولها هو المارّ بالمركز وأقصرها تمام القطر، وما قرب من الأطول فهو أطول ممّا بعد عنه، وكلّ خطّ يخرج من نقطة

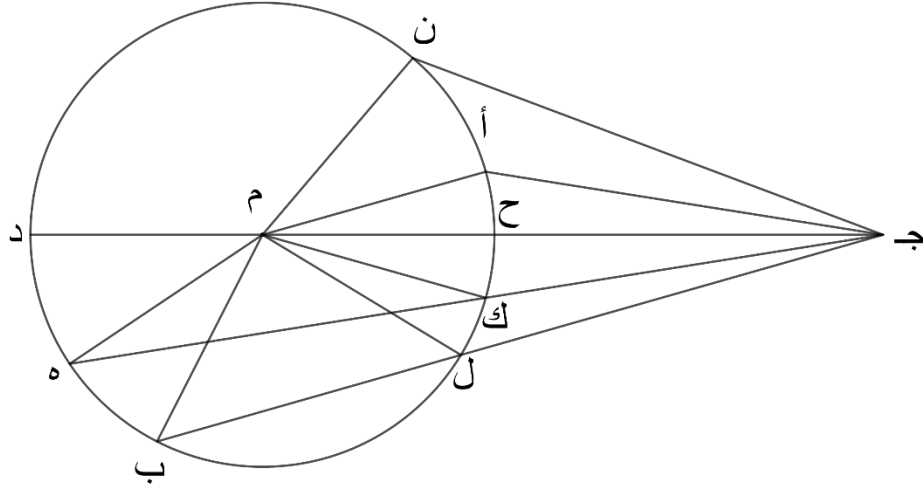
هـ إلى محيط الدائرة في أحد جانبي القطر يساوي خطاً فقط خارجاً من نقطة هـ إلى محيط الدائرة في الجانب الآخر.



فنجـد المركز^(أ) وليكن نقطة ط ونصل ط ز، ط ح، ط أ، ط ل فلأن ط هـ، ط ز أطول من هـ ز^(ك.أ) و ط ز مثل ط جـ فهـ جـ أطول من هـ ز ولأن ط ز، ط هـ مثل ط ح، ط هـ وزاوية ز ط هـ أعظم من ح ط هـ فهـ جـ أطول من هـ ح^(ك.أ) وكذا تبين أن هـ ح أطول من هـ أ وأن هـ أ أطول من هـ ل. ولنعمل زاوية هـ ط ب مثل هـ ط أ^(ج.أ) ونصل هـ ب فلأن ط هـ، ط ب، ط هـ، ط أ محيطه [١٩ ط] بزائيتين متساويتين فقاعدة ب هـ مثل قاعدة هـ أ^(د.أ) ولا يمكن أن نخرج من جهة ب هـ خط مثل هـ أ أعني هـ ب وإلا فليكن هـ ك مثله ونصل ط ك فلأن ط أ مثل ط ك وهـ أ مثل هـ ك و ط هـ مشترك فزاوية هـ ط ك مثل هـ ط أ^(ح.أ) فزاوية ب ط هـ مثل ك ط هـ، هذا خلف. ولأن هـ ط، هـ ل أطول من ط ل^(ك.أ) أعني ط د نسقط هـ ط يبقى هـ ل أطول من هـ د، وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن]

نقطة جـ خرج منها إلى دائرة أ ح ب خطوط جـ د، جـ هـ، جـ ب وقد مرّ جـ د بالمركز وهو نقطة م، فأقول: إن أطولها هو المارّ بالمركز ثم ما يليه ثم ما يليه وما بقي خارجاً فالتصل بالقطر أقصر ثم ما يليه ثم ما يليه وكلّ خط يخرج من نقطة جـ إلى محيط الدائرة في أحد جانبي خط جـ ح يساوي خطاً فقط خارجاً من نقطة جـ إلى محيط الدائرة في الجانب الآخر.

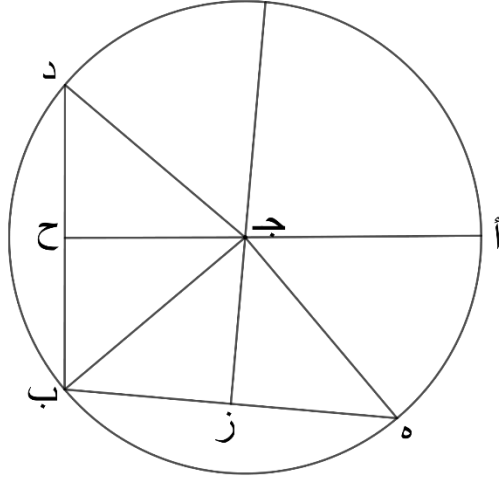


فصل م ه ، م ب فلأن ج م ، م ه أطول من ج ه ^(ك.أ) و م ه مثل م د فجـ د أطول من ج ه . ولأن ج م ، م ه مثل ج م ، م ب وزاوية ج م ه أعظم من ج م ب فجـ ه أطول من ج ب ^(ك.د) ونصل م ك ، م ل فلأن ج ك ، ك م أطول من ج م ^(ك.أ) و ك م مثل ح م فجـ ك أطول من ج ح ولأن ج ل ، ل م أطول من ج ك ، ك م ^(ك.أ) و ل م مثل م ك فجـ ل أطول من ج ك ونعمل زاوية ح م أ مثل ح م ك ^(ج.أ) فلأن ج م ، م ك ؛ ج م ⁵³ ، م أ محيطـ بزائيتين متساويتين فقاعدة ج أ مثل ج ك ولا يخرج من جهة ج ـ خط آخر مثل ج ك وإلا فليكن ج ن مثل ج ك ونصل م ن فلأن ج ن ، ⁵⁴ ن م مثل ج ك ، ك م و م ج مشترك فزاوية ج م ن مثل ج م ك ^(ح.أ) أعني ج م أ فلا يخرج من جهة ـ خط آخر مثل ج ك ، وذلك ما أردنا بيانه . / [٢٠ و]

ط [الشكل التاسع]

نقطة ج قد خرج منها إلى محيط دائرة أ ب د ثلاثة خطوط متساوية وهي ج ب ، ج ه ، ج د ، فأقول: إن نقطة ج هي المركز.

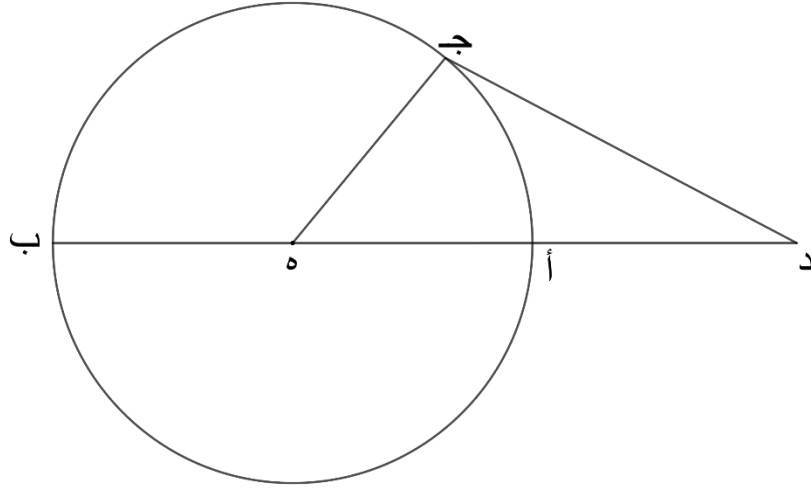
⁵³ م - ج م
⁵⁴ م + م



لأننا نصل ه ب ، ب د وننصفهما على نقطتي ز ، ح ^(١٠١) ونصل ز ج ، ح ج ونخرجهما بالاستقامة فلأن ج ه ، ه ز مثل ج ب ، ب ز و ز ج مشترك فزاويتا ز قائمتان ^(١٠٢) فـ ز ج عمود على وتره ب ه فعليه المركز ^(١) وكذلك ج ح عمود على وتر ب د ^(لهذا بعينه) فعليه المركز ^(١) فالمركز نقطة التقاطع وهي نقطة ج ، وذلك ما أردنا بيانه.

ي [الشكل العاشر]

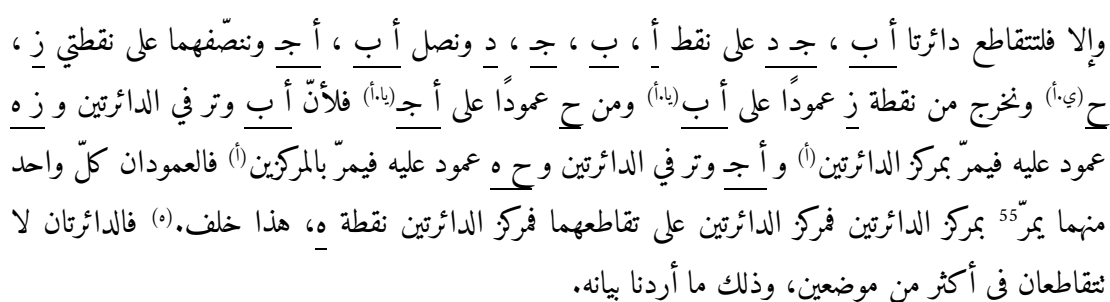
نقطة ج على محيط دائرة أ ب ج وأخرج منها عموداً على خط القطر، فأقول: إنه يقع داخل الدائرة



وإلا فليقع مثل ج د فنجد المركز ^(١) وليكن نقطة ه ونصل ج ه فلأن ه د أطول من ه ج فزاوية ه ج د أعظم من زاوية د ج ه ^(١٠٣) فزاويتان من المثلث أعظم من قائمتين، هذا خلف. ^(ب.أ) فالعمود يقع داخل الدائرة، وذلك ما أردنا بيانه.

يا [الشكل الحادي عشر]

لا تتقاطع دائرتان في أكثر من موضعين.



يب [الشكل الثاني عشر]

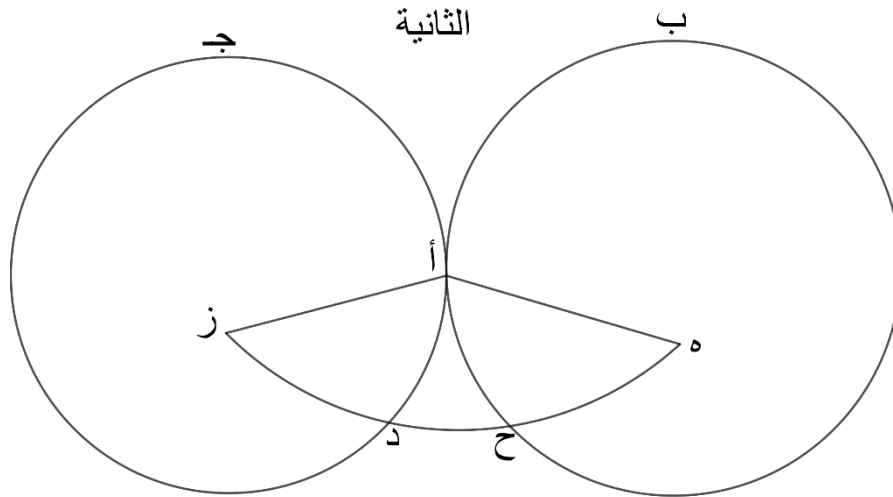
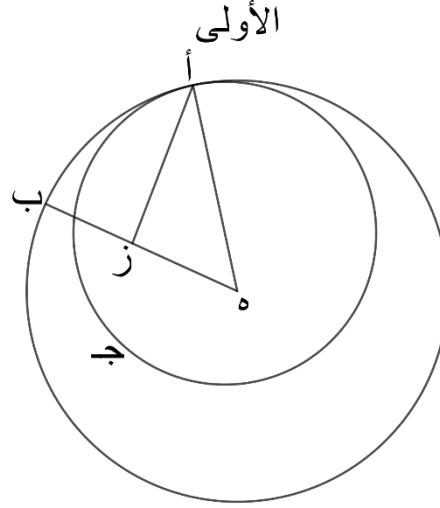
خطَّ أَب وتر في دائرة أَب ج وأخرج من نقطة أ خطَّ أ ج عموداً على أَب ، فأقول: إنَّه لا يقع في قطعة أ ج من الدائرة.



وإلا فليقع مثل أ ج فنجد المركز^(١) وليكن نقطة هـ / [٢٠ظ] ونصل أ هـ ، ج هـ فلأن هـ أ مثل هـ ج فزاويتا هـ أ ج ، هـ ج أ متساويتان^(١٠) وزاوية هـ أ ج أعظم من القائمة فزاويتان من المثلث أعظم من قائمتين، هذا خلف.^(ب١) فالعمود يقع خارج القطعة، وذلك ما أردنا بيانه.

بح [الشكل الثالث عشر]

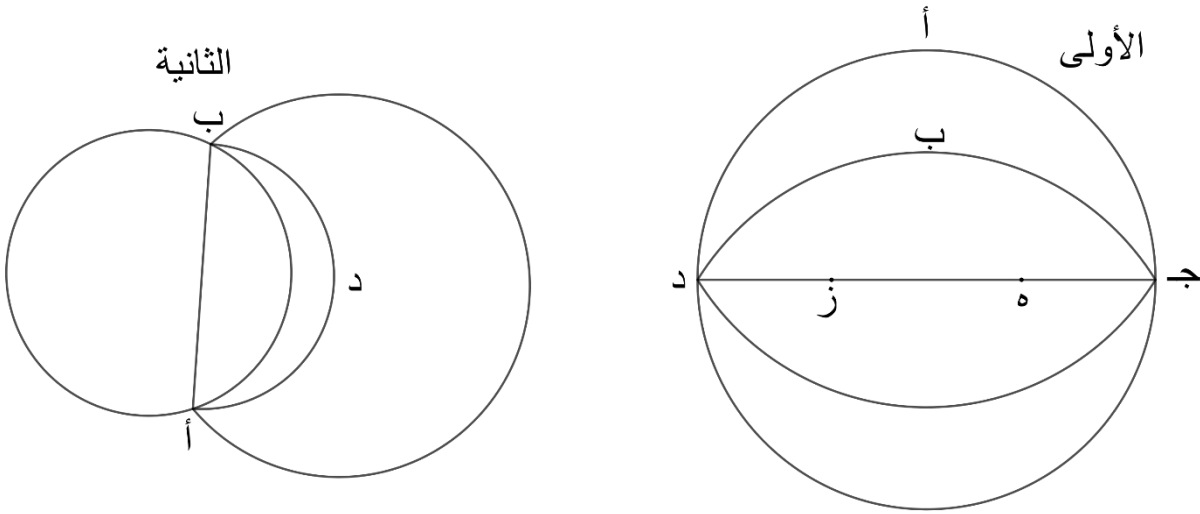
دائرتا أ ب ، أ ج متماسّتان على نقطة أ ومركز دائرة أ ب نقطة هـ ومركز دائرة أ ج نقطة ز ، فأقول: إن الخطّ المارّ بمركزيهما ينتهي إلى نقطة التماسّ.



وإلا فليقع مثل هـ ب ونخرج ز أ ، هـ أ فلأن أ ز ، ز هـ أعظم من هـ أ^(ك١) أعني هـ ب و أ ز مثل ز ج فهـ ج أعظم من هـ ب ، هذا خلف. فالخطّ المارّ بمركزي هـ ، ز ينتهي إلى نقطة التماسّ. وكذلك تبين في الصورة الثانية أن هـ ح ، د ز أعظم من هـ ز ، هذا خلف، وذلك ما أردنا بيانه.

يد [الشكل الرابع عشر]

لا تتماسّ دائرتان إلا في موضع واحد.

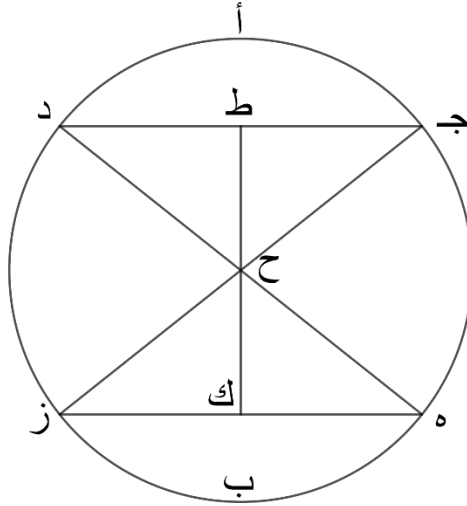


وإلا فلتماسّ دائرة ج ب دائرة أ ج على نقطتي ج ، د وتكون دائرة ج ب داخل دائرة أ ج فنجد مركزيهما^(١) وليكن ه ، ز ونصل ه ز ونخرجه من الجهتين فينتهي إلى نقطتي ج ، د (ب) فلأن ج ه مثل ه د فجـ ز أعظم من ز د مع أنّهما خرجا من المركز إلى المحيط، هذا خلف، هذا إذا كان التماسّ من داخل كما في الصورة الأولى. وأمّا إذا كان من خارج كما في الصورة الأخرى فنصل بين نقطتي أ ، ب بخطّ مستقيم فلأنّ نقطتي أ ، ب على محيط الدائرتين فانخطّ الواصل بينهما يقع في دائرة أ ب ج (ب) وإذا وقع في دائرة أ ب ج كان خارجا عن الدائرة الأخرى، هذا خلف. (ب) فالدائرتان لا تتماسّان [٢١و] إلا في موضع واحد، وذلك ما أردنا بيانه.

يه [الشكل الخامس عشر]

إذا كان وترا ج د، ه ز في دائرة متساويان،⁵⁶ فأقول: إنّ بُعديهما عن المركز متساويان وبالعكس.

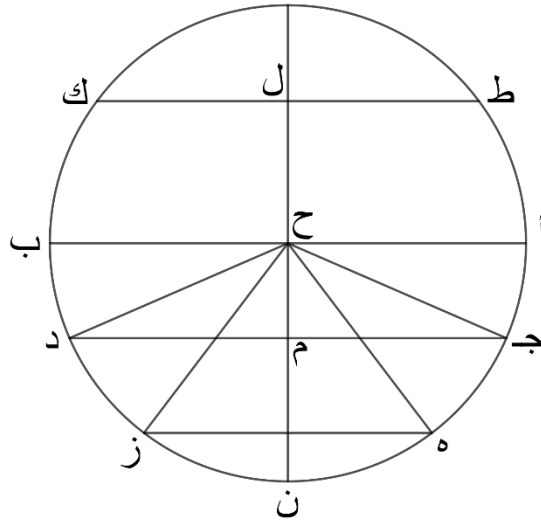
⁵⁶ Kâne'nin haberi olduğu için mütesâviyeyn olması gerekiyor.



فنجـد المـركـز^(١) وليكن نقطة ح ونخرج منه عمودي ح ط ، ح ك^(ب) ونصل ح ج ، ح د ، ح ه ، ح ز فلأن أضلاع مثلث ج ح د مثل أضلاع مثلث ه ح ز كلٌّ لنظيره فزاويتا ج ه متساويتان^(٢) وزاويتا ج ط ح ه ك متساويتان و ج ح مثل ه ح فح ط مثل ح ك^(ك) وليكن البعدان متساويان، فأقول: إن وتري ج د ، ه ز متساويان لأن مربعي ح ط ، ط ج مثل مربع ج ح^(ز) أعني مربع ه ح أعني مربعي ح ك ، ك ه^(ز) فنسقط مربعي ح ط ، ح ك فربع ج ط مثل ربع ه ك فـجـ ط مثل ه ك ، وكذلك تبين أن ط د مثل ك ز فـجـ د مثل ه ز ، وذلك ما أردنا بيانه.

يو [الشكل السادس عشر]

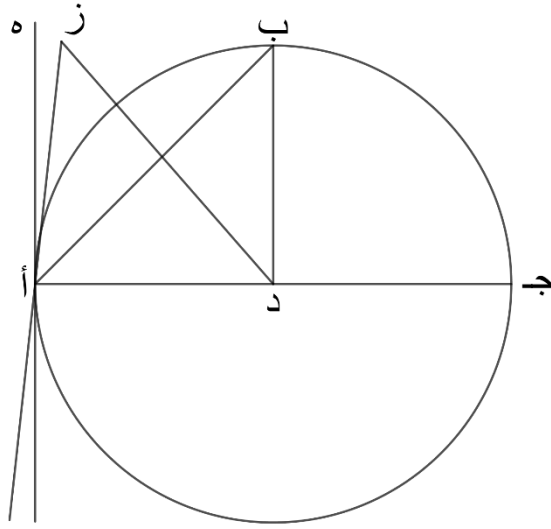
دائرة أ ب فيها أوتار أ ب ، ج د ، ه ز فأطولها ما يمر بالمركز وهو أ ب ثم الذي يليه وهو ج د ثم ه ز وعلى هذا القياس والأبعد عن المركز في إحدى الجهتين أقصر من الأقرب منه في الجهة الأخرى.



فنجـد المـركـز^(أ) وليكن نقطة ح ونصل⁵⁷ خطوط ح ج ، ح د ، ح ه ، ح ز فلأن خطي ح ج ، ح د أطول من جـ د^(ك) فـح أ ، ح ب أطول من جـ د ولأن ح ج ، ح د مثل ح ه ، ح ز وزاوية جـ ح د أعظم من هـ ح ز فـجـ د أطول من هـ ز^(ك) وليكن ك ط أقرب إلى المركز من هـ ز فنخرج من نقطة ح عموداً على ط ك^(ب) وهو ح ل ونخرجه بالاستقامة إلى ن ونفصل ح م مثل ح ل^(ج) ونخرج من نقطة م خط جـ م عموداً على ح م^(ب) ونخرجه من الجهتين إلى نقطتي جـ د فط ك مثل جـ د الذي هو أطول من هـ ز فط ك أطول من هـ ز ، وذلك ما أردنا بيانه.

يز [الشكل السابع عشر]

العمود الخارج من طرف قطر الدائرة يقع خارجها

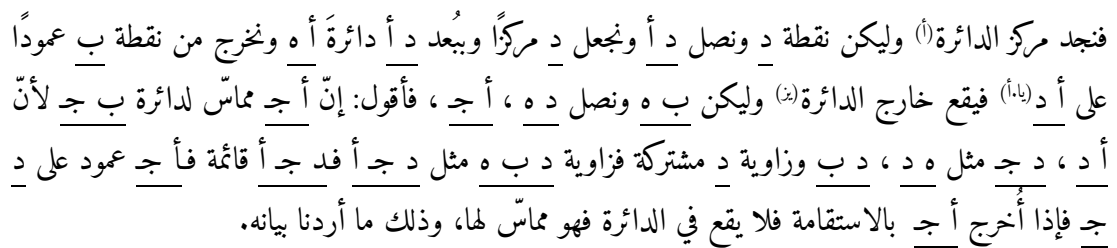


والأ [٢١ظ] وليكن أ ب عموداً على جـ أ فنجـد المـركـز^(أ) وليكن د ونصل د ب فلأن د أ ، د ب متساويان فزاويتا د أ ب ، د ب أ متساويتان فكل واحد منهما قائمة، هذا خلف^(ب).

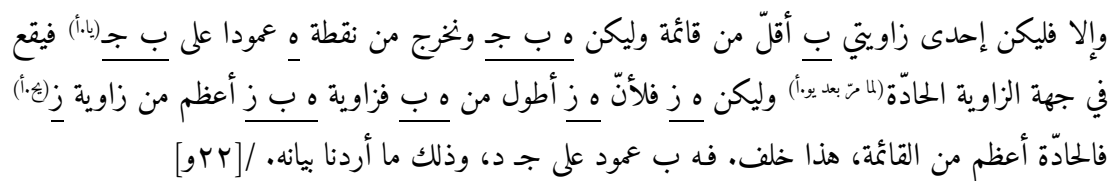
وأقول أيضاً: إنه لا يمكن أن نخرج من نقطة أ خط مستقيم فيما بين محيط الدائرة وخط أ هـ. وإلا فيمكن مثل أ ز ونخرج من نقطة د عموداً على أ ز^(ب) وليكن د ز فد ز أطول من د أ فزاوية د أ ز أعظم من ز^(ك) ود أ هـ مثل د ز أ فد أ ز أعظم من د أ هـ ، هذا خلف. فلا نخرج من نقطة أ خط مستقيم فيما بين محيط الدائرة وخط أ هـ ، وذلك ما أردنا بيانه.

يح [الشكل الثامن عشر]

نريد أن نخرج من نقطة أ خطاً يماس دائرة ب ج .

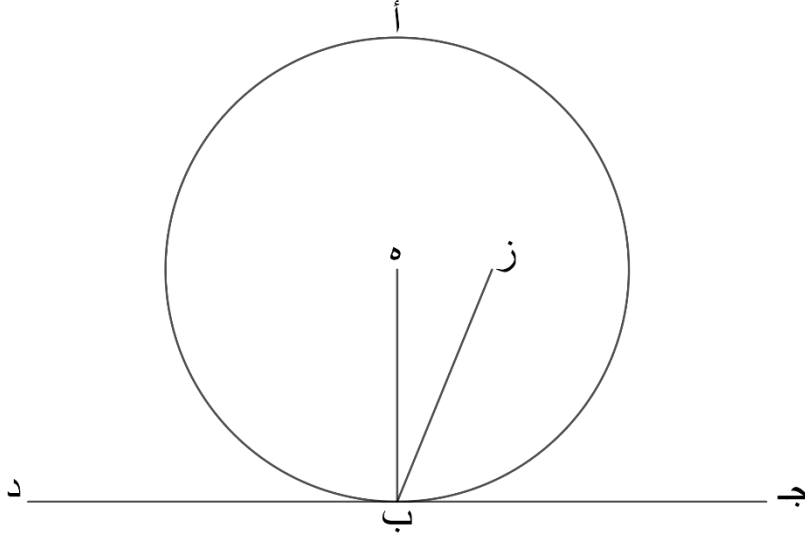


دائرة أ ب يماسها خط ج د على ب وأُخرج من نقطة ب إلى مركز الدائرة ه وهو نقطة ه خط ه ب ، فأقول: إن ب ه عمود على ج د.



ك [الشكل العشرون]

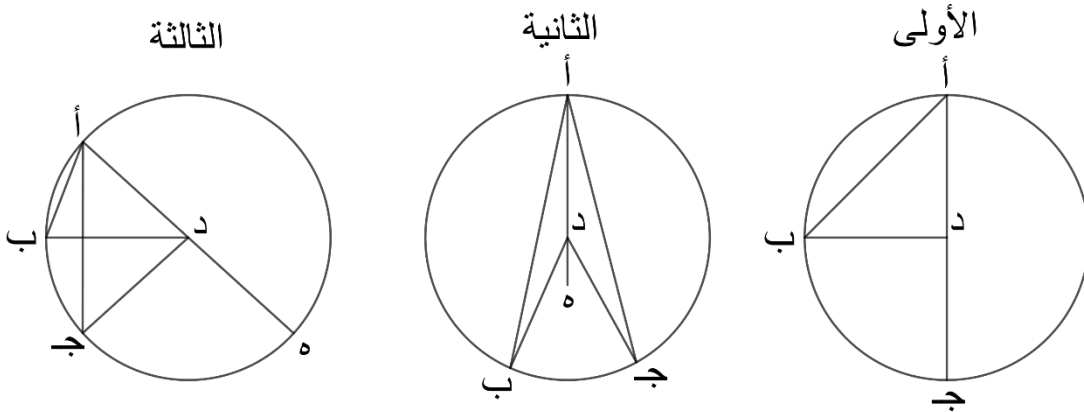
دائرة أ ب يماسها خط ج د على نقطة ب وأخرج من نقطة ب خط ب ه عموداً على ج د ، فأقول: إنه يمرّ بالمركز.



وإلا فليكن المركز نقطة ز ونصل ب ز فب ز عمود على ج د (بط) فزاوية ز ب ج قائمة فزاويتا ز ب ج ، ه ب ج متساويتان، هذا خلف. فب ه يمرّ بالمركز، وذلك ما أردنا بيانه.

كا [الشكل الحادي والعشرون]

زاوية أ على محيط دائرة أ ب ج وزاوية ج د ب على مركزها وهو نقطة د وهما على قوس واحدة وهي قوس ج ب ، فأقول: إنَّ زاوية ج د ب ضعف زاوية أ.

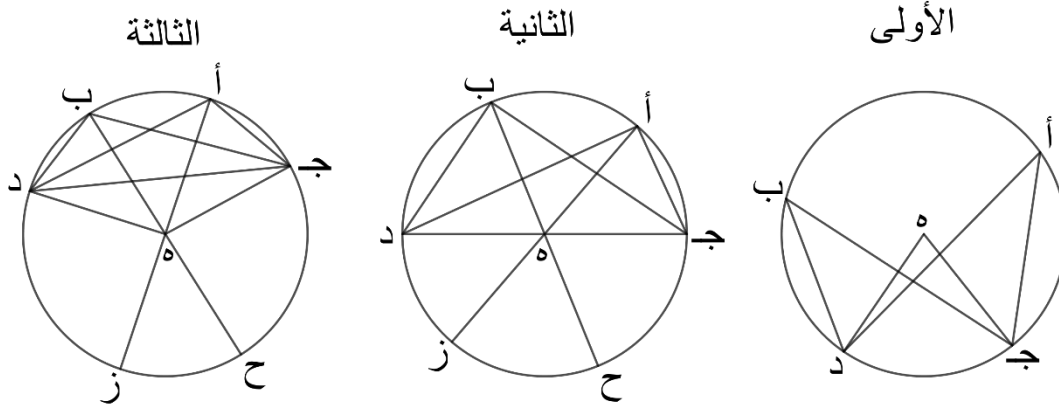


لأنَّ زاوية ج د ب مثل زاويتي أ ، ب (ب.أ) وزاويتا أ ، ب متساويتان (أ.أ) لتساوي الساقين فزاوية ج د ب ضعف زاوية أ ، هذا إذا مرّ خطُّ أ ج بنقطة د كما في الصورة الأولى. وأمّا إذا لم يمرّ بها ولا يقطع د ب أيضاً كما في الصورة الثانية، فإنّا نصل أ د ونخرجه إلى نقطة ه (لوضع الأول) فلأنَّ زاوية ج د ه ضعف زاوية ج أ د

وزاوية ب د ه ضعف زاوية ب أ د فزاوية ج د ب ضعف زاوية ج أ ب . وأما إذا قطع أ ج خط د ب كما في الصورة الثالثة فنصل أ د ونخرجه بالاستقامة إلى نقطة ه (الوضع الأول)⁵⁸ فلأن زاوية ب د ه ضعف ه أ ب وه د ج ضعف د أ ج تبقى ج د ب ضعف ج أ ب⁵⁹ ، وذلك ما أردنا بيانه.

كـ [الشكل الثاني والعشرون]

زاويتا أ ، ب على محيط دائرة أ ب ج د في قطعة منها وعلى قوس واحدة وهي قوس ج د ، فأقول: إنهما متساويتان.⁶⁰



فليكن المركز نقطة ه ونصل ه ج ، ه د فلأن زاوية ه ضعف زاوية أ وضعف زاوية ب (^ك) فزاويتا أ ، ب متساويتان، هذا إذا كان قوس ج د أقل من نصف المحيط كما في الصورة الأولى. وأما إذا كان نصف المحيط كما في الصورة الثانية [٢٢ظ] فنصل أ ه ونخرجه إلى ز ونصل ب ه ونخرجه إلى ح فزاوية ج ه ز ضعف زاوية ج أ ه وزاوية ز ه د ضعف ه أ د (^ك) فالزوايا الثلاث عند نقطة ه ضعف زاوية ج أ د وزاوية ح ه د ضعف زاوية ه ب د وزاوية ح ه ج ضعف زاوية ه ب ج فالزوايا الثلاث عند نقطة ه ضعف زاوية ج ب د (^ك) فجميع زاوية أ مثل جميع زاوية ب . وأما إذا كان قوس ج د أعظم من نصف المحيط كما في الصورة الثالثة فنصل أ ه ، ه ب ونخرجهما إلى نقطتي ز ، ح ونصل ج ه ، ه د وتبين كما بينا في الصورة الثانية أن الزوايا الثلاث عند نقطة ه ضعف زاويتي أ ، ب فهما متساويتان، وذلك ما أردنا بيانه.

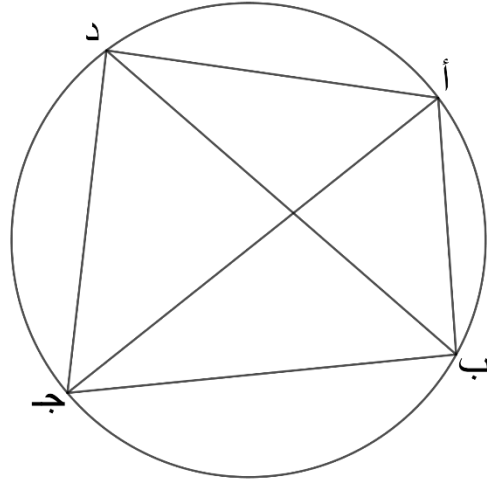
كـ [الشكل الثالث والعشرون]

دائرة أ ب ج د وقع فيها ذو أربعة أضلاع أ د ج ب ، فأقول: إن كل زاويتين متقابلتين منه مثل قائمتين.

⁵⁸ م - نقطة ه

⁵⁹ م - ضعف ج أ ب

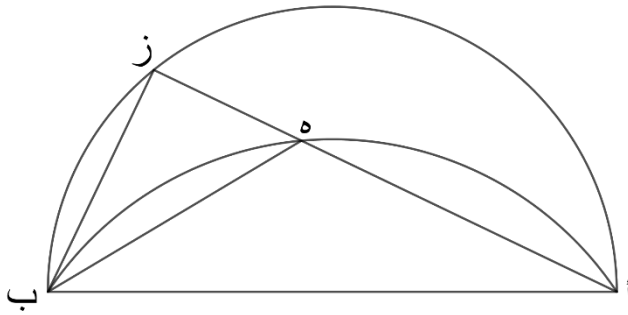
⁶⁰ م: متساويتان



لأننا نصل أ ج ، د ب فلأن زاوية ب أ ج مثل ب د ج (كب) و أ د ب مثل أ ج ب (كب) فزاويتا ب د ج ، أ د ب مثل زاويتي ب أ ج ، ب ج أ وزاويتا ب أ ج ، ب ج أ مع زاوية أ ب ج مثل قائمتين (ب.أ) فزاويتا أ د ج ، أ ب ج مثل قائمتين وكذا زاويتا ب أ د ، ب ج د مثل قائمتين، (لهذا بعينه) وذلك ما أردنا بيانه.

كد [الشكل الرابع والعشرون]

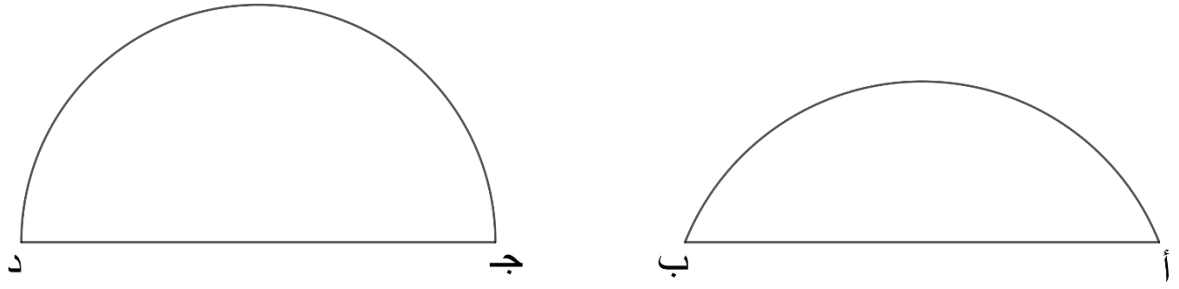
لا تقوم على خط واحد قطعتان متشابهتان مختلفتي الصغر والكبر.



وإلا فلتقم قطعتا أ ه ب ، أ ز ب متشابهتين ومختلفتي الصغر والكبر على خط أ ب ونصل خط أ ه ونخرجه إلى ز ونصل ه ب ، ز ب فزاوية أ ه ب مثل أ ز ب لتشابه القطعتين فالخارجة من المثلث مثل الداخلة المقابلة، هذا خلف. فالقطعتان لا تقومان على خط واحد، وذلك ما أردنا بيانه.

كه [الشكل الخامس والعشرون]

لا تقوم على خطين متساويين قطعتان متشابهتان مختلفتي الصغر والكبر.

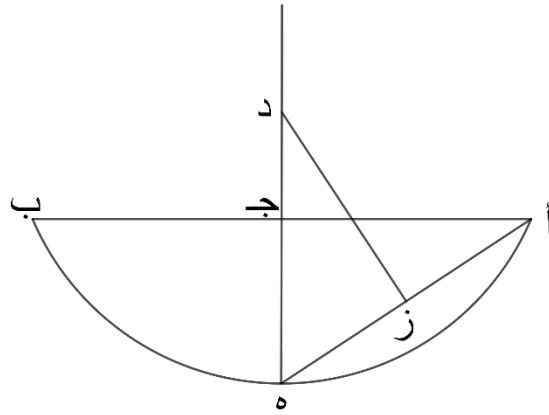


وإلا فلتقم على خطّي أ ب ، ج د المتساويين قطعاً أ ه ب ، ج د ز متشابهتين ومختلفتي الصغر والكبر فنطبق خطّ ج د على أ ب فقطعتان متشابهتان مختلفتا الصغر والكبر تقومان على خطّ واحد، هذا خلف. (ك)

فالقطعتان المذكورتان لا تقومان على خطّين متساويين، وذلك ما أردنا بيانه.

كو [الشكل السادس والعشرون]

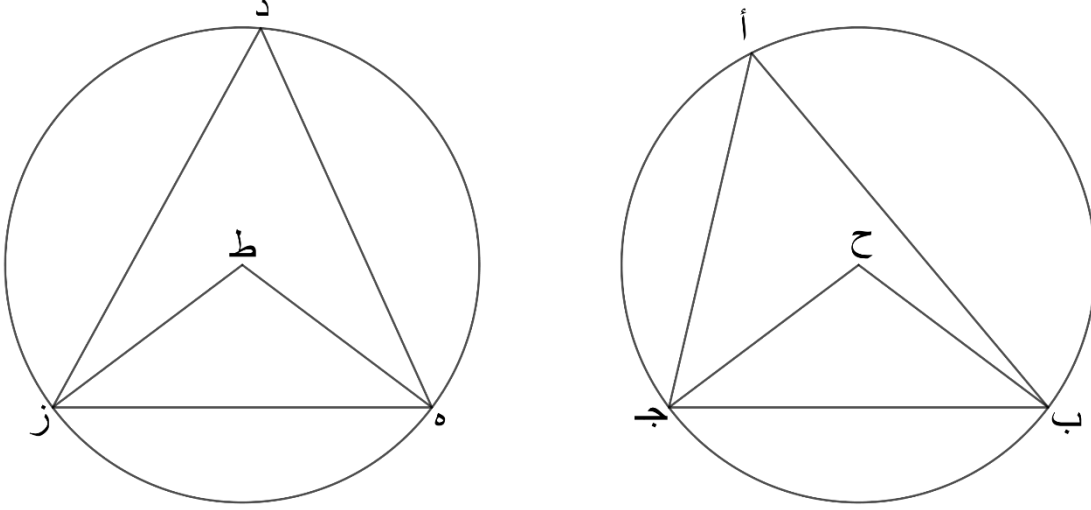
نريد أن نتمّ قطعة أ ه ب دائرة.



فنصل أ ب وننصفه على نقطة ج (ي^أ) ونخرج ج د عموداً على أ ب (با^أ) ونخرجه إلى ه ونصل أ ه وننصفه على ز (ي^أ) ونخرج من نقطة ز عموداً على أ ه (با^أ) فلأن ج ه عمود على وتر أ ب فعليه المركز^(أ) وكذلك ز د عمود على أ ه فعليه المركز^(أ) فيتقاطعان على المركز فنخرجهما إلى أن يتقاطعا فنقطة التقاطع، وليكن نقطة د مركز الدائرة فنتمّ القطعة دائرة، هذا إذا كانت القطعة أصغر أو أعظم من نصف الدائرة. وأمّا إذا كانت نصف الدائرة فننصف القطر (ي^أ) فتكون نقطة التنصيف هو المركز ونتمّ القطعة دائرة، وذلك ما أردنا بيانه.

كز [الشكل السابع والعشرون]

زاويتا ح ، ط على مركزي دائرتي أ ب ج ، د ه ز المتساويتين⁶¹ متساويتان،⁶² فأقول: إن قوسي ب ج ، ه ز متساويتان.



لأننا نصل خطوط أ ب ، أ ج ، ب ج ونصل أيضاً خطوط ه د ، ز د ، ه ز فلأن زاويتي ح ، ط ضعف زاويتي أ ، د^(ك) فزاويتا أ ، د متساويتان فقطعتا ب أ ج ، ه د ز متشابهتان ولأن ب ح ، ح ج مثل ه ط ، ط ز والزاويتان متساويتان فب ج مثل ه ز^(د) فقطعة ب أ ج مثل قطعة ه د ز لأن القطعتين المتشابهتين المختلفي الصغر والكبر لا تقومان على خطين متساويين^(هـ) تبقى قوس ب ج مثل ه ز

وأقول أيضاً: إذا كان زاويتا / [٢٣ ظ] أ ، د متساويتين فإن قوسي ب ج ، ه ز متساويتان لأن زاوية ح ضعف زاوية أ^(ك) وزاوية ط ضعف زاوية د^(ك) فزاويتا ح ، ط متساويتان فقوسا ب ج ، ه ز متساويتان،^(ا) مراً فثا وذلك ما أردنا بيانه.

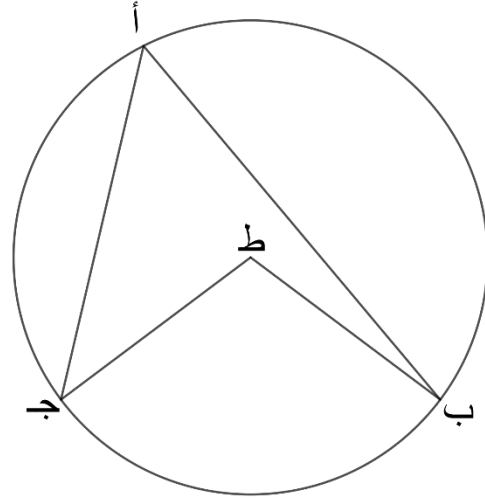
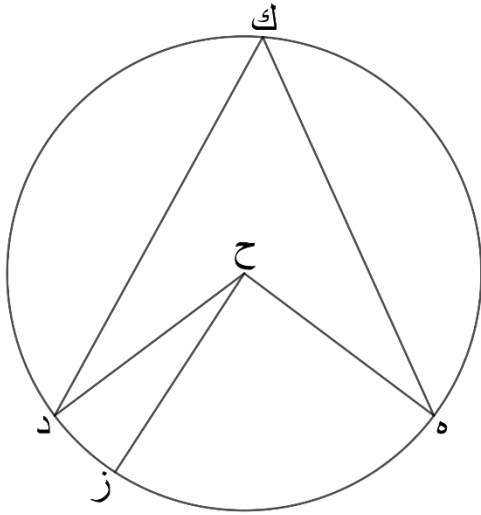
ح [الشكل الثامن والعشرون]

قوسا ب ج ، ه د من دائرتي أ ب ج ، د ه ز المتساويتين متساويتان، فأقول: إن زاويتي ب ط ج ، ه ح د على مركز الدائرتين متساويتان.

⁶¹ م: المتساويتان

⁶² م - متساويتان

⁶³ م: متشابهين

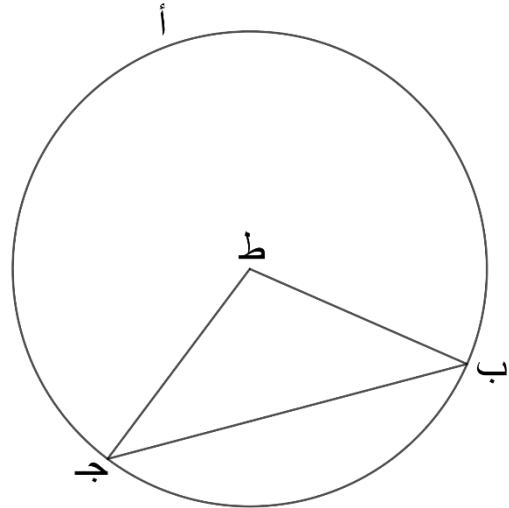
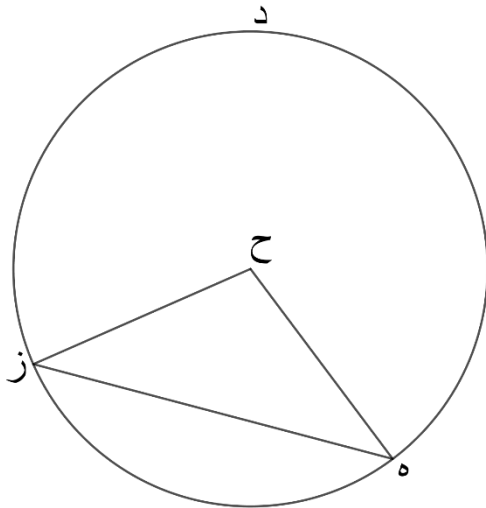


وإلا فلتكن هـ ح د أعظم، فنعمل هـ ح ز مثل ب ط ج ^(ج^١) فزاويتا ب ط ج ، هـ ح ز متساويتان فقوسا ب ج ، هـ ز متساويتان ^(ك) فهـ د ، هـ ز متساويان، هذا خلف، فالزاويتان متساويتان.

وأقول أيضًا: إذا كان قوسا ب ج ، هـ د من دائرتي أ ب ج ، د ك هـ متساويتين فإن زاويتي أ ، ك متساويتان لأن زاويتي ط ، ح تكونان متساويتين وزاوية ط ضعف زاوية أ ^(ك) وزاوية ح ضعف زاوية ك ^(ك) فزاويتا أ ، ك متساويتان، وذلك ما أردنا بيانه.

كط [الشكل التاسع والعشرون]

وترا ب ج ، هـ ز في دائرتي أ ب ج ، د هـ ز المتساويتين متساويان، ⁶⁴ فأقول: إن قوسيهما متساويتان.

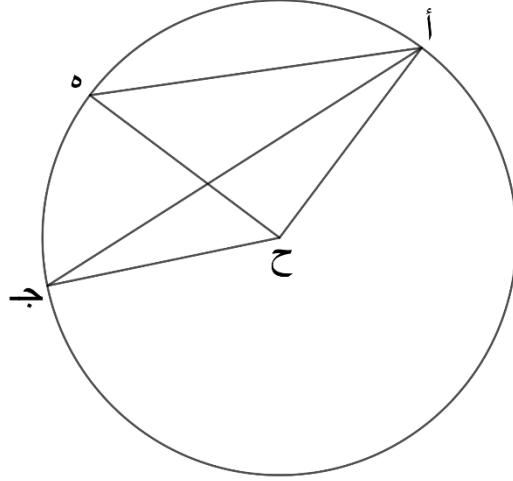


لأننا نجد المركزين ^(١) وليكن نقطتي ط ، ح ونصل خطوط ط ب ، ط ج ، هـ ح ، هـ ز فأضلاع المثلثين متساوية فالزاويتان اللتان على المركزين متساويتان ^(١) فالقوسان متساويتان. ^(ك)

⁶⁴ م: متساويتان

وأقول أيضًا: إذا كان قوسا ب ج ، ه ز من دائرتي أ ب ج ، د ه ز المتساويتين متساويتان فإن وتر ب ج ، ه ز متساويان؛ لأنّ زاويتي ط ، ح تكونان متساويتين (٤) والأضلاع المحيطة بهما متساوية فقاعدتا ب ج ، ه ز متساويتان، (١٠د) وذلك ما أردنا بيانه.

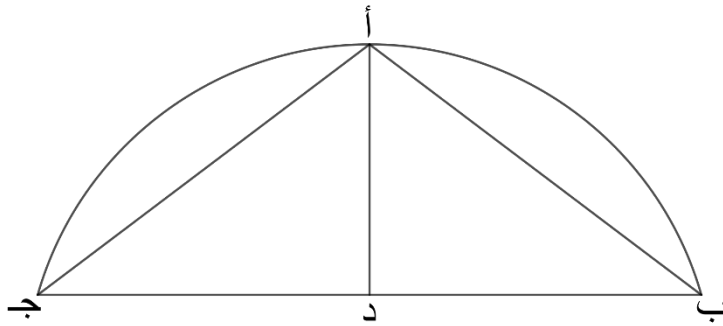
زيادة: إذا كان قوس أ ج أعظم من قوس أ ه ، فأقول: إنّ وتر أ ج أعظم من وتر أ ه .



لأنّا نجد المركز (١) وليكن نقطة ح ونصل ح ه ، ح ج ، ح أ فلأنّ زاوية ج ح أ أعظم [٢٤و] من ه ح أ فقاعدة أ ج أعظم من قاعدة أ ه ، وذلك ما أردنا بيانه.

ل [الشكل الثلاثون]

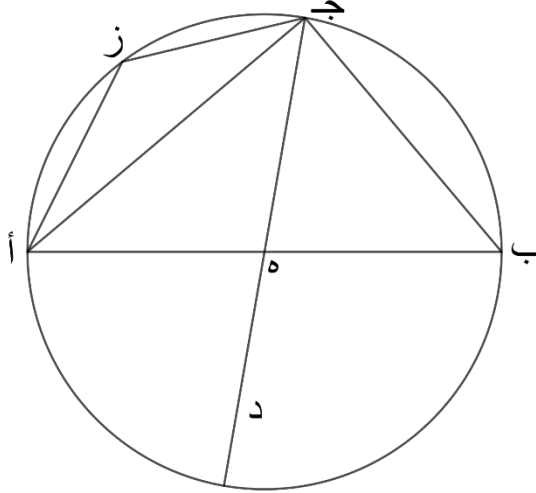
نريد أن ننصف قوس ب أ ج.



فننصف وترها (١٠هـ) وهو ب ج على نقطة د ونخرج د أ عموداً على ب ج (١٠ب) ونصل ب أ ، أ ج فضلعاً أ د ، د ب مثل ضلعي أ د ، د ج وزاويتا د متساويتان فب أ مثل أ ج (١٠د) فقوس أ ب مثل قوس أ ج (كط) ومن هذا تبين أنّ العمود الخارج من مركز الدائرة إلى منتصف وتر القوس إذا أخرج بالاستقامة ينتهي إلى منتصف القوس، وذلك ما أردنا بيانه.

لا [الشكل الحادي والثلاثون]

إذا كانت زاوية في نصف الدائرة مثل زاوية ب ج أ فهي قائمة، وإذا كانت في أصغر منه مثل أ ز ج فهي منفرجة، وإذا كانت في أعظم منه مثل زاوية أ ب ج فهي حادة.

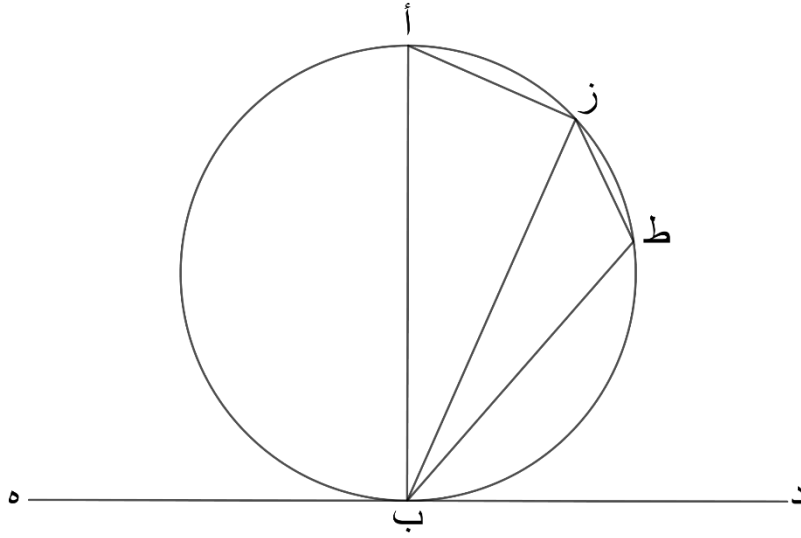


فنجعل المركز^(١) وليكن ه ونصل ه ج ونخرجه إلى د فلأن زاويتي ب ه د ، أ ه د ضعف زاوية ب ج أ^(٢) وهما مثل قائمتين^(٣) فزاوية ب ج أ قائمة وزاوية أ ب ج من مثلث أ ج ب أصغر من قائمة^(٤) وزاوية ب ز مع زاوية ز مثل قائمتين^(٥) فزاوية ز^{٦٥} أعظم من قائمة، وذلك ما أردنا بيانه.

لب [الشكل الثاني والثلاثون]

خطّ د ه يماس دائرة أ ب ج على نقطة ب ونخرج من نقطة المماسّة خطّ ب ز فالزاويتان اللتان عن جنبتيه مثل اللتين تقعان في القطعتين على التبادل أعني زاوية ز ب د مثل التي تقع في قطعة ز أ ب وزاوية ز ب ه مثل التي تقع في قطعة ب ط ز.

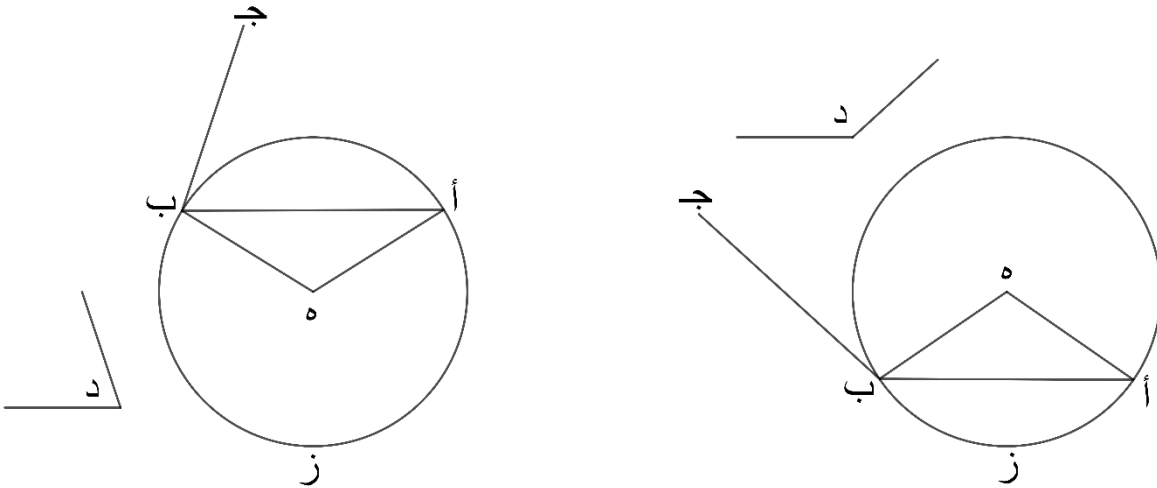
^{٦٥} م - مثل قائمتين فزاوية ز



لأن الخارج من المماسّة إن كان عموداً فيمرّ بالمركز^(ك) ويقسم الدائرة بنصفين فيكون كلّ قطعة تقبل قائمة وإن لم يكن عموداً فنخرج عمود ب أ^(ب.أ) فيمرّ⁶⁶ بالمركز^(ك) ونفرض نقطة ط في قوس ب ز ونصل ط ز ، ط ب ، أ ز فلأنّ زوايا مثلث ب أ ز مثل قائمتين^(ب.أ) والزوايا التي عند نقطة ب مثل قائمتين^(ب.أ) فهي مثل زوايا مثلث ب أ ز و أ ز ب قائمة^(ل) فهي مثل أ ب ه تبقى زاويتا ز أ ب ، ز ب أ مثل زاويتي ز ب د ، ز ب أ فنسقط ط ز أ ب المشتركة تبقى زاوية ز أ ب مثل ز ب د ولأنّ زاويتي أ ، ط مثل قائمتين^(ك) فهما مثل زاويتي ب فتبقى زاوية ز ب ه مثل زاوية ط ، وذلك ما أردنا بيانه.

لج [الشكل الثالث والثلاثون]

نريد أن نعمل على خطّ أ ب قطعة دائرة تقبل زاوية مثل زاوية د

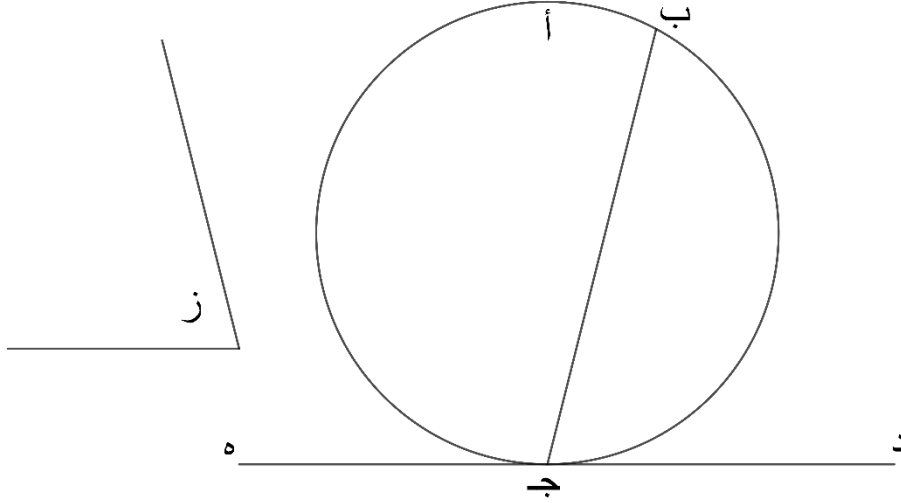


فإن كانت الزاوية قائمة فننصف أ ب^(ب.أ) ونعمل على أ ب نصف دائرة فكلّ زاوية تقع فيها تكون قائمة^(ل). وإن كانت منفرجة أو حادة فنعمل زاوية أ ب ج مثل زاوية د^(ب.أ) ونخرج ح ب ه عموداً على ج ب^(ب.أ)

ونعمل زاوية أ مثل زاوية أ ب هـ (جـ^أ) فلأن الداخلتين أقل من قائمتين نخطأ أ هـ ، ب هـ يلتقيان (لما مر بعد كـ^أ) وليكن التقاؤهما على نقطة هـ نخطأ هـ أ ، هـ ب متساويان فنجعل نقطة هـ مركزاً وببعد هـ ب دائرة فتمرر بنقطة أ فكل زاوية تقع في قطعة أ ز ب فهي مثل زاوية أ ب جـ (ب^أ) أعني زاوية د ، وذلك ما أردنا بيانه.

لد [الشكل الرابع والثلاثون]

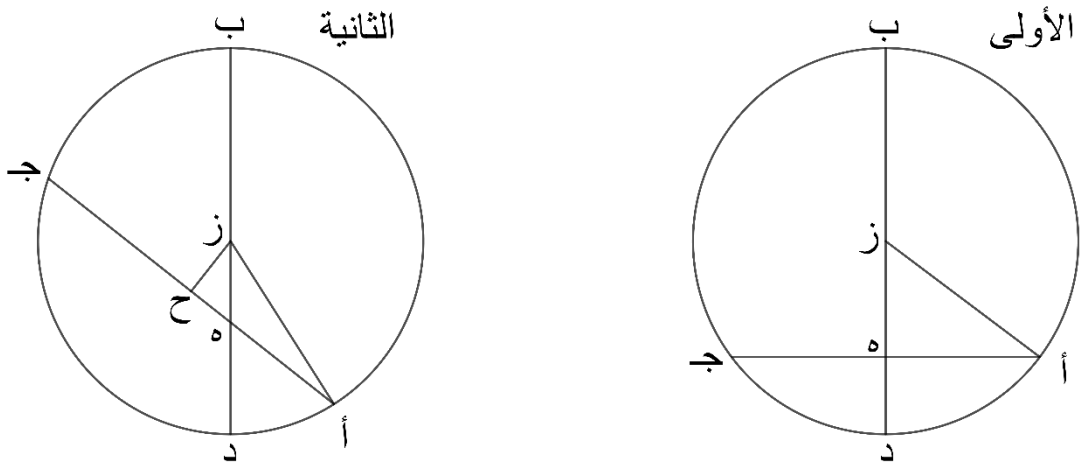
نريد أن نفصل من دائرة أ ب قطعة تقبل زاوية مثل زاوية ز .



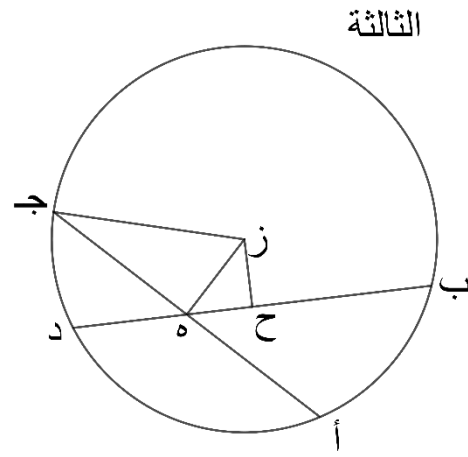
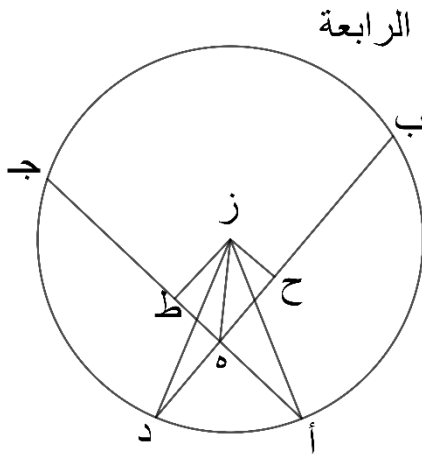
فنخرج د هـ مماساً للدائرة على نقطة جـ (جـ^د) ونعمل على نقطة جـ زاوية د جـ ب مثل زاوية ز (جـ^أ) فقطعة ب أ جـ تقبل زاوية مساوية لزاوية د جـ ب (ب^أ) أعني زاوية ز ، وذلك ما أردنا بيانه.

له [الشكل الخامس والثلاثون]

خطاً أ جـ ، ب د يتقاطعان في دائرة أ ب جـ د ، فأقول: إن ضرب أ هـ في هـ جـ مثل ضرب ب هـ في هـ د .



لأنّ التقاطع إن كان على المركز فالخطوط الأربعة متساوية، فضرب أ ه في ه ج مثل ضرب ب ه في ه د. وإن كان على غير المركز فأحد الخطّين إن كان ماراً بالمركز فلنفرض أنّ ب د ماراً بالمركز فإن كان منصفاً لـ أ ج كما في الصورة الأولى فهو عمود عليه (ج) فنجد المركز (أ) وليكن نقطة ز ونصل ز أ فلأنّ ب د قسّم بمساويين على ز وبمختلفين على ه فضرب ب ه في ه د مع مربع ز ه مثل مربع د ز (ب) أعني مربع ز أ أعني مربعي ز ه، ه أ (ز) فنسقط مربع ز ه المشترك يبقى ضرب ب ه في ه د مثل مربع أ ه أعني ضرب أ ه في ه ج. وإن لم يكن منصفاً لـ أ ج كما في الصورة الثانية / [٢٥] فليكن ه ج أطول > من أ ه فننصف أ ج على ح (ي) ونصل ز ح، ز أ فنزح عمود على أ ج (ج) فلأنّ ضرب ج ه في ه أ مع مربع ح ه مثل مربع ح أ (ب) فنجعل مربع ز ح مشتركاً فضرب ج ه في ه أ مع مربعي ح ه، ح ز أعني مربع ز ه (ز) مثل مربعي ح أ، ح ز أعني مربع أ ز (ز) أعني مربع ز د أعني ضرب ب ه في ه د مع مربع ز ه (ب) فنسقط مربع ز ه المشترك يبقى ضرب ج ه في ه أ مثل ضرب ب ه في ه د.

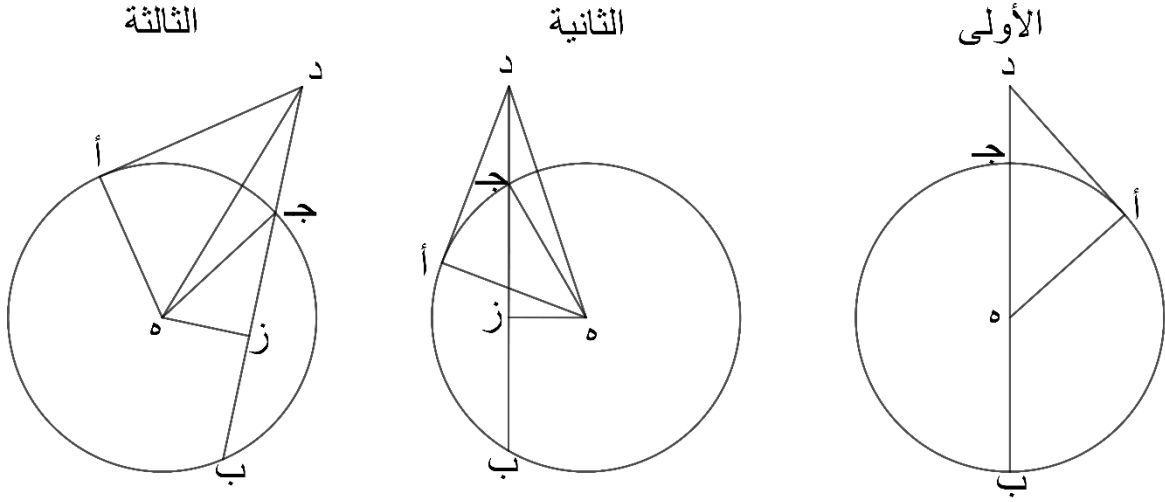


وإن لم يكن واحد منهما ماراً بالمركز فإن كان أحدهما منصفاً للآخر كما في الصورة الثالثة فليكن أ ه نصف أ ج وننصف ب د على نقطة ح (ي) ونصل ز ح، ز ه، ز د، ز ج فنزح عمود على ب د (ج) و ز ه عمود على أ ج (ج) فلأنّ ضرب ب ه في ه د مع مربع ح ه مثل مربع ح د (ب) فنجعل مربع ز ح مشتركاً فضرب ب ه في ه د مع مربعي ح ه، ز ح أعني مربع ز ه (ز) مثل مربعي ز ح، ح د أعني مربع ز د (ز) أعني مربع ز ج أعني مربعي ز ه، ه ج (ز) فنسقط مربع ز ه المشترك يبقى ضرب ب ه في ه د مثل مربع ه ج أعني ضرب أ ه في ه ج. وإن لم يكن واحد منهما منصفاً للآخر كما في الصورة الرابعة فننصف كلّ واحد منهما على نقطتي ح، ط (ي) ونصل ز ح، ز ط، ز ه، ز أ، ز د فنزح، ز ط عمودان على ب د، أ ج (ج) فلأنّ ضرب ج ه في ه أ مع مربع ط ه مثل مربع ط أ (ب) فنجعل مربع ز ط مشتركاً فضرب ج ه في ه أ مع مربعي ز ط، ط ه أعني مربع ز ه (ز) مثل مربعي ز ط، ط أ أعني مربع ز أ (ز) أعني مربع ز د ولأنّ ضرب ب ه في ه د مع مربع ح ه مثل مربع ح د (ب) فنجعل مربع ز ح مشتركاً فضرب ب ه في ه د مع مربعي ز ح، ح ه أعني مربع ز ه (ز) مثل مربعي د ح، ح ز أعني مربع ز د (ز) فضرب ب ه في ه د مع

مربع زه مثل ضرب جـ هـ في هـ أ مع مربع زه فنسقط مربع زه المشترك يبقى / [٢٥ ظ] > ضرب بـ هـ في هـ د مثل ضرب جـ هـ في هـ أ ، وذلك ما أردنا بيانه.

لو [الشكل السادس والثلاثون]

نقطة د خارجة من دائرة أ ب ج وأخرج منها خط د ب قاطعاً للدائرة وخط د أ مماساً للدائرة على نقطة أ ، فأقول: إن ضرب د ب في د ج مثل مربع د أ المماس.

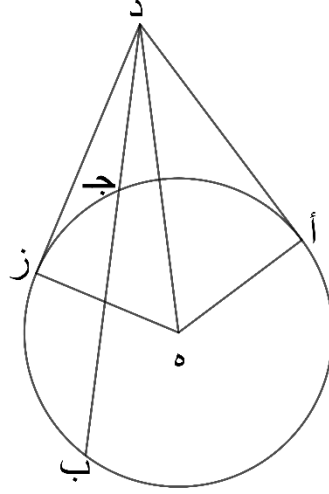


لأننا نجد المركز^(١) وليكن نقطة هـ فإن كان د ب ماراً بالمركز كما في الصورة الأولى فنصل أ هـ فهو عمود على د ب (بط) فلاّن ضرب ب د في د ج مع مربع هـ ج أعني مربع هـ أ مثل مربع هـ د (د ب) أعني مربعي هـ أ ، أ د (ز أ) فنسقط مربع هـ أ المشترك يبقى ضرب ب د في د ج مثل مربع د أ.

وإن لم يكن ماراً بالمركز كما في الصورة الثانية والثالثة فنخرج من المركز عمود هـ ز على ب د (ب أ) فينصف وتر ب ج (ج) ونصل هـ ج ، هـ أ ، هـ د فهـ أ عمود على د أ (بط) ف ضرب د ب في د ج مع مربع ز ج مثل مربع ز د (د ب) فنجعل مربع زه مشتركاً ف ضرب ب د في د ج مع مربعي هـ ز ، ز ج أعني مربع هـ ج (ز أ) أعني مربع هـ أ مثل مربعي هـ ز ، ز د أعني مربع هـ د (ز أ) أعني مربعي هـ أ ، أ د فنسقط مربع هـ أ المشترك يبقى ضرب ب د في د ج مثل مربع د أ ، وذلك ما أردنا بيانه.

لز [الشكل السابع والثلاثون]

نقطة د خارجة من دائرة أ ب ج ونخرج منها خط د أ وانتهى إلى الدائرة و د ب قاطعاً لها وصار ضرب ب د في د ج مثل مربع أ د ، فأقول: إن أ د مماس للدائرة.



لأنّا نخرج من نقطة د خطّ د ز مماسّاً للدائرة (ج) وليكن على نقطة ز ونجد المركز (أ) وليكن نقطة هـ ونصل هـ أ ،
هـ ز ، هـ د فهـ ز عمود على د ز (بط) فلأنّ ضرب ب د في د جـ مثل مربع د ز (ل) فربّع أ د مثل مربع د ز فأ
د ، د ز متساويان و هـ أ ، هـ ز متساويان و هـ د / [٢٧] مشترك فزاوية ز مثل زاوية أ ح (أ) فزاوية أ قائمة
فد أ عمود على أ هـ فهو مماسّ < للدائرة، (ب) وذلك ما أردنا بيانه.

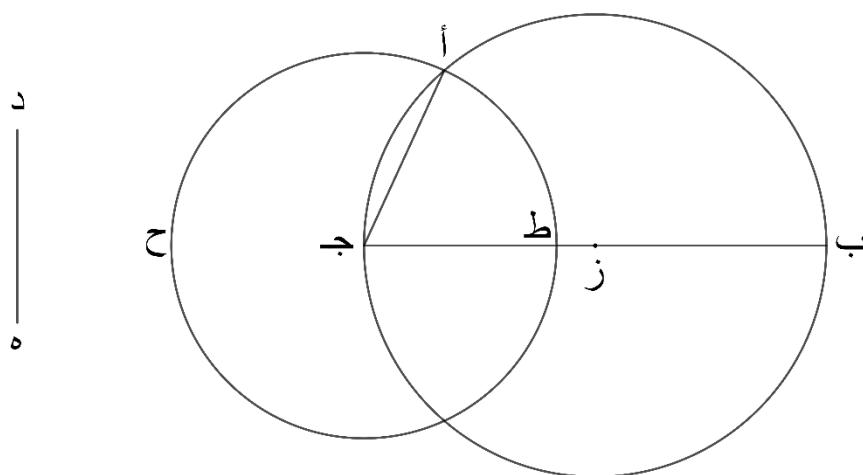
تمّت المقالة الثالثة وهي (لز) شكلاً.

المقالة الرابعة

الشكل المماس بأضلاعه جميع زوايا شكل فيه يقال له المحيط

أ [الشكل الأول]

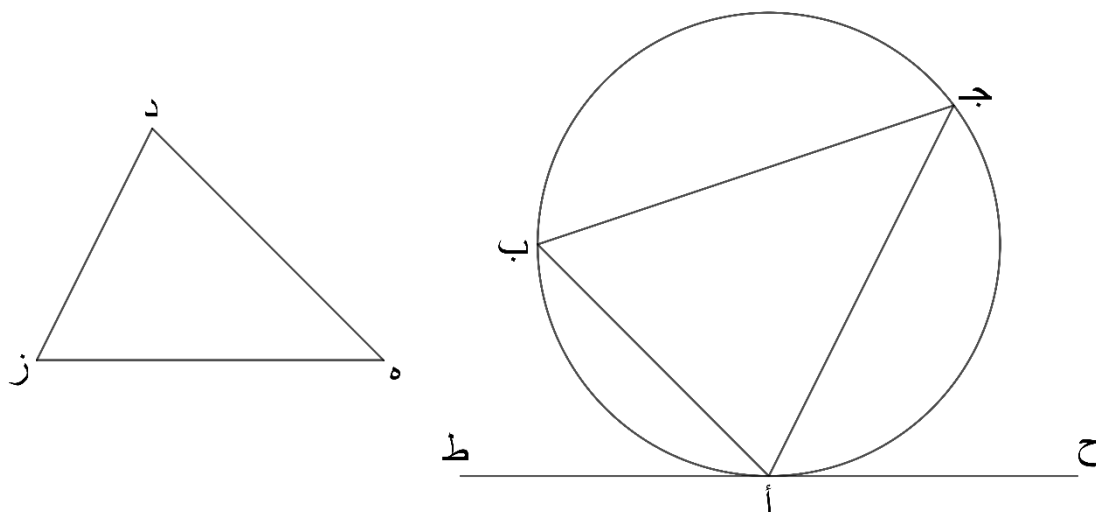
نريد أن نوقع في دائرة أ ب ج وترًا مثل د ه الأصغر من قطرها.



فنجعل المركز (أ.ج) وليكن نقطة ز ونخرج قطر ب ز ج ونفصل منه ج ط مثل د ه (ج.أ) ونجعل نقطة ج مركزاً ونبعد ج ط دائرة أ ح ط ونصل أ ج ف مثل ط ج أعني د ه ، وذلك ما أردنا بيانه.

ب [الشكل الثاني]

نريد أن نعمل في دائرة أ ب ج مثلًا تساوي زواياه زوايا مثلث د ه ز .

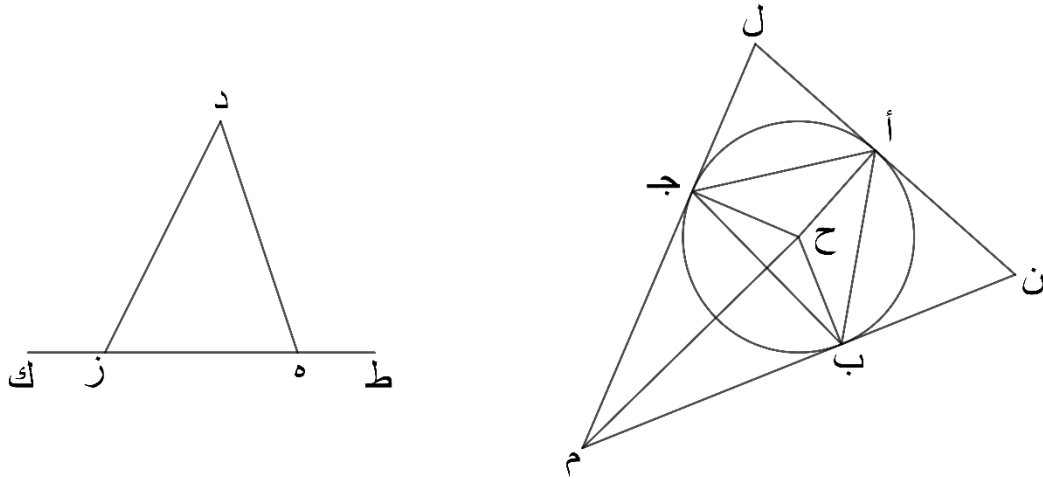


فنجِد المركز (أ.ج) ونُخرج ط أ ح عموداً على قطرها (ب.أ) فيكون مماساً للدائرة (ن.ج) ونعمل زاوية ط أ ب على نقطة أ مثل ه (ك.أ) وزاوية ح أ ج مثل ز (ك.أ) وزاويتا ه ، ز أصغر من قائمتين (ن.أ) فزاويتا ط أ ب ، ح أ ج أصغر من قائمتين فتبقى بينهما زاوية ولتكن زاوية ب أ ج . لأنّ الزوايا الثلاث عند نقطة أ مثل قائمتين (ب.أ) ولأنّ زوايا المثلث أيضاً مثل قائمتين (ب.أ) فزاوية ب أ ج مثل زاوية د ونصل ب ج فتكون زاوية ج مثل ط أ ب (ب.ج) أعني ه وزاوية ب مثل ج أ ح (ب.ج) أعني ز وزاوية ج أ ب مثل د .

وإذا أردنا أن نعمل في الدائرة مثلثاً متساوي الأضلاع فنعمل خارج الدائرة مثلثاً متساوي الأضلاع (أ.أ) فتكون زواياه متساوية (أ.أ) ثم نعمل في الدائرة مثلثاً تساوي زواياه زوايا المثلث المتساوي الأضلاع فيحصل في الدائرة مثلث متساوي الأضلاع، (د.أ) وذلك ما أردنا بيانه. / [٢٦ ط]

ج [الشكل الثالث]

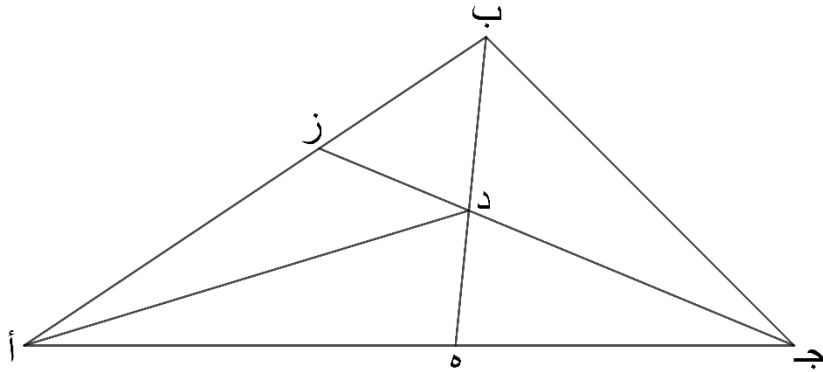
<نريد أن نعمل على دائرة أ ب ج مثلثاً يحيط بها وتكون زواياه مثل > زوايا مثلث د ه ز .



فنخرج ه ز إلى ط ك ونجد المركز (أ.ج) وليكن نقطة ح ونخرج ح أ كيف اتفق ونعمل على ح زاوية ب ح أ مثل د ز ك (ك.أ) و ج ح ب مثل د ه ط (ك.أ) ونخرج من نقط أ ، ب ، ج أعمدة (ب.أ) فتكون مماسةً للدائرة (ن.ج) ونصل أ ج ، أ ب ، ب ج فالداخلتان فيما بين كلّ عمودين أقلّ من قائمتين فكلّ عمودين يلتقيان في جهة الزاويتين (ل.أ) وليكن التقاؤهما على نقط ل ، م ، ن ونصل ح م فزوايا مثلثي ح م ب ، ح ج م مثل أربع قوائم لأنّ الزوايا الثلاث لكلّ مثلث مثل قائمتين (ب.أ) وزاويتا ب ، ج قائمتان فزاويتا ح ، م مثل قائمتين. ولأنّ زاويتي ه مثل قائمتين (ب.أ) وزاوية ج ح ب مثل د ه ط فزاوية م مثل د ه ز وزاوية ن مثل زاوية د ه (لهذا بعينه) تبقى زاوية ل مثل زاوية د لأنّ الزوايا الثلاث لكلّ مثلث مثل قائمتين. (ب.أ)

وإذا أردنا أن نعمل على الدائرة مثلثاً متساوي الأضلاع نعمل أولاً مثلثاً متساوي الأضلاع فتكون زواياه متساوية (أ.أ) ثم نعمل على الدائرة مثلثاً تساوي زواياه ذلك المثلث، فيحصل على الدائرة مثلث متساوي الأضلاع، (د.أ) وذلك ما أردنا بيانه.

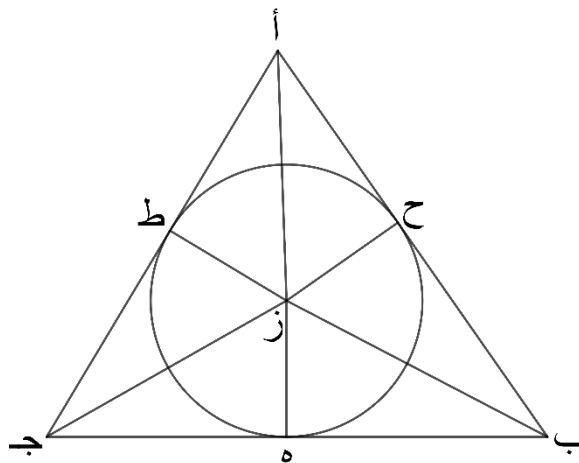
مقدمة: زاوية ب من مثلث أ ب ج منفرجة ونُصِّف زاويتي أ ، ج والخطان المنصفان التقيا داخل المثلث وأُخرج من زاوية ب خط د إلى ملتقاهما وهي نقطة د ، فأقول: إنَّ زاوية ب انقسمت بمحادثتين.



لأنّ زاوية أ حادة فأ ج أعظم من ب ج ^(بطأ) فنفصل ج ه مثل ب ج ^(جأ) ونصل ه د، فلأنّ ج ب ، ب أ أعظم من أ ج ^(كأ) وج ب مثل ج ه فأ ب أعظم من ه ه فنفصل أ ز مثل أ ه ^(جأ) ونصل د ز، فلأنّ ج ب ، ج د مثل ج ه ، ج د وزاويتا ج متساويتان فد ب مثل د ه وزاوية ج ب د مثل زاوية ج ه د ^(دأ) / [٢٧و] ولأنّ ه أ مثل أ ز وأ د مشترك وزاويتا أ متساويتان فز د مثل د ه الذي > هو مثل د ب وزاوية أ ز د مثل أ ه د ^(دأ) ولأنّ زاويتي ز مثل زاويتي ه ^(بجأ) تبقى زاوية د ز ب مثل د ه ج المساوية لـ ب ج د ز ب مثل د ب ج ولأنّ ضلعي د ب ، د ز متساويان فزاويتا د ب ز ، د ز ب متساويتان ^(هأ) فزاويتا د ب ج ، د ب ز متساويتان فكلّ واحد منهما أقلّ من قائمة ، وذلك ما أردنا بيانه .

د [الشكل الرابع]

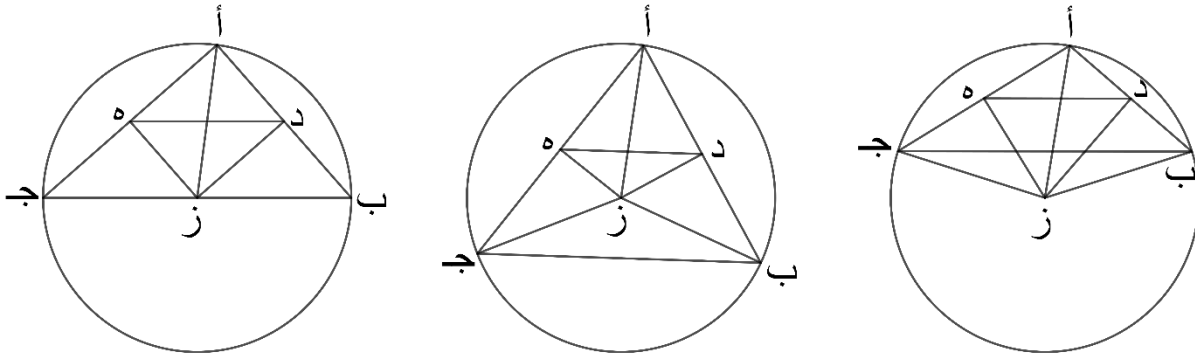
نريد أن نعمل في مثلث أ ب ج دائرة يحيط بها المثلث.



فنصّف زاويتي ب ، ج بخطي ب ز ، ج ز ^(ط^أ) فلأنّ الزاويتين المنصّفتين أقلّ من قائمتين ^(ز^أ) فالداخلتان فيما بين الخطّين أقلّ من قائمتين ضرورة. فانخطّان المنصّفتان يلتقيان في جهتهما ^(لا م^ز) ويكون التقاؤهما داخل المثلث لمرور كلّ واحد منهما بالضلع المقابل للزاوية المنصّفة. فليكن التقاؤهما على نقطة ز ونصل أ ز فزاويتا أ حادثتان لأنّ الزاوية أ إن كانت حادة فالأمر ظاهر، وإن كانت منفرجة فلها بيناه فكلّ واحد من زوايا فوق القاعدة في المثلثات الثلاث حادة، فنخرج من نقطة ز أعمدة على أضلاع المثلثات ^(ب^أ) فيقع في داخلها ^{(لا م^ز بعد} ^{يو^أ)} ولتكن الأعمدة ز ه ، ز ط ، ز ح فزاوية ز ح ب مثل ز ه ب وزاويتا ب متساويتان وضلع ب ز مشترك ز ح مثل ز ه ^(كوا^أ) وكذلك ز ه مثل ز ط ^(لهذا بعينه) فالأعمدة متساوية. فنجعل نقطة ز مركزاً ونبعد ز ح دائرة فتمرّ بنقطتي ح ، ط ، وذلك ما أردنا بيانه.

هـ [الشكل الخامس]

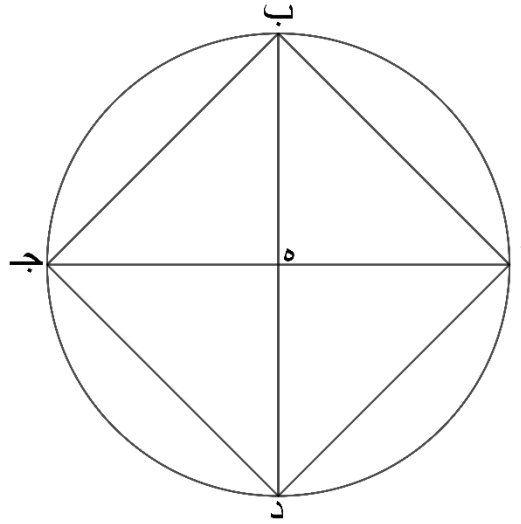
نريد أن نعمل على مثلث أ ب ج دائرة تحيط به.



فنصّف ضلعي أ ب ، أ ج على نقطتي د ، هـ ونخرج من نقطتي د ، هـ عمودين على أ ب ، أ ج ^(يا^أ) ونصل د هـ . فلأنّ الداخلتين فيما بين العمودين أقلّ من قائمتين فالعمودان يلتقيان ^(لا م^ز بعد ع^أ) وليكن التقاؤهما على نقطة ز ونصل أ ز ، ب ز ، ج ز . فلأنّ أ د مثل ب د / [٢٧ظ] د ز مشترك وزاويتا د قائمتان فأ ز مثل ب ز ^(د^أ) وكذلك أ ز مثل ج ز ^(لهذا بعينه) فخطوط ب ز ، أ ز ، ج ز متساوية. فنجعل نقطة ز مركزاً ونبعد ز أ دائرة فتمرّ بنقطتي ب ، ج ، وذلك ما أردنا بيانه.

و [الشكل السادس]

نريد أن نعمل في دائرة أ ب ج د مربعاً.

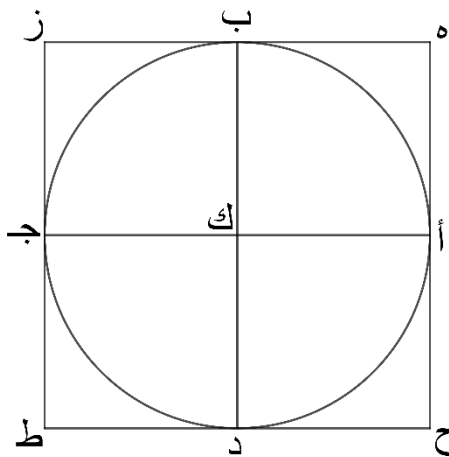


فنجد المركز (أ.ج) وليكن نقطة ه ونخرج قطر أ ج ونخرج ب ه عموداً على أ ج (ب.أ) ونخرجه إلى د ونصل أ ب ، ب ج ، ج د ، د أ . فلأن الخطوط الخارجة من نقطة ه متساوية ومحيطه بالزوايا المتساوية فقواعد المثلثات الأربع متساوية (د.أ) والزوايا التي فوق القواعد متساوية (ه.أ) فكل واحدة منها نصف قائمة فكل اثنتي منها ⁶⁷ قائمة، فأ ب ج د متساوي الأضلاع قائم الزوايا.

وإذا أردنا أن نعمل في الدائرة مثمناً متساوي الأضلاع والزوايا فنعمل فيها مربعاً وننصف القسي الأربعة ونخرج أوتارها فهي متساوية. (ك.ج) ولأن زوايا المثلث على قسي متساوية فتكون متساوية. (ع.ج) فيحصل في الدائرة مثمن متساوي الأضلاع والزوايا، وذلك ما أردنا بيانه.

ز [الشكل السابع]

نريد أن نعمل على دائرة أ ب ج د مربعاً.

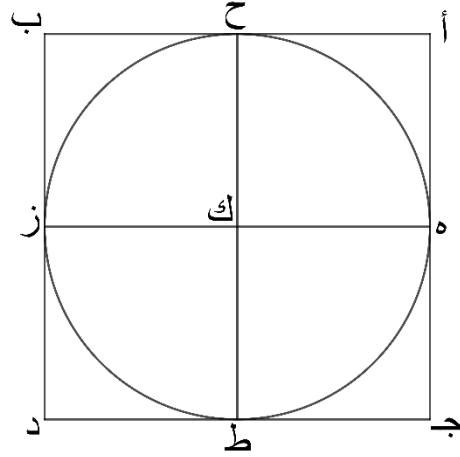


⁶⁷ م: منهما

فنجِد المركز (أ.ج) وليكن نقطة ك ، ونخرج قطري أ ج ، ب د متقاطعين على زوايا قائمة بالطريق الذي مرّ في الشكل المتقدّم، ونخرج من نقط أ ، ب ، ج ، د أعمدة (أ.ب) فتكون مماسّة. (ب.ج) فإذا وصلنا أ ب كان الداخلتان بين الخطّين المماسين أقلّ من قائمتين فهما يلتقيان (لا مرّ بعد ع.أ) وكذا سائر الخطوط المماسّة فليكن التقاؤهما على نقط ه ، ز ، ط ، ح . فلأنّ زاويتي ب ، د قائمتان [٢٨] فه ب يوازي ح د (أ.ع) وأ ه يوازي ج ز (لهذا بعينه) فسطح ه ط متوازي الأضلاع، فأضلاعه المتقابلة متساوية. (ل.أ) ولأنّ زاويتي ب ، ك قائمتان فب ه يوازي ك أ (أ.ع) وب ك يوازي ه أ (لهذا بعينه) فسطحا ه د ، أ ز متوازي الأضلاع. فه ح مثل ب د (ل.أ) أعني أ ج المساوي له ز (ل.أ) فه ح مثل ه ز فسطح ه ط متساوي الأضلاع. وزاوية أ ك ب مثل زاوية ه (ل.أ) فزاوية ه قائمة. وكذا سائر الزوايا قوائم (لهذا بعينه) فسطح ه ط مربع، وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن]

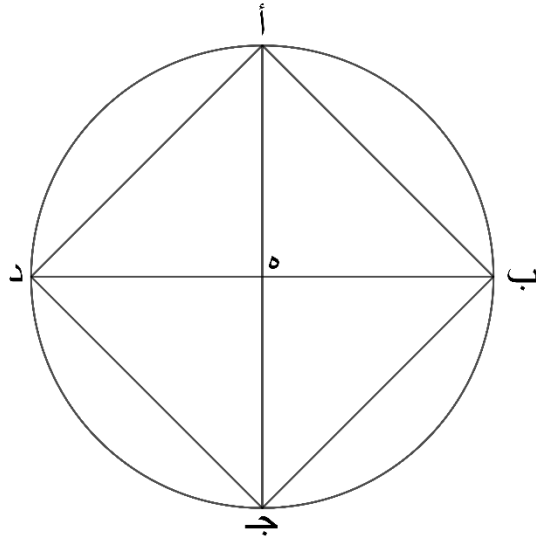
نريد أن نعمل في مربع أ ب ج د دائرة يحيط بها المربع.



فنصّف ضلعي أ ب ، أ ج (ي.أ) وليكن على نقطتي ه ، ح ونخرج ه ز موازياً لأ ب و ح ط موازياً لب د (ل.أ) فه ز يوازي ج د و ح ط يوازي أ ج . (ل.أ) فلأنّ السطوح الأربعة متوازية الأضلاع فك ح مثل أ ه (ل.أ) أعني أ ح المساوي لك ه (ل.أ) فك ح مثل ك ه وكذلك تبين أنّ جميع الخطوط الخارجة من نقطة ك متساوية. فنجعل ك مركزاً وببعد ك ه دائرة فتمرّ بنقط ح ، ز ، ط ، وذلك ما أردنا بيانه.

ط [الشكل التاسع]

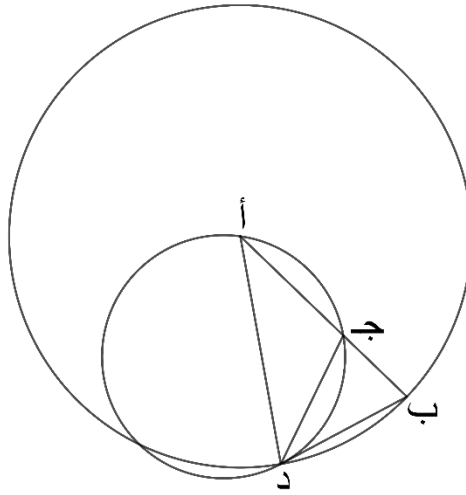
نريد أن نعمل على مربع أ ب ج د دائرة.



فنخرج قطري أ ج ، ب د فلأنّ زاويتي ب أ ج ، ب ج أ متساويتان^(١٥) فكلّ واحدة منهما نصف قائمة (ب.أ) وكذلك تبين أنّ الزوايا التي فوق القواعد من المثلثات الأربع كلّ واحدة منها نصف قائمة. فكلّ واحد من المثلثات الأربع متساوي الساقين فالخطوط الأربعة الخارجة من نقطة ه متساوية. فنجعل نقطة ه مركزاً وبعده ه أ دائرة فتمرّ بنقط ب ، ج ، د ، وذلك ما أردنا بيانه. / [٢٨ظ]

ي [الشكل العاشر]

<نريد أن نعمل مثلثاً متساوي الساقين يكون كلّ واحدة من زاويتي> قاعدته ضعف الثالثة.

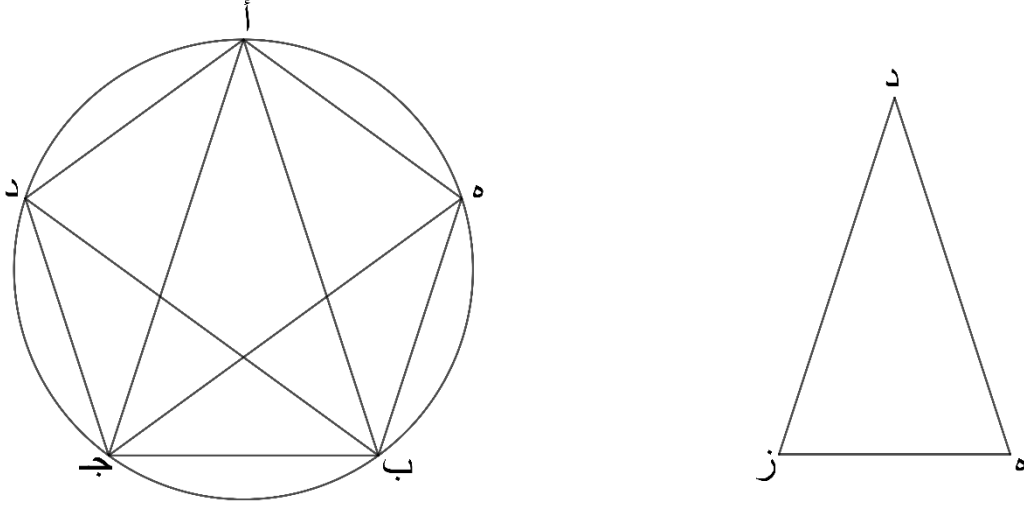


فنخطّ خطّ أ ب ونقسّمه على ج قسمه يكون ضرب أ ب في ب ج مثل مربع ج أ (ب.ب) ونجعل نقطة أ مركزاً وبعده ب أ دائرة ونخرج وتر د ب مثل أ ج^(١) ونصل أ د ، د ج ونعمل على مثلث أ ج د دائرة.^(٥) فلأنّ ضرب أ ب في ب ج مثل مربع أ ج أعني مربع ب د فب د مماس للدائرة^(٦ج) فزاوية ب د ج مثل د أ ج (ب.ج) فزاويتا ب د ج ، ج د أ اللتين مثل زاوية ب^(١٥) يساويان زاويتي ج د أ ، د أ ج اللتين مثل ب ج د (ب.أ) فزاويتا ب ج د ، د ب ج متساويتان فب د مثل ج د (ب.أ) فج د مثل ج أ فزاوية ج د أ

مثل جـ أ د^(٥٠) فزاوية د ب ج ضعف زاوية أ ب د ضعف زاوية أ . فكلّ واحدة من زاويتي فوق القاعدة من مثلث أ ب د ضعف الثالثة، وذلك ما أردنا بيانه.

يا [الشكل الحادي عشر]

نريد أن نعمل في دائرة أ ب ج محسّاً متساوي الأضلاع والزوايا تحيط به الدائرة.

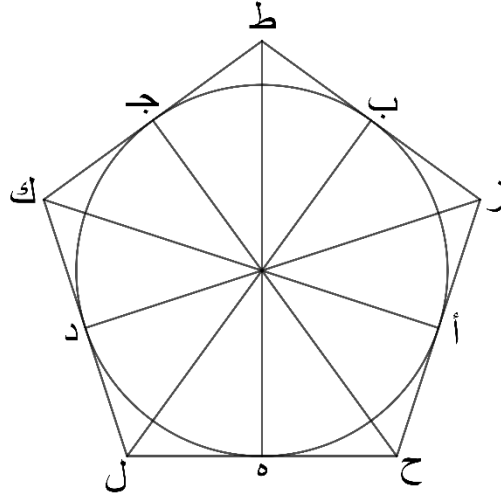


فنعمل مثلثاً متساوي الساقين بحيث يكون كلّ واحدة من زاويتي قاعدته ضعف الثالثة.^(٥١) وليكن هو مثلث د هـ ز ونعمل في دائرة أ ب ج مثلث أ ب ج تساوي زواياه زوايا د هـ ز كلّ لنظيرتها.^(ب) وننصف زاويتي ب ، ج اللتين كلّ واحدة منهما ضعف الثالثة بخطي ب د ، ج هـ^(ط١) ونصل أ هـ ، هـ ب ، ج د ، د أ فزوايا ب أ ج ، أ ب د ، د ب ج ، أ ج هـ ، ب ج هـ متساوية، فقسّمها الخمس متساوية،^(ك٢) فأوتارها الخمسة متساوية.^(ك٣) وثلاثة أضلاع كلّ قوس متساوية لثلاثة أضلاع القوس الأخرى^{٥٨} فالزوايا الخمس التي تقع كلّ واحدة منها على مجموع ثلاثة منها متساوية،^(ع٤) [٢٩ و] فالخمس متساوي >الأضلاع والزوايا.

وإذا أردنا أن نعمل في الدائرة معشراً متساوي الأضلاع، نعمل فيها محسّاً متساوي الأضلاع وننصف القسي الخمسة^(د٥) ونصل أوتارها فيحصل المعشّر،^(ل٦) (لنن هذه المقدّمات) وذلك ما أردنا بيانه.

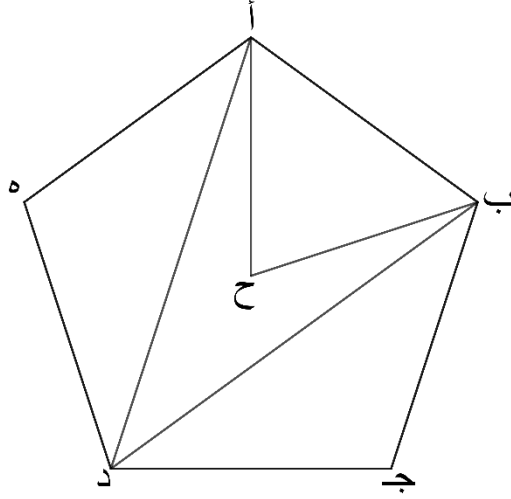
يب [الشكل الثاني عشر]

نريد أن نعمل على دائرة أ ب ج د محسّاً متساوي الأضلاع والزوايا يحيط بها.



فنعمل فيها محسّساً متساوي الأضلاع والزوايا^(١٤) وليكن زواياه عند نقط أ، ب، ج، د، هـ ونخرج منها أعمدة على أقطار الدائرة^(١٥) فيكون مماسة لها^(١٦) فإذا وصلنا أطراف الخطوط المماسّة كانت الداخلتان أقلّ من قائمتين فكلّ خطّين يلتقيان وليكن التقوّها على نقط ز، ط، ك، ل، ح ويخرج من المركز وتكون نقطة م إلى كلّ نقطة من النقط العشر خطّ. فإذا أخرج خطّ ز س بالاستقامة إلى أن قطع الدائرة فإنّ ضرب الخطّ القاطع في ز س مثل مربع أ ز ومثل مربع ب ز^(١٧) فمربع أ ز مثل مربع ب ز فأ ز مثل ب ز وأم م مثل ب م و ز م مشترك، فزاوية أ م ز مثل زاوية ز م ب وأ ز م مثل ب ز م^(١٨) وكذلك زاوية أ م ح مثل ح م هـ وأ ح م مثل هـ م ح، ولأنّ قوسي أ ب، أ هـ متساويان^(١٩) فزاوية أ م ب مثل أ م هـ^(٢٠) وأم ب م ضعف أ م ز وأم هـ م ح ضعف أ م ز، أم ح متساويتان وزاويتا أ م متساويتان وأم م مشترك فزاوية م ح أ مثل م ز أ وأ ح مثل أ ز ح^(٢١) فأ ح مثل ب ز وكذلك أ ز مثل ب ط^(٢٢) فهذا الطريق^(٢٣) فز ح مثل ز ط. وهكذا تبين أنّ الأضلاع الخمسة متساوية وزاويتا ز متساويتان. وكذا زاويتا ح متساويتان وزاوية م ح ز مثل م ز ح فزاويتا ح مثل زاويتي ز وكذلك تبين أنّ جميع زوايا الخمس متساوية فالخمس متساوي الأضلاع والزوايا، وذلك ما أردنا بيانه.

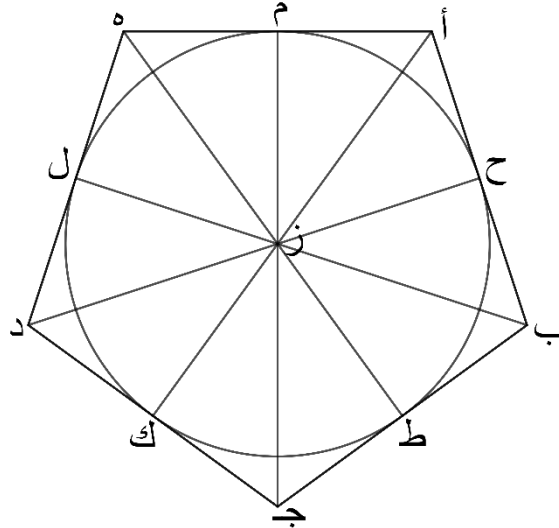
مقدمة: محسّس أ ب ج د هـ متساوي الأضلاع والزوايا ونُصّف منه <زاويتي ج ب أ، هـ أ ب، فأقول: إنّ الخطّين المنصفين يلتقيان > داخل الخمس



فنخرج أ د ، د ب فلأن زاويتي ج د هـ متساويتان والأضلاع المحيطة بها متساوية فزاويتا ج د ب ، هـ د أ متساويتان^(د.أ) فكل واحد منهما أقل من نصف زاوية ج د هـ وزاوية ج د ب مثل ج د ب^(هـ.أ) فهي أيضاً أقل من نصف ج د هـ أعني أ ب ج فأ ب د أعظم من النصف وهكذا تبين أن د أ ب أعظم من النصف. فليكن الخطان المنصفان أ ح ، ب ح فالزاويتان اللتان فيما بينهما أقل من قائمتين، فهما يلتقيان^(لما مرّ بعد ع.أ) ويكون التقاؤهما داخل المثلث لمرور كل واحد منهما بالضلع المقابل فيلتقيان داخل الخمس، وذلك ما أردنا بيانه.

يجب [الشكل الثالث عشر]

نريد أن نعمل في مخمس أ ب ج د هـ المتساوي الأضلاع والزوايا دائرة.

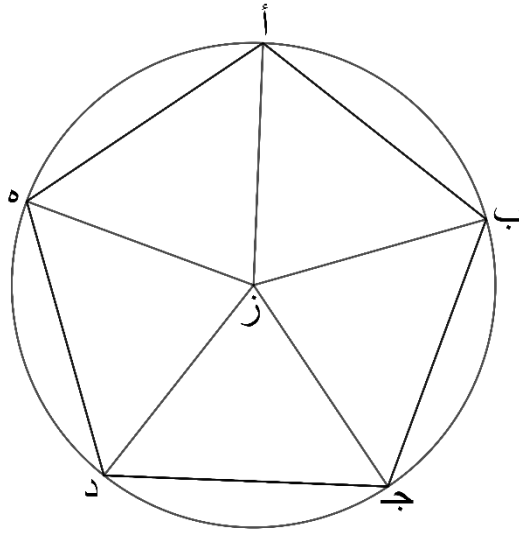


فنصف زاويتي أ ب ج بخطي أ ز ، ب ز فيلتقيان داخل الخمس لهذه المقدمة وليكن الالتقاء على نقطة ز فنخرج من نقطة ز إلى كل زاوية من زوايا الخمس خطاً ونخرج من نقطة ز عموداً على ضلع أ ب^(ب.أ) فلأن زاويتي أ ب ز ، ب أ ز حادثتان فالعمود يقع داخل المثلث^(لما مرّ بعد ب.أ) وليكن ز ح فضلعا ج ب ، ب ز

مساويان لضلعي أ ب ، ب ز وزاويتا ب متساويتان فج ز مثل أ ز وزاوية ز ج ب مثل زاوية ز أ ب ^(د.أ) تبقى ز ج د مثل ز أ هـ وكذلك سائر الأضلاع والزوايا متساوية بهذا الطريق فالمثلثات التي قواعدها أضلاع الخمس حادّ الزوايا. فنخرج من نقطة ز على أضلاع الخمس بقية الأعمدة ^(ب.أ) فيقع داخل المثلث ^(لما مرّ بعد يو.أ) ولتكن الأعمدة ز ط ، ز ك ، ز ل ، ز م ولأنّ زاوية ب ط ز مثل ب ح ز وزاويتا ب متساويتان و ب ز مشترك فط ز مثل ح ز ^(ك.أ) وكذلك ط ز مثل ل ز [٣٠] ك ز فالأعمدة > كلّها متساوية فنجعل ز مركزاً وببعد ز ح دائرة فتمرّ نهايات > الأعمدة، وذلك ما أردنا بيانه.

يد [الشكل الرابع عشر]

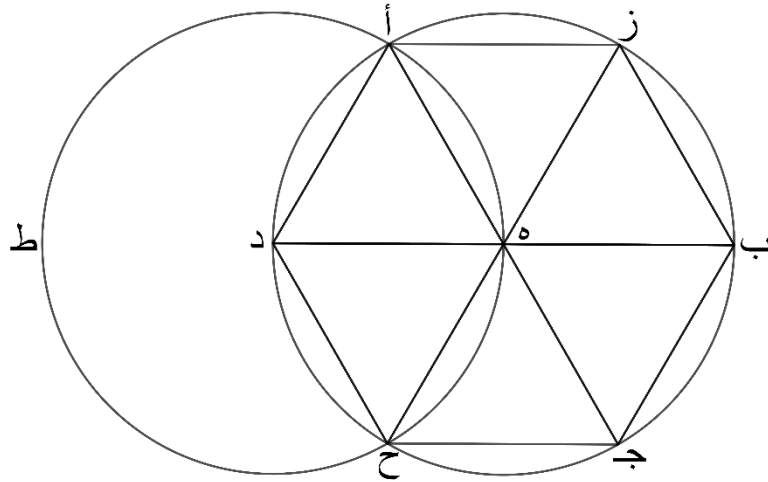
نريد أن نعمل على مخمس أ ب ج د هـ دائرة.



فننصف زاويتي أ ، ب بخطي أ ز ، ب ز ^(ط.أ) فيلتقيان داخل المخمس ^(لما مرّ بعد يب) وليكن التقاؤهما على نقطة ز ونخرج منها إلى كلّ زاوية خطاً فلأنّ زاوية ز أ ب مثل ز أ هـ و أ ب مثل أ هـ و أ ز مشترك فز ب مثل ز هـ وزاوية ز ب أ مثل ز هـ أ ^(د.أ) يبقى ز ب ج مثل ز هـ د فز ج مثل ز د ^(د.أ) ولأنّ ز ب ، ب أ مثل ز ب ، ب ج وزاويتا ب متساويتان فز ج مثل ز أ ^(د.أ) ولأنّ ز ب أ مثل ز أ ب فز ب مثل ز أ ^(د.أ) فالخطوط الخارجة من نقطة ز إلى الزوايا متساوية فنجعل ز مركزاً وببعد ز أ دائرة فتمرّ بنقط الزوايا، وذلك ما أردنا بيانه.

يه [الشكل الخامس عشر]

نريد أن نعمل في دائرة أ ب ج د مسدساً متساوي الأضلاع والزوايا.



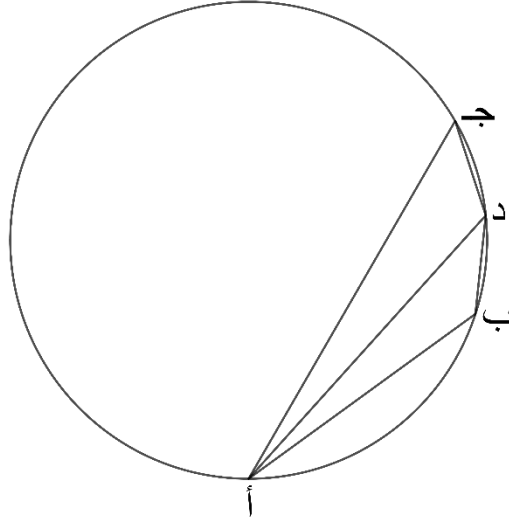
فنجذ المركز (أ.ج) ولتكن نقطة هـ ونخرج قطر ب د ونجعل د مركزاً ويبعد د هـ دائرة أ ح ط ونصل أ هـ ونخرجه إلى ج ونصل ح هـ ونخرجه إلى ز ونصل خطوط أ د ، د ح ، ح ج ، ج ب ، ب ز ، ز أ فلأن كل واحد من مثلثي أ د هـ ، د هـ ح متساوي الأضلاع (أ.أ) فزاويهما متساوية (أ.هـ) فكل واحدة من زاويتي أ هـ د ، د هـ ح ثلث قائمتين (ب.أ) فتبقى ج هـ ح ثلث قائمتين (ج.أ) ومقابلاتها على التقاطع مساوية لها (هـ.أ) فالزاويا الست التي على المركز متساوية والأضلاع المحيطة بها متساوية فقواعد المثلثات متساوية وزواياها النظائر متساوية (د.أ) وزاويتا فوق القاعدة في كل مثلث / [٣٠ ظ] متساويتان (هـ.أ) فكل زاوية من المثلثات الست ثلثا قائمة فكل اثنين منها قائمة وثلث فالمسدس متساوي الأضلاع والزوايا.

وقد تبين من هذا الشكل أن نصف قطر كل دائرة مساوٍ لضلع المسدس المعمول في تلك الدائرة.

طريق آخر في عمل المسدس في الدائرة: أن يعمل في الدائرة مثلثا متساوي الأضلاع (ب) وننصف القسي الثلاث (د.ج) ونخرج أوتار القسي الست فيحصل في الدائرة مسدس متساوي الأضلاع (ك.ج) والزوايا، (ع.ج) وذلك ما أردنا بيانه.

يو [الشكل السادس عشر]

نريد أن نعمل في دائرة أ ب ج د شكلاً تحيط به خمسة عشر قاعدة متساوية.



فنعمل في الدائرة مثلثاً متساوي الأضلاع والزوايا^(ب) وليكن ضلعه أ ج ثم نعمل فيها مخمساً متساوي الأضلاع والزوايا^(ب) ونخرج من نقطة أ وتر أ ب مساوياً لضلع الخمس^(١) فيكون قوس أ ج خمسة أجزاء من خمسة عشر جزءاً من محيط الدائرة وقوس أ ب ثلاثة أجزاء من خمسة عشر جزءاً منه تبقى قوس ب ج جزءان من خمسة عشر جزءاً من المحيط، فننصف قوس ب ج على د^(ج) ونخرج ب د ، د ج ويوقع في الدائرة أوتاراً مساوية لـ ب د ، د ج^(١) فيحصل شكل تحيط به خمسة عشر قاعدة متساوية، وذلك ما أردنا بيانه.

تمت المقالة الرابعة وهي (يو) شكلاً.

المقالة الخامسة

الجزء مقدار أصغر من مقدار أكبر يعدّه.

والأمثال مقدار أعظم من مقدار أصغر يعدّ به.

والنسبة هي قدر أحد المقدارين المتجانسين من الآخر.

والمناسبة مشابهة النسب.

والمقادير ذوات النسب هي التي تزيد⁶⁹ بعضها على بعض بالتضعيف، وإذا قلنا لأربعة مقادير «إنّ نسبتها واحدة» كان مرادنا أنّه إذا أخذ للأوّل والثالث أمثال متساوية العدّة أيّ الأمثال كانت وللثاني والرابع أمثال متساوية العدّة أيّ الأمثال كانت وحدت أمثال الأوّل والثالث إما ناقصان / [٣١] معا وإمّا زائدان > معا وإمّا مساويان معا لأمثال الثاني والرابع.

والمقادير < التي نسبتها واحدة تسمّى المتناسبة، وإذا قلنا لأربعة مقادير «إنّ نسبة الأوّل إلى الثاني أعظم من نسبة الثالث إلى الرابع» كان مرادنا أنّه يمكن أن يؤخذ للأوّل والثالث أمثال متساوية العدّة وللثاني والرابع أمثال متساوية العدّة ويكون أمثال الأوّل منها زائدة على أمثال الثاني وأمثال الثالث غير زائدة على أمثال الرابع.

وأقلّ المناسبة في ثلاثة مقادير وإذا كانت ثلاثة مقادير على نسبة واحدة فإنّ نسبة الأوّل إلى الثالث هي نسبته إلى الثاني مثناة بالتكرير وكذا إلى الرابع مثلثة بالتكرير

وإذا كانت ثلاثة مقادير للأوّل إلى الثاني نسبة وللثاني إلى الثالث نسبة ما كيف اتّفقت فإنّ نسبة الأوّل إلى الثالث مؤلّفة من نسبة الأوّل إلى الثاني والثاني إلى الثالث

عكس النسبة ومخالفتها هي نسبة التالين إلى المقدّمين

إبدال النسبة نسبة المقدّم إلى المقدّم والتالي إلى التالي وإثما يكون ذلك إذا كانت الأربعة من جنس واحد.

تركيب النسبة نسبة المقدّم والتالي معا في كلّ واحد منهما إلى التالي.

تفصيل النسبة نسبة زيادة المقدّم على التالي إلى التالي.

قلب النسبة نسبة المقدّم إلى زيادته على التالي.

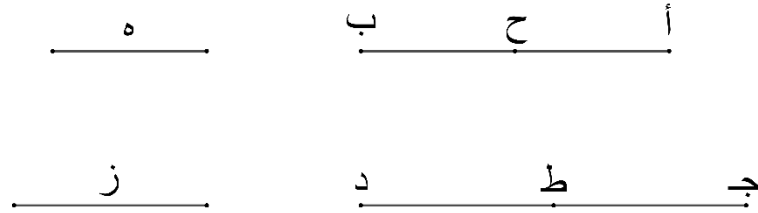
نسبة المساواة نسبة الأطراف بعضها إلى البعض ورفع الوسائط المناسبة المنتظمة هي التي تكون مقادير وبعدها مقادير آخر وتكون نسبة المقدّم إلى التالي كنسبة المقدّم النظير إلى التالي النظير ونسبة التالي إلى تالٍ آخر كنسبة التالي النظير إلى تالٍ آخر.

⁶⁹ م: أزيد

والمضطربة هي التي تكون نسبة المقدّم إلى التالي كنسبة المقدّم الآخر إلى التالي والتالي إلى شيء آخر كنسبة شيء آخر إلى المقدّم.

أ [الشكل الأول]

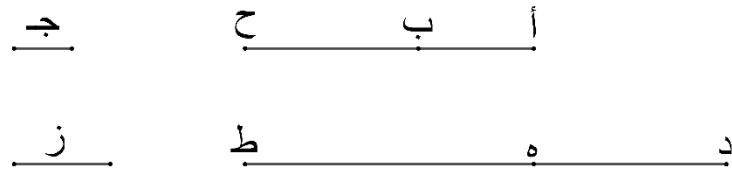
مقدار أ ب أمثال هـ كمقدار جـ د أمثال ز ، فأقول: إنّ جميع أ ب ، جـ د أمثال جميع هـ ، ز كمقدار أ ب أمثال هـ .



لأنّنا نقسّم أ ب بأمثال هـ ولتكن أمثاله أ ح ، ح ب ونقسّم جـ د بأمثال ز ولتكن أمثاله جـ ط / [٣١ظ] > ط د ، فلأنّ أ ح مثل هـ و جـ ط مثل ز فجميع أ ح ، جـ ط مثل جميع هـ ، ز . وكذلك جميع ح ب ، ط د مثل جميع هـ ، ز فجميع أ ب ، جـ د أمثال هـ ، ز كما أنّ أ ب أمثال هـ ، وذلك ما أردنا بيانه.

ب [الشكل الثاني]

مقدار أ ب أمثال جـ كمقدار د هـ أمثال ز ، ومقدار ب ح أمثال جـ كمقدار هـ ط أمثال ز ، فأقول: إنّ مقدار أ ح أمثال جـ كمقدار د ط أمثال ز .



لأنّنا نزيد على عدّة أمثال أ ب لمقدار جـ عدّة أمثال ب ح لمقدار جـ المساوية لعدّة أمثال هـ ط لمقدار ز ، ونزيد عدّة أمثال هـ ط لمقدار ز على عدّة أمثال د هـ لمقدار ز المساوية لعدّة أمثال أ ب لمقدار جـ ، فقد زدنا على عدّتين متساويتين عدّتين متساويتين. والأشياء المتساوية إذا زيدت عليها متساوية كم كانت كانت متساوية. فعّدّة أمثال أ ح لمقدار جـ مساوية لعدّة أمثال د ط لمقدار ز ، وذلك ما أردنا بيانه.

ج [الشكل الثالث]

مقدار أ ب أمثال جـ كمقدار د هـ أمثال ز أمثال أ كمقدار ط ح أمثال جـ ، فأقول: إنّ هـ ز أمثال ب ك ط ح أمثال د .

هـ ك ز أ ب

ح ل ط ج د

فَنَقْسَمُ هـ ز بِأُمْتَالِ أ وليكن هـ ك ، ك ز وَنَقْسَمُ ح ط بِأُمْتَالِ ج وليكن ح ل ، ل ط . فَلأَنَّ هـ ك أُمْتَالِ ب كَمَقْدَارِ ح ل أُمْتَالِ د وَك ز أُمْتَالِ ب كَمَقْدَارِ ط ل أُمْتَالِ د فَهـ ز أُمْتَالِ ب كَمَقْدَارِ ح ط أُمْتَالِ د ، (ب) وذلك ما أردنا بيانه.

د [الشكل الرابع]

نسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى د وهـ أُمْتَالِ أ كَمَقْدَارِ ز أُمْتَالِ ج ، وح أُمْتَالِ ب كَمَقْدَارِ ط أُمْتَالِ د ، فأقول: إنَّ نسبة هـ إلى ح كنسبة ز إلى ط .

م	ن
ح	هـ
ب	أ
د	ج
ط	ز
س	ل

فليكن ن أُمْتَالِ هـ كَمَقْدَارِ ل أُمْتَالِ ز و م أُمْتَالِ ح كَمَقْدَارِ س أُمْتَالِ ط . فَلأَنَّ مَقْدَارِ ن أُمْتَالِ أ كَمَقْدَارِ ل أُمْتَالِ ج (ج) ومقدار م / [٣٢و] أُمْتَالِ ب كَمَقْدَارِ س أُمْتَالِ د (ج) فمقدار ل ، ن إمّا زائدان معاً على س ، م وإمّا ناقصان وإمّا مساويان وهي أُمْتَالِ هـ ز ، ح ط . فنسبة هـ إلى ح كنسبة ز إلى ط ، وذلك ما أردنا بيانه.

هـ [الشكل الخامس]

أ ب أُمْتَالِ ج د وهـ المنقوص من أ ب أُمْتَالِ ج ز المنقوص من ج د كَمَقْدَارِ أ ب أُمْتَالِ ج د ، فأقول: إنَّ هـ ب الباقي أُمْتَالِ ز د الباقي كَمَقْدَارِ أ ب أُمْتَالِ ج د .

أ ه ب

ح ج ز د

لأننا نجعل ه ب أمثال ج ح كمقدار أ ه أمثال ج ز ف أ ب أمثال ح ز كمقدار أ ه أمثال ج ز^(١) ف ح ز
مثل ج د ، نسقط المشترك يبقى ز د مثل ح ج ف ه ب أمثال ز د كمقدار أ ه أمثال ج ز أعني أ ب أمثال
ج د ، وذلك ما أردنا بيانه.

و [الشكل السادس]

مقدار أ ب أمثال ه كمقدار ج د أمثال ز ومقدار أ ح أمثال ه كمقدار ط ج⁷⁰ أمثال ز ، فأقول: إن ب ح
إن كان مثل ه ف ط د مثل ز ، وإن كان ب ح أمثال ه ف ط د أمثال ز كمقدار ب ح أمثال ه .

أ ح ب

ه

ز

ك ج ط د

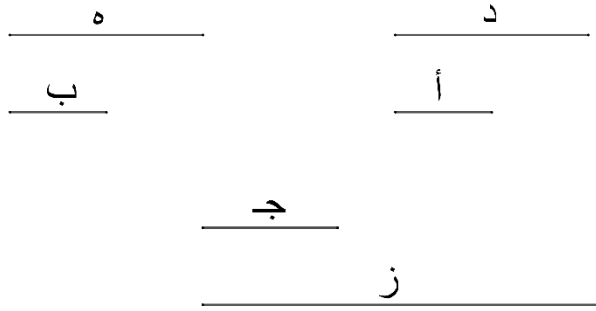
فنجعل في ج ك من ز كما في ب ح من ه . فلأن أ ح أمثال ه كمقدار ج ط أمثال ز وفي ب ح من ه كما في
ك ج من ز ف ك ط أمثال ز كما أن أ ب أمثال ه^(ب) أعني ج د أمثال ز ف ط ك أمثال ز كمقدار ج د
أمثال ز ف ك ط مثل ج د . فنسقط ج ط المشترك، فيبقى ج ك مثل ط د فني د ط من ز كما في ب ح
من ه فإن كان ب ح مثل ه ف د ط مثل ز ، وإن كان ب ح أمثال ه ف د ط أمثال ز كمقدار ب ح أمثال
ه ، وذلك ما أردنا بيانه.

/ [٣٢ ظ]

ز [الشكل السابع]

> أ مثل ب فنسبتهما إلى ج نسبة واحدة ونسبة ج إليهما واحدة.<

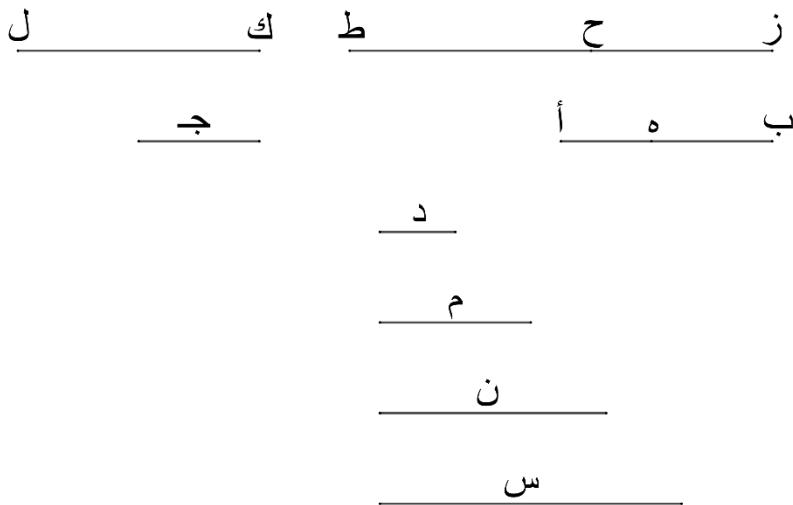
⁷⁰ م: ك ج



فلنأخذ د ، هـ أمثالا متساوية العدد ل أ ، ب ونجعل ز أمثالا ل ج . فلأن د ، هـ متساويان فهما إما زائدان معاً على ز وإما ناقصان معاً وإما مساويان، فنسبة أ ب إلى ج نسبة واحدة، وكذلك نسبة جـ إلى أ كنسبته إلى ب ، وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن]

أ ب أعظم من جـ ، فأقول: إن نسبة أ ب إلى د أعظم من نسبة جـ إلى د ونسبة د إلى جـ أعظم من نسبته إلى أ ب .

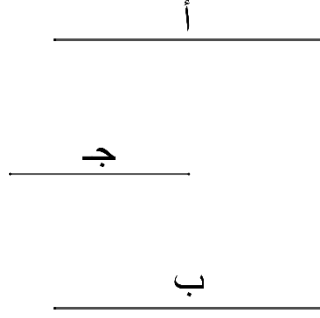


فليكن فضل أ ب على جـ أ هـ ، فنجعل ز ح أمثالا لأصغر مقداري أ هـ ، هـ ب ، وليكن أ هـ زائدة على د ونجعل ح ط أمثال هـ ب و ك ل أمثال جـ كمقدار ز ح أمثال أ هـ . ونأخذ أمثالا لمقدار د إلى أن يصير أعظم من ك ل فليكن م ضعفه ون ثلاثة أمثاله ف د ، ن أربعة أمثاله وليكن أول أمثال يزيد على ك ل وهو المساوي ل د ، ن وهو س . فلأن مقدار ز ح أمثال أ هـ كمقدار ح ط أمثال هـ ب ف ز ط أمثال أ ب كما أن ح ط أمثال هـ ب أعني ك ل أمثال جـ . وك ل إما مثل ن أو أعظم منه و ح ط مثل ك ل ف ح ط إما مثل ن أو أعظم منه و ز ح أعظم من د ف ز ط أعظم من د ، ن أعني س وك ل أصغر من س . فنسبة أ ب إلى

دِ أعظم من نسبة جِ إلى دِ وبالعكس نسبة دِ إلى جِ أعظم من نسبته إلى أِ بِ لهذا التديير، وذلك ما أردنا بيانه.

ط [الشكل التاسع]

نسبة أِ و بِ إلى جِ نسبة واحدة، فأقول: إنَّهما متساويان.

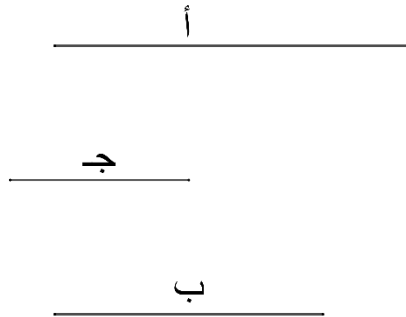


وإلا فليكن أحدهما أعظم وليكن بِ ، فنسبة بِ إلى جِ أعظم من نسبة أِ إلى جِ ، (ح) هذا خلف فهما / [٣٣و] متساويان.

>وبالعكس إذا كان نسبة جِ إلى أِ و بِ نسبة واحدة، فأقول: إنَّهما < متساويان. وإلا فليكن أحدهما أعظم وليكن بِ ، فنسبة جِ إلى أِ أعظم من نسبة جِ إلى بِ ، (ح) هذا خلف فهما متساويان، وذلك ما أردنا بيانه.

ي [الشكل العاشر]

نسبة أِ إلى جِ أعظم من نسبة بِ إلى جِ ، فأقول: إنَّ أِ أعظم من بِ .



وإلا لكان ب مثل أ أو أعظم منه. فإن كان مثله فنسبة أ إلى ج كنسبة ب إلى ج،^(١) وإن كان أعظم فنسبة ب إلى ج أعظم من نسبة أ إلى ج،^(٢) هذا كله خلف.

وبالعكس إذا كان نسبة ج إلى ب أعظم من نسبته إلى أ فـ أ أعظم من ب، وإلا لكان مثله أو أصغر، فإن كان مثله فنسبة ج إلى ب مثل نسبته إلى أ،^(١) وإن كان أصغر فنسبة ج إلى أ أعظم من نسبته إلى ب، هذا كله خلف. فـ أ أعظم من ب، وذلك ما أردنا بيانه.

يا [الشكل الحادي عشر]

نسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى د ونسبة هـ إلى ز كنسبة ج إلى د، فأقول: إن نسبة أ إلى ب كنسبة هـ إلى ز.

<u>ك</u>	<u>ط</u>	<u>ح</u>
<u>هـ</u>	<u>ج</u>	<u>أ</u>
<u>ز</u>	<u>د</u>	<u>ب</u>
<u>ن</u>	<u>م</u>	<u>ل</u>

فنجعل ح، ط، ك أمثالا لـ أ، ج، هـ كأمثال لـ م، ن لـ ب، د، ز فـ ح، ط إمّا زائدان معاً على لـ م أو ناقصان أو مساويان وكذلك ط، ك إمّا زائدان معاً على م، ن أو ناقصان أو مساويان فـ ح، ك إمّا زائدان معاً على لـ ن أو ناقصان أو مساويان فنسبة أ إلى ب كنسبة هـ إلى ز، وذلك ما أردنا بيانه.

يب [الشكل الثاني عشر]

نسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى د ونسبة ج إلى د أعظم من نسبة هـ إلى ز، فأقول: إن نسبة أ إلى ب أعظم من نسبة هـ إلى ز.

ك	ط	ح
هـ	ج	أ
ز	د	ب
ن	م	ل

لأنه قد يكون لقدر ج أمثالا يزيد على أمثال د ومثلها من أمثال ه لا يزيد على أمثال ز المساوية العدد لأمثال د فلتكن هي ط ، ك ، م ، ن وليكن ح أمثال أ كمقدار ط أمثال ج و ل أمثال ب كمقدار م أمثال د فلأن نسبة ج إلى د كنسبة أ إلى ب فإن زاد ط / [33ظ] > على م فيزيد ح على ل وقد زاد ط على م فح يزيد على ل ولا يزيد < ك على ن فقد أخذنا ل أ و ه أمثال ح ، ك متساوية العدد و ل ب و ز أمثال ل ، ن متساوية العدد ويزيد ح على ل ولا يزيد ك على ن فنسبة أ إلى ب أعظم من نسبة ه إلى ز وبمثل هذا تبين أن نسبة أ إلى ب إذا كان أعظم من نسبة ج إلى د ونسبة ج إلى د كنسبة ه إلى ز فإن نسبة أ إلى ب أعظم من نسبة ه إلى ز ، وذلك ما أردنا بيانه.

يج [الشكل الثالث عشر]

نسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى د وكنسبة ه إلى ز ، فأقول: إن نسبة جميع أ ، ج ، ه إلى جميع ب ، د ، ز كنسبة أ إلى ب .

ك	ط	ح
هـ	ج	أ
ز	د	ب
ن	م	ل

فليكن ح ، ط ، ك أمثالا متساوية العدّة لـ أ ، ج ، هـ ولـ م ، ن أمثالا متساوية العدّة لـ ب ، د ، ز .
 فح ، ط إمّا زائدان معاً على لـ ، م أو ناقصان معاً أو مساويان. وكذلك ط ، ك على م ، ن فجميع ح ، ط ،
 ك إمّا زائد على جميع لـ ، م ، ن وإمّا ناقص وإمّا مساوٍ، فنسبة جميع أ ، ج ، هـ إلى جميع ب ، د ، ز
 كنسبة أ إلى ب ، وذلك ما أردنا بيانه.

يد [الشكل الرابع عشر]

نسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى د وإأ أعظم من جـ، فأقول: إنّ ب أعظم من د.



لأنّ نسبة أ إلى ب أعظم من نسبة ج إلى ب (ج) فنسبة ج إلى د أعظم من نسبة ج إلى ب (ب) فب أعظم
 من د. (ي) وكذلك إن كان أ مساوياً لـ ج فب مساوٍ لـ د ؛ لأنّ نسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى ب (ي) فنسبة
 ج إلى د كنسبة ج إلى ب (ب) فب مساوٍ لـ د ، (ط) وإن كان ناقصاً فناقص؛ لأنّ ج أعظم من أ فـ د أعظم
 من ب لما مرّ، وذلك ما أردنا بيانه.

يه [الشكل الخامس عشر]

أ ب أمثال ج كمقدار د هـ أمثال ز ، فأقول: إنّ نسبة أ ب إلى د هـ كنسبة جـ / [٣٤و] إلى ز .

323

يز [الشكل السابع عشر]

نسبة أ ب بالتركيب إلى ه ب كنسبة ج د إلى د ز ، فأقول: إنَّ بالتفصيل نسبة أ ه إلى ه ب كنسبة ج ز إلى ز د .

ح ط ك س

أ ه ب

ج ز د

ل م ن ع

فنجعل ح ط أمثال أ ه كمقدار ط ك أمثال ه ب ، و ل م أمثال ج ز كمقدار ح ط أمثال أ ه ، و م ن أمثال ز د كمقدار ط ك أمثال ه ب ، و ك س أمثال ه ب كمقدار ن ع أمثال ز د . فلأنَّ ح ط أمثال أ ه كمقدار ط ك أمثال ه ب ف ح ك أمثال أ ب كمقدار ح ط أمثال أ ه ^(١) أعني ل م ل ج ز . ولأنَّ ل م أمثال ج ز ك م ن ل ز د فل ن أمثال ج د ك ل م ل ج ز ^(٢) ف ح ك أمثال أ ب ك ل ن ل ج د . ولأنَّ ط ك أمثال ه ب كمقدار م ن أمثال ز د ، و ك س أمثال ه ب كمقدار ن ع أمثال ز د ف ط س أمثال ه ب كمقدار م ع أمثال ز د . ^(ب) ولأنَّ نسبة أ ب إلى ه ب كنسبة ج د إلى د ز / [٣٤ ظ] > ف ح ك ، ل ن إمّا زائدان معا على ط س ، م ع وإمّا ناقصان وإمّا مساويان > فنسقط ط ك ، م ن المشترك ف ح ط ، ل م إمّا زائدان معا على ك س ، ن ع وإمّا ناقصان وإمّا مساويان . فنسبة أ ه إلى ه ب كنسبة ج ز إلى ز د ، وذلك ما أردنا بيانه .

يح [الشكل الثامن عشر]

نسبة أ ب إلى ب ج بالتفصيل كنسبة د ه إلى ه ز ، فأقول: إنَّ بالتركيب نسبة أ ج إلى ب ج كنسبة د ز إلى ه ز .

أ ب ج

د ط ه ح ز

وإلا فليكن نسبة أ ج إلى ب ج كنسبة د ز إلى ز ح الأصغر من ه ز أو إلى ط ز الأعظم منه. فإن كان الأول فبالفصيل نسبة أ ب إلى ب ج كنسبة د ح إلى ح ز ^(٢) فنسبة د ه إلى ه ز كنسبة د ح إلى ح ز ^(٣) و د ح أعظم من د ه ف ح ز أعظم من ه ز، هذا خلف. وإن كان الثاني فتبين كما بينّا أنّ ه ز أعظم من ط ز، هذا خلف. فنسبة أ ج إلى ب ج كنسبة د ز إلى ز ه، وذلك ما أردنا بيانه.

زيادة: نسبة أ ب إلى ب ج كنسبة د ه إلى ه ز، فأقول: إنّ بالقلب نسبة أ ب إلى أ ج كنسبة د ه إلى د ز.

أ ج ب

د ز ه

لأنّ بالفصيل نسبة أ ج إلى ج ب كنسبة د ز إلى ز ه ^(٢) فنسبة ب ج إلى ج أ كنسبة ه ز إلى ز د، فبالتركيب نسبة أ ب إلى أ ج كنسبة د ه إلى د ز ^(٣) وذلك ما أردنا بيانه.

يط [الشكل التاسع عشر]

أ ب، ج د نقص منهما ه ب، ز د ونسبة ه ب إلى ز د كنسبة أ ب إلى ج د، فأقول: إنّ نسبة أ ه إلى ج ز كنسبة أ ب إلى ج د.

أ _____ ه _____ ب _____

ج _____ ز _____ د _____

لأنّ نسبة أ ب إلى ج د كنسبة⁷¹ ه ب إلى ز د فبالإبدال نسبة أ ب إلى ه ب كنسبة ج د إلى ز د^(و) فبالتفصيل نسبة أ ه إلى ه ب كنسبة ج ز إلى ز د^(ز) فبالإبدال نسبة أ ه إلى ج ز كنسبة ه ب إلى ز د^(و) أعني أ ب إلى ج د ، وذلك ما أردنا بيانه.

ك [الشكل العشرون]

نسبة أ إلى ب كنسبة د إلى ه ونسبة ب إلى ج كنسبة ه إلى ز بالانتظام، فأقول: إنّ بالمساواة إن كان أ أعظم من ج فد أعظم من ز، وإن كان مساويا فساو وإن كان ناقصا فناقص.

د _____	أ _____
ه _____	ب _____
ز _____	ج _____

[٣٥و] لأنّ أ إن كان أعظم من ج > فنسبة أ إلى ب أعظم من نسبة ج إلى ب فنسبة د إلى ه أعظم من نسبة ج إلى ب^(ب) وهي كنسبة ز إلى ه فنسبة د إلى ه أعظم من نسبة ز إلى ه^(بب) فد أعظم من ز^(ز) وهكذا إن كان مساويا ل ج فد مساو ل ز ؛ لأنّ نسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى ب^(ن) فنسبة د إلى ه كنسبة ج إلى

⁷¹ م - أ ب إلى ج د كنسبة

ب^(١٤) وهي كنسبة ز إلى ه فنسبة د إلى ه كنسبة ز إلى ه^(١٥) ف د مساو ل ز^(ط) وإن كان ناقصاً فناقص؛ لأنَّ ج يكون أعظم من أ ف ز أعظم من د لما مرَّ آنفاً، وذلك ما أردنا بيانه.

كا [الشكل الحادي والعشرون]

نسبة أ إلى ب كنسبة ه إلى ز ونسبة ب إلى ج كنسبة د إلى ه بالاضطراب، فأقول: إنَّ بالمساواة إن كان أ أعظم من ج ف د أعظم من ج ف د أعظم من ز، وإن كان مساوياً فمساو، وإن كان ناقصاً فناقص؛



لأنَّ أ إن كان أعظم من ج فنسبة أ إلى ب أعظم من نسبة ج إلى ب^(ح) فنسبة ه إلى ز أعظم من نسبة ج إلى ب^(ب) وهي كنسبة ه إلى د فنسبة ه إلى ز أعظم من نسبة ه إلى د^(ب) ف د أعظم من ز^(ي) وهكذا إن كان مساوياً ل ج ف د مساو ل ز؛ لأنَّ نسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى ب^(ن) فنسبة ه إلى ز كنسبة ج إلى ب^(١٤) وهي كنسبة ه إلى د فنسبة ه إلى ز كنسبة ه إلى د^(١٥) ف د مساو ل ز^(ط) وإن كان ناقصاً فناقص؛ لأنَّ ج يكون أعظم من أ ف ز أعظم من د لما مرَّ آنفاً، وذلك ما أردنا بيانه.

كب [الشكل الثاني والعشرون]

نسبة أ إلى ب كنسبة د إلى ه ونسبة ب إلى ج كنسبة ه إلى ز بالانتظام، فأقول: إنَّ بالمساواة نسبة أ إلى ج كنسبة د إلى ز.

ح	أ	د	ط
ك	ب	ه	ل
م	ج	ز	ن

فليكن ح ، ط أمثالا متساوية العدّة لـ أ ، د وك ، ل لب ، هـ وم ، ن ل ج ، ز فنسبة ح إلى ك كنسبة ط إلى ل^(د) ونسبة ك إلى م كنسبة ل إلى ن^(د) فح إن كان أعظم من م فكذلك ط أعظم من ن وإن كان مساويا / [٣٥ظ] <فساو، وإن كان ناقصا> فناقص^(ك) فنسبة أ إلى ج كنسبة د إلى ز ، وذلك ما أردنا بيانه.

بـ [الشكل الثالث والعشرون]

نسبة أ إلى ب كنسبة هـ إلى ز ونسبة ب إلى ج كنسبة د إلى هـ بالاضطراب، فأقول: إنّ بالمساواة نسبة أ إلى ج كنسبة د إلى ز .

ح	أ	د	ط
ك	ب	ه	ل
م	ج	ز	ن

فليكن ح ، ط أمثالا متساوية العدّة لـ أ ، د وك ، ل لب ، هـ وم ، ن ل ج ، ز فنسبة ح إلى ك كنسبة ل إلى ن^(د) ونسبة ك إلى م كنسبة ط إلى ل^(د) فح إن كان أعظم من م فط أعظم من ن وإن كان مساويا فساو، وإن كان ناقصا فناقص^(ك) فنسبة أ إلى ج كنسبة د إلى ز ، وذلك ما أردنا بيانه.

كد [الشكل الرابع والعشرون]

نسبة أ ب إلى ج كنسبة د ه إلى ز ونسبة ب ح إلى ج كنسبة ه ط إلى ز ، فأقول: إنَّ نسبة أ ح إلى ج كنسبة د ط إلى ز .

أ _____ ب _____ ح _____ د _____ ه _____ ط _____

_____ ج _____ ز _____

لأنَّ نسبة أ ب إلى ج كنسبة د ه إلى ز ونسبة ج إلى ب ح كنسبة ز إلى ط ه فنسبة أ ب إلى ب ح كنسبة د ه إلى ه ط ^(ك) وبالتركيب نسبة أ ح إلى ب ح كنسبة ط د إلى ه ط ^(هـ) ونسبة ب ح إلى ج كنسبة ه ط إلى ز فبالمساواة نسبة أ ح إلى ج كنسبة د ط إلى ز ، ^(ك) وذلك ما أردنا بيانه.

كه [الشكل الخامس والعشرون]

أ ب ، ج د ، ه ، ز أقدار متناسبة وأ ب أعظمها وز أصغرها، فأقول: إنَّ أ ب الأوَّل وز الرابع مرَّكين أعظم من الباقيين مرَّكين.

أ _____ ح _____ ب _____

ج _____ ط _____ د _____

_____ ه _____

_____ ز _____

فليكن أ ح مثل ه وط ج مثل ز فنسبة أ ب إلى ج د كنسبة أ ح إلى ج ط فنسبة ب ح إلى د ط كنسبة أ ب إلى ج د ^(ط) وأ ب أعظم من ج د فب ح أعظم من د ط فنجعل أ ح ، ج ط مشتركين فب ح

، ح أ، ج ط أعني أ ب مع ز أعظم من د ط ، / [36و] ط ج ، أ ح أعني د ج مع > ه ، وذلك ما أردنا
بيانه.<

تمت المقالة الخامسة وهي كه شكلاً.

المقالة السادسة

السطوح المتشابهة هي التي زواياها متساوية وأضلاعها متناسبة كل لنظيره.

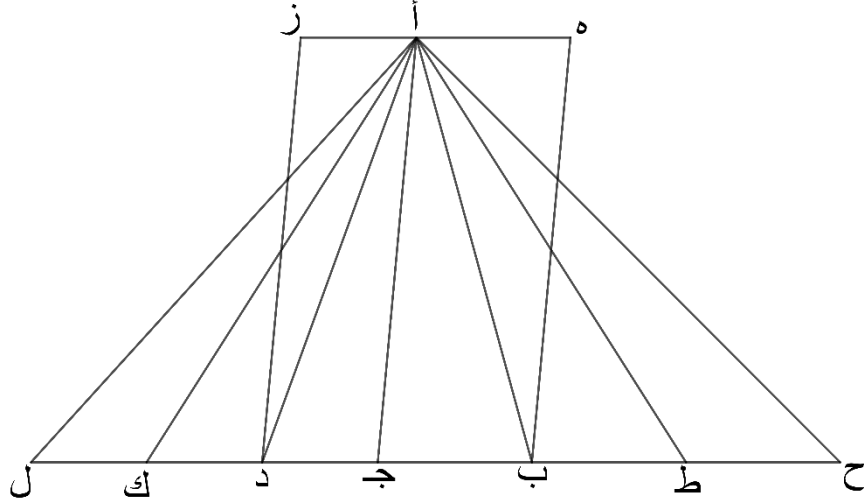
والتكافئة هي التي أضلاعها متناسبة على التقديم والتأخير.

والخط المقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين هو الذي تكون نسبة الخط كله إلى أطول قسميه كنسبة القسم الأطول إلى الأصغر.

وارتفاع الشكل هو العمود الخارج من رأسه إلى قاعدته.

أ [الشكل الأول]

السطوح المتوازية الأضلاع إذا كان ارتفاعها بقدر واحد وكذا المثلثات المتساوية الارتفاع فإن نسبة بعضها إلى البعض كنسبة القواعد إلى القواعد.

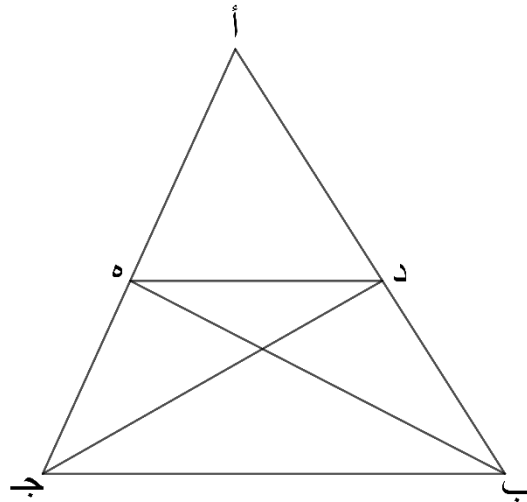


كسطحي ب ه أ ج ، د ز أ ج ومثلثي ب ج أ ، ج د أ على قاعدتي ب ج ، ج د . فنخرج ب د في الجهتين ونفصل ب ط ، ط ح كل واحد منهما مثل ب ج (ج^أ) و د ك ، ك ل كل واحد منهما مثل ج د (ج^أ) ونصل ط أ ، ح أ ، ك أ ، ل أ فالمثلثات التي قواعدها ب ج ، ب ط ، ط ح متساوية (ج^أ) وكذلك المثلثات التي قواعدها ج د ، د ك ، ك ل أيضاً متساوية (ج^أ) فمثلث ج أ ح أمثال لمثلث أ ب ج وقاعدة ج ج د أمثال لقاعدة ب ج بتلك العدة ومثلث أ ج ل أمثال لمثلث أ ج د وقاعدة ج ل أمثال لقاعدة ج د بتلك العدة. فإن ساوى قاعدة ح ج لقاعدة ج ل فمثلث أ ج ح يساوي مثلث أ ج ل (ج^أ) وإن زاد قاعدة ح ج على قاعدة ج ل فمثلث أ ج ح يزيد على مثلث أ ج ل ؛ لأننا نفصل من ج ح مثل ج ل (ج^أ) ونخرج من طرفه خطاً إلى نقطة أ فالمثلث الذي يحدث يكون مثلث أ ج ل (ج^أ) فمثلث أ ج ح ج يزيد على أ ج ل ، وإن نقص ينقص ؛ لأننا نفصل من ج ل مثل ج ح (ج^أ) ونخرج من طرفه خطاً إلى نقطة أ فيكون مثلث أ ج ح مثل المثلث الذي يحدث (ج^أ) فننقص من مثلث أ ج ل فأب الأمثال أخذ للأول والثالث / [٣٦ ظ]

<متساوية العدة يزيد على أي الأمثال أخذ للثاني والرابع متساوية> العدة أو ينقص أو يساوي، فنسبة أ ب ج إلى أ ج د كنسبة ب ج إلى ج د وسطح أ ه ب ج ضعف مثلث أ ب ج^(ما.أ) وسطح أ ز د ج ضعف مثلث أ ج د^(ما.أ) فنسبة السطح إلى السطح كنسبة المثلث إلى المثلث^(ب.ه) أعني كنسبة القاعدة إلى القاعدة، وذلك ما أردنا بيانه.

ب [الشكل الثاني]

مثلث أ ب ج قد أُخرج فيه من ضلع أ ب خط د ه موازياً لقاعدة ب ج، فأقول: إن د ه قد قطع الضلعين على نسبة واحدة نسبة ب د إلى د أ كنسبة ه ج إلى ه أ.



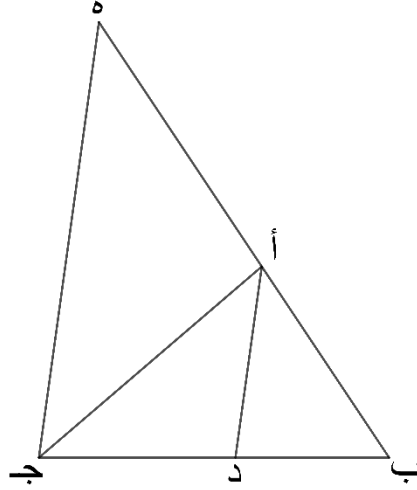
فنصل ه ب، د ج فنسبة ب د إلى د أ كنسبة مثلث ب د ه إلى د أ ه^(أ) ولأنّ مثلث ج د ه مثل مثلث ب د ه فنسبة مثلث ب د ه إلى د أ ه كنسبة ج د ه إلى د أ ه^(ز.ه) وهي كنسبة ج ه إلى ه أ^(أ) فنسبة ب د إلى د أ كنسبة ج ه إلى ه أ^(ب.ه)

وبالعكس إذا كان نسبة ب د إلى د أ كنسبة ه ج إلى ه أ، فأقول: إن د ه يوازي ب ج.

لأنّ نسبة مثلث ب د ه إلى د أ ه كنسبة ب د إلى د أ^(أ) أعني ج ه إلى ه أ وهي كنسبة مثلث ج د ه إلى د أ ه^(أ) فنسبة ب د إلى د أ كنسبة ج د ه إلى د أ ه^(ب.ه) فهما متساويان^(ط.ه) ف د ه يوازي ب ج،^(ط.أ) وذلك ما أردنا بيانه.

ج [الشكل الثالث]

مثلث أ ب ج قد نُصّف منه زاوية أ بخط أ د، فأقول: إن نسبة ب د إلى د ج كنسبة أ ب إلى أ ج.

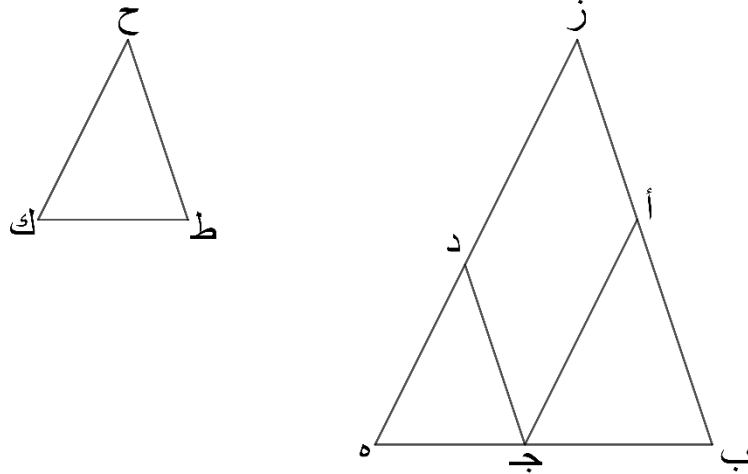


فنخرج ج ه موازيا ل د أ (لا.أ) ونخرج ب أ على الاستقامة. فلأن زاويتي أ د ج، ه ج د مثل قائمتين (كط.أ) و أ ب د أنقص من أ د ج (يو.أ) فزاويتا أ ب ج، ه ج ب أقل من قائمتين، نخطأ ب أ، ج أ يلتقيان (لما مَرَّ بعد ك.أ) وليكن التقاؤهما على نقطة ه فزاوية ب أ د مثل زاوية ه (كط.أ) وزاوية د أ ج مثل أ ج ه (كط.أ) فزاويتا ه ج، أ ج ه متساويتان ف ه مثل أ ج (يو.أ) فنسبة ب أ إلى أ ج كنسبة ب أ إلى ه (يو.ه) وهي كنسبة ب د إلى د ج (ب) فنسبة ب أ إلى أ ج كنسبة ب د إلى د ج (يا.ه)

وبالعكس إذا كان نسبة ب د إلى د ج كنسبة ب أ إلى أ ج، فأقول: إن زاويتي أ متساويتان؛ لأن >نسبة ب أ إلى أ ج كنسبة ب د إلى د ج وهي كنسبة ب أ إلى أ ه، (ب) فنسبة ب أ إلى أ ج كنسبة ب أ إلى أ ه (يا.ه) ف ه، أ ج متساويتان (يو.ه) فزاويتا ه ج، أ ج ه متساويتان، (ه.أ) وزاوية ه مثل ب أ د، (كط.أ) وأ ج ه مثل د أ ج (كط.أ) فزاويتا ب أ د، ج أ د متساويتان، وذلك ما أردنا بيانه.

د [الشكل الرابع]

مثلاً أ ب ج، ح ط ك متساويا الزوايا، فأقول: إن أضلاعهما متناسبة كل لنظيره.

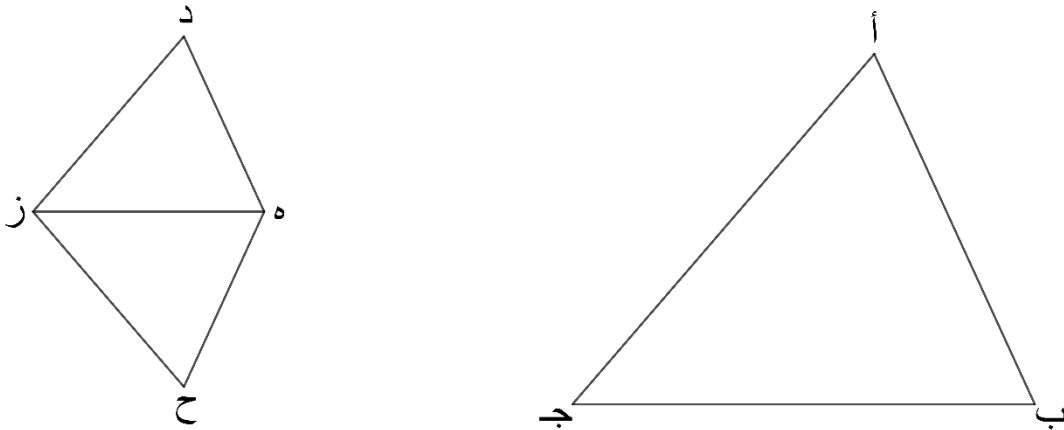


فليكن زاوية ط نظيرة ب وك نظيرة ج، ونخرج ب ج على الاستقامة ونفصل ج ه مثل قاعدة مثلث ح ك ط (ج^أ) ونعمل مثلث د ه ج تساوي أضلاعه مثلث ح ط ك كل لنظيره (ك^ب) فزواياهما متساوية (ح^أ) فزوايا د ه، ج يساوي زوايا مثلث أ ب ج كل لنظيرتها. فلأن زاويتي ب، ج أنقص من قائمتين (ز^أ) فزوايتا ب، ه أنقص من قائمتين، نخطأ ب أ، ه د يلتقيان. (لما مَرَّ بعد ك^أ) وليكن التقاؤهما على نقطة ز فزاوية أ ج ب مثل زاوية ز ه ب، ف ز ه يوازي أ ج. (ك^أ) وبمثل هذا تبين أن ج د يوازي ب ز فسطح أ ز د ج متوازي الأضلاع ف أ ز يساوي ج د و أ ج يساوي د ز (ل^أ) فنسبة ب أ إلى ج د كنسبة ب أ إلى أ ز (ز^ه) وهي كنسبة ب ج إلى ج ه (ب) فنسبة ب أ إلى ج د كنسبة ب ج إلى ج ه (ب^ه) ونسبة أ ج إلى د ه كنسبة ز د إلى د ه (ز^ه) وهي كنسبة ب ج إلى ه ج (ب) فنسبة أ ج إلى د ه كنسبة ب ج إلى ج ه (ب^ه) فنسبة أ ب إلى ج د كنسبة أ ج إلى د ه. (ب^ه) ولأن نسبة ب ج إلى ط ك كنسبة ب ج إلى ج ه (ز^ه) وهي كنسبة أ ب إلى ج د لما تبين وهي كنسبة أ ب إلى ح ط (ز^ه) فنسبة ب ج إلى ط ك كنسبة ب أ إلى ح ط. (ب^ه) وكذلك تبين أن نسبة ب ج إلى ط ك كنسبة أ ج إلى ح ك ونسبة ب أ إلى ط ح كنسبة أ ج إلى ح ك، وذلك ما أردنا بيانه.

/[٣٧ظ]

ه [الشكل الخامس]

مثلاً >أ ب ج، د ه ز أضلاعهما متناسبة، فأقول: > إن زواياهما متساوية كل لنظيرتها.

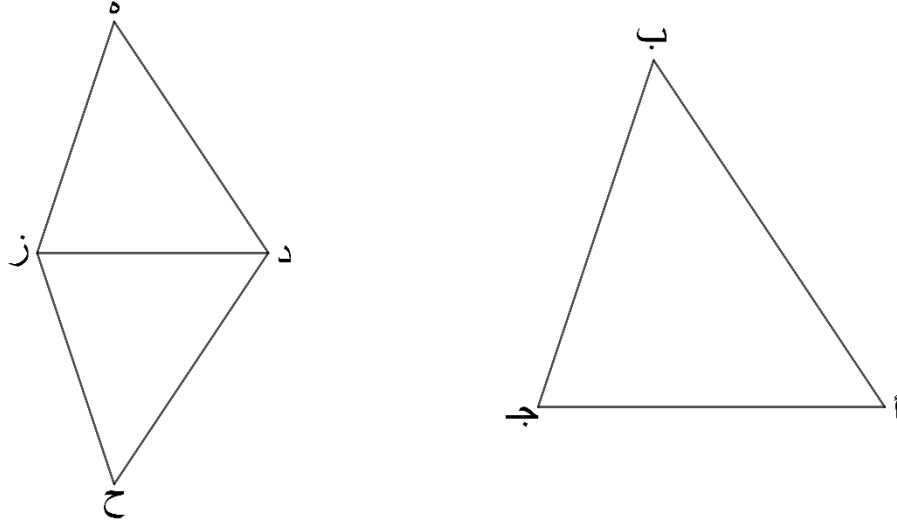


فنعمل على نقطة ه زاوية ز ه ح مثل زاوية ب (ك^أ) وعلى نقطة ز زاوية ح ز ه مثل ج. (ك^أ) فلأن زاويتي ب، ج أنقص من قائمتين (ز^أ) فزوايتا ه، ز أنقص من قائمتين فانخطان يلتقيان. (لما مَرَّ) وليكن التقاؤهما على نقطة ح، ولأن زوايا أ، ب، ج مثل زوايا ه، ح، ز لتساوي زوايا كل واحد من المثلثين لقائمتين (ب^أ) وزاويتي ه، ز مثل زاويتي ب، ج تبقى زاوية ح مثل زاوية أ. ولأن زوايا أ، ب، ج مثل زوايا ح، ه، ز فنسبة أ ب إلى ح كنسبة ب ج إلى ه (ز^ه) ونسبة ب ج إلى ه ز كنسبة ب أ إلى د ه فنسبة أ ب إلى ح كنسبة أ

ب إلى د ه (با^٥) ف ه ح مثل د ه (ط^٥) وكذلك تبين أنّ د ز مثل ز ح (لهذا بعينه) و ه ز مشترك فزوایا ه ح، ز مثل ه د، ز ح (ح^١) فزوایا أ ب، ب ج، د ه، ز متساوية كلّ لنظيرتها، فالمثلثان متشابهان، وذلك ما أردنا بيانه.

و [الشكل السادس]

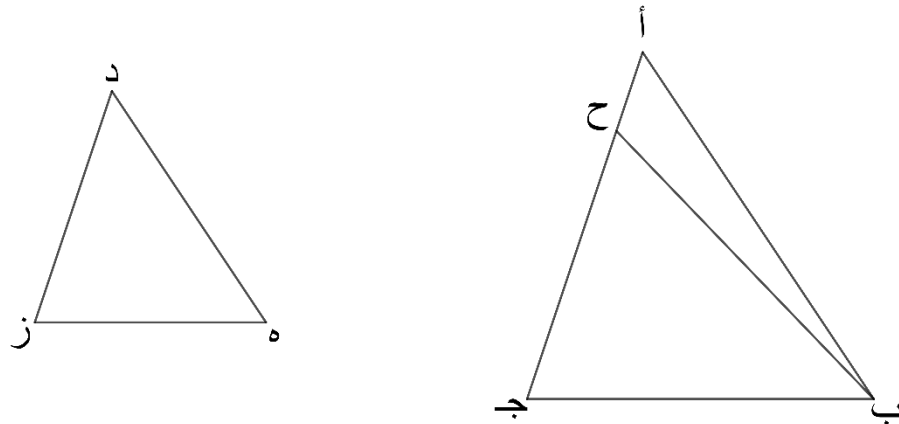
زاويتا أ، د من مثلّي أ ب ج، د ه ز متساوية ونسبة أ ب إلى د ه كنسبة أ ج إلى د ز، فأقول: إنّ المثلثين متشابهان.



فنعمل زاوية ز د ح مثل أ (ح^١) و د ز ح مثل ج (ج^١) فتبقى زاوية ح مثل ب لما مرّ في الشكل المتقدم. فمثلثا أ ب ج، د ح ز متشابهان (د^٥) فنسبة أ ب إلى د ه كنسبة أ ج إلى د ز ونسبة أ ج إلى د ز كنسبة أ ب إلى د ح فنسبة أ ب إلى د ح كنسبة أ ب إلى د ه (با^٥) ف د ح مثل د ه (ط^٥) وزاويتا د متساويتان فزوایا د، ز، ح مثل د، ز، ه (د^١) أعني زوایا أ ب، ب ج، فمثلثا أ ب ج، د ه ز متشابهان، وذلك ما أردنا بيانه.

ز [الشكل السابع]

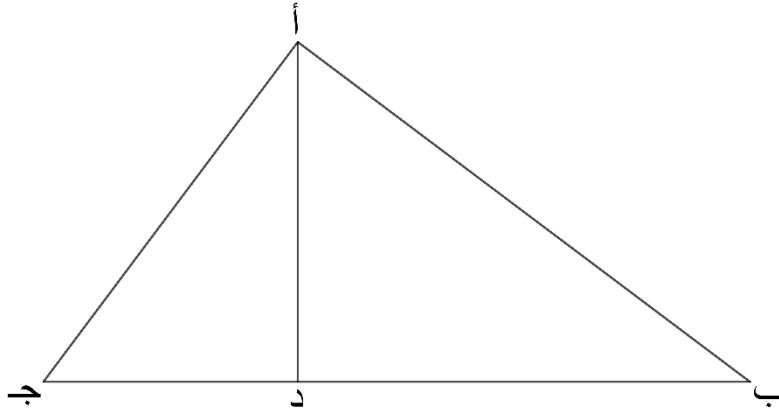
زاويتا أ، د من مثلّي أ ب ج، د ه ز متساويتان ونسبة أ ب إلى د ه كنسبة ب ج إلى ه ز وزاويتا ب ج أ، ه ز د كلّ واحدة منهما إما أعظم من قائمة أو أصغر من قائمة، فأقول: [٣٨و] إنّ المثلثين متشابهان.



لأنّ <زاوية ب مثل زاوية هـ وإلا لكان إحداها أعظم>، ولتكن هي زاوية ب، فنعمل زاوية أ ب ح مثل زاوية هـ، ^(ب.أ) تبقى زاوية أ ح ب مثل زاوية ز. ولنفرض أولاً أنّ كلّ واحدة من زاويتي ج، ز أعظم من قائمة. فلأنّ أ ب ح تشابه د هـ ز ^(د) فنسبة أ ب إلى د هـ كنسبة ب ح إلى هـ ز ونسبة أ ب إلى د هـ كنسبة ب ج إلى هـ ز فنسبة ب ج إلى هـ ز كنسبة ب ج إلى هـ ز، ^(ب.هـ) ف ب ح مثل ب ج، ^(ط.هـ) فزاوية ب ح ج مثل ج ^(أ.هـ) فكلّ واحدة منهما أعظم من قائمة، هذا خلف. ولنفرض أنّ كلّ واحدة من زاويتي ج، ز أصغر من قائمة فتكون زاوية ب ح ج أصغر من قائمة، ^(لهذه المقدمات بعينه) فزاوية ب ح أ أعظم من قائمة ^(ب.ج.أ) وهي مساوية لزاوية ز لتشابه المثلثين، فالأصغر من القائمة أعظم منها، هذا خلف، فزاوية ب مثل زاوية هـ فمثلثا أ ب ج، د هـ ز متشابهان، ^(و) وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن]

زاوية أ من مثلث أ ب ج قائمة وأخرج أ د عموداً على ب ج، فأقول: إنّ مثلثي أ ب د، أ د ج متشابهان ويشبهان مثلث أ ب ج الأعظم.

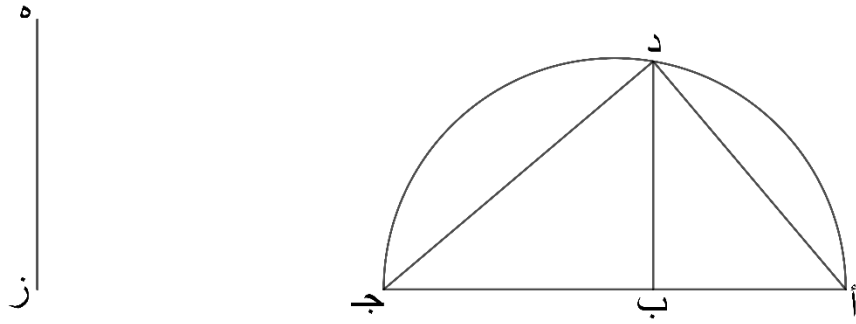


لأنّ زاوية ب أ ج مساوية لكلّ واحدة من زاويتي د وزاوية ب مشتركة بين مثلثي أ ب ج، أ ب د فتبقى زاوية ج مساوية لزاوية ب أ د، ^(ب.أ) وكذلك زاوية ج مشتركة بين مثلثي أ ب ج، أ د ج فتبقى زاوية ب مثل زاوية د أ ج، ^(ب.أ) فزاويا مثلث أ ب ج مساوية لزاويا كلّ واحد من مثلثي أ ب د، أ د ج وزوايا مثلث أ ب د مثل زوايا مثلث أ د ج فالمثلثات الثلاث متشابهة. فنسبة ب ج إلى أ ب كنسبة أ ب إلى ب د ونسبة أ ج إلى أ د، ونسبة ب ج إلى أ ج كنسبة أ ج إلى ب د ونسبة أ ب إلى أ د، ونسبة ب د إلى أ د كنسبة أ ب إلى أ ج، وذلك ما أردنا بيانه.

ط [الشكل التاسع]

نريد أن نجد واسطة في النسبة بين خطّي أ ب، هـ ز.

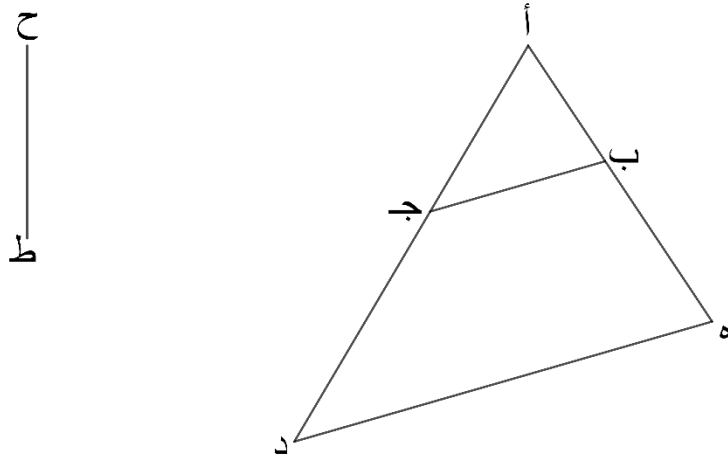
⁷² م - ونسبة ب د إلى أ د كنسبة



فنخرج أ ب بالاستقامة ونفصل ب ج مثل ه ز، (ج^أ) ونصّف أ ج، (ي^أ) ونجعل نقطة / [38ظ] >التنصيف مركزاً، ونعمل عليه نصف دائرة أ د ج ونخرج > من نقطة ب عموداً على أ ج (ب^أ) ونصل أ د، د ج، فزاوية د قائمة لكونها في نصف الدائرة. (لا ج) فثلثا أ ب د، د ب ج متشابهان. (ح) فنسبة أ ب إلى ب د كنسبة ب د إلى ب ج وهي كنسبة ب د إلى ه ز. (ن^ه) فنسبة أ ب إلى ب د كنسبة ب د إلى ه ز، (ب^ه) وذلك ما أردنا بانه.

ي [الشكل العاشر]

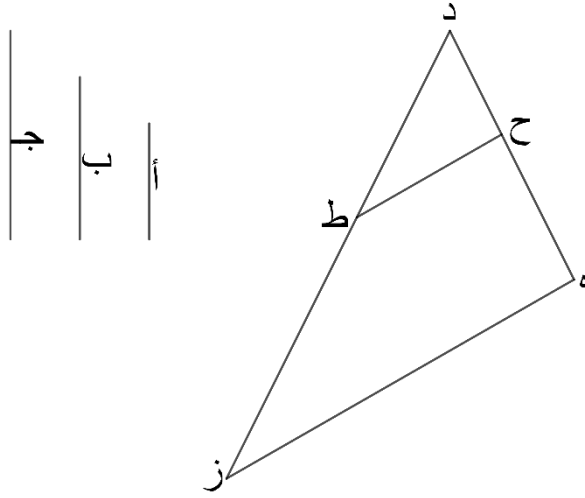
نريد أن نجد خطّي أ ب، ح ط ثالثاً في النسبة.



فنخرج من نقطة ب خطّ ب د بغير نهاية، ونخرج ب أ على الاستقامة، ونفصل كلّ واحد من ب ج، أ ه مثل ح ط، (ج^أ) ونصل أ ج ونخرج من ه خطّاً موازياً لـ أ ج. (لا^أ) فلأنّ زاويتي أ ب ج، ب أ ج أصغر من قائمتين (ب^أ) و ب أ ج مثل أ ه د (كط^أ) فزاويتا ب، ه أقلّ من قائمتين نخطّ ب ج، ه د يلتقيان، (لا^ه) وليكن على نقطة د. فنسبة أ ب إلى ط ح كنسبته إلى أ ه (ن^ه) وهي كنسبة ب ج إلى ج د. (ب) فنسبة ب أ إلى ط ح كنسبة ب ج إلى ج د (ب^ه) وهي كنسبة ح ط إلى ج د. (ن^ج) فنسبة أ ب إلى ط ح كنسبة ط ح إلى ج د، (ب^ه) وذلك ما أردنا بانه.

يا [الشكل الحادي عشر]

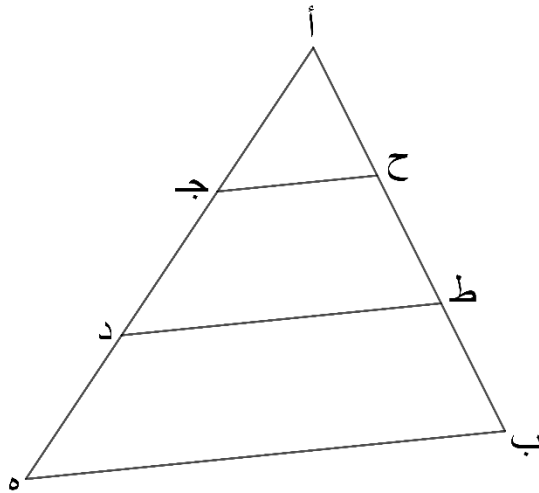
نريد أن نجد لخطوط أ، ب، ج خطاً رابعاً في النسبة.



فنخطّ خطّي د ه، د ز محيطين بزاوية د، ونفصل د ح مثل أ و ه ح مثل ب و د ط مثل ج، ^(ج^أ) ونصل ح ط، ونخرج ه ز موازياً ل ح ط ^(أ.ل^أ) فيلقى د ز لما مرّ في الشكل المتقدم. فلأنّ نسبة أ إلى ب كنسبته إلى ه ح ^(ج^ز) وهي كنسبة د ح إلى ه ح ^(ج^ز) وهي كنسبة د ط إلى ط ز ^(ب) وهي كنسبة ج إلى ط ز. ^(ج^ز) فنسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى ط ز، ^(أ.ل^أ) وذلك ما أردنا بيانه.

يب [الشكل الثاني عشر]

نريد أن نفصل من خطّ أ ب أيّ جزءٍ شئنا ونقسّم أ ب على ذلك الجزء.

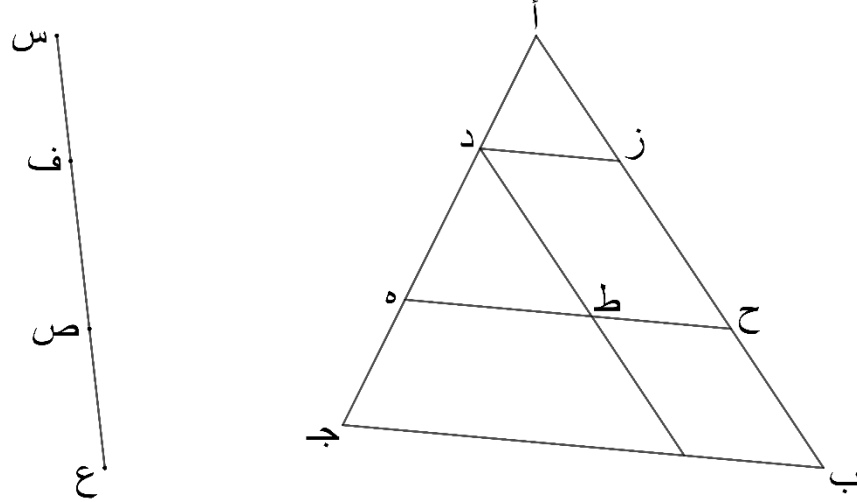


وليكن الثلث. فنخرج أ ج محيطاً مع [٣٩و] أ ب بزاوية أ ونفصل ج د، د ه كلّ واحد منهما مساوياً ل أ ج، ^(ج^أ) ونصل ب ه، ونخرج ج ح، د ط موازيين ل ب ه. ^(أ.ل^أ) فنسبة أ ح إلى ح ب كنسبة أ ج إلى ج ه

هـ، (ب) وأ ج نصف ج ه ف أ ح نصف ح ب ف أ ب ثلاثة أمثال أ ح. وهكذا تبين أن أ ط ضعف ط ب، (هكذا بعينه) وذلك ما أردنا بيانه.

يج [الشكل الثالث عشر]

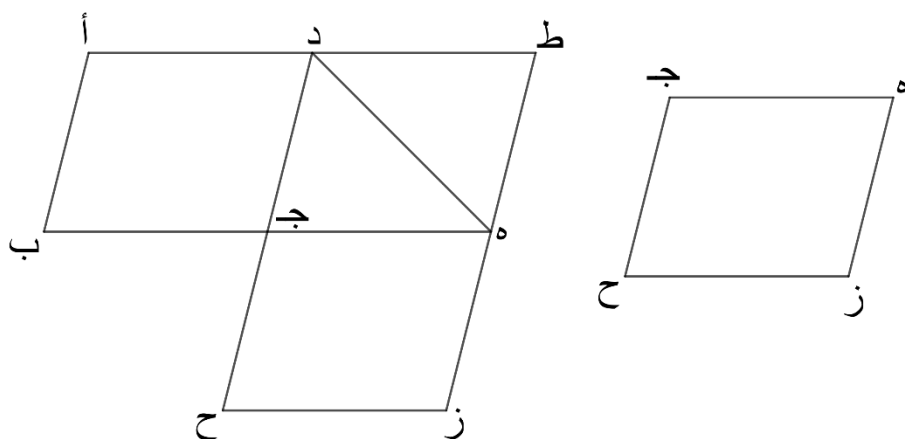
نريد أن نقسم أ ب على عدة أقسام س ع وعلى نسبتها وهي س ف، ف ص، ص ع.



فنحطّ أ ج مثل س ع، ونفصل أ د مثل س ف و د ه مثل ف ص. (جأ) يبقى ه ج مثل ص ع، ونصل ب ج، ونخرج د ز، ه ح موازيين ل ب ج، (لاأ) ونفصل ب ك مثل ز د، (جأ) ونصل د ك ف د ك يوازي ز ب. (جأ) فلأن ب ح مثل ك ط (لأ) و ح ز مثل ط د (لأ) فنسبة ب ح إلى ح ز كنسبة ك ط إلى ح ز (زأ) وهي كنسبته إلى ط د (زأ) وهي كنسبة ج ه إلى ه د (ب) وهي كنسبة ص ع إلى د ه (زأ) وهي كنسبته إلى ص ف (زأ) فنسبة ب ح إلى ح ز كنسبة ص ع إلى ص ف (بأ) ولأن نسبة ح ز إلى ز أ كنسبة ه د إلى د أ (ب) وهي كنسبة ص ف إلى د أ (زأ) وهي كنسبته إلى ف س، (زأ) فنسبة ح ز إلى ز أ كنسبة ف ص إلى س ف. (بأ) فنسبة ب ح إلى ح ز كنسبة ع ص إلى ص ف ونسبة ح ز إلى ز أ كنسبة ص ف إلى ف ص، وذلك ما أردنا بيانه.

يد [الشكل الرابع عشر]

سطحا أ ج، ج ز المتوازي الأضلاع متساويان وزاويتا ج منهما متساويتان، فأقول: إن أضلاعهما متكافئة.

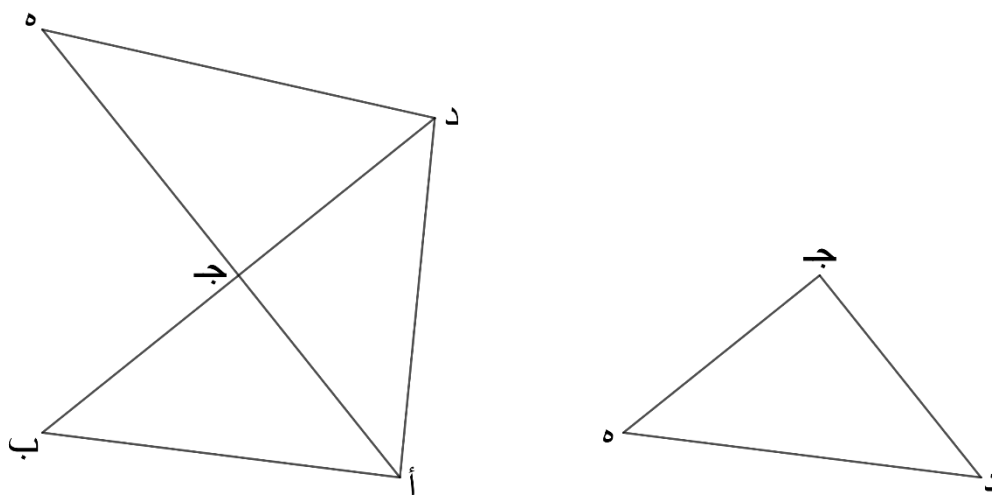


فَنَضَعُ هـ جـ عَلَى اسْتِقَامَةِ ب جـ. فَلَأَنَّ زَاوِيَتِي جـ مَتَسَاوِيَتَانِ وَزَاوِيَتَا ب جـ دـ، د جـ هـ مِثْلُ قَائِمَتَيْنِ (بجـ^أ)
 فَزَاوِيَتَا د جـ هـ، ح جـ هـ مِثْلُ قَائِمَتَيْنِ فَد جـ هـ عَلَى اسْتِقَامَةِ ح جـ. (بجـ^ب) وَنَخْرُجُ ز هـ، أ د عَلَى الاسْتِقَامَةِ، وَنَصِلُ
 هـ د. فَلَأَنَّ زَاوِيَتِي هـ د جـ، جـ هـ د أَقْلَ مِنْ قَائِمَتَيْنِ فَبَادِلَتَيْهِمَا مِثْلَهُمَا (كطـ^أ) فَهِيَا أَقْلَ مِنْ قَائِمَتَيْنِ فَالْخَطَّانِ
 يَلْتَقِيَانِ. (لـ^{١٣}) وَلَيْكِنْ عَلَى نَقْطَةِ ط فَنَسْبَةُ جـ ح إِلَى جـ د كَنَسْبَةِ سَطْحِ ز جـ إِلَى جـ ط (١) وَهِيَ كَنَسْبَةُ سَطْحِ
 أ جـ إِلَى سَطْحِ جـ ط (نـ^{١٤}) وَهِيَ كَنَسْبَةُ ب جـ إِلَى جـ هـ (١) فَنَسْبَةُ جـ ح إِلَى جـ د كَنَسْبَةُ ب جـ إِلَى جـ هـ. (بـ^{١٥})

/[٣٩ ظ] >وَبِالْعَكْسِ إِذَا كَانَتْ أَضْلَاعُهُمَا مُتَكَافِئَةً، فَأَقُولُ: إِنَّ السُّطْحَيْنِ مَتَسَاوِيَانِ. لِأَنَّ نِسْبَةَ سَطْحِ جـ ز
 إِلَى جـ ط كَنَسْبَةُ ح جـ إِلَى جـ د (١) وَهِيَ كَنَسْبَةُ ب جـ إِلَى جـ هـ وَهِيَ كَنَسْبَةُ ب د إِلَى د هـ (١) فَنَسْبَةُ جـ ز
 إِلَى ط جـ كَنَسْبَةُ ب د إِلَى سَطْحِ ط جـ (بـ^{١٥}) فَهِيَا مَتَسَاوِيَانِ، (طـ^{١٥}) وَذَلِكَ مَا أَرَدْنَا بَيَانَهُ.

يَهـ [الشكل الخامس عشر]

مِثْلًا أَب جـ، د جـ مَتَسَاوِيَانِ وَزَاوِيَتَا جـ مَتَسَاوِيَتَانِ، فَأَقُولُ: إِنَّ أَضْلَاعَهُمَا مُتَكَافِئَةٌ.

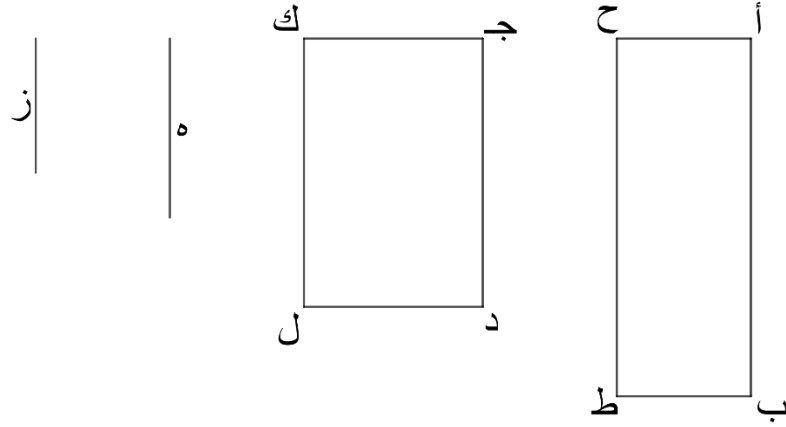


لأننا نضع ج ه على استقامة أ ج فيقع د ج على استقامة ب ج لما مرّ في الشكل المتقدم، ونصل د أ. فلأن نسبة ب ج إلى د ج كنسبة مثلث أ ب ج إلى مثلث أ د ج^(١) وهي كنسبة مثلث ج د ه إلى مثلث أ ج د^(٢) هي كنسبة ج ه إلى أ ج^(٣) فنسبة ب ج إلى ج د كنسبة ج ه إلى أ ج^(٤).

وبالعكس إذا كانت أضلاعهما متكافئة فهما متساويان كما مرّ في السطحين، وذلك ما أردنا بيانه.

يو [الشكل السادس عشر]

أ ب، ج د، ه، ز أربعة خطوط متناسبة. نسبة أ ب إلى ج د كنسبة ه إلى ز، فأقول: إن ضرب أ ب في ز مساو لضرب ج د في ه.

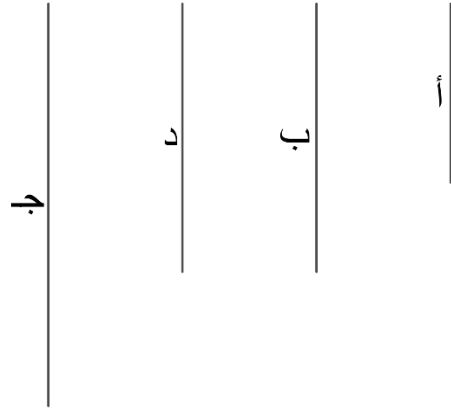


فنخرج من نقطتي أ، ب عمودين على أ ب،^(١) ونفصل منهما أ ح، ب ط كل واحد منهما مثل ز،^(٢) ونصل ح ط فهما متوازيان^(٣) فح ط يوازي أ ب^(٤) فزاويتا أ، ح مثل قائمتين وزاويتا أ، ب مثل ح، ط^(٥) فسطح أ ط قائم الزوايا فهو من ضرب أ ب في أ ح أعني ز ونخرج من نقطتي ج، د عمودين على ج د^(٦) ونفصل منهما ج ك، د ل كل واحد منهما مثل ه^(٧) ونصل ك ل فسطح ج د من ضرب ج د في ج ك أعني ه لما مرّ. فلأن نسبة أ ب إلى ج د كنسبة ه إلى ز وهي كنسبة ه إلى أ ح وهي كنسبة ج ك إلى أ ح^(٨) فنسبة أ ب إلى ج د / [٤٠] كنسبة ج ك إلى أ ح^(٩) فالسطحان متساويان.^(١٠)

وبالعكس أيضًا إذا كان ضرب أ ب في ز مثل ضرب ج د في ه فإن نسبة أ ب إلى ج د كنسبة ه إلى ز، لأننا نعمل العمل المذكور. فلأن السطحين متساويان فأضلاعهما متكافئة^(١١) فنسبة أ ب إلى ج د كنسبة ج ك إلى أ ح وهي كنسبة ه إلى أ ح^(١٢) وهي كنسبة ه إلى ز^(١٣) فنسبة أ ب إلى ج د كنسبة ه إلى ز،^(١٤) وذلك ما أردنا بيانه.

يز [الشكل السابع عشر]

أ، ب، ج ثلاثة خطوط متناسبة، فأقول: إن ضرب أ في ج مساوٍ لمربع ب.

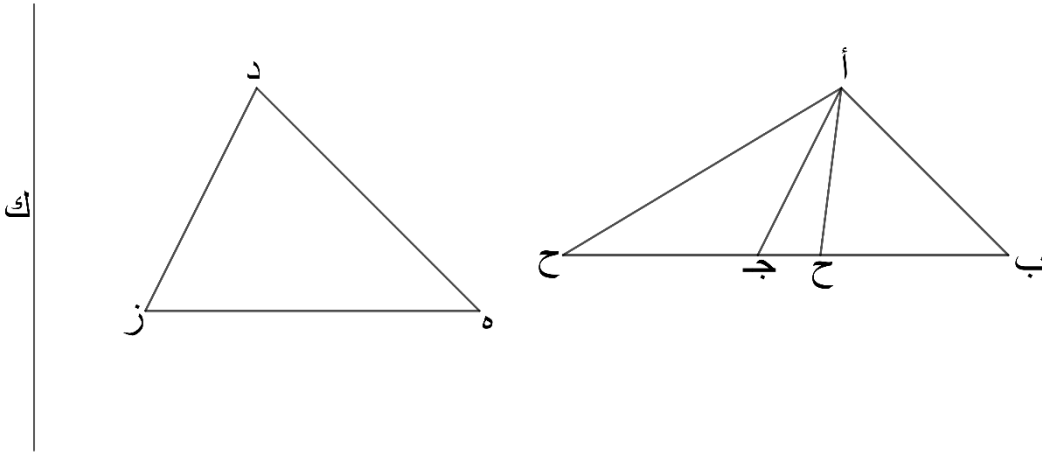


فنخطّ د مثل ب، فلأنّ نسبة أ إلى ب كنسبة ب إلى ج وهي كنسبة د إلى ج،^(٧٥) فنسبة أ إلى ب كنسبة د إلى ج^(٧٦) فضرب أ في ج مثل ضرب ب في د^(٧٧) أعني مربع ب.

وبالعكس أيضًا إذا كان ضرب أ في ج مساوٍ لمربع ب فإنّ نسبة أ إلى ب كنسبة ب إلى ج؛ لأنّ ضرب أ في ج مثل ضرب ب في د، فنسبة أ إلى ب كنسبة د إلى ج^(٧٨) وهي كنسبة ب إلى ج^(٧٩) فنسبة أ إلى ب كنسبة ب إلى ج،^(٨٠) وذلك ما أردنا بيانه.

مح [الشكل الثامن عشر]

مثلاً أ ب ج، د ه ز متشابهان، فأقول: إنّ نسبة مثلاً أ ب ج إلى مثلاً د ه ز كنسبة ضلع مثلاً أ ب ج إلى الضلع النظير من مثلاً د ه ز مثلاً^{٧٣} بالتكرير.

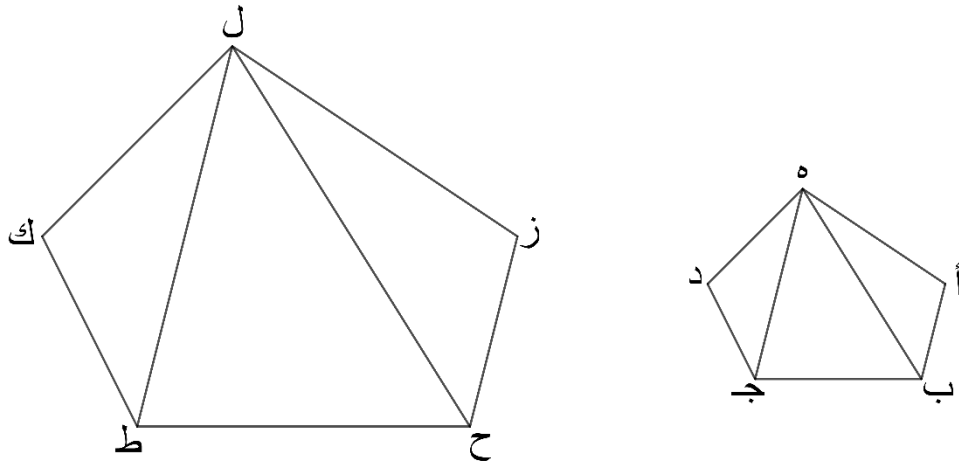


فنجعل نسبة هـ ز إلى ك كنسبة ب ج إلى هـ ز. (٥) فإن كان ك أصغر من ب ج أو أعظم فنجعل ب ح مثل ك. (جأ) فلأن نسبة أ ب إلى د كنسبة ب ج إلى هـ ز وهي كنسبة هـ ز إلى ب ح، (٥) فنسبة أ ب إلى د كنسبة هـ ز إلى ب ح، (٥) وزاوية ب مثل زاوية هـ فثلثا أ ب ح، د هـ ز متساويان، (٥) فنسبة مثلث أ ب ج إلى د هـ ز كنسبة مثلث أ ب ج إلى أ ب ح (٥) وهي كنسبة ب ج إلى ب ح (٥) وهي كنسبة ب ج إلى ب ح (٥) وهي كنسبة ب ج إلى ب ح (٥) [٤٠ ظ] ب ج إلى هـ ز مثناة بالتكرير لما تبين أن نسبة ب ج إلى هـ ز كنسبة هـ ز إلى ب ح < فنسبة مثلث أ ب ج إلى مثلث د هـ ز كنسبة ب ج إلى هـ ز مثناة بالتكرير. (٥) وإن كان ك مثل ب ج فثلث أ ب ج مثل د هـ ز لما مرّ آنفاً، فنسبة المثلث إلى المثلث كنسبة الضلع إلى الضلع النظير مثناة بالتكرير. وبمثل هذا تبين أنه إذا كان سطحان متشابهان فإن نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة الضلع إلى الضلع النظير له مثناة بالتكرير.

ومن هذا تبين أن كل ثلاثة خطوط متناسبة فإن نسبة الأول إلى الثالث كنسبة السطح المعمول على الأول إلى السطح المعمول على الثاني إذا كانا متشابهين؛ لأن نسبة الأول إلى الثالث كنسبة الأول إلى الثاني مثناة بالتكرير وهي كنسبة السطح المعمول على الأول إلى السطح المعمول على الثاني فنسبة الأول إلى الثالث كنسبة السطح المعمول على الأول إلى السطح المعمول على الثاني، (٥) وذلك ما أردنا بيانه.

يط [الشكل التاسع عشر]

سطحا أ ب ج د هـ، ز ح ط ك ل الكثير الزوايا متشابهان، فأقول: إن كل واحد منهما ينقسم بمثلثات عدتها في أحد السطحين كعدتها في الآخر، والمثلثات في أحدهما مشابهة للمثلثات في الآخر كل نظيره، ونسبة الكثير الزوايا إلى الكثير الزوايا كنسبة الضلع إلى نظيره مثناة بالتكرير.

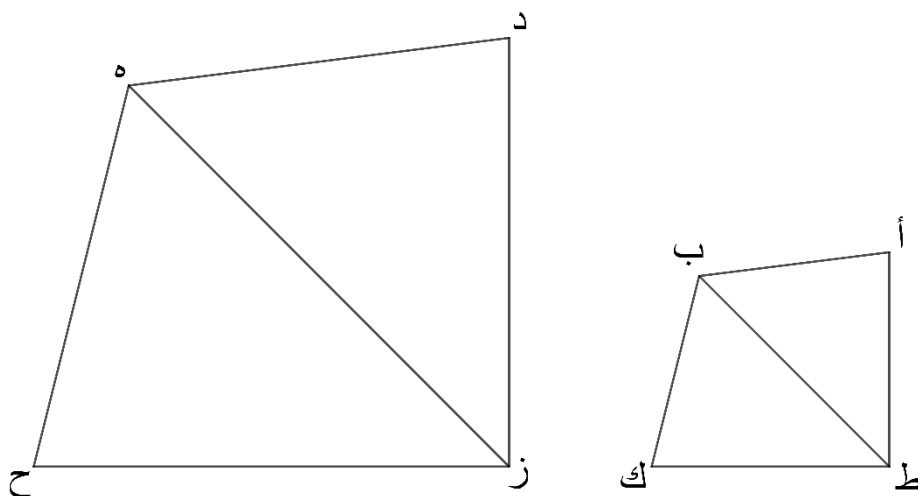


فنخرج هـ ب، هـ ج، ل ح، ل ط. فلأن زاويتي أ، ز متساويتان وضلعا أ ب، أ هـ متساويان لضلعي ح ز، ز ل فالمثلثان متشابهان، (٥) وكذلك مثلثا ج د هـ، ط ك ل متشابهان، (٥) تبقى زوايا مثلث ج د هـ ب مساوية لزوايا مثلث ط ك ل ح كل لنظيرتها، فهما متشابهان، (٥) ونسبة مثلث أ ب هـ إلى مثلث ح ل ز كنسبة ب هـ إلى ح ل

مثناة بالتكرير^(٤) وهي كنسبة مثلث ه ب ج إلى ل ح ط،^(٥) فنسبة مثلث أ ب ه إلى ز ح ل كنسبة مثلث ه ب ج إلى مثلث ل ط ح.^(٦) [١٤ و] وكذلك نسبة مثلث > ه ب ج إلى مثلث ل ط ح كنسبة مثلث ه د ج إلى مثلث ل ط ك^(٧) (لعين هذه المقدمات) فنسبة جميع المثلثات إلى جميع المثلثات كنسبة مثلث واحد إلى مثلث واحد^(٨) وهي كنسبة الضلع إلى الضلع النظير مثناة بالتكرير.^(٩) فنسبة السطح إلى السطح كنسبة الضلع إلى الضلع النظير له مثناة بالتكرير،^(١٠) وذلك ما أردنا بيانه.

ك [الشكل العشرون]

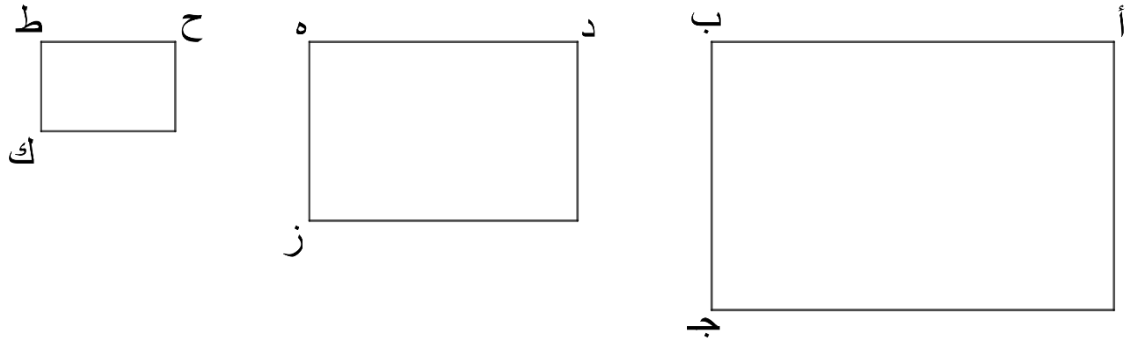
نريد أن نعمل على خط أ ب سطحاً شبيهاً بسطح ز ه.



فنصل ز ه، ونعمل على أ ب زاوية أ ب ط مثل د ه ز^(١١) وزاوية ب أ ط مثل ه د ز.^(١٢) فلأن زاويتي ه د ز، د ه ز أصغر من قائمتين^(١٣) فزاويتا أ ب ط، ب أ ط أصغر من قائمتين فخطا أ ط، ب ط يلتقيان،^(١٤) مَرَّ بَعْدَ هـ^(١٥) وليكن التقاؤهما على نقطة ط. ثم نعمل زاوية ب ط ك مثل ه ز ح^(١٦) وك ب ط مثل ح ه ز.^(١٧) وكذلك تبين أن خطي ب ك، ط ك يلتقيان وليكن التقاؤهما على نقطة ك. ولأن زوايا مثلث أ ب ط مثل زوايا مثلث د ه ز^(١٨) تبقى زاوية أ مثل زاوية د. وكذلك تبين أن زاوية ك مثل زاوية ح فمثلثا أ ب ط، ب ط ك يشبهان مثلثي ه د ز، ه ز ح كل لنظيره^(١٩) فزوايا السطحين متساوية وأضلاعهما متناسبة، وذلك ما أردنا بيانه.

كا [الشكل الحادي والعشرون]

سطحا أ ج، ح ك يشبهان د ز، فأقول: إنهما متشابهان.

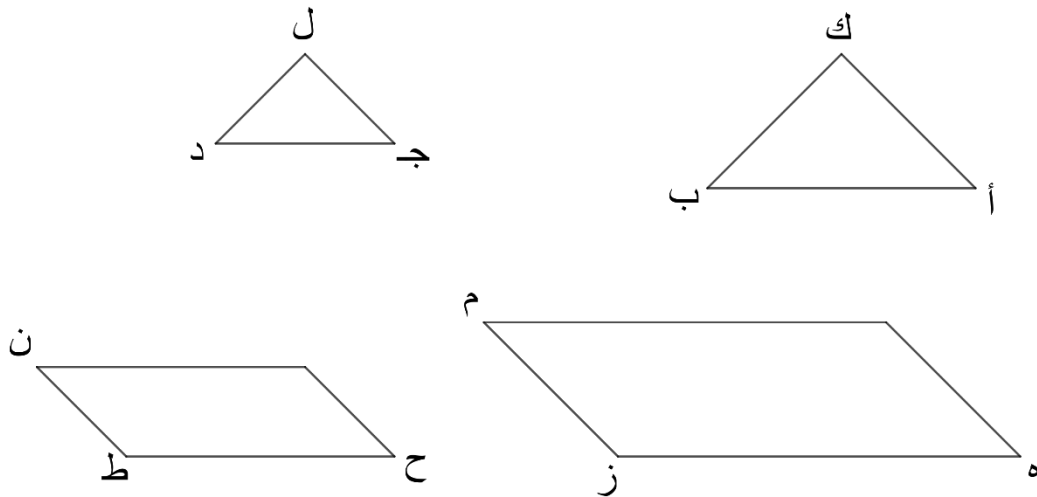


لأنّ زواياهما مساوية لزوايا سطح د ز فزواياهما متساوية ونسبة أ ب إلى د هـ كنسبة ب ج إلى هـ ز ونسبة د هـ إلى ح ط كنسبة هـ ز إلى ط ك فبالمساواة نسبة أ ب إلى ح ط كنسبة ب ج إلى ط ك، (كب^٥) وذلك ما أردنا بيانه.

/ [١٤ ظ]

ك ب [الشكل الثاني والعشرون]

<خطوط أ ب، ج د، هـ ز، ح ط متناسبة. نسبة أ ب إلى ج د> كنسبة هـ ز إلى ح ط، وعلى أ ب، ج د مثلثا أ ب ك، ج ل د متشابهان، وعلى هـ ز، ح ط سطحا هـ م، ح ن متشابهان، فأقول: إنّ نسبة مثلث ك إلى مثلث ل كنسبة سطح هـ م إلى سطح ح ن.



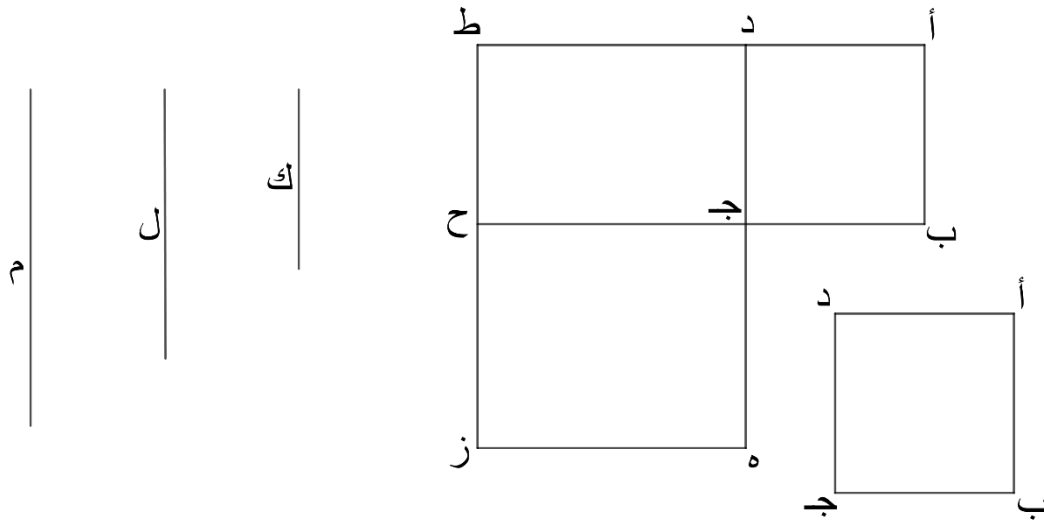
لأنّ نسبة مثلث ك إلى مثلث ل كنسبة أ ب إلى ج د مثناة بالتكرير^(٦) وهي كنسبة هـ ز إلى ح ط مثناة بالتكرير وهي كنسبة سطح هـ م إلى سطح ح ن،^(٦) فنسبة مثلث ك إلى مثلث ل كنسبة سطح هـ م إلى سطح ح ن. (با^٥)

وبالعكس إذا كان نسبة المثلث إلى المثلث كنسبة السطح إلى السطح، فأقول: إنّ الخطوط متناسبة؛ لأنّ نسبة أ ب إلى ج د مثناة بالتكرير كنسبة مثلث ك إلى مثلث ل ^(٤) وهي كنسبة سطح ه م إلى سطح ح ط وهي كنسبة ه ز إلى ح ط مثناة بالتكرير، ^(٥) فنسبة أ ب إلى ج د كنسبة ه ز إلى ح ط. ^(٦) وبمثل هذا تبين أنّه إذا كان على الأول والثاني سطحان متشابهان وعلى الثالث والرابع سطحان متشابهان فإنّ السطوح متناسبة.

وبالعكس إذا كانت السطوح متناسبة فالخطوط متناسبة. وكذلك تبين إذا كان على الخطوط الأربعة مثلثات على الوجه المذكور، إنّ المثلثات متشابهة وبالعكس إنّ الخطوط متناسبة، وذلك ما أردنا بيانه.

جـ [الشكل الثالث والعشرون]

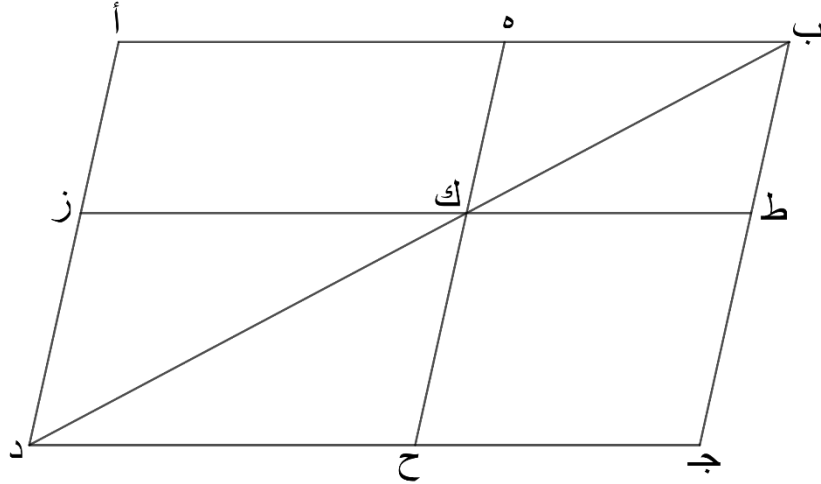
سطحا أ ج، ج ز متوازي الأضلاع وزاويتا ج متساويتان، فأقول: إنّ نسبة سطح أ ج إلى ج ز مؤلفة من نسب الأضلاع.



فضع ب ج على استقامة ج ح فيقع د ج على استقامة ج ه لما عرفت في شكل (يد)، ونخرج أ د، ز ح ونصل د ح. فلأنّ زاويتي د ح ج، ج د ح مثل زاويتي ط د ح، ط ح د ^(كط.أ) فالداخلتان فيما بين د ط، ح ط أقلّ من قائمتين فالخطان يلتقيان، ^(لا مَر بعد ع.أ) وليكن التقاؤهما على نقطة ط. ونجعل نسبة ك إلى ل كنسبة ب ج إلى ج ح، ^(ب) ونجعل نسبة ل إلى م كنسبة د ج إلى ج ه. ^(ب) فلأنّ نسبة سطح أ ج إلى ج ط كنسبة ب ج إلى ج ح ^(١) وهي < كنسبة ك إلى ل، فنسبة سطح أ ج إلى ج ط كنسبة ك إلى ل. ^(١٠٠) ولأنّ نسبة سطح ج ط إلى ج ز كنسبة د ج إلى ج ه ^(١) وهي كنسبة ل إلى م، فنسبة ج ط إلى ج ز كنسبة ل إلى م. ^(١٠٠) فبالمساواة نسبة أ ج إلى ج ز كنسبة ك إلى م ^(كب.ه) لكن نسبة ك إلى م مؤلفة من نسبة ك إلى ل ومن ل إلى م فنسبة أ ج إلى ج ز مؤلفة من نسبة ك إلى ل ومن نسبة ل إلى م أعني من ب ج إلى ج ح ومن د ج إلى ج ه، وذلك ما أردنا بيانه.

كد [الشكل الرابع والعشرون]

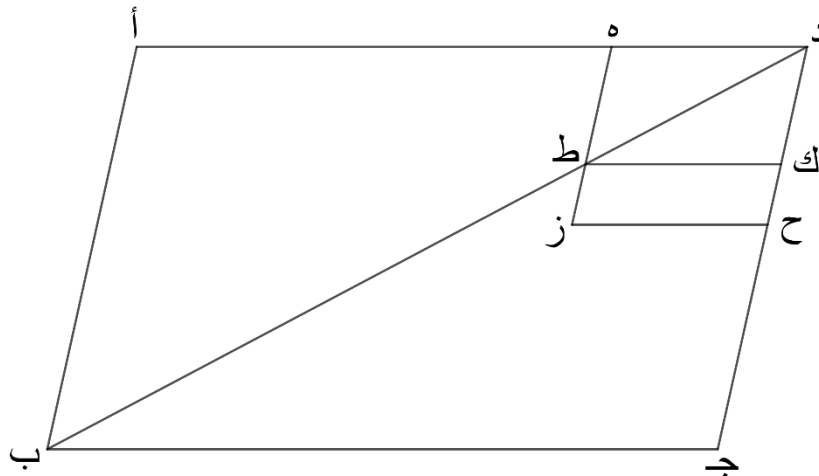
سطح ب د متوازي الأضلاع وعلى قطره وهو ب د سطح ب ك، ك د متوازي الأضلاع، فأقول: إنهما يشبهان سطح ب د.



لأن ه ك يوازي ب ط فيوازي أ ز، ^(١.د) فزاوية ب ه ك مثل زاوية أ ك ط، وزاوية أ ب د مشتركة تبقى زاوية ب ك ه مثل ب د أ ^(١.ب) فالمثلثان متشابهان. وكذلك تبين أن مثلثي ب ط ك، ب ج د متشابهان فنسبة أ ب إلى ب ه كنسبة د ب إلى ك ب وهي كنسبة ج ب إلى ط ب، فنسبة أ ب إلى ب ه كنسبة ج ب إلى ط ب ^(١.ب). ولأن نسبة أ د إلى ه ك كنسبة د ب إلى ك ب وهي كنسبة د ج إلى ك ط، فنسبة أ د إلى ه ك كنسبة د ج إلى ك ط ^(١.ب) وكذلك تبين أن ك د يشبه ب د، وذلك ما أردنا بيانه.

كه [الشكل الخامس والعشرون]

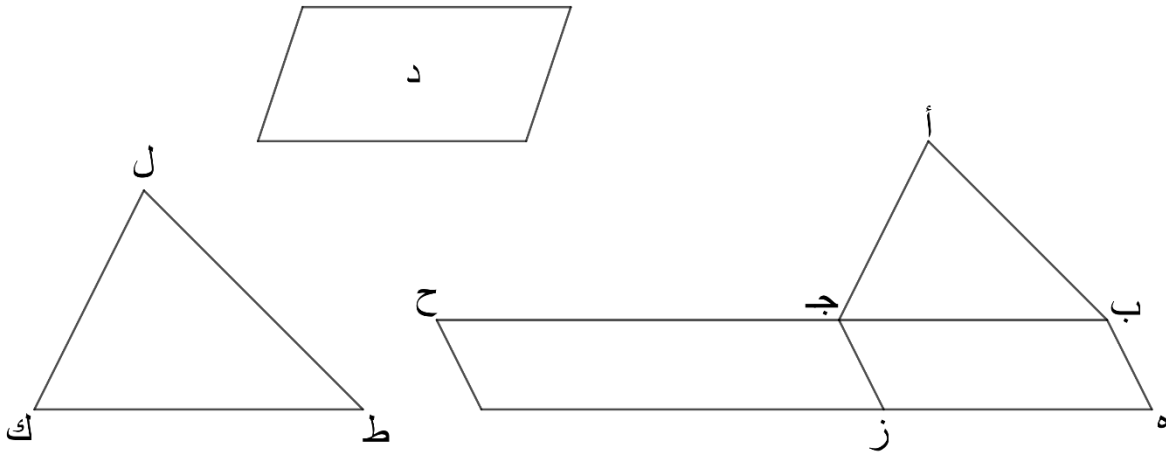
سطح ب د متوازي الأضلاع وفيه سطح د ز وهما متشابهان، فأقول: إن سطح د ز على طرف قطر سطح ب د.



وإلا فليكن قطر سطح ب د خط د ط ب، ونخرج ط ك موازيا ل د ه^(لا١) فسطح د ط يشبه سطح ب د،^(كد) فنسبة ج د إلى د ك كنسبة أ د إلى [٤٢ ظ] > د ه وهي كنسبة ج د إلى د ح، فنسبة ج د إلى د ك كنسبة ج د إلى د ح^(با١) ف د ح مثل < د ك،^(ط١٠) هذا خلف. فسطح د ز على قطر سطح د ب، وذلك ما أردنا بيانه.

كو [الشكل السادس والعشرون]

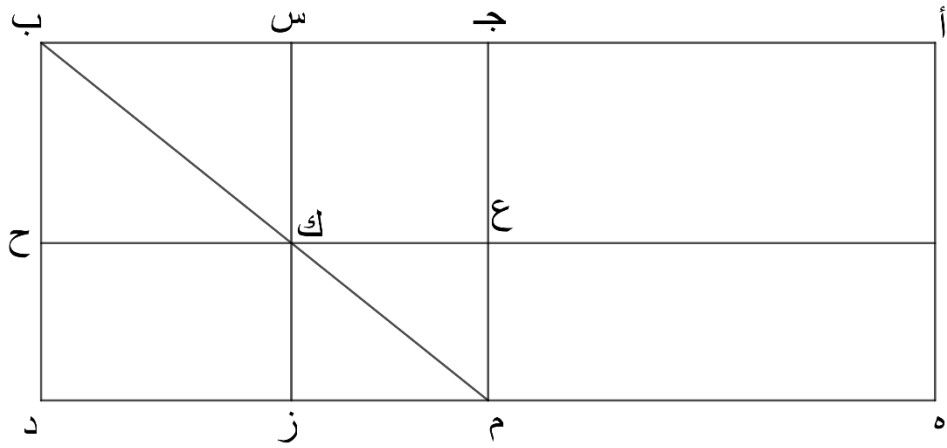
نريد أن نعمل مثلثا مساويا لسطح د شبيها بمثلث أ ب ج.



فنعمل على ب ج سطح ه ج مساويا لمثلث أ ب ج،^(مد١) وعلى ج ز سطح ح ز مساويا لسطح د،^(مه١) ونجعل ط ك واسطة في النسبة بين ب ج، ج ح،^(ط) ونعمل على ط ك مثلث ل ط ك شبيها بمثلث أ ب ج. فلأن مثلث أ ب ج مثل سطح ه ج فنسبة مثلث أ ب ج إلى سطح ز ح كنسبة سطح ج ه إلى سطح ز ح^(ز١) وهي كنسبة ب ج إلى ج ح^(أ١) وهي كنسبة مثلث أ ب ج إلى مثلث ط ل ك،^(ك١) فنسبة مثلث أ ب ج إلى ز ح كنسبته إلى مثلث ط ل ك،^(با١) فسطح ز ح أعني د مثل مثلث ط ل ك. ^(ط١٠) فقد عملنا مثلث ط ل ك مساويا لسطح د شبيها بمثلث أ ب ج، وذلك ما أردنا بيانه.

كر [الشكل السابع والعشرون]

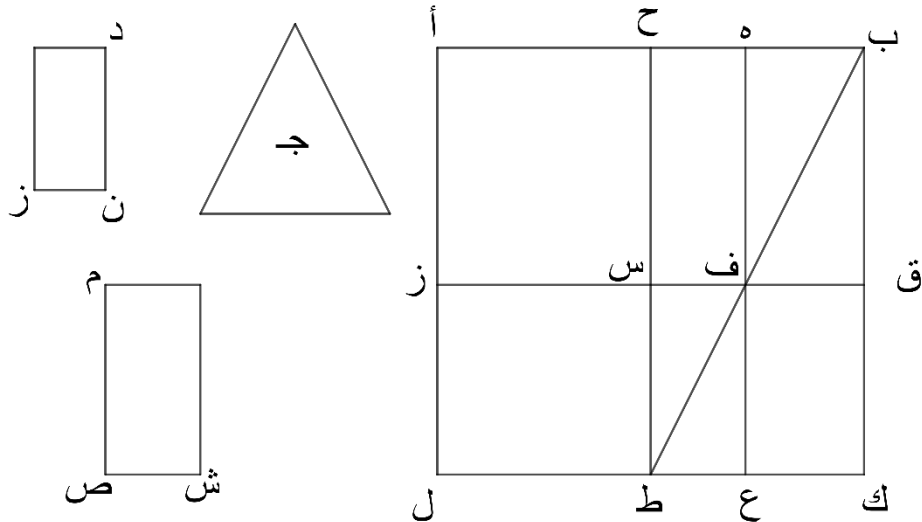
خط أ ب أضيف إليه سطح أ م المتوازي الأضلاع المعمول على نصف أ ب وهو أ ج الناقص عن تمامه بسطح ج د، وأضيف إليه أيضا سطح أ ك المتوازي الأضلاع موضوعا كوضعه الناقص عن تمامه بسطح س ح الشبيه بسطح ج د، فأقول: إن أ م أعظم من أ ك.



لأننا نصل قطر ب م فيمراً بنقطة ك،^(كه) ونخرج س ك بالاستقامة إلى ز. فلأن ز ح مثل ك جـ^(جأ) ف ح م أعظم من جـ ك. ولأن أ م مثل جـ د^(دأ) و أ ع مثل ع ب^(بأ) يبقى هـ ع مثل ح م، ف هـ ع أعظم من جـ ك. فنجعل [٤٣و] > أ ع مشتركاً ف أ م أعظم من أ ك، > وذلك ما أردنا بيانه.

حـ [الشكل الثامن والعشرون]

نريد أن نضيف إلى خط أ ب سطحاً متوازي الأضلاع مساوياً لمثلث جـ وينقص عن تمامه بسطح شبيه بسطح د ز المتوازي الأضلاع والمثلث ليس بأعظم من السطح الذي يضاف إلى نصف الخط ناقصاً عن تمامه بسطح شبيه ب د ز.

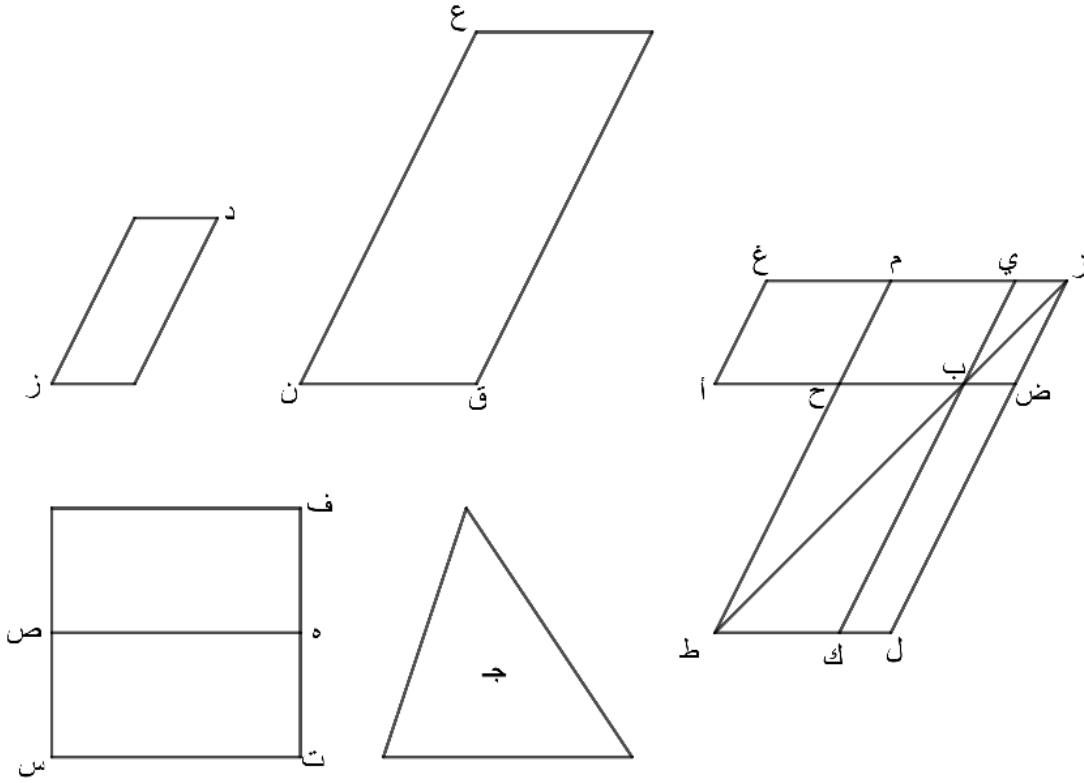


فننصف أ ب على نقطة ح،^(يأ) ونعمل على ب ح سطح ك ح شبيهاً بسطح د ز^(زك) على أن نجعل ضلع ب ك نظيراً لضلع د ن وضلع ك ط نظيراً لضلع ن ز، ونخرج ك ط بالاستقامة، ونفصل ك ل مثل أ ب،^(جأ) ونصل أ ل فيوازي ب ك.^(جأ) فإن كان سطح ك ح مساوياً لمثلث جـ و ك ح مثل ح ل^(لأ) ف ح ل أيضاً مساوياً لمثلث جـ، فقد أضفنا إلى أ ب سطح ح ل مساوياً لمثلث جـ وينقص عن تمامه بسطح ك ح الشبيه ب د ز.

وإن كان أعظم منه فنعمل سطحا متوازي الأضلاع مساويا لفضل ك ح على ج شبيها ب ح ك. (ك) وليكن هو سطح ش م على أن زاوية ط مثل زاوية ص، ونصل قطر ب ط ونطبق زاوية ص على زاوية ط، فيقع سطح ش م على قطر ب ط. (ك) ونخرج س ف بالاستقامة إلى نقطتي ق، ز وع ف إلى نقطة ه. فلأن ق ز يوازي ك ل فيوازي أ ب، (د) وع ه يوازي ط ح فيوازي ك ب، (د) فالسطوح كلها متوازية الأضلاع. فلأن جميع سطح ك ح مساو لمثلث ج د مع سطح ع س فنسقط س ع المشترك تبقى سطوح ك ف، ق ه، س ه مساوية لمثلث ج و ك ف مثل ف ح. (ج) فنجعل ق ه مشتركا ف ك ه مثل ق ح وق ح مثل س أ، (و) ف ك ه مثل س أ. فنجعل ف ح مشتركا فجميع ك ه، ه س مثل ف أ. فسطح ف أ مساو لمثلث ج و سطح ه ق يشبه ك ح (ك) فيشبه د ز، (ك) وذلك ما أردنا بيانه. [٤٣ ظ]

كط [الشكل التاسع والعشرون]

نريد أن نضيف إلى أ ب سطحا مساويا لمثلث ج ي زيد على تمامه بسطح شبيه ب د ز.

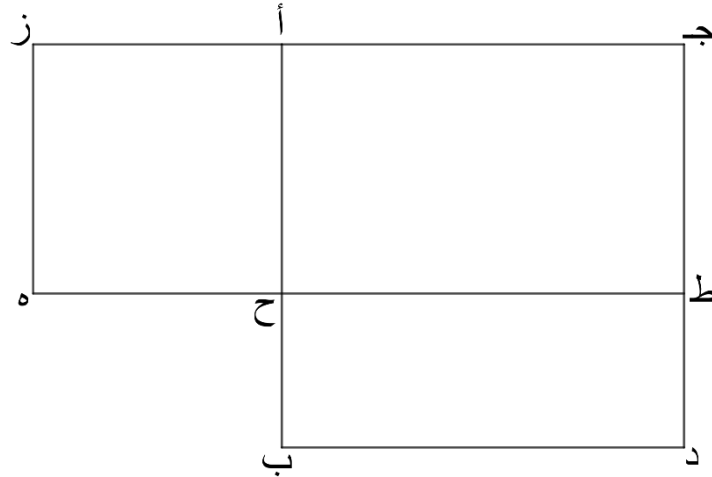


فننصف أ ب على ح، ونعمل على ب ح سطحا متوازي الأضلاع شبيها ب د ز وهو ك ح مساويا ل ج، (ك) ونعمل سطح ه س متوازي الأضلاع مساويا لمثلث ج فيه زاوية قائمة، (ب) ونعمل على ه ص سطحا متوازي الأضلاع مساويا ل ج فيه زاوية قائمة (د) وهو سطح ف ص. فلأن زوايا السطحين قوائم (كط) فزاويتا ص قائمتان ف س ذ خط مستقيم (د) وزاويتا ه أيضا قائمتان، ف ف ت خط مستقيم. (د) ونعمل سطح ق ع متوازي الأضلاع مساويا لسطح ف س شبيها ب ك ح، وليكن أحد الضلعين المحيطين بزاوية ن نظيرا ل ط ك وهو ق ن فهو أعظم من ط ك؛ إذ لو كان مساويا له أو أقصر لكان الضلع الآخر أيضا مساويا ل ح ط أو

أقصر لكونهما متشابهين، فيكون سطح ع ق مساويا لـ ح ك أو أصغر، هذا خلف، فأحد الضلعين المحيطين⁷⁴ بزواوية ن أطول، فالضلع الآخر أطول من ح ط. فنخرج ط ك ونفصل ط ل مثل ق ن،^(ج^أ) ونخرج ط ح ونفصل ط م مثل ع ن،^(ج^أ) ونخرج ي م موازيا لـ ح ض^(ل^أ) فيوازي ط ك،^(ل^أ) ونفصل م ز، ط ل كل واحد منهما مثل ق ن،^(ج^أ) و ز غ مثل أ ض،^(ج^أ) ونصل أ غ، ز ل، فسطحا ل م، ز أ متوازي الأضلاع.^(ج^أ) فلأن زاوية ط مثل زاوية ن لتشابه السطحين فسطح ط ز مثل ع ق بالتطبيق أعني سطح ف ص، فسطح ط ز ضعف مثلث ج د و ك ح مثل ج د. / [٤٤و] > فالباقي أيضا مساوٍ لمثلث ج د والباقي مثل سطح أ ز؛ لأننا نصل قطر ز ط فيمرّ بنقطة ب.^(ك) فلأن ك ض مثل ي ح ^(ج^أ) أعني أ م ^(ل^أ) > فنجعل ز ح مشتركا، فالعلم مثل أ ز. > فقد أضفنا إلى أ ب سطح أ ز وهو يزيد على تمامه بسطح شبيه ب د ز؛ لأن سطح ز ب يشبه ز ط ^(ك) الشبيه ب ب ط ^(ك) الشبيه ب د ز ف ز ب يشبه د ز،^(ك) وذلك ما أردنا بيانه.

ل [الشكل الثلاثون]

نريد أن نقسم أ ب على نسبة ذات وسط وطرفين.

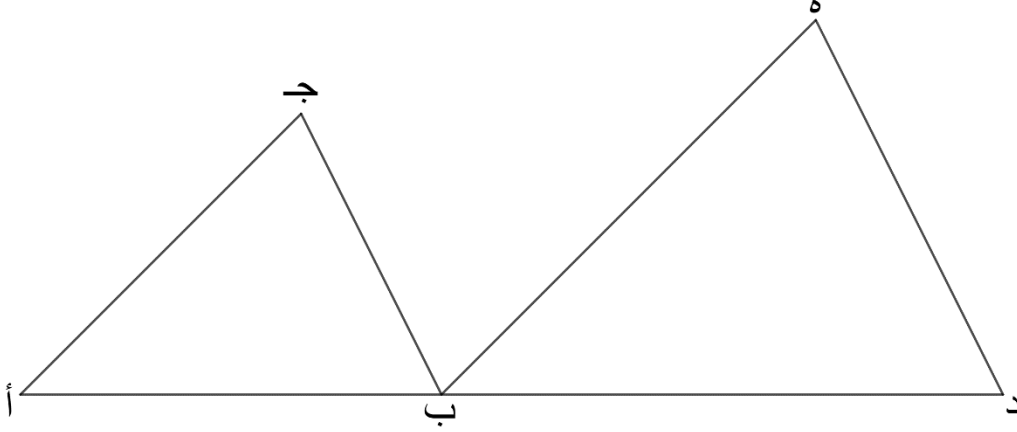


فنعمل على أ ب مربع أ د،^(م^أ) ونضيف إلى أ ج سطح ج د ه مساويا لمربع أ د يزيد على تمامه بسطح ز ح شبيهاً بمربع أ د ^(كط) فأ ج مثل أ ب فأ ح مثل ه ح.^(ب^د) ولأن مربع أ د مثل سطح ط ز فنسقط ج ح المشترك يبقى د ح مثل ز ح وزاويتا ح متساويتان،^(ب^د) فأضلاع السطحين متكافئة.^(ب^د) فلأن ط ح مثل أ ج ^(ل^أ) أعني أ ب فنسبة أ ب إلى ه ح كنسبة ط ح إلى ه ح ^(ز^ه) وهي كنسبة أ ح إلى ح ب، فنسبة أ ب إلى ه ح كنسبة أ ح إلى ح ب ^(ب^ه) ونسبة أ ب إلى أ ح كنسبة أ ب إلى ه ح ^(ز^ه) فنسبة أ ب إلى أ ح كنسبة أ ح إلى ح ب،^(ب^ه) وذلك ما أردنا بيانه.

⁷⁴ م: المختلفين

لا [الشكل الحادي والثلاثون]

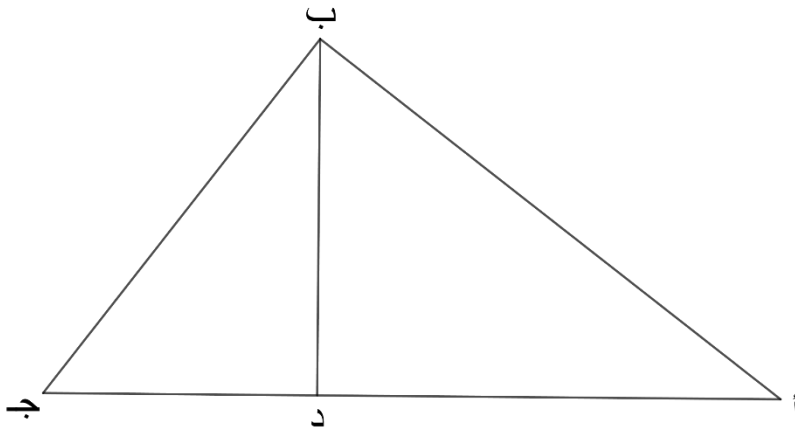
مثلاً أ ب ج، ب ه د مربعان على زاوية واحدة وهي زاوية ب والساقان النظيران متوازيان متناسبان، فأقول:
إن د ب أ // ه د ظ > خط مستقيم.



لأن زاوية ه ب ج مثل زاوية ه (كط.أ) ومثل زاوية ج، (كط.أ) فزاوية ج مثل زاوية ه فالمثلثان متشابهان، (و)
فزاوية د مثل ج ب أ وزاوية ه مثل ه ب ج، فنجعل زاوية ه ب د مشتركة فثلاث زوايا ب مساوية
لثلاث زوايا ه، د، ب وزوايا ه، د، ب مثل قائمتين. (ب.أ) فزوايا ب مثل قائمتين ف د ب أ خط مستقيم، (د.أ)
وذلك ما أردنا بيانه.

لب [الشكل الثاني والثلاثون]

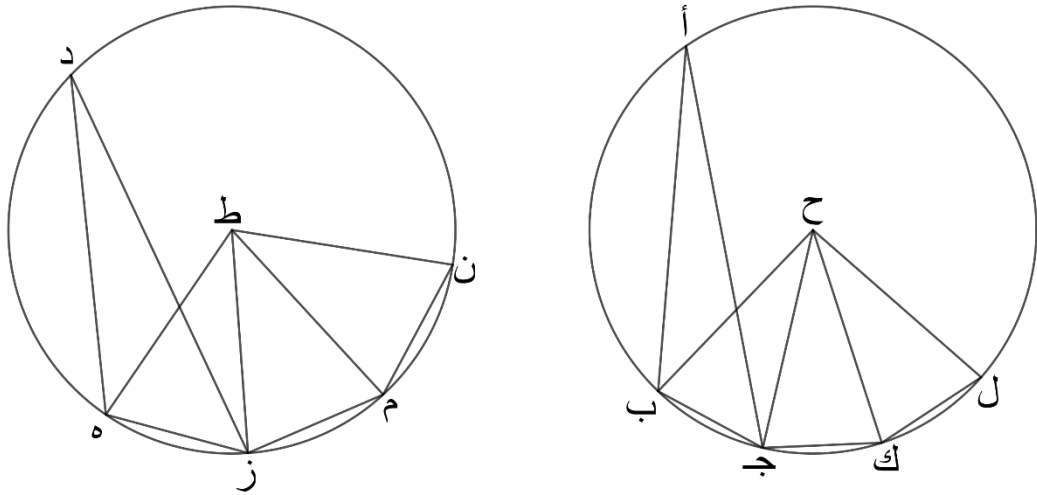
زاوية ب من مثلث أ ب ج قائمة، فأقول: إذا عمل على أضلاع أ ج، ج ب، ب أ سطوح متوازية الأضلاع
متشابهة فإن السطح المعمول على ضلع أ ج مساوٍ للسطحين المعمولين على ضلعي ج ب، ب أ.



لأننا نخرج ب د عموداً على أ ج (ب^١) فالثلثات الثلاثة متشابهة، (ج) فنسبة أ ج إلى أ ب كنسبة أ ب إلى أ د، فنسبة السطح المعمول على أ ج إلى المعمول على أ ب كنسبة أ ج إلى أ د. (د) وكذلك نسبة السطح المعمول على أ ج إلى المعمول على ب ج كنسبة أ ج إلى ج د، (هـ) فنسبة السطح المعمول على أ ج إلى المعمولين على أ ب، ب ج كنسبة أ ج إلى أ د، د ج. (ك^{٥٥}) لكن أ ج مثل أ د، د ج فالسطح المعمول على أ ج مثل السطحين المعمولين على أ ب، ب ج، وذلك ما أردنا بيانه.

لج [الشكل الثالث والثلاثون]

دائرتا أ ب، د ز متساويتان وعلى مركزيهما زاويتا ب ح ج، ه ط ز وعلى محيطيهما زاويتا أ، د، فأقول: إن نسبة زاوية ب ح ج إلى زاوية ه ط ز كنسبة قوس ب ج إلى قوس ه ز، وكذلك نسبة زاوية أ إلى زاوية د كنسبة قوس ب ج إلى قوس ه ز؛



لأننا نصل وترَي ب ج، ز ه ونخرج وترَي ج ك، ك ل كل واحد منهما مساوياً لـ ب ج، (أ^{٥٦}) ونخرج وترَي ز م، م ن كل واحد منهما مساوياً لـ ز ه، (أ^{٥٧}) ونصل الخطوط من المركزين إلى أطرافها. فلأن أوتار ب ج، ج ك، ك ل متساوية وكذا أوتار ه ز، ز م، م ن، فقسيمها / [٤٥] >متساوية (ك^{٥٨}) فزاواياها متساوية. (ج^{٥٩}) فإن ساوت قوس ب ل لقوس ه ن ساوت زوايا ح ل زوايا ط، وإن زادت زادت، وإن نقصت نقصت بمثل ما يتنا من العمل في الشكل الأول > من هذه المقالة، فنسبة قوس ب ج إلى قوس ه ز كنسبة زاوية ب ح ج إلى زاوية ط. ولأن زاويتا ب ح ج، ه ط ز ضعف زاويتي أ، د (ك^{٦٠}) فنسبة زاوية أ إلى زاوية د كنسبة زاوية ب ح ج إلى ه ط ز (ه^{٦١}) وهي كنسبة قوس ب ج إلى قوس ه ز، فنسبة زاوية أ إلى زاوية د كنسبة قوس ب ج إلى قوس ه ز. (يا^{٦٢})

وأقول أيضاً: إن نسبة قطاع ج ح ب إلى قطاع ز ط ه كنسبة قوس ب ج إلى قوس ه ز؛ لأن القطاعات الموجودة في دائرة أ ب متساوية، وكذا القطاعات الموجودة في دائرة ز د؛^{٧٥} لأن أضلاع قطاع ب ح ج

مثل أضلاع قطاع ج ح ك، وزاويتا ح منهما متساويتان لما ظهر. فإذا أطبق الساقان على الساقين انطبقت القاعدة على القاعدة؛ إذ لو وقعتا مختلفتين كان الخط الخارج من المركز إلى قاعدة أحدهما مساويا للخط الخارج من المركز إلى قاعدة الآخر، هذا خلف. فتطبق القاعدة على القاعدة فالقطاعان متساويان. وكذا تبين في البواقي فإن ساوت قوس ل ب لقوس ه ن ساوى قطاع ب ح ل لقطاع ه ط ن وإن زادت زاد وإن نقصت نقص لما عرفت، فنسبة قطاع ج ح ب إلى قطاع ز ط ه كنسبة قوس ب ج إلى قوس ه ز، وذلك ما أردنا بيانه.

تمت المقالة السادسة وهي (ج) شكلا

المقالة السابعة

الوحدة ما بها يقال لكلّ موجود إنّه واحد وهو لا ينقسم قطّ.

والعدد أمثال / [٥٤ ظ] > الوحدة.

والزوج هو العدد الذي ينقسم بمتساويين.

والفرد عدد لا ينقسم بمتساويين.

وزوج الزوج عدد > زوج يعدّه زوج بمرّات زوج.

وزوج الفرد عدد زوج يعدّه فرد بمرّات زوج.

وزوج الزوج والفرد عدد زوج يعدّه زوج وفرد كلّ واحد منهما بمرّات زوج.

والعدد الأوّل هو الذي لا يعدّه إلا الواحد.

والعدد المركّب هو الذي يعدّه عدد.

والأعداد المشتركة هي التي يعدّها عدد مشترك بينها.

والأعداد المتباينة هي التي لا يعدّها إلا الواحد.

ضرب العدد في العدد يضعّفه بقدر آحاد الآخر.

والعدد المسطح هو المجتمع من ضرب عدد في عدد ويقال لهما ضلعا ذلك المسطح. فإن كانا متساويين يسمّى المجتمع مربّعاً.

والعدد المجسّم هو المجتمع من ضرب عدد في عدد ثمّ المجتمع في عدد. ويقال للأعداد الثلاثة: إنّها أضلاع ذلك المجسّم. فإن كانت الأعداد الثلاثة متساوية يسمّى المجتمع مكعباً.

والعدد التامّ هو المساوي لجميع أجزائه.

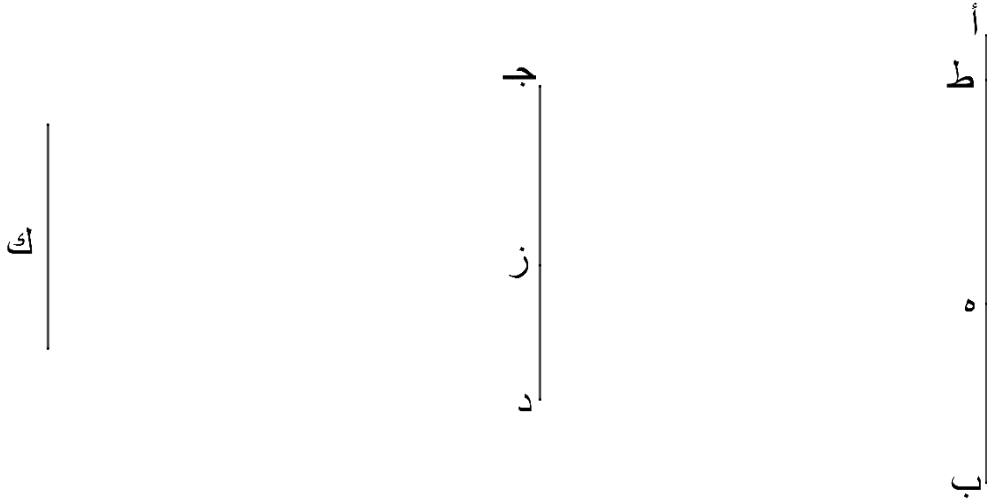
الأعداد المتناسبة هي التي يكون الأوّل منها جزءاً أو أجزاء من الثاني كما أنّ الثالث جزء أو أجزاء من الرابع.

والأعداد المسطّحة والمجسّمة المتشابهة هي التي تكون أضلاعها متناسبة.

وإذا قلنا: نسبة عدد إلى عدد، فقد يكون أحدهما واحداً. وإذا فرضت ثلاثة أعداد، فإنّ نسبة الأوّل منها إلى الثالث مؤلّفة من نسبة الأوّل إلى الثاني ومن نسبة الثاني إلى الثالث. وإذا كانت الثلاثة متناسبة فإنّ نسبة الأوّل إلى الثالث كنسبة الأوّل إلى الثاني مثناة بالتكرير.

أ [الشكل الأول]

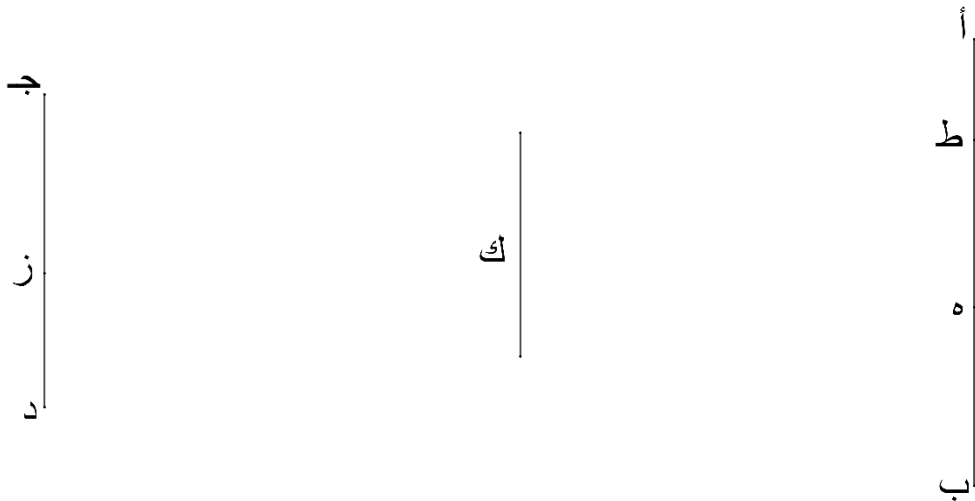
عدداً أ ب، ج د مختلفان ونقص من أعظمهما وهو أ ب أكثر ما فيه من أمثال ج د وهو ب ه ومن ج د أكثر ما فيه من أمثال أ ه وهو د ز ومن أ ه أكثر ما فيه من أمثال ج ز وهو ه ط وكذلك كل بقية من البقية التي يليها قبلها حتى انتهى إلى الواحد، فأقول: إنَّ عدديَّ أ ب، ج د متباينان.



والأفليعدّهما / [٤٦] عدد ك > وليكن التناقص واقعا على أ ط الواحد. فلأنَّ ك يعدّ ج د فيعدّ أمثاله > وهو ب ه، ولأنَّه يعدّ أ ب و ب ه فيعدّ أ ه فيعدّ > أمثاله > وهو د ز، ولأنَّه يعدّ ج د و د ز فيعدّ ج ز فيعدّ أمثاله وهو ه ط، ولأنَّه يعدّ أ ه و ه ط فيعدّ أ ط فالعدد يعدّ الواحد، هذا خلف. فعدداً أ ب، ج د متباينان، وذلك ما أردنا بيانه.

ب [الشكل الثاني]

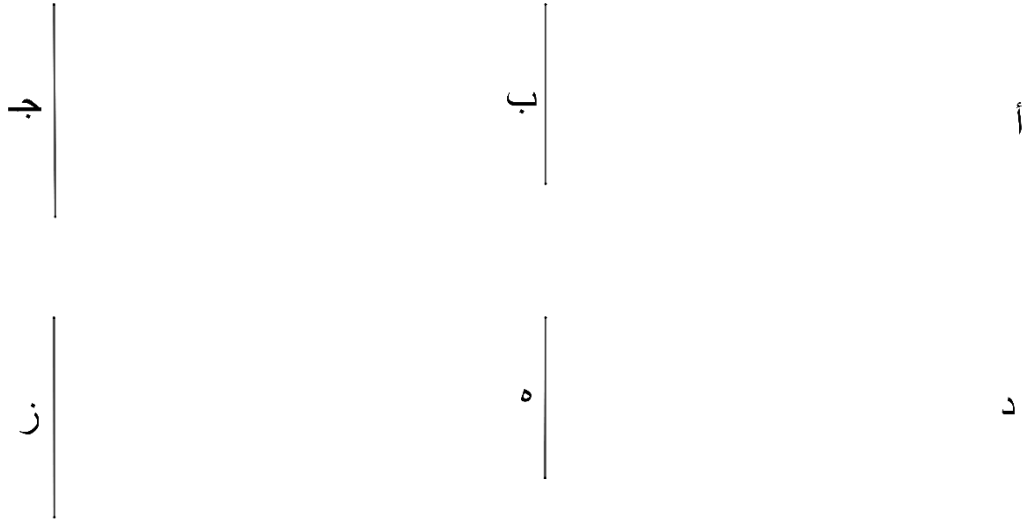
نريد أن نجد أكثر عدد يعدّ عدديَّ أ ب، ج د المختلفين المشتركين اللذين أكثرهما أ ب.



فإن كان ج د يعدّ أ ب فهو المطلوب. وإن لم يعدّ فننقص من أ ب أكثر ما فيه من أمثال ج د وهو ب ه، ومن ج د أكثر ما فيه من أمثال أ ه وهو د ز، ومن أ ه أكثر ما فيه من أمثال د ج وهو ه ط، وهكذا لا يزال ينقص أكثر أمثال كلّ فصلة من الفصلة التي يليها قبلها فسينتهي إلى فصلة هي عدد يعدّ الفصلة التي قبلها. وإلا لوجب أيّها النقصان إلى الواحد فكان عدداً أ ب، ج د متباينان،^(١) هذا خلف. وليكن تلك الفصلة هي عدد أ ط فأط أكثر عدد يعدّهما؛ لأنّه يعدّ ج ز فيعدّ ه ط فيعدّ أ ه فيعدّ ز د فيعدّ ج د فيعدّ ب ه فيعدّ أ ب، فهو أكثر عدد يعدّ أ ب، ج د وإلا فليكن عدد ك أكثر من أ ط ويعدّ أ ب، ج د وتبين كما بينّا أنّ ك يعدّ أ ط، هذا خلف. وقد تبين أنّ كلّ عدد يعدّ عددين فيعدّ أكثر عدد يعدّهما، وذلك ما أردنا بيانه.

ج [الشكل الثالث]

نريد أن نجد أكثر عدد يعدّ ثلاثة أعداد أ، ب، ج المختلفة المشتركة.

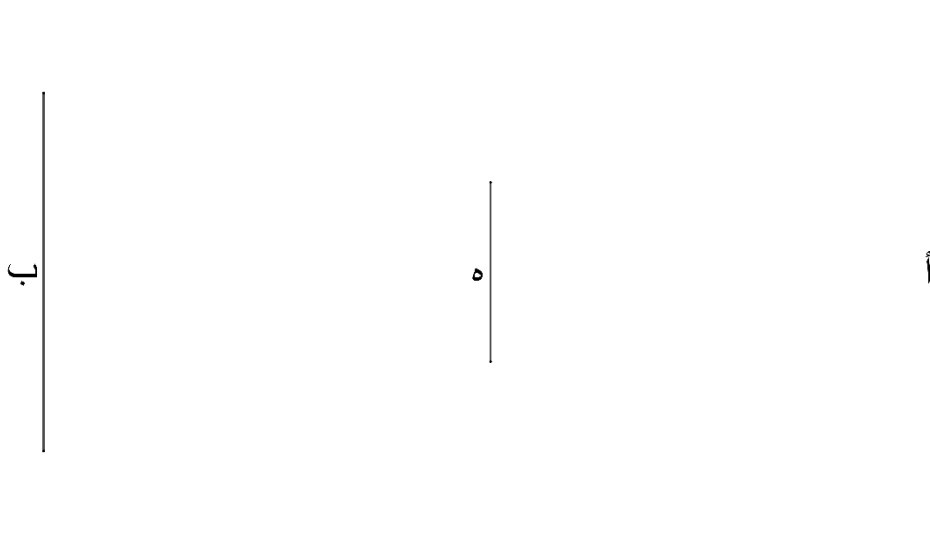


فليكن د أكثر عدد يعدّ أ، ب (ب) فإن كان د يعدّ ج فهو أكثر عدد يعدّ الثلاثة، وإلا فليكن ه أكثر من د ويعدّ أ، ب، ج فلاّنه يعدّ أ، ب فيعدّ أكثر عدد يعدّهما (ب) فيعدّ د، هذا خلف. وإن كان د لا يعدّ ج فهما مشتركان؛ لأنّ كلّ عدد يعدّ أ، ب، ج فهو يعدّ أكثر عدد يعدّ أ، ب (ب) فيعدّ د [٦٤ ظ] > هذا خلف. وإن كان د لا يعدّ ج فهما مشتركان؛ لأنّ كلّ عدد يعدّ أ، ب، ج فهو يعدّ أكثر عدد يعدّ أ، ب (ب) فيعدّ د⁷⁶ فج د مشتركان فليكن عدد يعدّهما ه، فه يعدّ د فيعدّ أمثاله فيعدّ أ، ب. فه يعدّ أ، ب، ج فهو أكثر عدد يعدّهما، وإلا فليكن ز أكثر من ه ويعدّ أ، ب، ج. فلاّن ز يعدّ أ، ب فيعدّ أكثر عدد يعدّهما (ب) فيعدّ د، ولأنّه يعدّ د وج فيعدّ أكثر عدد يعدّهما (ب) فيعدّ ه فلاّ أكثر يعدّ الأقلّ، هذا خلف. فه أكثر عدد يعدّ أ، ب، ج، وذلك ما أردنا بيانه.

⁷⁶ م - هذا خلف. وإن كان د لا يعدّ ج فهما مشتركان؛ لأنّ كلّ عدد يعدّ أ، ب، ج فهو يعدّ أكثر عدد يعدّ أ، ب فيعدّ د

د [الشكل الرابع]

عدداً أ، ب مختلفان، فأقول: إنَّ أ جزء من ب أو أجزاء منه.



لأنَّ أ إن كان يعدُّ ب فهو جزء منه، وإن لم يعدَّه فإن كانا مشتركين فليكن هـ أكثر عدد يعدُّهما (ب) فـ هـ جزء من ب و أ أمثال هـ فـ أ أجزاء من ب، وإن كان أ، ب متباينين كان الواحد يعدُّهما، فالواحد يعدُّ ب و أ أمثال الواحد فـ أ أجزاء من ب، وذلك ما أردنا بيانه.

هـ [الشكل الخامس]

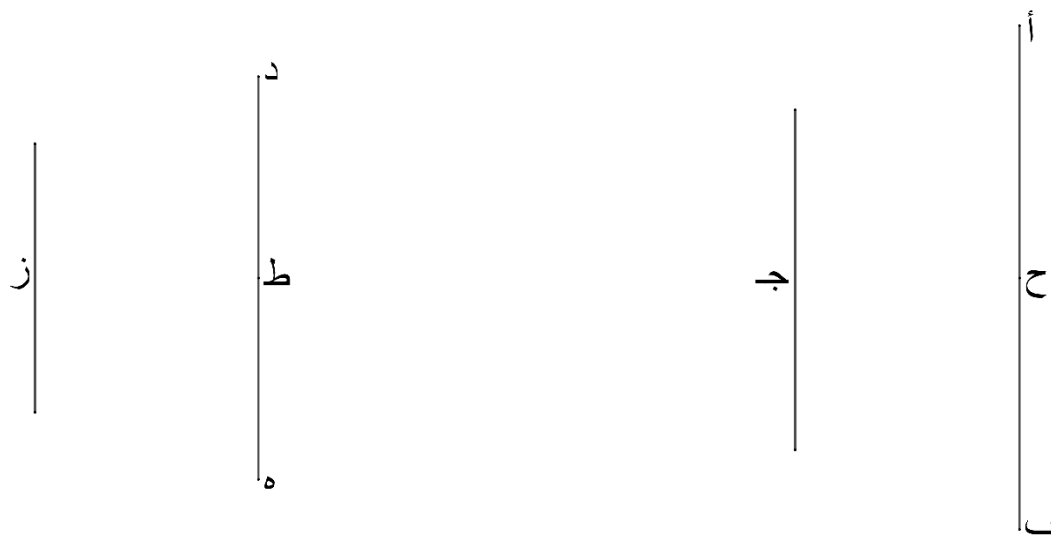
عدد ب جزء من عدد جـ د كجزء عدد هـ من عدد ح ط، فأقول: إنَّ مجموع ب، هـ جزء من مجموع جـ د، ح ط كجزء ب من جـ د.



لأنَّنا نقسِّم جـ د بأمثال ب وليكن جـ ل، ل د و ح ط بأمثال هـ وليكن ح ك، ك ط، فمجموع جـ ل، ح ك مثل مجموع ب، هـ. وكذلك مجموع ل د، ك ط مثل مجموع ب، هـ فمجموع جـ د، ح ط أمثال ب، هـ كمجموع جـ د أمثال ب. فمجموع ب، هـ جزء من مجموع جـ د، ح ط كجزء ب من جـ د، وذلك ما أردنا بيانه.

و [الشكل السادس]

عدد أ ب أجزاء من عدد ج كأجزاء عدد د من عدد ز، فأقول: إن مجموع أ ب، د أجزاء من مجموع ج، ز كأجزاء أ ب من ج.



لأننا نقسم أ ب بأمثال جزئه من ج وليكن أ ح، ح ب، ونقسم د بأمثال جزئه من ز وليكن د ط، ط ه، فأح، د ط جزء من ج ز كجزء أ ح من ج.^(٥) وكذلك ح ب، / [٤٧و] > ط ه كجزء ح ب من ج.^(٥) فمجموع أ ب، د أجزاء من ج ز كأجزاء أ ب من ج، وذلك ما أردنا بيانه.

ز [الشكل السابع]

عدد أ ب جزء من ج د وأه المنقوص من أ ب جزء من ج ز المنقوص من ج د كجزء أ ب من ج د، فأقول: إن ه ب جزء من ز د كجزء أ ب من ج د.



فنجعل جزء ه ب من ج ح كجزء أه من ج ز كجزء أه من ج ز ^(٥) أعني أب من د ج ف ح ز مثل ج د ف ح ز كجزء به من ز د كجزء أه من ج ز أعني أب من ج د، وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن]

عدد أب أجزاء من ج د وأه المنقوص من أب أجزاء من ج ز المنقوص من ج د كأجزاء أب من ج د، فأقول: إن ه ب أجزاء من ز د كأجزاء أب من ج د.

أ	ط	ج
م	ن	
ه	ل	ز
	س	
ب	ك	د

فنجعل عدد ط ك مثل عدد أب ونقسّمه بعدّة أجزائه من ج د وليكن ط ل، ل ك ونقسّم أه بعدّة أجزائه من ج ز، وليكن أم، م ه كجزء ط ل من ج د كجزء أم من ج ز و ج د أكثر من ج ز، ف ط ل أكثر من أم، فليكن ط ن مثل أم و ل س مثل م ه كجزء ط ن من ج ز كجزء ط ل من ج د يبقى ل ن جزءاً من ز د الباقي كجزء ل ط من ج د. ^(٦) وكذلك س ك جزء من ز د كجزء ل ك من ج د، ^(٧) فمجموع ط ن، ل س أي أه أجزاء من ج ز كأجزاء مجموع ن ل، س ك أي ه ب من ز د، ف ه ب أجزاء من ز د كأجزاء أه من ج ز أعني أجزاء أب من ج د، وذلك ما أردنا بيانه.

ط [الشكل التاسع]

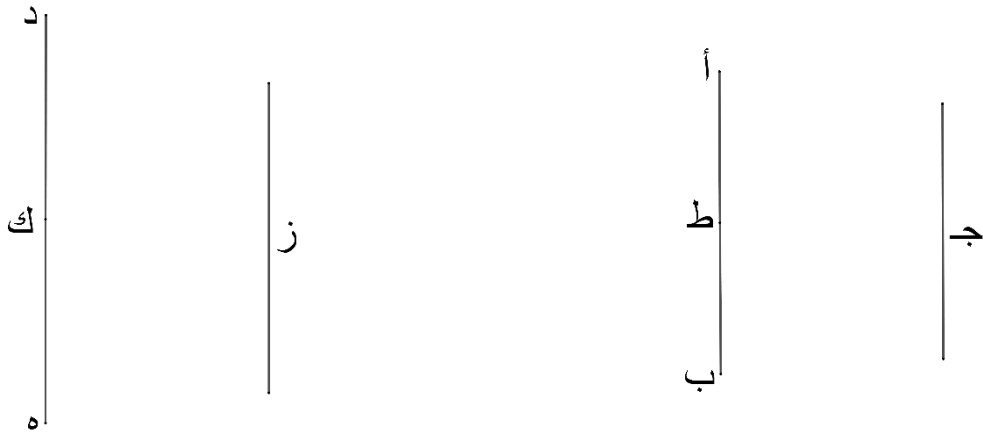
عدد أ جزء من ج د كجزء عدد ب من ه ز، فأقول: إذا بدلنا كان أ جزءاً أو أجزاء من ب كجزء ج د أو أجزاء ج د من ه ز.



فنتقسم ج د بأمثال أ وليكن ج ط، ط د، و ه ز بأمثال [٤٧ظ] ب وليكن ه ك، ك ز، و ج ط جزءاً وأجزاء من ه ك ^(د) فجزء ج ط أو أجزاء ج ط من ه ك كجزء ط د أو أجزاء ط د من ك ز، فإذا جمعنا كان ج د جزءاً أو أجزاء من ه ز كجزء ج ط أو أجزاء ج ط أعني أ من ه ك أعني ب، ^(ه أو و) وذلك ما أردنا بيانه.

ي [الشكل العاشر]

أ ب أجزاء من ج كأجزاء د ه من ز، فأقول: إذا بدلنا كان أ ب جزءاً أو أجزاء من د ه كجزء ج أو أجزاء ج من ز.



فنتقسم أ ب بعدة أجزائه من ج، و د ه بعدة أجزائه من ز وليكن أقسام أ ب: أ ط، ط ب وأقسام د ه: د ك، ك ه. فجزء أ ط من ج كجزء د ك من ز ف أ ط جزء أو أجزاء من د ك كما أن ج جزء أو أجزاء من ز، ^(ط) و ج جزء أو أجزاء من ز ^(د) فإن كان ج جزءاً من ز ف أ ط نظير ذلك الجزء من د ك، و ط ب نظير ذلك الجزء من ه ك، ^(لهذا بعينه) فإذا جمعنا كان جزء أ ب من د ه كجزء أ ط من د ك ^(ه) أعني ج من ز، وإن

كان ج أجزاء من ز فأ ط نظير تلك الأجزاء من د ك، و ط ب أيضًا نظير تلك الأجزاء من ك هـ، (لهذا بعينه)
 فإذا جمعنا كان أ ب أجزاء من د هـ كأجزاء أ ط من د ك^(٥) أعني ج من ز، وذلك ما أردنا بيانه.

يا [الشكل الحادي عشر]

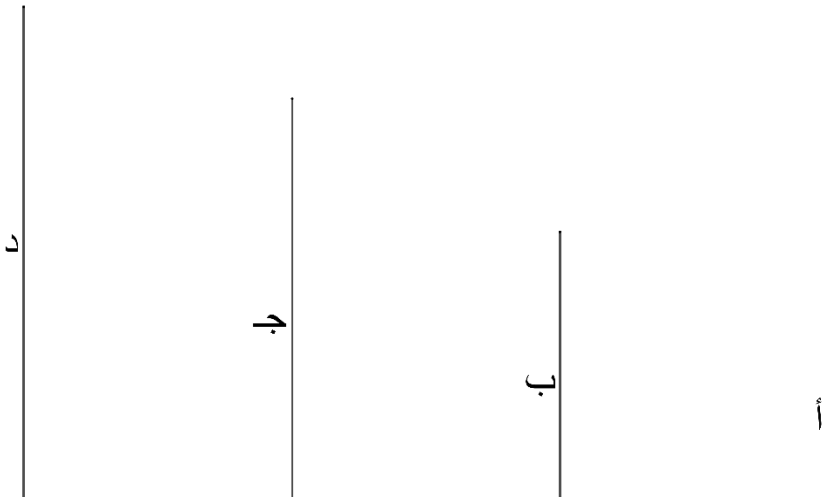
عدد أ ب أقل من عدد ج د ونسبته إلى ج د كنسبة أ هـ المنقوص منه إلى ج ز المنقوص من ج د، فأقول:
 إن نسبة هـ ب الباقي إلى ز د الباقي كنسبة أ ب إلى ج د.



لأن أ ب جزء أو أجزاء من ج د،^(٥) فإن كان جزءًا من ج د فجزاء ب هـ من ز د كجزء أ ب من ج د،^(٦)
 وإن كان أجزاء من ج د فأجزاء ب هـ من ز د كأجزاء أ ب من ج د،^(٧) فنسبة ب هـ إلى ز د كنسبة أ ب
 إلى ج د، وذلك ما أردنا بيانه.

يب [الشكل الثاني عشر]

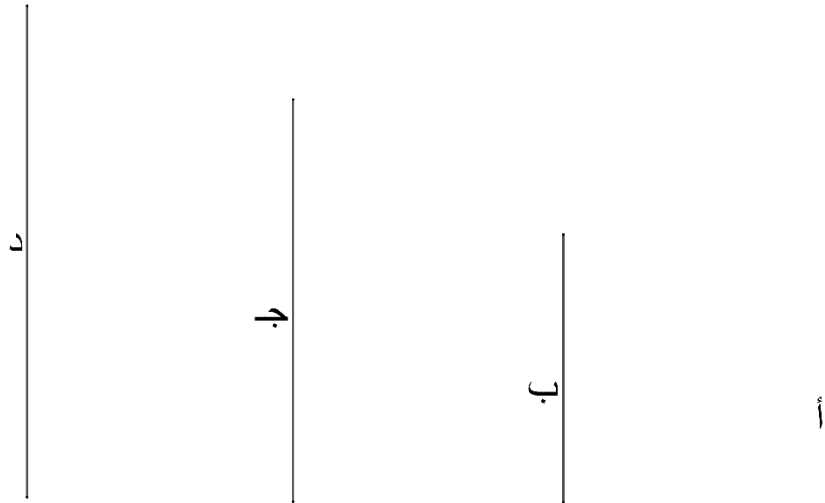
أعداد أ، ب، ج، د متناسبة. نسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى د، فأقول: إن نسبة مجموع أ، ج إلى مجموع ب، د
 كنسبة أ إلى ب.



لأنَّ أ جزء أو أجزاء من ب. ^(د) فإن كان جزءا من ب كان ج نظير ذلك الجزء / [٤٨و] من د، فمجموع أ، ج جزء من <مجموع ب، د كجزء أ من ب>، ^(هـ) وإن كان أ أجزاء من ب كان ج أجزاء من د كأجزاء أ من ب فمجموع أ، ج أجزاء من مجموع ب، د كأجزاء أ من ب. ^(و) فنسبة مجموع أ، ج إلى مجموع ب، د كنسبة أ إلى ب، وذلك ما أردنا بيانه.

يج [الشكل الثالث عشر]

أعداد أ، ب، ج، د متناسبة، فأقول: إذا بُدلت كانت متناسبة.



لأنَّ أ جزء أو أجزاء من ب. ^(د) فإن كان جزءا من ب ف ج نظير ذلك الجزء من د ف أ جزء من ج كما أنَّ ب جزء من د، ^(ط) فنسبة أ إلى ج كنسبة ب إلى د. وإن كان أ أجزاء من ب كان ج نظير تلك الأجزاء من د ف أ أجزاء من ج كما أنَّ ب أجزاء من د. ^(ي) فنسبة أ إلى ج كنسبة ب إلى د، وذلك ما أردنا بيانه.

زيادة: نسبة أ ب إلى ب ه كنسبة ج د إلى د ز، فأقول: إنَّ بالتفصيل نسبة أ ه إلى ه ب كنسبة ج ز إلى ز د؛

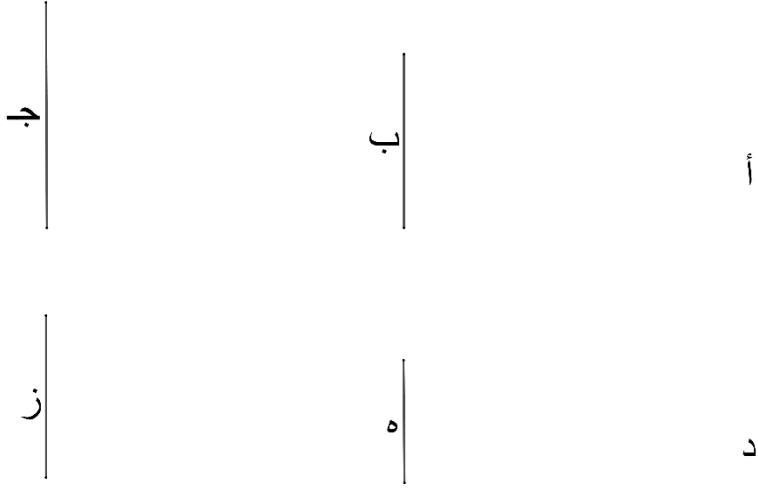
أ ه ب

ج ز د

لأنّ بالإبدال نسبة أ ب إلى ج د كنسبة هـ ب إلى د ز، (≠) فنسبة أ هـ إلى ج ز كنسبة أ ب إلى ج د (بأ)
أعني هـ ب إلى ز د. فنسبة أ هـ إلى هـ ب كنسبة ج ز إلى ز د، (≠) وذلك ما أردنا بيانه.

يد [الشكل الرابع عشر]

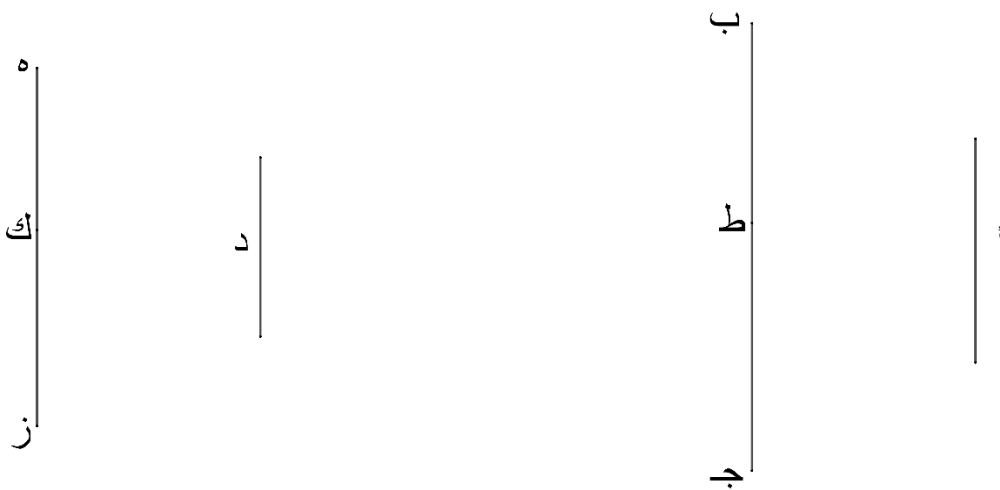
أعداد أ، ب، ج على عدّة أعداد د، هـ، ز وكلّ اثنين على نسبة اثنين. نسبة أ إلى ب كنسبة د إلى هـ ونسبة ب إلى ج كنسبة هـ إلى ز، فأقول: إنّ بالمساواة نسبة أ إلى ج كنسبة د إلى ز.



لأنّ بالتبديل نسبة أ إلى د كنسبة ب إلى هـ، (≠) ونسبة ب إلى هـ كنسبة ج إلى ز، (≠) فنسبة أ إلى د كنسبة ج إلى ز بالتبديل نسبة أ إلى ج كنسبة د إلى ز، (≠) وذلك ما أردنا بيانه.

يه [الشكل الخامس عشر]

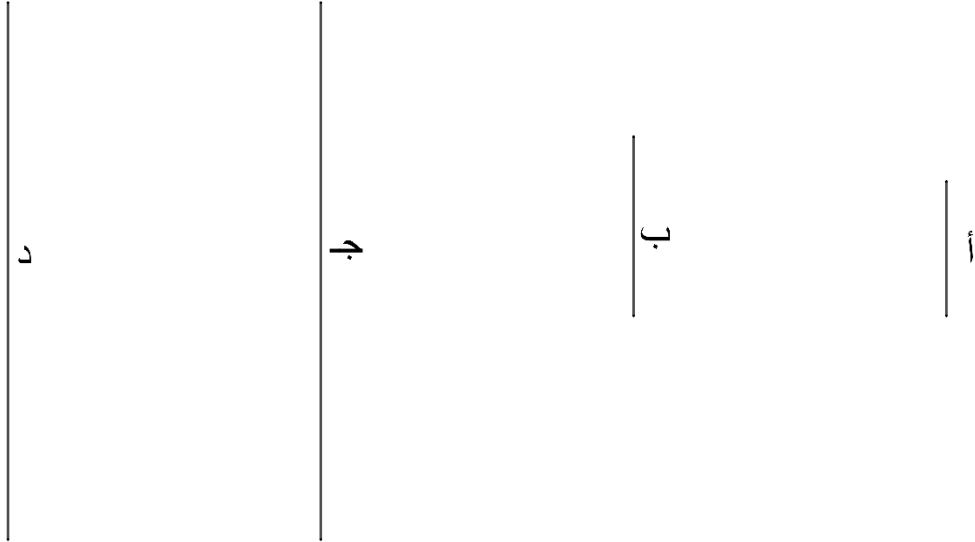
عدد ب ج يعدّه الواحد وهو أ بالعدّة التي بها يعدّ عدد د عدد هـ ز، فأقول: إذا بدّلنا كان الواحد يعدّ عدد د / [٤٨ و] > بالعدّة التي بها يعدّ ب ج، هـ ز.



فَنَقْسَمُ ب ج بِأَحَادِهِ عَلَى ط، وَهـ ز بِأَمْثَالِ د عَلَى ك، فَجُزْءُ ب ط مِنْ هـ ك كَجُزْءِ ط ج مِنْ كـ ز، فَإِذَا جَمَعْنَا كَانَ جُزْءُ ب ج مِنْ هـ ز كَجُزْءِ ب ط أَعْنِي أ مِنْ هـ ك أَعْنِي د،^(٥) وَذَلِكَ مَا أَرَدْنَا بَيَانَهُ.

يُوزَنُ [الشكل السادس عشر]

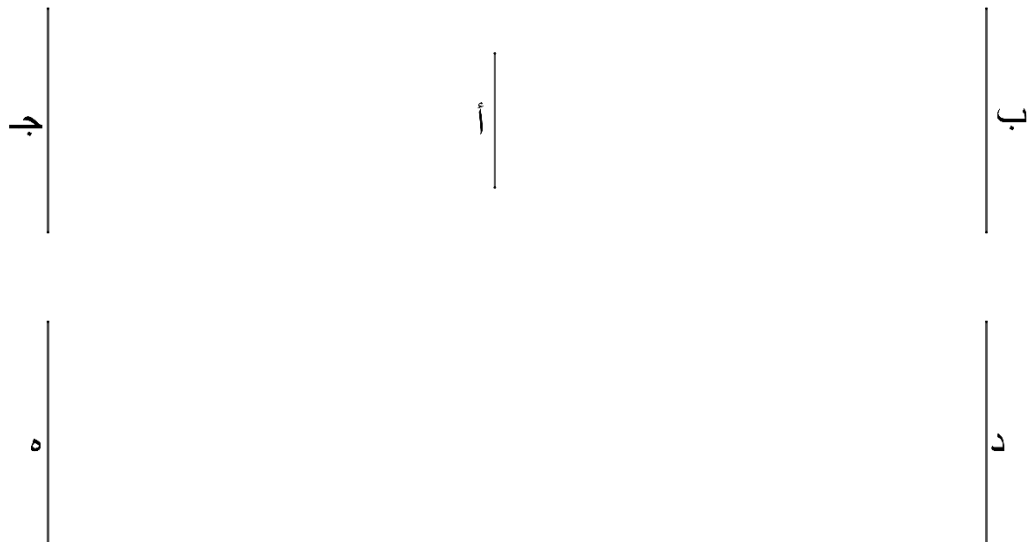
عَدَدُ أ ضَرْبُ فِي ب فَصَارَ ج، وَ ب ضَرْبُ فِي أ فَصَارَ د، فَأَقُولُ: إِنَّ ج، د مُتَسَاوِيَانِ.



لَأَنَّ أ يَعْدَّ ج بَعْدَ أَحَادِ ب وَالوَاحِدَ يَعْدُّ ب بَعْدَ أَحَادِهِ، فَجُزْءُ الْوَاحِدِ مِنْ ب كَجُزْءِ أ مِنْ ج، فَإِذَا بَدَّلْنَا كَانَ جُزْءُ الْوَاحِدِ مِنْ أ كَجُزْءِ ب مِنْ ج،^(ط) لَكِنْ جُزْءُ الْوَاحِدِ مِنْ أ كَجُزْءِ ب مِنْ د فَجُزْءُ ب مِنْ د كَجُزْءِ ب مِنْ ج فـ د، ج مُتَسَاوِيَانِ، وَذَلِكَ مَا أَرَدْنَا بَيَانَهُ.

يُوزَنُ [الشكل السابع عشر]

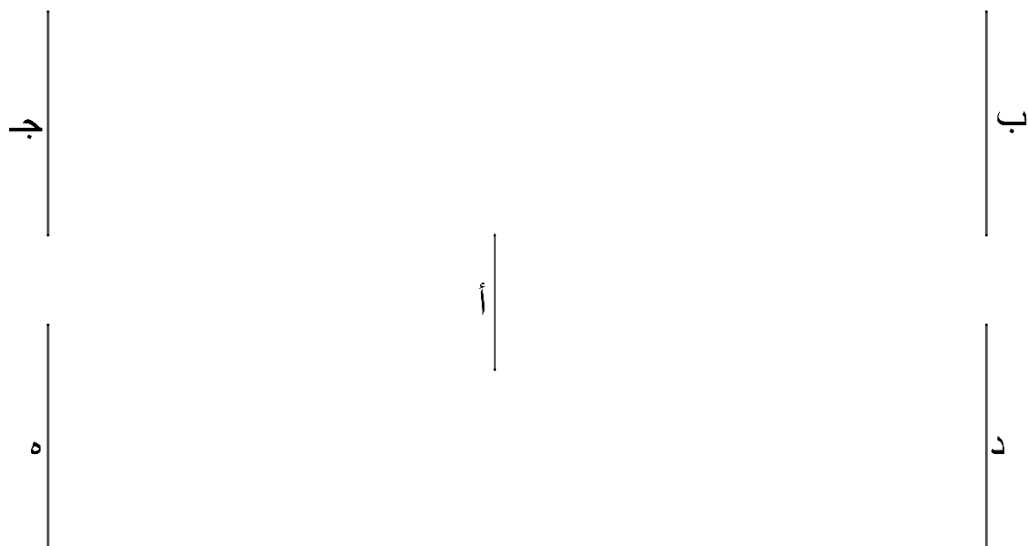
عَدَدُ أ ضَرْبُ فِي ب فَصَارَ د وَفِي ج فَصَارَ هـ، فَأَقُولُ: إِنَّ نِسْبَةَ ب إِلَى ج كَنِسْبَةِ د إِلَى هـ.



لأنَّ ضرب ب في أ مثل د، ^(٥) وضرب ج في أ مثل هـ. ^(٦) فجاء الواحد من أ كجزء ب من د وجزء ج من هـ، فجاء ب من د كجزء ج من هـ. فإذا بدلنا كان جزء ب أو أجزاء ب من ج كجزء د أو أجزاء د من هـ، ^(٧) وذلك ما أردنا بيانه.

يح [الشكل الثامن عشر]

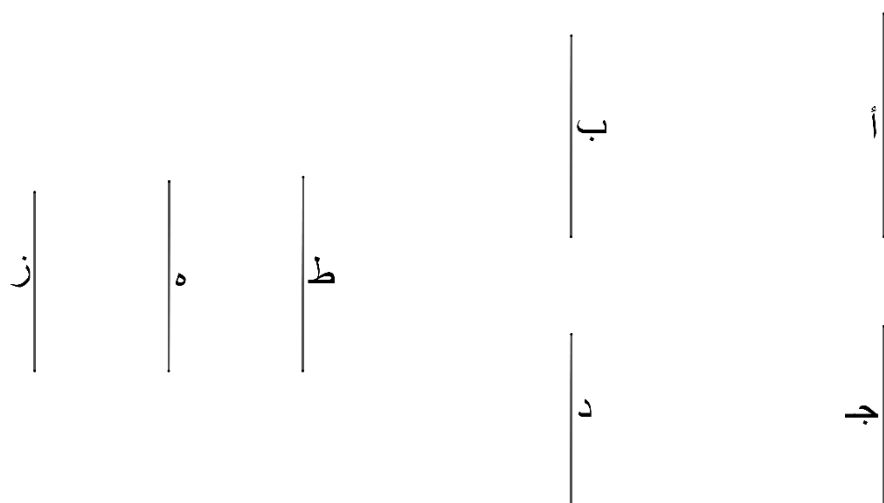
عددا ب، ج ضربا في أ فصار د، ه، فأقول: إنَّ نسبة ب إلى ج كنسبة د إلى ه.



لأنَّ أ إذا ضُرب في ب، ج حصل أيضًا د، هـ فنسبة ب إلى ج كنسبة د إلى هـ، (ج) وذلك ما أردنا بيانه.

يط [الشكل التاسع عشر]

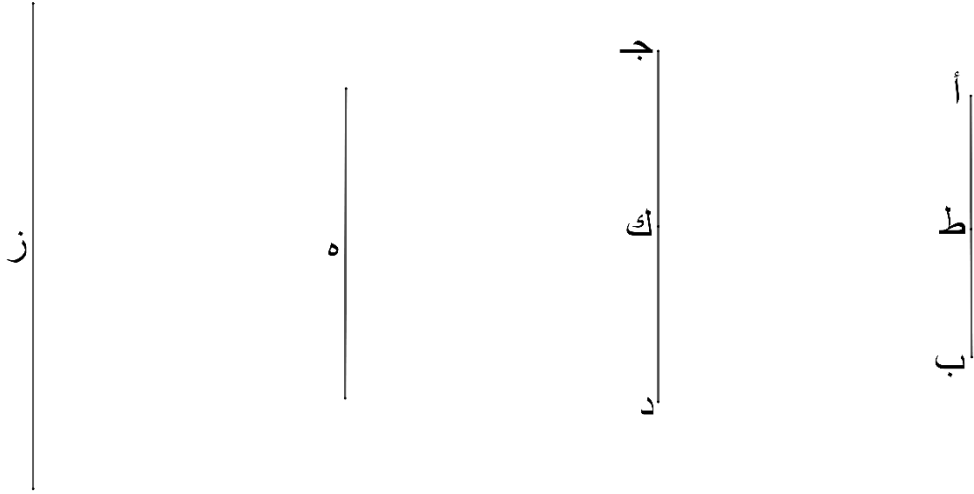
أعداد أ، ب، ج، د متناسبة. نسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى د، فأقول: إنَّ ضرب أ الأوّل في د الرابع مثل ضرب ب الثاني في ج الثالث، فليكن هـ من ضرب أ في د، و ز من ضرب ب في ج، فأقول: إنَّ هـ مثل ز.



لأنّنا نضرب / [٤٩و] أ في ج ليصير ط. >فلأنّ أ ضرب في ج، د فصار ط، ه فنسبة أ إلى ب أعني ج إلى د < كنسبة ط إلى ه (٢) ولأنّ أ و ب ضربا في ج فصار ط، ز فنسبة ط إلى ز كنسبة أ إلى ب (٣) أعني ط إلى ه، فنسبة ط إلى ه مثل نسبة ط إلى ز ف ه مثل ز. وبالعكس إذا كان ه مثل ز فإنّ نسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى د؛ لأنّ نسبة أ إلى ب كنسبة ط إلى ز (٤) أعني ط إلى ه أعني ج إلى د، وذلك ما أردنا بيانه.

ك [الشكل العشرون]

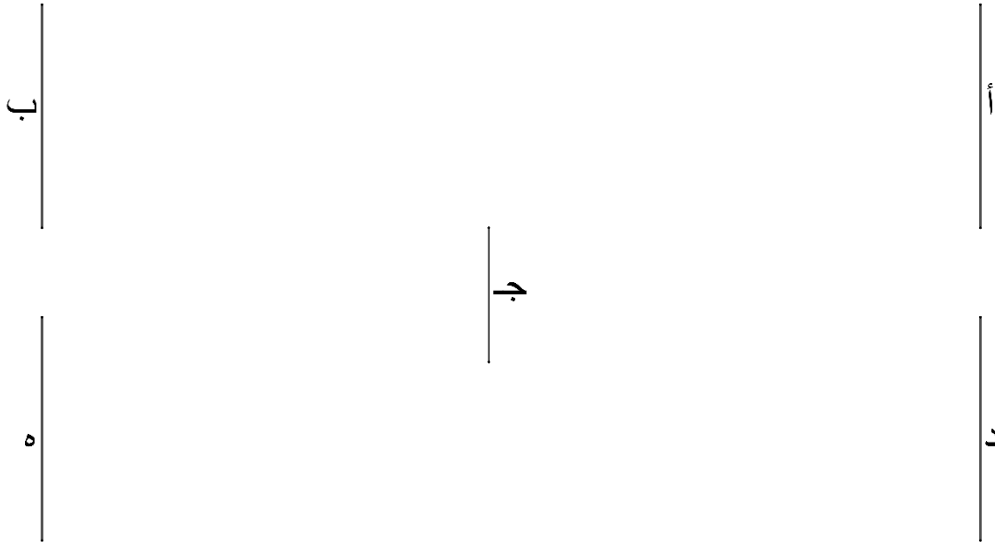
عددا أ ب، ج د أقلّ عددين على نسبتهم، فأقول: إنهما يعدّان كلّ عددين على نسبتهم بالسوية الأقلّ الأكثر الأكثر.



فلتكن نسبة ه إلى ز كنسبة أ ب إلى ج د. فإذا بدّلنا كان نسبة أ ب إلى ه كنسبة ج د إلى ز، (١) فأقول: إنّ أ ب جزء من ه؛ لأنّه إن لم يكن جزءاً من ه كان أجزاء منه لكونه جزءاً أو أجزاء منه، (٢) فكان ج د أيضاً تلك الأجزاء من ز فنقسمهما بأجزائهما من ه، ز ولتكن القسمة على ط، ك فنسبة أ ط إلى ج ك كنسبة ط ب إلى ك د، فنسبة أ ط إلى ج ك كنسبة أ ب إلى ج د (٣) ف أ ب، ج د ليسا أقلّ عددين على نسبتهم، هذا خلف. ف أ ب جزء من ه ف ج د نظير ذلك الجزء من ز. ف أ ب، ج د يعدّان كلّ عددين على نسبتهم بالسوية، وذلك ما أردنا بيانه.

كا [الشكل الحادي والعشرون]

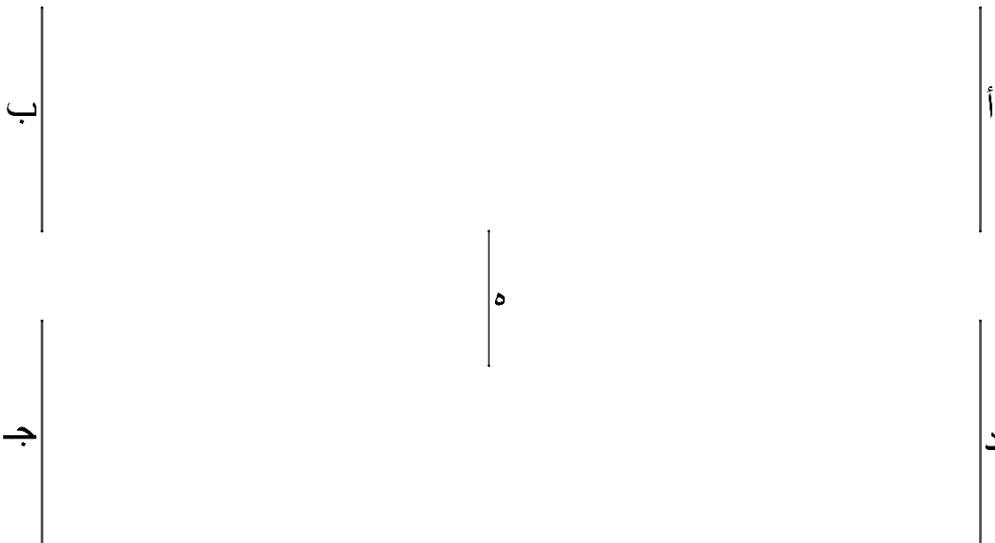
عددا أ، ب أقلّ عددين على نسبتهم، فأقول: إنهما متباينان.



والأ فليعدّهما ج، وليعدّ أ بآحاد د ويعدّ ب بآحاد ه، فضرِب ج في د أ وفي ه ب، فنسبة أ إلى ب كنسبة د إلى ه^(ج) ود أقلّ من أ وه أقلّ من ب فليس أ ب أقلّ عددين على نسبتّهما، هذا خلف. فهما متباينان، وذلك ما أردنا بيانه.

كب [الشكل الثاني والعشرون]

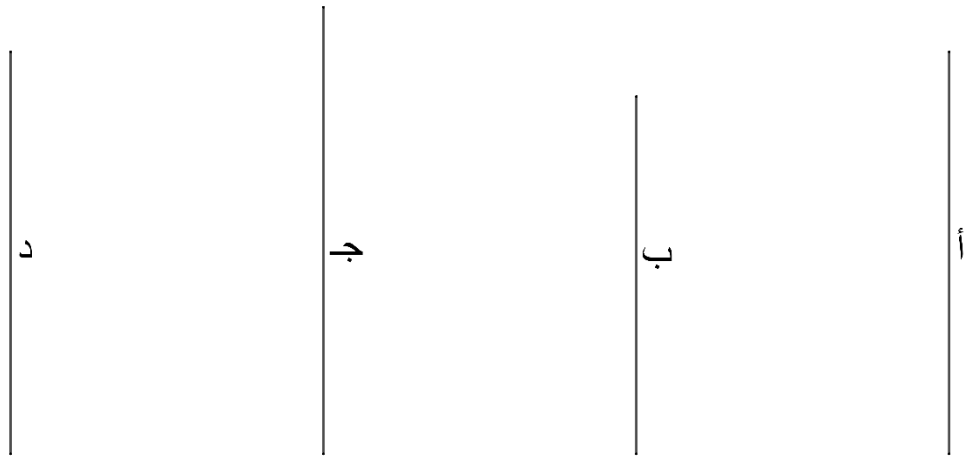
عددا أ، ب متباينان، فأقول: إنّهما أقلّ عددين / [49ظ] > على نسبتّهما.



والأ فليكن ج، د أقلّ عددين على نسبة أ إلى ب، ف ج، د يعدّان أ، ب < بالسوية^(ك) وليكن بعدّة ه، ف ه يعدّ أ بعدّة آحاد ج وكذلك ه يعدّ ب بعدّة آحاد د،^(ه) ف أ، ب ليسا متباينين، هذا خلف. فهما أقلّ عددين على نسبتّهما وبمثل هذا تبين أنّه إذا كانت ثلاثة أعداد متناسبة فهي أقلّ أعداد على نسبتّها، وذلك ما أردنا بيانه.

كج [الشكل الثالث والعشرون]

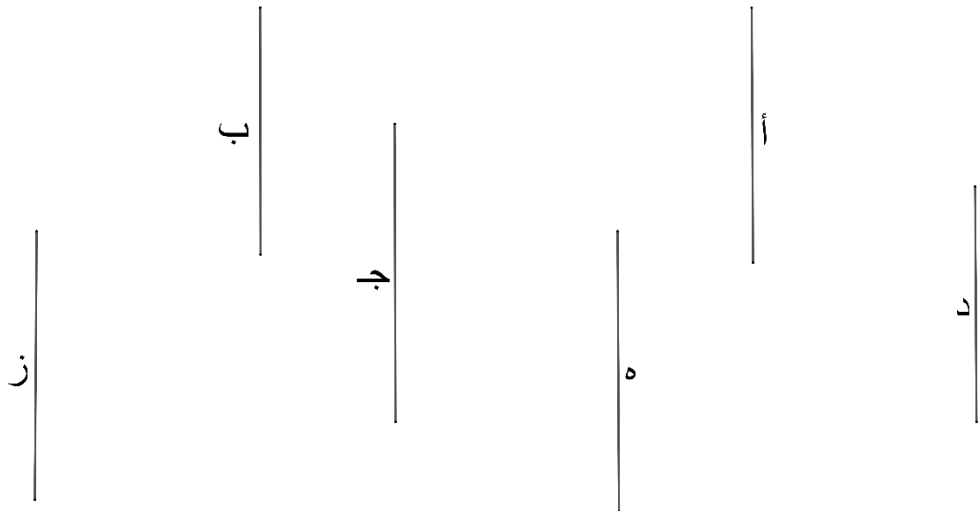
عددا أ، ب متباينان وعدد ج يعدّ أ، فأقول: إنّه يباين ب.



والأ فليشاركه، فيعدّهما د. فلأنّ د يعدّ جـ و أ أمثال جـ ف د يعدّ أ و ب فهما مشتركان، هذا خلف. ف جـ يبين ب، وذلك ما أردنا بيانه.

كد [الشكل الرابع والعشرون]

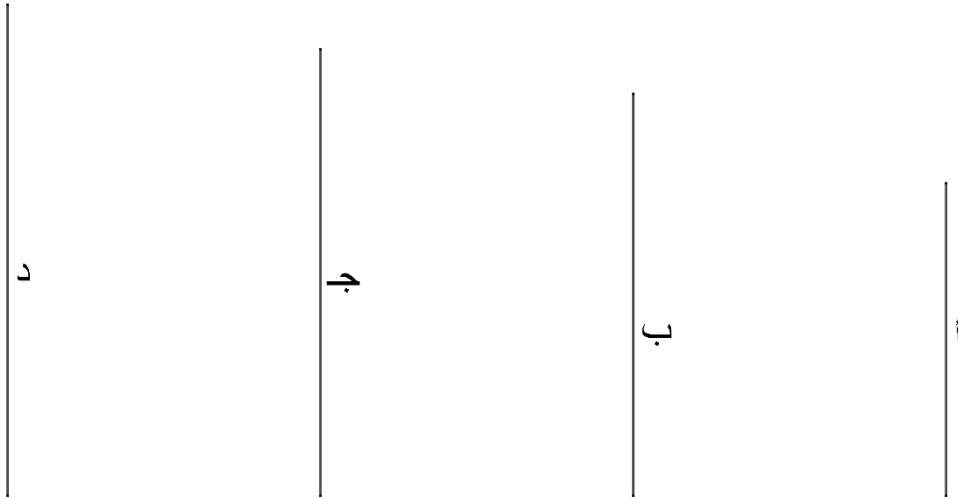
عددا أ، ب يباينان جـ، فأقول: إنّ سطح أحدهما في الآخر وهو د يبين جـ.



والأ فليعدّهما هـ وليعدّ د بآحاد ز ف ضرب هـ في ز هو د، وضرب أ في ب هو د. فنسبة هـ إلى أ كنسبة ب إلى ز. ولأنّ هـ يعدّ جـ و أ يبين جـ ف هـ يبين أ^(ك) فهما أقلّ عددين على نسبتتهما،^(كب) ف هـ يعدّ ب^(ك) وهو يعدّ جـ ف ب جـ ليسا متباينين، هذا خلف. ف د، جـ متباينان، وذلك ما أردنا بيانه.

كه [الشكل الخامس والعشرون]

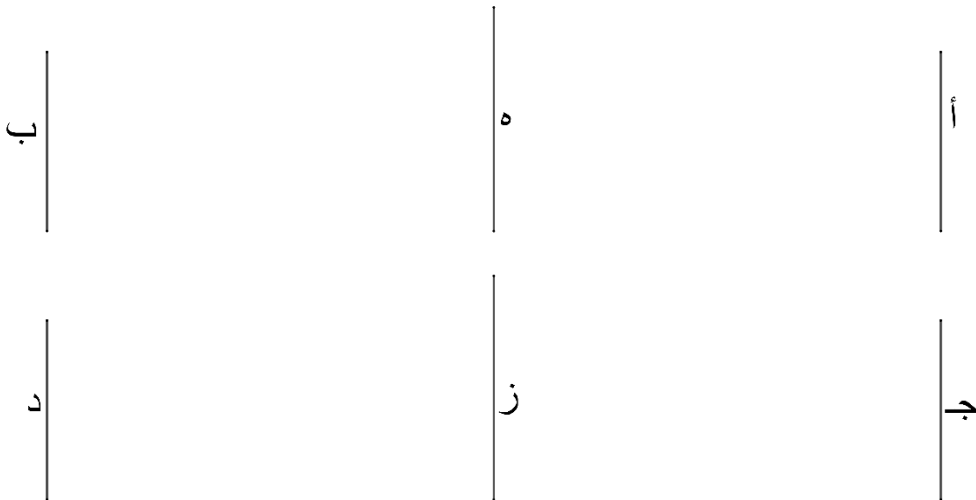
عددا أ، ب متباينان، فأقول: إنّ مربع أحدهما وليكن أ يبين الآخر وهو ب.



فليكن جـ مربع أ و د مثل أ، فـ أ، د يباينان بـ فسطح أ في د وهو جـ يباين بـ،^(كـ) وذلك ما أردنا بيانه.

كو [الشكل السادس والعشرون]

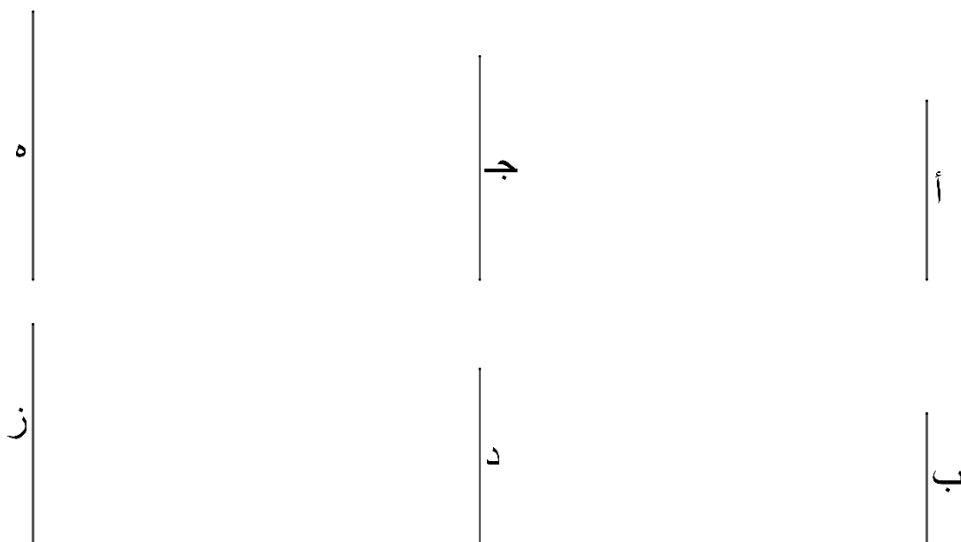
عددا أ، ب يباينان عددي جـ، د، فأقول: إنَّ مسطح أ في ب وليكن هـ يباين مسطح جـ في د.



وليكن ز، لأنَّ أ، ب يباينان جـ ويباينان د فـ هـ يباين جـ^(كـ) ويباين د^(كـ) فيباين ز،^(كـ) وذلك ما أردنا بيانه.

كو [الشكل السابع والعشرون]

عددا أ، ب متباينان، فأقول: إنَّ مربّعيهما / [٥٠و] ومكعبيهما > متباينان.



فليكن جـ مربع أ و هـ مكعبه، و د مربع ب و ز مكعبه. ف جـ يبين < ب ^(ك) فيبين د، ^(ك) و ضرب أ في جـ وهو هـ يبين ب ^(ك) فيبين د. ^(ك) ف ضرب ب في د وهو ز يبين هـ، ^(ك) وهكذا إلى غير النهاية، وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن والعشرون]

عددا أ ب، ب جـ متباينان، فأقول: إن مجموعهما يبين كل واحد منهما وبالعكس.

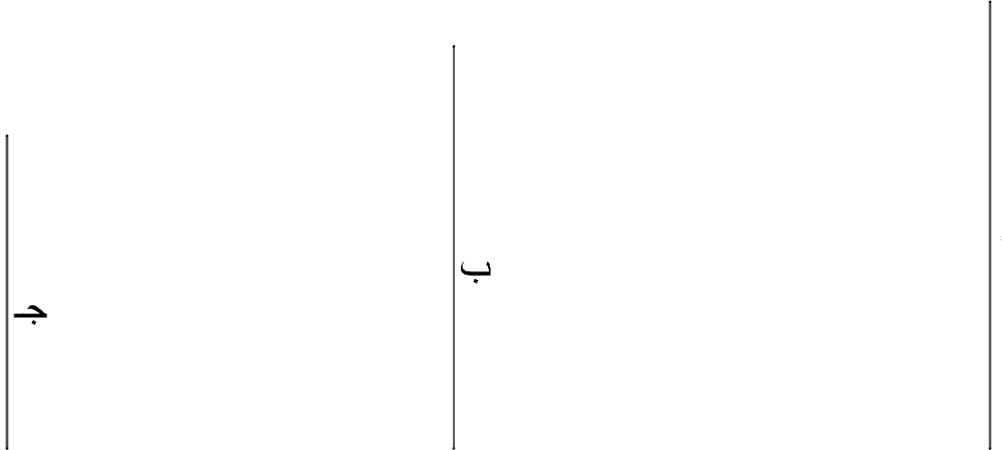
أ ————— ب جـ

د

وإلا فليعد د أحد القسمين ويعد المجموع فيعد القسم الآخر، هذا خلف. وليكن أ ب يبين أ جـ، فأقول: إن أ ب، ب جـ متباينان. وإلا فليعدّهما د، ف د يعدّ أ جـ و أ ب، هذا خلف. ف أ ب، ب جـ متباينان، وذلك ما أردنا بيانه.

ط [الشكل التاسع والعشرون]

عدد أ مركّب، فأقول: إنّه يعدّه عدد أول.



فليكن ب يعدّ أ ف ب إن كان عدداً أولاً فهو المطلوب، وإن كان مربّجاً فيعدّه ج، فينتهي إلى عدد لا يعدّه إلا الواحد، وإلا فـ أ مجموع أعداد لا نهاية لها، وذلك لا يمكن في العدد، فيعدّه عدد أول، وذلك ما أردنا بيانه.

ل [الشكل الثلاثون]

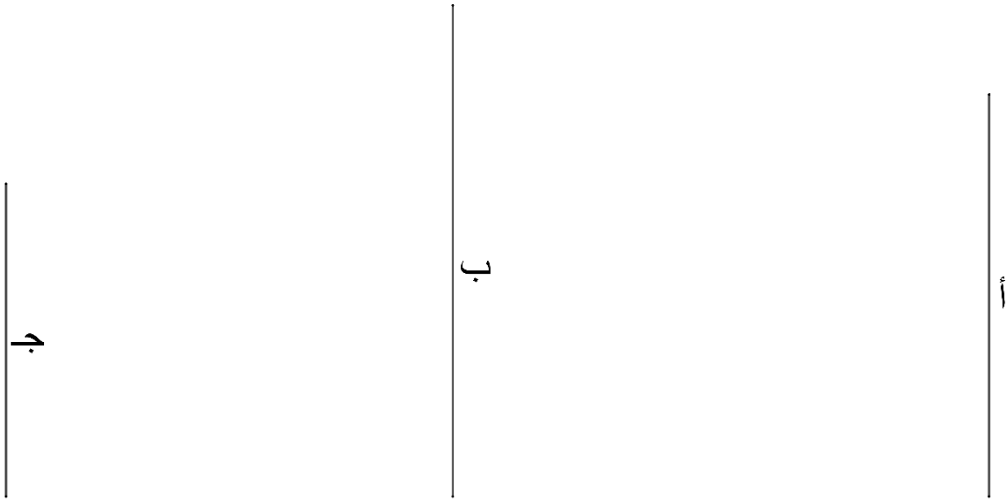
عدد أ مفروض، فأقول: إنه أول أو يعدّه عدد أول.

أ

لأنّه إمّا أن يكون أولاً أو مربّجاً فإن كان أولاً فقد صحّ المطلوب وإن كان مربّجاً فيعدّه عدد أول، (كط) وذلك ما أردنا بيانه.

لا [الشكل الحادي والثلاثون]

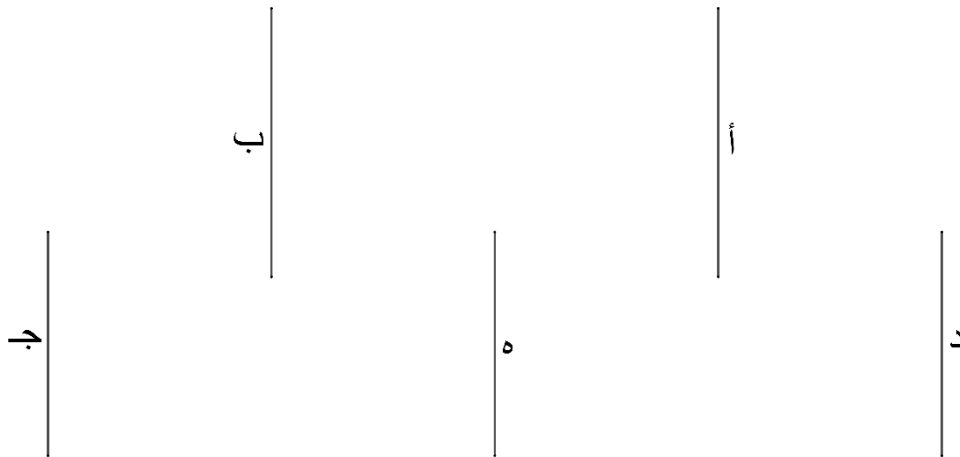
عدد أ أول وهو لا يعدّ ب فأقول: إنّهما متباينان.



والأ فليعدّهما جـ فـ أ مركّب، هذا خلف. فهما متباينان، وذلك ما أردنا بيانه.

لب [الشكل الثاني والثلاثون]

عدد أ ضرب في ب فصار جـ، و د عدد أول يعدّ جـ، فأقول: إنّ عدد د يعدّ أحد عددي أ، ب.



لأنّه إمّا أن يعدّ أ أو لم يعدّه. فإن عدّ أ فقد عدّ أحدهما، وإن لم يعدّ أ فيباینه^(لا) وليكن آحاد هـ / [٥٠ ظ] > بقدر ما يعدّ د، جـ فضرب د في هـ هو جـ فنسبة د إلى أ كنسبة ب إلى هـ^(بط) وأ، د أقلّ عددين على نسبتهم^(كب) فـ د يعدّ ب. فـ د يعدّ أحد عددي أ، ب، وذلك ما أردنا بيانه.

لج [الشكل الثالث والثلاثون]

نريد أن نجد أقلّ أعداد على نسب أ، ب، جـ.

أ	ب	ج
د		
هـ	ز	ط
ن		
ك	ل	م

فإن كان أ، ب، ج متباينة فهي أقلّ الأعداد على نسبتها. (كب) وإن كانت مشتركة فليكن د أكثر عدد يعدّها، (ج) وليعدّها بآحاده ز، ط، ف د ضرب في هـ، ز، ط فصار أ، ب، ج، ف هـ، ز، ط على نسبة أ، ب، ج (د) فهي أقلّ الأعداد على هذه النسبة. وإلا فليكن ك، ل، م أقلّ الأعداد على هذه النسبة فهي يعدّ أ، ب، ج (ك) وليكن بآحاد ن ف ضرب ك في ن وهـ في د هو أ، فنسبة ك إلى هـ كنسبة د إلى ن (ط) وك أقلّ من هـ، ف د أقلّ من ن. ولأنّ أ، ب، ج من ضرب ن في ك، ل، م (و) فن يعدّ أ، ب، ج و د أكثر عدد يعدّ أ، ب، ج فهو أكثر من ن، هذا خلف. ف هـ، ز، ط أقلّ الأعداد على هذه النسبة، وذلك ما أردنا بيانه.

لد [الشكل الرابع والثلاثون]

نريد أن نجد أقلّ عدد يعدّه عدداً أ، ب المختلفان.

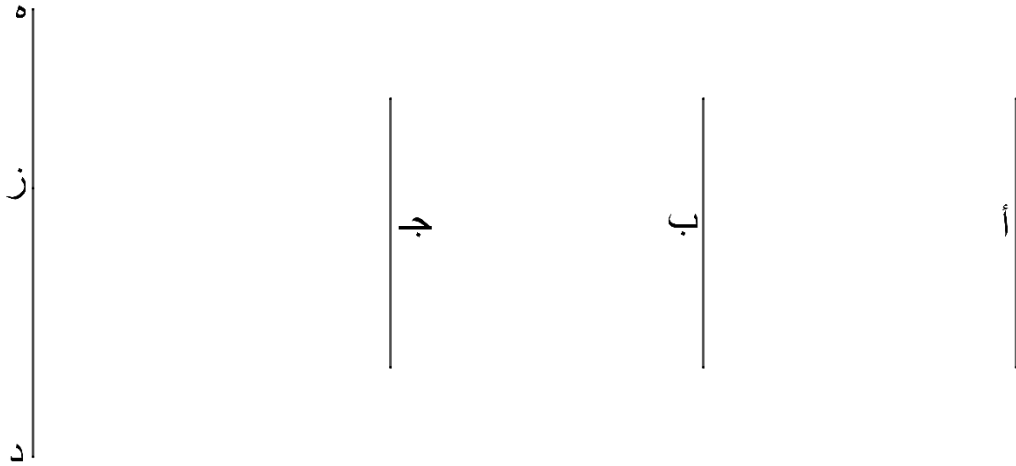
أ	ب	ج	د
هـ	ز	ط	ك

فإن كان أقلّهما يعدّ أكثرهما فالأكثر أقلّ عدد يعدّانه أ، ب. وإن كان أقلّهما لا يعدّ أكثرهما، فإن كانا متباينين فنضرب أ في ب ليصير ج، ف ضرب ب في أ أيضاً ج (و) فهما يعدّانه فهو أقلّ عدد يعدّانه، وإلا فليكن د أقلّ من ج وعدداً أ، ب يعدّانه، وليكن بآحاده ز، ف د من ضرب أ في هـ ومن ب في ز، فنسبة أ إلى ب كنسبة

ز إلى هـ (بط) و أ، ب أقلّ عددين على نسبتّهما (كب) فـ أ يعدّ ز. (ك) ولأنّ ب في ز هو د، و ب في أ هو ج، فنسبة
أ إلى ز كنسبة ج إلى د (ن) و أ يعدّ ز ف ج يعدّ د، هذا خلف. وإن كانا مشتركين فليكن هـ، ز أقلّ عددين
على نسبتّهما (ط) فنضرب أ في ز ليصير ج ف ج أيضاً من ضرب ب في هـ، (بط) ف أ، ب يعدّان ج بآحاد ز، هـ
ف ج أقلّ عدد يعدّانه أ، ب، وإلا فليكن د أقلّ من ج ويعدّانه أ، ب / [٥١ و] وليكن بآحاد عددي > ط،
ك فنسبة أ إلى ب كنسبة ك إلى ط (بط) فنسبة هـ إلى ز كنسبة < ك إلى ط ف هـ يعدّ ك (ك) وضرب ك في ب
هو د، (و) و هـ في ب هو ج (و) فنسبة هـ إلى ك كنسبة ج إلى د (ع) ف ج يعدّ د، هذا خلف. ف ج أقلّ عدد
يعدّانه أ، ب، وذلك ما أردنا بيانه.

له [الشكل الخامس والثلاثون]

عدد ج أقلّ عدد يعدّانه أ، ب وهما أيضاً يعدّان د هـ، فأقول: إنّ ج يعدّ د هـ.



وإلا فليعدّ هـ ز من د هـ ويبقى ز د أقلّ منه. فلأنّ أ، ب يعدّان د هـ، هـ ز فيعدّان د ز الأقلّ من ج، هذا
خلف، ف ج يعدّ د هـ، وذلك ما أردنا بيانه.

لو [الشكل السادس والثلاثون]

نريد أن نجد أقلّ عدد يعدّه ثلاثة أعداد أ، ب، ج.

ج	ب	أ
ز	هـ	د

فليكن د أقل عدد يعدّه أ، ب^(د) فإن كان ج يعدّ د فهو أقل عدد يعدّه أ، ب، ج، وإلا فليكن هـ أقل من د ويعدّه أ، ب، ج فيعدّه د، هـ^(د) هذا خلف. وإن لم يعدّ ج، د فليكن هـ أقل عدد يعدّه د، ج^(د) فأ، ب، ج يعدّ هـ فهو أقل عدد يعدّه هذه الثلاثة، وإلا فليعدّ أ، ب، ج عدد ز الأقل من هـ، فد أيضًا يعدّ ز^(هـ) فهـ أيضًا يعدّ ز، هـ^(هـ) هذا خلف، فهـ أقل عدد يعدّه هذه الثلاثة، وذلك ما أردنا بيانه.

لز [الشكل السابع والثلاثون]

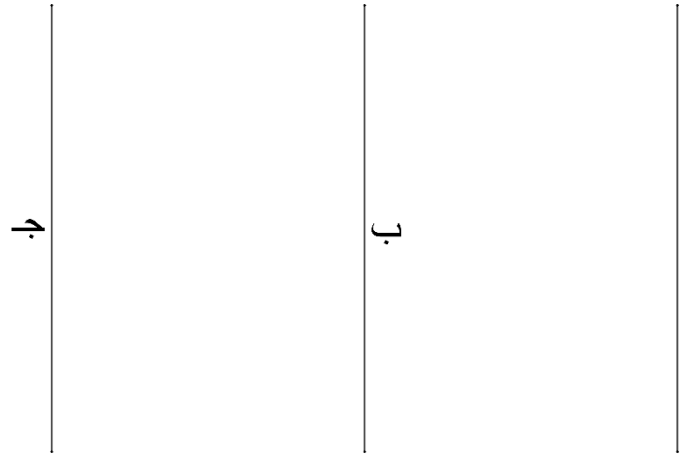
عدد أ يعدّ عدد ب، فأقول: إن في ب جزء سميّ لعدد أ.

ج	ب	أ

فليكن أ واحد عدد ج بقدر ما يعدّ أ، ب فالواحد يعدّ ج بقدر ما يعدّ أ، ب. فإذا بدّلنا كان جزء الواحد من الجزء ج من ب^(هـ) والواحد جزء سميّ لـ أ، فج جزء سميّ ب^(ب) لعدد أ، وذلك ما أردنا بيانه.

لح [الشكل الثامن والثلاثون]

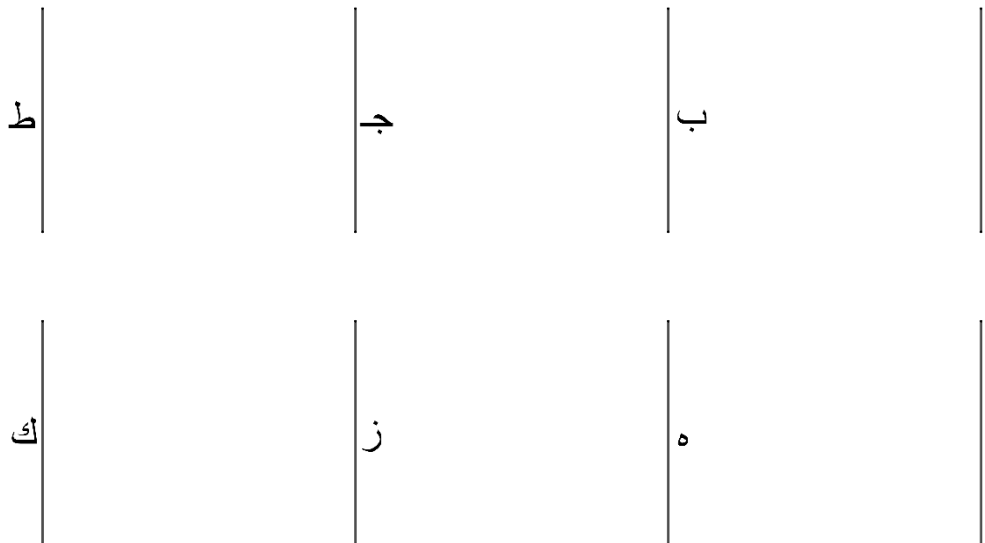
عدد أ جزء من عدد ب، فأقول: إن عددا سميّا لجزء أ يعدّ ب.



فليكن آحاد ج بقدر ما يعدّ أ، ب فجْز أ من ب كجْز الواحد من ج، وجزء الواحد من ج سميّ ل ج، فجْز أ من ب سميّ لعدد ج. فإذا بدلنا كان جزء الواحد من أ كجزء ج من ب ^(٦) فعدد ج سميّ لجزء أ / [٥١ ظ] > من ب وقد عدّت، وذلك ما أردنا بيانه.

لط [الشكل التاسع والثلاثون]

نريد أن نجد < أقلّ عدد له أجزاء أ، ب، ج.



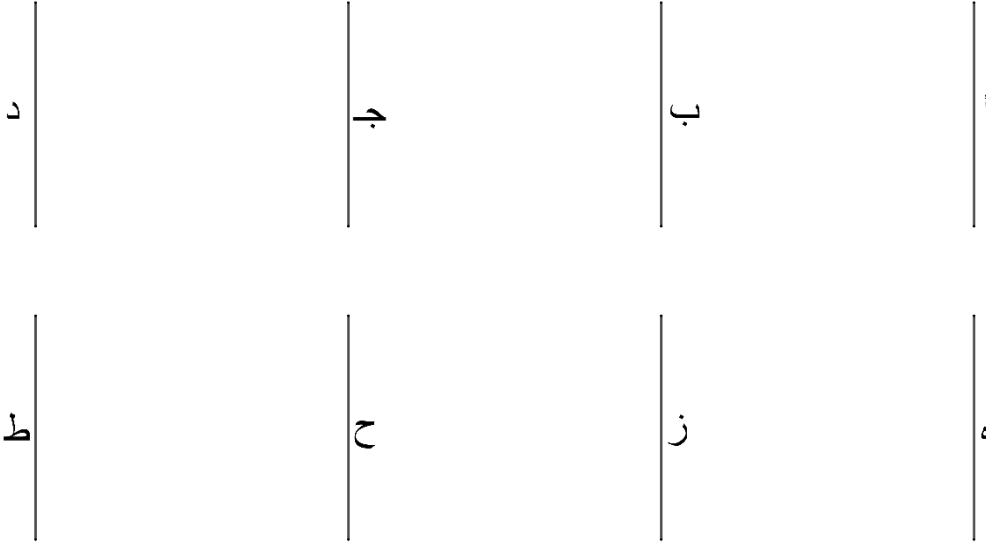
فليكن د، هـ، ز أعداداً سميّة لأجزاء أ، ب، ج وليكن ط أقلّ عدد يعدّه د، هـ، ز. ^(٧) ففي ط أجزاء سميّة لـ د، هـ، ز ^(٨) أعني أجزاء أ، ب، ج فهو أقلّ عدد له هذه الأجزاء، وإلا فليكن هذه الأجزاء لعدد ك الأقلّ من ط، فك يعدّه أعداد سميّة لأجزاء أ، ب، ج ^(٩) وهي د، هـ، ز، وك أقلّ من ط فلا يكون ط أقلّ عدد يعدّه د، هـ، ز، هذا خلف فـ ط أقلّ عدد له هذه الأجزاء، وذلك ما أردنا بيانه.

تمّت المقالة السابعة وهي (لط) شكلاً

المقالة الثامنة

أ [الشكل الأول]

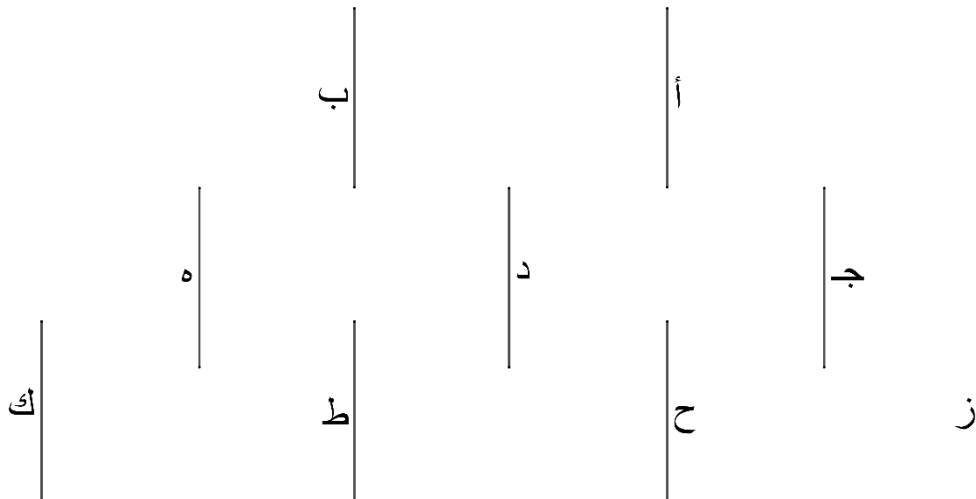
أعداد أ، ب، ج، د متوالية على نسبة وطرفاها متباينان، فأقول: إنها أقلّ الأعداد على نسبتها.



والإفليكن أقلّ الأعداد على هذه النسبة أعداد هـ، ز، ح، ط فنسبة أ إلى د كنسبة هـ إلى ط (يدون) وأ، د أقلّ عددين على نسبتها، (كبون) فـ أ يعدّ هـ (كـون) و د يعدّ ط، (كـون) هذا خلف. فـ أ، ب، ج، د أقلّ الأعداد على نسبتها، وذلك ما أردنا بيانه.

ب [الشكل الثاني]

نريد أن نجد أقلّ أعداد متوالية على نسبة.



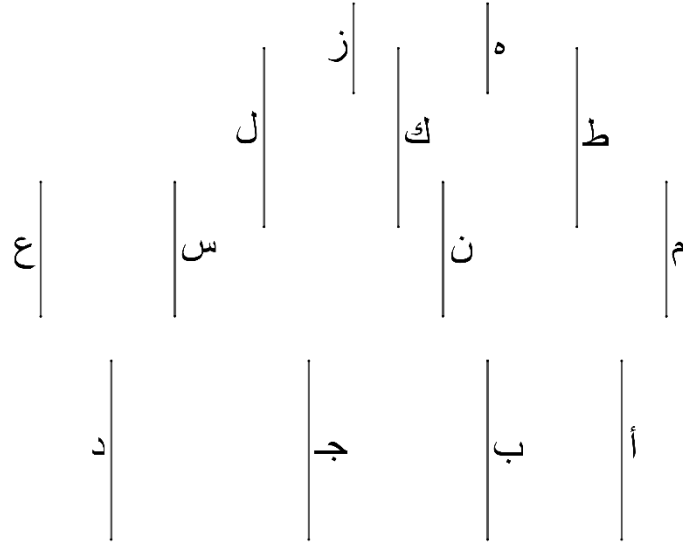
فليكن أ، ب أقلّ عددين على تلك النسبة. ^(جـ) وربما يكون أحد أ، ب واحدا فإذا أردنا ثلاثة أعداد متوالية على نسبة أ إلى ب فنضرب أ في مثله ليصير ج وفي ب ليصير د، ونضرب ب في مثله ليصير هـ. فلأن أ ضرب في مثله وفي ب فصار ج، د، فنسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى د. ^(د) ولأن أ ضرب في ب وب في مثله فصار د، هـ فنسبة أ إلى ب كنسبة د إلى هـ. ^(هـ) فنسبة ج إلى د كنسبة د إلى هـ ف ج، د، هـ ثلاثة أعداد متوالية على نسبة أ، ب، و، أ، ب متباينان ^(كـ) فربّعهما متباينان، ^(كـ) ف ج، د، هـ أقلّ ثلاثة أعداد متوالية على نسبة أ، ب. ^(أ)

وإذا أردنا أن نجد أربعة أعداد متوالية على نسبة أ، ب فنضرب أ في ج ليصير ز وفي د ليصير ح، و ب في د ليصير ط وفي هـ ليصير ك. فلأن أ ضرب في ج، د / [٥٢و] فصار ز، ح، فنسبة ج إلى د كنسبة ز إلى ح. ^(د) ولأن أ، ب ضربا في د، هـ فصار ط، ك، فنسبة د إلى هـ كنسبة ط إلى ك، فنسبة ز إلى ح أعني ح إلى ط ^(هـ) كنسبة ط إلى ك، ^(د) ف ز، ح، ط، ك متوالية على نسبة أ، ب و أ، ب متباينان ^(كـ) فكعباهما متباينان، ^(كـ) ف ز، ح، ط، ك أقلّ أعداد متوالية على نسبة أ، ب. ^(أ)

ومن هذا تبين أنه إذا كان أقلّ ثلاثة أعداد متوالية فإنّ طرفيهما مربّعان لأقلّ عددين على نسبتها والواسطة من ضرب أحد هذين العددين في الآخر. وإذا كان أربعة أعداد متوالية فإنّ طرفيهما مكعبان لأقلّ عددين على نسبتها، وذلك ما أردنا بيانه.

ج [الشكل الثالث]

أعداد أ، ب، ج، د أقلّ أعداد متوالية على نسبة واحدة فطرفاهما أ، د متباينان.



فليكن هـ، ز أقلّ عددين على تلك النسبة. ^(جـ) ونجعل ط، ك، ل أقلّ ثلاثة أعداد متوالية على تلك النسبة، ^(ب) و م، ن، س، ع أقلّ أربعة أعداد متوالية على تلك النسبة. ^(ب) فهي مثل أ، ب، ج، د كلّ لنظيره و م، ع مكعبا هـ، ز ^(ب) و هـ، ز متباينان ^(كـ) فكعباهما متباينان ^(كـ) فأ، د متباينان، وذلك ما أردنا بيانه.

د [الشكل الرابع]

نريد أن نجد أقل أعداد متوالية على نسب مفروضة.

أ	ب	ج	د	هـ	ز
ك	ط	ل	م		
ن	س	ع	ف		
ق	ر	ش	ت		

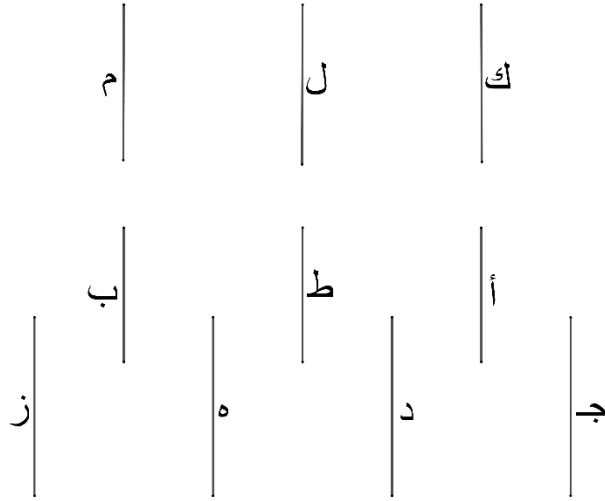
وليكن النسب في أقل الأعداد نسبة أ إلى ب و ج إلى د و هـ إلى ز، وليكن ط أقل عدد يعدّه ب، ج^(د.ز) وليكن أ يعدّ ك بقدر ما يعدّ ب، ط، وعدد د يعدّ ل بقدر ما يعدّ ج، ط. فإن كان هـ يعدّ ل فليكن ز يعدّ م بقدر ما يعدّ هـ، ل فبالتبديل نسبة أ إلى ب كنسبة ك إلى ط،^(ط.ز) ونسبة ج إلى د كنسبة ط إلى ل،^(ط.ز) ونسبة هـ إلى ل كنسبة ل إلى م^(ط.ز) فهي أقل أعداد متوالية على هذه النسب. وإلا فليكن ن، س، ع، ف أقل منها / [٥٢ ظ] ومتوالية على هذه النسب وأ، ب و ج، د و هـ، ز كل اثنين منها متباينان.^(ك.ز) ف ب يعدّ س^(ك.ز) وكذلك ج يعدّ س^(ك.ز) فليس ط أقل عدد يعدّانه ب، ج، هذا خلف. وإن كان هـ لا يعدّ ل فليكن ع أقل عدد يعدّه هـ، ل^(د.ز) وليكن ك يعدّ ن و ط يعدّ س بقدر ما يعدّ ل، ع، و ز يعدّ ف^{٧٧} بقدر ما يعدّ هـ، ع فبالتبديل نسبة ك إلى ط كنسبة ن إلى س^(ط.ز) فنسبة أ إلى ب كنسبة ن إلى س،^{٧٨} ونسبة ط إلى ل كنسبة س إلى ع^(ط.ز) فنسبة ج إلى د كنسبة س إلى ع، ونسبة هـ إلى ز كنسبة ع إلى ف^(ط.ز) فهي أقل الأعداد المتوالية على هذه النسب. وإلا فليكن ق، ر، ش، ت أقل منها ومتوالية على هذه النسب وأ، ب و ج، د و هـ، ز كل اثنين منها متباينان^(ك.ز) ف ب يعدّ ر^(ك.ز) وكذا ج يعدّ ر^(ك.ز) ف ط أيضاً يعدّ ر^(د.ز) وبالتبديل نسبة ط إلى ر كنسبة ل إلى ش^(ب.ز) ف ل يعدّ ش و هـ أيضاً يعدّ ش^(ك.ز) فليس ع أقل عدد يعدّانه هـ، ل، هذا خلف. فهي أقل الأعداد على هذه النسب، وذلك ما أردنا بيانه.

هـ [الشكل الخامس]

عدداً أ، ب مسطحان وضلعاً أ عدداً ج، د وضلعاً ب عدداً هـ، ز، فأقول: إن نسبة أ إلى ب مؤلفة من نسبة ج إلى هـ ومن نسبة د إلى ز.^(د)

^{٧٧} م: ب

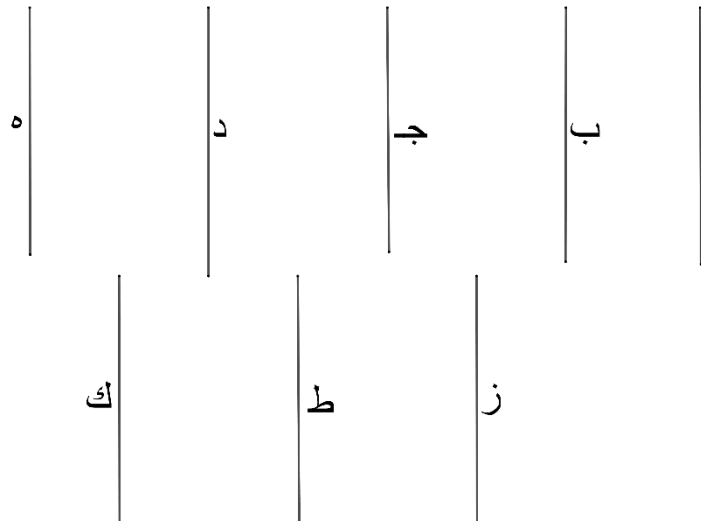
^{٧٨} م - فنسبة أ إلى ب كنسبة ن إلى س



فنضرب د في هـ ليصير ط، ونضع ك، ل، م أقل ثلاثة أعداد متوالية على نسبة جـ إلى هـ ونسبة د إلى ز. فلأن د ضرب في جـ وهـ فصار أ، ط، فنسبة أ إلى ط كنسبة جـ إلى هـ (بـ:ز) أعني ك إلى ل، وهـ ضرب في د وز فصار ط، ب، فنسبة ط إلى ب كنسبة د إلى ز (بـ:د) أعني ل إلى م فأ، ط، ب على نسبي ك، ل، م، فنسبة أ إلى ب كنسبة ك إلى م (بـ:د) وهي مؤلفة من / [٥٣] نسبة ك إلى ل أعني جـ إلى هـ ومن ل إلى م أعني د إلى ز. فنسبة أ إلى ب مؤلفة من نسبة جـ إلى هـ ومن د إلى ز، وذلك ما أردنا بيانه.

و [الشكل السادس]

أ، ب، ج، د، هـ أعداد متوالية على نسبة واحدة وأ الأول لا يعدّ ب الثاني، فأقول: إنه لا يمكن أن يعدّ عددٌ منها عددًا بعده



إما أن ب لا يعدّ جـ وجـ لا يعدّ د ود لا يعدّ هـ؛ فلأنها على نسبة واحدة، وإما أن شيئاً منها لا يعدّ غير تاليه؛ لأن عدداً منها لو عدّ غير تاليه فليكن جـ يعدّ هـ فتأخذ ز، ط، ك أقل أعداد متوالية على نسبة أ إلى ب وعلى

عدّة جـ، د، هـ، (ب) فنسبة ز إلى ك كنسبة جـ إلى هـ (بـز) و جـ يعدّ هـ ف ز يعدّ ك، هذا خلف لكونهما متباينين. (ج) ف جـ لا يعدّ هـ، وذلك ما أردنا بيانه.

ز [الشكل السابع]

أعداد أ، ب، جـ، د متوالية على نسبة واحدة و أ الأول يعدّ عددا منها غير الثاني، فأقول: إنّه يعدّ الثاني أيضاً.

أ	ب	جـ	د

لأنّه إن لم يعدّ الثاني فليس الأول ولا غيره من تلك الأعداد يعدّ عدداً بعده، (د) هذا خلف. ف أ يعدّ الثاني، وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن]

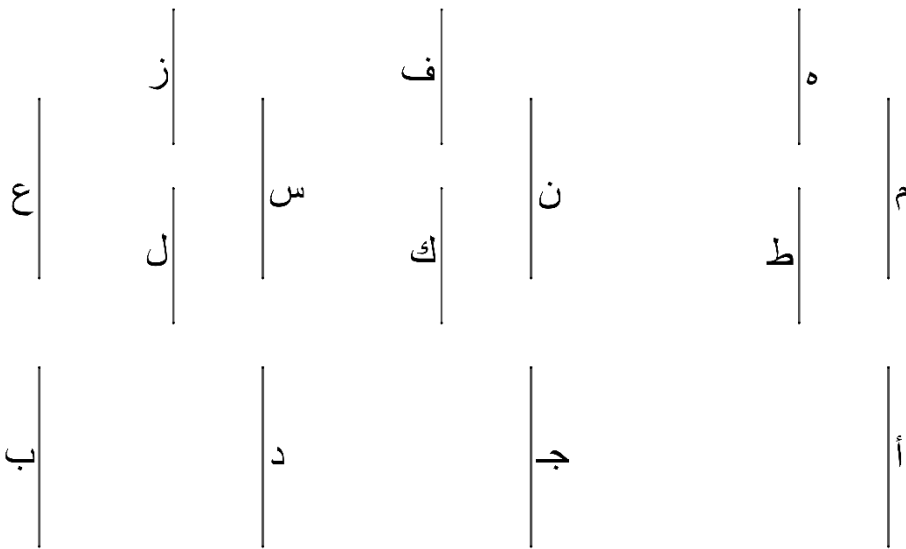
نسبة عدد أ إلى عدد ب كنسبة عدد هـ إلى ز و وقعت بين أ، ب أعداد كم كانت وتوالت كلّها متناسبة كعددي جـ، د، فأقول: إنّه يقع بين هـ، ز أعداد بعدّة الأعداد الواقعة فيما بين أ، ب يتوالى كلّها متناسبة.

هـ	ن	س	د
ط	ك	ل	م
أ	جـ	د	ب

فنأخذ ط، ك، ل، م أقلّ أعداد متوالية على نسبة أ إلى ج ^(ب) ف ط، م متباينان ^(ج) فهما أقلّ عددين على نسبتتهما. ^(كـبـن) ونسبة ط إلى م كنسبة أ إلى ب ^(بـنـج) أعني هـ إلى ز ف ط يعدّ هـ و م يعدّ ز بعدّة واحدة، ^(كـز) فليعدّ ك، ن و ل، س بتلك العدّة. فبالتبديل نسبة ط إلى ك كنسبة هـ إلى ن، ^(طـن) ونسبة ك إلى ل كنسبة ن إلى س، ^(طـن) ونسبة ل إلى م كنسبة س / [٥٣ظ] > إلى ز ^(طـن) وهذه النسب متساوية فـ هـ، ن، س، ز متوالية على نسبة أ إلى ج، وذلك ما أردنا بيانه.

ط [الشكل التاسع]

عدداً أ، ب متباينان وقد وقع بينهما أعداد كم كانت كعددي ج، د وتوالت كلّها على نسبة واحدة، فأقول: إنّ عدّة ما تقع بين الواحد وكلّ واحد من أ، ب من الأعداد لتتوالى متناسبةً مثل عدّة ما وقع بين أ، ب.

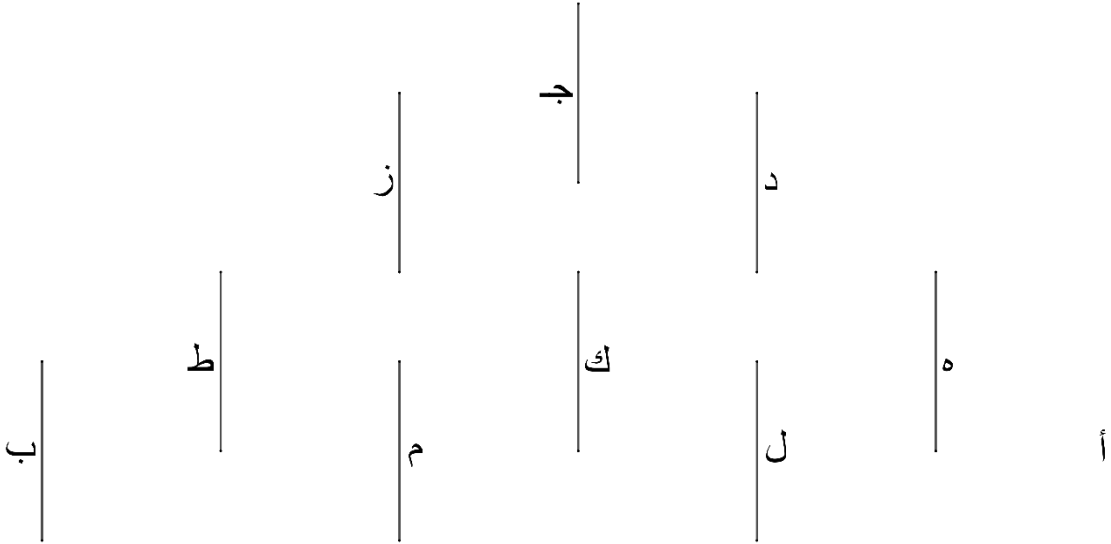


فنأخذ هـ، ز أقلّ عددين على نسبة أ إلى ج، ^(بـنـج) وأعداد ط، ك، ل أقلّ ثلاثة أعداد متوالية على تلك النسبة ^(ب) وهكذا إلى أن يصير عدد الأعداد المأخوذة كعدد أ، ج، د، ب فليكن تلك الأعداد م، ن، س، ع. فلأنّ أ، ب متباينان فـ أ، ب، ج، د أقلّ أربعة أعداد على نسبتها، و م، ن، س، ع أيضاً أقلّ أربعة أعداد على هذه النسبة فهي مثل أ، ب، ج، د كلّ واحد لنظيره. فنجعل الواحد ف فـ ط مربع عدد هـ ^(ب) و م مكعبه ^(ب) فـ هـ يعدّ ط بقدر آحاد هـ و ف يعدّ هـ أيضاً بقدر آحاد هـ فنسبة ف إلى هـ كنسبة هـ إلى ط، فـ ط يعدّ م أيضاً بآحاد هـ، فنسبة الواحد إلى هـ ونسبة هـ إلى ط و ط إلى م نسبة واحدة. فإذا وضعنا ف الواحد في مرتبة كان عددي هـ، ز في المرتبة الثانية، وثلاثة أعداد ط، ك، ل في المرتبة الثالثة، وأربعة أعداد م، ن، س، ع في المرتبة الرابعة، فعّد كلّ أعداد واقعة في مرتبة مثل عدّة مرتبتها. فإذا عدّة ف، هـ، ط، م مثل عدّة م، ن، س، ع أعني أ، ب، ج، د، وذلك ما أردنا بيانه.

[٥٤و]

ي [الشكل العاشر]

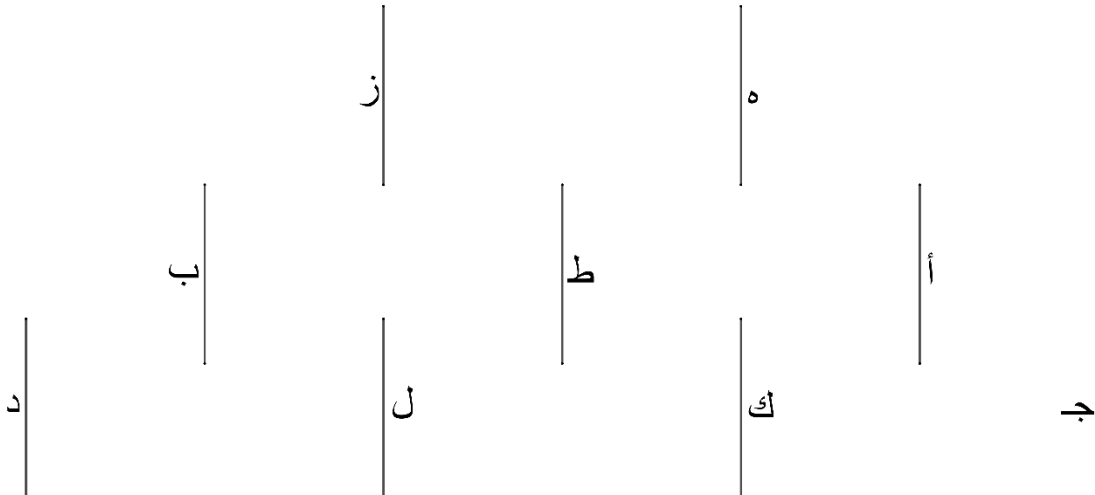
أ، ب عددان >وقع بين جـ الواحد وبين أ أعداد كم كانت كعددي د، هـ > وتوالت كلها متناسبة وكذلك بين جـ وب على تلك العدة كعددي ز، ط، فأقول: إنَّ عدة ما تقع بين أ وب من الأعداد لتتوالى كلها متناسبة مثل ما وقع بين جـ الواحد وبين أ وب.



فلأن د يعدّ هـ بأحاد د فهـ مربع د، ولأنّ هـ يعدّ أ بأحاد د فأـ مكعب د، وهكذا ط مربع ز وب مكعبه. فنضرب د في ز فيصير ك، و د في ك فيصير ل، و ز في ك فيصير م. وتبين كما بينّا في الشكل الثاني من هذه المقالة إنّ هـ، ك، ط وأ، ل، م، ب متوالية على نسبة د إلى ز، وعدة ما وقع بين أ، ب مثل ما وقع بين جـ الواحد، وذلك ما أردنا بيانه.

يا [الشكل الحادي عشر]

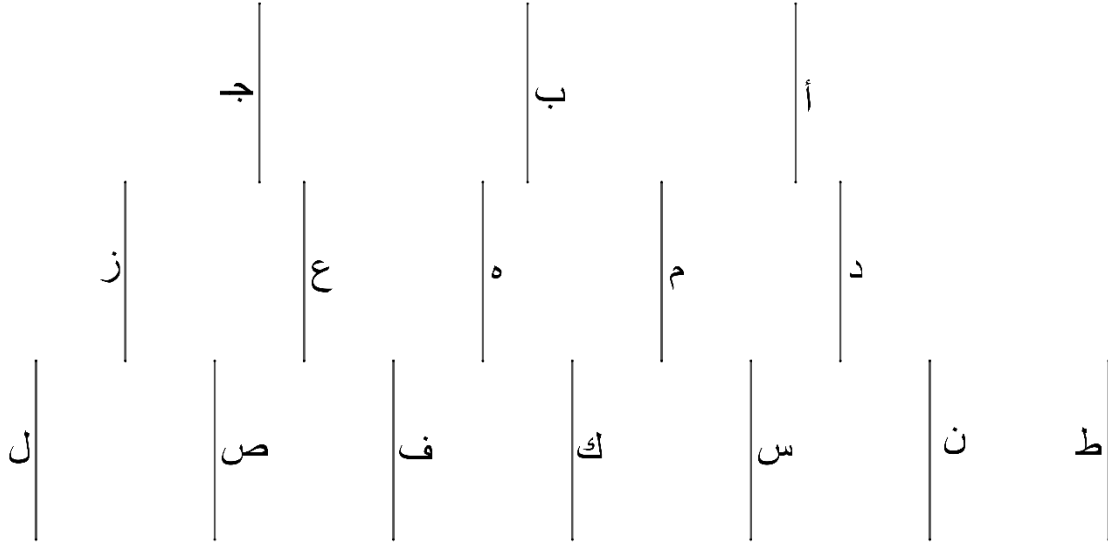
عددا هـ، ز ضلعا مربعي أ، ب ومكعبي جـ، د، فأقول: إنّ نسبة أ إلى ب كنسبة هـ إلى ز مثناة بالتكرير ونسبة جـ إلى د كنسبة هـ إلى ز مثلثة بالتكرير.



فليكن ط من ضرب ه في ز، وك من ضرب ه في ط، ول من ضرب ز في ط فأ، ط، ب متوالية على نسبة ه، ز، وكذلك ج، ك، ل، د الأربعة متوالية على نسبة ه، ز لما بيننا في الثاني من هذه المقالة. فنسبة أ إلى ب كنسبة أ إلى ط أعني ه إلى ز مثناة بالتكرير، ونسبة ج إلى د كنسبة ج إلى ك مثثة بالتكرير أعني ه إلى ز مثثة بالتكرير، وذلك ما أردنا بيانه.

يب [الشكل الثاني عشر]

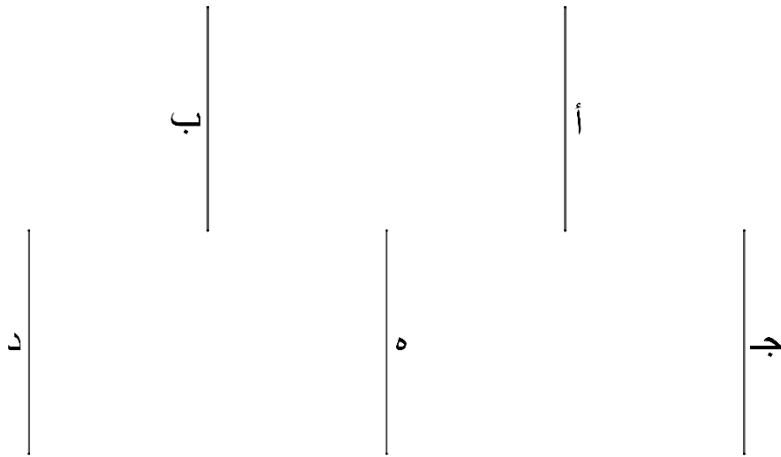
أعداد أ، ب، ج متناسبة، فأقول: إنَّ مربعاتها وهي د، ه، ز ومكعباتها وهي ط، ك، ل متناسبة.



فليكن ضرب أ في ب، م؛ وفي م، ن؛ وفي ه، س. وليكن ضرب ج في ب، ع؛ وفي ع، ص؛ وفي ه، ف. فد، م، ه متوالية على نسبة أ إلى ب، وه، ع، ز أيضاً متوالية على نسبة ب إلى ج. وكذلك ط، ن، س، ك متوالية على نسبة أ إلى ب، وك، ف، ص، ل متوالية على نسبة ب إلى ج أعني أ إلى ب لما مرَّ في الثاني من هذه المقالة. فبالمساواة نسبة د إلى ه كنسبة ه إلى ز، (بدون) وكذلك نسبة ط إلى ك كنسبة ك إلى ل، (بدون) وذلك ما أردنا بيانه.

يج [الشكل الثالث عشر]

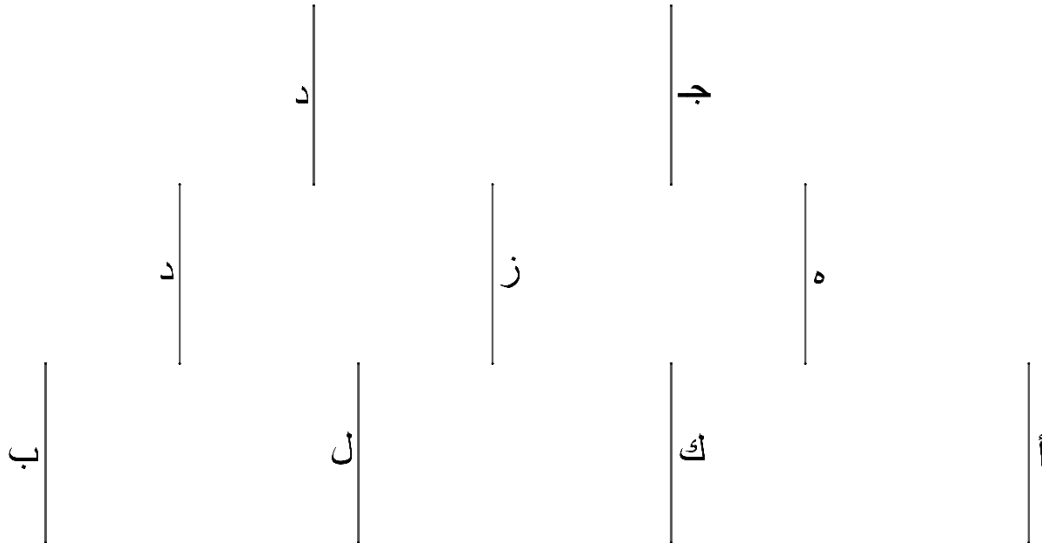
عدداً أ، ب ضلعا مربعي ج، د وأ يعدُّ ب، فأقول: إنَّ ج يعدُّ د وبالعكس.



فنضرب أ في ب فيصير ه ف ج، ه، د متناسبة على نسبة أ إلى ب لما مرّ، و أ يعدّ ب ف ج يعدّ ه، و ه يعدّ د ف ج يعدّ د. وأمّا العكس فلأنّ ج يعدّ د فيعدّ ه ^(٦) ف أ يعدّ ب، وذلك ما أردنا بيانه.

يد [الشكل الرابع عشر]

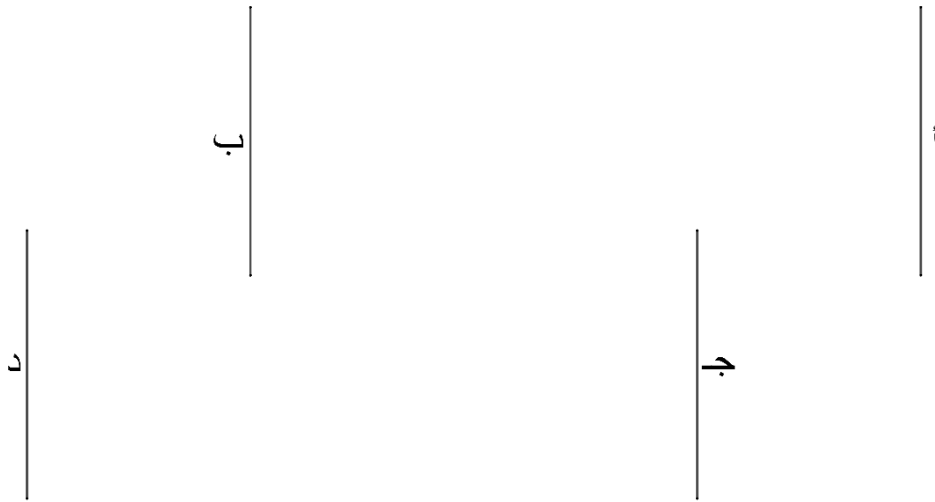
أ، ب مكعبان، ضلعاهما ج، د و أ يعدّ ب، فأقول: إنّ ج يعدّ د وبالعكس.



فليكن ه، ز مربّع ج، د وليكن ج في د، ط؛ وفي ط، ك؛ و د في ط، ل ف ه، ط، ز متوالية على نسبة ج إلى د ف أ يعدّ ك ^(٦) ف ج يعدّ د. وأمّا العكس فلأنّ أ يعدّ ك و ك يعدّ ل و ل يعدّ ب ف أ يعدّ ب، وذلك ما أردنا بيانه.

يه [الشكل الخامس عشر]

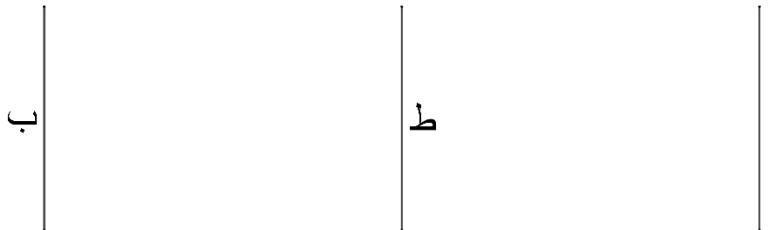
أ، ب مربّعان أو مكعبان وضلعاهما ج، د و أ لا يعدّ ب، فأقول: إنّ ج لا يعدّ د وبالعكس.



لأنَّ جَ لو عدَّ دَ لعدَّ أ، بَ، (بحـ أويـ) هذا خلف. وعكسه بعكس ما ذكرنا، وذلك ما أردنا بيانه.

يو [الشكل السادس عشر]

أ، بَ مسطّحان متشابهان، فأقول: إنّه يقع بينهما عدد [٥٥و] ويصير الثلاثة >متناسبة على نسبة الضلع إلى الضلع النظير له وتكون نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة الضلع إلى الضلع النظير له في النسبة مثناة بالتكرير.



فليكن جَ، دَ ضلعي أ، وهَ، زَ ضلعي بَ، وجَ نظير هَ، ودَ نظير زَ. ونضرب دَ في هَ ليصير طَ فنسبة أ إلى طَ كنسبة جَ إلى هَ (بـ ز) ونسبة طَ إلى بَ كنسبة دَ إلى زَ (بـ ز) فأ، طَ، بَ متناسبة على نسبة الضلع إلى الضلع النظير، ونسبة أ إلى بَ كنسبة أ إلى طَ مثناة بالتكرير. فنسبة أ إلى بَ كنسبة جَ إلى هَ ودَ إلى زَ مثناة بالتكرير، وذلك ما أردنا بيانه.

يز [الشكل السابع عشر]

ثلاثة أعداد أ، بَ، جَ متناسبة، فأقول: إنّ أ، جَ مسطّحان متشابهان.

ج	ب	أ
ط	هـ	د
ز		

فليكن د، هـ أقلّ عددين على نسبة أ إلى ب^(١٠) فهما يعدّان أ، ب بعدّة واحدة^(١١) ويعدّان ب، ج بعدّة واحدة^(١٢) فليعدّ د عدد أ وهـ عدد ب بآحاد ز، وليعدّ د عدد ب وهـ عدد ج بآحاد ط فز، د ضلعا أ وهـ، ط ضلعا جـ. وضرب ز في هـ عدد ب^(١٣) وضرب د في ط أيضًا عدد ب فنسبة ز إلى د كنسبة هـ إلى ط^(١٤) فنسبة ز إلى هـ كنسبة د إلى ط^(١٥) وذلك ما أردنا بيانه.

مح [الشكل الثامن عشر]

عدداً أ، ب مجسّمان متشابهان، فأقول: إنه يقع بينهما عددان تتوالى الأربعة متناسبة على نسبة الضلع إلى الضلع النظير ونسبة أ إلى ب كنسبة ضلع أ إلى نظيره من أضلاع ب مثثلة بالتكرير.

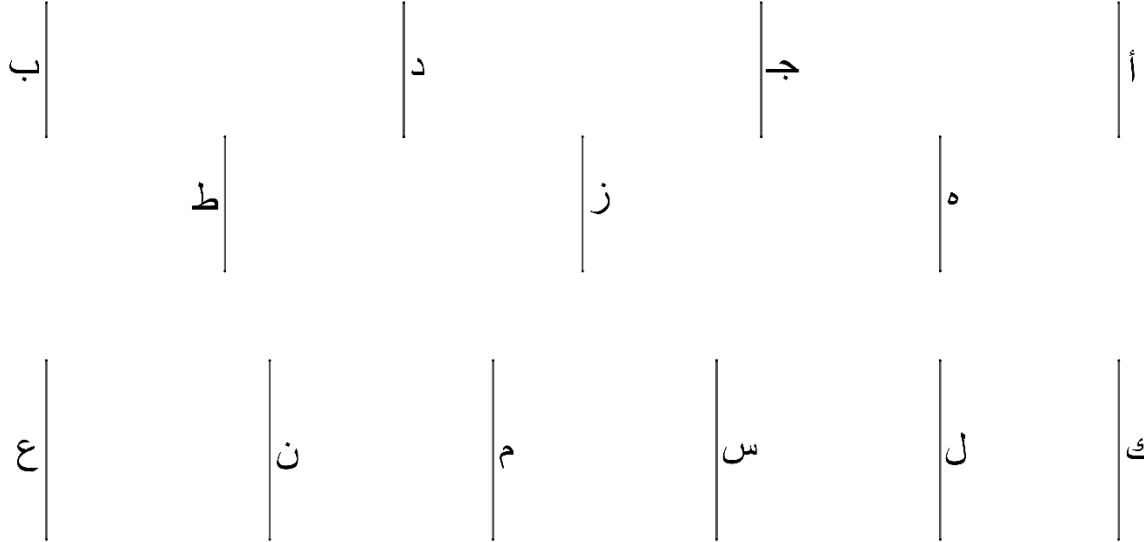
أ	س	ع	ب
ل	ن	م	
جـ	د	هـ	ز
ك			

فليكن جـ، د، هـ أضلاع أ، و ز، ط، ك أضلاع ب، ونضرب جـ في د فيصير ل، و ز في ط فيصير م فل، م مسطحان متشابهان. فيقع بينهما عدد وتصير الثلاثة متناسبة على نسبة الضلع إلى الضلع النظير.^(١٦) فليكن ذلك العدد ن، ونضرب هـ في ن فيصير س، وك في ن فيصير ع فنسبة س إلى ع كنسبة هـ إلى ك.^(١٧) ول، م إذا ضربا في هـ، ك صارا أ، ب، وهـ في ل هو أ^(١٨)، وك في م هو ب^(١٩) فنسبة أ إلى س كنسبة هـ/ [هـ ط] > ل

إلى ن ^(بـ) أعني الضلع إلى الضلع النظير، ونسبة ع إلى ب كنسبة ن إلى م ^(بـ) أعني الضلع إلى الضلع النظير ف
أ، س، ع، ب متوالية على نسبة ج إلى ز و د إلى ط و ه إلى ك، ونسبة أ إلى ب كنسبة أ إلى س مثثة
بالتكرير فنسبة أ إلى ب كنسبة الضلع إلى الضلع النظير مثثة بالتكرير، وذلك ما أردنا بيانه.

يط [الشكل التاسع عشر]

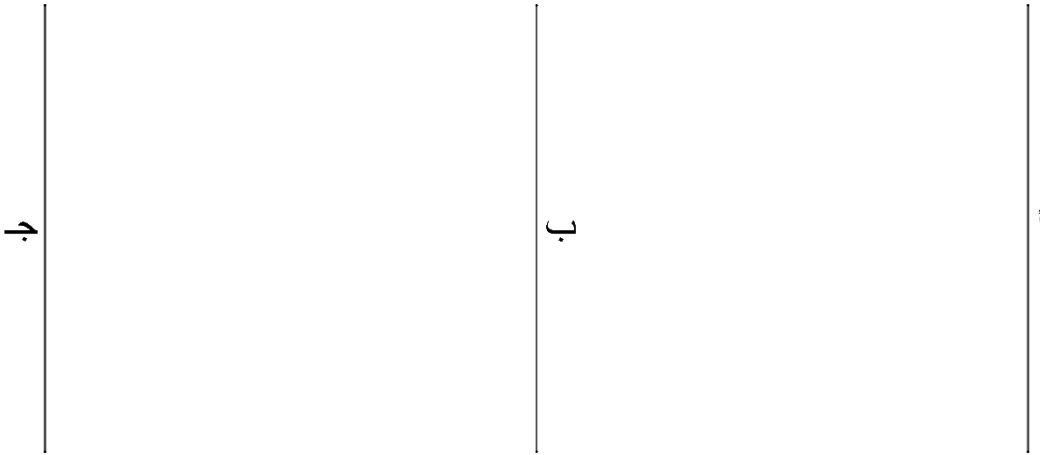
عدداً أ، ب وقع بينهما عدداً ج، د وتوالت الأربعة متناسبة، فأقول: إنَّ أ، ب مجسمان متشابهان.



فليكن هـ، ز، ط ثلاثة أعداد متناسبة على نسبة أ إلى ج ^(بـ) فـ هـ، ط مسطحان متشابهان. ^(بـ) فليكن ك، ل
ضلعي هـ، وم، ن ضلعي ط ونسبة هـ إلى ز و ز إلى ط كنسبة ك إلى م و ل إلى ن. فبالمساواة نسبة هـ إلى ط
كنسبة أ إلى د ^(بـ) وكنسبة ج إلى ب ^(بـ) وهـ، ط متباينان ^(أ) فهما أقل عددين على نسبتتهما. ^(بـ) فـ هـ يعدّ أ
و ط يعدّ د بالسوية ^(كـ) فليعدّ هـ عدد أ و ط عدد د بعدّة آحاد س. وكذلك هـ يعدّ ج و ط يعدّ ب بالسوية ^(كـ)
وليعدّ هـ عدد ج و ط عدد ب بعدّة آحاد ع، فأجسم وأضلاعه ك، ل، س، و ب مجسم وأضلاعه م، ن،
ع. وضرب ط في س هو د، وفي ع هو ب. فنسبة س إلى ع كنسبة د إلى ب ^(بـ) أعني نسبة هـ إلى ز. ونسبة
هـ إلى ز مثثة كنسبة هـ إلى ط أعني ك إلى م مثثة ^(بـ) ول إلى ن مثثة ^(بـ) فنسبة هـ إلى ز كنسبة ك إلى م و ل
إلى ن. فنسبة س إلى ع كنسبة ك إلى م وكنسبة ل إلى ن، وذلك ما أردنا بيانه.

ك [الشكل العشرون]

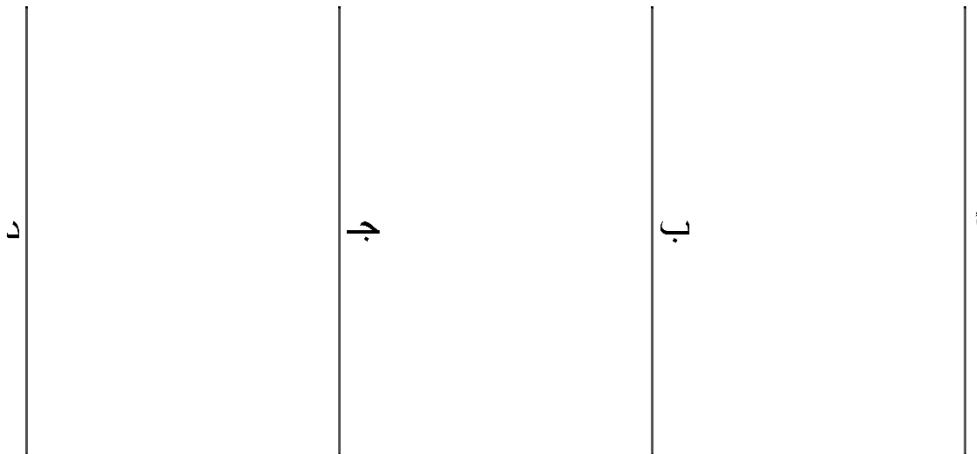
ثلاثة أعداد أ، ب، ج متناسبة و أ مربع، فأقول: إنَّ ج مربع.



لأنَّ أ، جَ مسطَّحان متشابهان^(٦) وأِ مربَّع فِ جَ مربَّع، وذلك ما أردنا بيانه.

كا [الشكل الحادي والعشرون]

أربعة أعداد >أ، ب، ج، د متوالية على نسبة وأِ مكعَّب، فأقول: إنَّ < د مكعَّب.



لأنَّ أ، د مجسَّمان متشابهان^(٧) وأِ مكعَّب فِ دِ مكعَّب، وذلك ما أردنا بيانه.

كب [الشكل الثاني والعشرون]

نسبة أِ إلى ب كنسبة مربَّع جِ إلى مربَّع دِ وأِ مربَّع، فأقول: إنَّ بِ مربَّع.

أ	ب	ج	د

لأنّه يقع بين جـ، د عدد وتصير الثلاثة متناسبة. (ب) فيقع أيضاً بين أ، ب عدد وتصير الثلاثة متناسبة (ج) و أ مربع فـ ب مربع، (ك) وذلك ما أردنا بيانه.

كـ [الشكل الثالث والعشرون]

نسبة أ إلى ب كنسبة مكعب جـ إلى مكعب دـ وأ مكعب، فأقول: إنّ ب مكعب.

أ	ب	ج	د

لأنّه يقع بين جـ، د عددان وثنو إلى الأربعة متناسبة. (ب) فيقع أيضاً بين أ، ب عددان وثنو إلى الأربعة متناسبة (ج) و أ مكعب فـ ب مكعب، (ك) وذلك ما أردنا بيانه.

كد [الشكل الرابع والعشرون]

نسبة عدد أ إلى عدد ب كنسبة جـ المربع إلى عدد د المربع، فأقول: إنّ عددي أ، ب مسطحان متشابهان.

أ	ب	ج	د

لأنّه يقع بين ج، د عدد وتتوالى الثلاثة متناسبة. (٢) فيقع بين أ، ب أيضاً عدد وتتوالى الثلاثة متناسبة (ح) فـ أ، ب مسطّحان متشابهان، (٣) وذلك ما أردنا بيانه.

كه [الشكل الخامس والعشرون]

نسبة عدد أ إلى عدد ب كنسبة عدد جـ المكعّب إلى عدد د المكعّب، فأقول: إنّ عددي أ، ب مجسّمان متشابهان.

أ	ب	ج	د

لأنّه يقع بين ج، د عددان وتتوالى الأربعة متناسبة. (٤) فيقع أيضاً بين عددي أ، ب عددان وتتوالى الأربعة متناسبة (ح) فـ أ، ب مجسّمان متشابهان، (٥) وذلك ما أردنا بيانه.

كو [الشكل السادس والعشرون]

عدداً أ، ب مسطّحان متشابهان، فأقول: إنّ نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة مربع إلى مربع.

أ	ج	ب
د	هـ	ز

لأنّه يقع بينهما عدد وليكن جـ وتوالى / [٥٦ ظ] > الثلاثة متناسبة. (ب) ونأخذ أقلّ ثلاثة أعداد دـ، هـ، ز متوالية > على نسبة أ إلى جـ (ب) فنسبة د إلى ز كنسبة أ إلى ب (بدن) و دـ، ز مربعان. (ب) فنسبة أ إلى ب كنسبة مربع إلى مربع، وذلك ما أردنا بيانه.

كر [الشكل السابع والعشرون]

عددا أ، ب مجسمان متشابهان، فأقول: إنهما على نسبة مكعبين.

أ	ج	د	ب
هـ	ز	ط	ك

لأنّه يقع بينهما عددان وليكونا جـ، د وتوالى الأربعة متناسبة. (ب) ونأخذ هـ، ز، ط، ك أقلّ أربعة أعداد متوالية > على نسبة أ إلى جـ (ب) فنسبة أ إلى ب كنسبة هـ إلى ك (بدن) وهـ، ك مكعبان. (ب) فنسبة أ إلى ب كنسبة مكعب إلى مكعب، وذلك ما أردنا بيانه.

تمّت المقالة الثامنة وهي (كر) شكلاً

المقالة التاسعة

أ [الشكل الأول]

عدداً أ، ب مسطحان متشابهان وقد ضرب أحدهما في الآخر فصار ج، فأقول: إن ج مربع.



فليكن د مربع أ، فنسبة أ إلى ب كنسبة د إلى ج. (بذ) ولأنه يقع بين أ، ب عدد وتصير الثلاثة متناسبة. (بج) فلكذلك يقع بين د، ج عدد وتصير الثلاثة متناسبة (ج) و د مربع ف ج مربع، (كج) وذلك ما أردنا بيانه.

ب [الشكل الثاني]

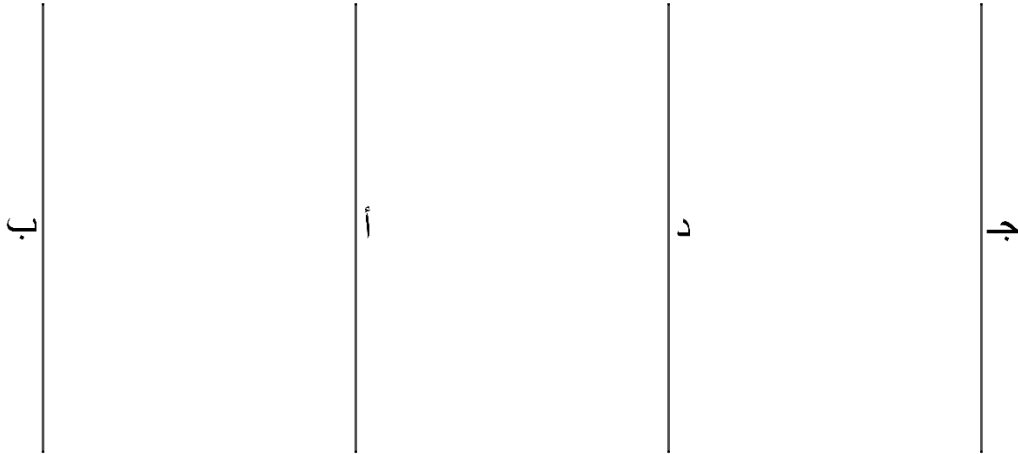
سطح أ في ب هو ج المربع، فأقول: إن أ، ب مسطحان متشابهان.



فليكن د مربع أ، فنسبة أ إلى ب كنسبة د إلى ج. (بذ) و د، ج مسطحان متشابهان، فيقع بين د، ج عدد وتصير الثلاثة متناسبة. (بج) فلكذلك يقع بين أ، ب عدد وتصير الثلاثة متناسبة (ج) ف أ، ب مسطحان متشابهان، (بج) وذلك ما أردنا بيانه.

جـ [الشكل الثالث]

أ مكعب ومربعه ب، فأقول: إن ب مكعب.



فليكن ضلع أ عدد ج، ومربع ج عدد د. فنسبة الواحد إلى جـ / [٥٧و] كنسبة جـ إلى د > وكنسبة د إلى أ فنسبة جـ إلى د كنسبة د إلى أ، فالواحد مع جـ، د، أ توات على النسبة. ولأن نسبة الواحد إلى أ كنسبة أ إلى ب لكن وقع بين الواحد وأ عددان وهما جـ، د وتوات متناسبة، فيقع بين أ، ب عددان وتوات الأربعة متناسبة (ج) وأ مكعب فـ ب مكعب (كج) وذلك ما أردنا بيانه.

د [الشكل الرابع]

عددا أ، ب مكعبان وضرب أحدهما في الآخر فصار جـ، فأقول: إن جـ مكعب.



فنضرب أ في مثله ليصير د فـ د مكعب (ج) ونسبة أ إلى ب كنسبة د إلى جـ (بذ) فـ جـ مكعب، (كج) وذلك ما أردنا بيانه.

هـ [الشكل الخامس]

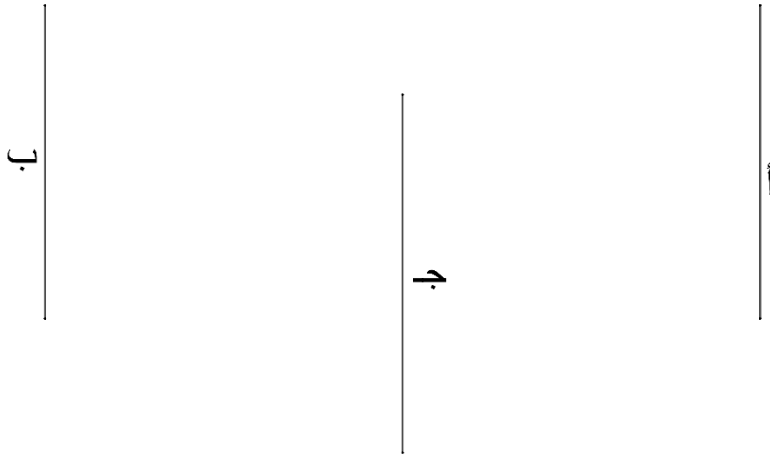
عدد أ مكعب، وضرب في ب فصار ج المكعب، فأقول: إن ب مكعب.



فليكن د مربع أ ف د مكعب (ج) ونسبة أ إلى ب كنسبة د إلى ج المكعبين (بذ) ف ب مكعب، (كبح) وذلك ما أردنا بيانه.

و [الشكل السادس]

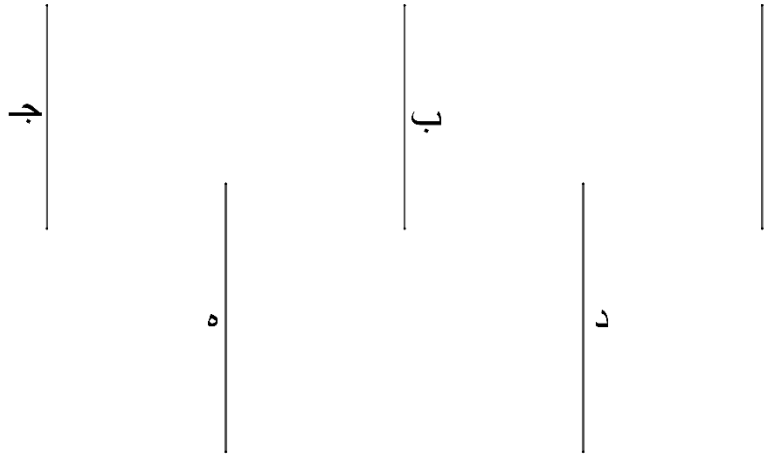
عدد أ ضرب في مثله فصار ب المكعب فأقول: إن أ مكعب.



فنضرب ب في أ فيصير ج ف ج مكعب ف أ مكعب، وذلك ما أردنا بيانه.

ز [الشكل السابع]

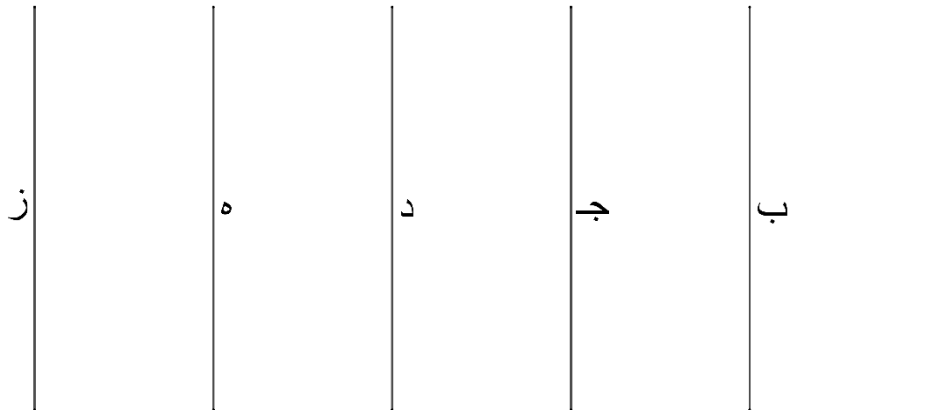
عدد أ مركب وضرب في عدد ب فصار ج، فأقول: إن ج مجسم.



لأنّ عدداً يعدّ أ وليكن د يعدّ أ بآحاد هـ فضرِب د في هـ، أ؛ وأ في ب هو جـ ف جـ مجسّم وأضلاعه هـ، د، ب، وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن]

أعداد أ، ب، جـ، د، هـ، ز متوالية من الواحد على نسبة، فأقول: إنّ الثالث من الواحد مربع ثمّ ما بعد كلّ واحد مربع، والرابع من الواحد مكعب ثمّ ما بعد كلّ اثنين مكعب، والسابع من الواحد مربع ومكعب ثمّ ما بعد كلّ خمسة مربع ومكعب.

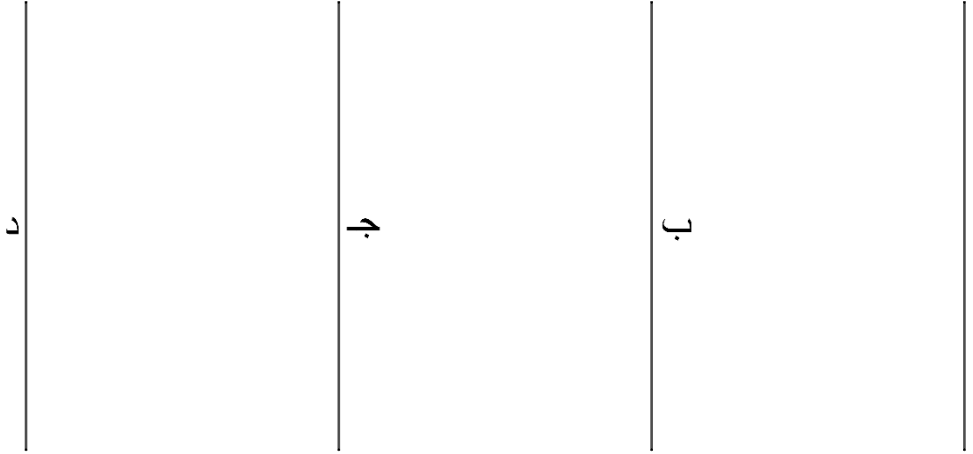


وذلك لأنّ نسبة الواحد إلى أ كنسبة أ إلى ب فـأ يعدّ ب بقدر ما يعدّ الواحد أ والواحد يعدّ أ بقدر آحاده، فـأ يعدّ ب بقدر آحاد نفسه فـب مربع وهو الثالث / [٥٧ظ] > من الواحد فـد مربع، (كـج) وكذلك تبين أنّ ز مربع. ولأنّ نسبة الواحد < إلى أ كنسبة ب إلى جـ فـب الذي هو مربع أ يعدّ جـ بقدر آحاد ضلعه أي أ، فـجـ مكعب وضلعه أ و جـ، ز هو الرابع من الواحد فـز مكعب، وقد بان أنّ ز أيضاً مربع. وعلى هذا المثال

تبيّن أنّ ما بعد كلّ واحد مربّع وما بعد⁷⁹ كلّ اثنين مكعّب ويلزم أن يكون ما بعد كلّ خمسة من السابع مربّع ومكعّب، وذلك ما أردنا بيانه.

ط [الشكل التاسع]

أعداد أ، ب، ج، د من الواحد متوالية على نسبة واحدة والذي يلي⁸⁰ الواحد أعني أ مربّع، فأقول: إنّ كلّها مربّعات، وإن كان أ مكعّباً فكّلها مكعّبات.



فليكن أ مربّعاً و ب مربّع (ح) ف ج مربّع (كـح) ف د مربّع (ح) وليكن أ مكعّباً و ب مكعّب (جـ) ف جـ مكعّب (ح) ف د مكعّب، (كـج) وذلك ما أردنا بيانه.

ي [الشكل العاشر]

أعداد أ، ب، ج، د، هـ، ز متوالية من الواحد على نسبة، والذي يلي الواحد أعني أ غير مربّع، فأقول: إنّّه ليس عدد منها مربّعاً إلا الثالث من الواحد ثمّ ما بعد كلّ واحد، وإن كان أ غير مكعّب فليس عدد منها مكعّباً إلا الرابع من الواحد ثمّ ما بعد كلّ اثنين.

⁷⁹ م - كلّ واحد مربّع وما بعد

⁸⁰ م - يلي

أ	ب	ج	د	هـ	ز

فليكن أ غير مربع فإن كان جـ مربعاً كان أ مربعاً، (كـح) هذا خلف. وكذلك إن كان هـ مربعاً كان جـ مربعاً. (كـح) وليكن أ غير مكعب فإن كان بـ مكعباً كان أ مكعباً، (د) هذا خلف ولو كان د مكعباً كان أ مكعباً، (كـح) وإن كان هـ مكعباً و جـ مكعب (ح) ونسبة أ إلى جـ كنسبة جـ إلى هـ (يدـز) فـ أ مكعب، (كـح) هذا خلف. فليس عدد منها مربعاً ولا مكعباً إلا ما ذكرناه، وذلك ما أردنا بيانه.

يا [الشكل الحادي عشر]

أعداد أ، ب، جـ، د متوالية على نسبة من الواحد، فأقول: إنَّ كلَّ عدد أوَّل يعدُّ عدداً منها فإنه يعدُّ الذي يلي الواحد وهو أ.

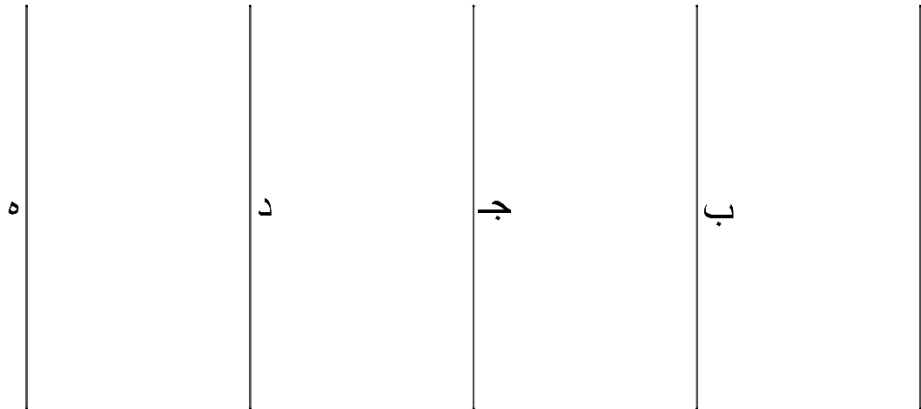
أ	ب	جـ	د
ط	ح	ز	هـ

فليكن هـ عدداً أوَّلاً يعدُّ د بقدر آحاد ز فـ هـ يعدُّ أ وإلا [٥٨و] فهما متباينان (لاـز) فـ هـ في ز عدد د. ولأنَّ الواحد يعدُّ أ بقدر ما يعدُّ جـ عدد د > فـ جـ في أ أيضاً عدد د. فنسبة هـ إلى أ كنسبة جـ إلى ز (بطـز) و هـ، أ أقلَّ عددين على نسبتتهما، (كـبـز) فـ هـ يعدُّ جـ (كـز) فليعدَّه بآحاد ح فـ هـ في ح عدد جـ، و ب في أ أيضاً عدد جـ لما مرَّ. فنسبة هـ إلى أ كنسبة ب إلى ح (بطـز) و هـ، أ أقلَّ عددين على نسبتتهما، (كـبـز) فـ هـ يعدُّ ب (كـز) فليعدَّه بآحاد

ط ف ه في ط عدد ب، و أ في مثله أيضاً عدد ب لما مرّ. فنسبة ه إلى أ كنسبة أ إلى ط (بطون) وه، أ أقلّ عددين على نسبتهم، (كبون) ف ه يعدّ أ (كبن) وقد كان ه لا يعدّ أ، هذا خلف، ف ه يعدّ أ، وذلك ما أردنا بيانه.

يب [الشكل الثاني عشر]

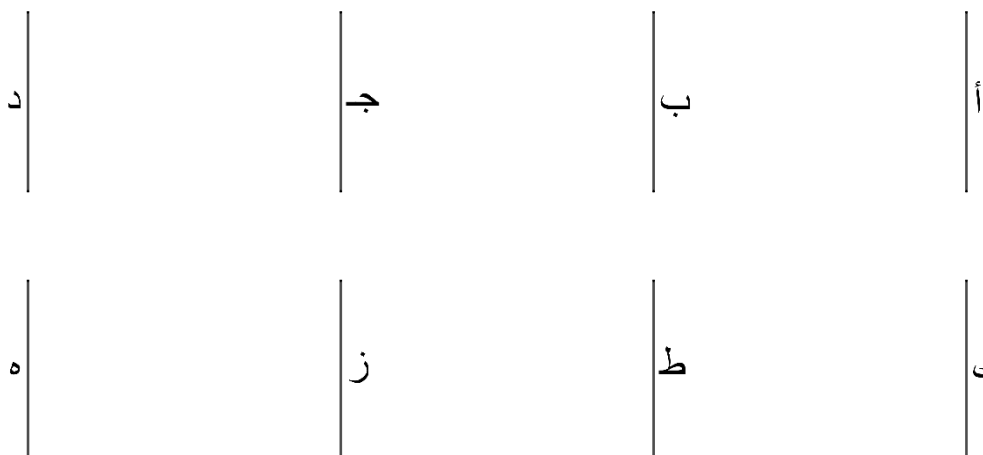
أعداد أ، ب، ج، د، ه متوالية من الواحد على نسبة، فأقول: إنّ القليل منها يعدّ الكثير بأحد عدد منها.



فليعدّ ج عدد ه فالمساواة نسبة الواحد إلى ب كنسبة ج إلى ه، (يدون) ف ج يعدّ ه بقدر ما يعدّ الواحد ب، وذلك ما أردنا بيانه.

يج [الشكل الثالث عشر]

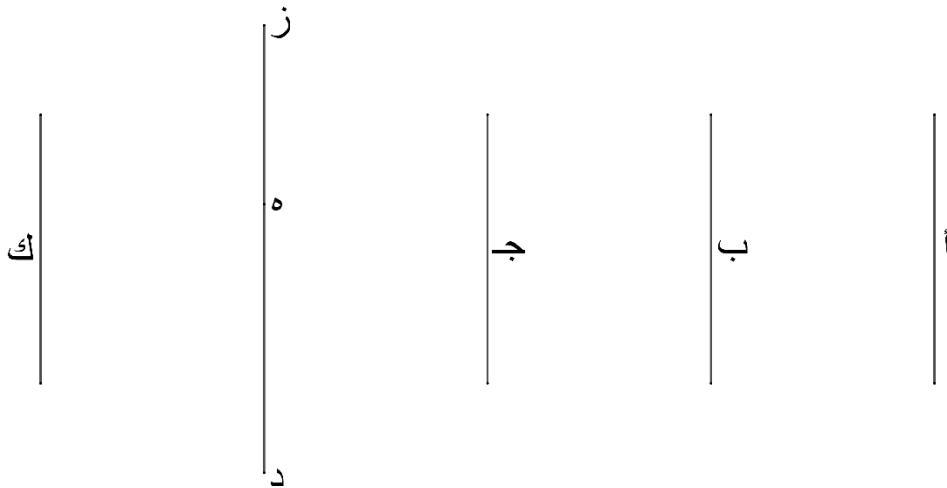
أ، ب، ج، د كم كانت متوالية من الواحد على نسبة، والذي يلي الواحد وهو أ أول، فأقول: إنّ ه لا يعدّ أكثرها إلا عدد منها.



وإلا فليكن عدد ه غير مساوٍ لواحد منها ويعدّ عدد د ه مركّب؛ لأنّه لو كان أوّلاً لعدّ أ،^(٤) هذا خلف. ف ه مركّب فيعدّه عدد أوّل (كط^(٥)) فأقول: إنّه لا يعدّه إلا أ، وإلا فليكن ز أوّلاً غير مساوٍ ل أ ويعدّه ف ز يعدّ د فيعدّ أ،^(٤) هذا خلف، ف أ يعدّ ه. ولأنّ ه يعدّ د فليعدّه بآحاد ز ف ز إن كان واحداً من أ، ب، ج كان ه يعدّ د بآحاد عدد^{٨١} منها وكان ه مثل واحد منها؛ لأنّ ز إن كان مثل أ فنسبة الواحد إلى أ أعني إلى ز كنسبة ج إلى د وكنسبة ه إلى د، فنسبة ج إلى د كنسبة ه إلى د ف ه مثل ج. وإن كان مثل ب فنسبة الواحد إلى ب كنسبة ب إلى د (د^(٥)) وكنسبة ه إلى د، فنسبة ب إلى د / [٥٨ ظ] > كنسبة ه إلى د ف ه مثل ب. وإن كان مثل ج فنسبة الواحد إلى أ كنسبة ج إلى د، فبالإبدال نسبة الواحد إلى ج أعني إلى ز كنسبة أ إلى د (بج^(٥)) وكنسبة ه إلى د، فنسبة أ إلى د كنسبة ه إلى د ف ه مثل أ، هذا كلّ خلف. ف ز ليس واحداً منها، و ز في ه عدد د، وأ في ج أيضاً عدد د فنسبة أ إلى ه كنسبة ز إلى ج (بط^(٥)) وأ يعدّ ه ف ز يعدّ ج وليكن بآحاد ط. وكذا تبين أنّ ط ليس مثل واحد من أعداد أ، ب، ج وأنّ ز مركّب وأنّ أ يعدّه وأنّ نسبة أ إلى ز كنسبة ط إلى ب، (هذا بعينه) ف ط يعدّ ب بآحاد ك. وتبين كما بينّا أنّ ك ليس مثل واحد من أ، ب، ج وأنّ ط مركّب وأنّ أ يعدّه، (هذا بعينه) ولكن ط في ك هو ب، وأ في مثله أيضاً ب فنسبة أ إلى ط كنسبة ك إلى أ (بط^(٥)) وأ يعدّ ط فعدد ك يعدّ أ، هذا خلف، فلا يعدّ أكثرها إلا واحد منها، وذلك ما أردنا بيانه.

يد [الشكل الرابع عشر]

أ، ب، ج أوائل، فأقول: إنّه يوجد عدد أوّل ليس مثل واحد منها.

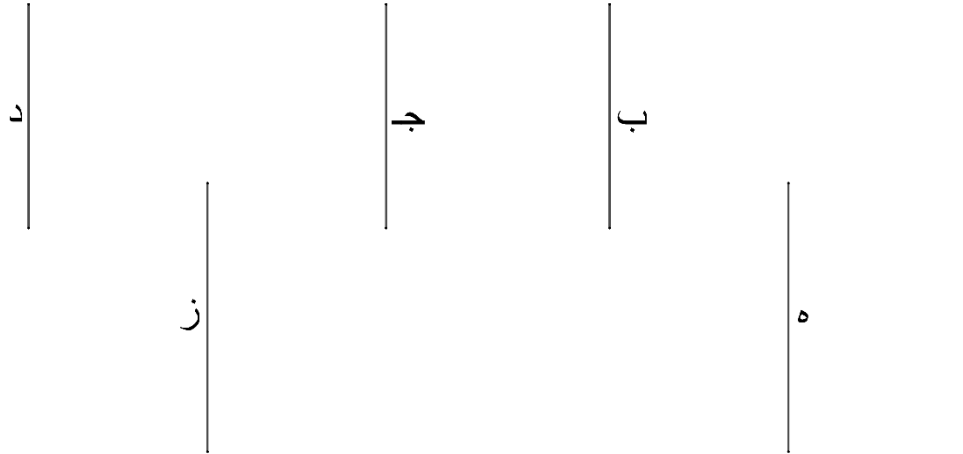


فليكن ه د أقلّ عدد يعدّه أ، ب، ج (لو^(٥)) ونزيد عليه واحداً وهو ز ه. فإن كان ز د أوّلاً فقد صحّ المطلوب، وإن كان مركّباً فيعدّه عدد أوّل (كط^(٥)) وليكن ك، ف ك ليس مساوياً لواحد منها، وإلا لعدّ د ه فيعدّ ه ز، هذا خلف. ف ك ليس مثل واحد منها، وذلك ما أردنا بيانه.

^{٨١} م - فليعدّه بآحاد ز ف ز إن كان واحداً من أ، ب، ج كان ه يعدّ د بآحاد عدد

يه [الشكل الخامس عشر]

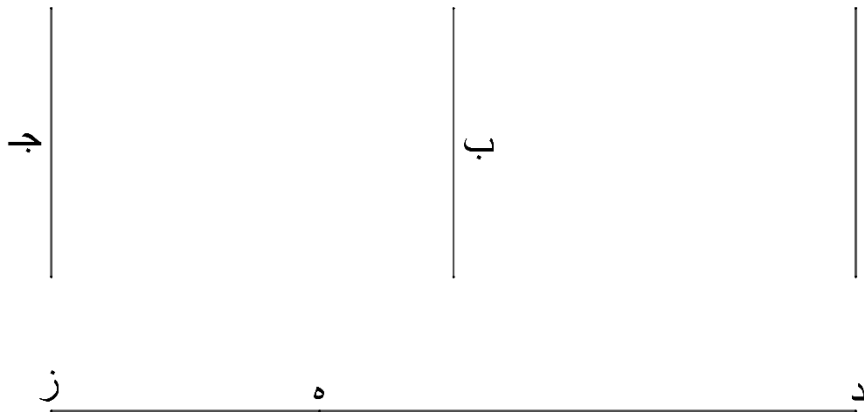
عدد أ أقل عدد تعدّه أعداد ب، ج، د الأوائل، فأقول: إنّه لا يعدّ أ عدد أول غيرها.



والأ فليعدّ أ عدد أول غيرها وهو ه. وليعدّه بآحاد ز، فه في ز عدد أ، وب يعدّ أ فهو يعدّ أحد عددي ه، ز، (ب.ز) لكن ه أول فهو يعدّ ز. وكذلك تبين أنّ ج، د يعدّان ز، وز أقلّ من أ، هذا [٥٩و] خلف. فلا يعدّ أ عدد أول غير ب، ج، د، وذلك ما أردنا بيانه.

يو [الشكل السادس عشر]

أ، ب، ج أقلّ ثلاثة أعداد على نسبة، فأقول: إنّ مجموع كلّ اثنين منها يبلين الثالث.

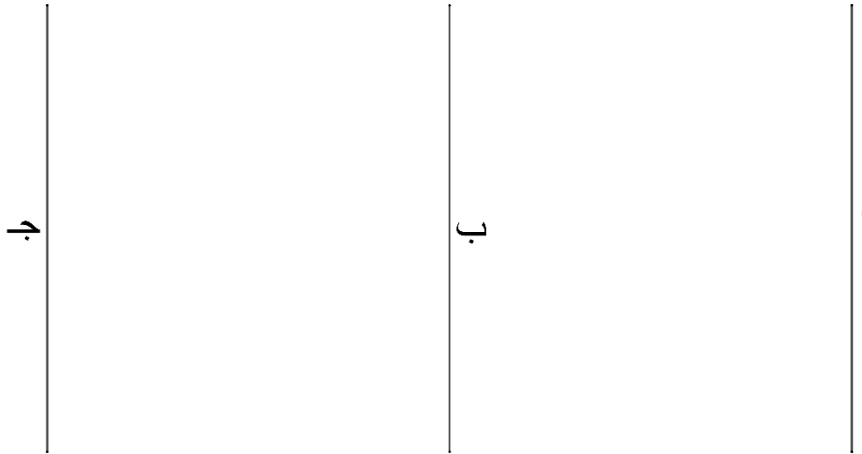


فليكن د ه، ه ز أقلّ عددين على نسبة أ إلى ب (ج.ز) فهما متباينان، (ك.ز) ومجموعهما يبلين كلّ واحد منهما، (ع.ز) فضرب د ز في ه ز يبلين د ه، (ك.ز) وفي د ه يبلين ز ه (ك.ز) لكن د ز في د ه مثل د ه في ه ز مع مربع د ه، (ج.ب) فد ه في ه ز مع مربع د ه يبلين ه ز، فيبلين مربع ه ز (ك.ز) لكن د ه في ه ز هو ب (ب.ج) ومربع د ه هو أ (ب.ج) ومربع ه ز هو ج (ب.ج) فد أ، ب يبلينان ج. وكذلك تبين أنّ د ه في ه ز أعني ب مع مربع ه ز

أعني جـ مابين لمربع دـه أعني أـ، و ضرب دـه في هـ ز يباين دـ ز فيباين مربع دـ ز ومربع دـ ز مثل مربعي دـ هـ، هـ ز مع ضعف ضرب دـه في هـ ز،^(د.ب) وضرب دـه في هـ ز يشارك ضعف ضرب دـه في هـ ز فيباين مجموع مربعي دـه، هـ ز، فمجموع مربعي دـه، هـ ز أعني أـ، جـ^(ب.ج) مابين لـ دـه في هـ ز أعني بـ،^(ب.ج) وذلك ما أردنا بيانه.

يز [الشكل السابع عشر]

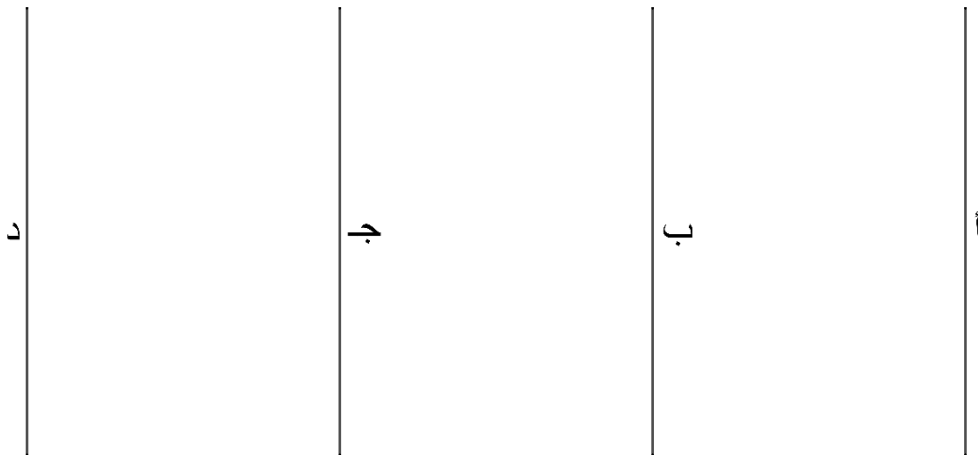
أـ، بـ متباينان، فأقول: إن نسبة أـ إلى بـ ليست كنسبة بـ إلى عدد.



وإلا فلتكن نسبة أـ إلى بـ كنسبة بـ إلى جـ و أـ، بـ أقلّ عددين على نسبتهم^(ك.ب) فـ أـ يعدّ بـ،^(ك.ز) هذا خلف فليست نسبة أـ إلى بـ كنسبة بـ إلى عدد، وذلك ما أردنا بيانه.

يح [الشكل الثامن عشر]

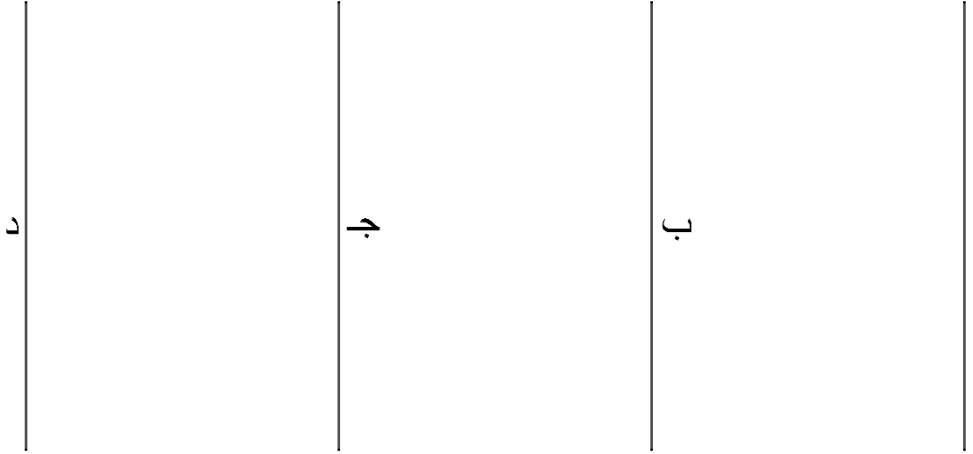
أعداد أـ، بـ، جـ متوالية على نسبة واحدة وطرفاهما متباينان، فأقول: إن نسبة الأوّل إلى الثاني ليست كنسبة الطرف الآخر إلى عدد.



وإلا فلتكن نسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى د، فبالتبديل نسبة أ إلى ج كنسبة ب إلى د ^(ب.ج.د) وأ، ج أقلّ عددين على نسبتهم، ^(ك.ب.د) فأ يعدّ ب ^(ك.ب.د) فيعدّ ج، هذا خلف. فنسبة الأول إلى الثاني ليست كنسبة الطرف الآخر إلى عدد، وذلك ما أردنا بيانه. / [٥٩ظ]

يط [الشكل التاسع عشر]

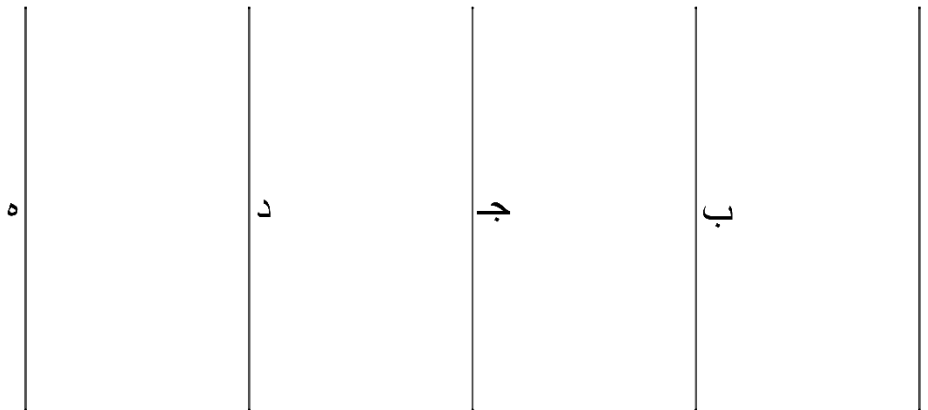
>نريد أن نعلم أنّه هل يكون لعددي أ، ب ثالث يناسبهما؟



فإن كانا متباينين فلا يكون لهما ثالث في النسبة. ^(ب.ج.د) وإن كانا مشتركين فنضرب ب في مثله ليصير ج، فإن كان أ يعدّ ج فليعدّه ب أحاد د، فنضرب أ في د هو أيضاً ج، فنسبة أ إلى ب كنسبة ب إلى د. ^(ب.ج.د) وإن كان أ لا يعدّ ج فلا يكون لهما ثالث مناسب وإلا فليكن نسبة أ إلى ب كنسبة ب إلى د فأ في د مثل مربع ب ^(ب.ج.د) أعني ج فأ يعدّ ج، هذا خلف فليس لهما ثالث مناسب، وذلك ما أردنا بيانه.

ك [الشكل العشرون]

نريد أن نعلم أنّه هل يكون لثلاثة أعداد أ، ب، ج المتوالية على النسبة رابع يناسبها؟



فإن كان أ، ج متباينان فلا يكون لها رابع مناسب.^(ج) وإن كانا مشتركين فنضرب ب في ج فيصير د، فإن كان أ يعدّ د فليعدّه بآحاد ه ف ضرب أ في ه مثل ب في ج فنسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى ه،^(بطون) وإن كان أ لا يعدّ د فلا يكون لها رابع مناسب وإلا فليكن نسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى ه، ف ضرب أ في ه هو د^(بطون) فأ يعدّ د، هذا خلف. فلا رابع لها في النسبة، وذلك ما أردنا بيانه.

كا [الشكل الحادي والعشرون]

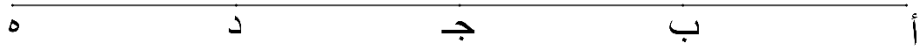
أعداد أ، ب، ج، د أزواج، فأقول: إن جميعها أزواج.



لأن لكل واحد منها نصفًا فلجميعها نصف، وذلك ما أردنا بيانه.

كب [الشكل الثاني والعشرون]

أعداد أ، ب، ج، د، ه أفراد وعدتها زوج فإن جميعها زوج.



لأن بين كل واحد منها وبين الزوج واحد وعدة تلك الآحاد زوج فجميعها زوج،^(كا) وذلك ما أردنا بيانه.

كج [الشكل الثالث والعشرون]

أعداد أ، ب، ج، د أفراد وعدتها فرد، فأقول: إن جميعها فرد.



لأننا إذا نقصنا من كل فرد واحداً كان الباقي زوجاً، ثم نقصنا من الآحاد المتقوصة واحداً كان الباقي منها زوجاً، ثم زيدته على باقي الجميع كان المجموع زوجاً،^(ك) ثم زيد عليه الواحد كان المجموع فرداً، وذلك ما أردنا بيانه. / [٦٠]

كد [الشكل الرابع والعشرون]

أ ب زوج ونقص منه ب ج الزوج، فأقول: إنَّ أ ج الباقي زوج.

أ ————— ج ————— ب

لأنه لو كان فرداً فإذا نقص منه واحداً كان الباقي زوجاً و ب ج زوج فجميع ب ج مع الباقي زوج^(ك) فإذا زدنا عليه ذلك الواحد كان المجموع أعني أ ب فرداً، هذا خلف، فأ ج زوج، وذلك ما أردنا بيانه.

كه [الشكل الخامس والعشرون]

أ ب فرد ونقص منه ب ج الفرد، فأقول: إنَّ أ ج الباقي زوج.

أ ————— ج ————— د ————— ب

فنتقص من أ ب واحداً وهو د ب فيبقى كل واحد من أ د، د ج زوجاً فأ ج زوج،^(ك) وذلك ما أردنا بيانه.

كو [الشكل السادس والعشرون]

أ ب فرد ونقص منه أ ج الزوج، فأقول: إنَّ ب ج الباقي فرد.

أ ————— ج ————— ب ————— د

فنضيف إلى أ ب واحدا وهو ب د فأد زوج. ونقص منه أ ج الزوج فج د زوج ^(ك) فج ب فرد، وذلك ما أردنا بيانه.

ك: [الشكل السابع والعشرون]

أ ب زوج ونقص منه أ ج الفرد، فأقول: إن ب ج الباقي فرد.

أ ————— ب ————— ج ————— د

فنضيف إلى أ ب واحداً وهو ب د فأد فرد ونقص منه أ ج الفرد فج د زوج ^(ك) فج ب فرد، وذلك ما أردنا بيانه.

ح: [الشكل الثامن والعشرون]

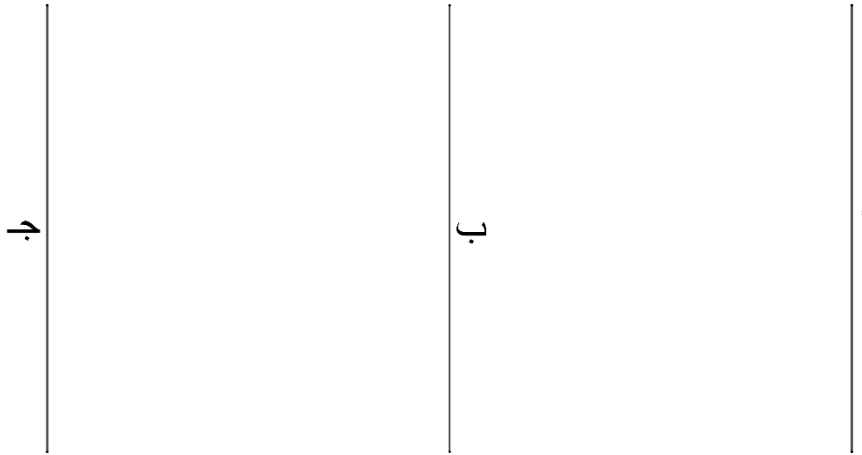
إذا ضرب أ الفرد في ب الزوج فحصل ج، فأقول: إن ج زوج.

أ ————— ب ————— ج

لأن ج أفراد عدتها زوج فيكون زوجاً، ^(كب) وذلك ما أردنا بيانه.

كط: [الشكل التاسع والعشرون]

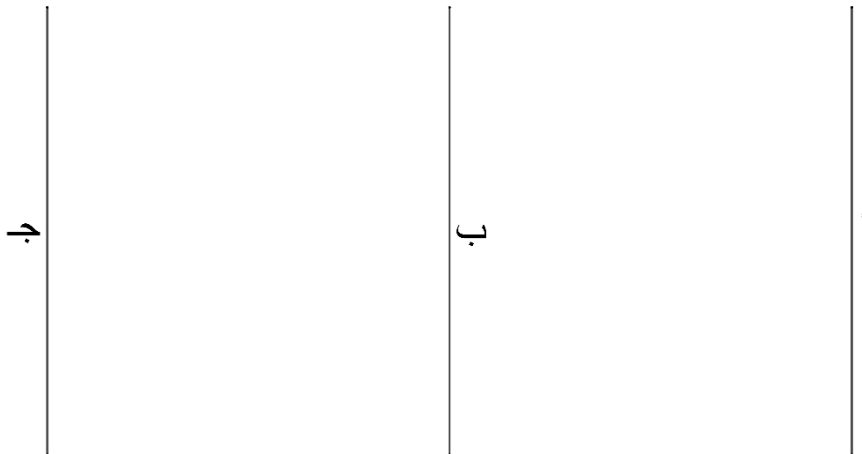
إذا ضرب أ الفرد في ب الفرد فحصل ج، فأقول: إن ج فرد.



لأنَّ جَ أعداد فرد عدَّتْها فرد فيكون فرداً، (ك) وذلك ما أردنا بيانه.

ل [الشكل الثلاثون]

أ الفرد يعدُّ ب الزوج بآحاد ج، فأقول: إنَّ ج زوج.



لأنَّه لو كان فرداً وضرب أ في ج هو ب ف ب فرد، (كط) هذا خلف. ف ج زوج، وذلك ما أردنا بيانه.

لا [الشكل الحادي والثلاثون]

أ الفرد يعدُّ ب الفرد بآحاد ج، فأقول: إنَّ ج فرد.

أ	ب	ج

لأنّه لو كان زوجاً وضرب أ في ج هو ب ف ب زوج،^(٤) هذا خلف. ف ج فرد، وذلك ما أردنا بيانه.

لب [الشكل الثاني والثلاثون]

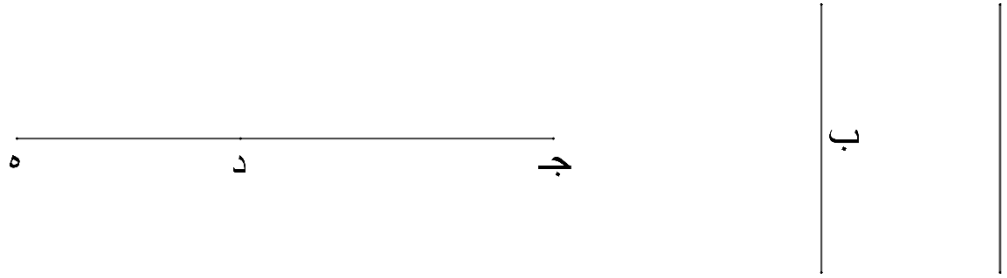
أ الفرد يعدّ ب الزوج، فأقول: إنّهُ يعدّ نصفه. / [٦٠ ظ]

أ	ب	ج

> فليعدّه ب أ ج زوج. لأنّه لو كان فرداً وضرب أ في ج هو ب ف ب فرد،^(كط) هذا خلف. ف ج زوج فله نصف ف أ في نصف ج هو نصف ب فيعدّ نصفه، وذلك ما أردنا بيانه.

لج [الشكل الثالث والثلاثون]

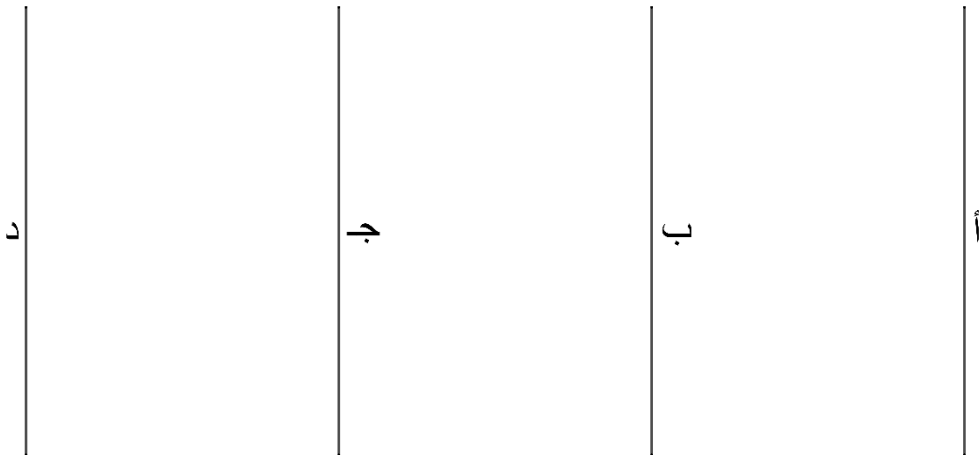
أ الفرد مبين لـ ج د، فأقول: إنّهُ مبين لضعف ج د وهو ج هـ.



والأفليعدّهما ب ف ب فرد؛ لأنّه لو كان زوجاً وأ ب أمثال ب فهو مركّب من أزواج فهو أزواج لجميع أ زوج،^(٥) هذا خلف. ف ب فرد فيعدّ نصف ج ه ^(ب) أعني ج د ف ب يعدّ أ و ج د، هذا خلف. ف أ مبين ل ج ه، وذلك ما أردنا بيانه.

لد [الشكل الرابع والثلاثون]

أعداد أ، ب، ج، د كم كانت مضعّفة من الواحد، فأقول: إنّ كلّ واحد منها زوج الزوج إلا ما يلي الواحد وهو أ فإنّه اثنان فهو زوج فقط.



لأنّ كلّ عدد منها نصف العدد الذي يلي بعده فكلّها أزواج، وكلّ واحد منها بعد ما بعده بعدّة ما قبله فكلّ واحد منها زوج الزوج، ولا يعدّ فرداً واحداً منها؛ لأنّ كلّ عدد يعدّ واحداً منها فهو من جملتها، فكلّ واحد منها زوج الزوج وليس زوج الفرد، وذلك ما أردنا بيانه.

له [الشكل الخامس والثلاثون]

عدد أ ب نصفه فرد وهو ب ج، فأقول: إنّ أ ب زوج الفرد فقط.

أ ج ب

أمّا أنّه زوج الفرد فهو ظاهر. وأمّا أنّه زوج الفرد فقط؛ لأنّ لو كان زوج الزوج لكان نصفه زوجاً، هذا خلف. فـ أ ب زوج الفرد فقط، وذلك ما أردنا بيانه.

لو [الشكل السادس والثلاثون]

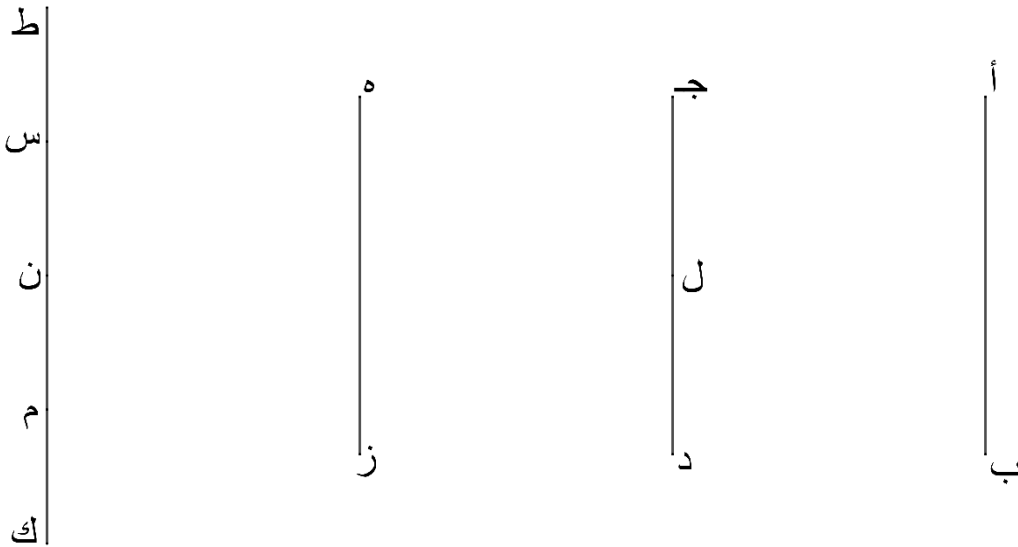
أ ب زوج وليس مضعفاً من الاثنين وليس نصفه فرد، فأقول: إنّ زوج الزوج والفرد.

أ ج د ب

أمّا أنّه زوج الزوج فلأنّ نصفه زوج وهو يعدّه بعدّة زوج. وأمّا أنّه زوج الفرد فلأنّنا إذا نصّفنا نصفه وهو ج ب ونصف نصفه وهو د ب، وهكذا مرّة بعد أخرى فينتهي إلى فرد؛ لأنّه ليس مضعفاً [٦١و] من الاثنين وليكن >انتهاءه إلى ز ب الفرد، فـ ز ب يعدّه بعدّة زوج فهو زوج الزوج والفرد، وذلك ما أردنا بيانه.

لز [الشكل السابع والثلاثون]

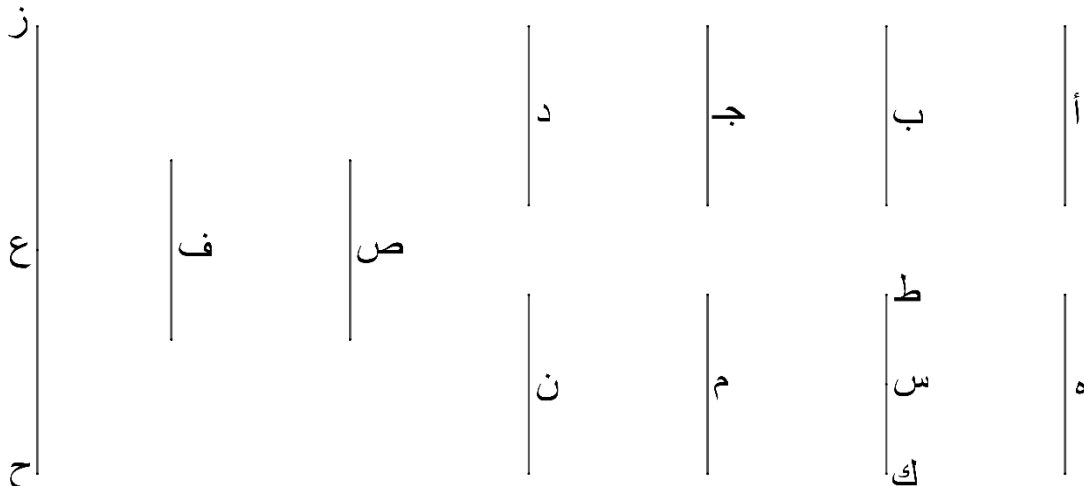
أعداد أ ب، ج د، ه ز، ط ك متوالية على نسبة وفُصل مثل الأوّل من الثاني، والآخر وهو د ل، ك م، فأقول: إنّ نسبة ج ل الباقي من الثاني إلى أ ب الأوّل كنسبة م ط الباقي من الآخر إلى جميع ما قبله من الأعداد.



فلنفصل ك ن مثل جـ د، وك س مثل هـ ز فيعدّ العكس نسبة ط ك إلى ك س كنسبة ك س إلى ك ن وكنسبة ك ن إلى ك م، فبالتفصيل نسبة ط س إلى س ك كنسبة س ن إلى ن ك وكنسبة ن م إلى م ك.^(١٤) مرّ بعد بجـ د فنسبة ط س، س ن، ن م أعني ط م إلى مجموع س ك أعني هـ ز ون ك أعني جـ د وم ك أعني أ ب كنسبة ن م أعني جـ ل إلى م ك أعني أ ب،^(١٥) وذلك ما أردنا بيانه.

لح [الشكل الثامن والثلاثون]

أعداد أ، ب، جـ، د كم كانت مضعّفة من الواحد وهـ مثل مجموعها كلّها مع الواحد. فهـ إن كان أولاً فأقول: إنّ مضروب هـ في آخر الأعداد وهو د عدد تامّ.



لأنّا نضرب هـ في د فيصير ز ح وليكن س، م، ن مضعّفة من عدد هـ إلى أن تصبح عدّتها كعدّة أ ب، جـ د فنسبة أ إلى د كنسبة هـ إلى ن.^(١٦) فأ في ن عدد ز ح،^(١٧) لكن أ اثنان فز ح ضعف ن فز ح يناسب الأعداد المضعّفة من هـ فنفصل من الثاني والآخر مثل هـ وهما ك س، ع ح فنسبة ط س إلى هـ كنسبة ز ع إلى جميع ما قبله من الأعداد.^(١٨) وط س مثل هـ فز ع مثل مجموع ن، م، س، هـ وعدد ع ح مثل مجموع أ، ب،

ج، د مع الواحد. ولأنّ زح من ضرب ه في د ف د يعدّ زح، ف ج، ب أيضًا يعدّ زح، و ن، م، س، ه أيضًا يعدّ زح. فأعداد أ، ب، ج، د، ه، س، م، ن مع الواحد كلّها أيضًا أجزاء عدد زح ومجموعها مساوٍ له، فأقول: / [٦١ ظ] > ليس له جزء سوى هذه الأجزاء، وإلا فليكن عدد ف جزءًا من زح > وهو غير مساوٍ لواحد من هذه الأجزاء، وليعدّ عدد ف عدد زح بأحاد ص. ف ضرب ف في ص عدد زح فنسبة ه إلى ص كنسبة ف إلى د، (بطون) و ف ليس بواحد من أ، ب، ج، د ف ف لا يعدّ د، (يج) ف ه أيضًا لا يعدّ ص و ه أول، ف ه، ص متباينان (لاون) فهما أقلّ عددين على نسبتّهما. (كبون) ف ه يعدّ ف (كون) و ص يعدّ د (كون) ف ص مثل أحد أعداد أ، ب، ج (يج) فليكن مثل ب. و ه، س، م على نسبة ب، ج، د فنسبة ب أعني ص إلى د كنسبة ه إلى م (يدون) ف ضرب ه في د وهو زح مثل ضرب ص في م (بطون) ف ص يعدّ زح بأحاد م. ولأنّ ضرب ف في ص هو زح ف ضرب ص في ف أيضًا هو زح (يون) ف ص أيضًا يعدّ زح بأحاد ف ف ف مثل م، وقد كان غير مساوٍ لشيء من هذه الأجزاء، هذا خلف. فليس ل زح جزء سوى هذه الأجزاء وهو مساوٍ لجميع أجزائه فهو عدد تامّ، وذلك ما أردنا بيانه.

تمّت المقالة التاسعة وهي (لح) شكلاً.

المقالة العاشرة

المقادير التي يقال لها المشتركة هي التي يعدّها مقدار واحد

والمتباينة هي التي لا يعدّها مقدار واحد

والخطوط المشتركة في القوّة هي التي مربّعاتها مشتركة

والمتباينة في القوّة هي التي مربّعاتها متباينة

وكلّ خطّ نوضع أولاً وينسب إليه سائر الخطوط فإنّه يقال له المنطق ويقال لمربّعه المنطق أيضاً

والسطوح المشاركة لمربّعه تسمّى منطقة

والخطوط المشاركة لذلك الخطّ تسمّى منطقة في الطول

والخطوط المشاركة لذلك الخطّ في القوّة تسمّى منطقة في القوّة.

وغير المنطق يسمّى الأصمّ.

وإذا كان سطح غير منطق ويحيط به خطّان منطقتان في القوّة [٦٢و] > مشتركان فيها فقط يقال له الموسط.

والخطّ الذي يكون مربّعه مساوياً > لذلك السطح يقال له الموسط أيضاً.

وإذا رُكبت خطّ أصمّ من خطّين مختلفين منطقتين في القوّة مشتركين فيها فقط يقال له ذو الاسمين.

وإذا رُكّب من خطّين موسطين⁸² مشتركين في القوّة فقط وُضعف أحدهما في الآخر منطق يقال له ذو الموسطين الأول.

وإذا رُكّب من خطّين موسطين مشتركين في القوّة وُضعف أحدهما في الآخر مثل موسط يقال له ذو الموسطين الثاني.

وإذا رُكّب من خطّين غير مشتركين في القوّة ومجموع مربّعهما منطق وُضعف أحدهما في الآخر مثل موسط يقال له الأعظم.

وإذا رُكّب من خطّين غير مشتركين في القوّة ومجموع مربّعهما مثل موسط وُضعف أحدهما في الآخر منطق يقال له القوي على المنطق والموسط.

وإذا رُكّب من خطّين غير مشتركين في القوّة ومجموع مربّعهما مثل موسط وُضعف أحدهما في الآخر مثل موسط والموسطان غير مشتركين يقال له القوي على الموسطين.

⁸² م - موسطين

وإذا كان خطّ ذا الاسمين وكان أعظم قسميه زائداً على الأصغر في القوة بمثل مربع خطّ يشارك الأطول في الطول فإن كان القسم الأعظم منطقاً في الطول يسمّى الخطّ ذو الاسمين الأوّل.

وإن كان الأصغر منطقاً في الطول يسمّى ذو الاسمين الثاني.

وإن لم يكن واحد منهما منطقاً يقال له ذو الاسمين الثالث.

وإن كان أعظم القسمين زائداً على الأصغر في القوة بمثل مربع خطّ لا يشارك الأعظم في الطول فإن كان الأعظم منطقاً في الطول يقال له ذو الاسمين الرابع.

وإن كان الأصغر منطقاً في الطول يقال له ذو الاسمين الخامس.

وإن لم يكن واحد منهما منطقاً في الطول يقال له ذو الاسمين السادس.

وإذا فصل من أعظم قسمي ذي الاسمين مثل الأصغر يسمّى الباقي منفصلاً، ومنفصل ذي الوسطين الأوّل يقال له منفصل الوسط الأوّل، ومنفصل ذي الوسطين الثاني يسمّى منفصل الوسط / [٦٢ ظ] > الثاني، ومنفصل الأعظم يقال له المنفصل الأصغر، ومنفصل القوي على < المنطق والوسط يقال له المنفصل⁸³ الذي مع الوسط⁸⁴ يصير الكلّ موسّطاً، ومنفصل القوي على الوسطين يقال له المنفصل الذي مع الوسط يصير الكلّ موسّطاً.

والمنفصل إذا اتّصل به خطّ وزاد الكلّ على المتّصل في القوة بمربع ضلع يشارك الكلّ فإن كان الكلّ مشاركاً نخطّ منطق مفروض فالمنفصل يسمّى المنفصل الأوّل، وإن كان المتّصل مشاركاً للمنطق يسمّى الثاني، وإن كان الكلّ والمتّصل غير مشاركين للمنطق يسمّى الثالث.

وإذا اتّصل بالمنفصل خطّ وزاد الكلّ عليه في القوة بمربع ضلع لا يشارك الكلّ فإن كان الكلّ مشاركاً للمنطق فالمنفصل يسمّى الرابع، وإن كان المتّصل مشاركاً يسمّى الخامس، وإن كان الكلّ والمتّصل غير مشاركين له يسمّى السادس.

أ [الشكل الأوّل]

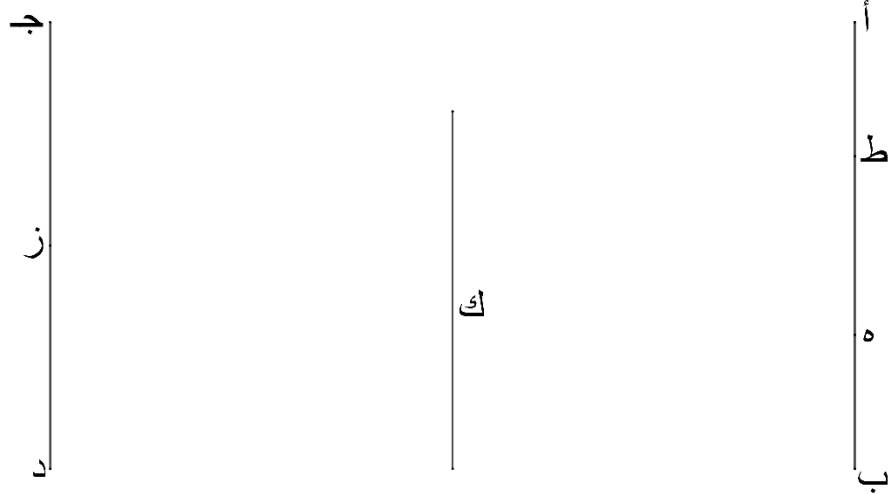
مقدار أ ب أعظم من ج، فأقول: إنه إذا فصل من أ ب أعظم من نصفه، ومن الباقي أعظم من نصفه، ومن الباقي أعظم من نصفه... وهكذا لا يزال⁸⁵ بنقص، فسيتبقى منه مقدار أصغر من ج، فنضاعف ج مرّات ليصير أعظم من أ ب.

⁸³ م: منطق.

⁸⁴ م: منطق.

⁸⁵ م: يزوم.

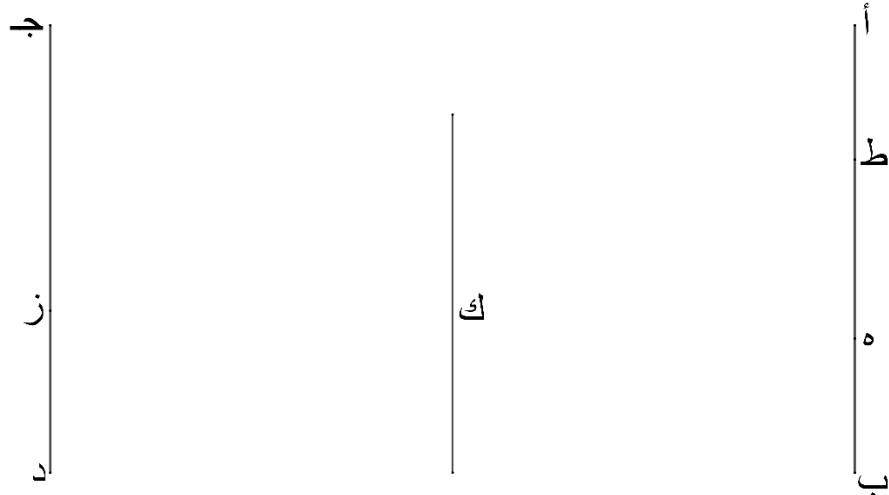




وإلا فليكونا مشتركين وليعدّهما مقدار ك و ب ه أعظم من ه أ فهو أعظم⁸⁸ من نصف أ ب وكذلك ه ط أعظم من نصف ه أ فيؤدّي هذا النقصان إلى مقدار يبقى أصغر من ك فليكن ذلك المقدار أ ط فلأن ك يعدّ ج د فيعدّ ب ه فيعدّ ه أ فيعدّ د ز فيعدّ ز ج فيعدّ أ ط، هذا خلف. فبقدر أ ب، ج د متباينان، وذلك ما أردنا بيانه.

ج [الشكل الثالث]

نريد أن نجد أعظم مقدار يعدّ مقدارين مختلفين مشتركين وهما أ ب، ج د وأعظمهما أ ب. فإن كان ج د يعدّ أ ب ف ج د هو المطلوب.



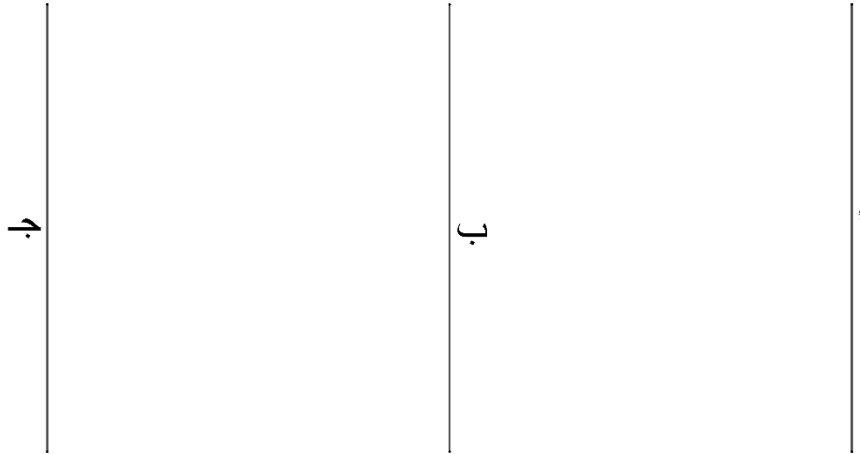
وإلا فلنفصل من أ ب أكثر ما فيه من أمثال ج د وهو ب ه فيبقى أ ه أصغر من ج د ونفصل من ج د أكثر ما فيه من أمثال أ ه وهو د ز فيبقى ج ز أصغر من أ ه فننقص أ ه من أكثر ما فيه من أمثال ج ز وهو

⁸⁸ م - من ه أ فهو أعظم.

ه ط فإذا فعل ذلك⁸⁹ دائماً فيبقى لا محالة فضلة تعدّ الفضلة التي يليها قبلها وإلا لكان أ ب، ج د متباينين، (ب) هذا خلف. فليكن تلك الفضلة أ ط ف أ ط يعدّ مقداري أ ب، ج د فهو أعظم مقدار يعدّهما وإلا فليكن مقدار ك أعظم من أ ط ويعدّ أ ب، ج د. فلأن ك يعدّ ج د / [63ظ] > فيعدّ ب ه فيعدّ ه أ فيعدّ د ز فيعدّ ز ج فيعدّ أ ط، هذا خلف. < ف أ ط أعظم مقدار يعدّ أ ب، ج د. وقد تبين من هذا أنّ كلّ مقدار يعدّ مقدارين مختلفين مشتركين فإنه يعدّ المقدار الأعظم الذي يعدّهما، وذلك ما أردنا بيانه.

د [الشكل الرابع]

نريد أن نجد أعظم مقدار يعدّ ثلاثة مقادير أ، ب، ج المختلفة المشتركة والبرهان عليه على نهج ما مرّ في الشكل الثالث من المقالة⁹⁰ السابعة، فلا نعيده ثانياً، وذلك ما أردنا بيانه.

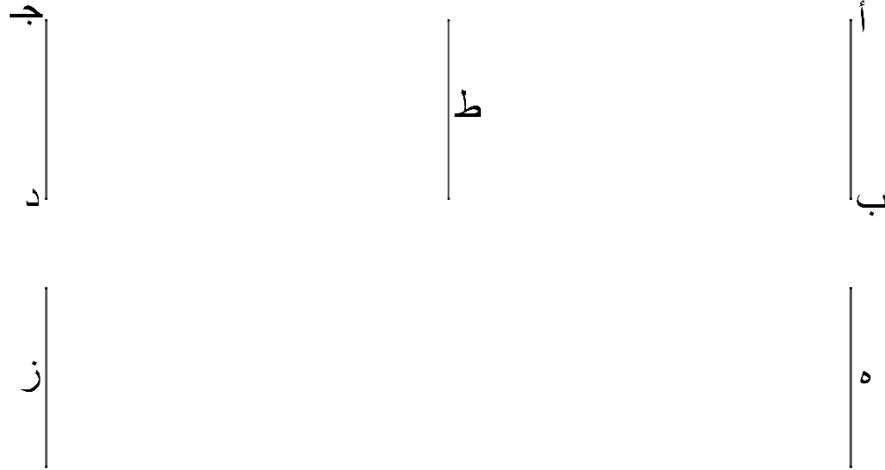


ه [الشكل الخامس]

مقداراً أ ب، ج د المختلفان مشتركان، فأقول: إنّ نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة عدد إلى عدد.

⁸⁹ م - ذلك.

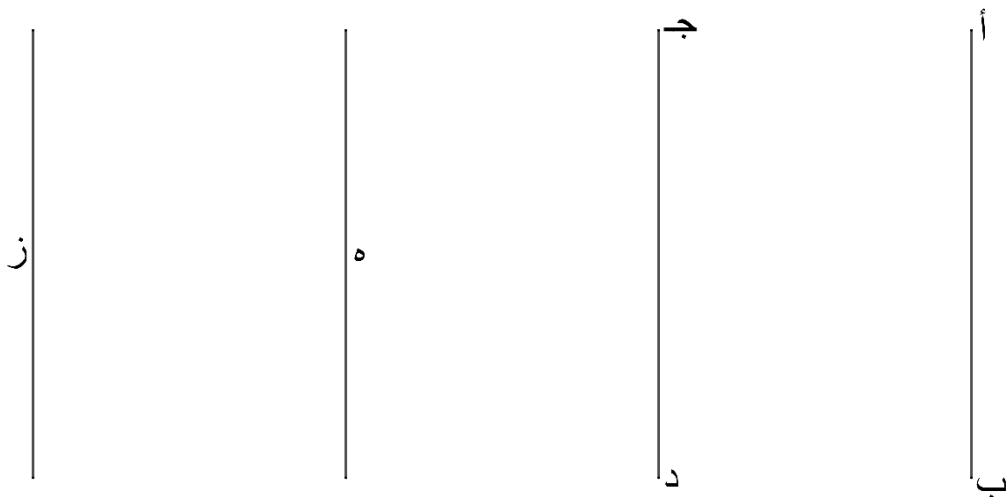
⁹⁰ م - المقالة.



فليكن أعظمهما ج د، فإن كان أ ب يعدّ ج د فنضع عدد ه ونأخذ عدد ز أمثال ه كأمثال ج د ل أ ب ف أ ب يعدّ ج د بقدر ما يعدّ ه ز فجزء أ ب من ج د كجزء ه من ز فنسبة أ ب إلى ج د كنسبة ه إلى ز وإن كان أ ب لا يعدّ ج د فنأخذ ط أعظم مقدار يعدّهما (ج) فليعدّ أ ب بعدّة آحاد عدد ه وليعدّ ج د بعدّة آحاد عدد ز والواحد أيضًا يعدّ عدد ز بعدّة آحاده فجزء ط من ج د كجزء الواحد من ز وأمثال أ ب ل ط كأمثال ه للواحد فأجزاء أ ب من ج د كأجزاء عدد ه من ز فنسبة أ ب إلى ج د كنسبة عدد ه إلى ز ومن هذا تبين أنّه إذا كان مقداران وليستا على نسبة عددين فهما غير مشتركين؛ إذ لو كانا مشتركين فهما على نسبة عددين، (لما مرّ أنّا) وذلك ما أردنا بيانه.

و [الشكل السادس]

نسبة مقدار أ ب إلى مقدار ج د كنسبة عدد ه إلى عدد ز، فأقول: إنّ أ ب، ج د مشتركان.



لأنّ ه إن كان جزءًا من ز ف أ ب جزء من ج د فهما مشتركان. فإن لم يكن ه جزءًا من ز فهو أجزاء منه لكونه جزءًا أو أجزاء منه (د) ف أ ب / [٦٤ و] أيضًا > أجزاء من ج د ف أ ب أمثال جزء من ج د وذلك

الجزء يعدّ كليّ مقدارٍ > أ ب، ج د فهما مشتركان. وقد تبين من هذا أنّه إذا كان مقداران غير مشتركين فليسا على نسبة عددين؛ إذ لو كانا على نسبة عددين لكانا مشتركين، (لما مرّ أنّا) هذا خلف، وذلك ما أردنا بيانه.

ز [الشكل السابع]

خطّا أ، ب مشتركان، فأقول: إنّ نسبة مربعيهما كنسبة عدد مربع إلى عدد مربع وبالعكس.

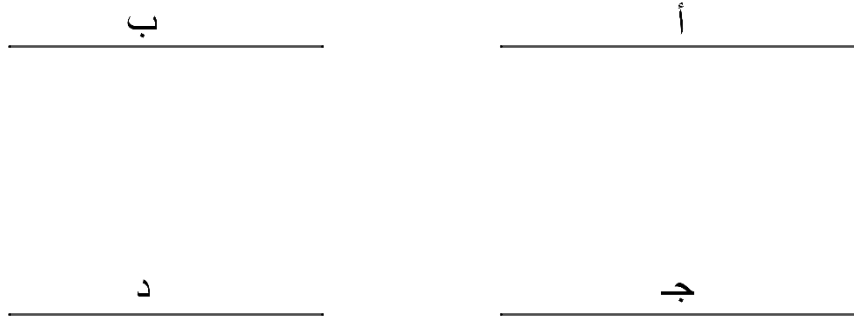


لأنّ نسبة أ إلى ب كنسبة عدد إلى عدد^(٩٠) فلتكن كنسبة عدد ج إلى عدد د ونسبة مربع أ إلى مربع ب كنسبة أ إلى ب^{٩١} مثناة بالتكرير^(٩٢) وهي كنسبة ج إلى د مثناة بالتكرير وهي كنسبة مربع ج إلى مربع د^(٩٣) فنسبة مربع أ إلى مربع ب كنسبة مربع ج إلى مربع د. وأمّا العكس فإذا كان نسبة مربع أ إلى مربع ب كنسبة عدد مربع إلى عدد مربع وهما مربعاً ج د، فأقول: إنّ أ، ب مشتركان. لأنّ نسبة مربع أ إلى مربع ب كنسبة أ إلى ب مثناة بالتكرير^(٩٤) فنسبة مربع ج إلى مربع د كنسبة أ إلى ب مثناة بالتكرير ونسبة مربع ج إلى مربع د أيضاً كنسبة ج إلى د مثناة بالتكرير^(٩٥) فنسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى د، فأ، ب مشتركان.^(٩٦) وقد تبين من هذا إنّ كلّ خطين ليس مربعاهما على نسبة عددين مربعين فهما غير مشتركين، وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن]

أربعة مقادير أ، ب، ج، د متناسبة، فأقول: إن كان الأوّل يشارك الثاني، فإنّ الثالث أيضاً يشارك الرابع. وإن كان الأوّل لا يشارك الثاني، فإنّ الثالث أيضاً لا يشارك الرابع.

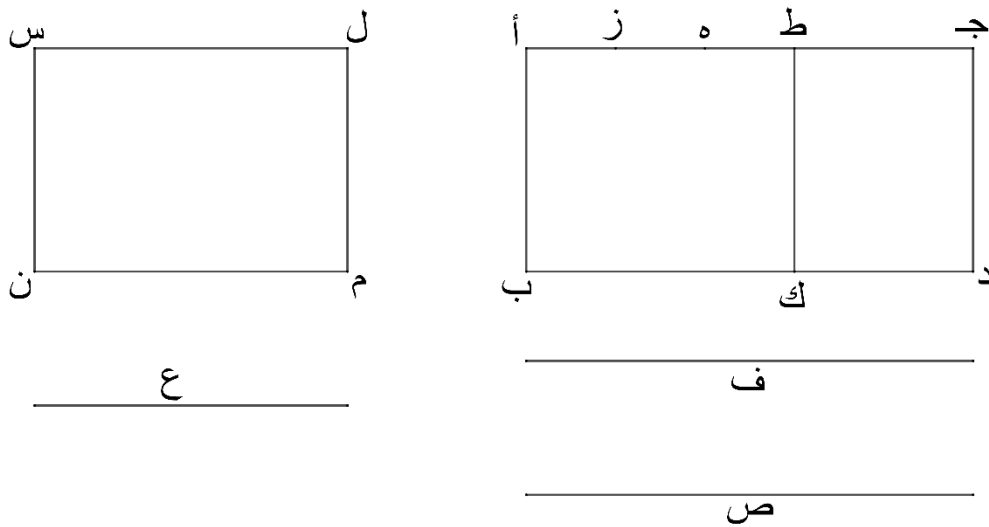
^{٩١} م - كنسبة أ إلى ب



لأنَّ أ إن كان مشاركاً لـ ب كان نسبة أ إلى ب كنسبة عدد إلى عدد^(٩) فنسبة ج إلى د كنسبة عدد إلى عدد فـ ج يشارك د،^(٩) وإن لم يكن أ مشاركاً لـ ب فليس نسبة أ إلى ب كنسبة عدد إلى عدد^(٩) / [٦٤ ظ] >نسبة ج إلى د ليست كنسبة عدد إلى عدد فـ ج غير مشارك لـ د،^(٩) وذلك ما أردنا بيانه.

ط [الشكل التاسع]

نريد أن نجد خطين غير مشتركين نخطَّ أ ب أحدهما في الطول فقط، والآخر في^{٩٢} الطول والقوة.



فنضع عددي ف، ص أحدهما مربع والآخر غير مربع فليست نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة عدد مربع إلى عدد مربع؛ إذ لو كانا كذلك وأحدهما مربع كان الآخر مربعاً، (كـبـج) هذا خلف. ونعمل على أ ب مربع أ ب ج د^(٩١) ونقسم أحد أضلاعه وليكن أ ج بعدة آحاد أكثر عددي ف، ص ولتكن هي أقسام أ ز، هـ، هـ ط، ج وليكن أ ط من تلك الأقسام بعدة آحاد العدد الأقل ونخرج ط ك موازياً لـ أ ب،^(٩١) ونعمل

^{٩٢} م - في.

مربع ل م ن س مساوياً لسطح أ ب ك ط ^(١٠٠ب) فنسبة مربع ل ن إلى مربع ب ج كنسبة سطح ب ط إلى مربع ب ج ^(١٠١) وهي كنسبة أ ط إلى أ ج ^(١٠٢) فنسبة مربع ل س، م ن إلى مربع أ ب ج د كنسبة أ ط إلى أ ج ^(١٠٣) أعني كنسبة أحد عددي ف، ص إلى الآخر فربعا خطي أ ب، ل م مشترك ^(١٠٤) وليس على نسبة عددين مربعين ف أ ب غير مشارك لخط ل م في الطول ^(١٠٥) وقد بان أنه يشاركه في القوة ونجعل نسبة خط أ ب إلى ع كنسبة ع إلى ل م ^(١٠٦) فنسبة مربع خط أ ب إلى مربع خط ع كنسبة أ ب إلى ل م ^(١٠٧) وأ ب لا يشارك ل م لما تبين أنفاً فربعا خط أ ب غير مشارك لمربع خط ع ^(١٠٨) فليس مربعا على نسبة عددين ف أ ب غير مشارك لخط ع ^(١٠٩) نخط ع غير مشارك ل أ ب لا في الطول ولا في القوة، وذلك ما أردنا بيانه.

ي [الشكل العاشر]

مقدارا أ، ب مشاركان لمقدار ج، فأقول: إنهما مشتركان.

أ	ب	ج
ك	ل	م
ز	ط	
د	هـ	ز

لأن نسبة / [٦٥ و] أ إلى ج كنسبة عدد > إلى عدد، ونسبة ج إلى ب كنسبة عدد إلى عدد ^(١١٠) فلتكن نسبة أ إلى ج كنسبة عدد د إلى هـ ^(١١١) ولتكن نسبة ج إلى ب كنسبة عدد ز إلى عدد ط. ولأخذ ك، ل، م أقل ثلاثة أعداد متوالية على نسبة د إلى هـ و ز إلى ط ^(١١٢) فنسبة أ إلى ج كنسبة ك إلى ل، ونسبة ج إلى ب كنسبة ل إلى م. فإن كان ك أقل أعداد ك، ل، م فإن عد ك عد ل ف ل يعد م ف أ يعد ج، و ج يعد ب ف أ يعد ب فهما مشتركان. وإن لم يعد ك عد ل ف ل لا يعد م ف ك أجزاء من ل و ل أجزاء من م ف أ أجزاء من ج و ج أجزاء من ب ف أ أجزاء من ب ف ب أمثال جزء أ فهما مشتركان. وكذلك تبين المطلوب إن كان م أقل أعداد ك، ل، م. ومن هذا تبين أنه إذا كان مقداران متشاركان وأحدهما منطبق كان الآخر منطوقاً، وذلك ما أردنا بيانه.

يا [الشكل الحادي عشر]

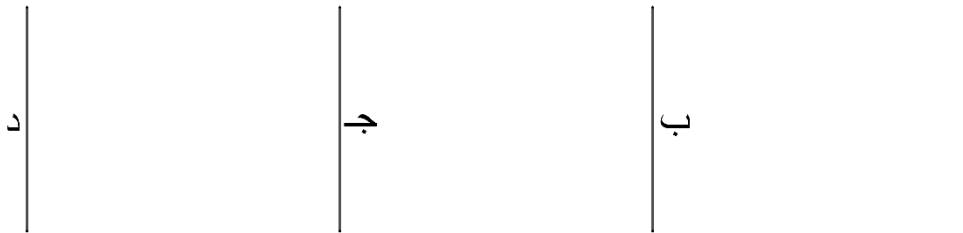
مقدارا أ ج، ب ج مشتركان، فأقول: إن مجموعهما مشارك لكل واحد منهما، فليعدّهما مقدار د ف د يعدّ المجموع، فالمجموع مشارك لكل واحد منهما، وبالعكس إذا كان المجموع مشاركا لأحدهما فهما مشتركان.



لأنّ المقدار الذي يعدّ المجموع وأحدهما يعدّ الآخر، وذلك ما أردنا بيانه.

يب [الشكلا الثاني عشر]

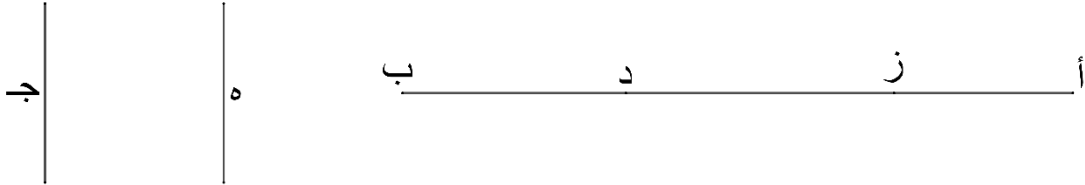
خطوط أ، ب، ج، د متناسبة ومربع أ يزيد على مربع ب بمربع هـ، ومربع ج يزيد على مربع د بمربع ز، فأقول: إن كان أ يشارك هـ فإن ج أيضا يشارك ز، وإن كان أ لا يشارك هـ فإن ج أيضا لا يشارك ز.



لأنّ نسبة مربعي ب، هـ إلى مربع ب كنسبة مربع أ إلى مربع ب⁹³ ب^(ز) وهي كنسبة مربع ج إلى مربع د وهي كنسبة مربعي ز، د إلى مربع د^(د) فنسبة مربعي ب، هـ إلى مربع ب كنسبة مربعي ز، د إلى مربع د^(ب) وبالتفصيل نسبة مربع هـ إلى مربع ب كنسبة مربع ز إلى مربع د^(ز) فنسبة هـ إلى ب كنسبة ز إلى د^(كب) ونسبة ب إلى أ كنسبة د إلى ج فبالساواة نسبة هـ إلى أ كنسبة ز إلى ج^(كب) / [٦٥ ظ] > فبالعكس نسبة أ إلى هـ كنسبة ج إلى ز فإن كان أ مشاركا لـ هـ فـ ج مشاركا لـ ز، وإن كان أ لا يشارك هـ فـ ج لا يشارك ز، وذلك ما أردنا بيانه.

يج [الشكل الثالث عشر]

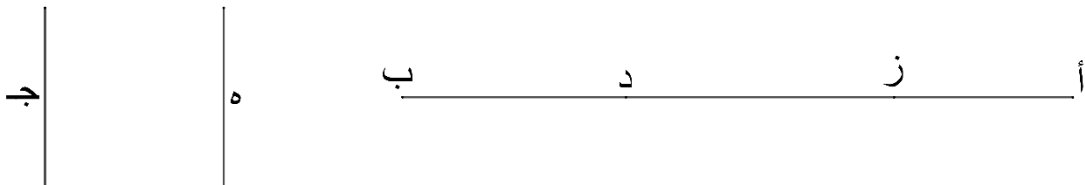
خطّ أ ب مقسوم على د وهو أطول من خطّ ج وفضل مربّعه على مربّع ج بمربّع ه وضرب أ د في د ب مثل ربع مربّع ج، فأقول: إن كان أ د، د ب مشتركين في الطول فإنّ أ ب، ه مشتركان في الطول، وإن كان أ ب، ه مشتركين في الطول فإنّ أ د، د ب مشتركان في الطول.



لأنّ أ د، د ب مختلفان؛ إذ لو كانا متساويين لكان ضرب أ د في د ب مثل ربع مربّع أ ب (دب) فكان أ ب مثل ج، هذا خلف. فليكن أطولهما أ د ونفصل د ز مثل د ب (جأ) فأربعة أمثال ضرب أ د في د ب أعني مربّع ج مع مربّع أ ز مثل مربّع أ ب (ح ب) أعني مربّع ج، ه فنسقط مربّع ج المشترك يبقى مربّع أ ز مثل مربّع ه فأز مثل ه وليكن أوّلًا أ د، د ب مشتركين في الطول فأب يشارك ب د و ب د يشارك ز ب فز ب يشارك د ب (ب) فأب يشارك ز ب (ي) فيشارك أ ز (ب) أعني ه وليكن أ ب مشاركا لخطّ ه أعني أ ز فأب يشارك ز ب (ب) و ز ب يشارك د ب لما تبين أنّهما فأب يشارك د ب فأد يشارك د ب، وذلك ما أردنا بيانه.

يد [الشكل الرابع عشر]

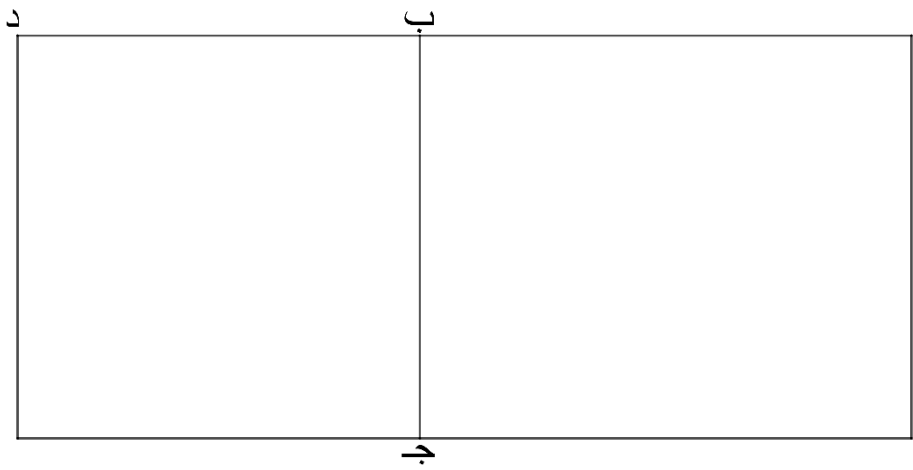
خطّ أ ب مقسوم على د وهو أطول من ج وفضل مربّعه على مربّع ج بمربّع ه وضرب أ د في د ب مثل ربع مربّع ج، فأقول: إن كان أ د، د ب غير مشتركين في الطول فأب، ه غير مشتركين في الطول



لأنّهما لو كانا مشتركين في الطول لكان أ د، د ب مشتركين في الطول، (ب) هذا خلف. وإن كان أ ب، ه غير مشتركين في الطول فأد، د ب غير مشتركين في الطول لأنّهما لو كانا مشتركين في الطول لكان أ ب، ه مشتركين في الطول، (ب) هذا خلف، فهما غير مشتركين، وذلك ما أردنا بيانه.

يه [الشكل الخامس عشر]

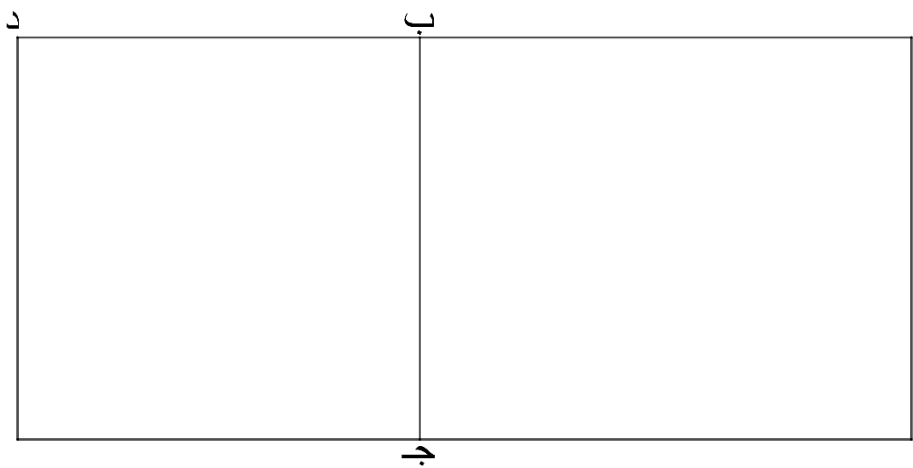
ضلعا أ ب، ب ج من سطح أ ج القائم الزوايا منطقتان، فأقول: إنَّ سطح أ ج منطق.



/[٦٦و] فنعمل >على ب ج مربع ج د (م^أ) فنسبة أ ب إلى ب د كنسبة أ ج إلى ج د، (أ^ب) و أ ب يشارك ب ج أعني < ب د ف أ ج يشارك ج د و ج د منطق. فسطح أ ج منطق، (ي) وذلك ما أردنا بيانه.

يو [الشكل السادس عشر]

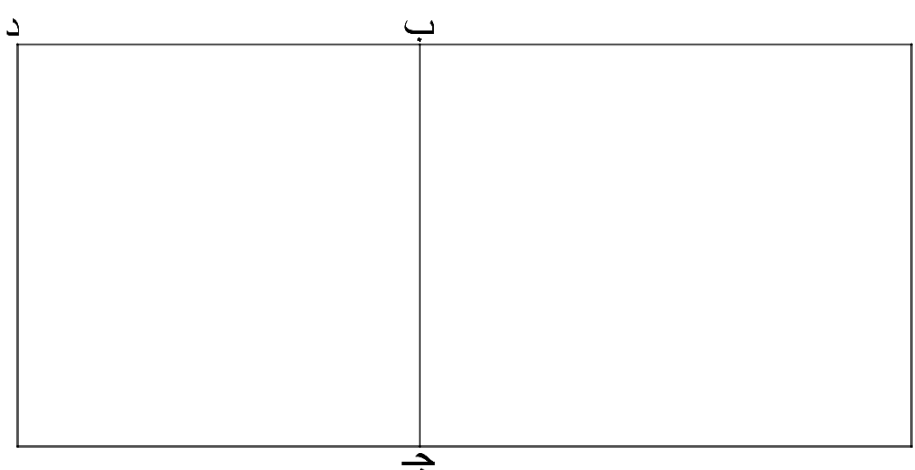
خط ب ج منطق وأضيف إليه سطح أ ج المنطق، فأقول: إنَّ أ ب منطق.



لأننا نعمل على ب ج مربع ج د (م^أ) فنسبة أ ب إلى ب د كنسبة سطح أ ج إلى ج د (أ^ب) و أ ج يشارك ج د ف أ ب يشارك ب د (ح) وخط ب ج منطق ف أ ب منطق، (ي) وذلك ما أردنا بيانه.

يز [الشكل السابع عشر]

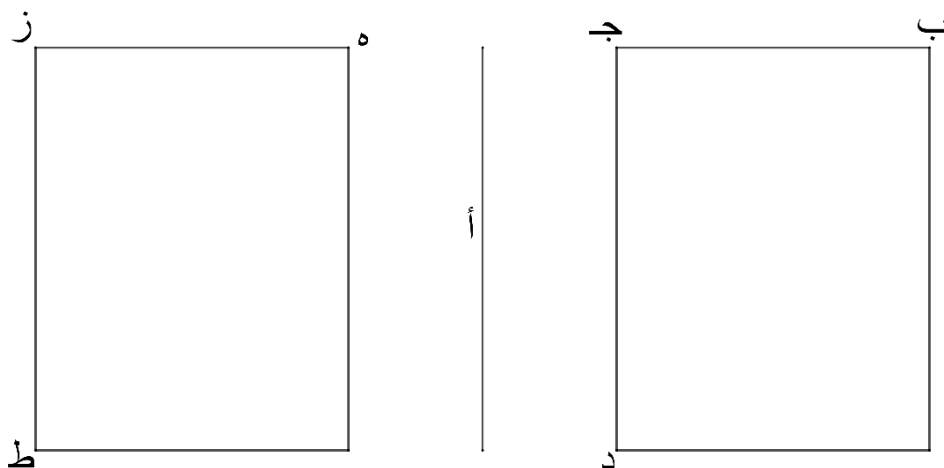
ضلعا أ ب، ب ج من سطح أ ج منطقتان في القوة مشتركان فيها فقط، فأقول: إنَّ سطح أ ج غير منطق.



فنعمل على ب ج مربع ج د ^(م.أ) فنسبة أ ب إلى ب د كنسبة سطح أ ج إلى ج د ^(أ.ب) و أ ب لا يشارك ب د في الطول فسطح أ ج لا يشارك سطح ج د ^(ج.د) و ج د منطق ف أ ج غير منطق؛ إذ لو كان منطقاً لكان مشاركاً لسطح ج د، ^(ي) هذا خلف. ف أ ج غير منطق، وذلك ما أردنا بيانه.

يح [الشكل الثامن عشر]

خط ب ج منطق وخط أ موّسط يساوي مربّعه سطح ه ط القائم الزوايا الذي يحيط به خط ه ز، ز ط المنطقتان في القوّة المشتركان فيها فقط. وقد عُمل على خط ب ج سطح ب د مساوياً لمربع خط أ، فأقول: إنّ عرض ج د منطق في القوّة فقط.

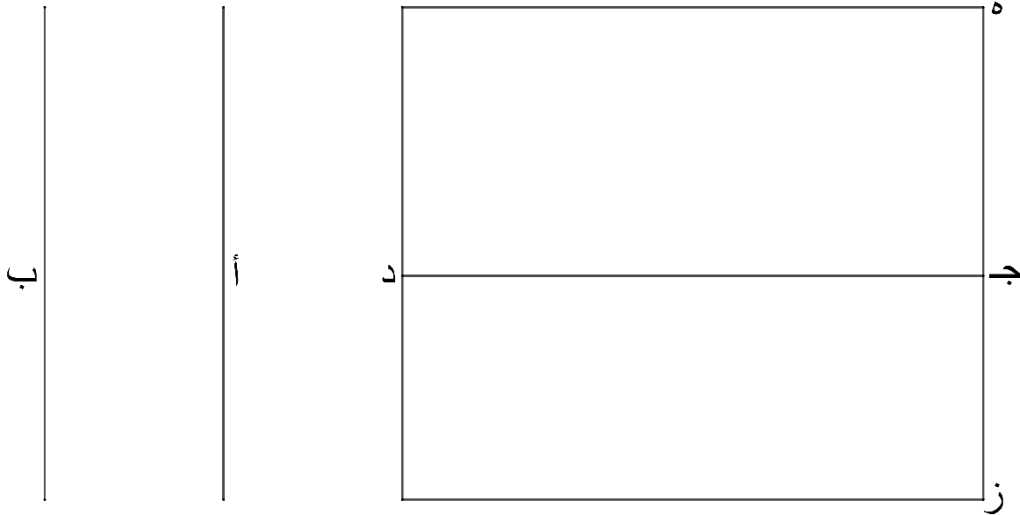


لأنّ نسبة ب ج إلى ه ز كنسبة ز ط إلى ج د بالتكافؤ ^(ب.د) فنسبة مربع ب ج إلى مربع ه ز كنسبة مربع ز ط إلى مربع ج د ^(ك.ب) ومربع ب ج يشارك مربع ه ز فمربع ز ط يشارك مربع ج د ^(ج.د) ومربع ز ط منطق فمربع ج د منطق ^(ي) ونسبة سطح ب د إلى مربع ب ج كنسبة د ج إلى ج ب؛ لأنّ سطح ب د ^(٦٦ ظ) > مع مربع ج ب متساويا الارتفاع فهما على نسبة قاعدتهما ^(أ.ب) و سطح غير منطق < فلا يشارك

مربع ب ج وإلا لكان منطقاً (ح) ف د ج غير مشترك ل ز ه في الطول (ح) فعرض ج د منطق في القوة فقط، وذلك ما أردنا بيانه.

يط [الشكل التاسع عشر]

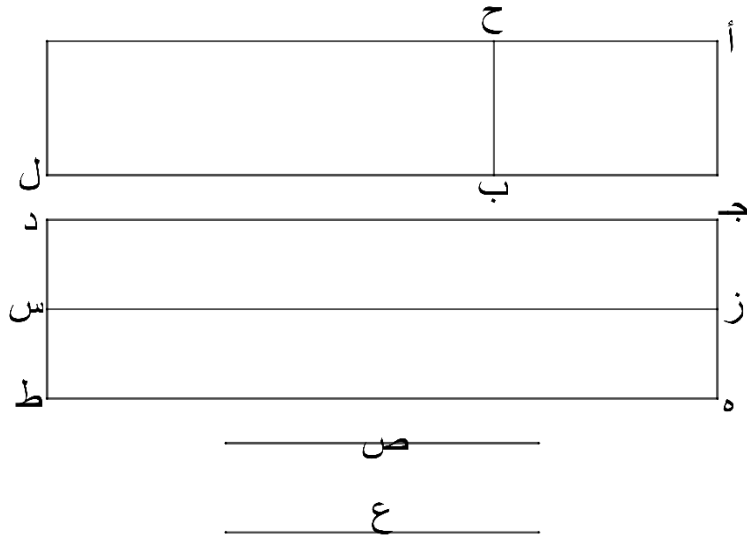
خطاً أ، ب مشتركان في القوة وأ موسط، فأقول: إن ب أيضاً موسط.



فنفرض ج د منطقاً في الطول وليكن ضربه في ج ه هو سطح ه د مساوياً لمربع أ^(١٠٠) وفي ج ز وهو سطح أ د مساوياً لمربع ب^(١٠٠) ف ج ه منطق في القوة فقط (٤) وسطحاً ه د، د ز مثل مربعي أ، ب فهما مشتركان وهما على نسبة ه ج، ج ز^(١٠٠) ف ج ز يشارك ج ه (ح) ف ج ز غير منطق في الطول؛ إذ لو كان منطقاً لكان ج ه منطقاً في الطول (ي) ولأن ج ه يشارك ج ز فنسبة مربع أحدهما إلى الآخر كنسبة عدد مربع إلى عدد مربع^(١٠٠) فربما ج ه، ج ز مشتركان^(١٠٠) فمربع ج ز منطق (ي) ف ج ز، ج د منطقان في القوة وفيها فقط مشتركان، فسطح ز د غير منطق^(١٠٠) فهو موسط وهو مساوٍ لمربع ب نخط ب موسط، وذلك ما أردنا بيانه.

ك [الشكل العشرون]

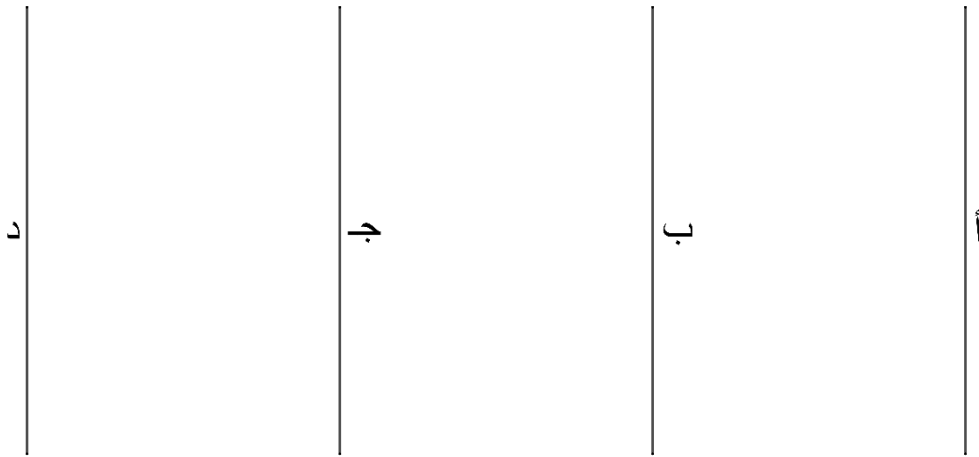
سطحاً أ ب، أ ل موسطان، فأقول: إن سطح ح ل غير منطق، وإلا فليكن منطقاً.



فنفرض خط ج د منطقاً وليكن ضربه في ج هـ وهو سطح هـ د مثل سطح أ ل ^(١٠٤هـ) وضربه في ج ز وهو ز د مثل أ ب ^(١٠٥هـ) يبقى سطح ز ط مثل ح ل وليكن مربع ص مثل سطح ز د ^(١٠٦هـ) ومربع ع مثل سطح هـ د ^(١٠٧هـ) فلأن خط ج د منطق و ص موّسط يساوي مربعه سطح أ ب وأضيف إلى ج د سطح ز د المساوي لمربع ص نحط ج ز منطق في القوة فقط ^(١٠٨هـ) ولأن ع موّسط يساوي مربعه سطح أ ل وأضيف إلى ج د المنطق سطح ج د المساوي لمربع ع نحط ج هـ منطق في القوة فقط ^(١٠٩هـ) ولأن ز س مثل ج د ^(١١٠هـ) فهو منطق أضيف إليه سطح ز ط المنطق هـ ز منطق ^(١١١هـ) هـ ز / [٦٧] غير > مشارك ل ز ج وإلا لكان ز ج منطقاً، هذا خلف. ^(١١٢هـ) هـ ز لا يشارك ز ج < ف ضرب ج ز في هـ ز غير منطق؛ إذ لو كان منطقاً لكان ج ز منطقاً ^(١١٣هـ) وضرب ج ز في هـ ز يشارك ضعف ضرب ج ز في هـ ز فضعف ضرب ج ز في هـ ز غير منطق ^(١١٤هـ) ومربعاً ج ز، هـ ز منطقان فضعف ضرب ج ز في هـ ز مع مربعي ج ز، هـ ز أعني مربع ج هـ ^(١١٥هـ) غير منطق، هذا خلف. ^(١١٦هـ) فسطح ز ط أعني ح ل غير منطق، وذلك ما أردنا بيانه.

كا [الشكل الحادي والعشرون]

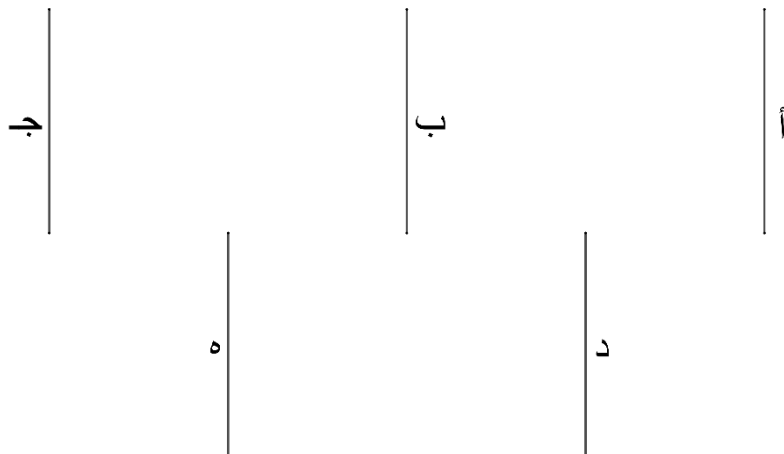
نريد أن نجد خطين موّطين مشتركين في القوة فقط وضرب أحدهما في الآخر منطق.



فنفرض خطي أ، ب منطقتين في القوة مشتركتين فيها فقط ولنجعل ج واسطة بينهما في النسبة (ط^و) وليكن ضرب ج في د مساوياً لمربع ب (٤٤^أ) فلأن ضرب أ في ب مثل مربع ج (٢٥^ب) ونسبة أ إلى ب كنسبة ضرب أ في ب إلى مربع ب (١٥^أ) وهي كنسبة مربع ج إلى مربع ب (٢٥^ب) وهي كنسبة مربع ج إلى ضرب ج في د (٢٥^ب) وهي كنسبة ج إلى د (١٥^أ) فنسبة أ إلى ب كنسبة ج إلى د (٢٥^ب) لكن أ غير مشارك ل ب في الطول ف ج أيضاً لا يشارك د في الطول (ح) ونسبة مربع أ إلى مربع ب كنسبة مربع ج إلى مربع د (ك^ب) فمربع ج يشارك مربع د (ح) و ج موّسط ف د موّسط (ط) ف ج د موّسطان مشتركان في القوة فقط وسطح أحدهما في الآخر أعني مربع ب منطق، وذلك ما أردنا بيانه.

كـ [الشكل الثاني والعشرون]

نريد أن نجد خطين موّطين مشتركتين في القوة فقط وسطح أحدهما في الآخر موّسط.



فنفرض ثلاثة خطوط أ، ب، ج منطقة في القوة مشتركة فيها فقط ونستخرج وسطا في النسبة بين أ، ب (ط^و) وليكن د، ف ضرب أ في ب مساوٍ [٦٧ ظ] > لمربع د (٢٥^ب) ف د موّسط ونجعل ضرب د في هـ مثل ضرب ب

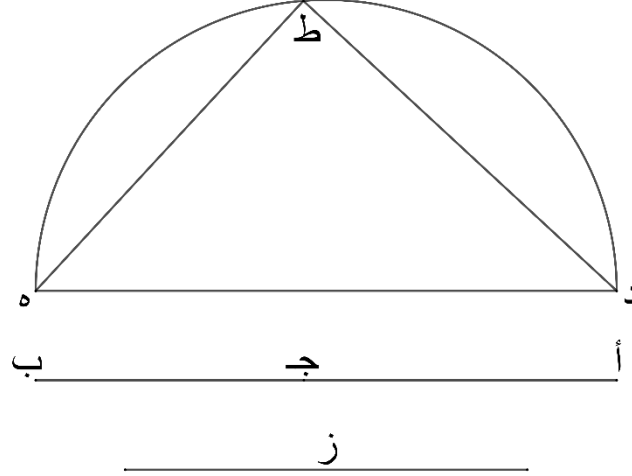
بج [الشكل الثالث والعشرون]

430

م س مثل مربع ك م ^(٦٥) فك منطق < في القوة. فإن كان منطقاً في الطول فسطح ل م أعني أ ج منطق، ^(٦٦) وإن لم يكن منطقاً في الطول فسطح ل م أعني أ ج موّسط، وذلك ما أردنا بيانه.

كد [الشكل الرابع والعشرون]

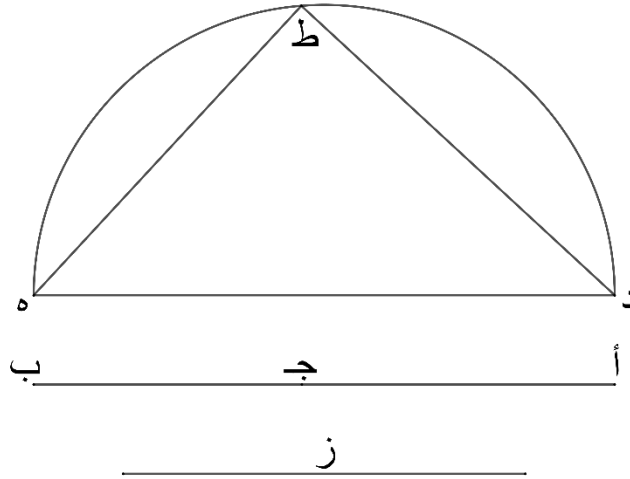
نريد أن نجد خطين منطقيين في القوة مشتركين فيها فقط ويزيد الأطول منهما على الأقصر في القوة بمثل مربع ضلعه يشارك الأطول في الطول.



فلنفرض د ه منطقاً ونخطّ عليه نصف دائرة ونفرض عدديّ أ ب، ج د مربعين مختلفين ولا يكون فضل ما بينهما وهو أ ج مربعاً ونجعل نسبة عدد أ ب إلى عدد أ ج كنسبة مربع د ه إلى مربع خط ز بمثل ما عملنا في التاسع، ونخرج وتر د ط مثل ز ^(٦٧) ونصل ط ه فزاوية ط ه قائمة ^(٦٨) فمربع د ه مثل مربعي ط د، ط ه ^(٦٩) فنسبة مربعي ط ه، ط د إلى مربع ط د كنسبة مربع د ه إلى مربع د ط ^(٧٠) أعني نسبة عدد أ ب إلى عدد أ ج فبالقلب نسبة مربعي ط ه، ط د إلى مربع ط ه كنسبة عدد أ ب إلى عدد ب ج لما مرّ بعد ^(٧١) ونسبة مربع د ه إلى مربع ط ه كنسبة مربعي ط د، ط ه إلى مربع ط ه ^(٧٢) فنسبة مربع د ه إلى مربع ط ه كنسبة عدد أ ب إلى ب ج ف د ه يشارك ط ه في الطول ^(٧٣) وليس نسبة مربع د ه إلى مربع د ط كنسبة عدد مربع إلى عدد مربع ف د ه لا يشارك د ط ^(٧٤) لكن مربعاهما على نسبة عددين فهما مشتركان في القوة ^(٧٥) و د ه منطق في القوة ف د ط منطق في القوة ^(٧٦) فهما منطقان في القوة مشتركان فيها فقط ومربع د ه يزيد على مربع ط د بمربع ط ه الذي يشارك د ه، وذلك ما أردنا بيانه.

كه [الشكل الخامس والعشرون]

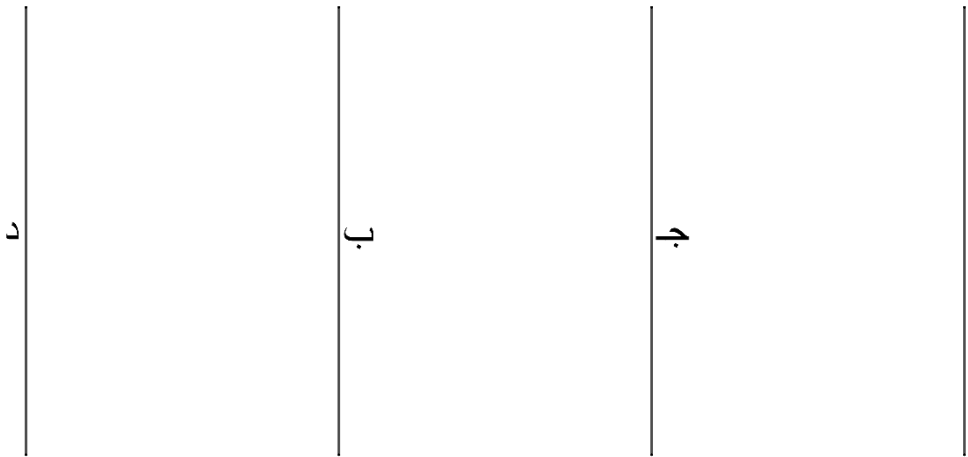
نريد أن نجد خطين منطقيين / [٦٨ ط] > في القوة مشتركين فيها فقط ويزيد الأطول على الأقصر في القوة بمثل مربع ضلعه لا يشارك الأطول في الطول.



فنفرض د هـ منطقاً ونعمل عليه نصف دائرة ونفرض عدد أ ب مربعاً وقسماه عدداً أ ج، ج ب غير مربعين ونجعل نسبة عدد أ ب إلى عدد أ ج كنسبة مربع د هـ إلى مربع ز ونخرج وتر د ط مثل ز ^(أ) ونصل ط هـ فليس نسبة د هـ إلى واحد منهما كنسبة عدد مربع إلى عدد مربع كما بيناه، فد هـ لا يشارك واحداً من د ط، ط هـ في الطول ^(ب) ويشاركهما في القوة ^(ج) فد هـ، د ط هما المطلوبان، وذلك ما أردنا بيانه.

كو [الشكل السادس والعشرون]

نريد أن نجد خطين موسطين مشتركين في القوة وسطح أحدهما في الآخر منطق ويزيد أحدهما على الآخر في القوة بمثل مربع ضلعه يشارك الأطول في الطول.

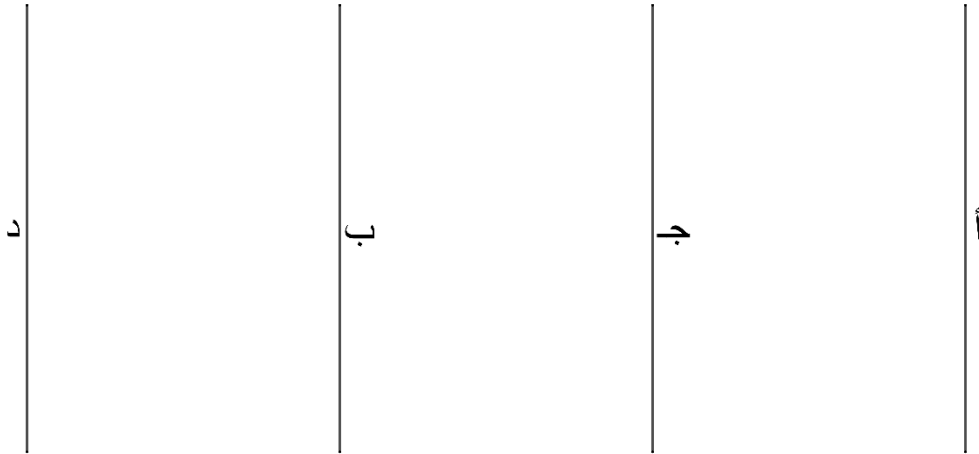


فليكن أ، ب منطقين في القوة مشتركين فيها فقط ويزيد أ على ب في القوة بمثل مربع ضلعه يشارك أ في الطول ^(ك) وليكن ج وسطاً في النسبة بين أ، ب ^(ط) فضرِب أ في ب غير منطق ^(ز) وهو مساوٍ لمربع ج ^(ز) فج موسط وليكن ضرب ج في د مساوياً لمربع ب ^(هـ) وب منطق في القوة فضرِب ج في د منطق، ولأنَّ نسبة أ إلى ج كنسبة ب إلى د لما مرَّ في الشكل الحادي والعشرين من هذه المقالة، فبالإبدال نسبة أ إلى ب

كنسبة جـ إلى د^(يوه) فـ جـ يشارك دـ في القوّة فقط حـ فـ دـ موّسط^(بط) ولأنّ مربّع أـ يزيد على مربّع بـ بمربّع فـ جـ يزيد على مربّع دـ بمربّع وأـ يشارك ضلع ذلك المربّع فـ جـ يشارك ضلع هذا المربّع^(ب) فـ جـ، دـ موّسطان و جـ يزيد على دـ في القوّة بمثل مربّع يكون ضلعه يشارك جـ في الطول، وذلك ما أردنا بيانه.

كز [الشكل السابع والعشرون]

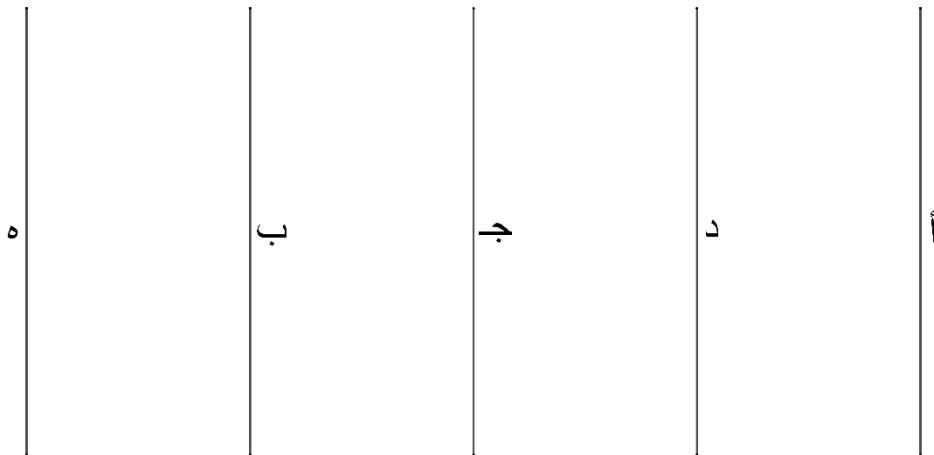
نريد أن نجد خطّين موّسطين مشتركين في القوّة فقط وسطح أحدهما في الآخر منطق ويزيد أحدهما على الآخر في القوّة بمثل / [69و] مربّع ضلعه > لا يشارك الأطول في الطول.



فليكن خطّا أ، ب منطقين في القوّة > مشتركين فيها فقط ويزيد أ على ب في القوّة بمثل مربّع ضلعه لا يشارك أ في الطول^(كه) وتبين كما بينّا أنّ جـ، د هما المطلوبان، وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن والعشرون]

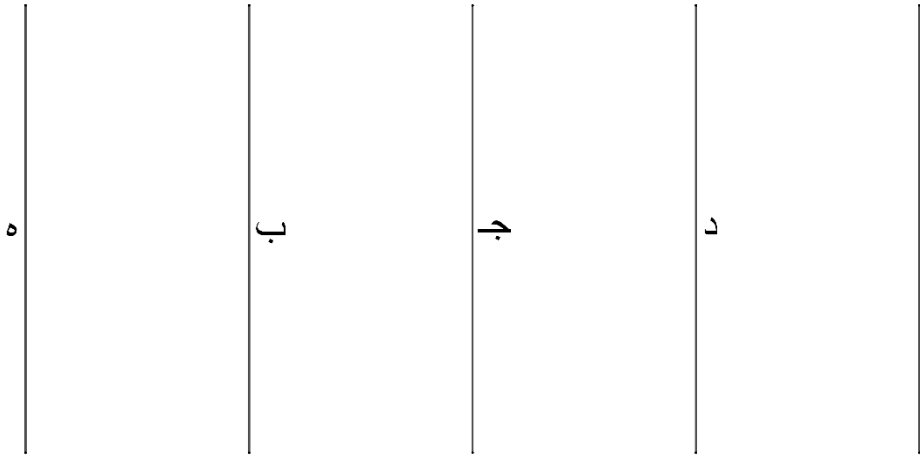
نريد أن نجد خطّين موّسطين مشتركين في القوّة وسطح أحدهما في الآخر موّسط أعني مساوٍ لسطح موّسط ويزيد أحدهما على الآخر في القوّة بمثل مربّع ضلعه يشارك الأطول في الطول.



فليكن خطّا أ، ب منطقين في القوّ وفيها فقط مشتركان ويزيد أ على ب في القوّ بمثل مربّع ضلعه يشارك أ في الطول^(ك) وليكن نسبة مربّع ب إلى مربّع ج كنسبة عدد مربّع إلى عدد غير مربّع ف ج يشارك ل ب في القوّ فقط^(ن) فهو أيضًا منطق في القوّ فقط^(ي) ونجعل د وسطا في النسبة بين أ، ج^(ط) ف ضرب أ في ج غير منطق^(ز) وهو مثل مربّع د^(ز) ف د موسّط ونجعل ضرب د في ه مثل ضرب ج في ب^(ه) وسطح ب في ج غير منطق^(ز) فهو موسّط فسطح د في ه مثل سطح موسّط ولأنّ نسبة أ إلى د كنسبة د إلى ج وهي كنسبة ب إلى ه^(يو) فنسبة أ إلى د كنسبة ب إلى ه^(يو) فنسبة أ إلى ب كنسبة د إلى ه^(يو) ف د يشارك ه في القوّ فقط^(ح) ف ه موسّط^(ط) و د يزيد على ه في القوّ بمثل مربّع ضلعه يشارك د في الطول،^(لا مَر في شكل كو) وذلك ما أردنا بيانه.

كط [الشكل التاسع والعشرون]

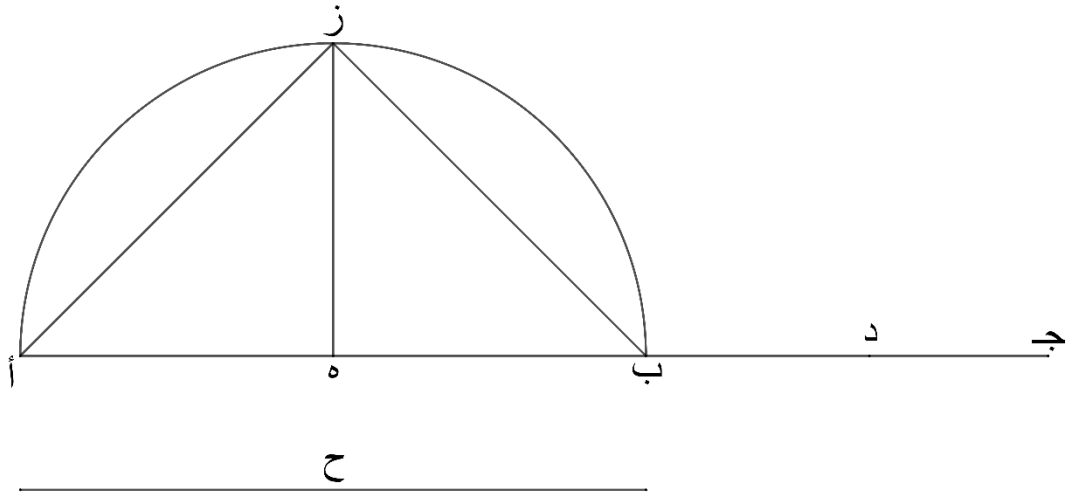
نريد أن نجد خطّين موسّطين مشتركين في القوّ فقط وسطح أحدهما في الآخر موسّط أعني مساوٍ لسطح موسّط ويزيد أحدهما على الآخر في القوّ بمثل مربّع ضلعه لا يشارك الأطول في الطول.



فليكن خطّا أ، ب منطقين في القوّ وفيها فقط مشتركين ويزيد أ على ب في القوّ بمثل مربّع ضلعه لا يشارك الأطول في [٦٩ ظ] > الطول^(ك) وتبيّن كما بيّنّا أنّ د، ه هما المطلوبان، وذلك ما أردنا بيانه.

ل [الشكل الثلاثون]

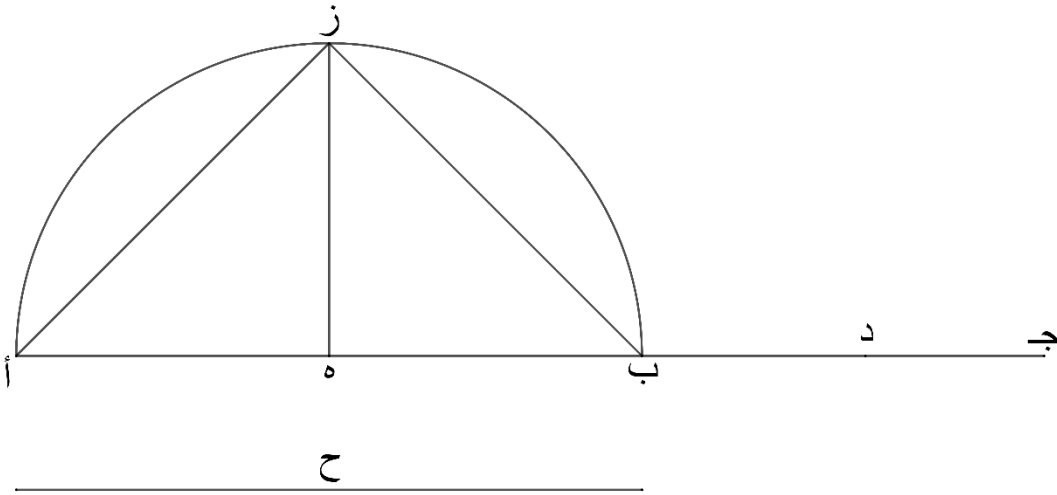
نريد أن نجد خطّين غير مشتركين في القوّ ومجموع مربّعهما منطق وضعف أحدهما في الآخر موسّط



فليكن خطاً $\underline{أ ب}$ ، $\underline{ب ج}$ منطقتين في القوة مشتركين فيها فقط، ويزيد $\underline{أ ب}$ على $\underline{ب ج}$ في القوة بمثل مربع ضلعه لا يشارك $\underline{أ ب}$ في الطول^(ك) وليكن ضلع ذلك المربع خط $\underline{ح}$ ونعمل على $\underline{أ ب}$ نصف دائرة وتنصف $\underline{ب ج}$ على $\underline{د}$ ^(ي) ونصف إلى $\underline{أ ب}$ سطحاً قائم الزوايا مساوياً لمربع $\underline{ب د}$ وننقص عن تمامه بسطح مربع^(ج) وليكن السطح المضاف إلى $\underline{أ ب}$ هو سطح $\underline{أ ه}$ في $\underline{ه ب}$ ونخرج عموده $\underline{ز}$ ^(يا) ونصل $\underline{ز ب}$ ، $\underline{ز أ}$ فلأن زاوية $\underline{أ ز ب}$ قائمة^(لا) فالمثلثات الثلاثة متشابهة^(ح) ف ضرب $\underline{أ ه}$ في $\underline{ه ب}$ مثل مربع $\underline{ه ز}$ ^(يو) ف $\underline{ه ز}$ مثل $\underline{ب د}$ ونسبة $\underline{أ ه}$ إلى $\underline{ه ب}$ كنسبة مربع $\underline{أ ه}$ إلى مربع $\underline{ه ز}$ ^(يو) ونسبة $\underline{أ ه}$ إلى $\underline{ه ز}$ كنسبة $\underline{أ ز}$ إلى $\underline{ز ب}$ فنسبة مربع $\underline{أ ه}$ إلى مربع $\underline{ه ز}$ كنسبة مربع $\underline{أ ز}$ إلى مربع $\underline{ز ب}$ ^(كب) فنسبة $\underline{أ ه}$ إلى $\underline{ه ب}$ كنسبة مربع $\underline{أ ز}$ إلى مربع $\underline{ز ب}$ ^(يا) و $\underline{أ ب}$ لا يشارك خط $\underline{ح}$ في الطول ف $\underline{أ ه}$ لا يشارك $\underline{ه ب}$ في الطول^(ك) ف $\underline{أ ز}$ ، $\underline{ز ب}$ غير مشتركين في القوة^(ج) فمجموع مربعيهما مثل مربع $\underline{أ ب}$ ^(ز) ومربع $\underline{أ ب}$ منطق. فمجموع مربعيهما منطق وضرب $\underline{أ ب}$ في $\underline{ه ز}$ مثل $\underline{ز ب}$ في $\underline{أ ز}$ في $\underline{ز ب}$ مثل ضعف $\underline{أ ب}$ في $\underline{ه ز}$ أعني في $\underline{ب د}$ أعني $\underline{أ ب}$ في $\underline{ب ج}$ ^(أب) و $\underline{أ ب}$ في $\underline{ب ج}$ عن منطق فهو موّسط فضعف $\underline{أ ز}$ في $\underline{ز ب}$ موّسط، وذلك ما أردنا بيانه.

لا [الشكل الحادي والثلاثون]

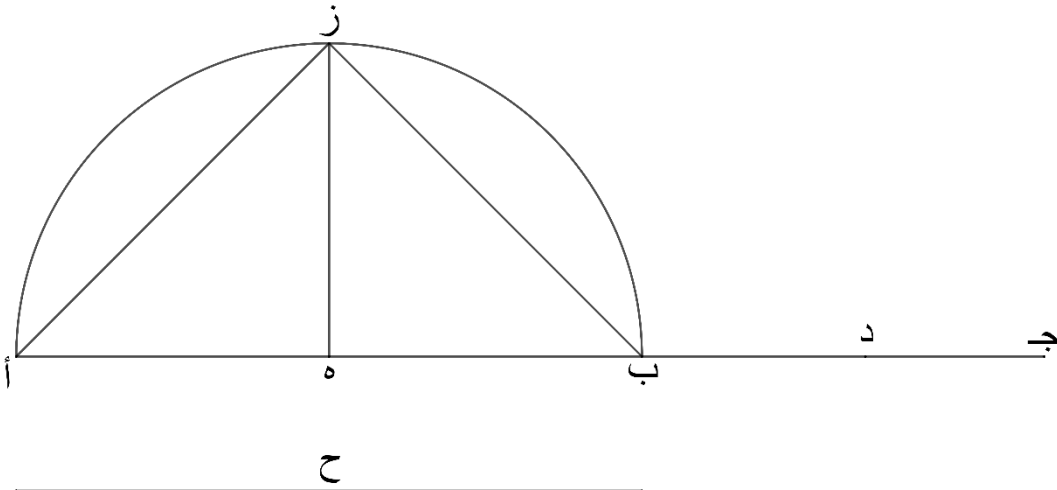
نريد أن نجد خطين غير مشتركين في القوة ومجموع مربعيهما موّسط وضعف ضرب أحدهما في الآخر منطق.



فنجعل خطي أ ب، ب ج موسطين مشتركين في القوة وضرب أحدهما في الآخر منطق ويزيد [٧٠و] أ ب على ب ج > في القوة بمثل مربع ضلعه لا يشارك أ ب في الطول^(٥) وليكن ضلع ذلك المربع خط ح فنعمل ما عملناه وتبين كما بينّا أنّ أ ز، ز ب غير مشتركين في القوة ومجموع مربعيهما الذي هو مثل مربع أ ب موسط وضعف أحدهما في الآخر الذي هو مثل أ ب في ب ج منطق، وذلك ما أردنا بيانه.

لب [الشكل الثاني والثلاثون]

نريد أن نجد خطين غير مشتركين في القوة ومجموع مربعيهما موسط وضعف أحدهما في الآخر أيضاً موسط غير مشارك لمجموع مربعيهما.



فنجعل خطي أ ب، ب ج موسطين مشتركين في القوة فقط وسطح أحدهما في الآخر موسط ويزيد أ ب على ب ج > في القوة بمثل مربع ضلعه لا يشارك أ ب في الطول^(٦) وليكن ضلع ذلك المربع خط ح فنعمل كما عملناه وتبين كما بينّا أنّ مجموع مربعي أ ز، ز ب الذي هو مثل مربع أ ب موسط وضعف أ ز في ز ب الذي هو مثل أ ب في ب ج موسط. ولأنّ نسبة أ ب في ب ج إلى مربع أ ب كنسبة ب ج إلى ب أ^(٧) وب

ج لا يشارك أ ب في الطول ف أ ب في ب ج أعني ضعف أ ز في ز ب ^(١١) لا يشارك مربع أ ب أعني مجموع مربعي ^(١٢) أ ز، ز ب، ^(ج) وذلك ما أردنا بيانه.

لج [الشكل الثالث والثلاثون]

إذا رُكِبَ خطٌّ من خطّي أ ب، ب ج المختلفين المنطقيين في القوّة المشتركين فيها فقط، فأقول: إنه غير منطقي.

أ _____ ب _____ ج _____

لأنّ مربعي أ ب، ب ج منطقتان فلا يكون مجموعهما مشاركاً لضعف أ ب في ب ج؛ إذ لو كان مجموعهما مشاركاً لضعف أ ب في ب ج كان ضعف أ ب في ب ج منطقاً ^(١٣) وضعف أ ب في ب ج مشاركاً ل أ ب في ب ج ف أ ب في ب ج منطق ^(١٤) وهو غير منطق، ^(١٥) هذا خلف. فمجموع مربعي أ ب، ب ج غير مشارك لضعف أ ب في ب ج ف مربع أ ج غير مشارك لمجموع مربعي أ ب، ب ج؛ إذ لو كان مشاركاً له وهو مساوٍ ل مربعي أ ب، ب ج مع ضعف ضرب أ ب في ب ج ^(د) كان ضعف أ ب في ب ج مشاركاً لمجموع [٧٠ ظ] > مربعي أ ب، ب ج، ^(١٦) هذا خلف. ف مربع أ ج غير منطق، وإلا لكان مشاركاً لمجموع > مربعي أ ب، ب ج، ^(١٧) هذا خلف. ف أ ج غير منطق، وإلا لكان مربعه منطقاً، ^(١٨) هذا خلف. ف أ ج غير منطق فهو ذو الاسمين، وذلك ما أردنا بيانه.

لد [الشكل الرابع والثلاثون]

إذا رُكِبَ خطٌّ أ ج من خطّي أ ب، ب ج الموسّطين المشتركين في القوّة فقط، وكان ضعف أ ب في ب ج منطقاً، فأقول: إنه غير منطق.

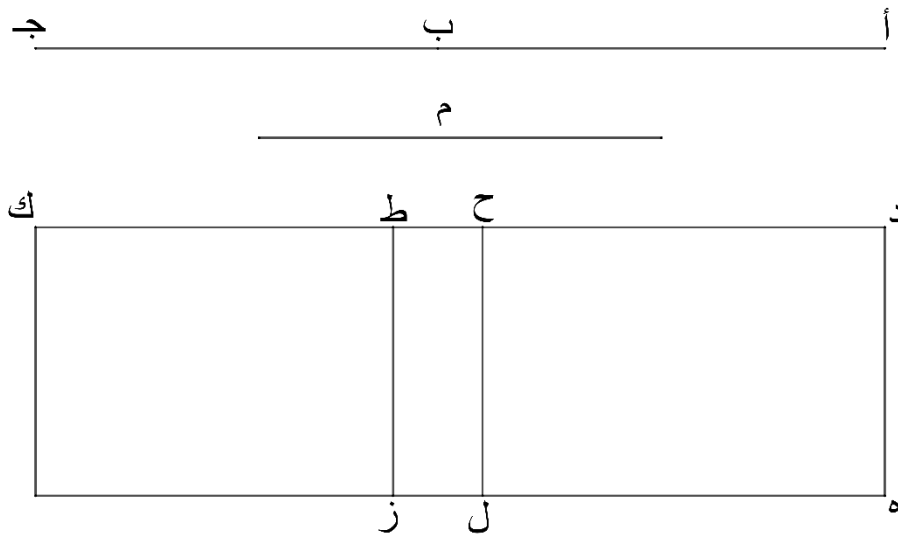
أ _____ ب _____ ج _____

لأنّا إذا عملنا على خطّ منطق في الطول سطحين قائمي الزوايا مساويين ل مربعي أ ب، ب ج ^(١٩) كان العرضان غير منطقين في الطول، وإلا لكان السطحان منطقين، ^(٢٠) هذا خلف، فالعرضان غير منطقين والسطحان المعمولان على نسبة العرضين ^(٢١) فالعرضان غير مشتركان في الطول. ^(ج) فمجموع العرضين لا يشارك كلّ واحد منهما في الطول ^(٢٢) فمجموع السطحين أعني مجموع مربعي أ ب، ب ج غير منطق؛ إذ لو كان منطقاً وانحطّ المقابل للخطّ

المنطق مساوٍ له ^(لـ١) فهو منطق. فكان مجموع العرضين منطقاً في الطول ^(ب) فكان كلّ واحد من العرضين منطقاً في الطول، ^(ي) هذا خلف. وإذن لم يكن مجموع مربّعي أ ب، ب ج منطقاً فهو غير مشارك لضعف ضرب أ ب في ب ج المنطق، وإلا لكان منطقاً، ^(ي) هذا خلف. فمربع أ ج غير مشارك لضعف ضرب أ ب في ب ج بالطريق الذي مرّ في الشكل المتقدّم أنّه غير مشارك لمجموع مربّعي أ ب، ب ج فمربع أ ج غير منطق ^(لـ٢) في الشكل المتقدّم) ف أ ج غير منطق ^(لـ٣) في الشكل المتقدّم) فهو ذو الموسّطين الأوّل، وذلك ما أردنا بيانه.

له [الشكل الخامس والثلاثون]

إذا رُكّب خطّ أ ج من خطّي أ ب، ب ج الموسّطين المشتركين في القوّة فقط وكان ضعف ضرب أحدهما في الآخر موسّطاً، فأقول: إنّ أ ج غير منطق.



فليكن خطّ د هـ منطقاً في الطول ونعمل عليه سطح هـ ح قائم الزوايا مساوياً لمربع أ ب ^(لـ٤) وعلى ح ل سطح ل ط قائم الزوايا مساوياً لمربع ب ج ^(لـ٤) فلأنّ ح ل مثل د هـ ^(لـ٤) فهو أيضاً منطق في الطول ف د ح، ح ط منطقان في القوّة فقط ^(ج) فربّعاهما مشتركان ^(ي) / [٧١] فمربع د ط يشارك > مربع كلّ واحد منهما ^(ب) ف د ط منطق في القوّة ^(ي) ونعمل مربّعاً مساوياً لضعف أ ب في ب ج ^(بـ١) وليكن ضلعه خطّ م ن فخطّ م موسّط. ولأنّ ط ز مثل ح ل ^(لـ٤) فهو أيضاً منطق في الطول فنعمل عليه سطح ز ك مثل مربع م ^(لـ٤) ف ط ك منطق في القوّة فقط ^(ج) ولأنّ نسبة أ ب في ب ج إلى مربع ب ج كنسبة أ ب إلى ب ج ^(أ١) ونسبة أ ب في ب ج إلى مربع أ ب كنسبة ب ج إلى ب ج ^(أ١) ف أ ب في ب ج غير مشارك لكلّ واحد من مربّعي أ ب، ب ج فضعف أ ب في ب ج لا يشارك كلّ واحد من مربّعي أ ب، ب ج وإلا لكان أ ب في ب ج مشاركاً لكلّ واحد منهما، ^(ي) هذا خلف. لكن مربّعاً أ ب، ب ج مشتركان فمجموعهما مشارك لكلّ واحد منهما ^(ب) فلا يكون ضعف أ ب في ب ج مشاركاً لمجموع المربعين؛ إذ لو كان مشاركاً لهما كان أيضاً مشاركاً لكلّ واحد من مربّعي أ ب، ب ج، ^(ي) هذا خلف. فمجموع مربّعي أ ب، ب ج أعني سطح هـ ط غير مشارك لضعف أ ب في ب ج أعني سطح ز ك وهما على نسبة د ط، ط ك ^(أ١) ف د ط غير مشارك ل ط ك

في الطول (ح) ف د ط، ط ك منطلقان في القوة مشتركان فيها فقط ف د ك غير منطق (ج) فسطح ه ك غير منطق؛ إذ لو كان منطقاً كان د ك منطقاً (ب) وسطح ه ك مساوٍ لمربع أ ج (دب) فربّع أ ج غير منطق ف أ ج غير منطق (لا مَر في ج) ف أ ج ذو الموسطين الثاني، وذلك ما أردنا بيانه.

لو [الشكل السادس والثلاثون]

إذا رُكِبَ خطّ أ ج من خطّي أ ب، ب ج غير مشتركين في القوة وكان مجموع مربّعيهما منطقاً وضعف أحدهما في الآخر موسطاً، فأقول: إنّه غير منطق.

أ _____ ب _____ ج _____

لأنّ مجموع مربّعي أ ب، ب ج غير مشارك لضعف أ ب في ب ج (لا مَر في ج) فربّع أ ج غير منطق (لا مَر في ج) ف أ ج غير منطق (لا مَر في ج) ف أ ج هو الخلط الأعظم، وذلك ما أردنا بيانه. / [٧١ ظ]

لز [الشكل السابع والثلاثون]

إذا رُكِبَ خطّ أ ج من خطّي أ ب، ب ج غير مشتركين في القوة وكان مجموع مربّعيهما موسطاً وضعف أحدهما في الآخر منطقاً، فأقول: إنّ أ ج غير منطق.

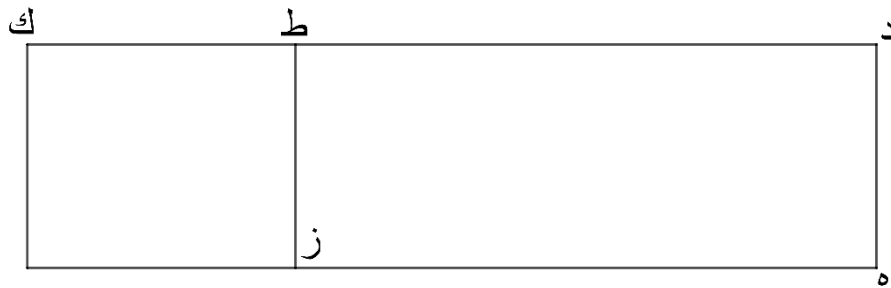
أ _____ ب _____ ج _____

لأنّ مجموع مربّعي أ ب، ب ج غير مشارك لضعف أ ب في ب ج المنطق (لا مَر في ج) فربّع أ ج غير منطق (لا مَر في ج) ف أ ج غير منطق (لا مَر في ج) ف أ ج هو القويّ على المنطق والموسط، وذلك ما أردنا بيانه.

لح [الشكل الثامن والثلاثون]

إذا رُكِبَ خطّ أ ج من خطّي أ ب، ب ج غير مشتركين في القوة وكان مجموع مربّعيهما موسطاً وضعف أحدهما في الآخر أيضاً موسطاً وكان الموسطان غير مشتركين، فأقول: إنّ أ ج غير منطق.

أ ب ج



لأننا نعمل مربعا مساويا لمجموع مربعي أ ب، ب ج^(د.ب) وليكن ضلعه خط م ومربعا آخر مساويا لضعف أ ب في ب ج^(د.ب) وليكن ضلعه خط ح فخطا م ح موسطان فنفرض د ه منطقا ونعمل عليه سطح ز د قائم الزوايا مساويا لمربع م^(م.ه) وعلى ط ز سطح ز ك قائم الزوايا مساويا لمربع ح^(أ.ه) فلأن ط ز مثل د ه^(د.أ) فهو أيضا منطق في الطول ف د ط، ط ك منطقان في القوة فقط^(ح) وسطحا ز د، ز ك على نسبة د ط، ط ك^(أ.و) ف د ط، ط ك لا يشتركان^(ح) ف د ك غير منطق^(ب) فسطح ه ك غير منطق^(ل.م.ز في ل) فربع أ ج غير منطق^(ل.م.ز في ل) الذي يقوى على ه ك غير منطق^(ل.م.ز في ل) ف أ ج هو القوي على الموسطين، وذلك ما أردنا بيانه.

ل ط [الشكل التاسع والثلاثون]

خط أ ج ذو الاسمين وقد قُسم باسميه على نقطة ب، فأقول: إنه لا ينقسم باسميه على نقطة أخرى.

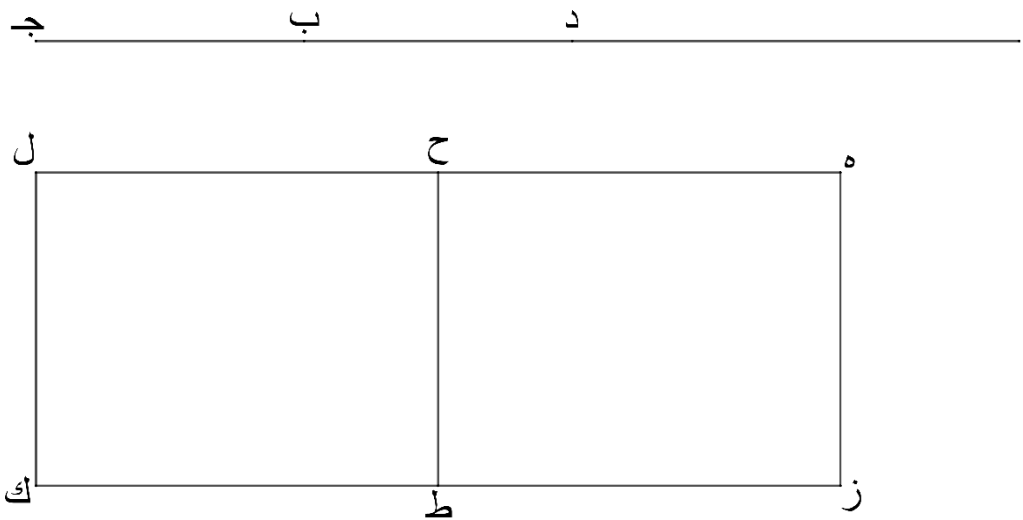
أ ب ج

والا فلينقسم باسميه على نقطة د فلأن مربعي أ ب، ب ج مع ضعف أ ب في ب ج مساو لمربعي أ د، د ج مع ضعف أ د في د ج لأن كل واحد منهما يساوي مربع أ ج^(د.ب) ففضل ما بين مجموع مربعي أ ب، ب ج ومجموع مربعي أ د، د ج هو فضل ما بين ضعف ضرب أ ب في ب ج وضعف ضرب أ د في د ج ولأن [٧٢و] <مجموع مربعي أ ب، ب ج يشارك كل واحد منهما^(ب) وهما منطقان> فمجموع مربعي أ ب، ب ج منطق^(ي) وكذلك مجموع مربعي أ د، د ج منطق لهذا بعينه ففضل ما بينهما منطق ولأن ضرب أ ب في ب ج غير منطق^(ن) وكذا أ د في د ج^(ن) فهما موسطان ففضل ما بينهما غير منطق^(ك) وضعفه يشاركه فهو

غير منطق وإلا لكان الفضل منطقاً^(٥) وضعفه هو فضل ما بين ضعف أ ب في ب ج وضعف أ د في د ج فالفضل منطق وغير منطق، هذا خلف. فأ ج لا ينقسم باسميه على نقطة أخرى، وذلك ما أردنا بيانه.

م [الشكل الأربعون]

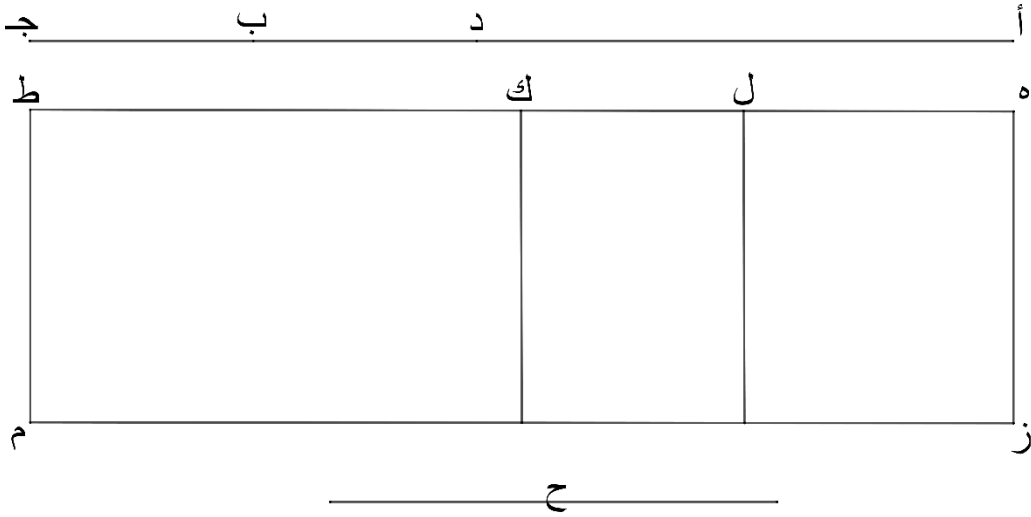
خط أ ج ذو الموسطين الأول وقد انقسم بقسميه على نقطة ب، فأقول: إنه لا ينقسم بقسميه على نقطة أخرى.



وإلا فيمكن القسمة الأخرى على نقطة د فنفرض خط ز هـ منطقاً في الطول ونعمل عليه سطح ز ح مثل مربع أ ب^(١٠٠) وح ك مثل مربع ب ج^(١٠٠) فلأن ز هـ مثل ح ط^(١٠٠) فح ط منطق في الطول أيضاً فهـ ح، ح ل منطقان في القوة فقط^(٤) وهما على نسبة السطحين^(أ) والسطحان مشتركان فهما مشتركان^(ج) فمجموعهما يشارك كل واحد منهما^(ب) فهو غير منطق في الطول وإلا لكان كل واحد منهما منطقاً^(٥) في الطول فسطح هـ ك غير منطق وإلا لكان هـ في منطقاً^(د) ولأن مربعي هـ ح، ح ل منطقان فهما مشتركان^(٥) فمجموعهما يشارك كل واحد منهما^(ب) فمجموعهما منطق^(٥) ولأن نسبة هـ ح في ح ل إلى مربع ح ل كنسبة هـ ح إلى ح ل^(أ) وهـ ح يشارك ح ل لما مرّ آنفاً فهـ ح في ح ل يشارك مربع ح ل المنطق فهو منطق^(٥) وضعفه يشاركه فهو منطق^(٥) ولأن جميع مربع هـ ل مثل مربعي هـ ح، ح ل مع ضعف هـ ح في ح ل^(دب) فهو منطق فسطح ز ل موسط، وكذلك نعمل على خط ز هـ سطحين مساويين لمربعي أ د، د ج وتبين أن مجموع السطحين موسط ففضل ما بينهما غير منطق^(ك) ففضل ما بين مربعي أ ب، ب ج ومربعي أ د، د ج غير منطق [٧٢ظ] >ولأن فضل ما بين ضعف أ ب في ب ج وضعف أ د في د ج منطق والفضلان متساويان (لما مرّ في شكل لط) فالفضل منطق وغير منطق، هذا خلف. فأ ج لا ينقسم بقسميه على نقطة أخرى، وذلك ما أردنا بيانه.

ما [الشكل الحادي والأربعون]

خط أ ج ذو الموسطين الثاني وقد انقسم بقسميه على ب، فأقول: إنه لا ينقسم بقسميه على نقطة أخرى.



وإلا فلينقسم على د فنفرض خط هـ ز منطقاً في الطول ونعمل عليه سطح ز ط قائم الزوايا مساوياً لمربع أ ج^(١٠٠) و ز ك قائم الزوايا مساوياً لمربعي أ ب، ب ج^(١٠١) و م ل قائم الزوايا مساوياً لمجموع مربعي أ د، د ج^(١٠٢) فيبقى سطح ك م مثل ضعف أ ب في ب ج^(١٠٣) و سطح ل ز مثل ضعف أ د في د ج^(١٠٤) ونعمل مربعاً مساوياً لضعف أ ب في ب ج^(١٠٥) وليكن ضلعه خط ح فلا ت ط م مثل ز هـ^(١٠٦) فهو أيضاً منطق في الطول و ح مو س ط ف ك ط منطق في القوة فقط^(١٠٧) فسطح ك م مو س ط و سطح ك ز أيضاً مو س ط لما تبين في شكل (م) ف هـ ك، ك ط منطقان في القوة فقط. ولأن نسبة مربع أ ب إلى أ ب في ب ج كنسبة أ ب إلى ب ج^(١٠٨) و أ ب لا يشارك ب ج في الطول فمربع أ ب لا يشارك أ ب في ب ج^(١٠٩) فلا يشارك ضعفه وإلا لكان مشاركاً ل أ ب في ب ج^(١١٠) ومربعاً أ ب، ب ج مشتركاً فمجموعهما يشارك مربع أ ب^(١١١) فمجموعهما لا يشارك ضعف أ ب في ب ج وإلا لكان مربع أ ب مشاركاً لضعف أ ب في ب ج^(١١٢) هذا خلف. فسطحاً ز ك، ك م غير مشتركين وهما على نسبة هـ ك، ك ط^(١١٣) ف هـ ك، ك ط غير مشتركين في الطول ف هـ ط غير منطق^(١١٤) فهو ذو الاسمين وقد انقسم باسميه على ل، هذا خلف^(١١٥) ف أ ج لا ينقسم بقسميه على نقطة أخرى، وذلك ما أردنا بيانه. / [٧٣]

مب [الشكل الثاني والأربعون]

خط أ ج > أعظم وقد انقسم بقسميه على ب، فأقول: إنه لا ينقسم بقسميه > على نقطة أخرى.



وإلا فليُنقسم على د ففضل ما بين ضعف أ ب في ب ج وضعف أ د في د ج الذي هو غير منطق^(ك) مساوٍ لفضل ما بين مجموع مربّعي أ ب، ب ج ومجموع مربّعي أ د، د ج (لما مرّ في شكل لط) الذي هو منطق، هذا خلف. فأ ج لا ينقسم بقسميه على نقطة أخرى، وذلك ما أردنا بيانه.

مح [الشكل الثالث والأربعون]

خطّ أ ج قوي على منطق وموسّط وقد انقسم بقسميه على ب، فأقول: إنّه لا ينقسم بقسميه على نقطة أخرى.

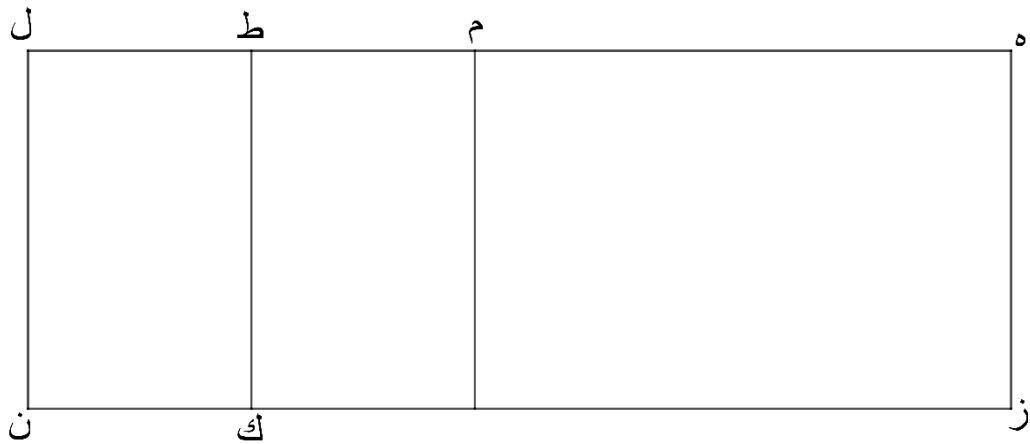
أ ————— د ————— ب ————— ج

وإلا فليُنقسم على د ففضل ما بين ضعف أ ب في ب ج وضعف أ د في د ج الذي هو منطق مثل فضل ما بين مجموع مربّعي أ ب، ب ج ومربّعي أ د، د ج (لما مرّ في شكل لط) الذي هو غير منطق،^(ك) هذا خلف. فلا ينقسم أ ج على نقطة أخرى، وذلك ما أردنا بيانه.

مد [الشكل الرابع والأربعون]

خطّ أ ج قوي على موسّطين وقد انقسم بقسميه على د، فأقول: إنّه لا ينقسم بقسميه على نقطة أخرى.

أ ————— د ————— ب ————— ج

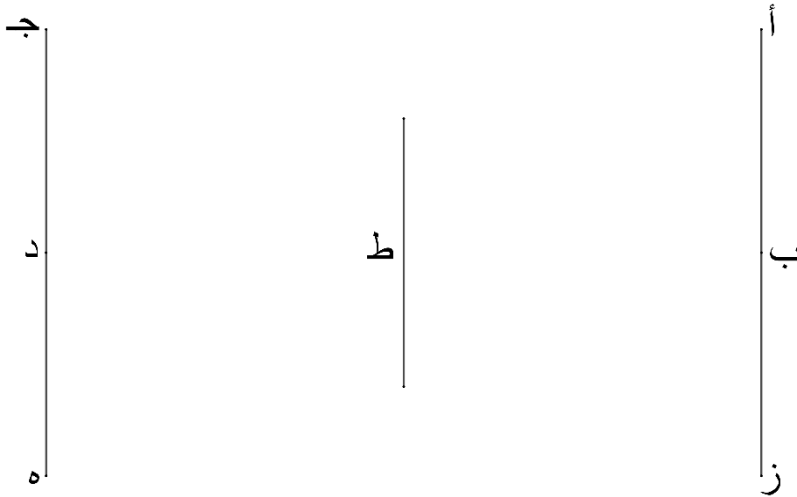


وإلا فليُنقسم على نقطة د ونفرض خطّ ز هـ منطقاً في الطول ونعمل عليه سطح ز ط قائم الزوايا مثل مجموع مربّعي أ ب، ب ج^(١٤٤) وك ط مثل هـ ز^(١٤٥) فهو أيضاً منطق في الطول فنعمل عليه سطح ك ل قائم الزوايا مثل ضعف أ ب في ب ج^(١٤٦) دسطحا ز ط، ك ل موسّطان بالطريق الذي بينّا في شكل (ما) أنّ ضعف أ ب في ب ج موسّط فـ هـ ط، ل ط^(١٤٧) منطقان في القوّة مشتركان فيها فقط ونسبة السطحين مثل نسبة هـ ط،

ط ل (أ) ف ه ط، ط ل لا يشتركان في الطول (ح) ف ه ل غير منطبق، فهو ذو الاسمين وقد انقسم باسميه على ط. ولأن ل ن مثل ه ز (د) فهو أيضاً منطبق في الطول. فنعمل عليه سطح ن م مثل مجموع مربعي أ د، د ج (ه) فيبقى ز م مثل ضعف أ د في د ج (دب) وتبين أن ه ل ينقسم على نقطة أخرى وهي م باسميه، هذا / [٧٣ ظ] > خلف. (ط) ف أ ج لا ينقسم بقسميه على نقطة أخرى، وذلك ما أردنا بيانه.

مه [الشكل الخامس والأربعون]

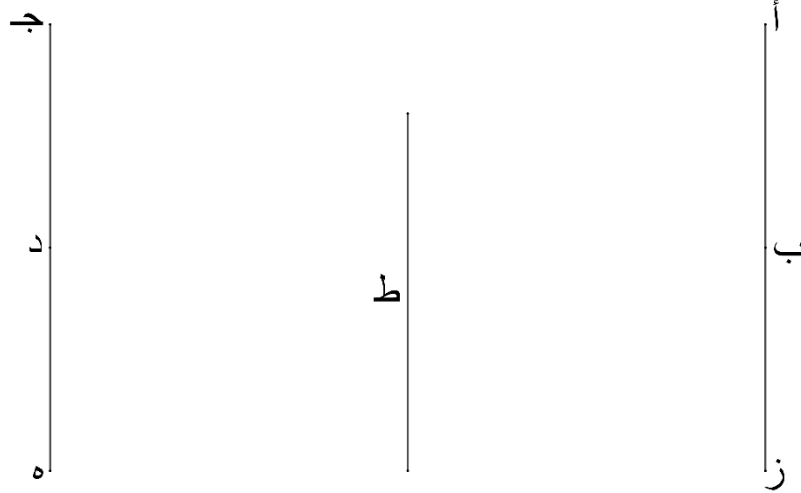
نريد أن نجد ذا الاسمين الأول.



فنفرض خطّ أ ب منطقتان في الطول وعدديّ ج ه، د ه مربعين ولا يكون فضل ما بينهما وهو ج د مربعاً ونجعل نسبة مربع أ ب إلى مربع ب ز كنسبة عدد ج ه إلى عدد ج د (بالطريق الذي مرّ في ط) ف أ ب، ب ز مشتركان في القوة (د) و أ ب منطبق في القوة ف ب ز منطبق في القوة (ي) و أ ب، ب ز غير مشتركين في الطول فهما منطقتان في القوة وفيها فقط مشتركين نخطّ أ ز غير منطبق (٤) فهو ذو الاسمين ونسبة ه ج إلى ج د كنسبة مربع أ ب إلى مربع ب ز فربع أ ب أعظم من مربع ب ز ف أ ب أعظم من ب ز وليكن فضل مربع أ ب على مربع ب ز بمربع ط فبالقلب نسبة ه ج إلى ه د كنسبة مربع أ ب إلى مربع ط (لما مرّ بعد ٥٥) ف أ ب يشارك ط في الطول (د) ف أ ب، ب ز منطقتان في القوة وفيها فقط مشتركان ويزيد أطولهما وهو أ ب على الآخر وهو ب ز بمربع ط الذي يشارك أ ب في الطول و أ ب الأطول منطقتان نخطّ أ ز ذو الاسمين الأول، وذلك ما أردنا بيانه.

مو [الشكل السادس والأربعون]

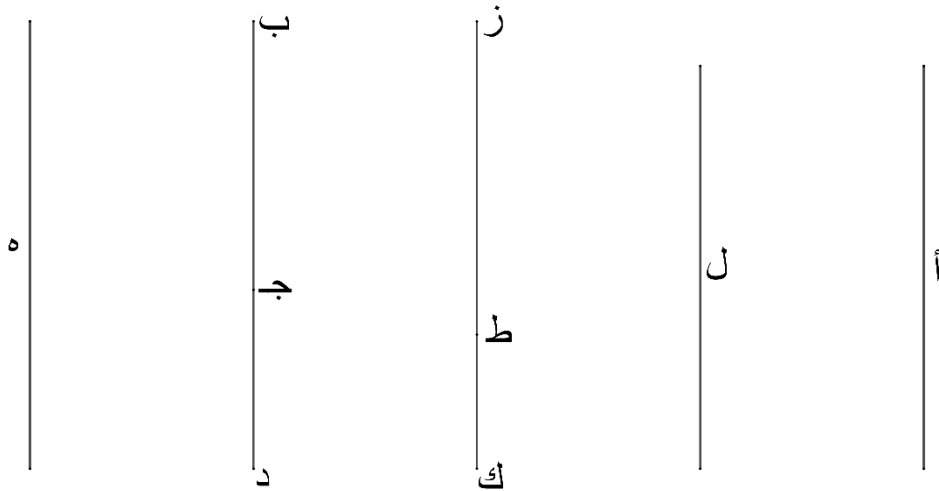
نريد أن نجد ذو الاسمين الثاني.



فنعمل كما عملنا إلا إننا نجعل نسبة مربع أ ب إلى مربع ب ز كنسبة عدد ج د إلى عدد ج ه، والبرهان ما مرّ في الشكل المتقدم، وذلك ما أردنا بيانه.

من [الشكل السابع والأربعون]

نريد أن نجد ذو الاسمين الثالث.

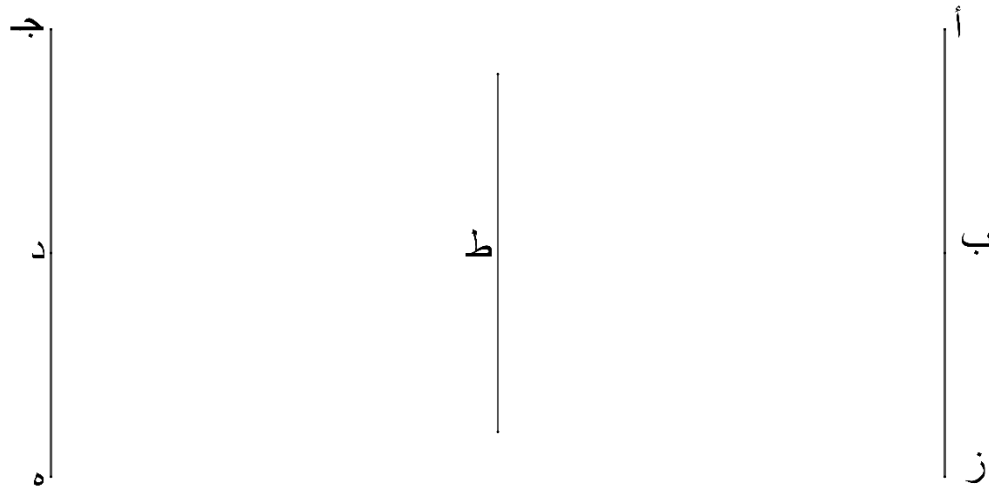


فنفرض أ منطوقاً في الطول وعددي ب ج، ب د مربعين ولا يكون فضل ما بينهما وهو ج د مربعاً ونضع ه عدداً أولاً أكثر من ب د فـ ه مابين ل د ب ولـ د ج فليست نسبة ه إلى ج د كنسبة عدد مربع إلى عدد مربع، وإلا لكانا مسطحين متشابهين (كـج) فعدد ه يعدّه ضلعه، هذا خلف. وأيضاً ليست نسبة ه إلى ب د كنسبة عدد مربع إلى عدد مربع، وإلا لكان ه مربعاً (كـج) فيعدّه عدد، هذا خلف. ثمّ نجعل نسبة مربع أ إلى مربع ز ط كنسبة ه إلى ب د ونسبة مربع ز ط إلى مربع ك ط كنسبة ب د إلى د ج بالعمل الذي ذكرناه في برهان الشكل التاسع فـ ز ط، ط ك منطوقان في القوة^(١) وليسا مشتركين في الطول^(٢) ومربع ز ط أعظم من مربع ك ط فليكن فضل مربعه على مربع ط ك مربع ل [٧٤و] فبالقلب >نسبة مربع ز ط إلى مربع

ل كنسبة ب د إلى ب ج المربعين (لما مر بعد ٥٥) ف ز ط يشارك ل (د) وبالمساواة > نسبة ه إلى ج د كنسبة مربع
أ إلى مربع ط ك (كب) فربع ط ك يشارك مربع أ (د) ومربع أ منطوق ف ط ك منطوق في القوة (ي) ونسبة مربع
أ إلى مربع ز ط كنسبة ه إلى ب د فربع ز ط يشارك مربع أ (د) وأ منطوق في القوة ف ز ط أيضاً منطوق في
القوة (ي) نخطأ ز ط، ط ك غير منطوقين في الطول ومنطوقان في القوة وفيها فقط مشتركان و ز ط الأطول يزيد
على ط ك في القوة بمثل مربع ل الذي يشارك ز ط في الطول ف ز ك ذو الاسمين الثالث، وذلك ما أردنا بيانه.

مح [الشكل الثامن والأربعون]

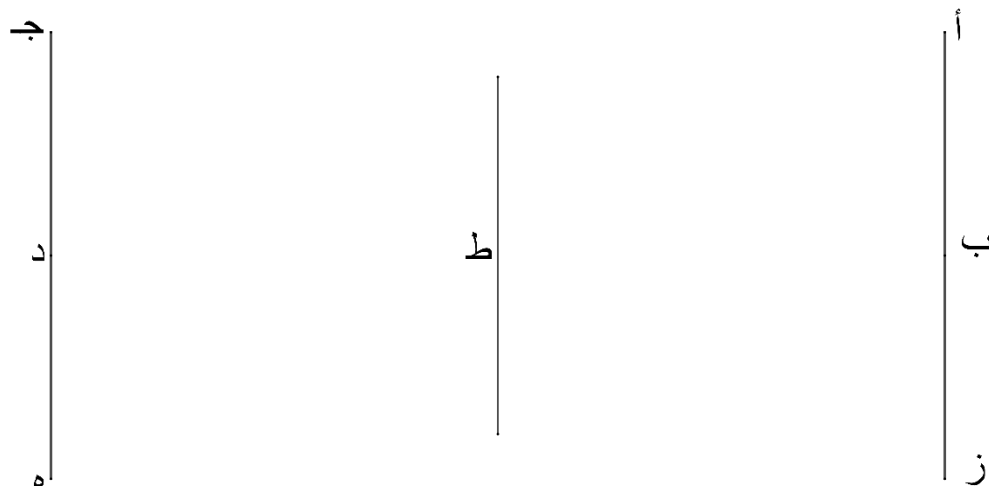
نريد أن نجد ذا الاسمين الرابع.



فنفرض خطّ أ ب منطوقاً في الطول وعددي ج د، د ه مربعين ولا يكون مجموعهما وهو ج ه مربعاً وتبين
بمثل ما بينّا في وجود ذي الاسمين الأول أنّ أ ز ذو الاسمين الرابع، وذلك ما أردنا بيانه.

مط [الشكل التاسع والأربعون]

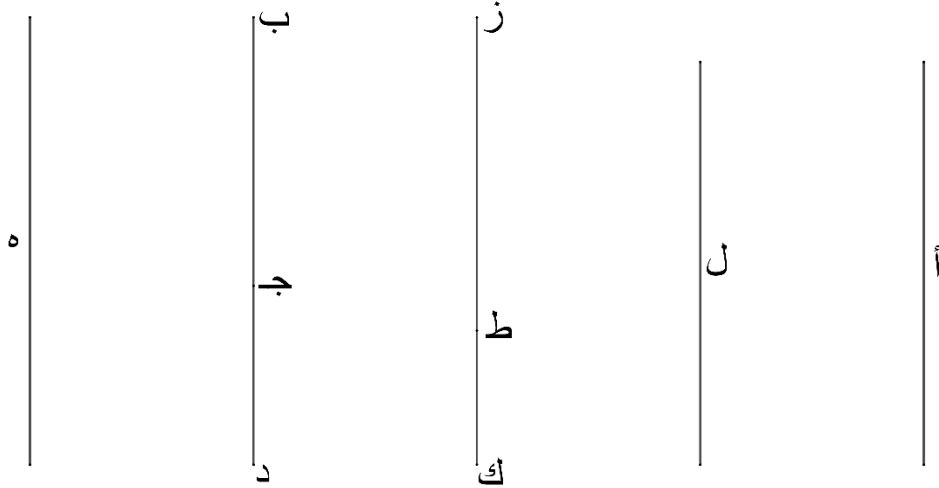
نريد أن نجد ذا الاسمين الخامس.



فنفرض خطَّ أ ب منطوقاً ونجعل هـ د مربّعاً و د ج غير مربّع ومجموعهما وهو هـ ج مربّعاً وتبينّ كما بينّا في وجود ذي الاسمين الثاني أنّ أ ز ذو الاسمين الخامس، وذلك ما أردنا بيانه.

ن [الشكل الخمسون]

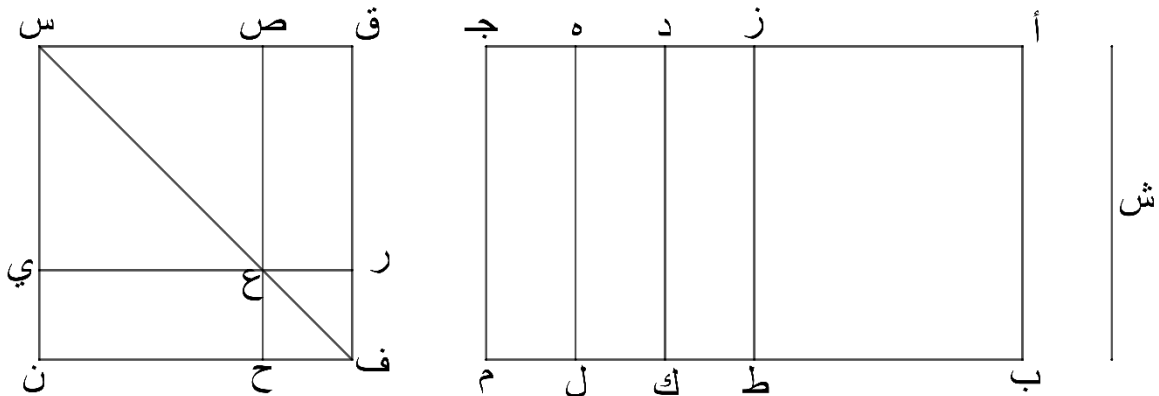
نريد أن نجد ذا الاسمين السادس.



فنفرض أ منطوقاً في الطول ونضع عددي ب ج، ج د غير مربّعين ومجموعهما وهو ب د مربّعاً وتبينّ بمثل ما بينّا في وجود ذي الاسمين الثالث أنّ ز ك ذو الاسمين السادس، وذلك ما أردنا بيانه.

نا [الشكل الحادي والخمسون]

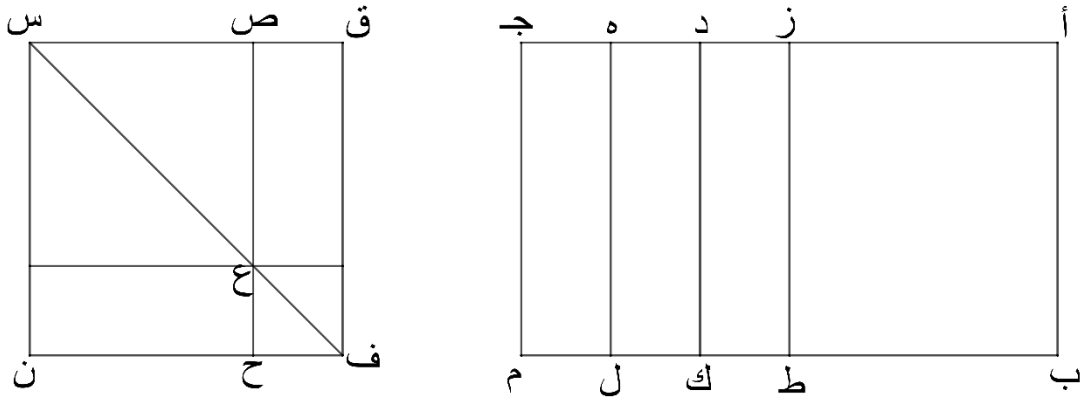
سطح ب ج قائم الزوايا وخطَّ أ ب منطوق و أ ج ذو الاسمين الأول، فأقول: إنّ الخطَّ القوي على سطح ب ج ذو الاسمين.



فليكن أ د أعظم قسمي أ ج وفضل مربعه على مربع ج د بمربع ش فننصف د ج على ه ^(١٠١) ونضيف إلى أ د سطحاً متوازي الأضلاع مساوياً لمربع د ه ينقص عن تمامه بسطح مربع ع ^(١٠٢) وليكن المعمول ه ^(١٠٣) ط ز د ه أعني سطح أ ز في ز د فلأن مربع أ د أعظم من مربع د ج مربع ش وضرب أ ز في ز د مثل مربع د ه أعني ربع مربع د ج ^(د.ب) و أ د يشارك ش في الطول ف أ ز يشارك ز د في الطول ^(ب.ج) ونخرج ز ط، د ك، ه ل موازية ل أ ب ^(لا.أ) فهي مساوية ل أ ب ^(لا.أ) فالسطوح كلها متساوية الارتفاع. ولأن نسبة أ ط إلى د ل كنسبة أ ز إلى د ه ^(أ.و) وهي كنسبة د ه إلى د ز ^(ز.و) وهي كنسبة د ل إلى ز ك ^(أ.و) فسطح د ل وسط في النسبة بين سطحي أ ط، ز ك ^(با.ه) و أ د المنطق يشارك كل واحد من أ ز، ز د في الطول ^(با.ه) ف أ ز، ز د منطقان ^(ي.ه) فسطوح أ ك، أ ط، ز ك منطقة ^(ه.ب) فنعمل مربع س ع مثل سطح أ ط ^(د.ب) ومربع ع ف مثل سطح ط د ^(د.ب) ونضع ص ع على استقامة ع ح فيقع ع ر على استقامة ع ي ^(د.ب) ويتّم سطح ق ن. فلأن أضلاعه المتقابلة متساوية ^(لا.أ) و ق ص مثل ح ف ^(لا.أ) أعني ف ر أعني ن ي ^(لا.أ) ف ق س مثل س ن ولأن زاوية س ي ع مثل زاوية ن ك ط ^(ك.ط.أ) فزاوية ن قائمة وكذلك تبين أن زاوية ق قائمة ف ق ن مربع فنخرج قطر س ف ومربعاً س ع، ع ف يشبهان مربع ق ن فهما على طرف قطره ^(ك.و) ولأن نسبة مربع ع س إلى سطح ق ع كنسبة ي ع إلى ع ر ^(أ.و) وهي كنسبة ص ع إلى ع ح ^(ز.ه) وهي كنسبة ع ق إلى مربع ع ف ^(أ.و) فسطح ط ق وسط في النسبة بين مربعي س ع، ع ف ^(با.ه) ولأن نسبة أ ط إلى ع ق كنسبة س ع إلى ع ق ^(ز.ه) وهي كنسبة ع ق إلى ع ف لما تبين أنّها وهي كنسبة ع ق إلى د ط ^(ز.ه) فنسبة أ ط إلى ع ق كنسبة ع ق إلى ط د ^(با.ه) فنسبة أ ط إلى ط د كنسبة أ ط إلى ع ق مثلاً بالتكرير ونسبة أ ط إلى ط د كنسبة أ ط إلى د ل مثلاً بالتكرير فنسبة أ ط إلى ع ق كنسبة أ ط إلى د ل ف ع ق يساوي د ل و ع ق مثل ع ن ^(ب.ج.أ) و د ل مثل ل ج ^(أ.و) فربع ق ن مثل سطح ب ج و د ل غير منطق؛ لأنّ أ م غير منطق وإلا لكان أ ج منطقاً، ^(و.ه) هذا خلف. و أ ك منطق ^(لا.م.آف.أ) ف ك ج غير منطق ونصفه د ل ^(لا.أ) يشاركه فهو غير منطق وإلا لكان هو منطقاً ^(ي.ه) و س ع منطق فهما غير مشتركين وإلا لكان ك ج منطقاً ^(ي.ه) و ق ع مثل د ل ^(لا.م.آف.أ) ف ق ع، ع س غير مشتركين وهما على نسبة ق ص، ص س ^(أ.و) ف ق ص، ص س غير مشتركين في الطول ^(ح.ز) و ق ص مثل ف ح ^(لا.أ) فربعه مثل مربعه المنطق فربعه منطق و ق س غير منطق ^(ب.ه) ف ق ص، ص س غير مشتركين في الطول وهما منطقان ^(و.ه) في القوة > وفيها فقط مشتركان ف ق س ذو الاسمين، وذلك ما أردنا بيانه.

نب [الشكل الثاني والخمسون]

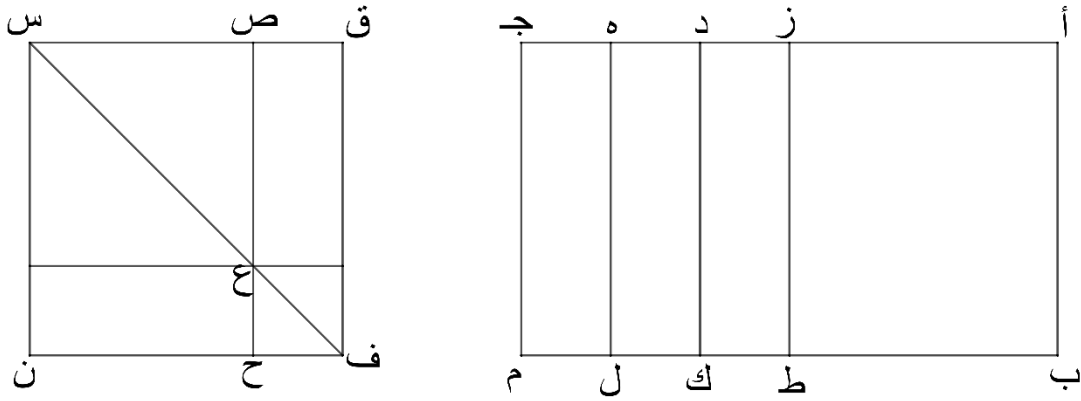
سطح ب ج قائم الزوايا وخط أ ب منطق و أ ج ذو الاسمين الثاني، فأقول: إنّ القوي على ب ج ذو الموسطين الأوّل



فتبين كما بينّا أنّ أ د الغير المنطق يشارك كلّ واحد من أ ز، ز د فأ ز، ز د غير منطقيين في الطول وإلا لكان أ د منطقاً،^(٥) هذا خلف. فسطحا أ ط، ز ك غير منطقيين وإلا لكان أ ز، ز د منطقيين.^(٦) ولأنّ نسبة مربع أ د إلى كلّ واحد من مربعي أ ز، ز د كنسبة عدد مربع إلى عدد مربع^(٧) فربع أ د المنطق يشارك كلّ واحد من مربعي أ ز، ز د فكلّ واحد من مربعي أ ز، ز د منطق^(٨) فسطحا أ ط، ز ك موسّطان وهما على نسبة أ ز، ز د المشتركين^(٩) فهما مشتركين^(١٠) ونعمل مربع س ع مثل أ ط ومربع ع ف مثل ز ك^(١١) فهما مشتركان ويتمّ مربع ق ن وتبين أنّه مثل سطح أ م كما بينّا، ولأنّ ك د، د ج منطقتان فسطح ك ج منطق^(١٢) فنصفه وهو د ل^(١٣) يشاركه فهو منطق^(١٤) وهو مثل سطح ق ع لما بينّا فسطح ق ع منطق. نخطّ ص ق، ص س موسّطان مشتركان في القوّة وسطح أحدهما في الآخر وهو ق ع منطق فضعفه ن س غير منطق^(١٥) ف س ق القوي على سطح ب ج ذو الموسّطين الأوّل، وذلك ما أردنا بيانه.

نح [الشكل الثالث والخمسون]

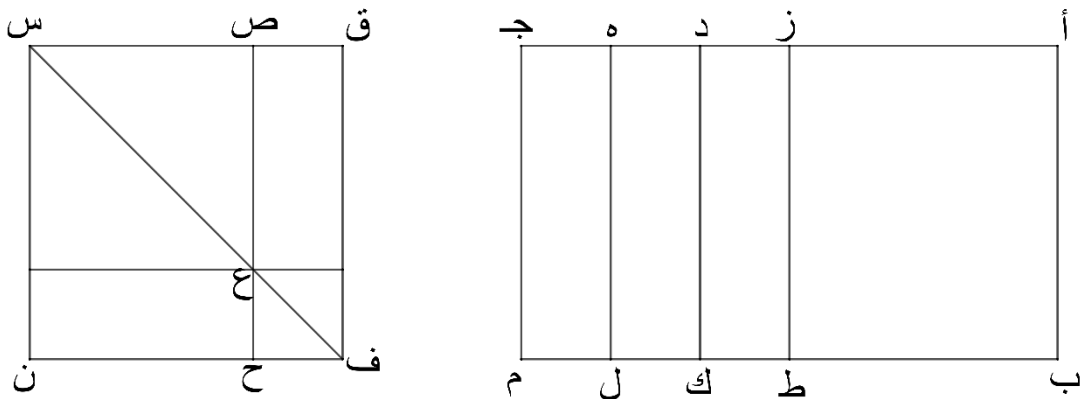
سطح ب ج قائم الزوايا وخطّ أ ب منطق و أ ج ذو الاسمين الثالث، فأقول: إنّ القوي على سطح ب ج ذو الموسّطين الثاني.



فتبينّ بالمقدّمات التي / [٧٥ظ] > مرّ نصفها في شكل (نا) ونصفها في شكل (نب) أنّ سطحي أ ط، ز ك موسّطان ومشتركان > فربّعا س ع، ع ف مشتركان. ولأنّ د ك مثل أ ب المنطق^(د.أ) فهو منطق، فسطح د م غير منطق، وإلا لكان د ج منطقاً^(ب) فهو إذن موسّط وسطح ق ع الذي هو من ضرب ص س في ق ص مثل د ل الذي هو نصف د م^(ل.أ) لما تقدّم، فضعفه مثل د م ف ص س، ص ق موسّطان مشتركان في القوّة، وضعف ضرب أحدهما في الآخر هو مثل سطح د م الموسّط ف س ق غير منطق^(هـ) فهو القوي على ب ج ذو الموسّطين الثاني، وذلك ما أردنا بيانه.

ند [الشكل الرابع والخمسون]

سطح ب ج قائم الزوايا وخطّ أ ب منطق و أ ج ذو الاسمين الرابع، فأقول: إنّ القوي على ب ج هو الخطّ الأعظم

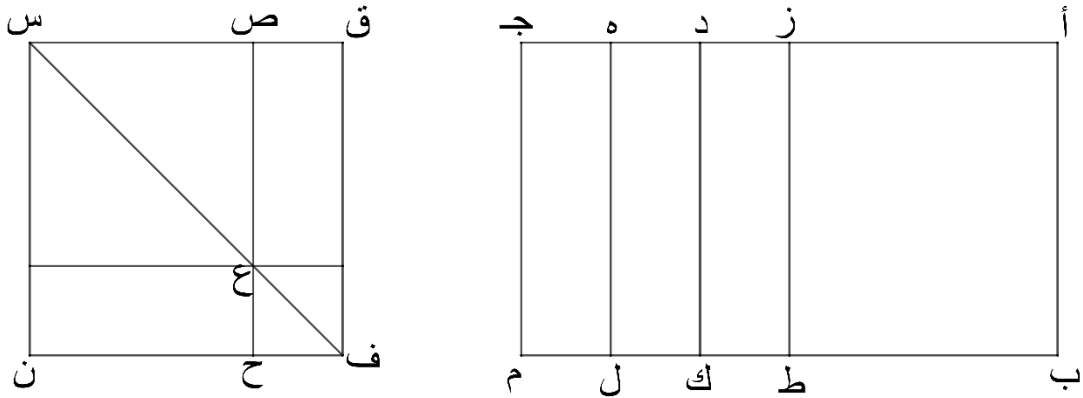


فنعمل كما عملنا وتبينّ كما بينّا أنّ أ ز غير مشارك لـ ز د في الطول و أ ط، ز ك على نسبتهم^(أ.ب) فهما غير مشتركين^(ج) فربّعا س ع، ع ف غير مشتركين ف ص س، ص ق غير مشتركين في القوّة ومجموع مربّعهما

الذي هو مثل أ ك الذي هو منطق وضعف سطح أحدهما في الآخر هو مثل سطح د م المتوسط لما تقدّم في شكل ب ج و س ق غير منطق^(٦) نخطّ س ق القوي على سطح ب ج هو الخطّ الأعظم، وذلك ما أردنا بيانه.

نه [الشكل الخامس والخمسون]

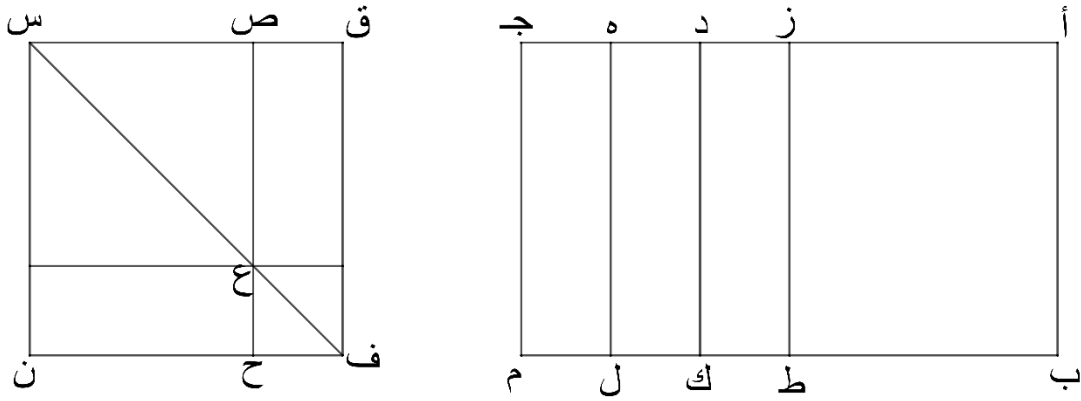
سطح ب ج قائم الزوايا وخطّ أ ب منطق و أ ج ذو الاسمين الخامس، فأقول: إنّ القوي على سطح ب ج هو الذي يقوى على منطق وموسّط



فنعمل ما عملنا وتبين كما بينّا في شكل (ند) أنّ س ص، ص ق غير مشتركين في القوّة و سطح أ ك موسّط لما مرّ في شكل (نج)، و د م منطق لما مرّ في شكل (نب) / [٧٦و] ومجموع مربّعي س ع، ع ف مثل أ ك فهو مثل موسّط وضعف سطح أحدهما في الآخر > مثل سطح د م فهو منطق و س ق غير منطق^(٦) نخطّ س ق القوي على ب ج هو الذي يقوى على منطق وموسّط، وذلك ما أردنا بيانه.

نو [الشكل السادس والخمسون]

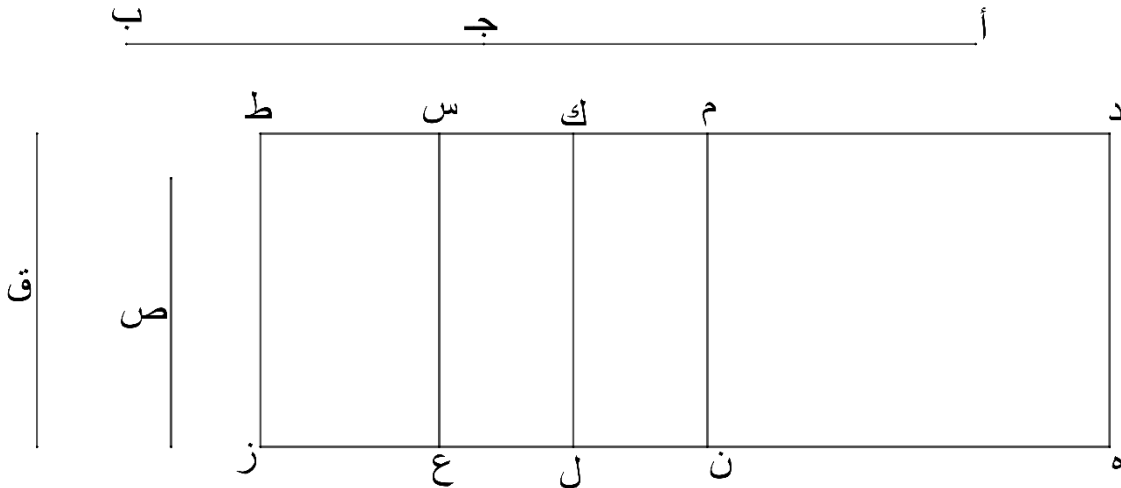
سطح ب ج قائم الزوايا وخطّ أ ب منطق و أ ج ذو الاسمين السادس، فأقول: إنّ القوي على سطح ب ج هو القوي على الموسّطين.



لأننا نعمل كما عملنا وتبين كما بينا أن س ص، ص ق غير مشتركين في القوة ومجموع مربعيهما مثل سطح أ ك المتوسط وضعف أحدهما في الآخر مثل سطح د م المتوسط والموسطان على نسبة أ د، د ج الغير المشتركين^(١٠) فهما غير مشتركين^(١١) فمجموع مربعي س ع، ع ف لا يشارك ضعف أحدهما في الآخر وس ق غير منطق^(١٢) نخط س ق القوي على سطح ب ج هو الذي يقوى على المتوسطين، وذلك ما أردنا بيانه.

نز [الشكل السابع والخمسون]

خط د ه منطق في الطول وعمل عليه سطح د ه، ز ط قائم الزوايا مساوياً لمربع أ ب الذي هو ذو الاسمين، فأقول: إن عرض د ط ذو الاسمين الأول.

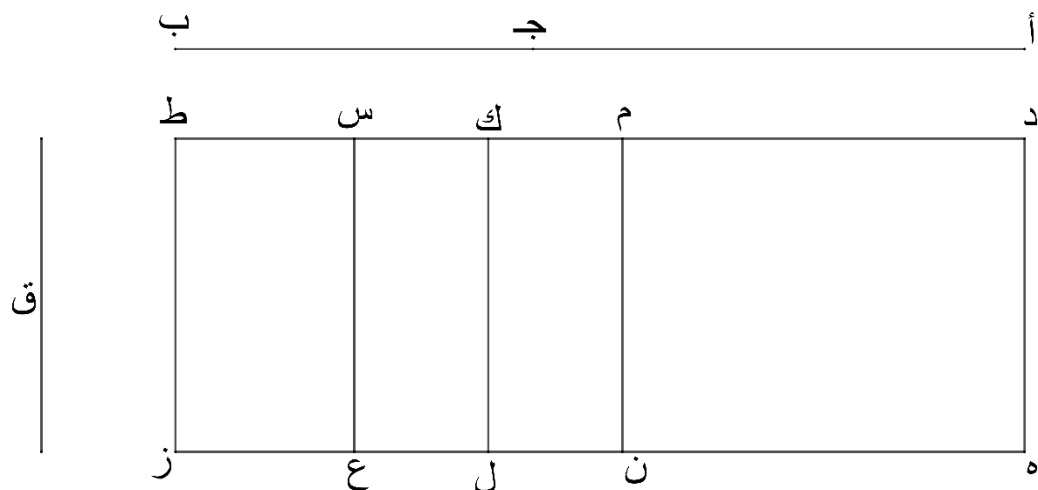


فليكن أ ج أعظم اسمي أ ب ويقطع سطح د ل القائم الزوايا مثل مجموع مربعي أ ج، ج ب^(١٣) فيبقى سطح ل ط ضعف أ ج في ج ب^(١٤) ويقطع أيضاً سطح ه م مثل مربع أ ج الأعظم^(١٥) يبقى ن ك مثل مربع ج ب وننصف ك ط على س^(١٦) ونخرج س ع موازياً لـ د ه^(١٧) فلـ س، س ز متساويان^(١٨) فكل واحد من ل س، س ز مثل أ ج في ج ب فلأن ه ك منطق فـ د ك منطق في الطول^(١٩) ولأن أ ج في ج ب

يحيط به خطان منطقتان في القوة مشتركان فيها فقط فهو موّسط فنعمل مربّعا مساويا [٧٦ظ] > ل أ ج في ج ب (ب.ب) وليكن ضلعه خط ق فلأن ل ك منطق و ق موّسط تساوى مربّعه سطح أ ج في ج ب وأضيف إلى ل ك سطح ل س مثل مربّع ق فعرض ك س منطق في القوة (ك) وهو يشارك ل ك ط ف ك ط غير منطق في الطول وإلا لكان ك س منطقاً في الطول (ي) ومربّع ك س يشارك مربّع ك ط فربّع ك ط منطق ف ك ط منطق في القوة ف د ط غير منطق (ل) فهو ذو الاسمين، فأقول: إنّه ذو الاسمين الأول؛ لأنّ أ ج أطول من ج ب فمجموع مربّعي أ ج، ج ب أعظم من ضعف أ ج في ج ب (لما مرّ بعد ح.ب) ف ه ك أعظم من ك ز ف د ك أطول من ك ط وليكن فضل مربّع د ك على مربّع ك ط بمربّع ص وقد تبين في شكل (كج) أنّ سطح ل س وهو أ ج في ج ب وسط في النسبة بين مربّعي أ ج، ج ب فسطح ل س وسط في النسبة بين سطحي ه م، ن ك، ولأنّ نسبة د م إلى ك س كنسبة م ه إلى ل س (أ.و) وهي كنسبة ل س إلى ل م لما تبين آتياً وهي كنسبة ك س إلى ك م (أ.و) فنسبة د م إلى ك س كنسبة ك س إلى ك م (ب.ا) ف ك س أيضاً وسط في النسبة بين د م، م ك ف د م في م ك مثل مربّع ك س (ب.ز) أعني مثل ربع مربّع ك ط وسطحا ه م، م ك المنطقتان مشتركان ف د م مشارك ل م ك (ح) ف د ك يشارك ص (ي) ف د ك يزيد على ط ك في القوة بمثل مربّع يشارك د ك في الطول نخطأ د ك، ك ط منطقتان في القوة وفيها فقط مشتركان و د ك الأطول منطق في الطول وهو يزيد على ك ط في القوة بمثل مربّع ضلعه يشارك د ك في الطول ف د ط ذو الاسمين الأول، وذلك ما أردنا بيانه.

نح [الشكل الثامن والخمسون]

خطّ د ه منطق في الطول وعمل عليه سطح د ه، ز ط قائم الزوايا مساوياً لمربّع أ ب الذي هو ذو الموسّطين الأول، فأقول: إنّ د ط ذو الاسمين الثاني.

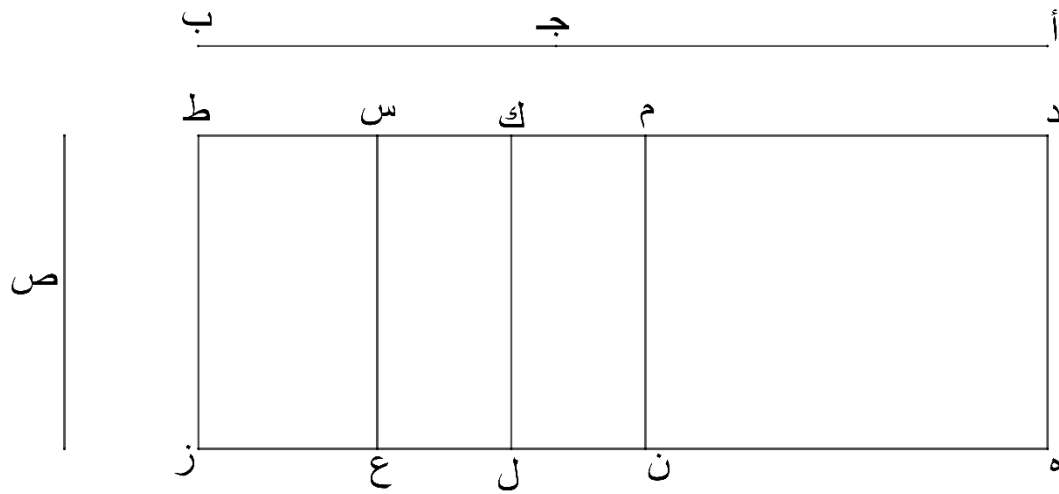


لأنّا نعمل كما عملنا فلأنّ سطح ل ط مساوٍ لضعف أ ج في ج ب (ب.د) فهو منطق و ك ل يساوي د ه المنطق (ل.د) فهو منطق ف ك ط منطق في الطول، (و) ولأنّا نعمل مربّعا مثل مربّعي أ ج، ج ب (ب.ب) وليكن

ضلعه / [٧٧و] خط ق فلان مربعي > أ ج، ج ب مشتركان فربع ق ه يشارك كل واحد منهما،^(١٤) فقط أ ج، ف ه > مشتركان في القوة وأ ج موّسط ف ق موّسط^(١٥) ومربع ق مثل السطح المضاف إلى د ه المنطق ف د ك منطق في القوة فقط^(١٦) ف د ط غير منطق^(١٧) وتبين كما بينّا أنّ د ك الأعظم يزيد على ك ط في القوة بمثل مربع ضلعه يشارك د ك في الطول ف د ط ذو الاسمين الثاني، وذلك ما أردنا بيانه.

نط [الشكل التاسع والخمسون]

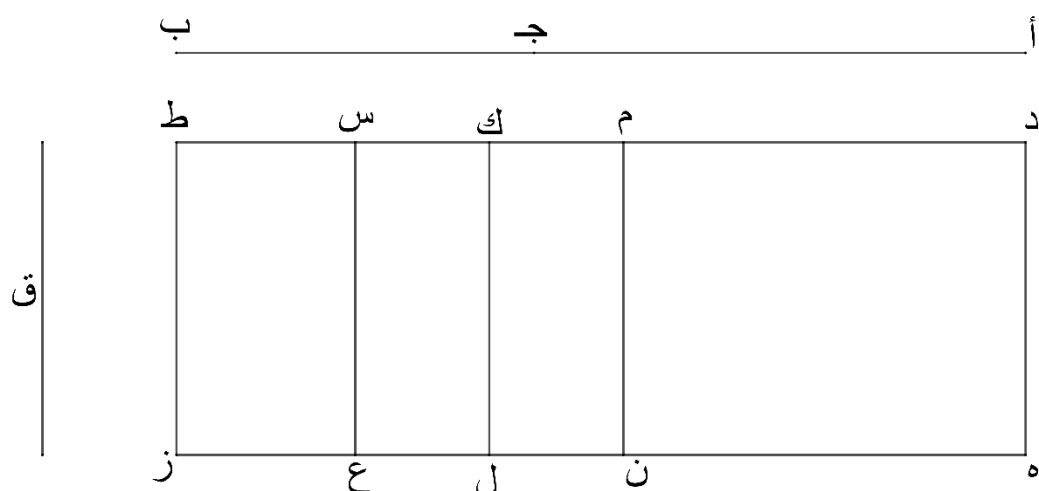
خط د ه منطق في الطول وعمل عليه سطح د ه ز ط قائم الزوايا مساوياً لمربع أ ب الذي هو ذو الموسّطين الثاني، فأقول: إنّ د ط ذو الاسمين الثالث.



فنعمل كما عملناه وتبين كما بينّا في شكل (نح) أنّ د ك منطق في القوة فقط ونعمل مربعاً مثل ضعف أ ج في ج ب^(١٨) وليكن ف ه، ف ص موّسط وك ل المساوي ل د ه^(١٩) منطق ومربع ص مثل السطح المضاف إلى ك ل المنطق ف ك ط منطق في القوة فقط^(٢٠) ولأنّ نسبة مربع أ ج إلى أ ج في ج ب كنسبة أ ج إلى ج ب^(٢١) وأ ج لا يشارك ج ب، فربّع أ ج لا يشارك أ ج في ج ب^(٢٢) فلا يشارك ضعفه وإلا لشارك أ ج في ج ب^(٢٣) ومربع أ ج يشارك مجموع مربعي أ ج، ج ب^(٢٤) فمجموع مربعاً أ ج، ج ب لا يشارك ضعف أ ج في ج ب وإلا لشارك مربع أ ج ضعف أ ج في ج ب^(٢٥) ف د ك لا يشارك ك ز وهما على نسبة د ك، ك ط^(٢٦) ف د ك لا يشارك ك ط^(٢٧) و د ط غير منطق وتمام البيان ما تقدّم، وذلك ما أردنا بيانه.

س [الشكل الستون]

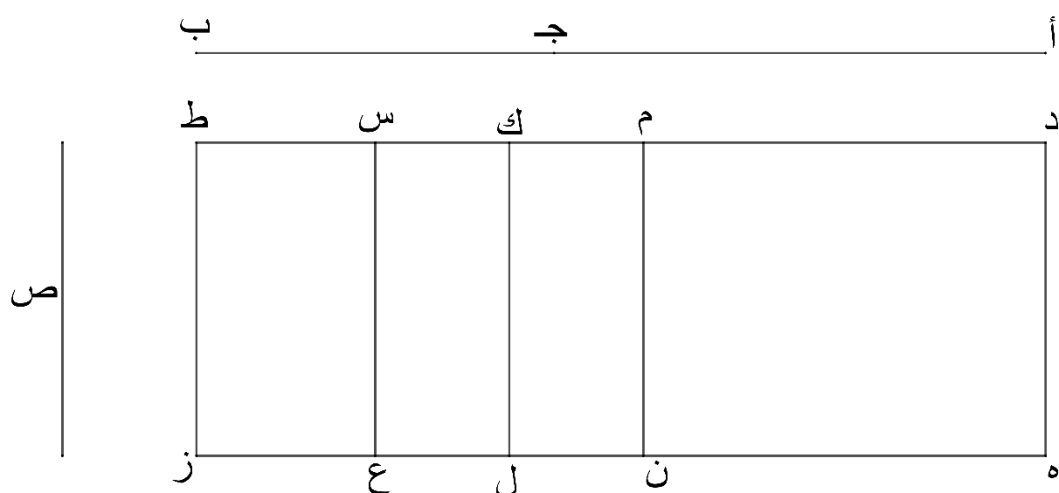
خط د ه منطق في الطول وعمل عليه سطح د ه، ز ط قائم الزوايا مساوياً لمربع أ ب الذا هو الخط الأعظم، فأقول: إنّ د ط ذو الاسمين الرابع.



فنعمل كما عملناه، فلأنّ د ك منطق في الطول لما مرّ في شكل (نز) / [77ظ] > و ك ط منطق في القوّة فقط لما مرّ في شكل (نط) و د ط غير منطق < (±) ولأنّ مربعي أ ج، ج ب غير مشتركين فسطحا ه م، م ل غير مشتركين وهما على نسبة د م، م ك (أو) ف د م لا يشارك م ك (ح) ف د ك لا يشارك ضلع المربع الذي هو فضل مربّعه على مربّع ك ط (ي) ف د ط ذو الاسمين الرابع، وذلك ما أردنا بيانه.

سا [الشكل الحادي والستون]

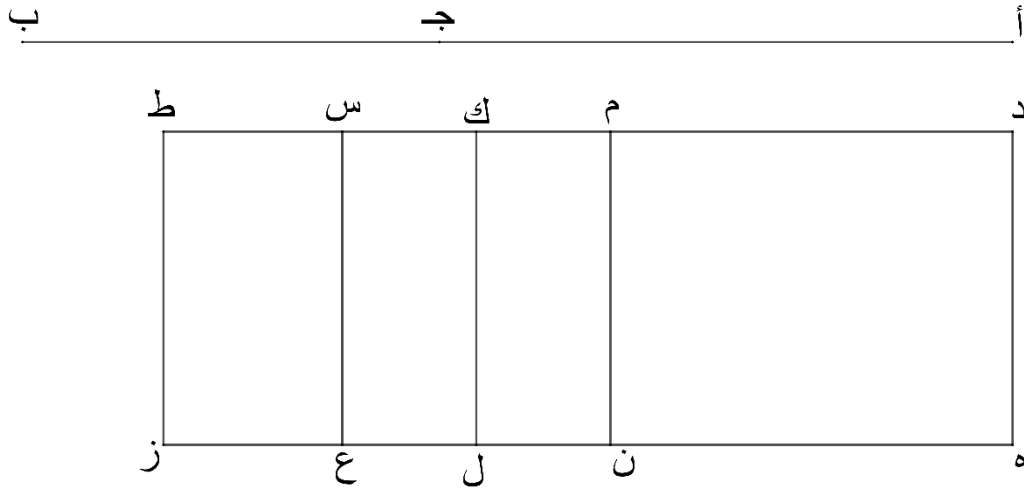
خطّ د ه منطق في الطول وعُمل عليه سطح د ه، ز ط قائم الزوايا مساوياً لمربع أ ب الذي هو القوي على منطق وموسّط، فأقول: إنّ د ط ذو الاسمين الخامس.



فنعمل كما عملنا فلأنّ د ك منطق في القوّة فقط و ك ط منطق في الطول لما مرّ كلاهما في شكل (نح) ف د ط غير منطق و د ك لا يشارك ص ع فضل مربّعه على مربّع ك ط لما مرّ في شكل (س) ف د ط ذو الاسمين الخامس، وذلك ما أردنا بيانه.

سب [الشكل الثاني والستون]

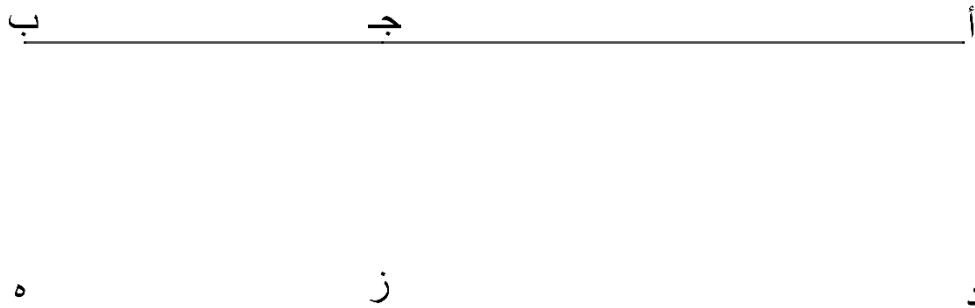
خطّ د ه منطبق في الطول وعُمل عليه سطح د ه ز ط قائم الزوايا مساوياً لمربع أ ب الذي هو القوي على الموسطين، فأقول: إنّ د ط ذو الاسمين السادس.



فنعمل السابق، فلأنّ د ك منطبق في القوة فقط لما مرّ في شكل (نح) و ك ط منطبق في القوة فقط لما مرّ في شكل (نط) و د ط غير منطبق^(٦) ولأنّ الموسطين غير مشتركين ف د ك، ك ز غير مشتركين وهما على نسبة د ك، ك ط^(٧) ف د ك غير مشارك ل ط ك في الطول^(ح) ف د ط ذو الاسمين السادس، وذلك ما أردنا بيانه. [٧٨و]/

سج [الشكل الثالث والستون]

خطّ د ه مشارك لخطّ أ ب في <الطول و أ ب ذو الاسمين، فأقول: إنّ د ه> أيضاً ذو الاسمين وهما في مرتبة واحدة.



فليكن الاسم الأعظم أ ج ونجعل خطّي أ ب، د ه محيطين بزاوية عند نقطة أ ونصل بين نقطتين ب، ه بخطّ مستقيم ونخرج من نقطة ج خطّاً موازياً للقاعدة ^(لا١) وليكن طرفه الآخر نقطة ز فنسبة أ ج إلى ج ب كنسبة د ز إلى ز ه ^(ب٢) فنسبة أ ج إلى د ز كنسبة ج ب إلى ز ه ^(ب٣) فنسبة أ ب إلى د ه كنسبة أ ج إلى د ز وكنسبة ج ب إلى ز ه ^(ب٤) فربّعاتها أيضاً متناسبة ^(كب٥) ولأنّ أ ب، د ه مشتركان فنسبة مربع أ ب إلى مربع د ه كنسبة عدد مربع إلى عدد مربع ^(ن٦) فربّع أ ب يشارك مربع د ه فربّع أ ج يشارك مربع د ز ^(ح٧) ومربّع ج ب يشارك مربع ز ه ^(ح٨) ومربّع أ ج، ج ب منطقتان فربّعاً د ز، ز ه منطقتان ^(ي٩) وأ ج لا يشارك ج ب فد ز لا يشارك ز ه ^(ح٩) ود ه غير منطبق ^(٤٠) فهو ذو الاسمين فأقول: إنّه في مرتبة أ ب؛ لأنّ أ ب يشارك د ه في الطول فأ ج يشارك د ز في الطول ^(ح١٠) وج ب يشارك ز ه في الطول ^(ح١١) فإن كان أ ج منطبقاً في الطول فكذلك د ز ^(ي١٢) وإن كان ج ب منطبقاً في الطول فكذلك ز ه ^(ي١٣) وإن كان أ ج غير منطبق في الطول فكذلك د ز، ز ه؛ إذ لو كان أحدهما منطبقاً كان أ ج أو ج ب منطبقاً، ^(ي١٤) هذا خلف. وأ ج يزيد على ج ب في القوة فكذلك د ز على ز ه فإن كان أ ج زائداً على ج ب في القوة بمثل مربع خطّ يشاركه فكذلك د ز يزيد على ز ه بمربّع خطّ يشاركه ^(ب١٥) وإن كان أ ج زائداً على ج ب في اقوة بمثل مربع خطّ لا يشاركه فكذلك د ز على ز ه بمربّع خطّ لا يشاركه ^(ب١٦) فد د ه ذو الاسمين وفي مرتبة أ ب، وذلك ما أردنا بيانه.

سد [الشكل الرابع والستون]

خطّ د ه مشارك لخطّ أ ب في الطول وأ ب ذو الموسطين، فأقول: إنّ د ه أيضاً ذو الموسطين وفي مرتبته.

أ ج ب

ك

ل

د ز ه

لأنّ أ ج، د ز مشتركان في القوة وكذا ج ب، ز ه لما مرّ كلاهما في شكل ^(سج١) وأ ج، ج ب موسطان ف د ز، ز ه موسطان ^(بط٢) وفي القوة فقط / [٧٨ظ] > مشتركان لما مرّ في ^(سج٣) فد د ه غير منطبق بشكل ^(لد٤) فهو > ذو الموسطين فأقول: إنّه في مرتبة أ ب؛ لأنّ نسبة مربع د ز إلى سطح د ز في ز ه كنسبة د ز إلى ز ه ^(أ٥) وهي كنسبة أ ج إلى ج ب لما تبين في ^(سج٦) وهي كنسبة مربع أ ج إلى سطح أ ج في ج ب ^(أ٧) فنسبة مربع د ز إلى سطح د ز في ز ه كنسبة مربع أ ج إلى سطح أ ج في ج ب ^(ب٨) فبالإبدال نسبة مربع

د ز إلى مربع أ ج كنسبة سطح د ز في زه إلى سطح أ ج في ج ب^(يوه) ومربعاً أ ج، د ز مشترك (لا مَر في
 سج) فسطح أ ج في ج ب مشارك لسطح د ز في زه^(ح) وضعف أ ج في ج ب يشارك أ ج في ج ب
 فيشارك د ز في زه^(ي) و د ز في زه يشارك ضعفه، فضعف ضرب أ ج في ج ب يشارك ضعف د ز في ز
 ه^(ي) فإن كان ضعف أ ج في ج ب منطقاً فضعف د ز في زه منطق^(ي) وإن كان موسّطاً فهو موسّط وسطح
 د ز في زه يحيط به خطّان منطقان في القوّة مشتركان فيها فقط، فهو موسّط^(ن) فنعمل مربعاً مثل د ز في ز
 ه^(يدب) وليكن ضلعه ك ومربعاً مثل ضعف د ز في زه^(يدب) وليكن ضلعه ل نخطّ ك ل مشتركان في القوّة و
 ك موسّط نخطّ ل أيضاً موسّط^(بط) فضعف د ز في زه مثل موسّط فكلّ واحد من الخطّين إمّا ذو الموسّطين
 الأوّل وإمّا ذو الموسّطين الثاني، وذلك ما أردنا بيانه.

سه [الشكل الخامس والستون]

خطّ د ه مشارك لخطّ أ ب في الطول و أ ب هو الخطّ الأعظم، فأقول: إنّ د ه أيضاً هو الخطّ الأعظم.

أ _____ ج _____ ب

د _____ ز _____ ه

لأنّا نبين كما بينّا في (سج) أنّ نسبة أ ج إلى ج ب كنسبة د ز إلى زه فبالتركيب كذلك^(يوه) فنسبة مربع أ
 ب إلى مربع ب ج كنسبة مربع د ه إلى مربع ه ز^(كب) وبالقلب نسبة أ ب إلى أ ج كنسبة د ه إلى د ز
 لما مرّ بعد (يح.ه) فربعاتها أيضاً متناسبة^(كب) فنسبة مربع أ ب إلى مربعي قسميه كنسبة مربع د ه إلى مربعي
 قسميه^(كه) فنسبة مربع أ ب إلى مربع د ه كنسبة مربعي أ ج، ج ب إلى مربعي د ز، زه^(كب) ومربع أ
 ب يشارك مربع د ه لما تبين في شكل (سج) فمجموع مربعي أ ج، ج ب يشارك مجموع مربعي د ز، زه^(ح)
 / [٧٩و] ومجموع مربعي > أ ج، ج ب منطق فمجموع مربعي د ز، زه أيضاً منطق^(ي) ولأنّ نسبة مربع أ ج
 إلى مربع ج ب كنسبة مربع د ز إلى مربع زه^(كب) ومربع أ ج لا يشارك مربع ج ب فربّع د ز لا يشارك
 مربع زه^(ح) ولأنّ ضعف سطح أ ج في ج ب الموسّط يشاركه ضعف سطح د ز في زه لما مرّ في (سد)
 فهو مثل موسّط لما مرّ في شك (سد) و د ه غير منطق^(د) فهو الخطّ الأعظم، وذلك ما أردنا بيانه.

سو [الشكل السادس والستون]

خطّ د ه مشارك لخطّ أ ب في الطول و أ ب هو الذي يقوى على منطق وموسّط، فأقول: إنّ د ه أيضاً هو الذي يقوى على منطق وموسّط.

أ _____ ج _____ ب _____

_____ ك _____

_____ ل _____

د _____ ز _____ ه _____

لأنّا تبين كما بينّا في شكل (سه) أنّ د ز، ز ه غير مشتركين في القوّة، ولأنّ مجموع مربّعي أ ج، ج ب يشارك مجموع مربّعي د ز، ز ه لما تبين في شكل (سه) فنعمل مربّعا مثل مجموع مربّعي أ ج، ج ب (بدب) وليكن ضلعه ك ومربّعا آخر مثل مجموع مربّعي د ز، ز ه (بدب) وليكن ضلعه ل فلأنّ ك ل مشتركان في القوّة وك موسّط ف ل موسّط (ط) فمجموع مربّعي د ز، ز ه مثل موسّط ولأنّ ضعف د ز في ز ه منطق لما مرّ في شكل (سد) و د ه غير منطق (ل) ف د ه هو الذي يقوى على منطق وموسّط، وذلك ما أردنا بيانه.

سز [الشكل السابع والستون]

خطّ د ه مشارك لخطّ أ ب في الطول و أ ب هو الذي يقوى على موسّطين، فأقول: إنّ د ه هو الذي يقوى على موسّطين.

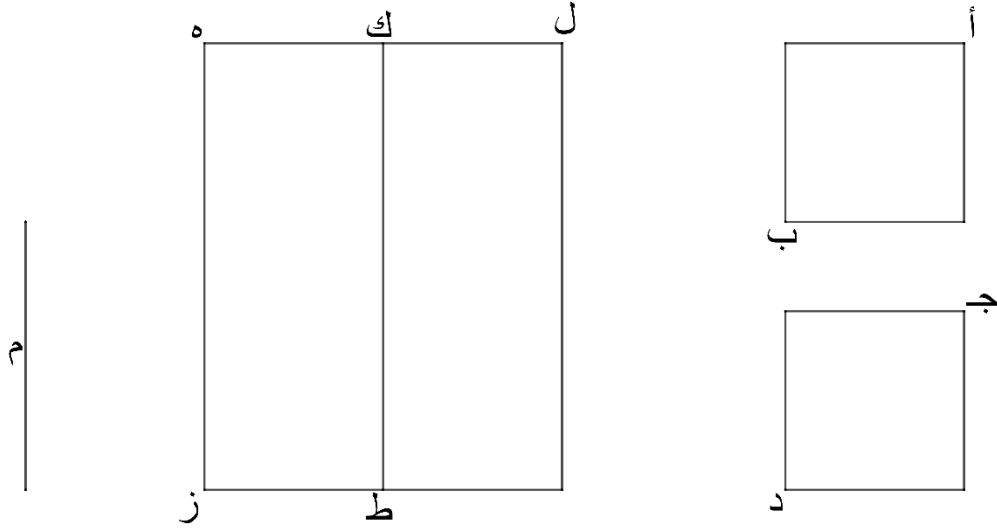
أ _____ ج _____ ب _____

د _____ ز _____ ه _____

لأنّ د ز، ز ه غير مشتركين في القوة لما مرّ في شكل (سه) وضعف د ز في ز ه مثل موّسط لما مرّ في شكل (سد) ومجموع مربّعيهما موّسط لما مرّ في شكل (سو) ود ه غير منطبق (٤) فد ه هو الذي يقوى على موّسطين، وذلك ما أردنا بيانه.

سح [الشكل الثامن والستون]

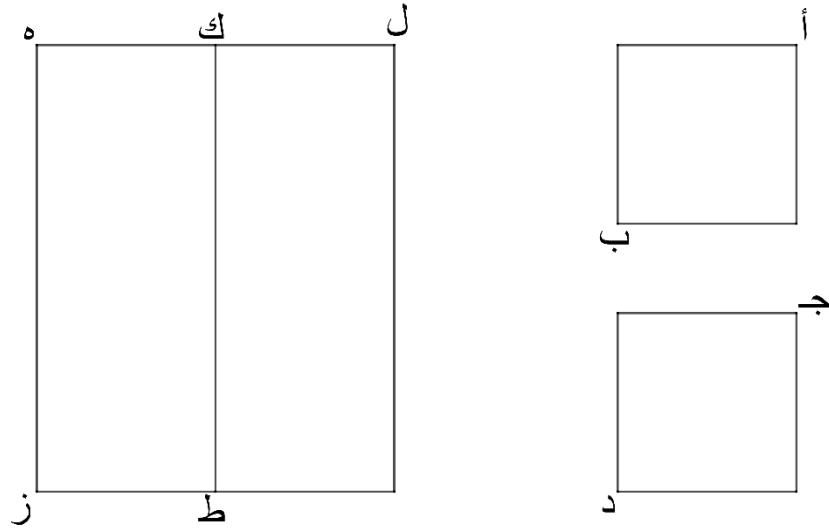
سطح أ ب منطبق و سطح ج د موّسط، فأقول: إنّ الخطّ الذي يقوى [٧٩ظ] >عليهما إمّا ذو الاسمين وإمّا ذو الموسّطين الأوّل وإمّا الأعظم < وإمّا الذي يقوى على منطبق وموّسط.



فليكن خطّ ه ز منطبقاً في الطول ونعمل عليه سطح ه ط قائم الزوايا مساوياً لسطح أ ب (١٤٤) وعلى ط ك سطح ط ل قائم الزوايا مساوياً لسطح ج د (١٤٥) فلأنّ ك ه منطبق في الطول (١٤٦) ولأنّا نعمل مربّعاً مساوياً لسطح ج د (١٤٧) وليكن ضلعه م ف م موّسط و ط ك مثل ه ز المنطق (١٤٨) فهو أيضاً منطبق والسطح المضاف إليه وهو سطح ط ل مثل مربع خطّ م الموّسط فك ل منطبق في القوة فقط (٤) وخطّ ه ل غير منطبق (٤) فهو ذو الاسمين. فإن كان سطح ه ط أعظم من سطح ط ل فه ك أعظم من ك ل فه ك زائد على ك ل في القوة بمثل مربع خطّ يشاركه أو لا يشاركه في الطول نخطّ ه ل إمّا من ذي الاسمين الأوّل وإمّا من ذي الاسمين الرابع فلذلك يكون الخطّ الذي يقوى على سطح ز ك إمّا الذي من ذي الاسمين (١٤٩) وإمّا الأعظم (١٥٠) وإن كان سطح ه ط أصغر من سطح ط ل فه ك أصغر من ك ل فك ل يزيد على ك ه في القوة بمثل مربع خطّ يشاركه أو لا يشاركه في الطول نخطّ ه ل إمّا من ذي الاسمين الثاني وإمّا من ذي الاسمين الخامس فلذلك يكون الخطّ الذي يقوى على سطح ز ل إمّا ذو الموسّطين الأوّل (١٥١) وإمّا الذي يقوى على منطبق وموّسط، (١٥٢) وذلك ما أردنا بيانه.

سط [الشكل التاسع والستون]

سطحا أ ب، ج د موّسطان غير مشتركين، فأقول: إنّ الخطّ الذي يقوى عليهما إمّا ذو الموسّطين الثاني وإمّا الذي يقوى على موسّطين.



لأننا نعمل العمل المذكور في شكل (سح) فلأن كل واحد من خطي ل ك، ك هـ منطق في القوة فقط بالطريق الذي مرّ في شكل (سح) أن ك ل منطق في القوة فقط و سطح هـ ط لا يشارك سطح ط ل وهما على نسبة [٨٠و] هـ ك، ك ل (أ) ف هـ ك > لا يشارك ك ل، (ح) و هـ ل غير منطق بشكل (لح) فهو ذو الاسمين فسطح < هـ ط إن كان أعظم من سطح ط ل فإن هـ ك أعظم من ك ل ف هـ ك زائد على ك ل في القوة بمثل مربع خط يشاركه أو لا يشاركه في الطول نخط هـ ل إما من ذي الاسمين الثالث وإما من ذي الاسمين السادس فلذلك الخط الذي يقوى على سطح ز ل إما ذو الموسطين الثاني (بج) وإما الذي يقوى على موسطين، (ن) وذلك ما أردنا بيانه.

ع [الشكل السبعون]

خط ب ج قد فصل من أ ب الذي هو أعظم قسمي ذي الاسمين و ب ج مثل القسم الأصغر، فأقول: إن الباقي وهو أ ج غير منطق.

أ. ج. ب.

لأنه لو كان منطقاً لكان مربعه مشاركاً لمربعي أ ب، ب ج المنطقيين (ي) أعني ضعف أ ب في ب ج مع مربع أ ج (زب) فكان مشاركاً لضعف أ ب في ب ج فضعف أ ب في ب ج منطق (ي) ونصفه يشاركه فهو منطق (ي) وهو محال. (ن) ف أ ج غير منطق وهو المنفصل، وذلك ما أردنا بيانه.

عا [الشكل الحادي والسبعون]

خط ب ج قد فصل من أ ب الذي هو أعظم قسمي ذي الوسطين الأول و ب ج أصغرهما، فأقول: إن أ ج غير منطق.

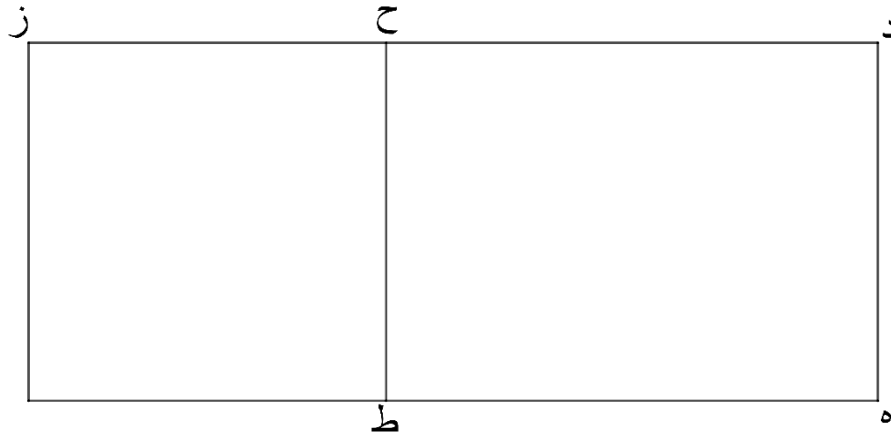
أ _____ ج _____ ب _____

لأنه لو كان منطقاً وضعف أ ب في ب ج منطق فربّع أ ج مع ضعف أ ب في ب ج أعني مربّعي أ ب، ب ج ^(زب) منطق ومجموع مربّعي أ ب، ب ج يشارك كلّ واحد من مربّعي أ ب، ب ج ^(با) فكلّ واحد من مربّعي أ ب، ب ج منطق، ^(ي) هذا خلف. فأ ج غير منطق وهو منفصل الوسط الأول، وذلك ما أردنا بيانه.

عب [الشكل الثاني والسبعون]

خط ب ج قد فصل من أ ب الذي هو أعظم قسمي ذي الوسطين الثاني و ب ج مثل الأصغر، فأقول: إن أ ج غير منطق.

أ _____ ج _____ ب _____



فليكن خط د ه منطقاً وه ز مثل مربّعي أ ب، ب ج ^(أه) فلاّن مربّعي أ ب، ب ج مثل مربّعي خط أ ج مع ضعف أ ب في ب ج ^(زب) فهو مثل مربّعي أ ج مع ضعف أ ب في ب ج فنفصل ط ز مثل ه ز [٨٠ ظ] > ضعف أ ب في ب ج ^(أه) يبقى ه ح مثل مربّع أ ج ولأنّ مربّعي أ ب، ب ج مشتركان فمجموعهما يشارك مربّع أ ب ^(ي) فمجموعهما غير منطق وإلا لكان مربّع أ ب منطقاً ^(ي) وح ط مثل د ه ^(له) فهو منطق وه ز، ط ز غير منطقيين فد ز، ز ح غير منطقيين وإلا لكان ه ز، ز ط منطقيين ^(ي) ونسبة ه ز إلى ح ه كنسبة د ز

إلى د ح^(أ) وه ز يشارك ه ح لما مرّ آنفاً ف د ز يشارك د ح^(ح) ف د ح غير منطق وإلا لكان د ز منطقاً^(ي) ف ه ح غير منطق وإلا لكان د ح منطقاً^(ب) فربّ أ ج غير منطق ف أ ج غير منطق وإلا لكان مرّبعه منطقاً^(هـ) ف أ ج غير منطق وهو منفصل الموسط الثاني، وذلك ما أردنا بيانه.

عج [الشكل الثالث والسبعون]

خطّ ب ج قد فصل من أ ب الذي هو أعظم قسمي الخطّ الأعظم و ب ج مثل أصغرهما، فأقول: إنّ أ ج غير منطق.

أ _____ ج _____ ب _____

لأنّه لو كان منطقاً لكان مرّبعه مشاركاً لمربعي أ ب، ب ج المنطقيين^(ي) أعني ضعف أ ب في ب ج مع مرّبع أ ج^(زب) فكان مشاركاً لضعف أ ب في ب ج فضعف أ ب في ب ج منطق وأ ب في ب ج يشاركه فهو أيضاً منطق،^(ي) هذا خلف. ف أ ج غير منطق وهو المنفصل الأصغر، وذلك ما أردنا بيانه.

عد [الشكل الرابع والسبعون]

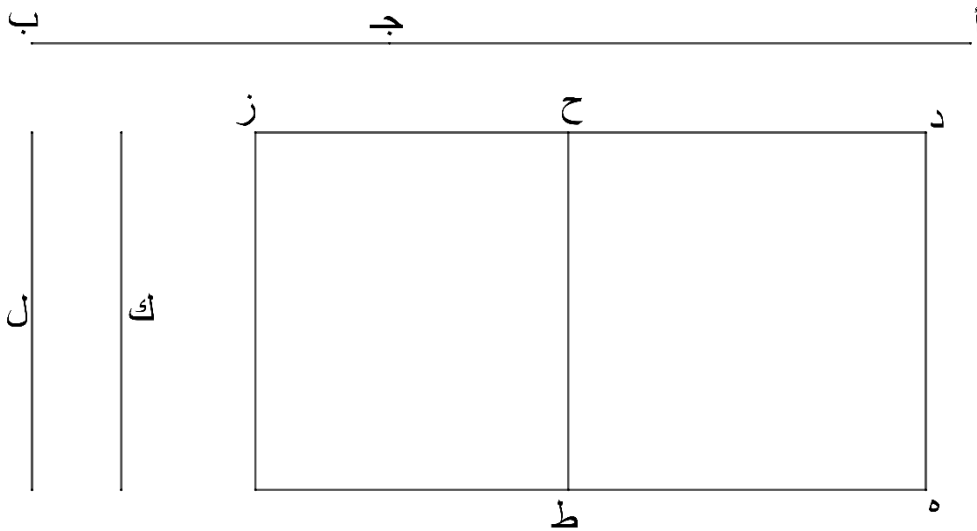
خطّ أ ب أعظم قسمي القوي على المنطق والموسط و ب ج أصغرهما، فأقول: إنّ أ ج غير منطق.

أ _____ ج _____ ب _____

لأنّ مجموع مربعي أ ب، ب ج موسط وضعف أ ب في ب ج منطق فهما غير مشتركين وإلا لكان مجموع مربعي أ ب، ب ج منطقاً^(ي) ومجموع مربعي أ ب، ب ج مثل مرّبع أ ج مع ضعف أ ب في ب ج^(زب) فربّ أ ج مع ضعف أ ب في ب ج لا يشارك ضعف أ ب في ب ج فربّ أ ج لا يشارك ضعف أ ب في ب ج وإلا لكان ضعف أ ب في ب ج مشاركاً لمربع أ ج مع ضعف أ ب في ب ج^(با) فربّ أ ج غير منطق وإلا لكان مشاركاً لضعف أ ب في ب ج^(ي) ف أ ج غير منطق وإلا لكان مرّبعه منطقاً^(هـ) ف أ ج هو المنفصل الذي مع المنطق / [٨١و] يصير الكلّ موسطاً، وذلك ما أردنا بيانه.

عه [الشكل الخامس والسبعون]

خطّ أ ب أعظم قسمي الخطّ القوي على الموسطين و ب ج أصغرهما، فأقول: إنّ أ ج غير منطق.



فنفرض د ه منطقاً ونعمل مثل ما عملناه في شكل (عب) ونعمل مربعاً مثل مربعي أ ب، ب ج^(ب.ب) وليكن ضلعه ك ومربعاً مثل ضعف أ ب في ب ج^(ب.ب) وليكن ضلعه ل فلأن د ه منطق وك موّسط ف د ز منطق في القوة فقط^(ع) فهو موّسط ولأن ح ط مثل د ه^(ل.د) فهو أيضاً منطق ول موّسط ف ح ز منطق في القوة فقط^(ع) ف ط ز موّسط ف ه ح غير منطق^(ك) فربّع أ ج غير منطق فضلعه غير منطق وإلا لكان هو منطقاً^(ه) ف أ ج هو المنفصل الذي مع الموّسط يصير الكلّ موّسطاً، وذلك ما أردنا بيانه.

عو [الشكل السادس والسبعون]

أ ب منفصل واتّصل به متّصله وهو ب ج، فأقول: إنّه لا يتّصل به خطّ آخر بهذه الصفة.



والا فليتّصل به خطّ ب د بهذه الصفة. فلأنّ مربعي أ ج، ج ب أعظم من ضعف أ ج في ج ب لما مرّ بعد (ح.ب) ومربعي أ د، د ب أعظم من ضعف أ د في د ب لهذا الشكل بعينه ومربعاً أ ج، ج ب مساوٍ لضعف أ ج في ج ب مع مربع أ ب^(ز.ب) ومربعاً أ د، د ب مساوٍ لضعف أ د في د ب مع مربع أ ب^(ز.ب) فيكون فضل ما بين مربعي أ ج، ج ب وضعف أحدهما في الآخر مساوياً لفضل ما بين مربعي أ د، د ب وضعف أحدهما في الآخر وهو مربع أ ب فنسبة مربعي أ ج، ج ب إلى ضعف أ ج في ج ب كنسبة مربعي أ د، د ب إلى ضعف أ د في د ب فبالإبدال نسبة مربعي أ ج، ج ب إلى مربعي أ د، د ب كنسبة الضعف إلى الضعف^(ه.ه) ففضل ما بين مربعي أ ب، ب ج على مربعي أ ب، ب د مساوٍ لفضل الضعف على الضعف وفضل المربعين على المربعين منطق لما مرّ في شكل (لط) وفضل الضعف على الضعف غير منطق

لما مرّ في شكل (لط) فالمنطق غير منطق، هذا خلف، / [٨١ظ] > فلا يتّصل به إلا متّصل واحد، وذلك ما أردنا بيانه.

عز [الشكل السابع والسبعون]

أ ب منفصل الموسط الأوّل واتّصل به متّصله وهو ب ج، فأقول: إنّه لا يتّصل به خطّ آخر بهذه الصفة.

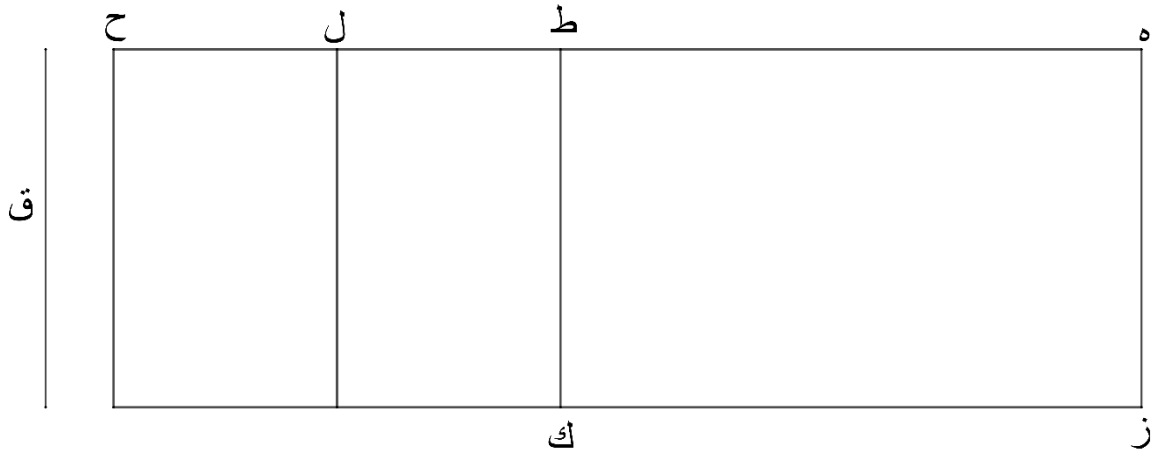
أ ————— ب د ج

وإلا فليتّصل به خطّ ب د بهذه الصفة. فيكون فضل ما بين الضعفين الذي هو منطق مساوياً لفضل ما بين المربعين (لما مرّ في عو) الذي هو غير منطق، (لما مرّ في عو) هذا خلف. فلا يتّصل به خطّ آخر بهذه الصفة، وذلك ما أردنا بيانه.

ع [الشكل الثامن والسبعون]

أ ب المنفصل الموسط الثاني واتّصل به متّصله وهو ب ج، فأقول: إنّه لا يتّصل به خطّ آخر بهذه الصفة.

أ ————— ب د ج



وإلا فليتّصل به ب د بهذه الصفة وليكن ز هـ منطقاً وز ح مثل مربعي أ ج، ج ب (م) و ك ح مثل ضعف أحدهما في الآخر (م) يبقى ز ط مثل مربع أ ب (زب) وليكن ز ل مساوياً لمربع أ د، د ب (م) يبقى ك ل مثل ضعف أحدهما في الآخر (زب) فنعمل مربعاً مثل مربعي أ ج، ج ب (دب) وليكن ضلعه ق. فلأنّ مربعي أ ج، ج ب مشتركان فربع ق يشارك مربع أ ج (با) نخطّ أ ج، ق مشتركان في القوّة وأ ج موسط نخطّ ق (بط) موسط ف ز ح، ك ح موسطان لما مرّ في شكل (عه) ف هـ ح، ط ح منطقان في القوّة و هـ ح لا يشارك ط ح لما مرّ في شكل (نط) ف هـ ح، ط ح في القوّة فقط مشتركان ونخطّ المركّب منهما غير منطق (ب) فهو ذو

الاسمين. وهكذا تبين أنّ الخطّ المركّب من ه ط، ط ل ذو الاسمين ه ط منفصل. وقد اتّصل به متّصلاً ط ل، ط ح على حدّ واحد، هذا خلف. (ع) فلا يتّصل بـ أ ب إلا متّصل واحد، وذلك ما أردنا بيانه.

عط [الشكل التاسع والسبعون]

أ ب منفصل اصغر وقد اتّصل به متّصله وهو ب ج، فأقول: إنّ ه لا يتّصل به خطّ آخر بهذه الصفة.

أ ب ج د

وإلا فليتّصل به خطّ ب د بهذه الصفة. فيكون فضل ما بين / [٨٢و] المربعين الذي هو منطق مثل فضل ما بين الضعفين (لا مرّ في ع) الذي هو غير منطق، (ك) هذا خلف. فلا يتّصل به متّصل آخر، وذلك ما أردنا بيانه.

ف [الشكل الثمانون]

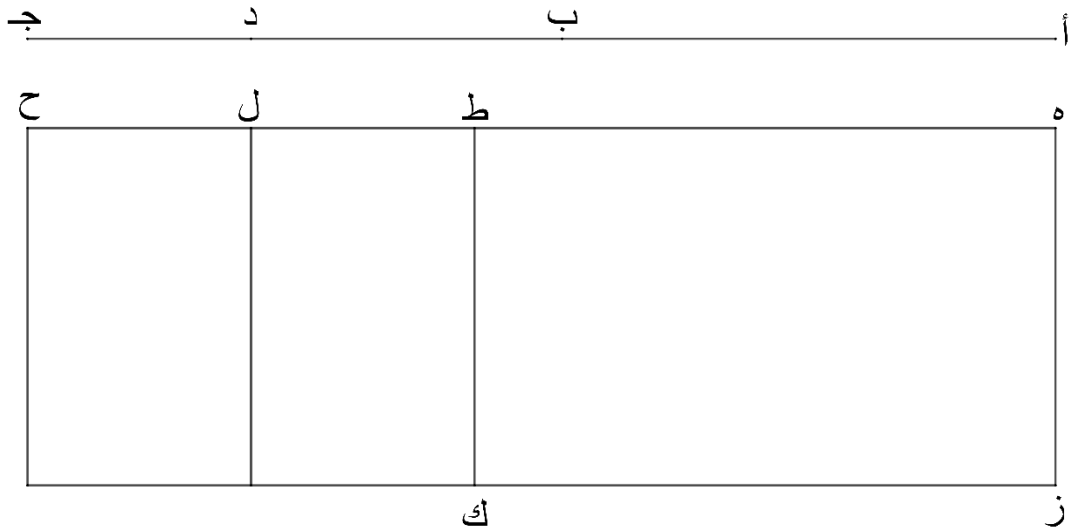
خطّ أ ب هو المنفصل الذي مع المنطق يصير الكلّ موسّطاً وقد اتّصل به متّصله وهو ب ج، فأقول: إنّ ه لا يتّصل به خطّ آخر بهذه الصفة.

أ ب ج د

وإلا فليتّصل به خطّ بهذه الصفة، فيكون فضل ما بين الضعفين الذي هو منطق مساوياً لفضل ما بين المربعين (لا مرّ في ع) الذي هو غير منطق، (ك) هذا خلف. فلا يتّصل به خطّ آخر بهذه الصفة، وذلك ما أردنا بيانه.

فا [الشكل الحادي والثمانون]

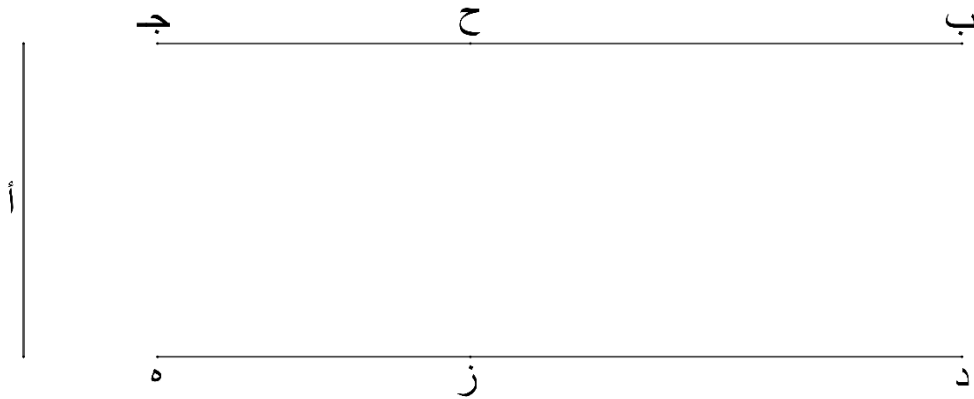
خطّ أ ب هو المنفصل الذي مع الموسّط يصير الكلّ موسّطاً وقد اتّصل به متّصله وهو ب ج، فأقول: إنّ ه لا يتّصل به خطّ آخر بهذه الصفة.



والإِلا فليَتَّصل به خطُّ ب بهذه الصفة وليكن ه ز منطقاً و ز ح مثل مربعي أ ج، ج ب ^(١٤٤) و ك ح مثل ضعف أحدهما في الآخر ^(١٤٥) يبقى ز ط مثل مربع أ ب ^(١٤٦) وليكن ز ل مساوياً لمربعي أ د، د ب ^(١٤٧) يبقى ك ل ضعف أحدهما في الآخر ^(١٤٨) ولأنَّ الخطَّ المركَّب من ه ح، ط ل ذو الاسمين وكذا المركَّب من ه ل، ط ل لما مرَّ كلاهما في شكل (ع) فـ ه ط منفصل وقد اتَّصل به ط ل، ط ح على حدٍّ واحد، هذا خلف. (ع) فلا يتَّصل به إلا متَّصل واحد، وذلك ما أردنا بيانه.

فب [الشكل الثاني والثمانون]

نريد أن نجد المنفصل الأول.

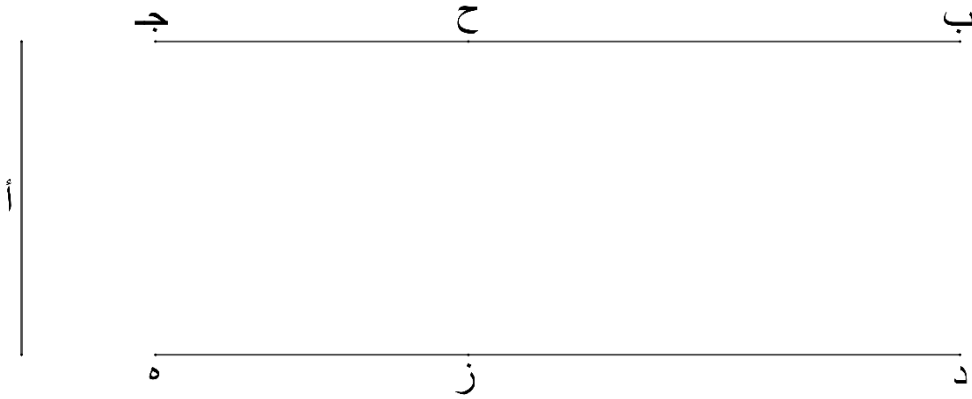


فنفرض خطَّ أ منطقاً ومشاركاً لخطِّ ب ج وعددي د ه، د ز مربعين و ه ز ليس بمربع، ونجعل نسبة مربع ب ج إلى مربع ج ح كنسبة د ه إلى ه ز ^(١٤٩) فـ ب ج، ج ح مشتركين في القوة ^(١٥٠) فقط ^(١٥١) فالخطَّ المركَّب منهما غير منطق. ^(١٥٢) فهج ذو الاسمين فـ ب ح منفصل وتبين كما بينّا في شكل (مه) أن ب ج يزيد

على جـ ح في القوّة بمربّع ضلع يشاركه و ب جـ يشارك أ المنطق / [٨٢ ظ] فهو منطق،^(٥) ف ب جـ هو المنفصل الأول، وذلك ما أردنا بيانه.

في [الشكل الثالث والثمانون]

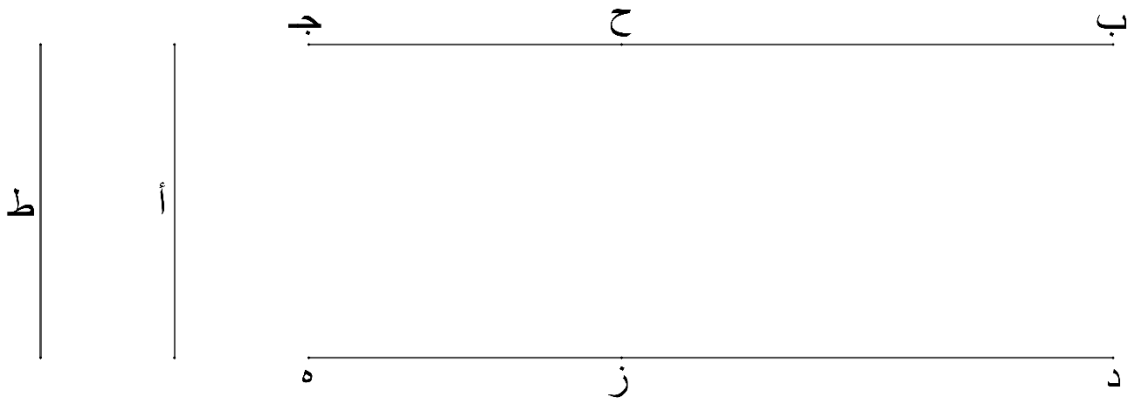
نريد أن نجد المنفصل الثاني.



نجعل المشارك نلخط أ خط جـ ح وسائر الأشياء بحالها فنسبة مربّع جـ ح إلى مربّع ب جـ كنسبة عدد إلى عدد ف جـ ح، ب جـ مشتركان في القوّة^(٦) وليس كنسبة عدد مربّع إلى عدد مربّع ف ب جـ يباين جـ ح^(٧) فالخط المركّب منهما غير منطق^(٨) ويزيد ب جـ على جـ ح في القوّة بمربّع ضلع يشاركه لما مرّ في شكل (مه) و جـ ح يشارك أ المنطق فهو منطق^(٩) ف ب جـ هو المنفصل الثاني، وذلك ما أردنا بيانه.

فد [الشكلا الرابع والثمانون]

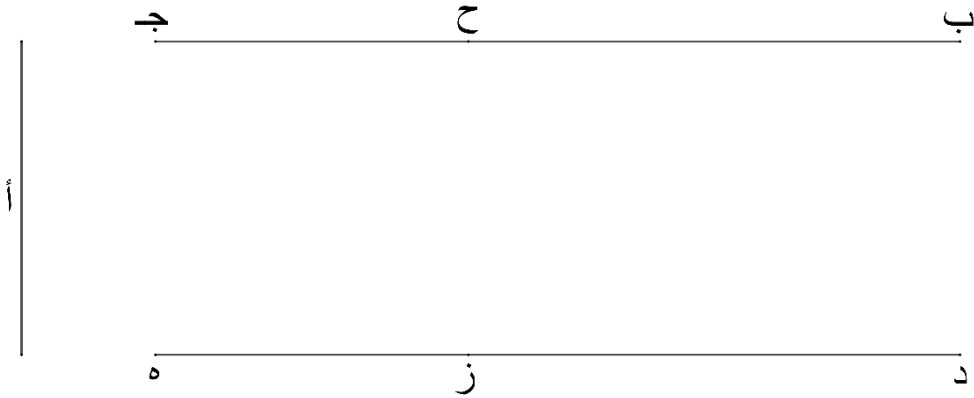
نريد أن نجد المنفصل الثالث.



فنجعل أ منطقاً و ط عدداً غير مربع و د ه، ه ز عددان مربعين وفضل ما بينهما وهو ه ز غير مربع، ونجعل نسبة ط إلى د ه كنسبة مربع أ إلى مربع ب ج و ط إلى ه ز كنسبة مربع أ إلى مربع ح ج بالطريق الذي مرّ في شكل (ط) ف ح ج، ج ب يشارك أ في القوة^(٥) فهما منطقان فيها.^(٥) و أ لا يشارك ب ج، ج ح فهما غير منطقين وإلا لشارك أ خط أ^(٥) وانلحظ المركب منهما غير منطق^(٤) ولا بالعكس نسبة مربع ب ج إلى مربع أ كنسبة د ه إلى ط فنسبة مربع ب ج إلى مربع ح ج كنسبة د ه إلى ه ز^(٥) ف ب ج يقوى على ج ح بمشاركه لما مرّ في شكل (مز) ف ب ح هو المنفصل الثالث، وذلك ما أردنا بيانه.

فه [الشكل الخامس والثمانون]

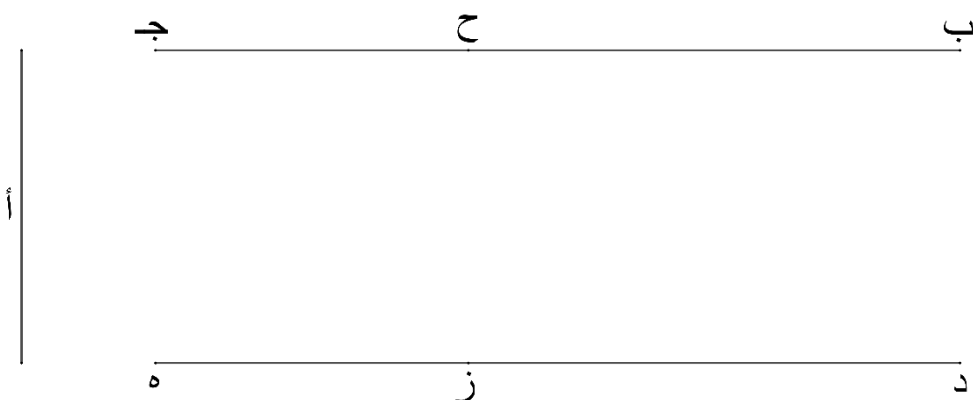
نريد أن نجد المنفصل الرابع.



فنجعل أ منطقاً و ب ج مشاركا له وعددي د ز، ز ه مربعين ولا يكون مجموعهما وهو د ه مربعاً ونجعل نسبة د ه إلى ه ز كنسبة مربع ب ج إلى مربع ح ج بالطريق الذي مرّ في شكل (ط) ف ب ح منفصل لتمام ما مرّ في شكل (فب) و ب ج يزيد على ج ح بمرّ ضلعه لا يشاركه لما مرّ في شكل (مجب) و ب ج منطق.^(٥) ف ب ح هو المنفصل / [٨٣] الرابع، >ذلك ما أردنا بيانه.

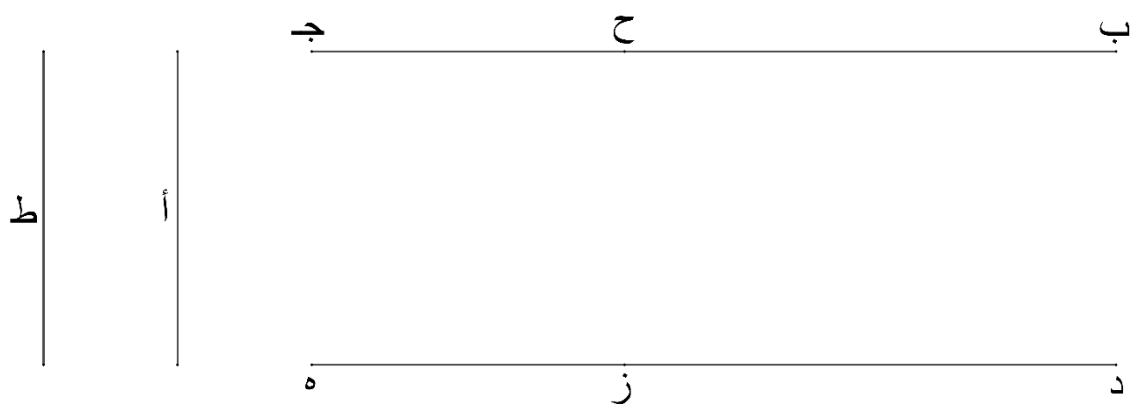
فو [الشكل السادس والثمانون]

نريد أن نجد المنفصل الخامس.



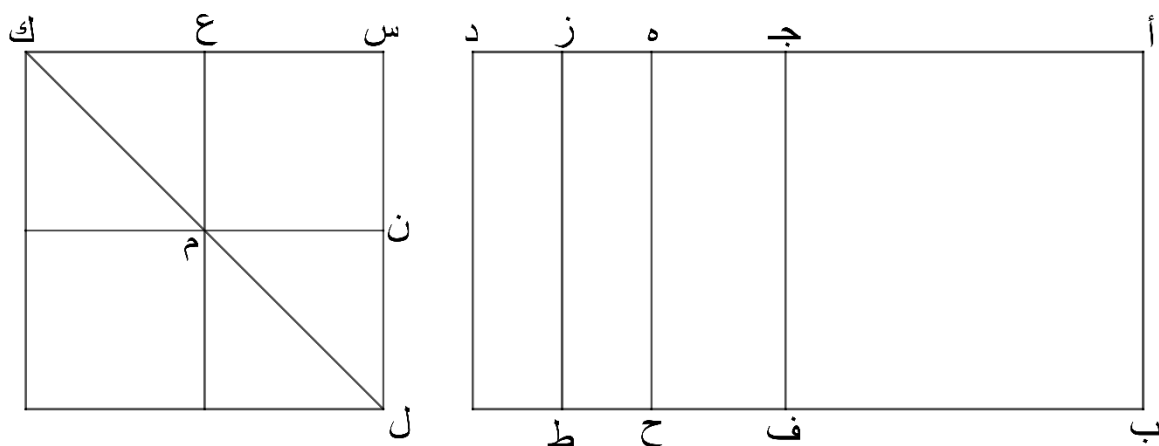
فنجعل أ منطقاً و ج ح مشاركاً له وتبين كما بينّا من قبل أنّ ب ح هو المنفصل الخامس، وذلك ما أردنا بيانه.

فز [الشكل السابع والثمانون]
نريد أن نجد المنفصل السادس.



نعمل كما عملناه في المنفصل الثالث إلا أنّنا نجعل عددي د ز، ز ه مربعين ولا يكون مجموعهما وهو د ه مربعاً وتبين كما بينّا أنّ ب ح هو المنفصل السادس، وذلك ما أردنا بيانه.

ف [الشكل الثامن والثمانون]
سطح ب ج قائم الزوايا وضلع أ ب منطبق و أ ج منفصل أول، فأقول: إنّ الذي يقوى على سطح ب ج هو المنفصل.

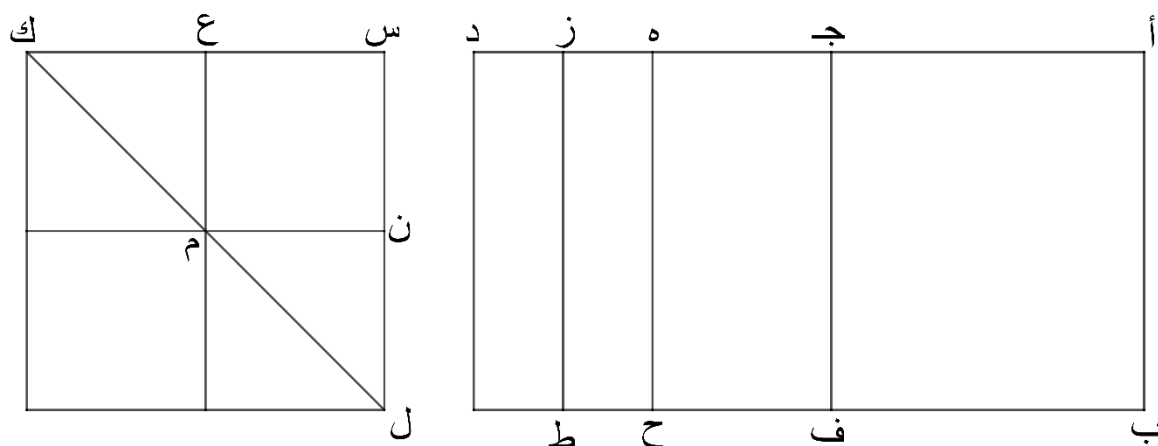


لأننا نصل به متصله وهو ج د ونتم سطح ب د وننصف ج د على نقطة ه^(١٠٤) ونضيف إلى أ د سطحاً مساوياً لمربع د ه ينقص عن تمامه بسطح مربع ع^(١٠٥) وليكن هو أ ز في ز د و ز د أقصر القسمين فيكون أقصر من ه د؛ لأن أ ز في ز د مثل مربع ه د ف ه د واسطة في النسبة^(١٠٦) وأ ز أطول من ه د ف ه د أطول من ز د ونخرج ز ط، ه ح على الموازية^(١٠٧) ونعمل مربع ك ل مساوياً ل ب ز^(١٠٨) ومربع ك م مثل ط د^(١٠٩) فيكون على قطر ك ل^(١١٠) ونخرج خطي ع م، ن م بالاستقامة فل م على طرف قطر ك ل فهو شبيه به^(١١١) فهو مربع. ولأن نسبة ب ز إلى ح د كنسبة أ ز إلى ه د^(١١٢) وهي كنسبة ه د إلى د ز^(١١٣) وهي كنسبة ح د إلى ط د^(١١٤) فنسبة ب ز إلى ح د كنسبة ح د إلى ط د^(١١٥) ولأن نسبة ل ك إلى ح د كنسبة ب ز إلى ح د^(١١٦) وهي كنسبة ح د إلى ط د لما تبين أنفاً وهي كنسبة ح د إلى م ك^(١١٧) فنسبة ل ك إلى ح د كنسبة ح د إلى م ك^(١١٨) ولأن نسبة مربع س ك إلى ضرب س ك في ك ع كنسبة س ك إلى ك ع^(١١٩) وهي كنسبة ضرب س ك في ك ع إلى مربع ك ع فنسبة مربع س ك إلى ضرب س ك في ك ع كنسبة ضرب س ك في ك ع إلى مربع ك ع^(١٢٠) فن ك أيضاً واسطة بين ل ك، ك م ف د ح مثل ن ك وإلا فأحدهما أعظم [٨٣ظ] > وليكن ح د أعظم فنسبة ل ك إلى ن ك أعظم من نسبته إلى ح د^(١٢١) ونسبة ل ك إلى ن ك كنسبة ن ك إلى م ك فنسبة ن ك إلى م ك أعظم من نسبة ح د إلى م ك^(١٢٢) هذا خلف^(١٢٣) ولأن ف ه مثل ح د^(١٢٤) ف ف د ضعف ح د فهو مثل ضعف ن ك وب د مثل مربعي ل ك، ك م أعني ضعف ن ك مع مربع س ع يبقى مربع س ع مثل ب ج. ولأن ضرب أ ز في ز د مثل مربع ه د أعني ربع مربع ج د^(١٢٥) ومربع أ د يزيد على مربع ج د بمربع ضلع يشارك أ د فأ ز، ز د مشتركان^(١٢٦) فأ د المنطق يشارك كل واحد منهما^(١٢٧) فهما منطقتان^(١٢٨) و ج د غير منطق ونصفه ه د يشاركه فهو غير منطق وإلا لكان ج د منطقاً^(١٢٩) فأ ز، ز د مباينان له د. وإلا لكان ه د منطقاً^(١٣٠) و ح د، ط د على نسبة ه د، ز د^(١٣١) فهما متباينان^(١٣٢) ف ك م، ك ن متباينان وهما على نسبة س ك، ك ع^(١٣٣) ف س ك، ك ع متباينان^(١٣٤) و ط د، ب ز على نسبة أ ز، ز د المشتركين^(١٣٥) فهما مشتركان^(١٣٦) ف ك م، ل ك مشتركان وأ ب مثل ط ز^(١٣٧) ف ط ز منطق فسطحا ب ز،

ط د منطقان^(٥) ف ك م، ل ك منطقان ف س ك، ك ع منطقان في القوة مشتركان فيها فقط والخط المركب منهما غير منطق^(٦) فهو ذو الاسمين ف س ع منفصل ومربعه ل م مثل ب ج، وذلك ما أردنا بيانه.

فط [الشكل التاسع والثمانون]

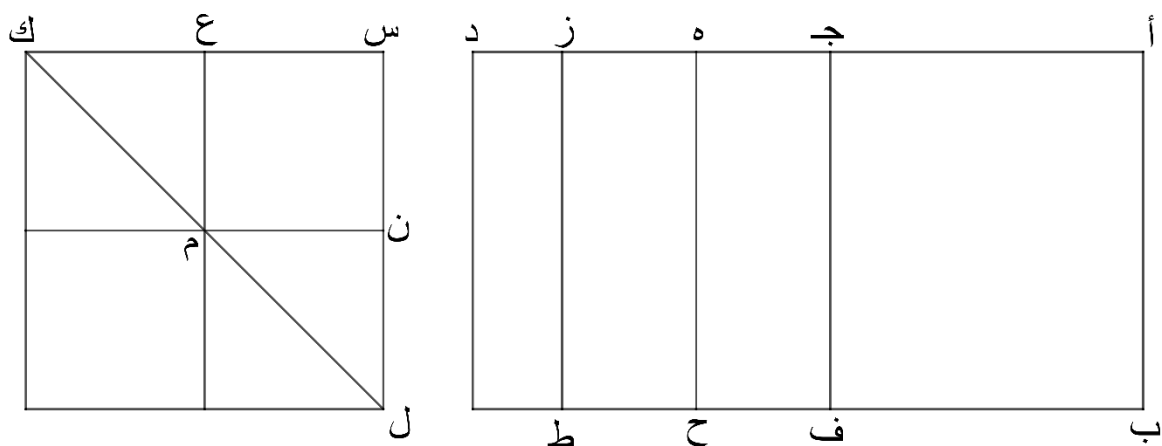
سطح ب ج قائم الزوايا وضلع أ ب منطق و أ ج منفصل ثانٍ، فأقول: إنَّ القوي على سطح ب ج منفصل الوسط



ونعمل كما عملناه وتبين بالطريق الذي مرّ في شكل (فح) أنّ أ ز، ز د مشتركين. ولأنّ أ د غير المنطق يشاركهما^(٧) فهما غير منطقين وإلا لكان أ د منطقاً^(٨) فنسبة مربع أ د إلى مربع كل واحد منهما كنسبة عدد إلى عدد^(٩) فربع أ د يشارك مربع كل واحد منهما^(١٠) [٨٤ و] ومربع أ د منطق فربع كل واحد منهما منطق^(١١) ف ط ز مثل أ ب^(١٢) فهو منطق ف ب ز، < ط د غير منطقين وإلا لكان أ ز، ز د منطقين،^(١٣) هذا خلف، فهما موسّطان نخطّ س ك، ك ع موسّطان. ولأنّ أ ز، ز د على نسبة ب ز، ط د^(١٤) ف ب ز، ط د مشتركان.^(١٥) ولأنّ ج د منطق ونصفه هـ د يشاركه فهو منطق^(١٦) و ز د غير منطق ف ز د، هـ د متباينان، وإلا لكان ز د منطقاً^(١٧) وح د، ط د على نسبتهم^(١٨) فهما متباينان^(١٩) ف ن ك، ك م متباينان وهما على نسبة س ك، ك ع^(٢٠) ف س ك، ك ع متباينان^(٢١) ولأنّ م ج مثل أ ب^(٢٢) فهو منطق و ج د منطق فسطح ف د منطق^(٢٣) فضعف س ك في ك ع منطق ف س ك، ك ع موسّطان مشتركان في القوة وضعف أحدهما في الآخر منطق فالخط المركب منهما غير منطق^(٢٤) فهو ذو الموسّطين الأول ف س ع منفصل الوسط الأول ومربعه أعني سطح م ل لما مرّ في شكل (فح) مثل سطح ب ج، وذلك ما أردنا بيانه.

ص [الشكل التسعون]

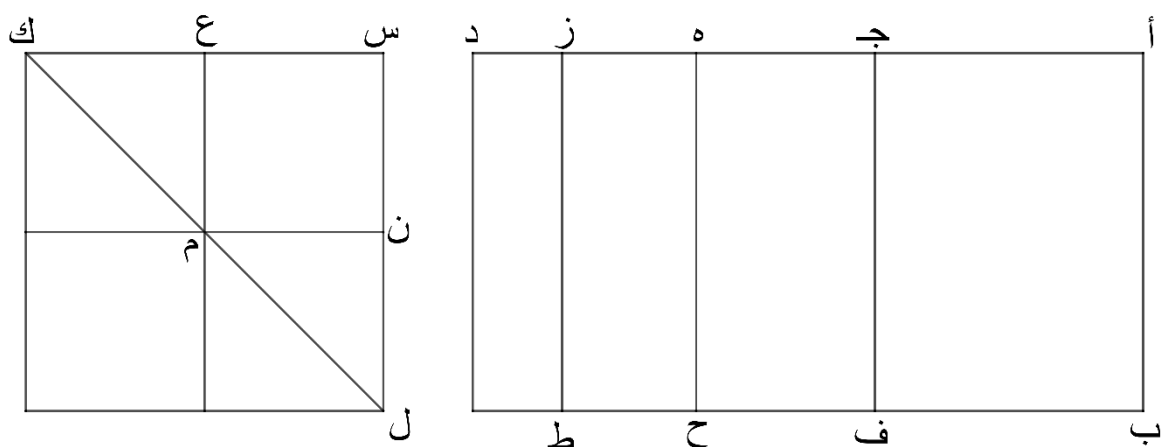
سطح ب ج قائم الزوايا وضلع أ ب منطق و أ ج منفصل ثالث، فأقول: إنَّ القوي على السطح منفصل الوسط الثاني.



لأنَّ س ك، ك ع مشتركان في القوة للمقدّمات التي مرّ بعضها في شكل (فخ) وبعضها في شكل (فط). ولأنَّ أ ز، ز د مشتركان لما تبين في شكل (فخ) فأد د يشارك ز د^(ب) وج د لا يشارك أ د فج د لا يشارك ز د وإلا يشارك أ د^(ي) فنصفه ه د يشارك ج د فلا يشارك ز د وإلا لكان ز د مشاركا لج د^(ي) وه د، ز د على نسبة ح د، ط د^(أ) فح د لا يشارك ط د^(ح) فك ن لا يشارك م ك وهما على نسبة س ك، ك ع^(أ) فس ك لا يشارك ك ع^(ح) ولأنَّ ف ج مثل أ ب^(د) فهو منطق وج د منطق في القوة فقط فسطح ف د غير منطق^(ن) فهو موّسط فضعف ن ك مثل موّسط ف س ك، ك ع موّسطان مشتركان في القوة [٨٤ظ] فقط وضعف أحدهما في الآخر موّسط واختلط المركّب منهما غير منطق^(ه) فه ز فهو ذو الموّسطين الثاني فس ع منفصل الموّسط الثاني ومربّعه أعني سطح ل م لما مرّ في شكل (فخ) مثل سطح ب ج، وذلك ما أردنا بيانه.

صا [الشكل الحادي والتسعون]

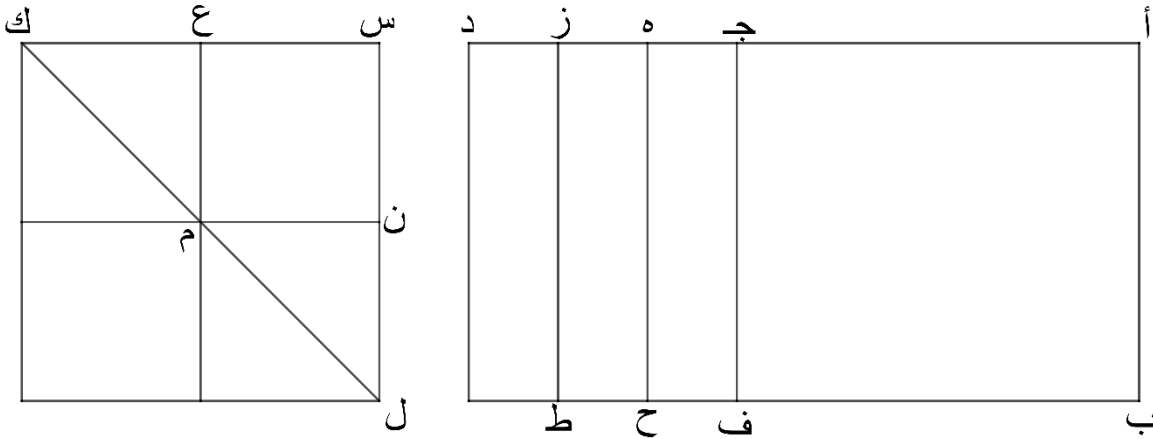
سطح ب ج قائم الزوايا وضلع أ ب منطق وأ ج منفصل رابع، فأقول: إنّ القوي على السطح منفصل أصغر.



فنعمل كما عملناه في شكل (غ) فلانَّ أ ب، ز د متباينان وهما على نسبة ب ز، ط د^(١٥) ف ب ز، ط د متباينان^(١٦) ف س ك، ك ع أيضاً متباينان في القوة وتبين كما بينّا في شكل (ص) أن ضعف ن ل مثل موّسط ولأنَّ أ ب، أ د منطقتان فسطح ب د منطبق^(١٧) فمجموع مربّعي ل ك، ك م منطبق ف س ك، ك ع غير مشتركين في القوة ومجموع مربّعيهما منطبق وضعف أحدهما في الآخر مثل موّسط فالخطّ المركّب منهما غير منطبق^(١٨) فهو الخطّ الأعظم ف س ع هو المنفصل الأصغر ومربّعه مثل سطح ل م أعني ب ج لما مرّ في شكل (غ)، وذلك ما أردنا بيانه.

صب [الشكل الثاني والتسعون]

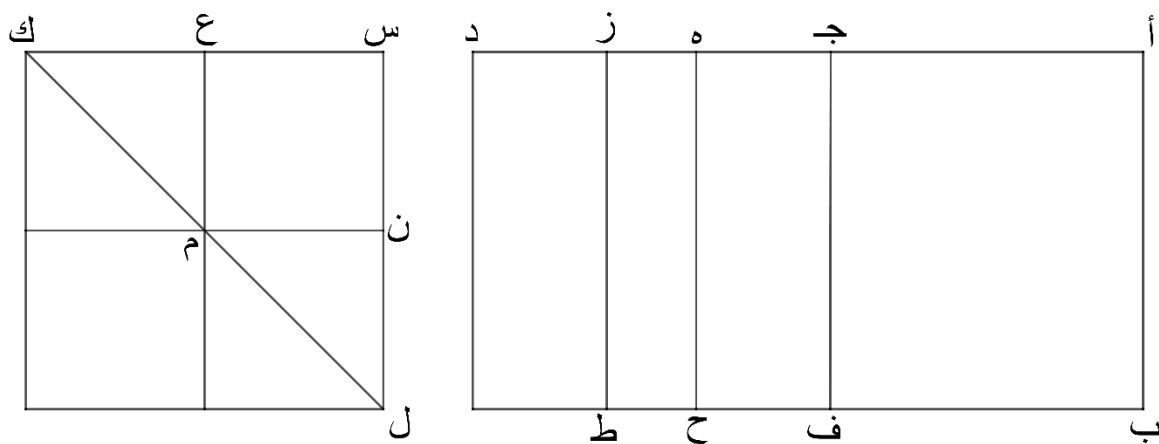
سطح ب ج قائم الزوايا وضلع أ ب منطبق و أ ج منفصل خامس، فأقول: إنّ القوي على السطح هو الذي مع المنطق يصير الكلّ موّسطاً.



فنعمل العمل السابق. فلانَّ س ك، ك ع متباينان في القوة لما مرّ في شكل (صا) وضعف ن ك منطبق لما مرّ في شكل (فط). ولأنَّ أ ب، أ د منطقتان في القوة مشتركان فيها فقط، فسطح ب د غير منطبق^(١٩) فهو موّسط فمجموع ك ل، ك م مثل موّسط ف س ك، ك ع غير مشتركين في القوة ومجموع مربّعيهما [٨٥و] مثل موّسط وضعف أحدهما في الآخر منطبق فالخطّ المركّب منهما غير منطبق فهو القوي على المنطق والموّسط ف س ع هو المنفصل الذي مع المنطق يصير الكلّ موّسطاً ومربّعه مثل سطح ل م أعني ب ج لما مرّ في شكل (غ)، وذلك ما أردنا بيانه.

سج [الشكل الثالث والتسعون]

سطح ب ج قائم الزوايا وضلع أ ب منطبق و أ ج منفصل سادس، فأقول: إنّ القوي على السطح هو الذي مع الموّسط يصير الكلّ موّسطاً.

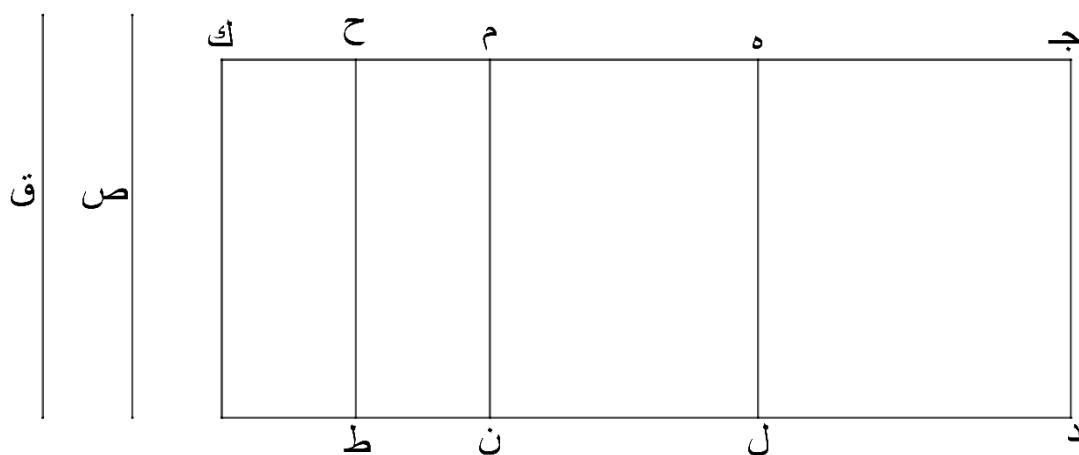


فنعمل العمل السابق. فلأن س ك، ك ع متباينان في القوة لما مرّ في شكل (صا) وضعف ن ك مثل موسّط لما مرّ في شكل (ص) ومجموع مربعيهما مثل موسّط لما مرّ في شكل (صب). ولأنّ أ ز، ج د غير مشتركين وهما على نسبة ب د، ف د (أ.ب) ف ب د، ف د متباينان (ج) فضعف ن ك يبين مجموع ل ك، ل م ف س ك، ك ع متباينان في القوة ومجموع مربعيهما مثل موسّط وضعف أحدهما في الآخر مثل موسّط والموسّطان متباينان فالخطّ المركّب منهما غير منطق (ط) فهو القوي على الموسّطين ف س ع هو المنفصل الذي مع الموسّط يصير الكلّ موسّطاً ومربّعه مثل سطح ل م أعني ب ج لما مرّ في شكل (فح)، وذلك ما أردنا بيانه.

صد [الشكل الرابع والتسعون]

خطّ ج د منطق وعُمل عليه د ه مساوياً لمربّع أ ب المنفصل، فأقول: أ ب، ج د هو المنفصل الأوّل.

أ _____ ب _____ ز

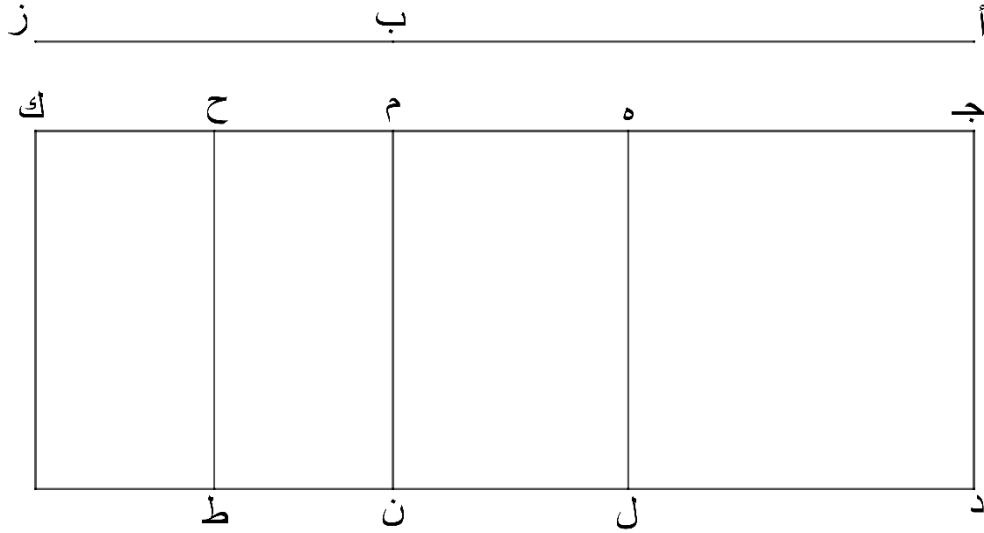


فُنصّف إلى أ ب متّصله وهو ب ز وليكن مربّع أ ز مساوياً لـ د ح (ب.ب) ومربّع ب ز مساوياً لـ ط ك (ب.ب) يبقى ل ك ضعف أ ز في ز ب (ب.ب) وننصّف ه ك على م (ي.أ) ونخرج م ن موازياً لـ ج د (ل.أ) فسطح ل م مثل ن ك (ل.أ) و د ك منطق؛ لأنّه مثل [٨٥ ظ] > مجموع مربّعي أ ز، ز ب وهما منطقان ليشارك المجموع مربّع أ

فالخطّ المركّب من جـ كـ، كـ هـ غير منطق^(٤) و جـ كـ يزيد على هـ كـ في القوّة بمربّع ضلع يشارك جـ كـ لما مرّ في شكل (صد) ف جـ هـ هو المنفصل الثاني، وذلك ما أردنا بيانه.

صو [الشكل السادس والتسعون]

خطّ جـ د منطق وعُمل عليه د هـ مساوياً لمربّع أ ب الذي هو منفصل الوسط الثاني، فأقول: إنّ جـ هـ هو المنفصل الثالث.



فنعمل العمل السابق فلأنّ كلّ واحد من جـ كـ، هـ كـ منطق في القوّة فقط لما مرّ الأوّل في شكل (صه) والثاني في شكل (صد). ولأنّ نسبة مربّع أ ز إلى ضرب أ ز في ز ب كنسبة أ ز إلى ز ب^(أ) وأ ز لا يشارك ز ب فمربّع أ ز لا يشارك ضرب أ ز في ز ب^(ب) ومجموع مربعي أ ز، ز ب يشارك مربّع أ ز فلا يشارك ضرب أ ز في ز ب وإلا لشارك أ ز في ز ب مربّع أ ز^(ج) وأ ز في ز ب يشارك ضعفه فمجموع مربعي أ ز، ز ب لا يشارك ضعف أ ز في ز ب وإلا يشارك أ ز في ز ب^(د) فسطح د ك لا يشارك ك هـ وهما على نسبة جـ كـ، كـ هـ^(أ) ف جـ كـ لا يشارك ك هـ^(ب) ف جـ كـ، ك هـ منطقان في القوّة مشتركان فيها فقط. فالخطّ المركّب منهما غير منطق^(٤) ولأنّ جـ كـ يزيد على ك هـ في القوّة بمربّع ضلع يشارك جـ كـ لما مرّ في شكل (صد) ف جـ هـ منفصل ثالث، وذلك ما أردنا بيانه. / [٨٦ ظ]

صز [الشكل السابع والتسعون]

<خطّ جـ د منطق وعُمل عليه د هـ مساوياً لمربّع أ ب> الذي هو المنفصل الأصغر، فأقول: إنّ جـ هـ هو المنفصل الرابع.

أ	ب	ز
ج	هـ	م
د	ل	ن
	ط	ك

لأننا نعمل ما عملناه. فلأن ح ك منطق (لما مرّ في صد) و ه ك منطق في القوة فقط. (لما مرّ في صه) فالخطّ المركّب منهما غير منطق. (±) ولأن ج ح في ح ك مثل ربع مربع ه ك لما مرّ في شكل (صد) و أ ز، ز ب متباينان في القوة. فسطحا د ح، ط ك متباينان وهما على نسبة ج ح، ح ك (أ^١) ف ج ح يبين ح ك (ح) ف ج ك المنطق يقوى على ه ك بزيادة مربع ضلع لا يشاركه (د) ف ج ه المنفصل الرابع، وذلك ما أردنا بيانه.

صح [الشكل الثامن والتسعون]

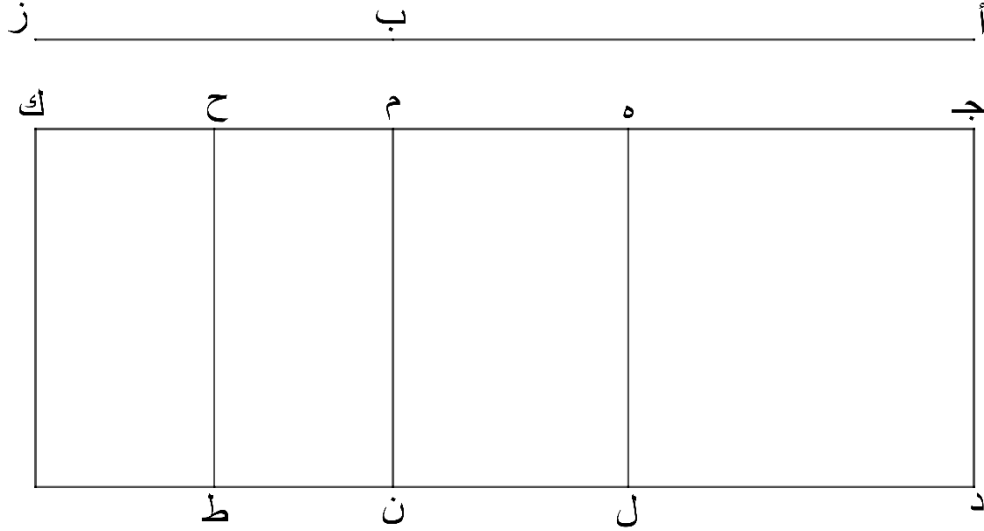
خطّ ج د منطق وعُمل عليه د ه مساوياً لمربع أ ب و أ ب هو المنفصل الذي مع المنطق يصير الكلّ موسّطاً، فأقول: إن ج ه هو المنفصل الخامس.

أ	ب	ز
ج	هـ	م
د	ل	ن
	ط	ك

لأننا نعمل ما عملناه. فلأن ج ك منطق في القوة فقط، و ه ك منطق في الطول لما مرّ كلاهما في شكل (صه)، فالخطّ المركّب منهما غير منطق، (±) و ج ك يزيد في القوة على ه ك بمربع ضلع يبينه لما مرّ في شكل (صز) ف ج ه المنفصل الخامس، وذلك ما أردنا بيانه.

صبط [الشكل التاسع والتسعون]

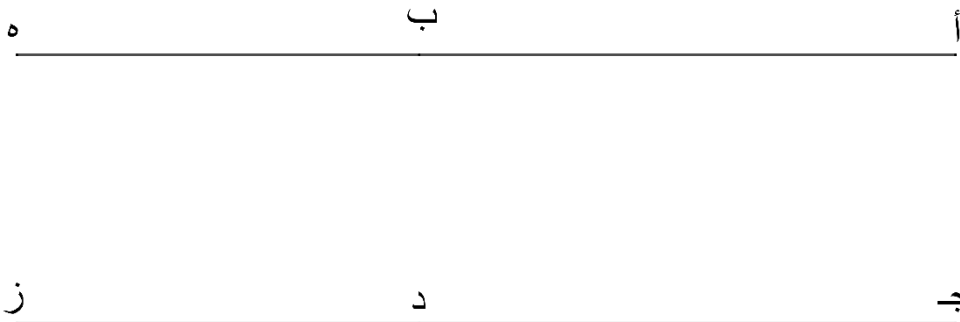
خطَّ جـ د منطوق وعُمل عليه د ه مساوياً لمربع أ ب الذي مع الكلّ يصير موسّطاً، [فأقول: إنّ جـ ه هو المنفصل السادس].



لأنّنا نعمل العمل المذكور. فلأنّ جـ د، هـ ك كلاهما منطوقان في القوّة فقط لما مرّ الأوّل في شكل (صه) والثاني فـ شكل (صد). ولأنّ مجموع مربّعي أ ز، ز ب يباين ضعف أ ز في ز ب فسطحا د ك، ل ك متباينان وهما على نسبة جـ د، هـ ك^(أ) فـ جـ د يباين هـ ك^(ب) / [87و] فالخطّ المركّب منهما غير منطوق^(ج) > و جـ د يقوى على هـ ك بزيادة مربع ضلع يباينه لما مرّ في شكل (صر) فـ جـ ه هو المنفصل السادس، وذلك ما أردنا بيانه.

ق [الشكل المائة]

خطّا أ ب، جـ د مشتركان وأ ب منفصل، فأقول: إنّ جـ د منفصل وفي مرتبته.



فلنصل به متصله وهو ب ه ونجعل نسبة ج د إلى د ز كنسبة أ ب إلى ب ه ^(١٠٠) فبالتركيب نسبة ج ز إلى د ز كنسبة أ ه إلى ب ه ^(١٠٠) وبقيّة البيان ما مرّ في شكل (سج) فج د منفصل وفي مرتبته أ ب، وذلك ما أردنا بيانه.

قا [الشكل الحادي والمائة]

خطّا أ ب، ج د مشتركان وأ ب منفصل الموسّط، فأقول: إنّ ج د أيضًا منفصل الموسّط وفي مرتبته.

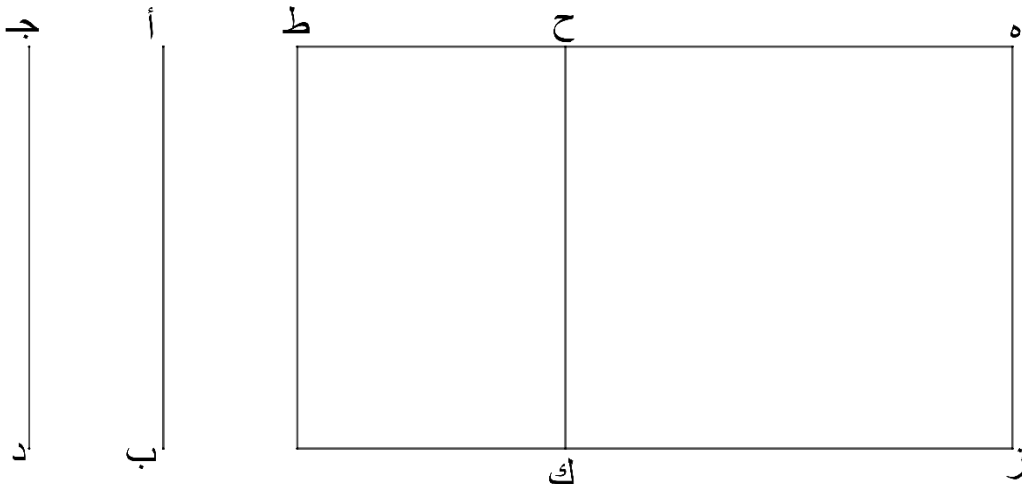
أ _____ ب _____ ه

ج _____ د _____ ز

فلنصل به متصله وهو ب ه ونجعل نسبة ج د إلى د ه كنسبة أ ب إلى ب ه ^(١٠٠) فبالتركيب نسبة أ ه إلى ب ه ه كنسبة ج ز إلى د ز ^(١٠٠) وبقيّة البيان ما مرّ في شكل (سد) فج د منفصل الموسّط ومرتبته كمرتبة أ ب فإن كان أ ب منفصل الموسّط الأوّل فج د منفصل الموسّط الأوّل وإن كان أ ب منفصل الموسّط الثاني فج د هو منفصل الموسّط الثاني، وذلك ما أردنا بيانه.

قب [الشكل الثاني والمائة]

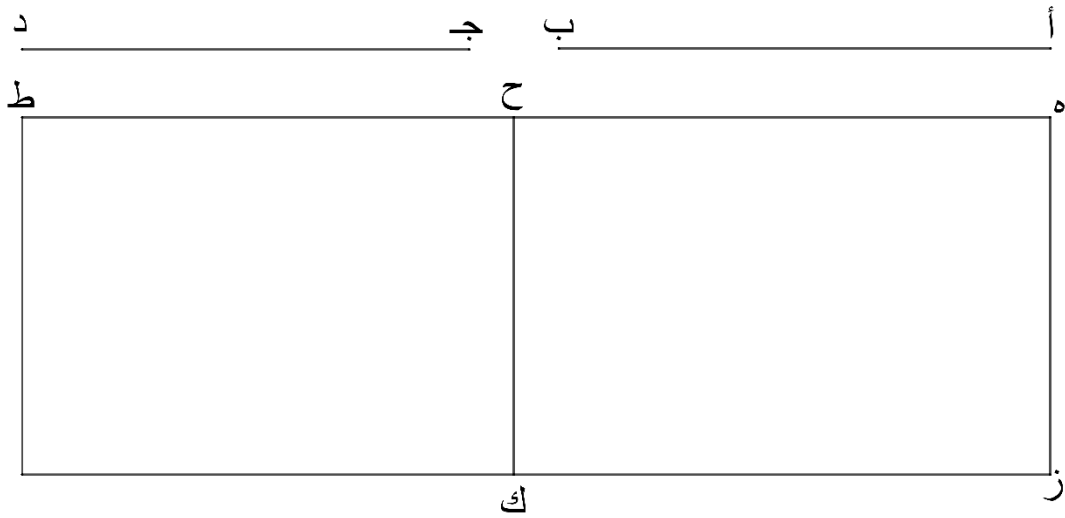
خطّا أ ب، ج د مشتركان وأ ب منفصل أصغر، فأقول: إنّ ج د أصغر.



لأننا نعمل على ه ز المنطق ز ح مساوياً لمربع أ ب ^(٨٨) ف ه ح هو المنفصل الرابع ^(٨٩) و ح ك مثل ه ز ^(٩٠) فهو منطق، فنعمل عليه سطح ك ط مساوياً لمربع ج د ^(٩١) فلأن مربعي أ ب، ج د على نسبة عددين مربعين ^(٩٢) فهما مشتركان، فسطحا ز ح، ك ط مشتركان وهما على نسبة [87ظ] ه ح، ح ط ^(٩٣) ف ه ح، ح ط مشتركان ^(٩٤) ف ح ط منفصل > رابع ^(٩٥) فالقوي على ط ك وهو ج د منفصل أصغر، ^(٩٦) وذلك ما أردنا بيانه.

في [الشكل الثالث والمائة]

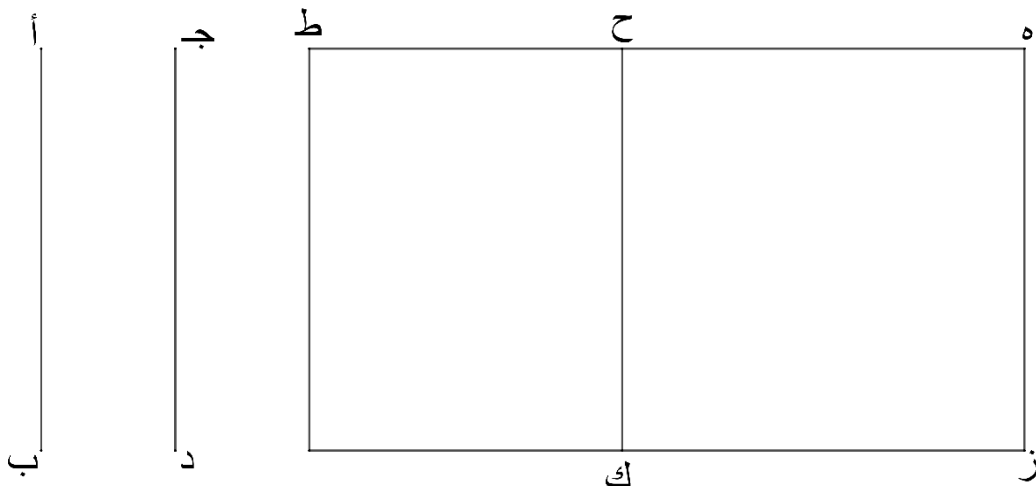
خطاً أ ب، ج د مشتركان و أ ب هو الذي مع المنطق يصير الكل موسّطاً، فأقول: إن ج د أيضاً كذلك.



لأننا نعمل ما عملناه في شكل (ق). فلأن ه ح منفصل خامس ^(٩٧) وهو مشارك لـ ح ط لما تبين في شكل (ق) ف ح ط هو المنفصل الخامس. ^(٩٨) فالقوي على ط ك وهو ج د هو الذي مع المنطق يصير الكل موسّطاً، ^(٩٩) وذلك ما أردنا بيانه.

قد [الشكل الرابع والمائة]

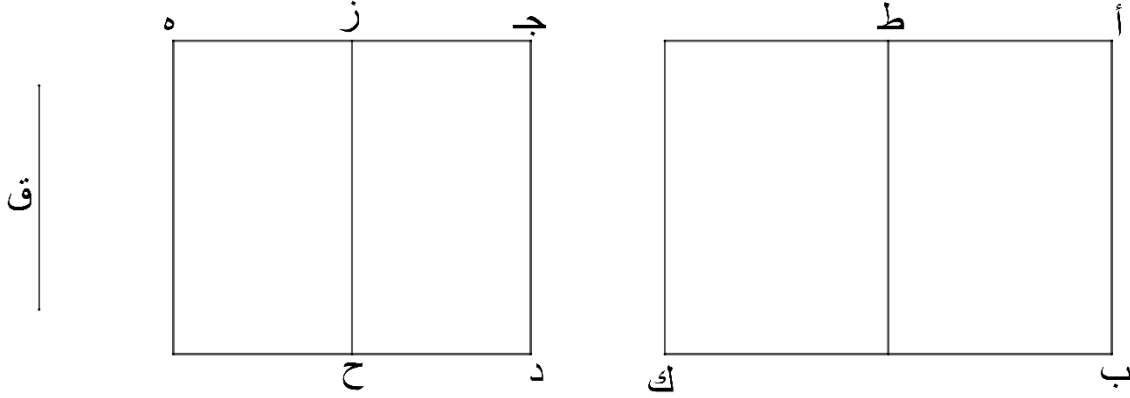
خطاً أ ب، ج د مشتركان و أ ب هو الذي مع الموسّط يصير الكل موسّطاً فكذلك ج د.



لأنّا نعمل ما عملناه في شكل (ق ب). فلأنّ ه ح منفصل سادس^(صط) وهو مشارك ل ح ط لما مرّ في شكل (ق ب) ف ح ط هو المنفصل السادس^(ق) فالقوي على ط ك وهو ج د هو الذي مع الوسط يصير الكلّ موسّطاً،^(سج) وذلك ما أردنا بيانه.

قه [الشكل الخامس والمائة]

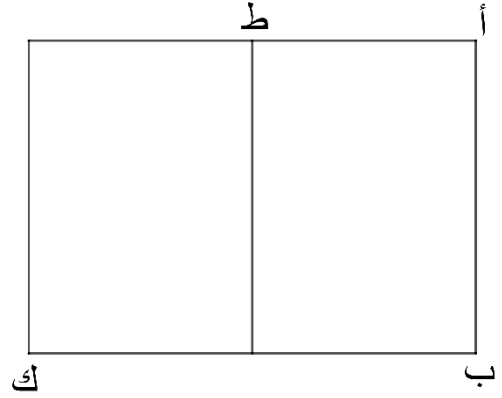
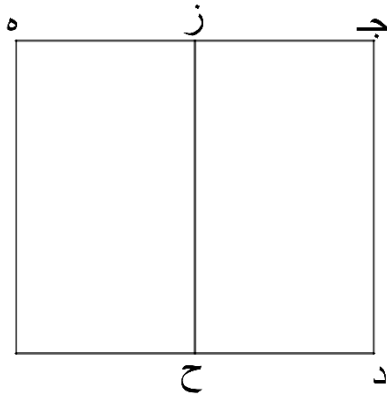
سطح أ ك منطق وفصل عنه سطح ب ط الوسط، فأقول: إنّ القوي على الباقي إمّا منفصل وإمّا أصغر.



وليكن ج د منطقاً و د ز مثل ط ك^(مه.أ) و ه ح مثل ب ط^(مه.أ) ونعمل مربعاً مثل سطح ب ط^(د.ب) وليكن ضلعه ق و ز ح مثل ج د المنطق^(لد.أ) فهو أيضاً منطق وأضيف إليه ه ح مثل مربع ق الوسط / [٨٨ و] ف ز ه منطق في القوة > فقط.^(ك) ولأنّ د ه مثل أ ك المنطق فهو منطق ف ج ه منطق < في الطول^(ب) ف ز ه يبين ج ه وإلا لكان منطقاً،^(ي) هذا خلف. ف ج ه، ز ه منطقان في القوة مشتركان فيها فقط. فالخط المركب منهما غير منطق^(٤) فهو ذو الاسمين ف ج ز منفصل. فإن كان ج ه يقوى على ه ز بمشارك ف ج ز المنفصل الأول، فالقوي على ج ح هو المنفصل،^(غ) وإن كان بمباين ف ج ز هو المنفصل الرابع، فالقوي على ج ح هو المنفصل الأصغر،^(ص) وذلك ما أردنا بيانه.

قو [الشكل السادس والمائة]

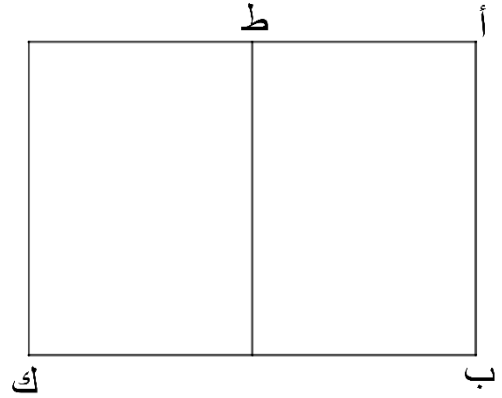
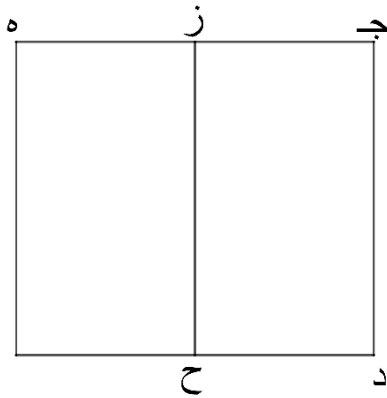
سطح أ ك موسّط وفصل منه ب ط المنطق، فأقول: إنّ القوي على الباقي إمّا منفصل الوسط الأول وإمّا الذي مع المنطق يصير الكلّ موسّطاً.



فنعمل ما عملناه. فلأنّ ز منطق في الطول لما مرّ في شكل (قه). إنّ ج منطق و ج منطق في القوة فقط لما مرّ في شكل (ق)، إنّ ز منطق في القوة فقط فهما متباينان في الطول لما مرّ في شكل (فه)، فالخطّ المركّب منهما غير منطق^(٤) ف ج ز منفصل. فإن كان ج ه يقوى على ز ه بمشارك ف ج ز المنفصل الثاني فالقوي على ج ح منفصل الوسط الأول. (فظ) وإن كان بمباين ف ج ه المنفصل الخامس. فالقوي على د ز هو الذي مع المنطق يصير الكلّ موسّطاً، (صب) وذلك ما أردنا بيانه.

قز [الشكل السابع والمائة]

سطح أ ك موسّط وفصلّ منه ب ط الوسط الغير المشارك لسطح أ ك الوسط، فأقول: إنّ القوي على الباقي إمّا منفصل الوسط الثاني وإمّا الذي مع الوسط يصير الكلّ موسّطاً.

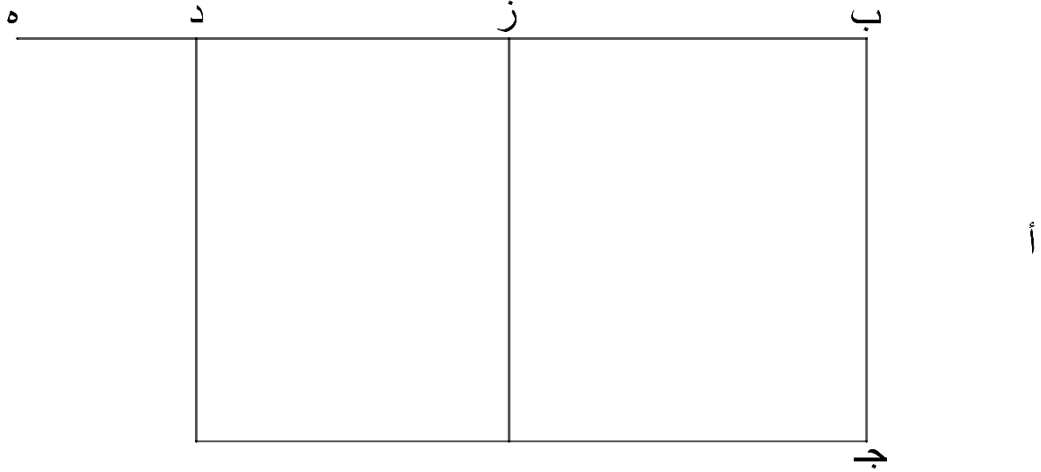


لأنّا نعمل [٨٨ظ] العمل السابق. فلأنّ كلّ واحد من ج ه، ه ز منطق في القوة > فقط لما مرّ في الشكلين الأولين وهما على نسبة د ه، ه ح الغير المتشاركين^(أ٤) فهما غير مشتركين^(ح) فالخطّ المركّب منهما غير منطق^(٤) ف ج ز منفصل. فإن كان ج ه يقوى على ز ه بمشارك ف ج ز المنفصل الثالث فالقوي على ج ح منفصل

الموسّط الثاني^(ص) وإن كان بمباين ف ج ز المنفصل السادس فالقوي على ج ح هو الذي مع الموسّط يصير الكلّ موسّط،^(ح) وذلك ما أردنا بيانه.

ق [الشكل الثامن والمائة]

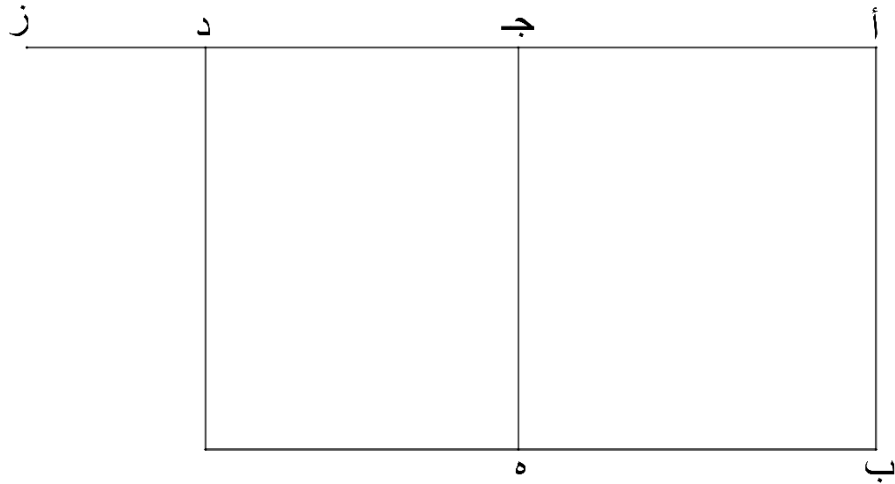
خطّ أ منفصل، فأقول: إنه ليس ذا الاسمين وإلا فليكن ذو الاسمين أيضاً.



فنعمل على خطّ ب ج المنطق سطح د ج قائم الزوايا مساوياً لمربع أ ب^(هـ) ف د ب هو المنفصل الأوّل،^(ص) فلنصل به متّصله وهو خطّ ه د ف ه ب منطق في الطول مشترك لـ ه د في القوّة فقط و ب د ذو الاسمين الأوّل^(ز) فلنقسّم بقسميه على ز وليكن قسمه الأطول ب ز فكلّ واحد من ه ب، ب ز منطق في الطول فهما مشتركان^(ي) ف ب ز يشارك ه ز^(ب) ف ه ز منطق في الطول^(ي) و ه د منطق في القوّة فقط. فالخطّ المركّب منهما غير منطق^(ط) فهو ذو الاسمين ف ز د منفصل وهو منطق في القوّة، هذا خلف لما مرّ في شكل (ع) فخطّ أ ليس ذو الاسمين، وذلك ما أردنا بيانه.

قط [الشكل التاسع والمائة]

خطّ أ ج موسّط، فأقول: إنه تحدث منه خطوط غير منطقة لا نهاية لعددها وليس واحد منها من جنس ما قبله.



فليكن خطّ أ ب منطقيًا ونجعل أ ج عمودًا على أ ب^(أ، ب) ونتمّ سطح ب ج فهو غير منطقي، وإلا لكان أ ج منطقيًا^(ب) فالذي يقوى عليه وليكن ج د غير منطقي، وإلا [٨٩و] لكان مربّعًا منطقيًا^(هـ) > وليس من جنس واحد من الخطوط التي ليست بمنطقة > لما سبق من الأشكال ونتمّ سطح ه د فهو أيضًا غير منطقي لما مرّ آنفًا. فالذي يقوى عليه وهو د ز غير منطقي لما مرّ آنفًا وليس من جنس الخطوط التي هي غير منطقة على ما سبق من الأشكال وبمثل هذا العمل تحدث من أ ج خطوط غير منطقة لا نهاية لعددها وليس واحدًا منها من جنس ما قبله، وذلك ما أردنا بيانه.

تمّ المقالة العاشرة وهي (قط) شكلاً.

المقالة الحادية عشرة

الشكل المجسم هو الذي يمكن أن نفرض فيه ثلاثة خطوط متقطعة على زوايا قائمة.

والمجسم المضلع هو الذي تحيط به سطوح مستقيمة الخطوط.

والمكعب مجسم تحيط به ستّ مربّعات.

والمنشور هو الذي تحيط به ثلاثة سطوح متوازية الأضلاع ومثلثان متساويان.

والشكل الناري هو الذي تحيط به أربع مثلثات واحد منها قاعدة والثلاثة ترتفع من أضلاع القاعدة وتتلاقى عند نقطة ويقال له المخروط المضلع.

والمخروط المستدير هو الجسم الذي يرسمه مثلث قائم الزاوية إذا أثبت أحد الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة وأدير عليه حتى يعود إلى وضعه الأوّل ويسمّى الضلع الثابت سهم المخروط، ويسمّى الدائرة التي تحدث قاعدة المخروط، ويسمّى نهاية السهم التي تقابل القاعدة رأس المخروط.

والأسطوانة المستديرة مجسم يرسمه سطح قائم الزاوية إذا أثبت أحد أضلاعه وأدير عليه السطح حتى يعود إلى وضعه الأوّل ويسمّى الضلع الثابت سهم الأسطوانة ويسمّى دائرتا طرفيه قاعدتي الأسطوانة ويسمّى البسيط الذي فيما بين القاعدتين بسيط الأسطوانة.

والكرة مجسم يرسمه [٨٩ظ] >نصف دائرة إذا أثبت قطرها وأدير عليه سطح نصف> الدائرة حتى يعود إلى وضعه الأوّل ومركز الكرة هو مركز نصف الدائرة.

والزاوية المجسّمة هي التي تحيط بها ثلاث زوايا مسطّحة مجتمعة عند نقطة واحدة.

وإذا قام خطّ مستقيم على سطح عموداً على كلّ خطّ مستقيم يخرج من نهايته إلى ذلك السطح فيقال: إنّه عمود على ذلك السطح.

وإذا قام سطح على سطح وكان كلّ عمودين يخرجان في السطحين على الفصل المشترك من أية نقطة منه محيطين بزاوية قائمة فيقال: إنّ أحد السطحين عمود على الآخر.

والسطوح المتوازية هي التي لا تتلاقى إذا أخرجت بغير نهاية في جهة من الجهات.

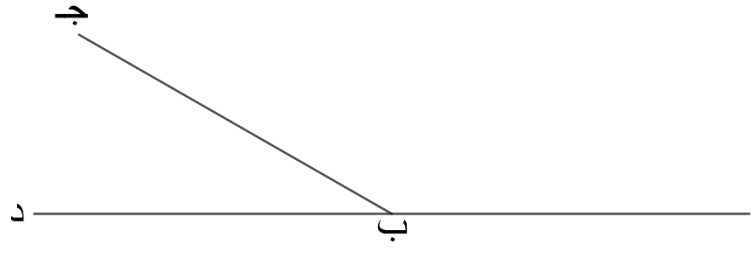
ارتفاع المجسم هو العمود الواقع من نقطة إحدى زواياه على سطح القاعدة.

المجسّمات المضلّعة المتشابهة هي التي يحيط بكلّ واحد منها من عدّة السطوح مثل ما يحيط بالمجسم الآخر، ويكون كلّ سطح منها مشابهاً لنظيره من المجسم الآخر، فإن كان كلّ سطح مساوياً لشبيهه من الآخر فإنّ المجسمين متساويان.

المخروطات المستديرة المتشابهة والأسطوانات المستديرة المتشابهة هي التي سهامها وأقطار قواعدها متناسبة، والمتساوية هي التي سهامها وأقطار قواعدها متساوية.

أ [الشكل الأول]

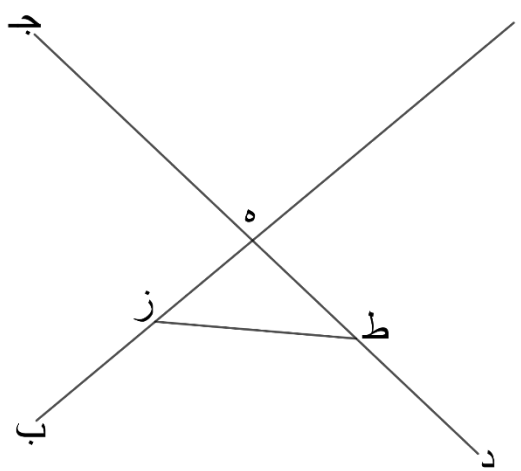
كلّ خطّ مستقيم فهو في سطح واحد.



وإلا فيمكن أن ج مستقيماً و أ ب منه في سطح و ب ج في سطح آخر، فنخرج أ ب على الاستقامة في السطح الذي هو فيه إلى د نقطاً ج ب، د ب على استقامة أ ب، هذا خلف. فكلّ خطّ مستقيم فهو في سطح جاحد، وذلك ما أردنا بيانه.

ب [الشكل الثاني]

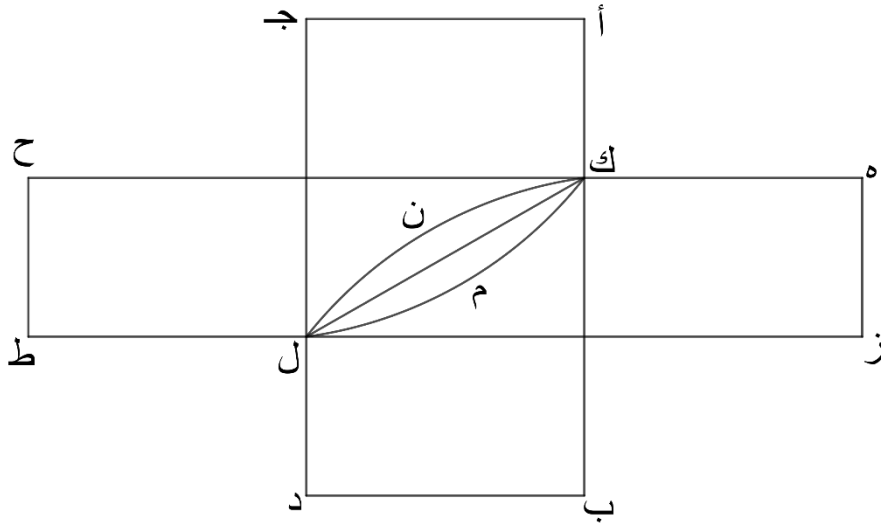
كلّ ما تحيط به ثلاثة خطوط فهو سطح واحد، وكذلك كلّ خطّين متقاطعين فهما في سطح واحد.



مثاله خطاً أ ب، ج د المستقيمان يتقاطعان على ه ونعلم على خطي أ ب، ج د نقطتي ط، ز ووصل ط ز، فأقول: إنَّ مثلث ه ط ز سطح واحد؛ لأنَّه إنَّ كان أكثر من سطح واحد فكلّ واحد من الخطوط المستقيمة / [٩٠] أو شيء منها في سطوح <مختلفة> هذا خلف. وأقول: إنَّ باقي الخطّين <أيضاً في هذا السطح وإلا لكان بعض المستقيم في سطح آخر، هذا خلف. فالخطّان في سطح واحد، وذلك ما أردنا بيانه.

ج [الشكل الثالث]

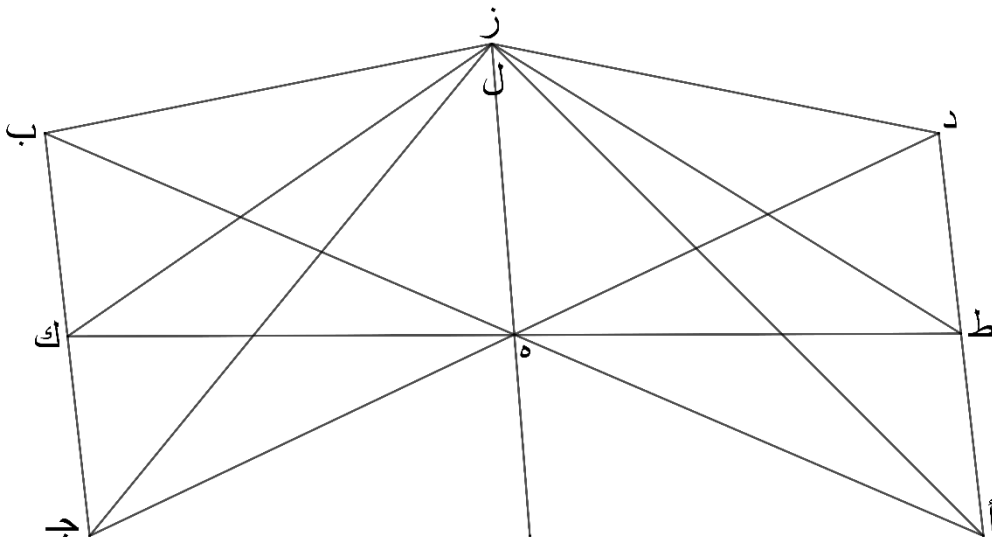
سطحا أ ب ج د، ه ز ح ط متقاطعان، فأقول: إنَّ الفصل المشترك لهما وهو ك ل خطّ مستقيم.



وإلا فنصل بين نقطتي ك ل في سطح أ ب ج د بخطّ مستقيم وهو ك م ل وفي سطح ه ز ح ط بخطّ مستقيم وهو ك ن ل فخطّان مستقيمان يحيطان بسطح واحد، هذا خلف. فـ ك ل خطّ مستقيم، وذلك ما أردنا بيانه.

د [الشكل الرابع]

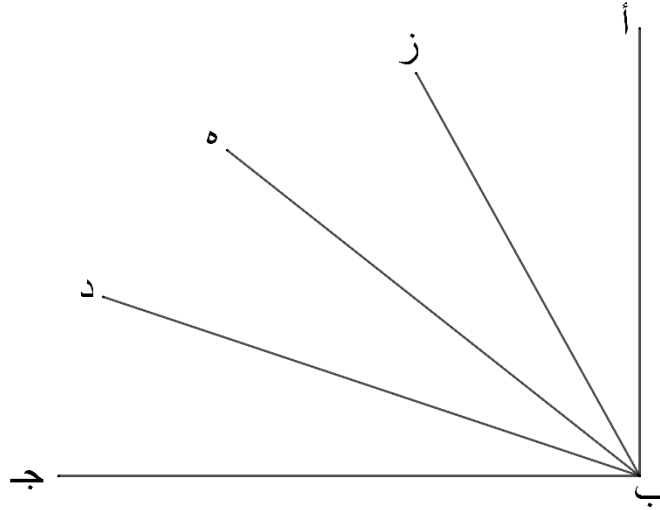
خطاً أ ب، ج د متقاطعان على نقطة ه وخطّ ه ز خرج من نقطة التقاطع عموداً على خطي أ ب، ج د، فأقول: إنَّه عمود على السطح الذي فيه خطّ أ ب، ج د.



فنخرج الخطّين ونفصل هـ أ، هـ ب متساويين (ج^١) و هـ ج، هـ د متساويين (ج^١) ونصل أ د، ج ب ونخرج ط هـ وننفذه إلى ك ونعلم على هـ نقطة ل ونصل أ ل، ل ط، ل د، ل ب، ل ك، ل ج. فلأنّ زاويتي أ هـ د، ج هـ ب متساويتان (ب^١) تحيط بهما أضلاع متساوية فضلعاً أ د، ج ب متساويان وزاوية هـ أ ط مثل هـ ب ك (د^١) و أ هـ ط مثل ك هـ ب (ب^١) و أ هـ مثل هـ ب ك و هـ ط مثل هـ ك. (ك^١) ولأنّ ل هـ، هـ أ مثل ل هـ، هـ ب وزاوية ل هـ أ مثل ل هـ ب ف أ ل مثل ل ب (د^١) و ل د مثل ل ج لهذا بعينه فزاويتا ل أ ط، ل ب ك متساويتان (د^١) ف ل ط مثل ل ك (د^١) و هـ ل مشترك فزاوية ل هـ ط مثل ل هـ ك (د^١) فهما قائمتان ف ل هـ عمود على ط ك / [٩٠ ظ] وكذلك تبين أنّه عمود على كلّ خطّ يخرج من نقطة في ذلك السطح، > وذلك ما أردنا بيانه.

هـ [الشكل الخامس]

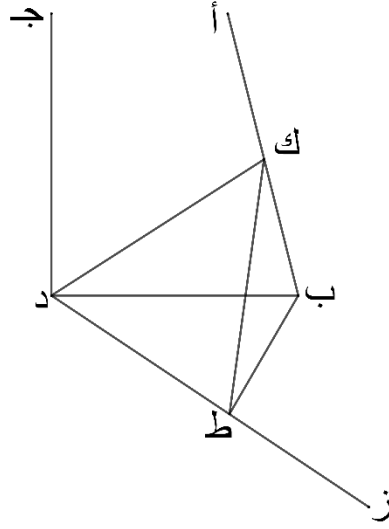
خطّ أ ب خرج من نقطة ب التي هي فصل مشترك لثلاثة خطوط ب ج، ب د، ب هـ وهو عمود على كلّ واحد من هذه الخطوط، فأقول: إنّ الخطوط الثلاثة في سطح واحد.



وإلا فليكن ب هـ في السّمك ف ب ج، ب د في سطح واحد (ب) و أ ب، ب هـ أيضاً في سطح واحد (ب) فالسطح الذي فيه أ ب، ب هـ مقاطع للسطح الذي فيه ب د، ب ج فالفصل المشترك بينهما خطّ واحد مستقيم (ج) فليكن ب ز و أ ب عمود على ب ج فهو عمود على ب ز (د) وهو عمود على ب هـ فزاوية أ ب ز القائمة مثل زاوية أ ب هـ القائمة فالجزء مثل الكلّ، هذا خلف. فالخطوط [ط] الثلاثة في سطح واحد، وذلك ما أردنا بيانه.

و [الشكل السادس]

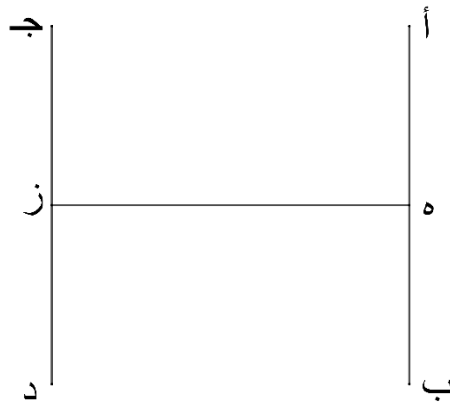
أ ب، ج د عمودان على سطح مفروض، فأقول: إنّهما متوازيان.



لأنّ نقطتي ب د في السطح المفروض فنصل بينهما بخطّ ب د فهو أيضاً في ذلك السطح ونخرج من ذلك السطح خطّ د ز عموداً على د ب ^(١٠١) ونفصل د ط، ب ك متساويين ^(ج١٠) ونصل ك د، ك ط، ب ط فلأنّ ك ب، ب د مثل ط د، ب د وزاوية ك ب د القائمة مثل ب د ط القائمة فك د مثل ب ط ^(د١٠) و ك ط مشترك فزاوية ك د ط مثل ك ب ط القائمة ^(ح١٠) فهي أيضاً قائمة فخطّ ط د عمود على خطوط د ب، د ك، ج د فهي في سطح واحد ^(ه١٠) لكن ب د، د ك في سطح واحد وهو الذي فيه ب ك ف ب ك، ج د في سطح واحد قد وقع عليهما خطّ ب د والداخلتان مثل قائمتين فهما متوازيان، ^(ع١٠) وذلك ما أردنا بيانه.

ز [الشكل السابع]

أ ب، ج د متوازيان وعُلمت عليهما نقطتا ه، ز ووصل بينهما بخطّ ه ز المستقيم، فأقول: إنّه يقع في سطحهما.

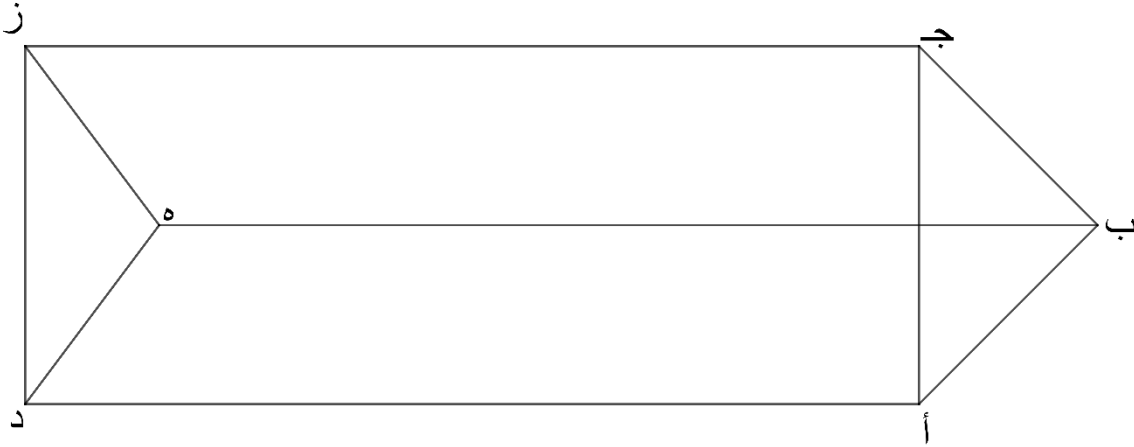


لأنّ أ ب، ج د في سطح واحد لكونهما متوازيين، فنقطتا ه، ز في ذلك / [٩١] السطح. فالخطّ المستقيم الذي بينهما في ذلك السطح، وذلك ما أردنا بيانه.

قائمة فـه ط عمود على ط ك، ط ل وهما في سطح واحد (ب) فـه ط عمود على ذلك السطح (د) فـه أ ب، ج د عمودان على سطح ك ط ل (ح) فهما متوازيان، (و) وذلك ما أردنا بيانه.

ي [الشكل العاشر]

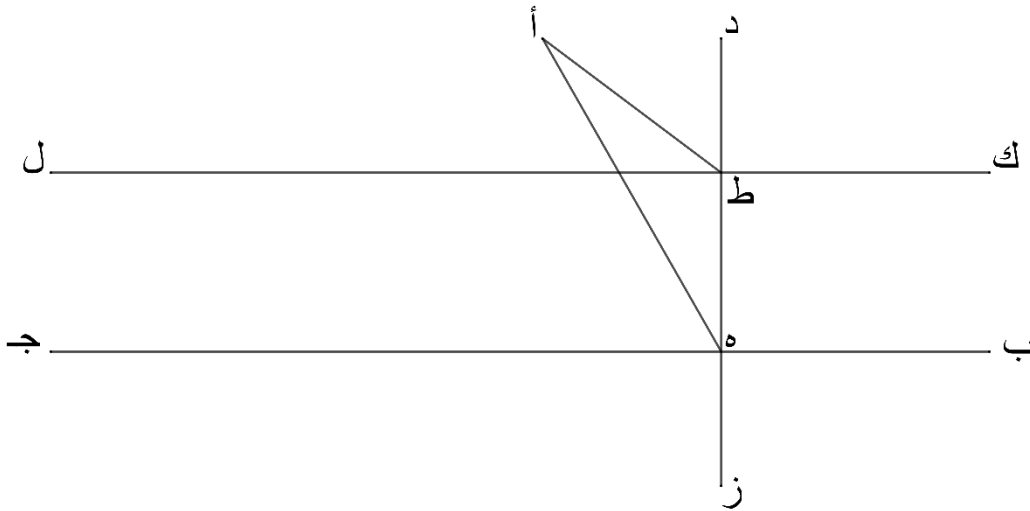
خطاً أ ب، ب ج يحيطان بزاوية أ ب ج وخطاً د ه، ه ز يحيطان بزاوية د ه ز وأ ب يوازي د و ب ج يوازي ه ز وليست الجميع في سطح واحد، فأقول: إنّ زاوية أ ب ج مثل زاوية د ه ز.



لأنّا نفصل أ ب مثل د ه (جـأ) و ه ز مثل ب ج (جـأ) ونصل أ د، ب ه، ج ز، أ ج، د ز فـه أ د، ج ز يوازيان ويساويان ب ه (لدأ) فـه أ د ج ز متوازيان ومتساويان (لدأ) فزاويتا / [٩١ ظ] > أ ب ج، د ه ز متساويتان، وذلك ما أردنا بيانه.

يا [الشكل الحادي عشر]

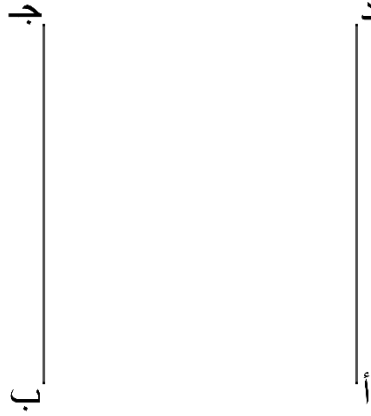
نريد > أن نخرج من نقطة أ التي هي في السّمك عموداً على سطح مفروض.



فنخرج ب ج في السطح المفروض ذاهباً من الجهتين إلى غير النهاية ونخرج من نقطة أ خط ه عموداً على ب ج في السطح الذي يخرج من ب ج ماراً بنقطة أ^(١٠١) ونخرج د ه عموداً على ب ج في السطح المفروض^(١٠٢) ونخرج ه د في جهتي ه د بغير نهاية ونخرج من أ عموداً على ه د^(١٠٣) فإن وقع على ه كان ه عموداً على السطح المفروض^(د) وإن وقع في إحدى جهتي ط ز نخط أ ط فنخرج ك ط ل موازياً لـ ب ج^(١٠٤) فلأن زاويتي ب ه أ، ب ه ط قائمتان فـ ب ه عمود على ه أ، ه ط فهو عمود على سطح أ ط^(د) فـ ك ط أيضاً عمود على هذا السطح^(ح) و ط أ في هذا السطح فزاوية أ ط ك قائمة فـ أ ط عمود على تقاطع خطي ط ك، ط د المتقاطعين في السطح المفروض فـ أ ط عمود على السطح المفروض،^(د) وذلك ما أردنا بيانه.

يب [الشكل الثاني عشر]

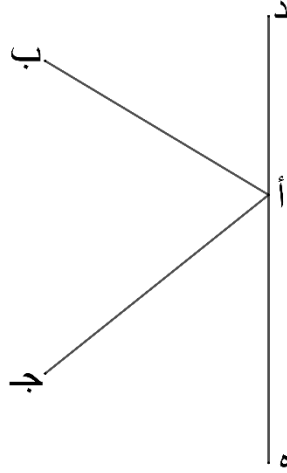
نريد أن نخرج من نقطة أ المفروضة في سطح مفروض عموداً على ذلك السطح.



فنفرض نقطة ج في السمك ونخرج منها عموداً على السطح المفروض^(١٠٥) فإن وقع على نقطة أ فهو المطلوب، وإن وقع على نقطة أخرى نخط ب ج فنخرج أ د موازياً لـ ب ج في السطح الذي يخرج من ب ج ماراً بنقطة أ فـ أ د عمود على السطح المفروض،^(ح) وذلك ما أردنا بيانه.

يج [الشكل الثالث عشر]

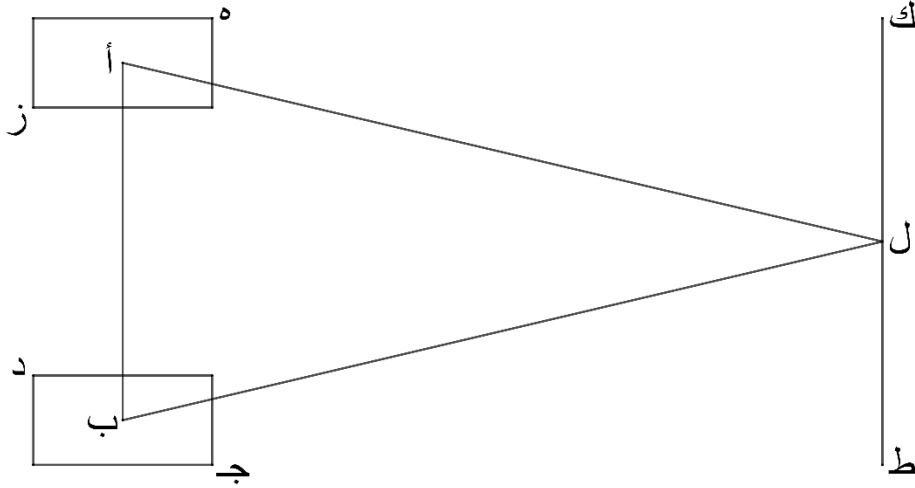
لا يخرج من نقطة واحدة في سطح عمودان على ذلك السطح.



وإلا فليكن أ ب، أ ج عمودان على سطح مفروض فسطح أ ب، أ ج مقاطع للسطح المفروض فليكن د هـ فصلهما المشترك فهو خطّ مستقيم فزاويتا ب أ هـ، ج أ هـ قائمتان، هذا خلف. فلا يخرج من نقطة واحدة في سطح / [٩٢] عمودان على ذلك السطح، وذلك ما أردنا بيانه.

يد [الشكل الرابع عشر]

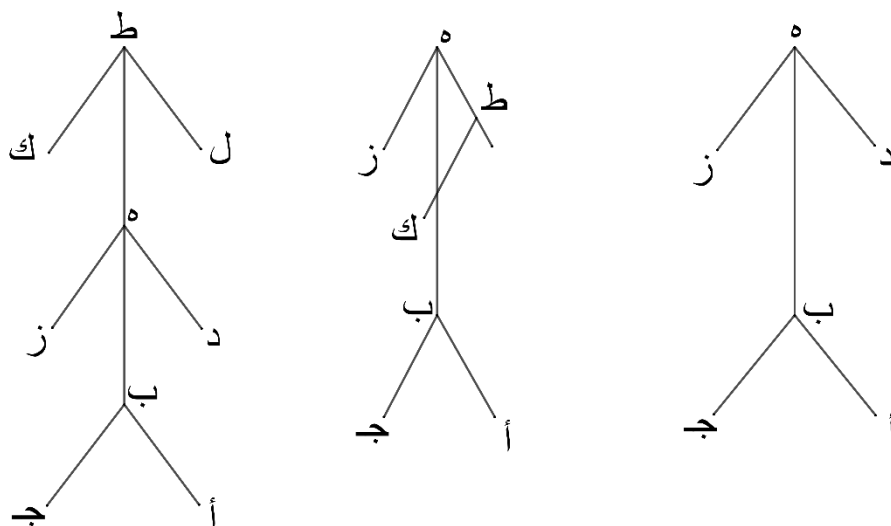
خطّ أ ب عمود على سطحي ج د، هـ ز، فأقول: إنهما متوازيان.



وإلا فليتقيان على خطّ ط ك ونعلم عليه نقطة ل فهي في سطحي ج د، هـ ز ونصل أ ل، ب ل ففي مثلث أ ل ب زاويتا أ، ب قائمتان، هذا خلف. (بداً) فالسطحان متوازيان، وذلك ما أردنا بيانه.

يه [الشكل الخامس عشر]

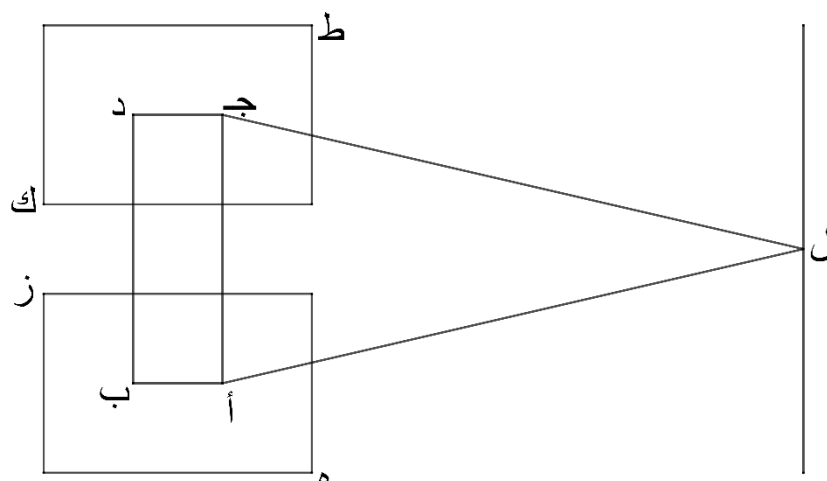
خطّ أ ب، ب ج المتقاطعان موازيان لخطّي د هـ، هـ ز المتقاطعين وليست الجميع في سطح واحد، فأقول: إن سطحيهما متوازيان.



فنخرج من ب عموداً على سطح هـ د ز فإن وقع العمود على هـ فلأن زاويتي هـ ب أ، ب هـ د الداخلتين مثل قائمتين (كط^(أ)) وب هـ د قائمة فهـ ب أ قائمة وكذلك تبين أن هـ ب ج قائمة فهـ ب عمود على تقاطع خطي ب أ، ب ج فهو أيضاً عمود على سطح أ ب ج فسطحا ب أ ج، د هـ ز متوازيان (بد^(أ)) وإن لم يقع العمود على هـ فلتقع نقطة ط فنخرج ط ك موازياً لـ هـ ز (لا^(أ)) في الصورة الثانية وفي الثالثة يخرج ط ك موازياً لـ هـ ز (لا^(أ)) وط ل موازياً لـ هـ د (لا^(أ)) فأ ب، ب ج يوازيان ل ط، ط ك (ك^(أ)) وكل واحد من زاويتي أ ب ط، ج ب ط قائمة لما مرّ آنفاً فب ط عمود على نقطة هـ فهو عمود على سطح أ ب ج (د^(أ)) فسطحا أ ب ج، د هـ ز متوازيان، (بد^(أ)) وذلك ما أردنا بيانه.

يو [الشكل السادس عشر]

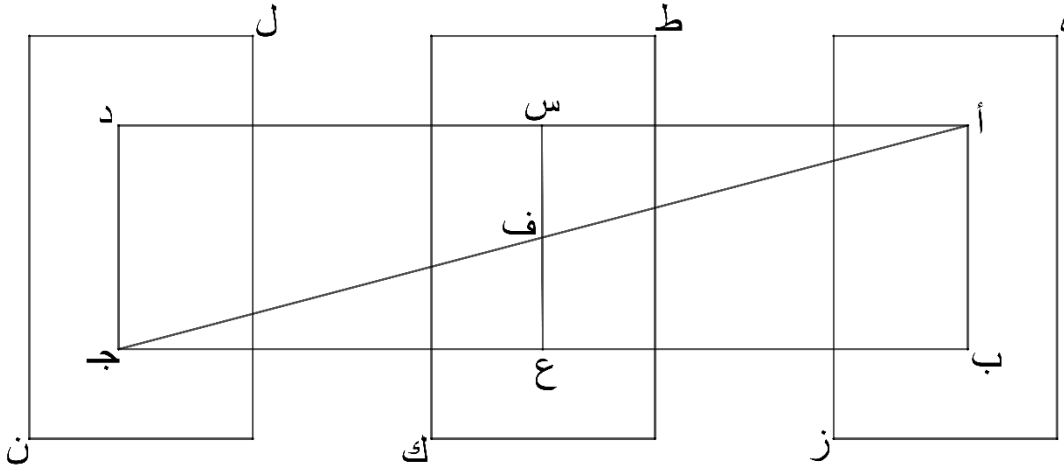
سطح أ ب ج د يفصل سطحي هـ ز، ط ك المتوازيين، فأقول: إن فصليهما المشتركان متوازيان.



والا فليتقيان، وليكن التقاؤهما على ل فسطحا هـ ز، ط ك أيضاً يلتقيان على ل، هذا خلف، (بد^(أ)) فالفصلان متوازيان، وذلك ما أردنا بيانه. // [٩٢ ظ]

يز [الشكل السابع عشر]

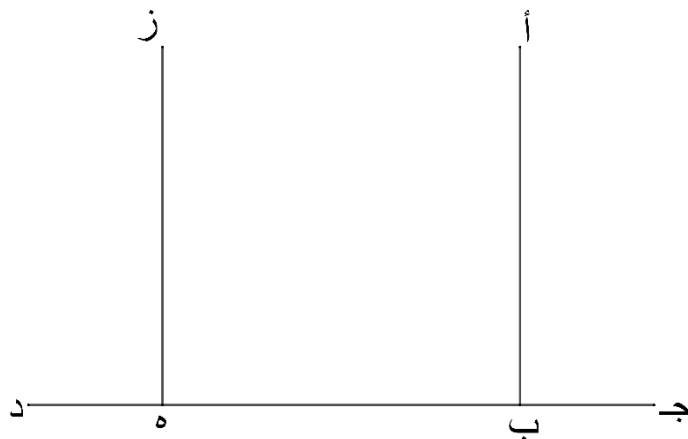
خطاً أ د، ج ب تفصلهما سطوح ه ز، ط ك، ل ن المتوازية على نقط أ، س، د، ب، ع، ج، فأقول: إنّ نسبة أ س إلى س د كنسبة ب ع إلى ع ج.



فنصل أ ب، ج د، أ ج فأ ج يقطع سطح ط ك على ف ونصل ف ع ونخرجه إلى س فتوازي أ ب، ج د ^(١٠٠) فنسبة أ س إلى س د كنسبة أ ف إلى ف ج ^(١٠٠) وهي كنسبة ب ع إلى ع ج ^(١٠٠) فنسبة أ س إلى س د كنسبة ب ع إلى ع ج، ^(١٠٠) وذلك ما أردنا بيانه.

يج [الشكل الثامن عشر]

خطّ أ ب عمود على سطح مفروض، فأقول: إنّ كلّ سطح يخرج منه فهو عمود على ذلك السطح.

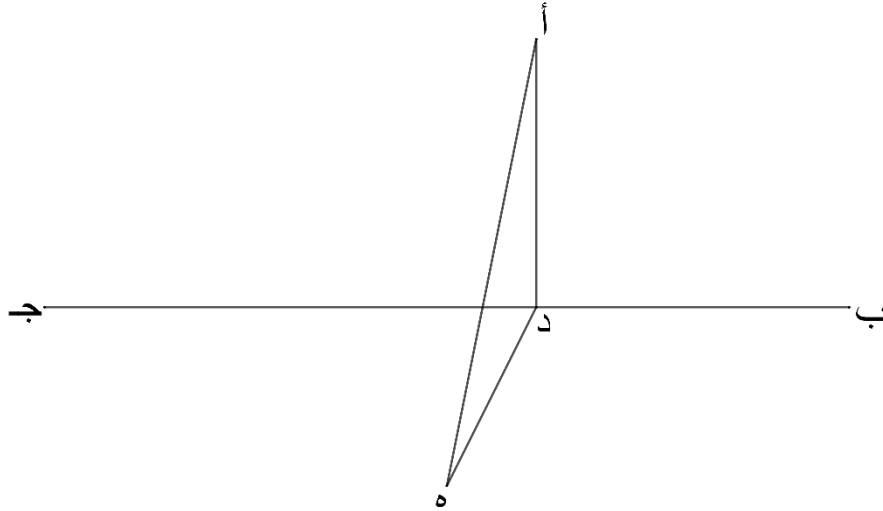


فلنخرج من أ ب سطحا يقطع السطح المفروض على ج د ونعلم على ج د نقطة ه ونخرج ه ز في السطح الخارج عموداً على ج د ^(١٠١) فأ ب يوازي ه ز ^(١٠٢) فه ز عمود على السطح المفروض ^(١٠٣) وهكذا تبين أنّ كلّ

خط يخرج في ذلك السطح عموداً على الفصل المشترك فهو عمود على السطح المفروض، فالسطح الذي يخرج من أ ب فهو عمود على السطح المفروض، وذلك ما أردنا بيانه.

يط [الشكل التاسع عشر]

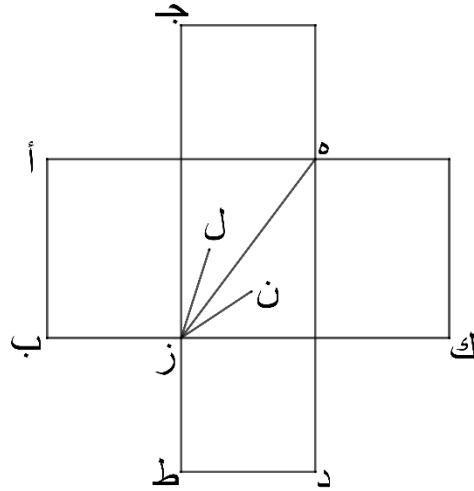
نقطة أ مفروضة في سطح عمود على سطح مفروض وفصلهما المشترك ب ج وأخرج في السطح الذي فيه نقطة أ خط أ د عموداً على ب ج، فأقول: إن أ د عمود على د ه أيضاً فـ أ د عمود على السطح المفروض^(د) وأقول أيضاً: إن كل عمود يخرج من أ على السطح المفروض فهو يقع على ب ج.



وإلا فليقع مثل أ ه ويخرج في السطح الذي فيه نقطة أ خط أ د عموداً على ب ج (ب.أ) فـ أ د عمود على السطح المفروض لما مرّ آنفاً فنصل د ه فزاويتا أ د ه، أ ه د قائمتان، هذا [٩٣ و] خلف. (ن.أ) فكل عمود يخرج من نقطة أ على السطح المفروض فهو يقع على الفصل المشترك، وذلك ما أردنا بيانه.

ك [الشكل العشرون]

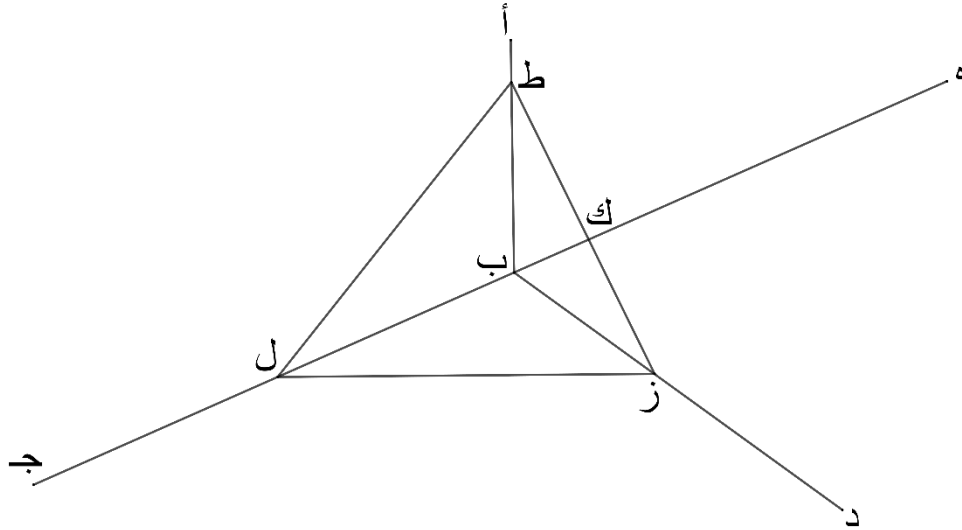
سطحا أ ب، ج د متقاطعان وفصلهما المشترك ه ز وهما عمودان على سطح مفروض، فأقول: إن فصل ه ز عمود على السطح المفروض.



لأنّه لو لم يكن عموداً على السطح المفروض فإمّا أن يكون عموداً على أحد الفصلين أو لم يكن. فإن كان عموداً على أحد الفصلين كان عموداً على السطح المفروض، (بط) هذا خلف. وإن لم يكن عموداً على الفصلين جميعاً فنخرج في سطحي أ ب، ج د من نقطة ز عمودين على الفصلين (با^أ) وهما ز ل، ز ن فهما عمودان على السطح، (بط) هذا خلف. (بج) نخطّ ه ز عمود على السطح المفروض، وذلك ما أردنا بيانه.

كا [الشكل الحادي والعشرون]

زوايا أ ب ج، ج ب د، د ب أ المسطحة الثلاثة محيطه بزواية مجسّمة، فأقول: إنّ مجموع كلّ زاويتين منها أعظم من الباقية.

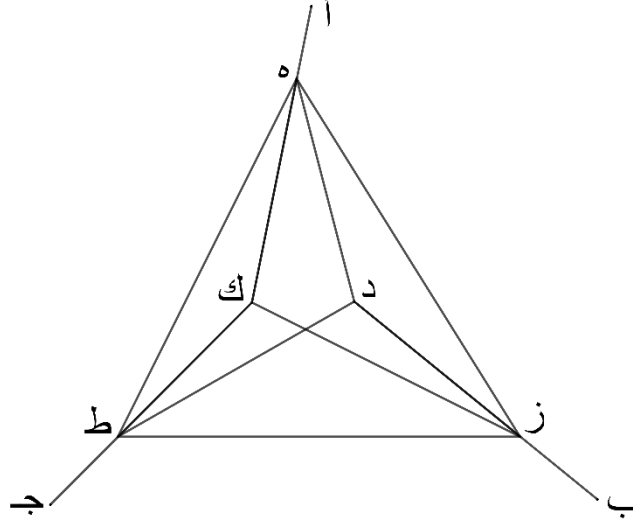


لأنّها إن كانت متساوية فكلّ اثنين منها أعظم من الباقية وإن لم تكن متساوية. فليكن أ ب د أعظم من د ب ج فنفصل منها زاوية د ب ه مثل د ب ج (بج^أ) ونعلم نقطتي ط ز على أ ب، ب د ونصل ز ط فيقطع ب ه على ك فنفصل ب ل مثل ب ك (ج^أ) ونصل ط ل، ل ز فز ك مثل ز ل (د^أ) و ز ل، ل ط، ط ز محيطه بسطح واحد فمجموع ز ل، ل ط أعظم من ز ط (ك^أ) فيبقى ل ط أطول من ك ط فزاوية أ ب ل

أعظم من ط ب ك ^(ك^أ) فمجموع زاويتي أ ب ج، ج ب د أعظم من أ ب د وكذلك تبين أن كل زاويتين أعظم من الثالثة، وذلك ما أردنا بيانه.

كب [الشكل الثاني والعشرون]

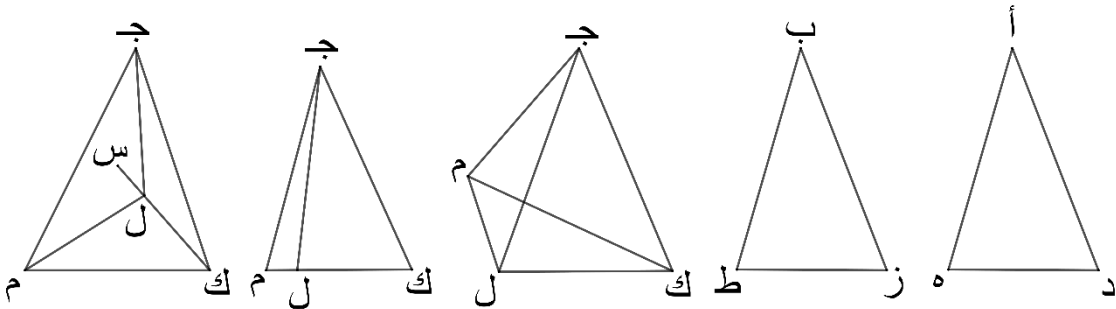
ثلاث زوايا أ د ب، ب د ج، أ د ج محيطية بزاوية مجسمة، فأقول: إن مجموعها أصغر من أربع قوائم.



فنفرض على الخطوط الثلاثة نقط هـ، ز، ط ونصل هـ ز، ز ط، ط هـ [٩٣ظ] ونعلم في مثلث هـ ز ط نقطة ك ونصل ك هـ، ك ط، ك ز فزوايا ك مساوية لأربع قوائم ^(بج^أ) وزوايا هـ ز ط مثل قائمتين ^(لب^أ) فهي ست قوائم وزوايا المثلثات التي رؤوسها عند نقطة د أيضاً ست قوائم؛ لأن زوايا كل مثلث مثل قائمتين ^(لب^أ) ولأن مجموع زاويتي هـ ز د، د ز ط أعظم من هـ ز ط ^(ك^أ) وهكذا نظائرها أعظم من نظائرها فزوايا ك أعظم من زوايا د فزوايا د أصغر من أربع قوائم، وذلك ما أردنا بيانه.

كج [الشكل الثالث والعشرون]

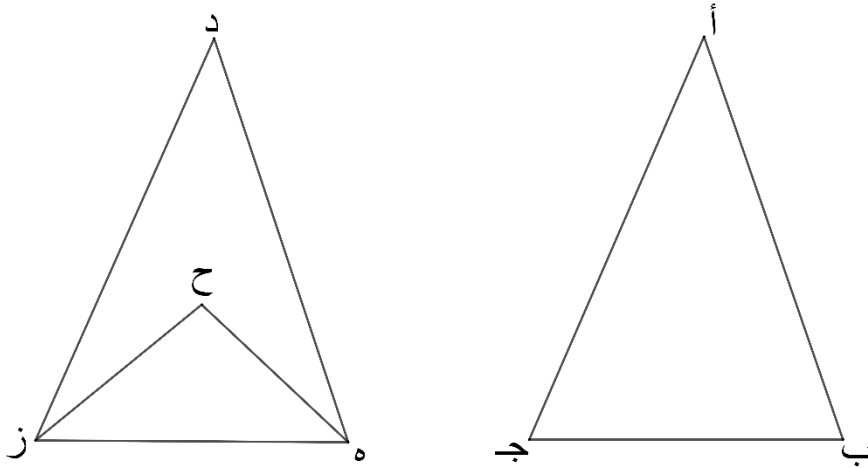
مجموع كل زاويتين من ثلاثة زوايا أ، ب، ج المسطحة أعظم من الزاوية الباقية وخطوط أ د، أ هـ، ب ز، ب ط، ج ك، ج ل متساوية، فأقول: إنه يمكن أن نعمل من أوتارها أعني د هـ، ز ط، ك ل مثلثا



فنعمل على أ زاوية ل ج م مثل زاوية ب ^(جأ) ونفصل ج م مثل ج ل ^(جأ) ونصل م ك فيقطع ج ل وإلا فليمرّ بنقطة ل أو يقع خارجاً. فإن مرّ بنقطة ل فزاوية ج ل م مثل ج م ل ^(أ) التي هي مثل ج ك م ^(أ) فزاوية ج ل م الخارجة مثل ج ك م الداخلة، هذا خلف. ^(بأ) وإن وقع خارج نقطة ل فنخرج ك ل على استقامته فزاوية ج ل س أعظم من زاوية ج ك ل ^(بأ) فزاوية ج ل م التي هي مثل زاوية ج م ل ^(أ) أعظم كثيراً من ج ك ل التي هي مثل ج ل ك ^(أ) ف ج م ل أيضاً أعظم من ج ل ك ف ل ك م أصغر من ك ج ل ^(بأ) ف ل م أصغر من ل ك. ^(كدأ) ولأنّ جميع زاوية م مثل جميع زاوية ك ^(أ) ف ل م ك أصغر من ل ك م ف ل ك م أصغر من ل م ^(بطأ) وقد كان أعظم منه، هذا خلف. ف م ك يقطع ج ل فنصل م ك ف م ك أطول من د ه ^(بطأ) ومجموع ك ل، ل م أطول من ك م ^(كأ) لكن ل م مثل ز ط ^(دأ) فمجموع ك ل، ز ط أطول من د ه وكذلك تبين أنّ مجموع كلّ وترين منها أطول من الباقي فيمكن أن نعمل منها مثلث ^(كبأ) وقد استبان من هذا أنّ كلّ مثلث ضلعاه مساويين / [٩٤ و] لوترين من أوتار د ه، ز ط، ك ل كضلعي ك ل، ل م والزاوية التي يحيطان بها مجموع > زاويتين من زوايا فوق القواعد في المثلثين منها كزاوية ك ل م فإنّ الضلع الباقي منه وهو ك م أعظم من الوتر الباقي من هذه الأوتار، وذلك ما أردنا بيانه.

مقدمة:

مثلاً أ ب ج، د ه ز متساويا الساقين وقاعدتا ب ج، ه ز متساويتان وساقا أ ب، أ ج أطول من ساقَي د ه، ه ز، فأقول: إنّ زاوية أ أصغر من زاوية د

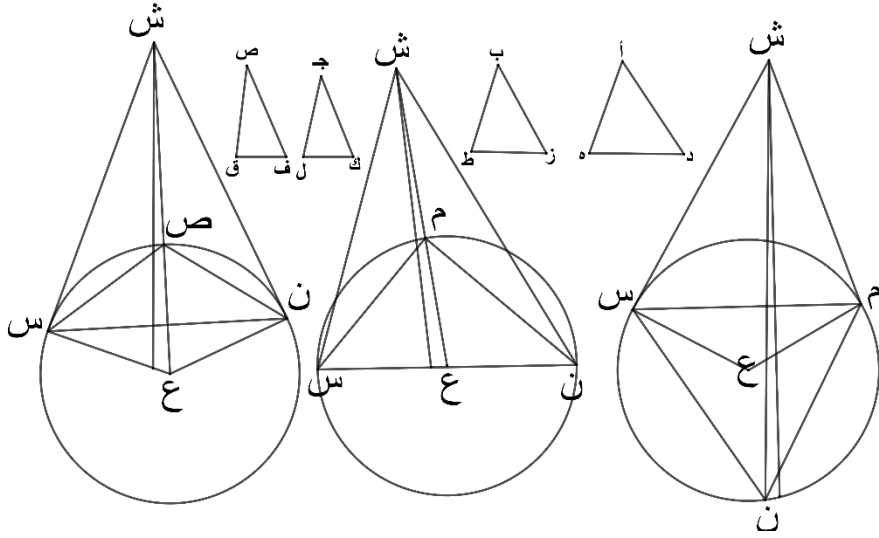


وإلا لكانت مثلها أو أعظم منها. فإن كانت مثلها فزاويتا ب، ج جميعاً مثل زاويتي د ه ز، د ه ز جميعاً ^(لبأ) لكن زاويتا فوق القاعدة في المثلثين متساويتان ^(أ) فيكون زاوية ب مثل زاوية د ه ز وزاوية ج مثل زاوية د ه ز فأضلاعهما متناسبة ^(ب) و ب ج مثل ه ز ف أ ب مثل د ه، هذا خلف. وإن كانت أعظم منها فزاويتا د ه ز، د ه ز جميعاً أعظم من زاويتي ج ب جميعاً ^(لبأ) لكن زاويتا فوق القاعدة في كلّ واحد من المثلثين متساويتان ^(أ) فزاوية د ه ز أعظم من زاوية ب وذا الأخرى من الأخرى. فنعمل ه ز ح مثل زاوية ب ^(جأ)

وهـ زح مثل زاوية جـ (جـ^أ) فهـ حـ، زح يلتقيان لمروور كل واحد منهما بالضلع المقابل فليلتقيا على نقطة حـ فزاوية حـ مثل زاوية أـ (حـ^أ) فأضلاعهما متناسبة (دـ^د) فهـ حـ مثل أبـ وحـ ز مثل أـ جـ فهـ حـ، حـ دـ أعظم من هـ دـ، دـ ز هذا خلف. (كـ^أ) فزاوية أـ أصغر من زاوية دـ، وذلك ما أردنا بيانه.

كد [الشكل الرابع والعشرون]

نريد أن نعمل زاويةً مجسمةً تحيط بها ثلاث زوايا مسطحة مساوية لزوايا أـ، بـ، جـ [94ظ] > كل واحدة لواحدة وفرض مجموع زوايا أـ، بـ، جـ أنقص < من أربع قوائم ومجموع كل اثنين منها أعظم من الثالثة.

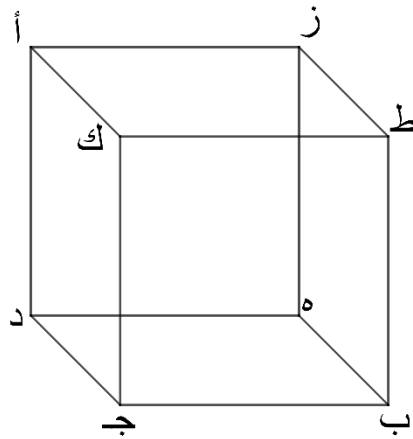


فنفصل أـ دـ، أـ هـ، بـ ز، بـ ط، جـ ك، جـ ل كلها متساوية ونصل أوتار دـ هـ ز، ط ك ل ونعمل مثلث م ن س على أن يكون م ن مثل دـ هـ و ن س مثل ز ط و م س مثل ك ل (كـ^ب) ونعمل على مثلث م ن س دائرة مركزها ع (دـ^د) ونصل ع م، ع ن، ع س ف م ع أصغر من أـ دـ وإلا لكان إما مثله أو أطول منه ولو كان كذلك للزم منه الخلف. أما في الصورة الأولى فلأنه لو كان مثله لكان زاوية م ع ن مثل زاوية أـ (حـ^أ) وزاوية ن ع س مثل زاوية بـ (حـ^ب) و س ع م مثل زاوية جـ (حـ^ج) فتكون زوايا ع مثل زوايا أـ بـ جـ فزوايا ع أصغر من أربع قوائم، هذا خلف. (جـ^ب) وإن كان أطول منه لكان زاوية م ع ن أصغر من زاوية أـ للمقدمة التي مرّت بعد شكل (جـ) وكذا الباقيتان من الباقيتين لهذه المقدمة فزوايا ع أصغر من أربع قوائم بكثير، هذا خلف. (جـ^أ) وأما في الصورة الثانية فيكون ن س أعني ز ط مثل ب ز، ب ط أو أطول منهما. وأما في الصورة الثالثة فإن كان م ع مثل أـ دـ فتكون زاوية ن ع م مثل أـ (حـ^أ) و م ع س مثل جـ (حـ^ج) ولأن أضلاع مثلث ن ع س مثل أضلاع ب ز ط فزاوية ن ع س مثل ب ز ط فتكون زوايا أـ، جـ مثل ب، هذا خلف. وإن كان م ع أطول من أـ دـ فتكون زوايا ن ع م، س ع م أصغر من زاويتي أـ، جـ للمقدمة التي مرّت، فزاوية ن م س أعظم من زاويتي هـ، كـ لما تبين في برهان هذه المقدمة ونفصل ص ف مثل دـ هـ (جـ^أ) ونعمل زاوية ف ص ق مثل ن م س (جـ^أ) ونفصل ص ق مثل ك ل (جـ^أ) ونصل ف ق نقط ق ف أطول من ز ط لما تبين في آخر الشكل المتقدم، ون س مثل ق ف (دـ^د) فن س أطول من ز ط، هذا خلف. نقط ع م أقصر من أـ دـ. فنعمل مربعا

مثل فضل مربع أ د على مربع ع م (ب) ونخرج ش ع عموداً على سطح الدائرة ونفصل ش ع مثل ضلع ذلك المربع (ج) ونصل ش ن، ش م، ش س فربعا ش ع، ع ن أعني مربع أ د مثل مربع م ش (ز) ف م ش مثل أ د وكذلك تبين أن ش ن مثل أ د، وكذلك ش س. فأضلاع / [٩٥ و] الزوايا الحادثة > عند نقطة ش مساوية لأضلاع زوايا أ، ب، ج وقواعدها > متساوية كل لنظيره فالزوايا متساوية، (ح) وذلك ما أردنا بيانه.

كه [الشكل الخامس والعشرون]

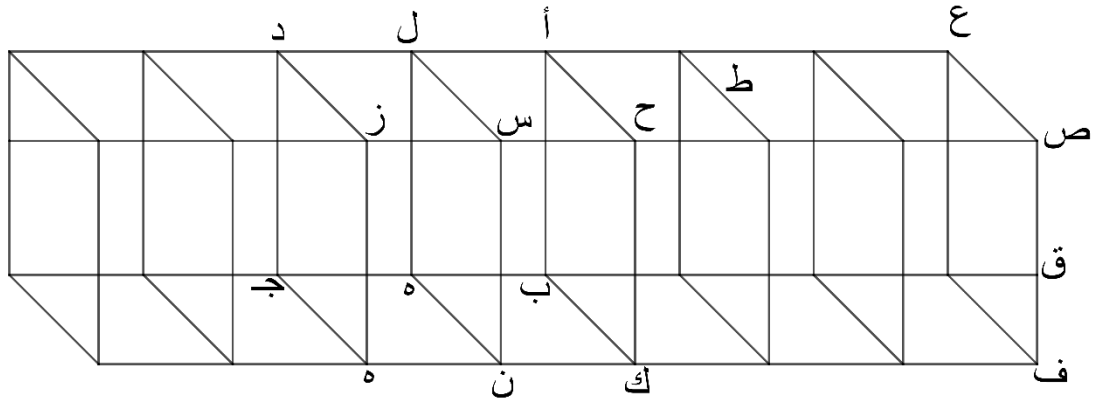
مجسم أ ب متوازي السطوح، فأقول: إن كل سطح من سطوحه متوازي الأضلاع وكل سطحين منها متقابلين متساويان متشابهان.



لأن سطح ز ط ب هـ يفصل سطحي أ هـ، ك ب المتوازيين ففصلاهما المشتركان وهما ز هـ، ط ب متوازيان (و) وكذلك ز ط ب هـ يفصل سطحي أ ط، د ب المتوازيين ففصلاهما المشتركان وهما ز ط، ب هـ متوازيان (و) فسطح ز ط ب هـ متوازي الأضلاع وكذلك تبين أن كل واحد من هذه السطوح متوازي الأضلاع فخطاً أ ز، هـ يوازيان بخطي ك ط، ط ب فزاويتا أ ز هـ، ك ط ب متساويتان (و) وكذلك تبين أن زاويتي ز هـ د، ط ب ج وأن زاويتي هـ د أ، ب ج ك وأن زاويتي د أ ز، ج ك ط متساويان وضلعا ز أ، ط ك و ز هـ، ط ب و هـ د، ب ج و د أ، ج ك متساوية (ل) فسطحا أ هـ، ك ب متساويان بالتطبيق ومتشابهان؛ لأن أضلاعها على نسبة واحدة وكذلك تبين أن كل سطحين متقابلين / [٩٥ ظ] > من هذه السطوح متساويان ومتشابهان، وذلك ما أردنا بيانه.

كو [الشكل السادس والعشرون]

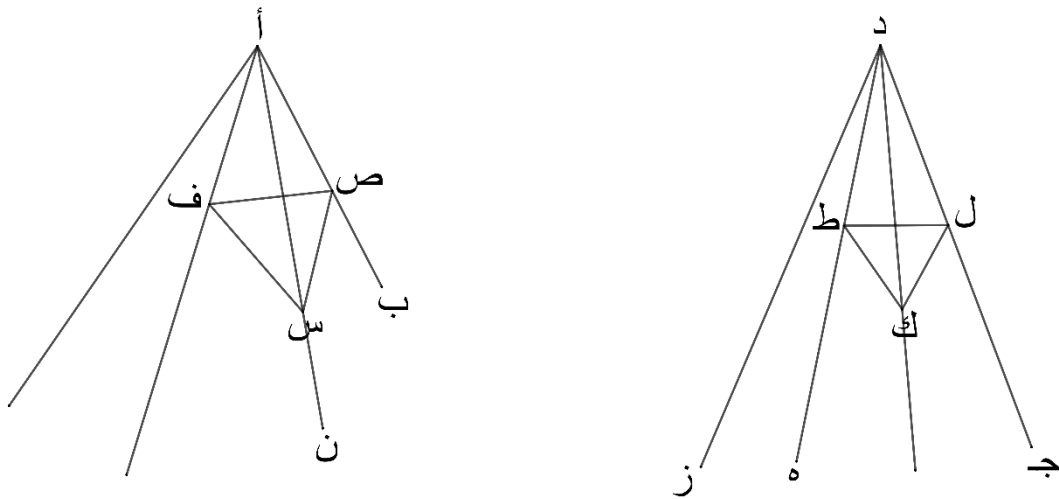
مجسم أ ج متوازي السطوح يحيط به سطحا أ ب ج د، ح ك هـ ز المتقابلان وسطحا أ ب ك ح، د ج ط ز المتقابلان وقد فصله سطح ل س م ز المتوازي السطحي أ ب ك ح، د ج ز هـ بقسمين هما مجسماً أ ن، ل ج، فأقول: إن نسبة أ ن إلى مجسم ل ج كنسبة قاعدة ح ن إلى قاعدة س هـ



لأننا نخرج خطوط أ د، ز ح، ب ج، ك هـ بغير نهاية من الجانبين ونفصل من أ ع أمثال أ ل كم شئنا (جأ) ومن ح ص أمثال ح س بتلك العدة (جأ) وكذلك نفصل من ق ب أمثال ب م بتلك العدة (جأ) ومن ك ف أمثال ك ن بتلك العدة (جأ) ونصل الخطوط حتى تحصل مجسمات متوازية السطوح فيما بين السطحين المتوازيين وكذلك نعمل من الجانب الآخر، فإن ساوت أمثال الخط الواحد من هذا الجانب لأمثال الخط الواحد من ذلك الجانب ساوت السطوح للسطوح (لأ) والمجسمات للمجسمات (ك) وإن زادت زادت، وإن نقصت نقصت لما مرّ في الشكل الأوّل من المقالة السادسة فنسبة الجسم إلى الجسم كنسبة القاعدة إلى القاعدة، وذلك ما أردنا بيانه.

كـ [الشكل السابع والعشرون]

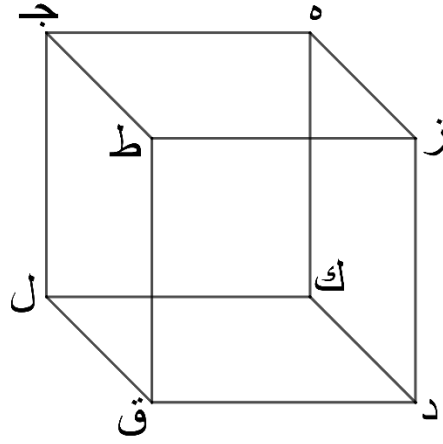
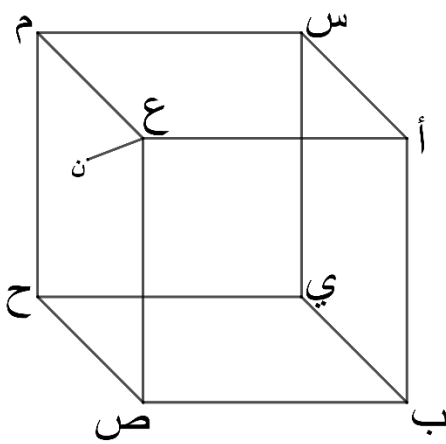
نريد أن نعمل على نقطة أ من خط أ ب زاوية مجسمة مساوية لزاوية مجسمة تحيط بها ثلاث زوايا ج د هـ، ج د ز، هـ د ز المسطحة



فنعمل على د ه نقطة ط ونخرج من ط عمود ط ك على سطح ج د ز^(٦) ونعلم نقطة ل على ل ج ونصل ل ط، ل ك، د ك ونعمل زاوية ب أ م مثل ج د ز^(جأ) و ب أن مثل ج د ك^(بجأ) ونفصل أ ص مثل د ل^(جأ) وأ س مثل د ك^(جأ) / [٩٦و] ونخرج من نقطة س عمود س ف على سطح ب أن^(بب) ونفصل س ف مثل ط ك^(جأ) ونصل ف أ، ف ص، ص س ف ل ك مثل ص س^(دأ) ف ل ط مثل ص ف^(دأ) ولأن مربع أ ف مثل مربعي أ س، س ف^(نأ) أعني مربعي د ك، ك ط أعني مربع د ط^(نأ) ف ط د مثل ف أ فزاوية ج د ه مثل ب أ ف^(حأ) وكذلك تبين أن زاوية ف أ م مثل ط د ز، وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن والعشرون]

نريد أن نعمل على خط أ ب مجسماً شبيهاً بجسم ج د المتوازي السطوح.

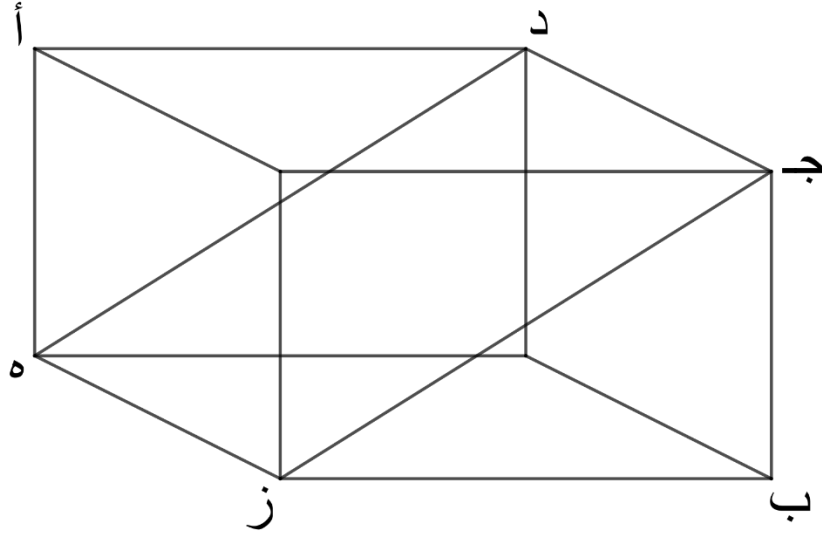


فنعمل على نقطة أ من خط أ ب زاوية مجسمة مثل زاوية ز المجسمة^(٥) وهي التي تحيط بها خطوط ب أ، س أ، أن ونجعل نسبة ز ه إلى س أ، و ز ط إلى ع أ كنسبة ز د إلى أ ب^(باو) ويتم سطح أ ع، ص ب متوازي الأضلاع^(لاأ) ونخرج من نقطتي ع ف في السطحين اللذين يمران ب أ س ب، أ ع م موازيين ل أ س^(لاأ) ومن نقطة ص في السطح الذي يمر بخط ب ي، ص ح موازياً لخط ب ي^(لاأ) ف ص ح يوازي ع م^(لاأ) ونفصل هذه الخطوط مثل أ س^(جأ) فهي متساوية ونصل أطرافها فالسطح الذي يقابل أ ص أضلاعه موازية لأضلاع أ ص كل لنظيره^(لدأ) فهو متوازي الأضلاع والسطوح التي على أضلاع أ ع، ع ص، س ب، ب أ كلها متوازية الأضلاع وزوايا المتقابلة متساوية كل لنظيرتها^(لدأ) وكل سطحين متقابلين من مجسم ب ه متوازيان وإلا لالتقىا فيلزم التقاء الضلعين المتقابلين المتوازيين، هذا خلف. فجسم ب ه متوازي السطوح ولأن زاويتي ب أ ع، أ ب ص مثل قائمتين^(كطأ) وكذلك زاويتي د ز ط، ق د ز مثل قائمتين^(كطأ) و ب أ ع مثل د ز ط يبقى أ ب ص مثل ق د ز وكذلك تبين أن زوايا سطوح د ط، د ه، ز ج مساوية لزوايا سطوح ب ع، ب س، أ م كل لنظيرتها ولأن زوايا سطوح د ط، د ه، ز ج مساوية لزوايا [٩٦ظ] > سطوح ك ج، د ل، ق

جـ كلّ نظيرتها^(٥٤) وكذلك زوايا سطوح < ب ع، ب س، أ م مساوية لزوايا سطوح ي م، ب ح، ص م كلّ نظيرتها^(٥٤) فزوايا سطوح ك ج، د ل، ق ج مساوية لزوايا سطوح ي م، ب ح، ص م كلّ نظيرتها فزوايا سطوح مجسم ب م مساوية لزوايا سطوح مجسم ج د كلّ نظيرتها وكلّ ضلعين متقابلين من السطح المتوازي الأضلاع متساويان^(٥٥) ولأنّ نسبة ز ه إلى أ س كنسبة ز ط إلى ع أ^(٥٦) وهي كنسبة ه ج إلى ع أ^(٥٦) وهي كنسبة ه ج إلى س م^(٥٦) فنسبة ز ه إلى أ س كنسبة ه ج إلى س م^(٥٦) ولأنّ نسبة ز ه إلى س أ كنسبة ط ج إلى س أ^(٥٦) وهي كنسبة ط ج إلى ع م^(٥٦) فنسبة ز ه إلى س أ كنسبة ط ج إلى ع م^(٥٦) وكذلك تبين أنّ بقية أضلاع سطح ه ط مناسبة لبقية أضلاع سطح س ع كلّ نظيره فأضلاع كلّ سطحين نظيرين من المجسمين متناسبة لهذا البرهان بعينه والزوايا المتناظرة متساوية. فالمجسمان متشابهان، وذلك ما أردنا بيانه.

كط [الشكل التاسع والعشرون]

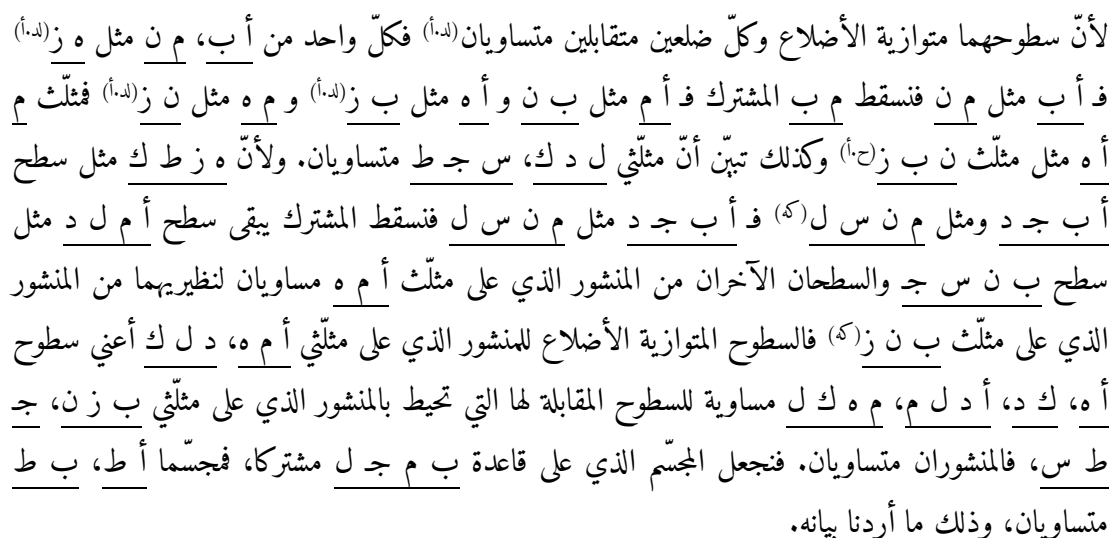
مجسم أ ب متوازي السطوح وقد فصله سطح على قطري سطحين متقابلين منه وهما قطرا ج ز، د ه، فأقول: إنّ المنشورين متساويان.



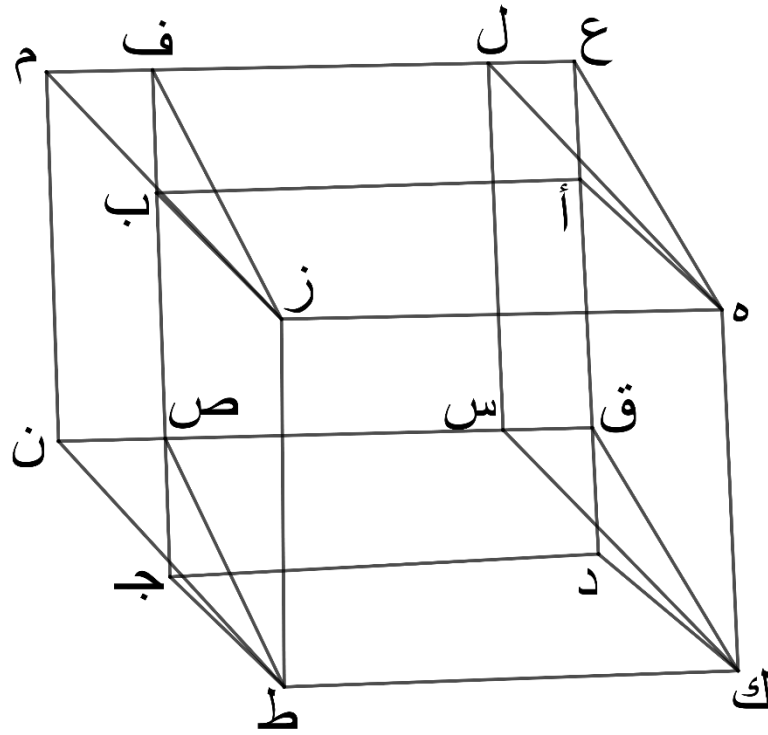
لأنّ مثلثي أحد المنشورين يساويان مثلثي المنشور الآخر^(٥٥) وكذا السطحان المتوازي الأضلاع من أحدهما يساويان السطحين المتوازي الأضلاع من الآخر كلّ نظيره^(٥٦) فنجعل سطح ج د ه ز القاطع مشتركاً فالمنشوران متساويان. وتبين أيضاً [٩٧و] أنّهما متشابهان > وذلك ما أردنا بيانه.

ل [الشكل الثلاثون]

مجسماً أ ط، م ط متوازي السطوح > وهما على قاعدة واحدة وهي سطح ه ز ط ك في جهة واحدة وفيما بين سطحي ه ز ط ك، أن س د المتوازيين وعلى خطّ واحد، فأقول: إنّهما متساويان.



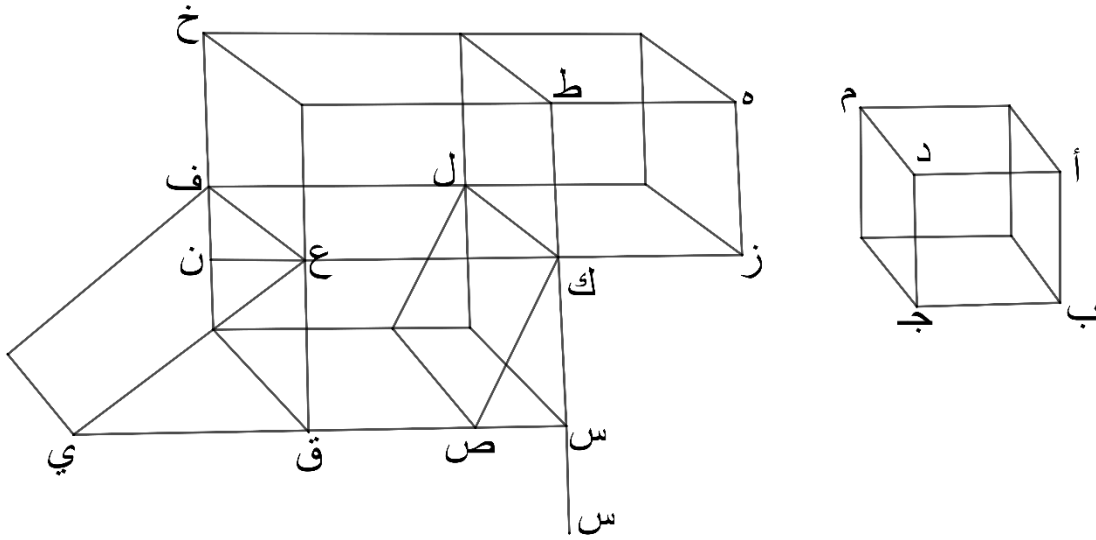
مَجَسَّمًا أَطْ، لَط المتوازيات السطوح على قاعدة واحدة وهي سطح ه ز ط ك وفي جهة واحدة وفيما بين سطحي ع ن/ل ن، ه ط المتوازيين وليس على خط واحد، فأقول: إنَّهما متساويان.



فنخرج خطي د أ، م ل فيلتقيان، وليكن على ع ونخرج ب ج إلى أن يلتقي م ل وليكن على ف ونخرج أيضاً ن س إلى أن يلتقي د ع وليكن على ق ونصل ع ه، ف ز، ق ك، ص ط فيحدث [٩٧ظ] >مجسم ع ط وتحيط به سطوح متوازية الأضلاع^(ل١) عدتها مساوية > لعدة سطوح كل واحد من المجسمين فهو متوازي السطوح^(ل٢ في ع) فهذا المجسم الحادث مساوٍ لمجسم ل ط ولمجسم أ ط^(ل) فمجسماً أ ط، ل ط متساويان، وذلك ما أردنا بيانه.

لب [الشكل الثاني والثلاثون]

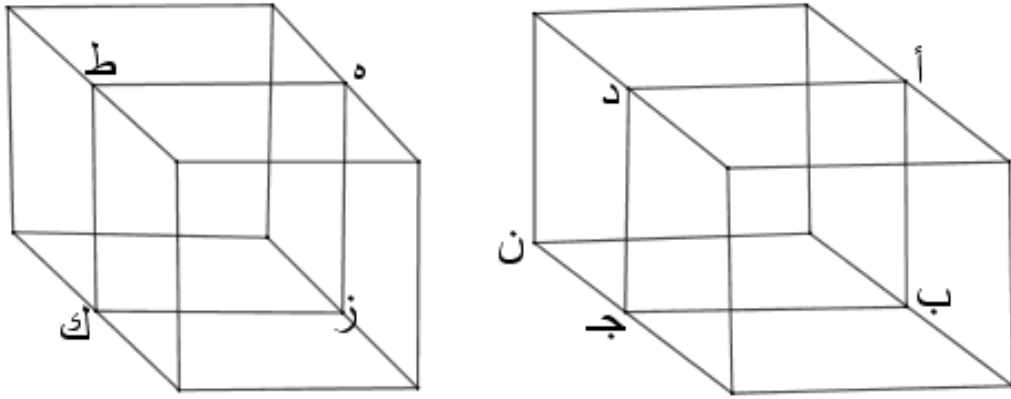
مجسماً ب م، ه ل متوازي السطوح على قاعدتين متساويتين وهما سطحا أ ب ج د، ه ز ط ك وخطوطهما في السمك كلهما أعمدة متساوية على القاعدتين، فأقول: إنهما متساويان.



فَنُخْرِجُ زَ كَ، نَ طَ، كَ سَ وَنَعْمَلُ زَاوِيَةَ نَ كَ صَ مِثْلَ زَاوِيَةِ بَ أ د (ج^١) وَنَفْصِلُ كَ عَ مِثْلَ أ د (ج^١) وَكَ صَ مِثْلَ أ ب (ج^١) وَنَتَمَّ كَ صَ، يَ عَ مُتَوَازِي الأَضْلَاعَ (ل^١) وَنُخْرِجُ عَ قَ مُوَازِيَا لَ كَ سَ (ل^١) وَنُخْرِجُ قَ صَ فَيَلْقَى كَ سَ وَلَيْكُنْ عَلَى سَ، فَسَطْحَا كَ صَ يَ عَ، كَ سَ قَ عَ مُتَسَاوِيَانِ (ل^١) فَنُخْرِجُ الأَعْمَدَةَ عَلَيْهَا مِنْ نَقْطِ زَوَايَاهُمَا (ب) إِلَّا مِنْ زَاوِيَةِ كَ وَنَفْصِلُ الأَعْمَدَةَ كُلَّ جَا حِدٍ مِنْهَا مُسَاوِيَا لِعَمُودِ كَ لَ (ج^١) وَنَصِلُ أَطْرَافَهَا فَيَحْدُثُ مَجْسَمَانِ مُتَوَازِيَا السُّطُوحِ عَلَى قَاعِدَةٍ وَاحِدَةٍ وَهِيَ سَطْحُ كَ لَ عَ فَ وَنَتَمَّ أَيْضًا مَجْسَمَ لَ خَ عَلَى هَذَا الارتفاعِ (ب) وَج^١) فَهُوَ أَيْضًا مُتَوَازِيَا السُّطُوحِ لَمَّا مَرَّ فِي شَكْلِ (ح) وَقَاعِدَةُ كَ صَ يَ عَ مُسَاوِيَةٌ لِقَاعِدَةِ أ بَ جَ دَ لَمَّا مَرَّ فِي شَكْلِ (ح) وَكَذَلِكَ سَطْحَا كَ فَ، لَ صَ مُسَاوِيَانِ لِسَطْحِي أ مَ، أ حَ لَتَسَاوِي زَوَايَا هَذَيْنِ السُّطُوحَيْنِ وَأَضْلَاعُهُمَا لَزَوَايَا ذَيْنِكَ السُّطُوحَيْنِ وَأَضْلَاعُهُمَا كُلُّ نَظِيرِهِ وَكُلُّ سَطْحٍ مِنْ هَذِهِ السُّطُوحِ مُسَاوٍ لِسَطْحٍ الَّذِي يُقَابِلُهُ (ك) فَمَجْسَمُ بَ هَ مُسَاوٍ لِمَجْسَمِ صَ فَ. وَلَآنَ قَاعِدَةُ أ بَ جَ دَ مِثْلُ قَاعِدَةِ هَ زَ كَ طَ فَسَطْحَا كَ قَ، كَ هَ مُتَسَاوِيَانِ وَمَجْسَمَا سَ فَ، صَ فَ عَلَى قَاعِدَةٍ وَاحِدَةٍ وَهِيَ كَ فَ وَارْتِفَاعُهُمَا وَاحِدٌ وَعَلَى خَطٍّ وَاحِدٍ فَهُمَا مُتَسَاوِيَانِ. (ل) وَلَآنَ نِسْبَةُ مَجْسَمِ هَ لَ إِلَى مَجْسَمِ كَ خَ كَنَسْبَةِ [٩٨ و] قَاعِدَةُ كَ هَ إِلَى قَاعِدَةِ كَ حَ (ك) وَهِيَ > كَنَسْبَةِ قَاعِدَةِ سَ عَ إِلَى قَاعِدَةِ كَ حَ (ز) وَهِيَ كَنَسْبَةُ مَجْسَمِ سَ فَ إِلَى مَجْسَمِ كَ خَ (ك) فَنِسْبَةُ مَجْسَمِ هَ لَ إِلَى مَجْسَمِ كَ خَ كَنَسْبَةُ مَجْسَمِ سَ فَ إِلَى مَجْسَمِ كَ خَ (ب^١) فَمَجْسَمُ هَ لَ مِثْلُ مَجْسَمِ سَ فَ أَعْنِي صَ فَ أَعْنِي بَ مَ، وَكَذَلِكَ مَا أَرَدْنَا بَيَانَهُ.

لج [الشكل الثالث والثلاثون]

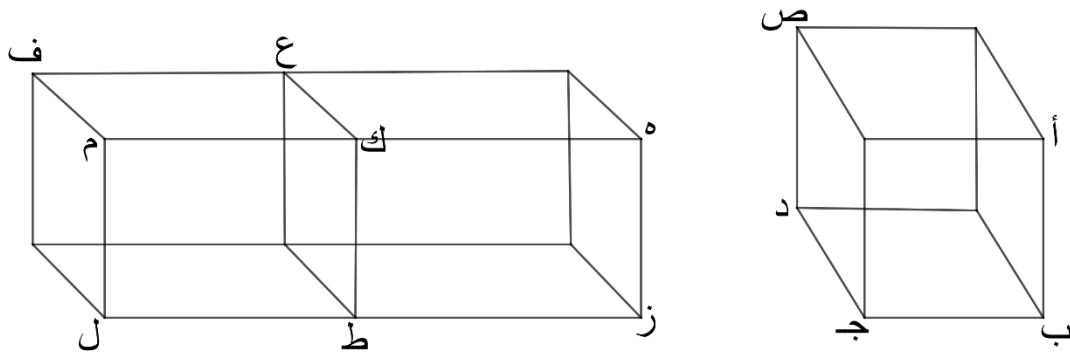
مَجْسَمَا أ نَ، هَ قَ مُتَوَازِيَا السُّطُوحِ عَلَى قَاعِدَتِي أ بَ جَ دَ، هَ زَ طَ كَ المُتَسَاوِيَتَيْنِ وَارْتِفَاعُهُمَا بِقَدَرٍ وَاحِدٍ وَلَيْسَتْ الْخُطُوطُ الْخَارِجَةُ مِنْ قَاعِدَتِهِمَا إِلَى السَّمَكِ أَعْمَدَةً عَلَى قَاعِدَتِهِمَا، فَأَقُولُ: إِنَّهُمَا مُتَسَاوِيَانِ.



فلنخرج أعمدة من نقط زوايا السطحين المتقابلين للقاعدتين على سطحي القاعدتين (ب) ونتمم مجسمين على ارتفاع الجسمين الأولين (جأ) فهما متساويان (ب) والمعمول على قاعدة الجسم الأول مساوٍ للجسم الأول (لأولا) والمعمول [٩٨ظ] على قاعدة الثاني مساوٍ للثاني. (لأولا) فالجسمان الأولان متساويان، > وذلك ما أردنا بيانه.

لد [الشكل الرابع والثلاثون]

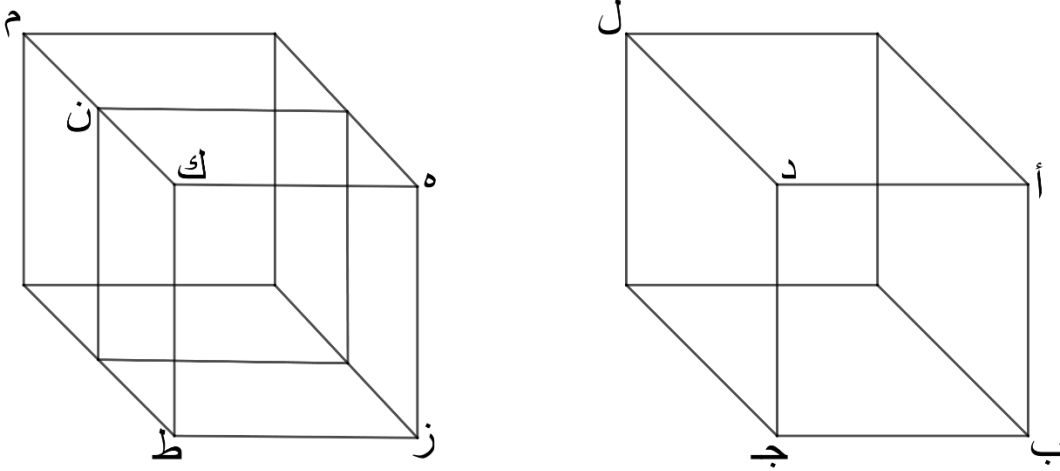
مجسمات س، ز، ع متوازي السطوح وارتفاعهما بقدر واحد، فأقول: إن نسبة مجسم ب س إلى مجسم ز ع كنسبة قاعدة أ ب ج د إلى قاعدة هـ ز ط ك.



فنعمل سطح ك ط ل م متوازي الأضلاع مساويا لسطح أ ب ج د (أ) ونخرج خطوط مجسم ز ع على الاستقامة ونتمم مجسم ط ف المتوازي السطوح لما مرّ في شكل (ح) فهو مساوٍ لمجسم ب س (ب أو ج) فنسبة مجسم ب س إلى مجسم ز ع كنسبة مجسم ط ف إلى مجسم ز ع (ز) وهي كنسبة قاعدة ط م إلى قاعدة هـ ط (ك) وهي كنسبة قاعدة ب د إلى قاعدة هـ ط (ز) فنسبة مجسم ب س إلى مجسم ز ع كنسبة قاعدة أ ب ج د إلى قاعدة هـ ز ط ك، (بأ) وذلك ما أردنا بيانه.

له [الشكل الخامس والثلاثون]

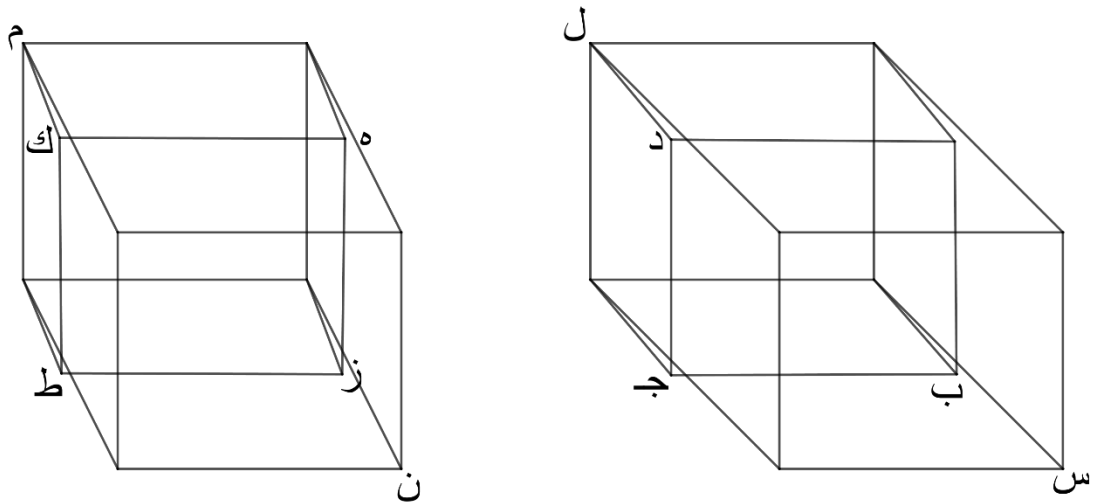
مجسم ب ل على قاعدة أ ب ج د ومجسم ز م على قاعدة ه ز ط ك متوازي السطوح وخطوطها في السمك أعمدة على قاعدتيهما، فأقول: إن كانا متساويين فإن قاعدتيهما مكافئتان لارتفاعيهما وعلى العكس.



وليكن أولاً متساويين. فإن كان ارتفاع د ل مثل ارتفاع ك م فنسبة مجسم ب ل إلى مجسم ز م كنسبة قاعدة أ ب ج د إلى قاعدة ه ز ط ك والمجسمان متساويان فالقاعدتان متساويتان فالارتفاعان مكافئان للقاعدتين وإن كان أحدهما أطول فليكن ك م أطول فنفصل ك ن مثل د ل (جأ) ونفصل مثل ك ن من كل ارتفاع (جأ) ونصل الخطوط فينفصل مجسم ز ن المتوازي السطوح كما مرّ في شكل (ح) فنسبة قاعدة أ ب ج د إلى قاعدة ه ز ط ك كنسبة مجسم ب ل إلى مجسم ز ن [٩٩و] (د) وهي كنسبة مجسم ز م إلى مجسم ز ن (ز) وهي كنسبة قاعدة ه م إلى قاعدة ه ن (د) وهي < كنسبة ك م إلى ك ن (أ) وهي كنسبة ك م إلى د ل (ن) فنسبة قاعدة أ ب ج د إلى قاعدة ه ز ط ك كنسبة ارتفاع ك م إلى ارتفاع د ل (با) وبيان عكس هذا يعكس ما ذكرناه، وذلك ما أردنا بيانه.

كو [الشكل السادس والثلاثون]

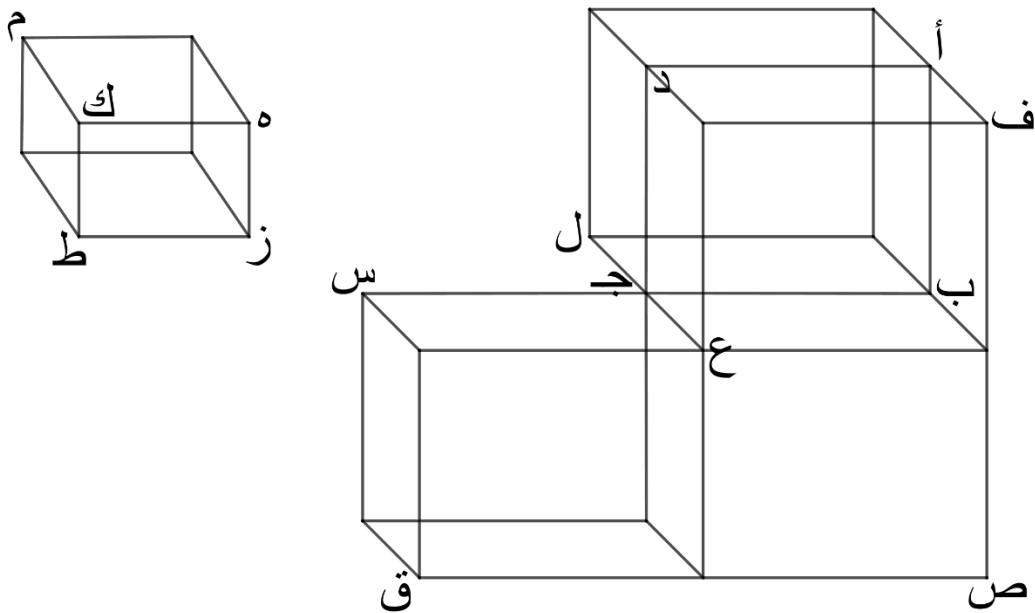
إذا كان مجسمان متساويان متوازي السطوح ولا يكون خطوطهما في السمك أعمدة على قاعدتيهما، فأقول: إن قاعدتيهما متكافئتان لارتفاعيهما وبالعكس.



لأننا نخرج الأعمدة من نقط زوايا السطح المقابل للقاعدة على سطح قاعدتيهما^(ب) ونصل ما بين مواقع الأعمدة كما في المثال فيجسما ب ل، س د متساويان^(٧) وكذا مجسما ز م، ن ك متساويان^(٨) فيجسما س د، ن ك متساويان فقاعدتاها مكافئتان لارتفاعيهما^(٩) وقاعدتاها [٩٩ظ] قاعدتا المجسمين الأولين وكذا ارتفاعاهما فقاعدتا المجسمين الأولين > مكافئتان لارتفاعيهما وذلك عكسه يعكس ما ذكرنا، وذلك ما أردنا بيانه.

لز [الشكل السابع والثلاثون]

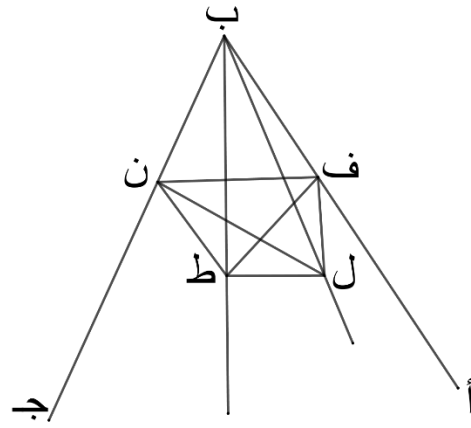
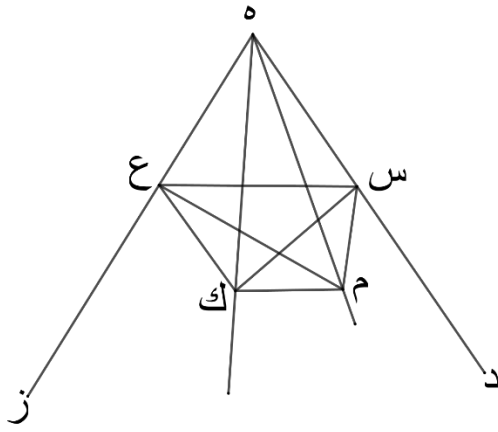
مجسما أ ل، هـ م اللذان على قاعدتي أ ب ج د، هـ ز ط ك متشابهان، فأقول: إن نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة ضلعه إلى الضلع النظير له في النسبة من الجسم الآخر مثله بالتركيز.



فليكن ضلعا د ج، ج ب نظيري ضلعي ك ط، ط ز في النسبة فنخرج د ج، ب ج، ج ل ونجعل ج س مثل ط ز وجع مثل م ط و ج ن مثل ك ط (ج^{١٠}) فنسبة د ج إلى ج ن كنسبة د ج إلى ك ط (ز^{١٠}) وهي كنسبة ب ج إلى ط ز وهي كنسبة ب ج إلى ج س (ز^{١٠}) فنسبة د ج إلى ج ن كنسبة ب ج إلى ج س (ب^{١٠}) وكذلك تبين أن نسبة ب ج إلى ج س كنسبة ل ج إلى جع فنسبة د ج إلى ج ن كنسبة ل ج إلى جع (ب^{١٠}) ونتمم مجسمات ج ف، ج ص، ج ق متوازية السطوح لما مرّ في شكل (ح) من هذه المقالة. ولأنّ كلّ زاويتين داخليتين من سطحي س ن، ه ط مثل قائمتين (كط^{١٠}) فكلّ داخليتين من إحدهما تساوي داخليتين من الآخر وزاوية س ج ن أعني د ج ب (ب^{١٠}) مثل ك ط ز فالثلاثة الباقية من أحدهما تساوي الثلاثة الباقية من الآخر كلّ لنظيرتها والأضلاع المتقابلة منهما متساوية (لد^{١٠}) فسطح س ن مثل سطح ه ط فيجسما ج ق، ه م على قاعدتين متساويتين وارتفاعهما بقدر واحد فقاعدتهما مكافئتان لارتفاعيهما فهما متساويان. (له أو لو) ولأنّ نسبة مجسم أ ل إلى مجسم ج ف كنسبة سطح ل د إلى سطح ع د (ك) وهي كنسبة لج إلى جع (أ^{١٠}) وهي كنسبة د ج إلى ج ن لما مرّ آنفاً وهي كنسبة سطح د ع إلى سطح ع ن (أ^{١٠}) وهي كنسبة مجسم ج ف إلى مجسم ج ص (ك) فنسبة مجسم أ ل إلى مجسم ج ف كنسبة مجسم ج ف إلى مجسم ج ص (ب^{١٠}) ولأنّ نسبة مجسم ج ف إلى مجسم ج ص كنسبة سطح د ع إلى سطح ع ن (ك) وهي كنسبة د ج إلى ج ن (أ^{١٠}) وهي كنسبة ب ج إلى ج س لما مرّ آنفاً وهي كنسبة سطح ب ع إلى سطح ع س (أ^{١٠}) وهي كنسبة مجسم ج ص إلى مجسم ج ق (ك) فنسبة مجسم ج ف إلى مجسم ج ص كنسبة مجسم ج ص [100 و] إلى مجسم ج ق (ب^{١٠}) >فالمجسمات الأربعة على نسبة واحدة فنسبة مجسم أ ل إلى مجسم ج ق< كنسبة مجسم أ ل إلى مجسم ج ف مثثلة بالتكرير (ب^{١٠}) وهي كنسبة سطح ل د إلى سطح د ع (ك) وهي كنسبة ل ج إلى جع (أ^{١٠}) فنسبة مجسم أ ل إلى مجسم ج ق كنسبة ل ج إلى جع مثثلة بالتكرير (ب^{١٠}) ونسبة مجسم أ ل إلى مجسم ه م كنسبة أ ل إلى مجسم ج ق (ز^{١٠}) فنسبة مجسم أ ل إلى مجسم ... كنسبة ج ل إلى جع مثثلة بالتكرير (ب^{١٠}) ونسبة ل ج إلى جع كنسبة ل ج إلى ط م (ز^{١٠}) فنسبة مجسم أ ل إلى مجسم ه م كنسبة ج ل إلى ط م مثثلة بالتكرير، (ب^{١٠}) وذلك ما أردنا بيانه.

لح [الشكل الثامن والثلاثون]

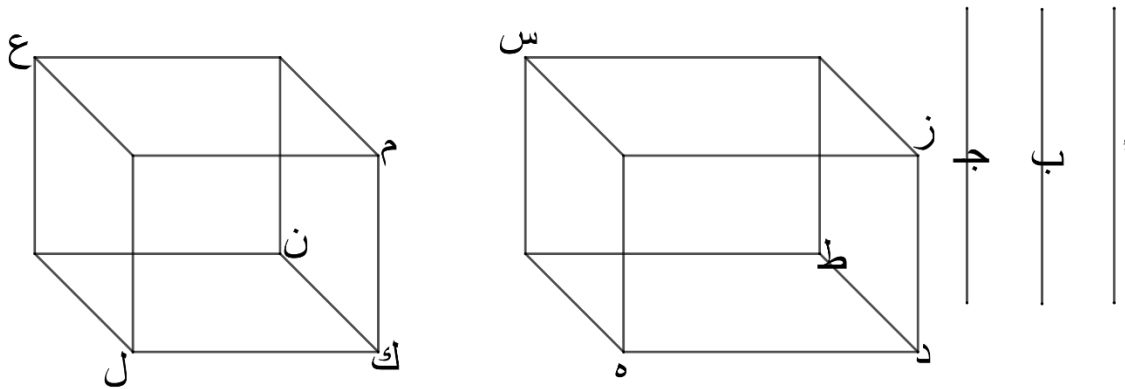
زاويتا أ ب ج، د ه ز المسطححتان متساويتان وقد خرج من نقطتي ب، ه إلى السمك خطّا ب ط، ه ك المتساويان وصار زاوية أ ب ط مثل د ه ك و ط ب ج مثل ك ه ز وأخرج عمودا ط ل، ك م على سطحي أ ب ج، د ه ز ووصل ل ب، م ه، فأقول: إنّ زاويتي ط ب أ، ك ه م متساويتان وعمودي ط ل، ك م متساويان.



لأننا نخرج عمودي ل ف، ل ن على خطي أ ب، ب ج (ب.أ) وعمودي م س، م ع على خطي د ه، ه ز (ب.أ) ونصل ف ن، ط ف، ط ن، س ع، ك ع، ك س فربع ب ط مثل مربع ب ل (ز.أ) أعني مجموع مربعي ب ف، ف ل (ز.أ) ومربعاً / [١٠٠ ط ل] > ط ل، ل ف مثل مربع ط ف (ز.أ) فربع ط ب مثل مجموع مربعي ب ف، ف ط فزاوية > ط ف ب قائمة وكذلك تبين أن كل واحدة من زوايا ب ن ط، ه س ك، ه ع ك قائمة نخطاً ف ط، س ك وخطاً ن ط، ع ك وخطاً ب ف، ه س وخطاً ب ن، ه ع متساويان (ك.أ) فقاعدتا ف ن، س ع متساويتان وزاويتا ب ف س، ه س ع وزاويتا ب ن ف، ه ع س متساويتان (د.أ) يبقى زاويتا ل ف ن، م س ع وزاويتا ل ن ف، م ع س متساويتان فضلعاً ف ل، ل س م وضلعاً ل ن، م ع متساويان (ك.أ) فربعاً ف ل، ل ط أعني مربع ف ط (ز.أ) مثل مربع س ك أعني مربعي س م، م ك (ز.أ) ومربع ف ل مثل مربع م س يبقى مربع ط ل مثل مربع ك م فعموداً ط ل، ك م متساويان وضلعاً ل ب، م ه متساويان (د.أ) فزاويتا ط ب ل، ك ه م أيضاً متساويتان، (د.أ) وذلك ما أردنا بيانه.

ل ط [الشكل التاسع والثلاثون]

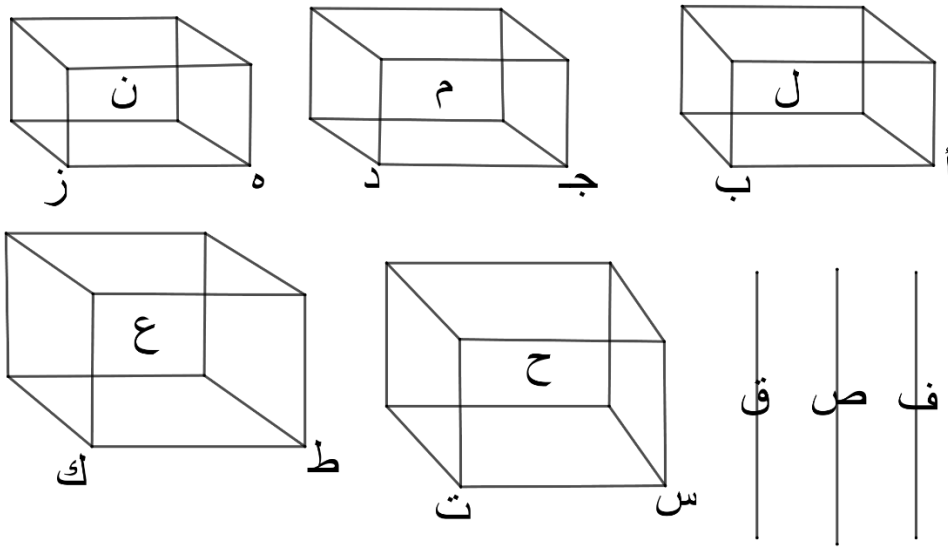
خطوط أ، ب، ج الثلاثة متناسبة، فأقول: إن المجسم المتوازي السطوح الذي يكون منها مثل المجسم المتوازي السطوح الذي يكون من ب الوسط إذا كانا متساويين الزوايا.



فليكن خطّ ه ز مساوياً لخطّ أ، فنعمل على د ه زاوية مجسّمة كيف ما وقعت ونفصل د ط مثل ب^(جأ) و د ز مثل ج^(جأ) ونفرض ك ل مثل ب^(جأ) ونعمل زاوية مجسّمة مساوية لزاوية د المجسّمة^(ك) وليكن زاوية ن ك ل نظيرة ط د ه ون ك م نظيرة ط د ز ول ك م نظيرة ه د ز ونفصل كل واحد من ك ن، ك م مثل ب^(جأ) ونتمّ [101و] مجسّمي د س، ك ع متوازي >السطوح لما مرّ في شكل (ع). ولأنّ زاويتي ط، د الداخليتين > من سطح ه ط مثل قائمتين^(كطأ) وكذا زاويتا ن ك من سطح ن ل مثل قائمتين^(كطأ) فزاويتا ط د مثل زاويتي ن، ك لكن زاوية د مثل زاوية ك يبقى زاوية ط مثل زاوية ن وكذا تبين أنّ بواقي زوايا سطوح ز ط، ز ه، ط ه مساوية لبواقي زوايا سطوح م ن، م ل، ن ل كلّ لنظيرتها. ولأنّ زاوية ز د ه مثل زاوية ط من السطح المقابل للقاعدة^(ي) وكذا زاوية م ك ل مثل زاوية ن من السطح المقابل للقاعدة^(ي) فزاوية ط من السطح المقابل للقاعدة مثل زاوية ن من السطح المقابل للقاعدة وهكذا تبين أنّ بواقي زوايا هذه السطوح مساوية لبواقي زوايا تلك السطوح كلّ لنظيرتها فالجسّمان متساويا الزوايا فسطحا ز ه، م ل متكافئان فهما متساويان^(نؤ) فمجسّما س د، ك ع قاعدتهما متساويتان وارتفاعهما بقدر واحد فقاعفتاهما مكافئتان لارتفاعيهما فهما متساويان، (له أولو) وذلك ما أردنا بيانه.

م[الشكل الأربعون]

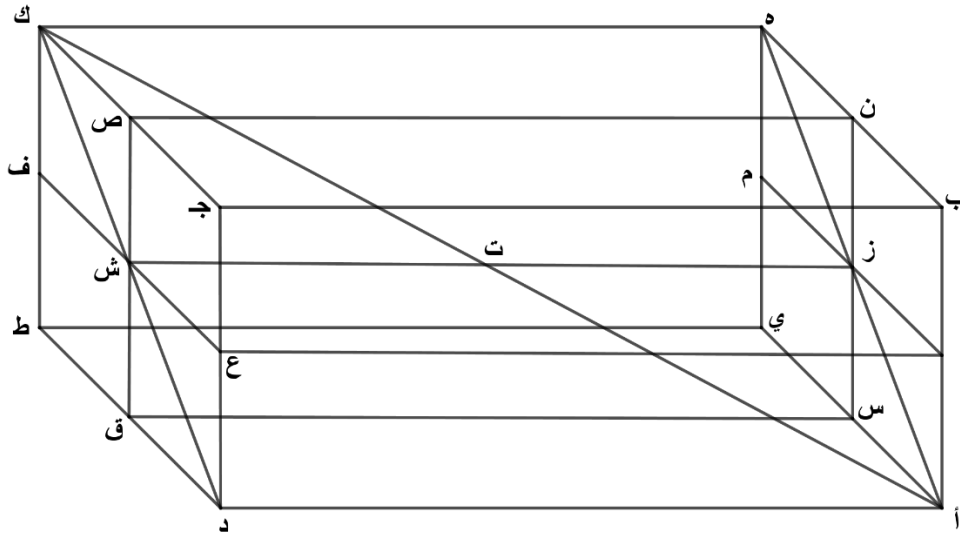
خطوط أ ب، ج د، ه ز، ط ك متناسبة. نسبة أ ب إلى ج د كنسبة ه ب إلى ط ك وعلى أ ب، ج د مجسّما ل م المتشابهان وعلى ه ز، ط ك مجسّما ن ع المتشابهان، فأقول: إنّ نسبة مجسّم ل إلى مجسّم ن كنسبة مجسّم ن إلى مجسّم ع وبالعكس.



فنجعل نسبة ج د إلى ف ونسبة ف إلى ص كنسبة أ ب إلى ج د ^(١٠٠) ونسبة ط ك إلى ق ونسبة ق إلى ي ^(١٠١) [ظ ١٠١] > كنسبة ه ز إلى ط ك ^(١٠٢) فنسبة أ ب إلى ص كنسبة أ ب إلى ج د مثلاً بالتكرير > وهي كنسبة ه ز إلى ط ك مثلاً بالتكرير وهي كنسبة ه ز إلى ي ^(١٠٣) ولأن نسبة ل إلى جسم م كنسبة أ ب إلى ج د مثلاً بالتكرير ^(١٠٤) وهي كنسبة أ ب إلى ص وهي كنسبة ه ز إلى ل لما مرّ آنفاً وهي كنسبة ه ز إلى ط ك مثلاً بالتكرير وهي كنسبة جسم ن إلى جسم ع ^(١٠٥) فنسبة ل إلى جسم م كنسبة أ ب إلى ج د مثلاً بالتكرير ^(١٠٦) وأما العكس فلأننا نجعل نسبة ه ز إلى س ت كنسبة أ ب إلى ج د ^(١٠٧) ونعمل على س ت مجسماً شبيهاً بـ جسم ن ^(١٠٨) فنسبة جسم ل إلى جسم م كنسبة جسم ن إلى جسم ح لما مرّ آنفاً وقد كانت كنسبة جسم ن إلى جسم ع أيضاً فـ جسم ح مثل جسم ع وهما شبيهان بـ جسم ن فهما متشابهان ^(١٠٩) فأضلاعهما متساوية كلّ لنظيره فـ س ت مثل ط ك ونسبة أ ب إلى ج د كنسبة ه ز إلى س ت وهي كنسبة ه ز إلى ط ك ^(١١٠) فنسبة جسم أ ب إلى ج د كنسبة ه ز إلى ط ك ^(١١١) وذلك ما أردنا بيانه.

ما [الشكل الحادي والأربعون]

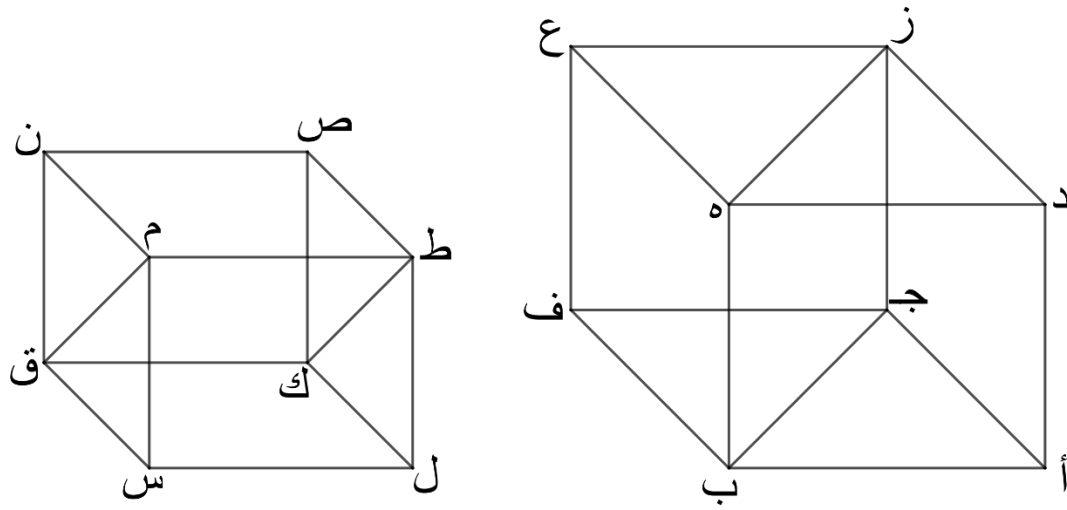
مكعب أ ك قد نُصِفَ أضلاع سطحين متقابلين منه على نقط ل، م، ن، س، ع، ف، ق، ص ووصل بين كلّ نقطتين من هذه النقط بخط مستقيم ووصل ز س، فأقول: إنّ الفصل المشترك بين السطحين المتقاطعين اللذين أضلاعهما هذه الخطوط الواصلة / [١٠٢ و] وهو ز ش > يتنصف بقطر المكعب وهو أ ك والقطر أيضاً يتنصف به.



لأننا نصل هـ ز، ز أ، أ ك، ك ش، ش د فلأن ل ب يوازي ه م ويساويه؛ لأن كل واحد منهما نصف ضلع المربع ف ب ه يوازي ل م (لجأ) ولأن ن ه يوازي س ي ويساويه لما مرّ ف س ن يوازي ي ه (لجأ) فسطح ن ه متوازي الأضلاع وكذلك تبين أن سطح س متوازي الأضلاع، ولأن س ز مثل أ ل (لدأ) أعني ه م أعني ن ز (لدأ) وأ س مثل ن ه لما مرّ، وزاوية أ س ز مثل ز ن ه بشكل (كطأ) فأ ز مثل ه ز وزاوية س ز أ مثل ن ز ه فأ ه خطّ مستقيم وكذلك تبين أن ك د خطّ مستقيم (لما مرّ بعده أ) ولأن أ د يوازي ه ك (ط) ويساويه فأ ه مواز ل د ك (لجأ) وأ ه ك د منصفان لما مرّ آنفاً على ز، ش فأ ز مثل ك ش وزاوية ز ت أ مثل ك ت ش و ز أ ب مثل ش ك ت (كطأ) فأ ت مثل ك ت و ز ت مثل ت ش، (كوأ) وذلك ما أردنا بيانه.

مب [الشكل الثاني والأربعون]

منشوران يحيط بأحدهما مثلثا أ ب ج، د ه ز وسطوح أ د ه ب، أ د ز ج، ز ج ب ه المتوازية الأضلاع ويحيط بالآخر مثلثا ل ط ك، م ق س وسطوح م ط ك ق، ك ق س ل، م ط س ل المتوازية الأضلاع وقاعدة أحدهما مثلث أ ب ج وقاعدة [١٠٢] > الآخر سطح ك ق ل س وهو ضعف مثلث أ ب ج وارتفاع المنشورين < بقدر واحد، فأقول: إن المنشورين متساويان.



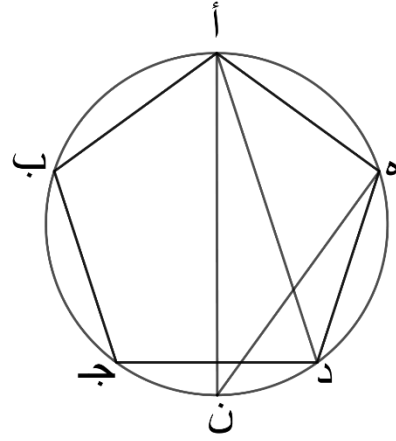
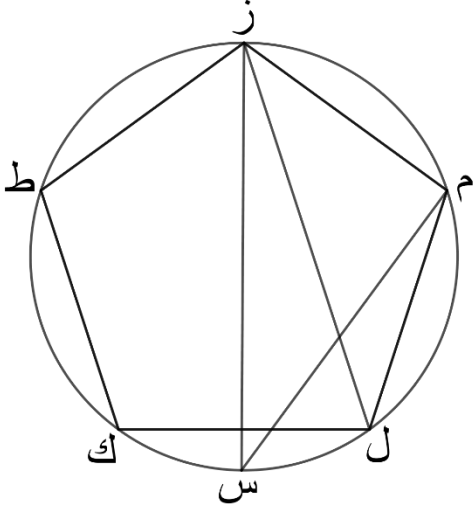
لأننا نخرج هـ ع موازياً لـ د ز ^(لا.أ) و ب ف موازياً لـ أ ج ^(لا.أ) و ك ص موازياً لـ ل ط ^(لا.أ) و ن ق موازياً لـ س م ^(لا.أ) ونجعل كل واحد منها مساوياً لما يوازيه ^(ج.أ) ونصل ع ز، ع ف، ج ف، ن م، ص ط، ص ن فسطحاً د ع، أ ف وسطحاً م ل، ف ص متوازي الأضلاع ^(ج.أ) فجسم أ ع، ل ن متوازي السطوح، وقاعدة أحدهما سطح أ ف وهو ضعف أ ج ب ^(لا.د) فسطح أ ف مثل سطح ل ق الذي هو قاعدة مجسم ل ن وارتفاعهما بقدر واحد بقاعدتهما مكافئتان لارتفاعيهما، فهما متساويان ^(له أو لـ) وكل منشور نصف مجسمه المتوازي السطوح، ^(كط) فالمنشوران متساويان، وذلك ما أردنا بيانه.

تم المقالة الحادية عشرة وهي (مب) شكلاً.

المقالة الثانية عشرة

أ [الشكل الأول]

سطحا أ ب ج د ه، ز ط ك ل م الكثير الزوايا متشابهان في دائرتين، فأقول: إن نسبة سطح أ ب ج د ه إلى سطح ز ط ك ل م كنسبة مربع قطر دائرته إلى مربع قطر دائرة الآخر.

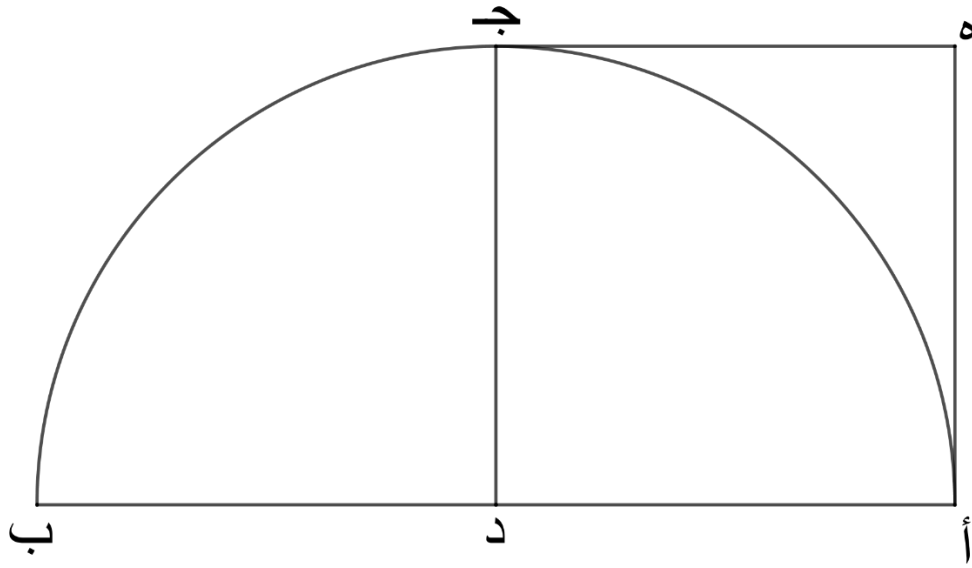


فنخرج قطري أ ن، ز س ونصل أ د، ز ل، ه ن، م س فلأن زاوية أ ه د مثل ز م ل والضلعان المحيطان بالأولى يناسبان الضلعين المحيطين بالثانية فالمثلثان متشابهان ^(١٠١) فزاوية ه د أ أعني ه ن أ ^(ك.ج) مثل م ل ن أعني م س ز ^(ك.ج) فزاويتا ه ن أ، م س ز متساويتان وزاويتا أ ه ن، ز م س قائمتان ^(لا.ج) تبقى زاويتا ه أ ن، م ز س متساويتان ^(ب.أ) فالمثلثان متشابهان ^(د.١) ونسبة سطح أ ب ج د ه إلى سطح ز ط ك ل م كنسبة 103 [و] أ ه إلى ز م ^(١٠٢) وهي كنسبة مثلث أ ه ن إلى مثلث ز م س ^(١٠٣) وهي كنسبة أ ن إلى ز س ^(١٠٤) وهي كنسبة مربع أ ن إلى مربع ز س ^(١٠٥) فنسبة سطح أ ب ج د ه إلى سطح ز ط ك ل م كنسبة مربع أ ن إلى مربع ز س، ^(١٠٦) وذلك ما أردنا بيانه.

مقدمة:

قوس أ ب إما نصف محيط دائرة أو أصغر، وقد قسّم بنصفين على نقطة ج وأخرج خطوط أ ج، ج ب، أ ب، فأقول: إن مثلث أ ج ب أعظم من نصف ^{٩٤} القطعة التي وترها أ ب.

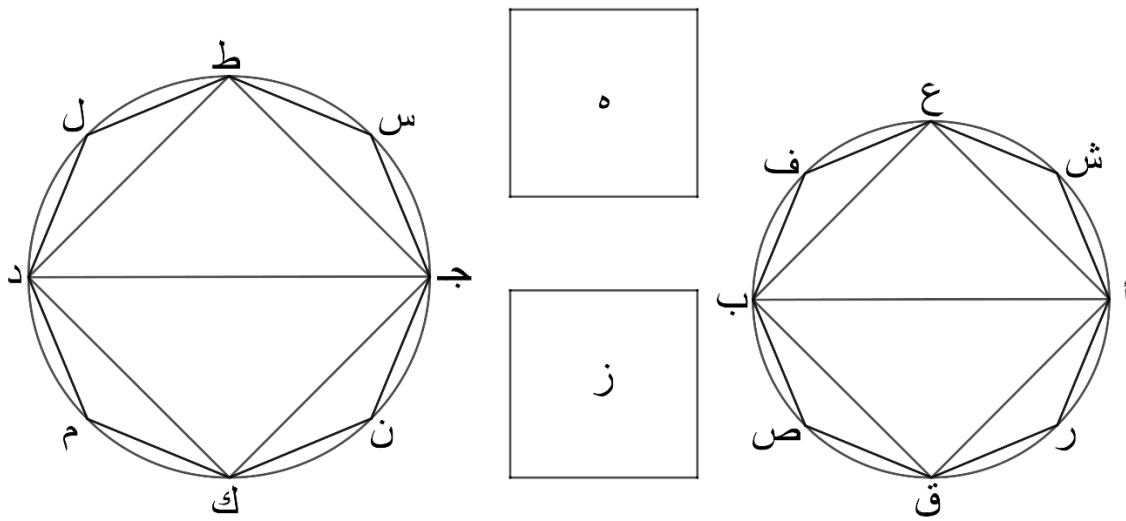
^{٩٤} في الهامش: من قسمي



لأننا ننصف وتر $\underline{أ ب}$ ^(١٠٤) وليكن على نقطة $\underline{د}$ ونصل $\underline{ج د}$ ، فلأن $\underline{أ ج}$ يساوي $\underline{ج ب}$ فأضلاع مثلث $\underline{أ ج د}$ مثل أضلاع مثلث $\underline{ب ج د}$ كل لنظيره فزاويتا $\underline{د}$ قائمتان ^(١٠٥) ف $\underline{ج د}$ عمود على $\underline{أ ب}$. فنخرج من نقطة $\underline{أ}$ عموداً على $\underline{أ ب}$ ^(١٠٦) ومن نقطة $\underline{ج}$ عموداً على $\underline{ج د}$ ^(١٠٧) فيقعان خارج الدائرة. ^(١٠٨) ولأن الداخلتين فيما بينهما أقل من قائمتين فيلتقيان لما مرّ بعد شكل (ح) من الأول، وليكن التقاؤهما على نقطة $\underline{ه}$. فلأن زاويتي $\underline{ج د}$ من سطح $\underline{د ه}$ قائمتان ف $\underline{ج ه}$ يوازي $\underline{أ د}$ ^(١٠٩) و $\underline{أ ه}$ يوازي $\underline{ج د}$ دلذا بعينه فسطح $\underline{ه د}$ متوازي الأضلاع. فمثلث $\underline{أ ه ج}$ مساو لمثلث $\underline{أ د ج}$ ^(١١٠) ومثلث $\underline{أ ه ج}$ أعظم من قطعة $\underline{أ ج}$ فمثلث $\underline{أ د ج}$ أعظم من قطعة $\underline{أ ج}$. وكذلك تبين أن مثلث $\underline{ب ج د}$ أعظم من قطعة $\underline{ب ج}$ فمثلث $\underline{أ ج ب}$ أعظم من قطعتي $\underline{أ ج}$ ، $\underline{ج ب}$ فمثلث $\underline{أ ج ب}$ أعظم ^[103ظ] من قطعتي $\underline{أ ج}$ ، $\underline{ج ب}$ فمثلث $\underline{أ ج ب}$ أعظم من قسمي القطعة التي وترها $\underline{أ ب}$ فهو أعظم من النصف، وذلك ما أردنا بيانه.

ب [الشكل الثاني]

دائرتان قطر إحداهما $\underline{أ ب}$ وقطر الأخرى $\underline{ج د}$ ، فأقول: إن نسبة دائرة $\underline{أ ب}$ إلى دائرة $\underline{ج د}$ كنسبة مربع قطر $\underline{أ ب}$ إلى مربع قطر $\underline{ج د}$.



وإلا فلتكن نسبة مربع أ ب إلى مربع ج د كنسبة دائرة أ ب إلى سطح أعظم أو أصغر من دائرة ج د فليكن أولاً إلى أصغر وهو سطح ه وليكن سطح ز مثل فضل دائرة ج د على سطح ه ونقسم قوسي ج د، د ج على ط ك ^(ل.ج) ونصل ط ج، ط د، ع ج، ك د فثلث ج ط د أعظم من نصف قطعة ج ط د للمقدمة المذكورة قبل،⁹⁵ ومثلث ج ك د أعظم من نصف قطعة ج ك د للمقدمة. فمجموع مثلثي ج ط د، ج ك د أعظم من نصف الدائرة. ثم ننصف القسي الأربع على نقط ل، م، ن، س ^(ل.ج) ونصل الأوتار فثلث ط ل د أعظم من نصف قطعة ط د ⁹⁶ لهذه المقدمة، وكذلك كل مثلث أعظم من نصف القطعة التي وقع فيها للمقدمة المذكورة قبل. وننصف القسي مرة أخرى ^(ل.ج) ونصل الأوتار ولا يزال نفع ذلك فسيبقى من دائرة ج د ما هو أصغر من سطح ز ^(أ.ي) وليكن ذلك هي القطع التي أوتارها ط ل، ل د، د م، م ك، ك ن، ن ج، ج س، س ط فسطح ط ل د م ك ن ج س الكثير الزوايا أعظم من سطح ه فعمل في دائرة أ ب مثل ما عملنا أي ننصف القسي وننصف أنصافها ^(ل.ج) ونصل الأوتار فيحدث سطح يشبه السطح الكثير الزوايا الذي في دائرة ج د وهو سطح ع ف ب ص ق ر أ ش لأن أ ش مثل ش ع ^(ك.ج) و ج س مثل س ط ^(ك.ج) فنسبة أ ش إلى ج س كنسبة ش ع إلى س ط وهكذا تبين أن سائر أضلاع الشكلين متناسبة كل لنظيره. ولأن أ ع مثل ع ب ^(ك.ج) و ج ط مثل ط د ^(ك.ج) فنسبة أ ع إلى ج ط كنسبة ع ب إلى ط د وزاويتا ع ط قائمتان ^(ل.أ) فثلثا أ ع ب، ج ط د متشابهان ^(د.ج) فزاوية أ ب ع مثل ج د ط وزاويتا ش ب، ط د من سطح س د أيضاً مثل قائمتين ^(ك.ج) يبقى زاوية ش ب مثل زاوية س وكذا تبين أن سائر زوايا الشكلين متساوية كل لنظيرتها فالشكلان الكثيرا الزوايا متشابهان فنسبة سطح ط ل د م ك ن ج س إلى سطح ع ف ب ص ق ر أ ش كنسبة مربع ج د إلى مربع أ ب ^(أ) ولكن نسبة سطح ه إلى دائرة أ ب كنسبة مربع ج د إلى مربع أ ب فنسبة سطح ط ل د م ك ن ج س

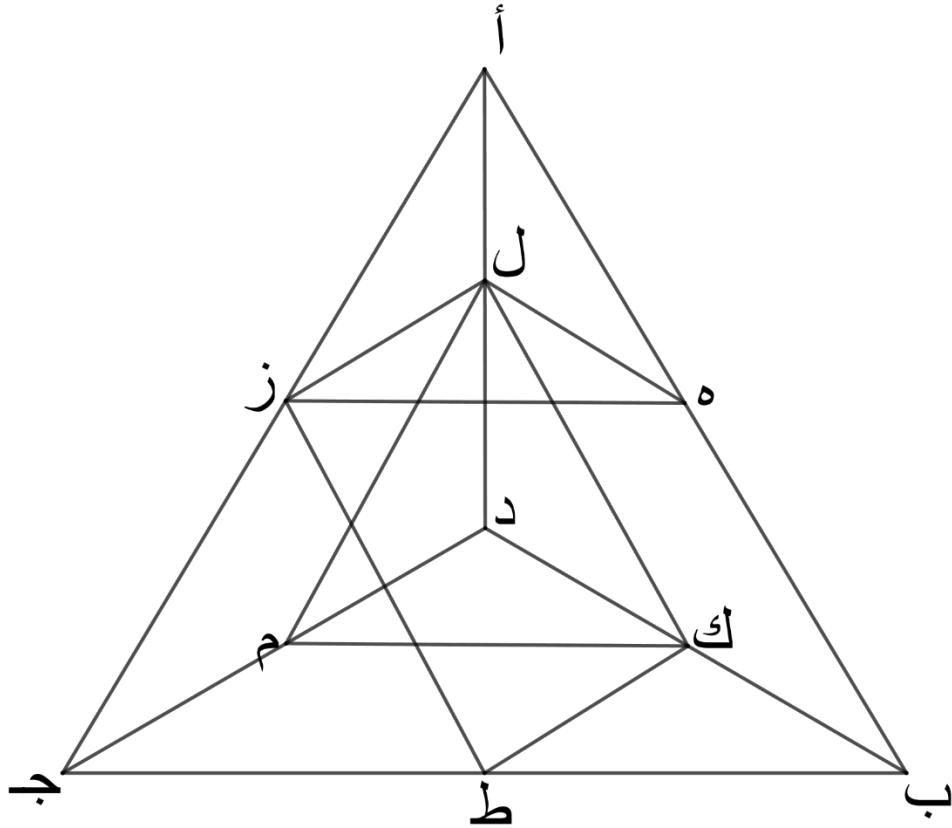
⁹⁵ في الهامش: ما من أ

⁹⁶ في الهامش: ما من أ

إلى سطح ع ف ب ص ق ر رأس ش كنسبة سطح ه إلى دائرة أ ب ^(٥٠٤) والآخر أعظم من الثالث فالثاني أعظم من الرابع ^(٥٠٥) فسطح ع ف ب ص ق ر رأس ش أعظم من دائرة أ ب، هذا خلف. ولتكن نسبة مربع أ ب إلى مربع ج د كنسبة دائرة أ ب إلى سطح أعظم من دائرة ج د وهو سطح ه ونسبة دائرة ج د إلى سطح ما - ولنفرض أنه ز - كنسبة مربع ج د إلى مربع أ ب ونسبة مربع ج د إلى مربع أ ب كنسبة سطح ه إلى دائرة أ ب فنسبة دائرة ج د إلى سطح ز كنسبة سطح ه إلى دائرة أ ب ^(٥٠٦) والآخر أصغر من الثالث فالثاني أصغر من الرابع ^(٥٠٧) فسطح ز أصغر من دائرة أ ب فنسبة مربع ج د إلى مربع أ ب كنسبة دائرة ج د إلى سطح أصغر من دائرة أ ب، هذا خلف لما تبين في القسم الأول. فنسبة دائرة أ ب إلى دائرة ج د كنسبة مربع أ ب إلى مربع ج د، وذلك ما أردنا بيانه.

جـ [الشكل الثالث]

مخروط قاعدته مثلث أ ب ج ورأسه نقطة د، فأقول: إنه يمكن أن ينقسم بخروطين متساويين يتشابهان ويشبهانه وبمثنورين متساويين مجموعهما أعظم من نصفه.

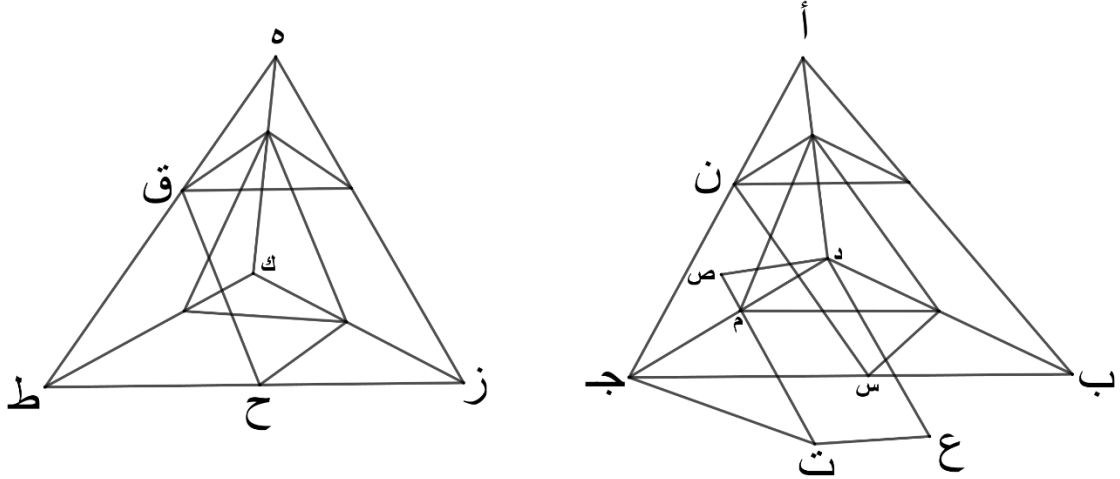


فننصف أضلاع المخروط على ه ز ط ك ل م ^(٥٠٨) ونصل خطوط ه ز، ط ز، ك ز، ل ه، ل ز، ل م، م ك فلأن نسبة أ ل إلى د كنسبة ب ك إلى ك د وكنسبة ج م إلى د ونسبة أ ل إلى د كنسبة ب ك إلى ك د وكنسبة ج م إلى د ونسبة أ ل إلى د كنسبة ب ك إلى ك د ولأضلاع مثلث أ ب ج كل واحد لما يقابله ^(٥٠٩) فزوايا مثلث ل ك م مساوية لزوايا مثلث أ ب ج كل واحدة لمقابلها ^(٥١٠) فمثلث ل ك م مشابه لمثلث أ ب ج

ج^(د) وزاوية د ك ل مثل زاوية د ب أ و د ل ك مثل د أ ب وزاوية ل د ك مشتركة فثلث ك د ل يشابه مثلث ب د أ وكذلك مثلث ل د م يشابه مثلث أ د ج ومثلث ك د م يشابه مثلث ب د ج فالخروط الذي قاعدته مثلث ل ك م ورأسه د يشابه المخروط الذي قاعدته مثلث أ ب ج ورأسه نقطة د. ولأن ه ل يوازي ب د^(ب) و ز ل يوازي ج د^(ب) وه ز يوازي ب ج^(ب) فزاوية أ ل ه مثل أ د ب^(كطأ) وزاوية أ ه ل مثل أ ب د و ب أ د مشتركة، فثلثا ل أ ه، د أ ب متشابهان.^(د) ولأن زاوية أ ل ز مثل أ د ج وزاوية أ ز ل مثل أ ج د وزاوية ز أ ل مشتركة، فثلثا أ ل ز، أ د ج متشابهان.^(د) ولأن زاوية أ ه ز مثل أ ب ج^(كطأ) وزاوية أ ز ه مثل أ ج ب^(كطأ) وه أ ز مشترك فثلثا أ ه ز، أ ب ج متشابهان.^(د) ولأن زاوية ه ل ز مثل ب د ج^(ييا) ول ه ز مثل د ب ج^(ييا) ول ز ه مثل د ج ب^(ييا) فثلثا ل ه ز، د ب ج متشابهان.^(د) فالخروط الذي قاعدته مثلث أ ه ز ورأسه نقطة ل يشبه المخروط الذي قاعدته مثلث أ ب ج ورأسه نقطة د فلأن كل مثلث من المخروط الأعظم يشابه مثلثين من المخروطين و أ ل مثل ل د و ل ه مثل ك ب^(لدأ) أعني د ك و أ ه مثل ه ب أعني ل ك^(لدأ) فثلث أ ل ه مساو^(ح) أ^(ك) ومثابه^(ك) لمثلث ل د ك وكذلك تبين أن مثلث أ ل ز مساو ومثابه لمثلث ل د م وضلعا ه ل، ل ز يساويان ضلعي ك د، د م بمثل ما بينا وزاوية ه ل ز مثل ك د م^(ييا) فثلثا ه ل ز، ك د م متساويان^(د) فهما متشابهان^(د) والقاعدتان متساويتان لهذا بعينه فهما متشابهتان.^(د) فقد تبين أن المخروطين اللذين على مثلثي أ ه ز، ل ك م ورأسهما نقطتا ل د متساويان ومتشابهان ويشبهان الأعظم. فيبقى من المخروط الأعظم منشوران أحدهما قاعدته سطح ز ه ب ط المتوازي الأضلاع ومثلثاه مثلثا ل ه ز، ك ب ط و سطحاه الباقيان ل ك ب ه، ل ك ط ز المتوازي الأضلاع وقاعدة المنشور / [105] الآخر مثلث ز ط ج و المثلث المقابل له مثلث ل ك م وسطوحه المتوازية > الأضلاع سطوح ل ك ط ز، ل م ج ز، ك ط ج م وارتفاع المنشورين واحد وقاعدة ز ه ب ط ضعف مثلث ز ط ج؛ لأننا نصل ط ه فلأن مثلث ه ز ط يساوي كل واحد من مثلثي ه ب ط، ز ج ط^(لدأ) فهما متساويان، و سطح ه ب ط ز ضعف مثلث ه ب ط^(لدأ) فهو ضعف ز ط ج فالمنشوران متساويان.^(مبيا) وإذا وصل م ز، م ط تبين أن مخروطاً رأسه نقطة م وقاعدته مثلث ز ط ج وهو بعض أحد المنشورين مساو مشابهُ للمخروط الذي قاعدته مثلث ل ك م ورأسه نقطة د.^(لما مر بعينه) وإذا وصل ك ه، ه ط تبين أيضاً أن مخروطاً رأسه نقطة ك وقاعدته مثلث ب ه ط مساو ومثابه للمخروط الذي قاعدته مثلث ل ك م ورأسه نقطة د لما مر بعينه؛ أعني المخروط الذي قاعدته مثلث أ ه ز ورأسه نقطة ل لما مر آنفاً فهذان المخروطان يساويان ذينك المخروطين. فمجموع المنشورين أعظم من مجموع المخروطين فمجموع المنشورين أعظم من نصف المخروط الذي رأسه نقطة د وقاعدته مثلث أ ب ج، وذلك ما أردنا بيانه.

د [الشكل الرابع]

مخروطان على مثلثي أ ب ج، ه ز ط رأسهما د ك وارتفاعهما بقدر واحد وقد قسما بمخروطين متساويين متشابهين ويشبهان الأعظم وبمنشورين متساويين هما أعظم من نصف المخروط الأعظم، (بشكل ج من هذه المقالة) فأقول: إن نسبة منشوري مخروط د إلى منشوري مخروط ك كنسبة قاعدة أ ب ج إلى قاعدة ه ز ط

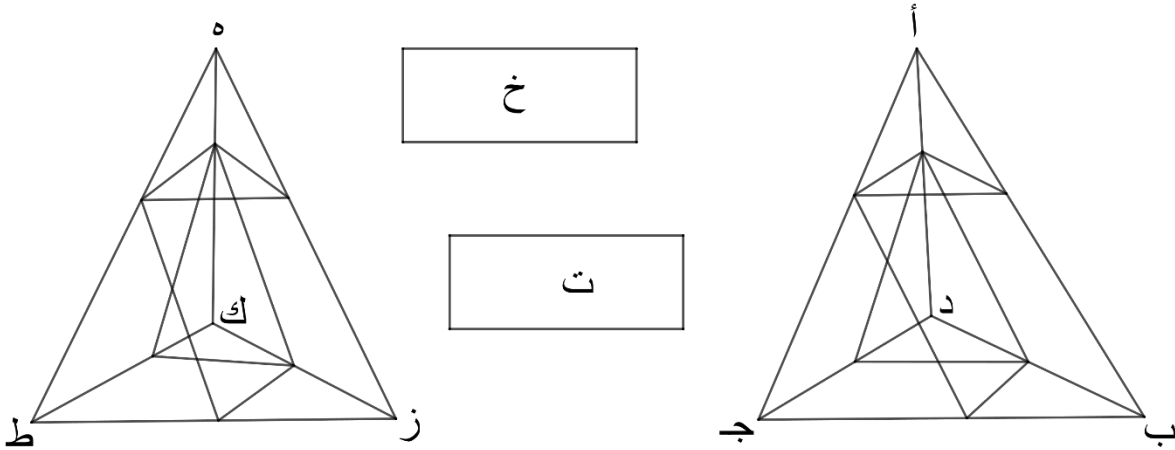


لأنَّ خطِّي ب ج، ز ط منصفان على نقطتي س، ح فنسبة ب ج إلى ج س كنسبة ز ط إلى ط ح^(٥٠٤) فنسبة مثلث أ ب ج إلى مثلث س ج ن / [105ظ] > كنسبة مثلث ه ز ط إلى مثلث ق ح ط^(كب.و) فنسبة < مثلث أ ب ج إلى مثلث ه ز ط كنسبة مثلث ن س ج إلى مثلث ق ح ط^(ب.و) وهي كنسبة ضعف مثلث ن س ج إلى ضعف مثلث ق ح ط. ط^(٥٠٤) ولأنَّا نخرج من نقطتي م، د عمودي م ت، د ع على سطح أ ب ج^(با.با) ونخرج ت م بالاستقامة ونفصل ت ص مثل ع د^(ج.أ) ونصل د ع، ت ص ف د ع، ت ص متوازيان^(و.با) ومتساويان ف د ص، ع ت متوازيان^(ج.أ) فسطح ص ع متوازي الأضلاع فزاوية ص مثل زاوية ع^(د.أ) قائمة فنصل ج ت فزاوية م ت ج قائمة وزاوية د م ص مثل ج م ت^(ب.أ) وضلع ج م مثل ضلع م د؛ لأنَّ ج د منصف على م ف م ت مثل م ص^(ك.أ) فهو نصف ت ص أعني نصف د ع فارتفاع المجسم الذي على ضعف مثلث س ج ن نصف ارتفاع مخروط د وكذلك تبين أنَّ ارتفاع المجسم الذي على ضعف مثلث ق ح ط نصف ارتفاع مخروط ك فهدان المجسمان متساويا الارتفاع فنسبة ضعف مثلث س ج ن إلى ضعف مثلث ق ح ط كنسبة المجسم الذي على ضعف مثلث س ج ن إلى المجسم الذي على ضعف مثلث ق ح ط^(د.أ) وهذان المجسمان ضعفا المنشورين اللذين على مثلثي س ج ن، ق ح ط^(ك.با) فنسبة المجسم إلى المجسم كنسبة المنشور إلى المنشور^(٥٠٤) وهي كنسبة مجموع المنشورين الواقعين في مخروط د إلى مجموع المنشورين الواقعين في مخروط ك^(٥٠٤) فنسبة قاعدة أ ب ج إلى قاعدة ه ز ط كنسبة منشوري مخروط د إلى منشوري مخروط ك^(٥٠٤) وأقول أيضًا إنه إذا قُسم مخروطًا كل واحد منهما مثل هذه القسمة فنسبة مجموع مناشيرهما الواقعة في مخروط أ ب ج د إلى مجموع مناشيرهما الواقعة في مخروط ه ز ط ك كنسبة مثلث أ ب ج إلى مثلث ه ز ط وإذا جُمعت مع المنشورين الكبيرين في كل واحد منهما كانت نسبة المناشير التي في مخروط أ ب ج د إلى المناشير التي في مخروط ه ز ط ك كنسبة قاعدة أ ب ج د إلى قاعدة ه ز ط لأنَّ نسبة منشوري أحد مخروطي مخروط د إلى منشوري مخروط نظيره في مخروط ك كنسبة قاعدة مخروطهما إلى قاعدة مخروط نظيره لما مرَّ آنفًا / [106و] وهي كنسبة مثلث أ ب ج إلى مثلث ه ز ط لما تبينَّ آنفًا وهي كنسبة قاعدة المخروط < الآخر من مخروط د إلى قاعدة نظيره من مخروط ك لما مرَّ آنفًا وهي كنسبة منشوريه إلى

منشوري نظيره لما مرّ آنفاً فنسبة منشوري أحد مخروطي مخروط د إلى منشوري مخروط نظيره من مخروط ك كنسبة منشوري المخروط الآخر من مخروط د إلى منشوري نظيره من مخروط ك^(٥١) فنسبة مجموع المناشير الأربعة الواقعة في مخروطي مخروط د إلى مجموع المناشير الأربعة الواقعة في مخروطي مخروط ك كنسبة منشوري أحد مخروطي مخروط د إلى منشوري مخروط نظيره من مخروط ك^(٥٢) وهي كنسبة قاعدته إلى قاعدة نظيره لما مرّ آنفاً وهي كنسبة مثلث أ ب ج إلى مثلث ه ز ط لما تبين فنسبة مجموع المناشير الأربعة في مخروط د إلى مجموع المناشير الأربعة في مخروط ك كنسبة مثلث أ ب ج إلى مثلث ه ز ط^(٥٣) ولأنّ هذه النسبة تساوي نسبة المنشورين الكبيرين في مخروط د إلى المنشورين الكبيرين في مخروط ك لما مرّ فنسبة المناشير الأربعة في مخروط د إلى المناشير الأربعة في مخروط ك كنسبة المنشورين الكبيرين في مخروط د إلى المنشورين الكبيرين في مخروط ك^(٥٤) فنسبة جميع المناشير الستة في مخروط د إلى جميع المناشير الستة في مخروط ك كنسبة المنشورين الكبيرين في مخروط د إلى المنشورين الكبيرين في مخروط ك^(٥٥) وهي كنسبة قاعدة أ ب ج إلى قاعدة ه ز ط فنسبة جميع المناشير إلى جميع المناشير كنسبة القاعدة إلى القاعدة^(٥٦) وكذلك إذا قسّمت المخروطات من مخروطي أ ب ج د، ه ز ط ك مثل هذه القسمة كانت نسبة جميع المنشورات إلى جميع المنشورات كنسبة القاعدة إلى القاعدة لعين هذه المقدمات، وذلك ما أردنا بيانه. / [106ظ]

ه [الشكل الخامس]

مخروطان قاعدتهما مثلثا أ ب ج، ه ز ط ورأساهما نقطتا د ك وارتفاعهما بقدر واحد، فأقول: إنّ نسبة مخروط أ ب ج د إلى مخروط ه ز ط ك كنسبة قاعدة أ ب ج إلى قاعدة ه ز ط.

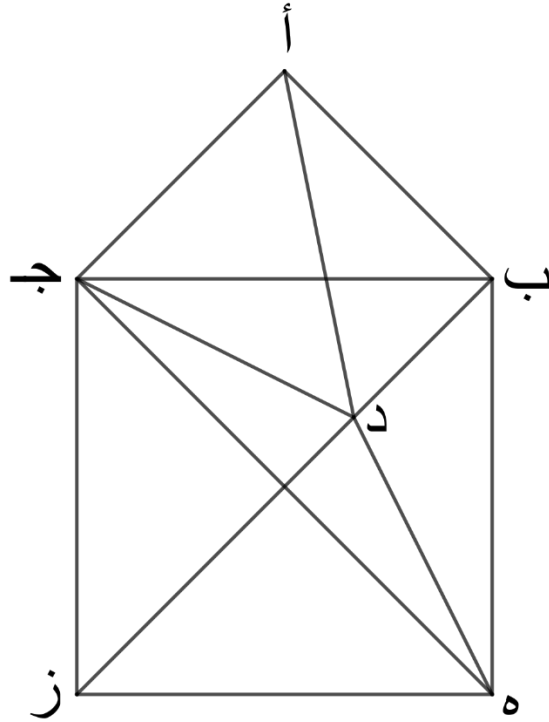


وإلا فلتكن نسبة قاعدة أ ب ج إلى قاعدة ه ز ط كنسبة مخروط أ ب ج د إلى مجسم أصغر من مخروط ه ز ط ك أو أعظم وليكن أولاً إلى مجسم ت الأصغر وليكن فضل مخروط ه ز ط ك على مجسم ت بمجسم خ ونقسم مخروط ه ز ط ك بمنشورين هما أعظم من نصفه ومخروطين^(ج) وكل واحد من مخروطيه بمنشورين ومخروطين^(ج) وكل واحد من المخروطات الأربعة الباقية بمنشورين ومخروطين^(ج) فستبقى مخروطات مجموعها أصغر من مجسم خ^(أ١) فليبق كذلك. فالمنشورات الحاصلة في مخروط ه د ط ك أعظم من مجسم ت ولنقسم مخروط أ ب ج

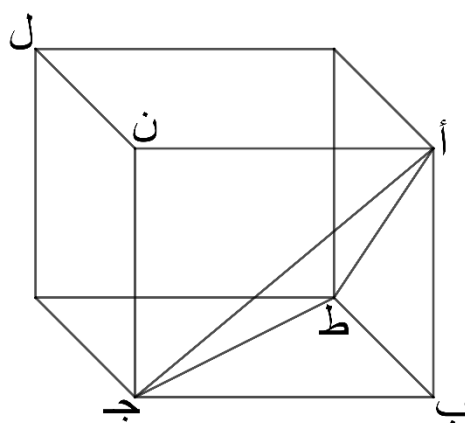
د مثل هذه القسمة إلى أن تصير عدّة المخروطات والمنشورات التي في مخروط أ ب ج د مثل عدّة المنشورات والمخروطات التي في مخروط ه ز ط ك فنسبة المنشورات في مخروط ه ز ط ك إلى المنشورات في مخروط أ ب ج د كنسبة قاعدة ه ز ط إلى قاعدة أ ب ج د^(٥٠) وهي كنسبة مجسم ت إلى مخروط أ ب ج د فنسبة المنشورات التي في مخروط ه ز ط ك إلى المنشورات التي في مخروط أ ب ج د كنسبة مجسم ت إلى مخروط أ ب ج د^(٥١) ومنشورات مخروط ه ز ط ك أعظم من مجسم ت فنشورات مخروط أ ب ج د أعظم من مخروط أ ب ج د^(٥٢) هذا خلف. ولتكن نسبة قاعدة أ ب ج د إلى قاعدة ه ز ط ك كنسبة مخروط أ ب ج د إلى مجسم ت الأعظم من مخروط ه ز ط ك ولنتوهم نسبة مخروط ه ز ط ك إلى مجسم ما وهو خ كنسبة قاعدة ه ز ط إلى قاعدة أ ب ج د فنسبة مخروط ه ز ط ك إلى مجسم ت [خ] كنسبة مجسم ت إلى مخروط أ ب ج د لكن مخروط ه ز ط ك أصغر من مجسم ت فمجسم خ أصغر من مخروط أ ب ج د^(٥٣) فنسبة قاعدة ه ز ط إلى قاعدة أ ب ج د كنسبة مخروط ه ز ط ك إلى مجسم خ الأصغر من مخروط أ ب ج د، هذا خلف لما مرّ في القسم الأوّل فالمخروطان على نسبة القاعدتين، وذلك ما أردنا بيانه.

و [الشكل السادس]

منشور يحيط به مثلثا أ ب ج، د ه ز المتقابلان المتوازيان وثلاثة سطوح أ ب ه د، أ ج ز د، ب ه ز ج المتوازية الأضلاع، فأقول: إنّه ينقسم بثلاث مخروطات مضلعة متساوية.



ز [الشكل السابع]

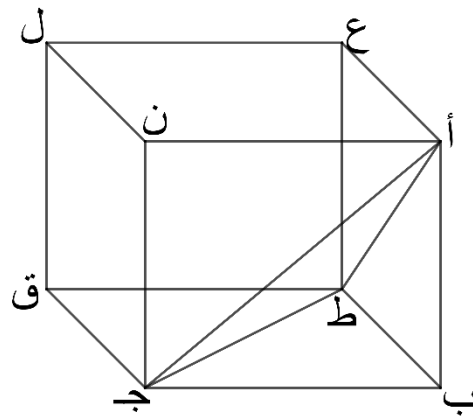
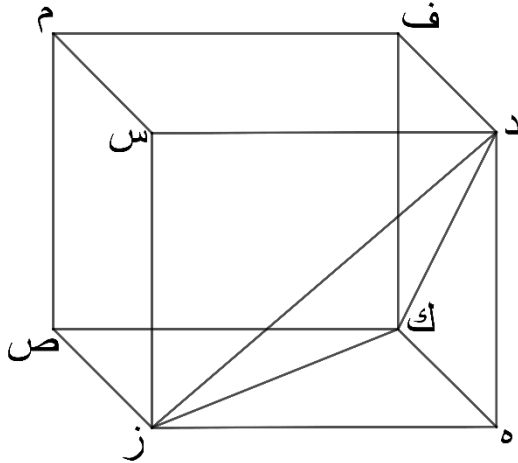


لأنّنا نتممهما منشورين على قاعدتي المخروطين وعلى ارتفاعيهما ثمّ نتمّ المنشورين مجسّمي ب ل، ه م المتوازيي السطوح (لما مرّ في م.ب.يا) فارتفاعا المخروطين هما ارتفاعا المجسّمين فإنّ كان المخروط مساويا للمخروط فإنّ منشوره وهو / [١٠٨] ثلاثة أمثاله^(١) > مساوٍ لمنشور المخروط الآخر وهو أيضًا ثلاثة أمثاله^(٢) ومجسّم ب ل < ضعف منشوره (كط.يا) ومجسّم ه م ضعف منشوره (كط.يا) فيجسّم ه ل ستة أمثال المخروط الذي قاعدته مثلث أ ب ج ورأسه نقطة ط ومجسّم ه م ستة أمثال المخروط الذي قاعدته مثلث د ه ز ورأسه نقطة ك فيجسّم ب ل مساوٍ لمجسّم ه م وهما متوازيّا السطوح فقاعدتاها مكافئتان لارتفاعيهما (له.يا أو لوب.يا) ولأنّ سطحي ب ن، ه س ضعفا مثلثي أ ب ج، د ه ز (له.أ) فنسبة مثلث أ ب ج إلى مثلث د ه ز كنسبة سطح ب ن إلى سطح ه س (بج.ه) وهي كنسبة ارتفاع مجسّم ه م إلى ارتفاع مجسّم ب ل فنسبة مثلث أ ب ج إلى مثلث د ه ز كنسبة ارتفاع مجسّم ه م إلى ارتفاع مجسّم ب ل (يا.ه) وهما ارتفاع المخروطين.

وأما العكس فلأنّنا نتمّ المخروطين منشورين ثمّ المنشورين مجسّمين على الوجه المذكور. فلأنّ نسبة ارتفاع مجسّم ه م إلى ارتفاع مجسّم ب ل كنسبة مثلث أ ب ج إلى مثلث د ه ز وهي كنسبة سطح ب ن إلى سطح ه س (بج.ه) فنسبة ارتفاع مجسّم ه م إلى ارتفاع مجسّم ب ل كنسبة قاعدة مجسّم ب ل إلى قاعدة مجسّم ه م فالمجسّمان متساويان. (له.أولو) وكلّ واحد من المخروطين سدس مجسّمه لما تقدّم، فالمخروطان متساويان، وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن]

مخروطان متشابهان على مثلثي أ ب ج، د ه ز ورأساهما نقطتا ط، ك، فأقول: إنّ نسبة المخروط الذي على مثلث أ ب ج إلى المخروط الذي على مثلث د ه ز كنسبة ضلعه إلى الضلع النظير له في النسبة مثبّطة بالتكرير.

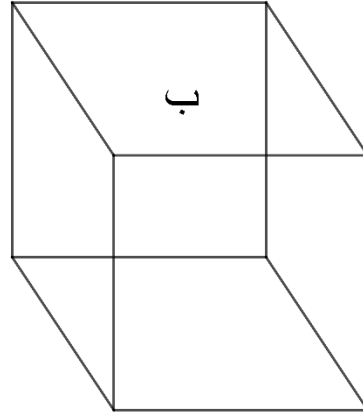
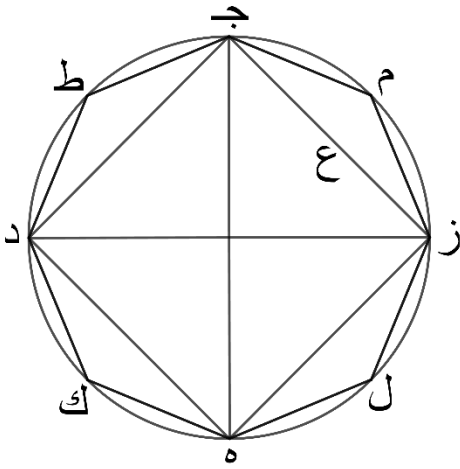


وليكن الضلعان النظيران ضلعي ب ج، ه ز / [١٠٨] > ونتمّ مجسّمي ب ل، ه م المتوازيي السطوح على ضلعي مثلثي أ ب ج، د ه ز وعلى ارتفاعي المخروطين (لما مرّ في الشكل المتقدّم) فلأنّ زوايا مثلث أ ب ج مساوية لزوايا مثلث د ه ز كلّ واحدة لنظيرتها لتشابهها وزاوية أ ب ج مثل زاوية أ ن ج (له.أ) وزاوية د ه ز مثل د

س ز^(لـ١٠٩) فزاوية أن ج مثل د س ز وأ ج ب مثل ج أ ن^(كـ١٠٩) و د ز ه مثل ز د س^(كـ١٠٩) فزاوية ب أ ن مثل ه د س. وكذلك تبين أن زاوية ب ج ن مثل ه ز س ولأن زوايا مثلث أن ج مثل زوايا مثلث ز د س لما تبين فهما متشابهان^(د١٠٩) فسطح ب ن يشبه بسطح ه س وهكذا تبين أن سطحي ب ع، ب ق يشبهان سطحي ه ف، ه ص كل واحد لنظيره ولأن زوايا سطح أ ب ج ن يساوي زوايا سطح ط ل كل واحدة لما يقابلها^(ي١٠٩) وأضلاعه يساوي أضلاعه كل لنظيره^(لـ١٠٩) فهما متشابهان جزئاً فسطح ط ل يشبه سطح ه س^(كـ١٠٩) وه س يشبه سطح ك م لما مرّ ف ط ل يشبه سطح ك م^(كـ١٠٩) وكذلك تبين أن السطحين الآخرين من مجسم ب ل يشبهان السطحين الآخرين من مجسم ه م كل واحد لنظيره فالمجسمان متشابهان والمنشور الذي هو نصف مجسم ب ل^(كـ١٠٩) ثلاثة أمثال المخروط الذي على مثلث أ ب ج^(و) فمجسم ب ل ستة أمثال المخروط الذي على مثلث أ ب ج ورأسه نقطة ط وكذلك مجسم ه م ستة أمثال المخروط الذي على مثلث د ه ز ورأسه نقطة ك^(لـ١٠٩) فنسبة المخروط إلى المخروط كنسبة المجسم إلى المجسم^(ي١٠٩) وهي كنسبة ضلعي ب ج، ه ز مثلثة بالتكرير^(لـ١٠٩) فنسبة المخروطين كنسبة ضلعي ب ج، ه ز مثلثة بالتكرير، وذلك ما أردنا بيانه. [109و]

ط [الشكل التاسع]

إذا كانت <أسطوانة مستديرة ومخروط مستدير على قاعدة واحدة وارتفاعهما> واحد، فأقول: إن المخروط ثلث الأسطوانة.

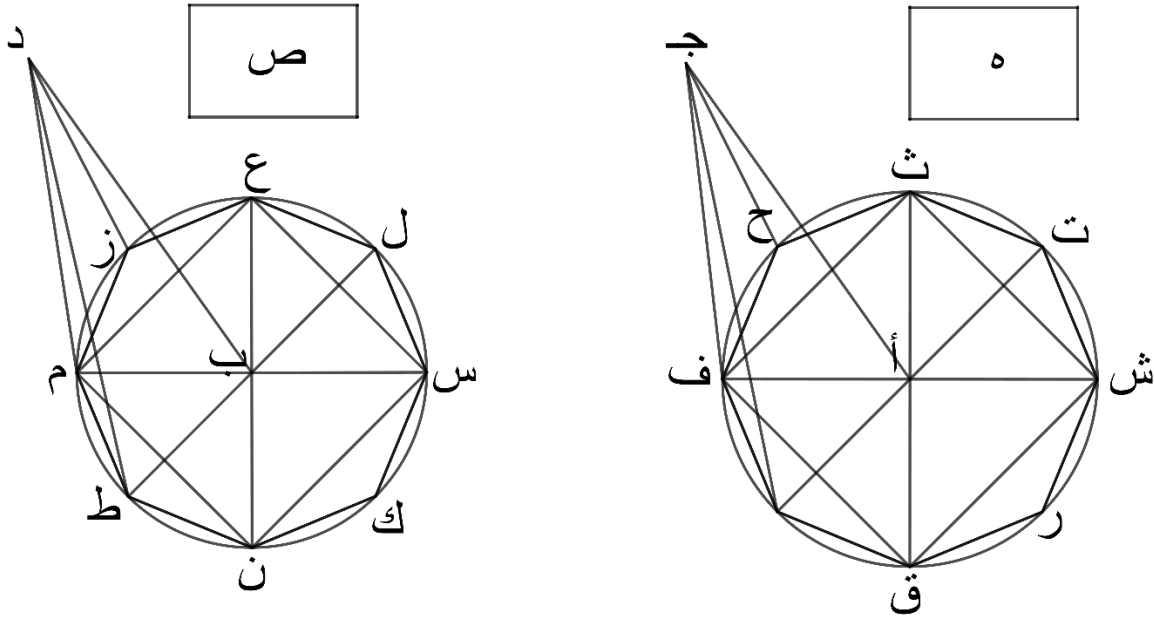


فلتكن أسطوانة مستديرة إحدى قاعدتيها الدائرة التي مركزها نقطة أ وليكن مخروط مستدير قاعدته هذه الدائرة ورأسه نهاية سهم الأسطوانة التي في الدائرة الأخرى، فأقول: إن المخروط ثلث الأسطوانة، وإلا فلتكن الأسطوانة أعظم من ثلاثة أمثال المخروط أو أصغر منها، فلتكن أولاً أعظم منها وليكن فضلها على ثلاثة أمثال المخروط بمجسم ب ونعمل في الدائرة مربع ج د ه ز^(د١٠٩) ونخرج قطري المربع ونخرج من نقطة ز ج د ه أعمدة في السمك^(ي١٠٩) ونفصل كل واحد منها مساوياً لسهم الأسطوانة^(ج١٠٩) فهي متوازية وموازية لسهم الأسطوانة^(و١٠٩) ثم نصل أطرافها ونصل أيضاً بين طرف كل عمود ونهاية سهم الأسطوانة فالخطوط الواصلة مساوية وموازية لما

يقابلها كلّ لنظيره^(لد١) فتحصل على المثلثات الأربع الحاصلة من قطري المربع منشورات على ارتفاع الأسطوانة فهي أعظم من نصف الأسطوانة لأنّا إذا أخرجنا خطوطاً مماسةً للدائرة على نقط جـ، د، هـ، ز ليحصل مربع على الدائرة ونعمل على مثلثاته منشورات على ارتفاع الأسطوانة لما مرّ آنفاً فالمجسم الذي يقع على السطح الذي قطره خطّ ز جـ هو ضعف المنشور الواقع على مثلث أ جـ ز^(كط١١) وهكذا تبين أنّ المجسمات الحاصلة على السطوح الباقية من المربع المعمول على الدائرة ضعف المنشورات الحاصلة على المثلثات الباقية من المربع الذي في الدائرة كلّ لنظيره فجميع المنشورات التي على المربع الذي على الدائرة ضعف المنشورات التي على مربع جـ د هـ ز لكن المنشورات التي على ذلك المربع أعظم من الأسطوانة فنصف الأسطوانة أنقص من المنشورات التي على مربع جـ د هـ ز ثمّ ننصف القسي على ط، ك، ل، م^(كج١٢) ونخرج الأوتار ونعمل على المثلثات منشورات على ارتفاع الأسطوانة^(مرآف) فكلّ منشور أعظم / [١٠٩ ظ] من >نصف قسم الأسطوانة الذي هو فيه؛ لأنّا ننصف خطّ ز جـ على ع^(ي١٣) ونصل من نقطة م إلى المنتصف ونخرج من نقطة م خطّاً موازياً ل ز جـ^(لا١٤) ونفصل منه مثل ز ع^(ج١٥) ونصل بين طرفه وبين نقطة ز فيحصل سطح متوازي الأضلاع قطره ز م فنعمل على كل واحد من نصفيه منشوراً لما مرّ من الطريق فالمجسم الحاصل على هذا السطح ضعف المنشور المعمول على مثلث ز م ع^(كط١٦) وهذا المجسم أعظم من المجسم الذي على السطح الذي يحيط به خطّا ز م، م ع مع قوس م ز فنصفه أعظم من نصفه فالمنشور الذي على مثلث ز م ع أعظم من نصف المجسم الذي على السطح الذي يحيط به خطّا ز م، م ع مع قوس ز م وهكذا تبين في البواقي فجميع المنشورات أعظم من نصف جميع القطع الباقية من الأسطوانة فإذا فعلنا ذلك مراراً فسيبقى قطع من الأسطوانة مجموعها أصغر من مجسم ب^(أي١٧) فلتكن تلك القطع هي التي على قطع جـ ط، د ك، هـ ل، ز م من الدائرة فيبقى المنشورات التي قاعدتها جـ ط، د ك، هـ ل، ز م الكبيرة الزوايا أعظم من ثلاثة أمثال المخروط الذي قاعدته دائرة جـ د هـ ز لكن كلّ منشور ثلاثة أمثال مخروطة^(١) فجميع هذه المنشورات ثلاثة أمثال المخروط المضلع الذي قاعدته هذا السطح الكثير الزوايا ورأسه رأس المخروط المستدير فهذا المخروط المضلع أعظم من المخروط المستدير، هذا خلف. فلتكن الأسطوانة أنقص من ثلاثة أمثال المخروط المستدير فالمخروط المستدير أعظم من ثلثها فليكن فضله على ثلثها بمجسم ب ونعمل المربع^(د١٨) ونعمل عليه مجسماً رأسه رأس المخروط المستدير فهو أعظم من نصف المخروط المستدير وننصف القسي^(كج١٩) ونصل الأوتار ونعمل على المثلثات مخروطات رؤوسها رأس المخروط المستدير فجميعها أعظم من نصف القطع الباقية من المخروط المستدير لما تقدّم في القسم الأول فإذا فعلنا ذلك مراراً فستبقى قطع من المخروط المستدير جميعها أصغر من مجسم ب^(أي٢٠) فلتكن تلك القطع هي القطع الباقية على قطع جـ ط، د ك، هـ ل، ز م فيبقى المجسم الذي قاعدته سطح / [١١٠ و] جـ ط د ك هـ ل م >الكثير الزوايا الذي رأسه رأس المخروط المستدير > أعظم من ثلث الأسطوانة لكنّه ثلث المنشورات التي السطح الكثير الزوايا وارتفاعها مثل ارتفاع الأسطوانة لما تقدّم فهذه المنشورات أعظم من الأسطوانة، هذا خلف. فالمخروط المستدير ثلث الأسطوانة، وذلك ما أردنا بيانه.

ي [الشكل العاشر]

مخروطان مستديران متشابهان قاعدتهما دائرتا أ، ب وسهماها أ ج، ب د، فأقول: إن نسبة مخروط أ ج إلى مخروط ب د كنسبة قطر دائرة أ إلى قطر دائرة ب مثلثة بالتكرير.



وإلا فليكن نسبة مخروط أ ج إلى مجسم أصغر أو أعظم من مخروط ب د كنسبة قطر دائرة أ إلى قطر دائرة ب مثلثة بالتكرير ولتكن أولاً نسبة مخروط أ ج إلى مجسم ه الأصغر من مخروط ب د كنسبة قطر دائرة أ إلى قطر دائرة ب مثلثة بالتكرير وليكن فضله عليه مجسم ص فنعمل في دائرة ب مربع م ن س ع^(١٠٥) ونعمل عليه مخروطاً رأسه نقطة د فهو أعظم من نصف المخروط المستدير لما مرّ في شكل (ط) وننصف القسي^(لج) ونصل الأوتار ويقسم المخروطات على المثلثات ونجعل رؤوسها د فهي أعظم من نصف القطع الباقية من المخروط المستدير لما مرّ في شكل (ط) وهكذا نفعل دائماً فستبقى قطع مجموعها أصغر / [١١٠ ظ] من > فضل المخروط المستدير على مجسم ه فلتكن تلك القطع > هي القائمة على قطع زم ط، ن ك س، ل ع ز فالمخروط المضلع الذي قاعدته سطح زم ط ن ك س ل ع ورأسه د أعظم من مجسم ه فنعمل في دائرة أ سطحاً شبيهاً بهذا السطح الكثير الزوايا يمثل العمل الذي مرّ في شكل (ب) وهو سطح ف ص ق ر ش ت ث خ ونصل الخطوط من نقط زواياه إلى ج فنسبة أ ج إلى ب د كنسبة أ ح إلى ب ز لتشابه المخروطين المستديرين وزاويتا ج أ ح، د ب ز قائمتان لأن السهمين عمودان على القاعدتين فثلثا ج أ ح، ب د ز متشابهان.^(١٠٦) وهكذا تبين أن مثلث ج أ ف يشابه مثلث د ب ز ولأن نسبة ح ف إلى زم مثناة بالتكرير كنسبة الكثير الزوايا الذي في دائرة أ إلى الكثير الزوايا الذي في دائرة ب^(بطو) وهي كنسبة مربع القطر إلى مربع القطر^(١) وهي كنسبة القطر إلى القطر مثناة بالتكرير^(١٠٧) وهي كنسبة أ ف إلى ب م مثناة بالتكرير^(١٠٨) فنسبة ح ف إلى زم كنسبة أ ف إلى ب م وكذلك تبين أن نسبة ح ف إلى زم كنسبة أ ح إلى ب ز فثلثا أ ح ف، ب زم متشابهان^(١٠٩) ولأن نسبة ج ح إلى ز د كنسب كنسبة أ ح إلى ب ز وهي كنسبة ح ف إلى زم لما مرّ آنفاً

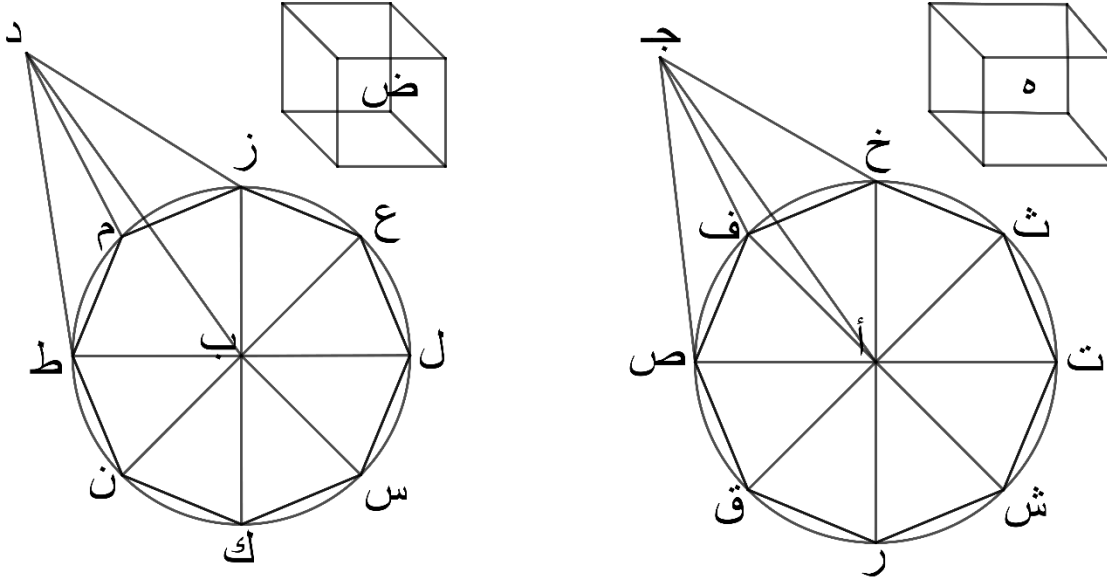
فنسبة ج ح إلى ز د كنسبة ح ف إلى ز م^(٥٠٤) وكذلك تبين أن نسبة ح ف إلى ز م كنسبة ف ج إلى م د
فمثلًا ج ح ف، د ز م متشابهان^(٥٠٥) فالخروط الذي قاعدته مثلث أ ح ف ورأسه ج شبيه بالخروط الذي
قاعدته مثلث ز ب م ورأسه د وكذلك تبين أن المخروطات الباقية على المثلثات التي رؤوسها نقطتا أ، ب كل
اثنين نظيرين منها متشابهان ولأن ح ف مثل ف ص^(كط.ج) فمثلًا أ ح ف، أ ف ص متساويان^(ح.أ) فالمجسمان
المعمولان على ضعفهما وعلى ارتفاع المخروطين المعمولين عليهما على نسبة القاعدتين^(لد.ب) فهما متساويان
والمخروطان نصفًا المجسمين^(كط.ب) فهما متساويان وكذا تبين في البواقي لجميع مخروطات دائرة أ متساوية وهكذا
تبين أن جميع مخروطات / [١١١ و] ب متساوية > فنسبة المخروط الذي قاعدته الكثير الزوايا ورأسه نقطة ج
إلى المخروط الذي قاعدته الكثير الزوايا ورأسه نقطة د كنسبة المخروط الذي قاعدته مثلث أ ح ف ورأسه ج
إلى المخروط الذي قاعدته مثلث ز ب م ورأسه د^(٥٠٤) وهي كنسبة ح ف إلى ز م مثلثة بالتكرير^(ل.ب) فنسبة
المخروط الذي قاعدته الكثير الزوايا ورأسه نقطة ج إلى المخروط الذي قاعدته الكثير الزوايا ورأسه نقطة د
كنسبة ح ف إلى ز م مثلثة بالتكرير^(٥٠٤) لكن نسبة ح ف إلى ز م كنسبة أ ح الذي هو نصف قطر دائرة أ
إلى ز ب الذي هو نصف قطر دائرة ب لما مرّ من تشابه المثلثين ونسبة نصف القطر إلى نصف القطر كنسبة
القطر إلى القطر^(٥٠٤) فنسبة المخروط الذي قاعدته الكثير الزوايا ورأسه نقطة ج إلى المخروط الذي قاعدته الكثير
الزوايا ورأسه نقطة د كنسبة قطر دائرة أ إلى قطر دائرة ب مثلثة بالتكرير^(٥٠٤) فنسبة المخروط المضلع الذي رأسه
نقطة ج إلى المخروط المضلع الذي رأسه نقطة د كنسبة المخروط المستدير الذي رأسه نقطة ج إلى مجسم ه^(ب.٥)
فبالعكس نسبة مجسم ه إلى المخروط المستدير الذي رأسه ج كنسبة المخروط المضلع الذي رأسه د إلى المخروط
المضلع الذي رأسه ج والأول أصغر من الثالث، فالثاني أصغر من الرابع^(٥٠٤) فالخروط المستدير الذي رأسه
ج أصغر من المخروط المضلع الذي قاعدته الكثير الزوايا الذي في الدائرة، هذا خلف. ولتكن نسبة المخروط
المستدير الذي رأسه ج إلى مجسم ه الأعظم من المخروط المستدير الذي رأسه د كنسبة قطر دائرة أ إلى قطر
دائرة ب مثلثة بالتكرير ولتكن نسبة المخروط المستدير الذي رأسه نقطة د إلى مجسم ص كنسبة قطر دائرة ب
إلى قطر دائرة أ مثلثة بالتكرير فبالعكس نسبة مجسم ه إلى المخروط المستدير الذي رأسه ج كنسبة قطر / [١١١ ظ]
> دائرة ب إلى قطر دائرة أ مثلثة بالتكرير فنسبة مجسم ه إلى < المخروط المستدير الذي رأسه نقطة ج كنسبة
المخروط المستدير الذي رأسه نقطة د إلى مجسم ص^(٥٠٤) لكن مجسم ه أعظم من المخروط المستدير الذي رأسه
نقطة د. فمجسم ص أصغر من المخروط المستدير الذي رأسه ج^(٥٠٤) فنسبة المخروط المستدير الذي رأسه د إلى
مجسم أصغر من المخروط المستدير الذي رأسه ج كنسبة قطر قاعدته إلى قطر قاعدة المخروط المستدير الذي
رأسه ج مثلثة بالتكرير، هذا خلف لما مرّ. فنسبة المخروط المستدير إلى المخروط المستدير كنسبة قطر قاعدته إلى
قطر قاعدته مثلثة بالتكرير.

ومن هذا تبين أن كل أسطوانتين متشابهتين فإن نسبة إحداها إلى الأخرى كنسبة قطر قاعدتها إلى قطر قاعدة
الأخرى مثلثة بالتكرير، لأن نسبة القطرين مثلثة بالتكرير هي نسبة المخروطين اللذين على قاعدتهما لما مرّ، وكلّ

أسطوانة ثلاثة أمثال مخروطه المستدير^(ط) فنسبة المخروطين هي نسبة الأسطوانتين فنسبة القطرين مثلثة بالتكرير هي نسبة الأسطوانتين، وذلك ما أردنا بيانه. / [١١٢و]

يا [الشكل الحادي عشر]

مخروطان مستديران <قاعدتهما دائرتا أ، ب وسهماها أ ج، ب د وارتفاعهما > بقدر واحد، فأقول: إن نسبة المخروط المستدير الذي رأسه نقطة جـ إلى المخروط المستدير الذي رأسه نقطة د كنسبة دائرة أ إلى دائرة ب.



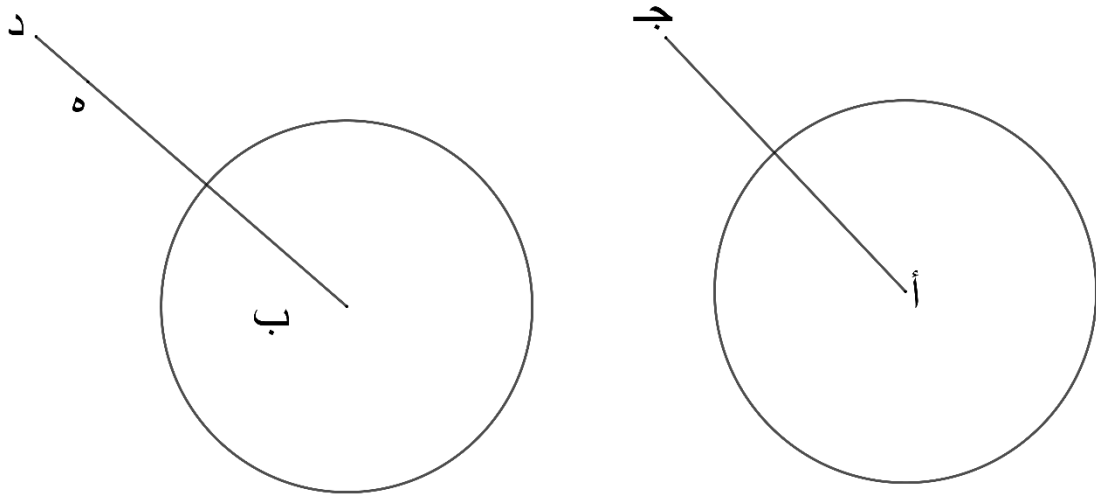
وإلا فلتكن نسبة المخروط المستدير الذي رأسه نقطة جـ إلى مجسم أصغر أو أعظم كنسبة دائرة أ إلى دائرة ب فلتكن أولاً نسبة المخروط المستدير الذي رأسه جـ إلى مجسم هـ الأصغر كنسبة دائرة أ إلى دائرة ب فليكن فضله عليه بمجسم ص ونعمل ما عملناه في الشكل المتقدم فيحصل في الدائرتين شكلان كثيرا الزوايا متشابهان كل واحد منهما منقسم إلى مثلثات متساوية وعلى كل واحد من الشكلين مخروط مضلع مركب من مخروطات متساوية كل واحد منها مشابه لتظيره. فلأن نسبة المخروط المضلع الذي قاعدته الكثير الزوايا ورأسه نقطة جـ إلى المخروط المضلع الذي قاعدته الكثير الزوايا ورأسه نقطة د كنسبة المخروط الذي على مثلث أ ح ف إلى المخروط الذي على مثلث ب ز م^(٥٤) وهي كنسبة مثلث أ ح ف إلى مثلث ب ز م^(٥٥) وهي كنسبة الشكل الكثير الزوايا الذي في دائرة أ إلى الشكل الكثير الزوايا الذي في دائرة ب^(٥٦) وهي كنسبة مربع قطر دائرة أ إلى مربع قطر دائرة ب^(٥٧) وهي كنسبة دائرة أ إلى دائرة ب^(٥٨) وهي كنسبة المخروط المستدير الذي رأسه نقطة جـ إلى مجسم هـ فنسبة المخروط المضلع الذي قاعدته الكثير الزوايا ورأسه نقطة جـ إلى المخروط المضلع الذي قاعدته الكثير الزوايا ورأسه نقطة د كنسبة المخروط المستدير الذي رأسه نقطة جـ إلى المجسم هـ^(٥٩) فبالعكس نسبة مجسم هـ إلى المخروط المستدير الذي رأسه نقطة جـ كنسبة المخروط المضلع الذي قاعدته الكثير الزوايا ورأسه نقطة د إلى المخروط المضلع الذي قاعدته الكثير الزوايا ورأسه نقطة جـ والاول أصغر من الثالث / [١١٢ظ] <فالثاني أصغر من الرابع>، هذا خلف^(٦٠). ولتكن نسبة المخروط > المستدير الذي رأسه نقطة جـ إلى

مجسم هِ الأعظم كنسبة دائرة أ إلى دائرة ب فلتكن نسبة المخروط المستدير الذي رأسه د إلى مجسم ص كنسبة دائرة ب إلى دائرة أ ويلزم منه الخلف بالطريق الذي مرّ في الشكل المتقدم.

ومن هذا تبين أنّ كلّ أسطوانتين مستديرتين ارتفاعهما واحد. فإنّ نسبة إحداها على الأخرى كنسبة قاعدتهما إلى قاعدة الأخرى؛ لأنّ كلّ أسطوانة ثلاثة أمثال مخروطه المستدير (ط) فنسبة الأسطوانتين هي نسبة المخروطين (هـ) ونسبة القاعدتين فنسبة الأسطوانتين هي نسبة القاعدتين، (با) وذلك ما أردنا بيانه.

يب [الشكل الثاني عشر]

مخروطان مستديران قاعدتهما دائرتا أ، ب وسهماهما أ ج، ب د، فأقول: إن كانا متساويين فإنّ قاعدتهما مكافئتان لارتفاعيهما وعلى العكس.



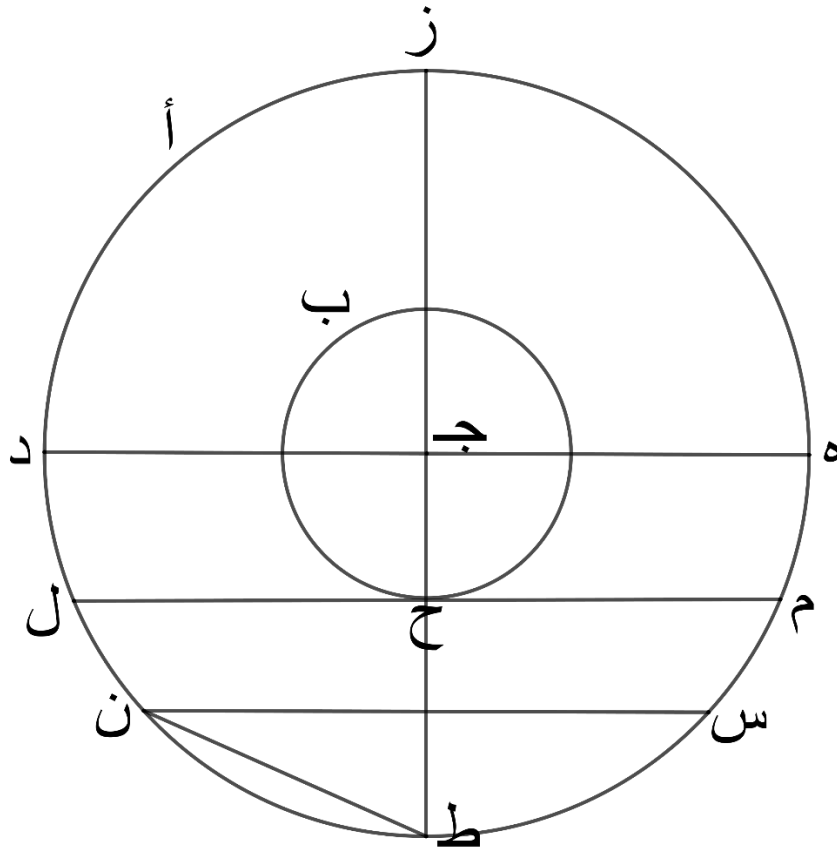
فليكونا متساويين فإن كان الارتفاعان وهما السهمان متساويين فالدائرتان متساويتان وإلا لكان المخروطان غير متساويين، هذا خلف، فالدائرتان متساويتان [113و] فقاعدتهما مكافئتان > لارتفاعيهما ضرورة وإن لم يكونا الارتفاعان متساويين فليكن ب د أطولهما فنفصل منه مثل أ ج (جأ) وهو ب ه وتوهم مخروطاً مستديراً على دائرة ب وسهمه ب ه فنسبة دائرة أ إلى دائرة ب كنسبة مخروط أ ج إلى مخروط ب ه (با) وهي كنسبة مخروط ب د إلى مخروط ب ه (ب) وهي كنسبة ارتفاع ب د إلى ارتفاع ب ه لأنّه إذا أخذت أمثلهما على الشرط المذكور كانت متوافقة في الزيادة والنقصان والمساواة وهي كنسبة ارتفاع ب د إلى ارتفاع أ ج فنسبة دائرة أ إلى دائرة ب كنسبة ارتفاع ب د إلى ارتفاع أ ج (جأ) وأمّا عكسه ولأنّ الارتفاعين إن كانا متساويين فالدائرتان متساويتان فالمخروطان متساويان ضرورة. وإن لم يكونا الارتفاعان متساويين فأحدهما أطول وليكن ب د أطول فنفصل ب ه مثل أ ج (جأ) فلأنّ نسبة مخروط ب د إلى مخروط ب ه كنسبة ارتفاع ب د إلى ارتفاع ب ه لما مرّ، وهي كنسبة ارتفاع ب د إلى ارتفاع أ ج (جأ) وهي كنسبة دائرة أ إلى دائرة ب وهي

كنسبة مخروط أ ج إلى مخروط ب ه^(ب) فنسبة مخروط ب د إلى مخروط ب ه كنسبة مخروط أ ج إلى مخروط ب ه^(ب) فنمخروطا ب د، أ ج متساويان. (ط^{٥٥})

وأقول أيضاً: إنّ كلّ أسطوانتين مستديرتين إذا كانتا متساويتين فقاعدتهما مكافئتين لارتفاعيهما وعلى العكس. أما الأول فلأنّ كلّ أسطوانة ثلاثة أمثال مخروطه المستدير، فالمخروطان متساويان / [113ظ] >فقاعدتهما مكافئتان لارتفاعيهما. وأمّا الثاني فلأنّ المخروطين < حينئذ يكونان متساويين^(ل) وكلّ أسطوانة ثلاثة أمثال مخروطه المستدير^(ط) فالأسطوانتان متساويتان ضرورةً، وذلك ما أردنا بيانه.

يج [الشكل الثالث عشر]

دائرتا أ، ب على مركز واحد وهو نقطة ج ونريد أن نعمل في دائرة أ شكلاً كثير الزوايا متساوي الأضلاع بحيث لا تماس أضلاعه دائرة ب.

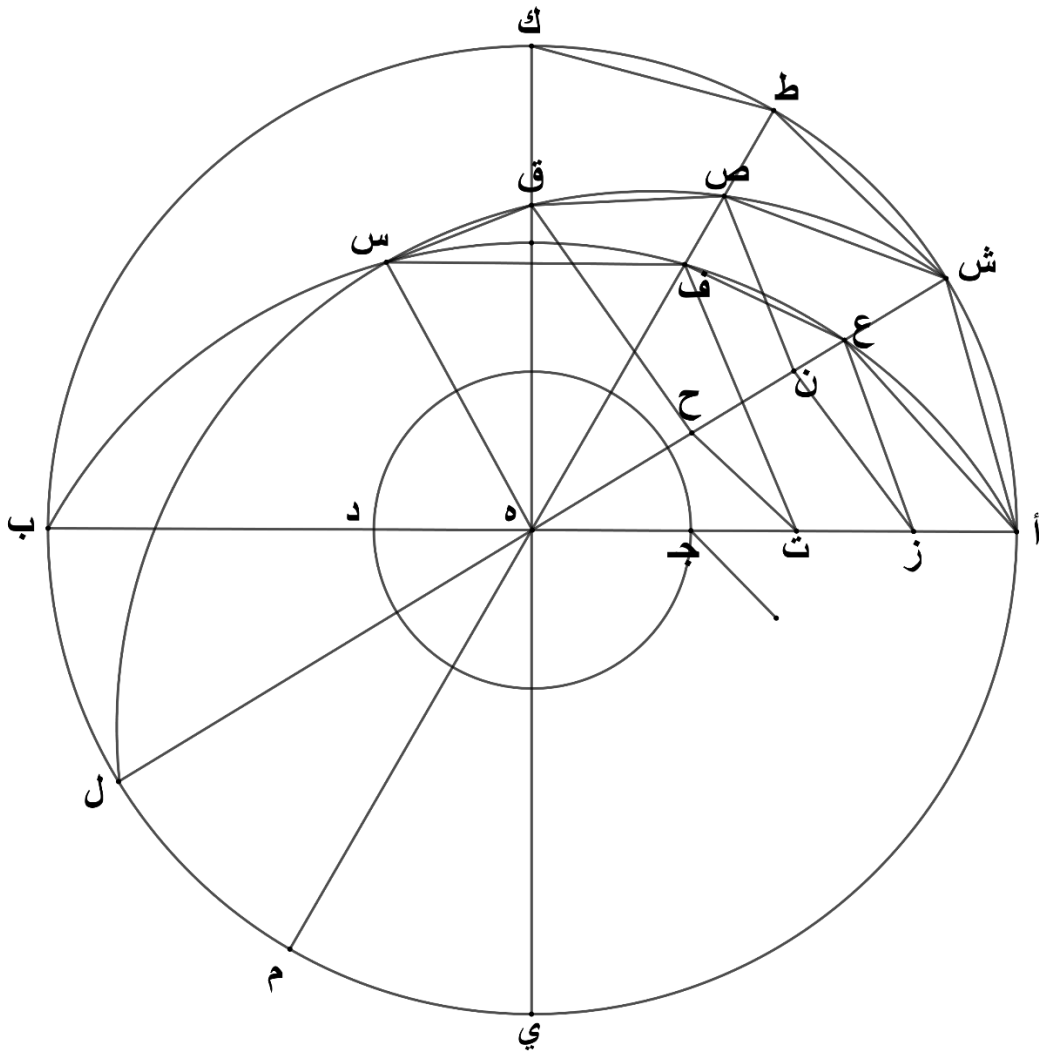


فنخرج قطري د ه، ز ط متقاطعين على زوايا قائمة بالطريق الذي مرّ في الشكل السادس من المقالة الرابعة ونخرج عمود ك ل^(بأ) ونخرجه إلى م ف د ه، ل م متوازيان^(كأ) فننصف قوس د ط^(دج) وننصف نصفه وهكذا إلى أن تقع القسمة بدون نقطة ل ولتكن نقطة ن دون نقطة ل فنخرج من نقطة ن عموداً على ز ط^(بب) فيقطع ك ط؛ لأنه إن وقع على إحدى نقطتي ج، ك فقد خرج من نقطة واحدة عمودان، هذا خلف لما مرّ بعد (يوأ) وإن وقع على نقطة أخرى فقد حدث في مثلث واحد قائمتان، هذا خلف^(بأ) فلا بدّ وأن يقطع

خط ك ط ونخرجه إلى س ونصل ن ط ف ن ط ضلع الشكل المطلوب. فنخرج أوتاراً مساوية له^(د) فيحصل في الدائرة شكل كثير الزوايا لا يماس دائرة ب، وذلك ما أردنا بيانه.

يد [الشكل الرابع عشر]

إذا كان كرتان على مركز واحد ولم تنطبق مقعر العظمى على محدب الصغرى، فأقول: إنه يمكن أن نعمل في الكرة أ العظمى مجسم كثير القواعد بحيث لا تصير السطوح المحيطة به مماسة للكرة الصغرى.



فنقطع الكرتين بسطح يجوز على مركزهما وهو نقطة ه فالفصل المشترك بين هذا السطح وبين كل واحدة من الكرتين محيط دائرة؛ لأن الخطوط [١١٤] الخارجة من المركز إلى المحيط متساوية. فلتكن الدائرتان دائرتي أ ب، ج د ونخرج قطري أ ب، ك ي متقاطعين على زوايا قائمة فقتسي أ ك، ك ب، ب ي، ي أ متساوية (كـ) فكل واحد منها ربع المحيط. فنعمل في دائرة أ ب شكلاً كثير الزوايا متساوي الأضلاع لتمام أضلاعه دائرة ج د (بـ) فلتكن أضلاعه أ ش، ش ط، ط ك الواقعة في ربع الدائرة ونخرج ش ه، ل ط، ه م ونخرج ه س عموداً على سطح دائرة أ ب (بـ) ولتكن نقطة س على بسيط الكرة العظمى ونخرج على خط ه س سطحين يقطعان الكرة على ش، س، ل، أ، س، ب ف ش س، ل، أ س ب محيطا دائرتين مساويتين

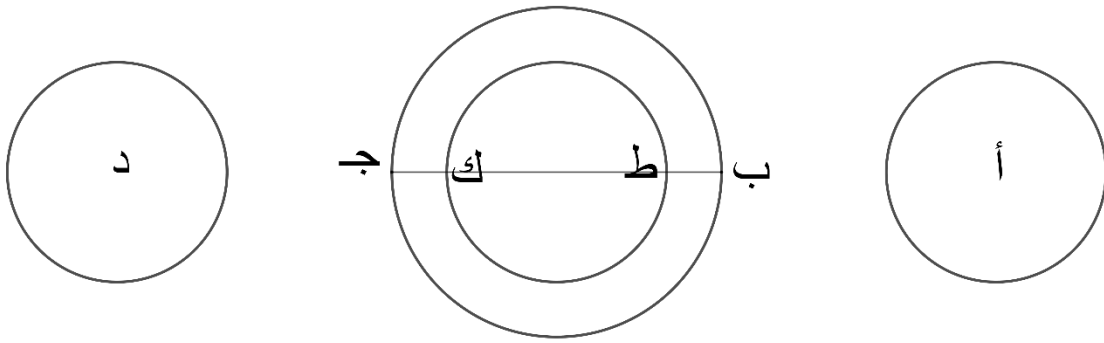
لدائرة أ ب لتساوي أقطارهما وهما عمودان على دائرة أ ب ^(٤٦) وكلّ واحدة من قوسي أ س، ش س تساوي قوس أك ^(٤٧) فكلّ واحدة منهما ربع المحيط فتوقع فيها أوتاراً مساوية لـ س أ ^(٤٨) ولتكن هي أوتار أ ع، ع ف، ف ش، ش ص، ص ق، ق س ونخرج على سطح دائرة أ ب عموداً من نقطة ج ^(٤٩) فهو عمود على خط ج د فيقع خارج الدائرة التي هي الفصل المشترك بين الكرة وبين دائرة أ س ب ^(٥٠) ونخرج من نقطة ع عموداً على سطح دائرة أ ب فيقع على الفصل المشترك ^(٥١) ولا يقطع العمود الخارج من نقطة ج وإلا لحدث في مثلث واحد قائمتان، هذا خلف. ولا يقطع خارج الكرة الظمى؛ لأنّ زاوية ع أ ج حادة فيقع في جانب الزاوية الحادة ^(٥٢) وليقع على نقطة ز ونخرج من نقطة ف عموداً على سطح دائرة أ ب فيقع فيما بين نقطتي ز، ج ^(٥٣) فليكن ف، ت، ونخرج من نقطتي ص، ق عمودين على سطح دائرة أ ب ج وتبين كما بينّا أنّهما يقعان خارج الكرة الصغرى وداخل الكرة العظمى على خط ش ه وليكن هما عمودي ص ن، ق ح ونصل ن ز، ح ت. فلأنّ وتر أ ع مثل وتر ش ص فقوس أ ع مثل قوس ش ص ^(٥٤) فضعفها مثل ضعفها فوتر ضعفها مثل وتر ضعفها ^(٥٥) و ع ف نصف وتر ضعف أ ع ^(٥٦) و ص ق نصف وتر ضعف ش ص ^(٥٧) فهما متساويان ومتوازيان ف ع ص، ز ن متوازيان متساويان ^(٥٨) وكذلك تبين أنّ ف ق، ح ت متوازيان متساويان. / [114 ظ] ولأنّ مربعي ع ز، ز أ مثل مربع أ ع ^(٥٩) أعني مربع ش ص أعني مربعي ش ن، ن ص ^(٦٠) فربعا أ ز، ز ع مثل مربعي ش ن، ن ص ومربع ع ز مثل مربع ن ص فمربع أ ز مثل مربع ش ن فأز مثل ش ن فبقي ن ه مثل ت ه فنسبة ش ن إلى ن ه كنسبة أ ز إلى ن ه ^(٦١) وهي كنسبة أ ز إلى ز ه ^(٦٢) فنسبة ش ن إلى ن ه كنسبة أ ز إلى ز ه ^(٦٣) فأش يوازي ز ن ^(٦٤) الموازي لـ ع ص فأش يوازي ع ص ^(٦٥) فهما في سطح واحد والخطان الواصلان بين طرفيهما في سطحهما ^(٦٦) فذو أربعة أضلاع أ ش ع ص سطح واحد، وكذلك تبين أنّ ع ص ف ق سطح واحد بهذا الطريق، ومثلث س ق ف أيضاً سطح واحد. ^(٦٧) والسطح الخارج من العمود الخارج من نقطة ج يوازي ز ع ص ن؛ لأنّ كلّ واحد منهما عمود على سطح دائرة أ ب ^(٦٨) فهما متوازيان؛ إذ لو التقيا لحدث في مثلث واحد قائمتان، هذا خلف. ^(٦٩) فسطح أ ع ص ش لا يماس الكرة الصغرى وإلا لصار ملاقياً لسطح ز ع ص ن في الجهة الأخرى، فيحيط بـ سطح واحد خطان مستقيمان، هذا خلف. وكذلك سطح ع ص ف ق لا يماس الكرة الصغرى وإلا لصار ملاقياً لسطح ف ق ح ت في الجهة الأخرى لما مرّ، هذا خلف. ومثلث س ق ف لا يماس الكرة الصغرى؛ لأنّا إذا عملنا على نقطة س نظير سطح ز ن ص ع بمثل هذا العمل تبين أنّ المثلث أبعد عن الكرة من ذلك السطح والأقرب لا يماس الكرة فلا أبعد لا يماس أيضاً لما مرّ. وإذا دبرنا التدبير المذكور في سائر الأنواع وقع في الكرة العظمى مجسم كثير القواعد لا يماس الكرة الصغرى.

وأقول أيضاً: إنّهُ إذا عمل في الكرة الصغرى مجسم شبيه بهذا المجسم المعمول يكون نسبتهما نسبة قطري الكرتين مثلاً بالتكرير؛ لأنّ نسبة المخروط الذي قاعدته ذو أربعة أضلاع أ ش ص ع إلى المخروط الشبيه به الذي يقع في الكرة الصغرى كنسبة نصف قطري الكرتين مثلاً بالتكرير ^(٧٠) / [١١٥ و] وهي كنسبة >المخروط الذي ضلع قاعدته خط ش ط إلى المخروط الشبيه به في الكرة الصغرى، فنسبة المخروط الذي قاعدته أ ش ص ع إلى

شبيهه في الكرة الصغرى كنسبة المخروط الذي ضلع قاعدته خطّ ش ط إلى المخروط الشبيه به^(٥٠٤) فنسبة جميع المقدمين إلى جميع التاليين كنسبة مقدم إلى تال^(٥٠٥) وهي كنسبة نصفي قطري الكرتين مثلثة^(٥٠٦) فنسبة مجموع المقدمين إلى مجموع التاليين كنسبة نصفي قطري الكرتين مثلثة بالتكرير^(٥٠٧). وكذلك تبين في جميع مخروطات هذا النصف ومخروطات النصف الآخر من الكرتين فإذا جمعت المخروطات كان نسبة في الكرة العظمى إلى المجسم المعمول في الكرة الصغرى كنسبة نصف قطر الكرة العظمى إلى نصف قطر الكرة الصغرى مثلثة بالتكرير لما مرّ آنفاً وهي كنسبة القطر إلى القطر مثلثة بالتكرير^(٥٠٨) فنسبة المجسم المعمول في الكرة العظمى إلى المجسم المعمول في الكرة الصغرى كنسبة القطر إلى القطر مثلثة بالتكرير^(٥٠٩) وذلك ما أردنا بيانه.

يه [الشكل الخامس عشر]

كل كرتين فهما على نسبة قطريهما مثلثة بالتكرير.



وإلا فلتكن نسبة كرة أ إلى كرة أصغر من ب ج أو أعظم كنسبة قطر كرة أ إلى قطر كرة ب ج مثلثة بالتكرير فلتكن أولاً نسبة كرة أ إلى كرة د الأصغر من كرة ب ج كنسبة قطر كرة أ إلى قطر كرة ب ج مثلثة بالتكرير ولتكن كرة ط ك مثل كرة د ونعمل في كرة ب ج مجسماً كثير القواعد لا يماس كرة ط ك^(٥١٠) وفي كرة أ مجسماً شبيهاً به فنسبة المجسم المعمول في كرة أ إلى المجسم المعمول في كرة ب ج كنسبة قطر كرة أ إلى قطر كرة ب ج مثلثة بالتكرير^(٥١١) وهي كنسبة كرة أ إلى كرة ط ك فنسبة المجسم المعمول في كرة أ إلى المجسم المعمول في كرة ب ج كنسبة كرة أ إلى كرة ط ك^(٥١٢) والمعمول في كرة ب ج أعظم من كرة ط ك فالمعمول في كرة أ أعظم من كرة أ، هذا خلف. ولتكن نسبة كرة أ إلى كرة د الأعظم من كرة ب ج كنسبة قطر كرة أ إلى قطر كرة ب ج مثلثة بالتكرير فبالعكس نسبة كرة د إلى كرة أ كنسبة قطر كرة ب ج إلى قطر كرة أ مثلثة بالتكرير ونسبة قطر كرة ب ج إلى قطر كرة أ مثلثة بالتكرير كنسبة كرة ب ج إلى كرة أ ما ولتكن هي كرة ط ك فنسبة كرة د إلى كرة أ كنسبة كرة ب ج إلى كرة ط ك^(٥١٣) والأول أعظم من الثالث فالثاني أعظم من الرابع^(٥١٤) فنسبة كرة ب ج إلى قطر كرة أ مثلثة بالتكرير كنسبة كرة ب ج إلى [116] كرة أصغر من كرة أ هذا خلف لما مرّ في القسم الأول. فالكرتان على نسبة قطريهما مثلثة بالتكرير، وذلك ما أردنا بيانه.

تمت المقالة الثانية عشرة وهي (يه) شكلاً. ى

المقالة الثالثة عشرة

أ [الشكل الأول]

خطّ أ ب قسّم على نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الأطول أ ج وزيد على أ ج خطّ أ د الذي هو نصف أ ب، فأقول: إنّ مربع ج د خمسة أمثال مربع أ د.



لأنّ ضرب أ ب في ب ج مثل مربع أ ج ^(ب.ب) ف ضرب أ ب في أ ج ضعف ضرب د أ في أ ج ف ضرب أ ب في ب ج وفي ج أ أعني مربع أ ب ^(ب.ب) أعني أربعة أمثال مربع د أ ^(د.ب) مثل مربع أ ج مع ضعف ضرب د أ في أ ج فنجعل مربع د أ مشتركاً ف خمسة أمثال مربع د أ مثل مربعي د أ، أ د مع ضعف ضرب د أ في أ ج أعني مربع د ج، وذلك ما أردنا بيانه.

ب [الشكل الثاني]

مربع ج د خمسة أمثال مربع أ د وزيد على أ ج خطّ ج ب فصار أ ب ضعف أ د، فأقول: إنّ أ ب منقسم على نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الأطول أ ج.



لأنّ ضرب أ ب في أ ج وفي ج ب مثل مربع أ ب ^(ب.ب) أعني أربعة أمثال مربع أ د ^(د.ب) فنجعل مربع د أ مشتركاً ف ضرب أ ب في أ ج وفي ج ب مع مربع د أ خمسة أمثال مربع د أ أعني مربع ج د أعني مربعي د أ، أ ج مع ضعف ضرب د أ في أ ج ^(د.ب) أعني أ ب في أ ج فنسقط مربع د أ المشترك ف ضرب أ ب في أ ج وفي ج ب مثل مربع أ ج مع ضعف د أ في أ ج أعني ضرب أ ب في أ ج فنسقط ضرب أ ب في ب ج المشترك فيبقى ضرب أ ب في ب ج مثل مربع أ ج فنسبة أ ب إلى أ ج مثل سنية أ ج إلى ج ب، وذلك ما أردنا بيانه.

ج [الشكل الثالث]

خطّ أ ب منقسم على ج نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الأطول وهو أ ج / [116ظ] >منصف على د، فأقول: إنّ مربع د ب خمسة أمثال مربع د ج.



لأنّ مربع د ب مثل ضرب أ ب في ب ج مع مربع د ج ^(وب) وضرب أ ب في ب ج مثل مربع أ ج ^(بذو) أعني أربعة أمثال مربع د ج ^(د) لمربع د ب خمسة أمثال مربع د ج، وذلك ما أردنا بيانه.

د [الشكل الرابع]

خطّ أ ب قسّم على ج نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الأطول أ ج وزيد عليه أ د مثل أ ج، فأقول: إنّ د ب منقسم نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الأطول أ ب.



لأنّ نسبة د أ إلى أ ب كنسبة ج أ إلى أ ب ^(ذو) وهي كنسبة ج ب إلى أ ج ^(بذو) فنسبة د أ إلى أ ب كنسبة ج ب إلى ج أ، ^(با) فبالتركيب نسبة د ب إلى أ ب كنسبة ب أ إلى أ ج ^(بج) وهي كنسبة ب أ إلى أ د ^(بذو) فنسبة د ب إلى أ ب كنسبة ب أ إلى أ د، ^(با) وذلك ما أردنا بيانه.

ه [الشكل الخامس]

خطّ أ ب قسّم على ج نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الأطول أ ج، فأقول: إنّ مجموع مربعي أ ب، ب ج ثلاثة أمثال مربع أ ج.



لأنّ ضعف ضرب أ ب في ب ج مع مربع أ ج مثل مربعي أ ب، ب ج ^(ن.ب) وضعف ضرب أ ب في ب ج ضعف مربع أ ج ^(ن.ج) فتلاثة أمثال مربع أ ج مثل مربعي أ ب، ب ج، وذلك ما أردنا بيانه.

و [الشكل السادس]

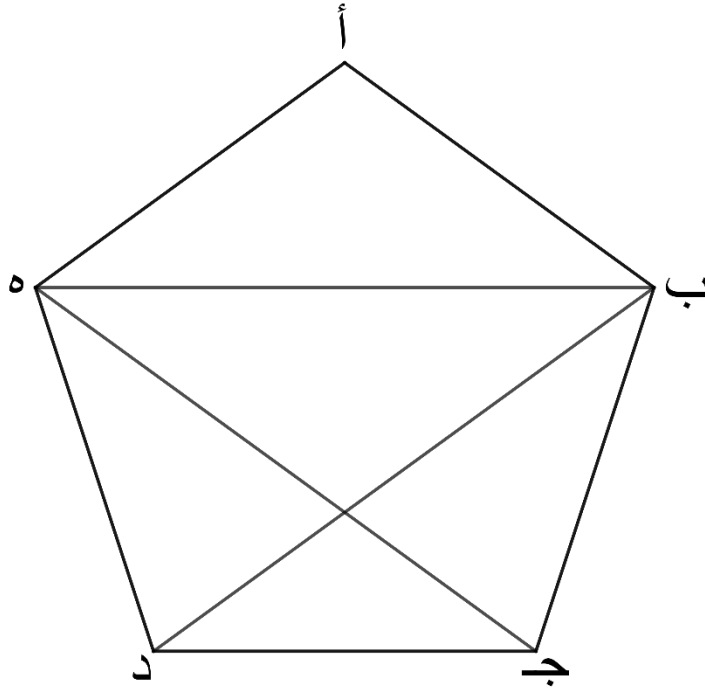
خطّ أ ب منطوق وقسم على ج بنسبة ذات وسط وطرفين، فأقول: إنّ قسميه غير منطوق وهما منفصلان.



فنخرج أ ج ونفصل أ د مثل نصف أ ب ^(ج.أ) فأ د يشارك أ ب المنطق ^(ي.ي) فهو منطوق ومربع ج د خمسة أمثال مربع أ د ^(أ.د) فمربع ج د يشارك مربع أ د المنطق ^(ي.ي) ف ج د منطوق في القوة ولأنّ نسبة الواحد إلى الخمسة كنسبة مربع أ د إلى مربع ج د وليس نسبة الواحد إلى الخمسة كنسبة عدد مربع إلى عدد مربع، وإلا لكان نسبة الخمسة إلى خمسة وعشرين كنسبة عدد مربع إلى عدد مربع والخمسة والعشرين مربع فالخمس مربع، ^(ك.ج) هذا خلف. / [١١٧و] فليس مربعاً > أ د، ج د على نسبة عددين مربعين فأ د لا يشارك ج د في الطول ^(ي) ف ج د غير منطوق في الطول وإلا لكان مشاركاً ل أ د وهو منطوق في القوة فالخطّ المركب من ج د، أ د غير منطوق ^(ج.د) فأ ج منفصل ^(ع.ي) وإذا عمل سطح قائم الزوايا من ضرب أ ب المنطق في ب ج كان مساوياً لمربع أ ج المنفصل فعرض هذا السطح وهو ب ج منفصل ^(ص.ي) فأ ج، ج ب منفصلان ^(ع.ي) وهما غير منطوقان، وذلك ما أردنا بيانه.

ز [الشكل السابع]

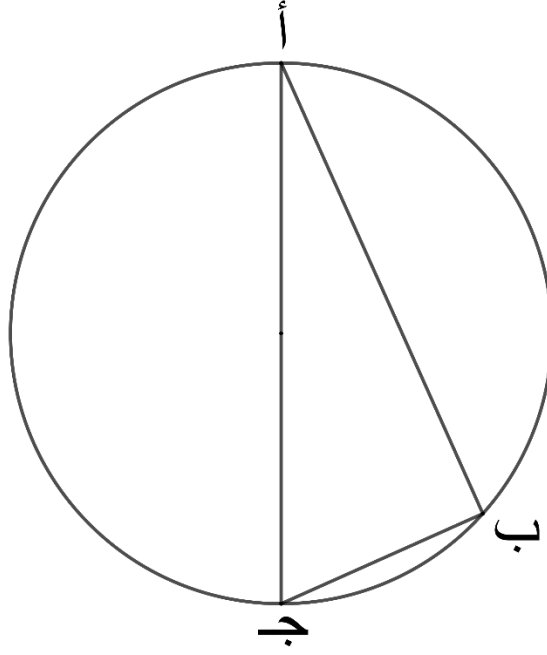
ثلاث زوايا من ممّس أ ب ج د ه المتساوي الأضلاع متساوية، فأقول: إنّّه متساوي الزوايا كلّها.



فلتكن أولاً زواياه المتساوية غير متوالية وهي أ، ج، د ونصل ب ه، ه ج، ب د فهذه الأوتار متساوية^(د١) والزوايا النظائر التي عليها في المثلثات متساوية^(د٢) وكلّ زاويتين في مثلث فوق القاعدة متساويتان^(د٣) وزاويتا ه ب د، ب ه ج متساويتان؛ لأنّ أضلاع مثلثي ب ج ه، ب ه د متساوية كلّ لنظيره وإذا كان كذلك كانت الزاويتان متساويتان^(ح١) فزاوية ب ب تمامها مثل زاوية ه ب تمامها. ولأنّ زاوية ه ب ج مثل ه ج ب^(ه١) وأ ب ه مثل ه ج د^(د٤) فجميع زاوية ج مثل جميع زاوية ب فالزوايا كلّها متساوية. ولتكن الزوايا المتساوية ج د ه المتوالية فقاعدتا ب د، ج ه من مثلثي ب ج د، ج د ه متساويتان^(د٥) والزوايا النظائر التي عليهما في المثلثين متساوية^(د٦) و ه ب د مثل ه ب ج^(ح٢) فجميع زاوية ه مثل جميع زاوية ب فكلّ الزوايا متساوية كما مرّ في غير المتوالية، وذلك ما أردنا بيانه.

ح [الشكل الثامن]

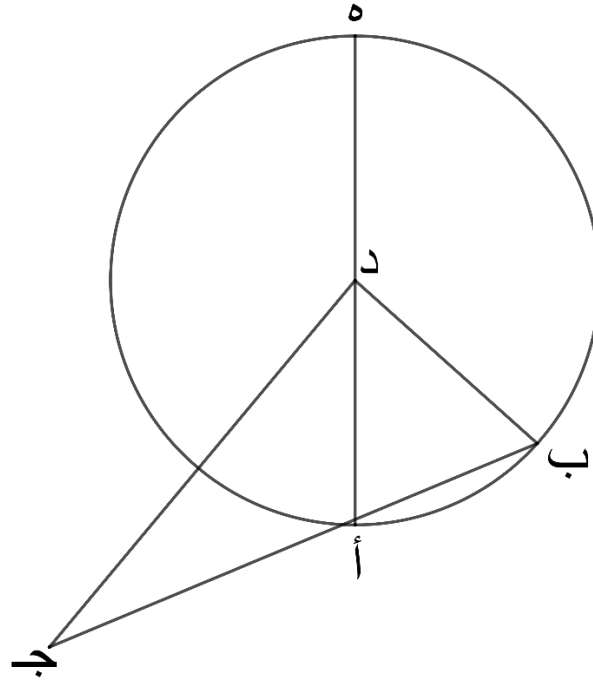
أ ب ضلع المثلث المتساوي الأضلاع في الدائرة، فأقول: إنّ مربّعه ثلاثة / [١١٧ ظ] > أمثال مربّع نصف القطر.



فنخرج قطر أ ج ونصل ب ج، فلأن أ ب وتر الثلث ف ب ج وتر السدس وهو مثل قطر الدائرة (ج.هـ) وزاوية ب قائمة (ج.لا) فربّع أ ج أعني أربعة أمثال مربّع ب ج (د.ب) مثل مربّع أ ب، ب ج (ز.أ) فنسقط مربّع ب ج المشترك يبقى مربّع أ ب ثلاثة أمثال مربّع ب ج أعني ربع نصف القطر، (ه.هـ) وذلك ما أردنا بيانه.

ط [الشكل التاسع]

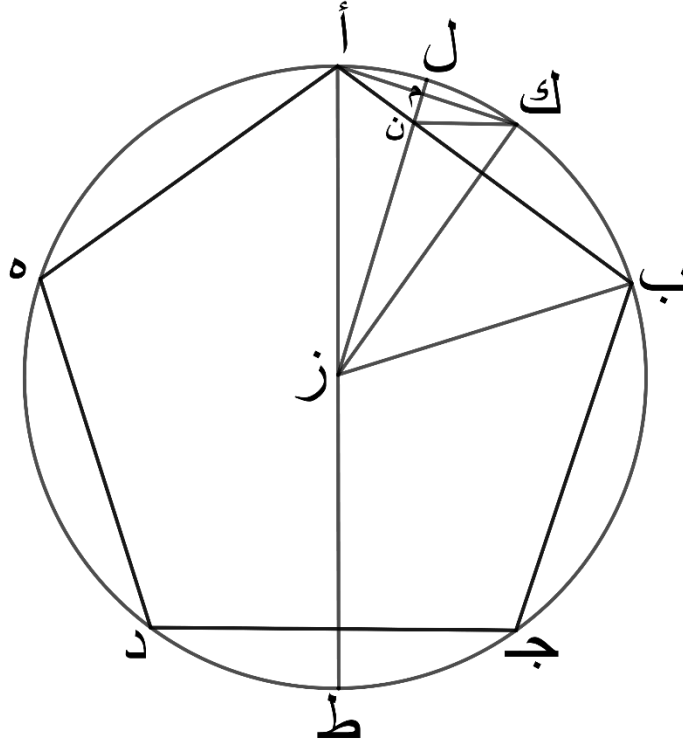
أ ب ضلع المعشّر في الدائرة وقد اتّصل به أ ج وتر السدس على استقامته، فأقول: إن ب ج منقسم على نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الأطول أ ج.



فليكن المركز نقطة د ونخرج أ د ه القطر ونصل د ب، د ج. فلأن أ ج مثل أ د^(١٠٠ج) فزاويتا أ ج د، أ د ج متساويتان^(١٠٠هـ) و ب أ د، أ ب د متساويتان^(١٠٠هـ) فزاوية ب د ه التي هي مثل زاويتي أ ب د، د أ ب^(١٠٠ب) التي هي ضعف زاوية ب أ د التي هي ضعف أ د ج^(١٠٠ب) فزاوية ب د ه أربعة أمثال أ د ج. ولأن نسبة قوس ب ه إلى قوس ب أ كنسبة زاوية ب د ه إلى زاوية ب د أ^(١٠٠ج) لكن قوس ب ه أربعة أمثال قوس ب أ ف ب د ه أيضاً أربعة أمثال أ د ب فزاويتا ب د أ، أ د ج متساويتان وزاوية د أ ب ضعف أ د ج^(١٠٠ب) وكذا ب د ج ضعف زاوية أ د ج فجميع زاوية د مثل زاوية ب أ د وزاوية ب مشتركة بين المثلثين، فالثالثة مثل الثالثة فثلثا ب د ج، ب د أ متشابهان^(١٠٠د) فنسبة ب ج إلى ب د كنسبة ب د إلى أ ب وهي كنسبة أ ج إلى أ ب^(١٠٠ز) فنسبة ب ج إلى ب د كنسبة أ ج إلى أ ب^(١٠٠ب) ونسبة ب ج إلى ب د كنسبة ب ج إلى أ ج^(١٠٠ز) فنسبة ب ج إلى أ ج كنسبة أ ج إلى أ ب^(١٠٠ب) وبالعكس إذا كان ب ج منقسمًا بنسبة ذات وسط وطرفين و أ ج ضلع المسدس فإن أ ب ضلع المعشر؛ لأننا نعمل ما عملنا فلأن نسبة ب ج إلى أ ج كنسبة أ ج إلى أ ب وهي كنسبة د ب إلى أ ب^(١٠٠ز) فنسبة ب ج إلى أ ج كنسبة د ب إلى أ ب^(١٠٠ب) ونسبة ب ج إلى د ب كنسبة ب ج إلى أ ج^(١٠٠ز) / [١١٨] فنسبة ب ج إلى د ب > كنسبة د ب إلى أ ب^(١٠٠ب) وزاوية ب مشتركة بين المثلثين فالمثلثان متشابهان^(١٠٠ز) فزاوية ب د أ مثل ب ج د^(١٠٠ز) وزاوية ب أ د ضعف ب ج د^(١٠٠ب) ف ب أ د ضعف ب د أ و ب أ د مثل أ ب د^(١٠٠هـ) فزاويتا ب أ د، أ ب د أربعة أمثال زاوية ب د أ وهما مثل زاوية ب د ه^(١٠٠ب) ف ب د ه أربعة أمثال ب د أ وهما على نسبة قوسي ب ه، ب أ^(١٠٠ج) فقوس ب أ عشر الدائرة ف ب أ ضلع المعشر، وذلك ما أردنا بيانه.

ي [الشكل العاشر]

مخمس أ ب ج د ه المتساوي الأضلاع والزوايا في الدائرة وأ ك ضلع المعشر فيها، فأقول: إن أ ب يقوي على ضلع المسدس والمعشر؛ أعني يكون مربعه مساوياً لمربعهما جميعاً.

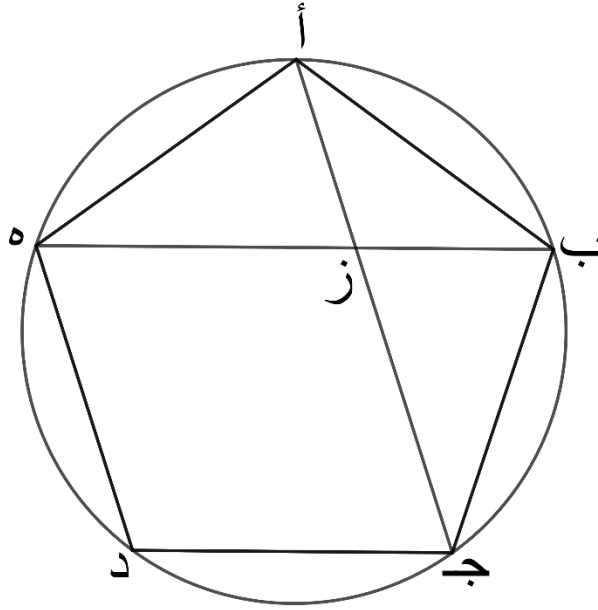


فليكن مركز الدائرة نقطة ز^(أ.ج) ونخرج أ ز ط القطر ونصل ز ب، ز ك، ك ب وننصف أ ك على م^(ي.أ) ونصل ز م ونخرجه إلى ل فهو عمود على أ ك^(ج.ج) ونصل ن ك فقوسا ك ل، أ ل متساويتان وقوسا أ ب ط، أ ه ط متساويتان وأ ب ج، أ ه د أيضاً متساويتان فقوسا ج ط، د ط متساويتان^(ل.ج) فقوس ج ط مثل ك أ فقوس ج ط ضعف قوس ك ل فقوس ب ط ضعف قوس ب ل ونسبة قوس ب ط إلى قوس ب ل كنسبة زاوية ب ز ط إلى زاوية ب ز ل^(ج.ب) فزاوية ب ز ط ضعف زاوية ب ز ن. ولأنّ زاويتي ز ب أ، ز أ ب متساويتان وهما مساويتان لزاوية ب ز ط^(ب.أ) فزاوية ب ز ط ضعف زاوية ب أ ز فزاويتا ب ز ن، ب أ ز متساويتان وزاوية ب مشتركة بين مثلثي ب ز ن، ب أ ز تبقى الثالثة مثل الثالثة^(ب.أ) فالمثلثان متشابهان^(د.ب) فنسبة أ ب إلى ب ز كنسبة ب ز إلى ب ن فسطح أ ب في ب ن مثل مربع ب ز. ولأنّ كلّ واحد من خطّي ك م، م ن، أ م، م ن يحيطان بقائمتين فزاويتا أ ك ن، ك أ ن متساويتان^(أ.د) / [١١٨ ظ] > لكن زاوية ك ب أ مثل ك أ ن^(ه.أ) فزاويتا أ ك ن، ك ب أ من مثلثي > أ ك ن، أ ك ب متساويتان^(د.أ) وزاوية أ مشتركة فالباقية مثل الباقية^(ب.أ) فالمثلثان متشابهان^(د.ب) فنسبة أ ب إلى أ ك كنسبة أ ك إلى أ ن فضرب

أَب في أن مثل مربع أ ك (ب.د) ف ضرب أب في ب ن وفي أن أعني مربع أب (ب.ب) مثل مربعي ب ز، أ ك، وذلك ما أردنا بيانه.

يا [الشكل الحادي عشر]

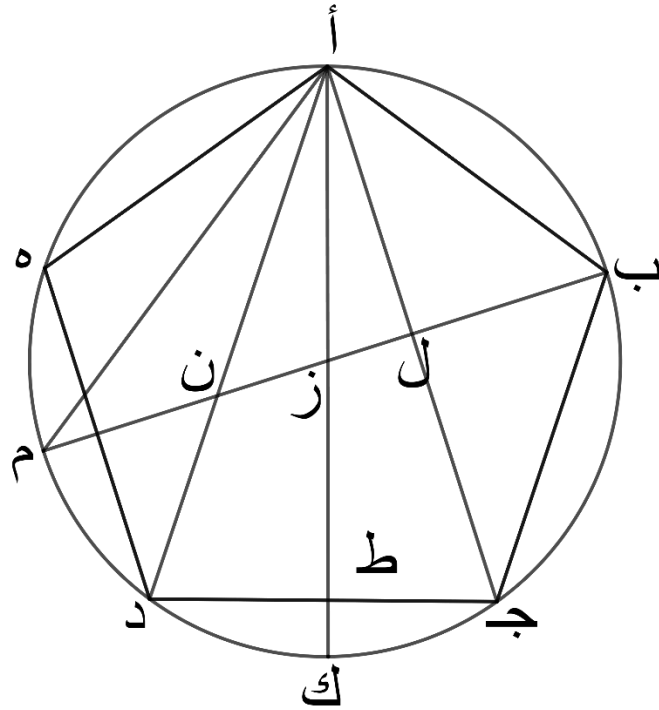
محّس أب ج د ه المتساوي الأضلاع في الدائرة وقد يقاطع وترا زاويتين منه وهما ب ه، أ ج على ز، فأقول: إنهما منقسمان على نسبة ذات وسط وطرفين، والقسم الأطول منهما مثل ضلع الخمس.



لأنّ زاوية أ ه ب مثل ب أ ج (د.أ) و أ ب ه مشتركة بين مثلّتي أ ب ز، أ ب ه تبقى الثالثة مثل الثالثة (ب.أ) فالمثلثان متشابهان (د.و) فنسبة ه ب إلى ب أ كنسبة أ ب إلى ب ز وزاوية أ ز ه مثل زاويتي ز أ ب، ز ب أ (ب.أ) المتساويتين (د.أ) فهي ضعف زاوية ز أ ب، وزاوية ز أ ب ضعف زاوية أ ب ز لأنّهما >مرّكبتان على قوسين إحداهما ضعف الأخرى وهما على نسبة <القوسين (ج.و) فزاويتا ز أ ه، أ ز ه متساويتان ف أ ه أعني أ ب مثل ه. (د.أ) وكذلك تبين في الوتر الآخر، وذلك ما أردنا بيانه.

يب [الشكل الثاني عشر]

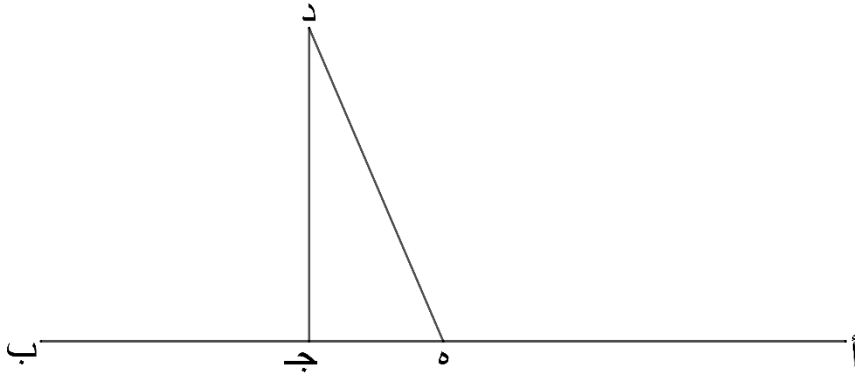
محّس أب ج د ه المتساوي الأضلاع والزوايا في دائرة قطرها منطوق، فأقول: إنّ ضلع الخمس أصمّ وهو المنفصل الأصغر.



فليكن المركز نقطة ز^(أ.ج) والقطر ب ز م ونصل أ د، أ ج، فلأن أ د، أ ج متساويان^(د.أ) فزاويتا أ ج د، أ د ج متساويتان^(ه.أ) وقوسا ج ك، د ك المنفصلتان من نصفي المحيط متساويتان لما مرّ في شكل (ي) فزاويتا ج أ ك، د أ ك متساويتان^(ع.ج) فزاويتا أ ط ج، أ ط د متساويتان^(ك.أ) فأ ط عمود على ج د ف ج د منصف على ط^(ج.ج) وكذلك قوس م د مثل م ه مثل قوس أ م مثل قوس ج م فزاويتا ب متساويتان^(ع.ج) وزاوية ب أ ج مثل ب ج أ^(أ.ه) فزاويتا ل متساويتان^(ك.أ) فأ ل مثل ل ج^(ك.أ) ف ب ل عمود على أ ج فزاوية أ ل ز قائمة^(ه.أ) وزاوية ج أ ط مشتركة بين مثلّي أ ل ز، أ ط ج فأ ز ل مثل أ ج ط^(ب.أ) فالمثلثان متشابهان. فنجعل ز ن ربع أ ز فلأن نسبة ج ط إلى ز ل كنسبة ج أ إلى ز أ لكن نسبة ربع ج أ إلى ربع أ ز كنسبة أ ج إلى أ ز^(ه.ه) فنسبة ج ط إلى ز ل كنسبة ربع أ ج إلى ربع أ ز^(ه.ه) فنسبة ج ط إلى ربع أ ج كنسبة ز ل إلى ز ن^(ب.ه) ونسبة ج د إلى ج ط كنسبة ج ل إلى ربع أ ج^(ه.ه) فنسبة ج ط إلى ربع أ ج كنسبة ج د إلى ج ل^(ب.ه) فنسبة ج د إلى ج ل كنسبة ل ز إلى ز ن^(ب.ه) فتتوهم ج ل على استقامة ج د فنسبة د ج ل إلى ل ج كنسبة ل ن إلى ز ن^(ه.ه) فنسبة مربع د ج ل إلى مربع / [١١٩ظ] ج ل > كنسبة ل ن إلى مربع ز ن^(ك.ب) وإذا قسّم أ ج نسبة ذات < وسط وطرفين فالأطول مثل ج د^(ب.أ) فمربع ل ج د خمسة أمثال مربع ج ل^(أ) فمربع ل ن خمسة أمثال مربع ز ن ومربع ب ن خمسة وعشرون مثلاً لمربع ز ن. لأننا إذا عملنا على ب ن مربعاً^(ب.أ) وقسّمنا كلّ ضلع منه بخمسة أقسام متساوية ووصلنا بين كلّ نقطة من نقط الانقسام خطاً انقسم مربع ب ن بخمسة وعشرين مثلاً لمربع ز ن فمربع ب ن خمسة أمثال مربع ل ن فهما مشتركان ومربع ب ن منطبق؛ لأنّ مربع ب ن منطبق^(ي.ي) ومربع ز ن يشاركه فهو أيضاً منطبق^(ي.ي)

فربّع ب ن يشارك كل واحد منهما^(باي) فهو منطق^(بي) فربّع ل ن منطق ف س ن، ل ن منطقان في القوة ومربّعاهما ليسا على نسبة عددين مربّعين فهما متباينان في الطول^(ذي) ف ب ن، ل ن منطقان في القوة وفيها فقط مشتركان فالخطّ المركّب منهما غير منطق^(عي) ف ب ل غير منطق. ولأنّ ب ن يزيد على ل ن في القوة بمربّع ه ز أربعة أمثال مربّع ل ن فنسبة مربّع ب ن إلى ذلك المربّع الفضل كنسبة الخمسة إلى الأربعة اللتين ليسا على نسبة عددين مربّعين؛ إذ لو كانتا كذلك لكانت الخمسة مربّعاً، هذا خلف. فخطّ ن ب لا يشارك ضلع المربّع في الطول^(ذي) ويشاركه في القوة ف ب ل الغير المنطق هو المنفصل الرابع والخطّ القوي على سطح ب م المنطق في ب ل أنما هو المنفصل الأصغر^(صاي) ونصل أ م فزاوية ب أ م قائمة^(لاج) و أ ب م مشتركة بين مثلثي أ ب م، أ ل ب فالباقية مثل الباقية^(لبأ) فالمثلثان متشابهان^(ذو) فنسبة م ب إلى ب أ كنسبة ب أ إلى ب ل ف م ب في ب ل / [١٢٠] مثل مربّع أ ب ف أ ب هو الذي يسمّى المنفصل وهو أصمّ^(عي) وذلك ما أردنا بيانه.

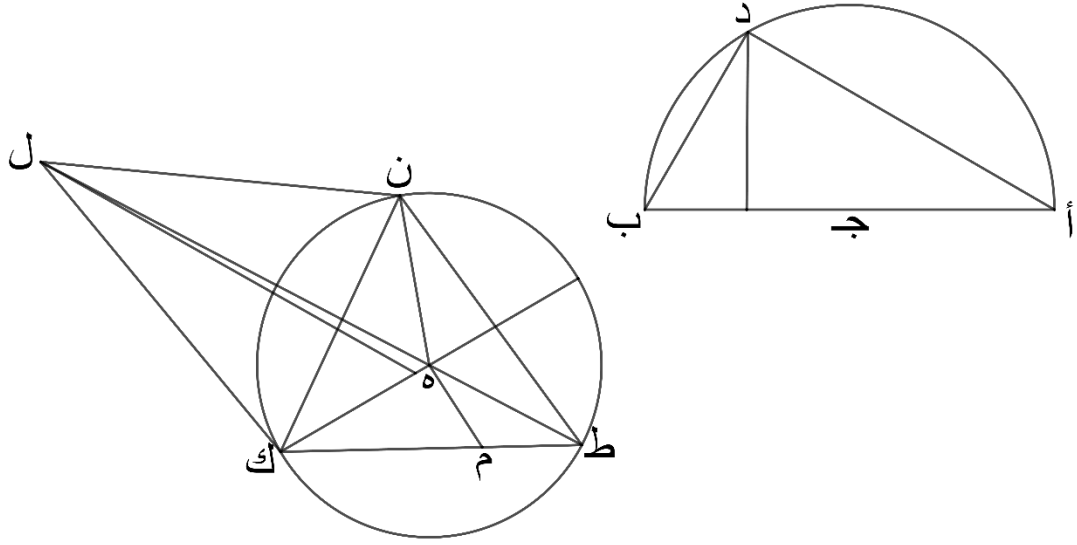
مقدّمة: خطّ أ ب قسّم على ج وأخرج منه عمود ج د وضرب أ ج في ج ب مثل مربّع ج د، فأقول: إنّ أ ب إذا نُصّف على ه وأدير عليه دائرة فيمرّ محيطها بنقطة د؛



لأنّا نصل ه د فضرب أ ج في ج ب أعني مربّع ج د مع مربّع ه ج أعني مربّع ه د^(مأ) مثل مربّع ه ب^(ب) ف ه ب مثل ه د فإذا جعلنا ه مركزاً وبعد ه ب دائرة فإنّها تمرّ بنقطة د، وذلك ما أردنا بيانه.

يج [الشكل الثالث عشر]

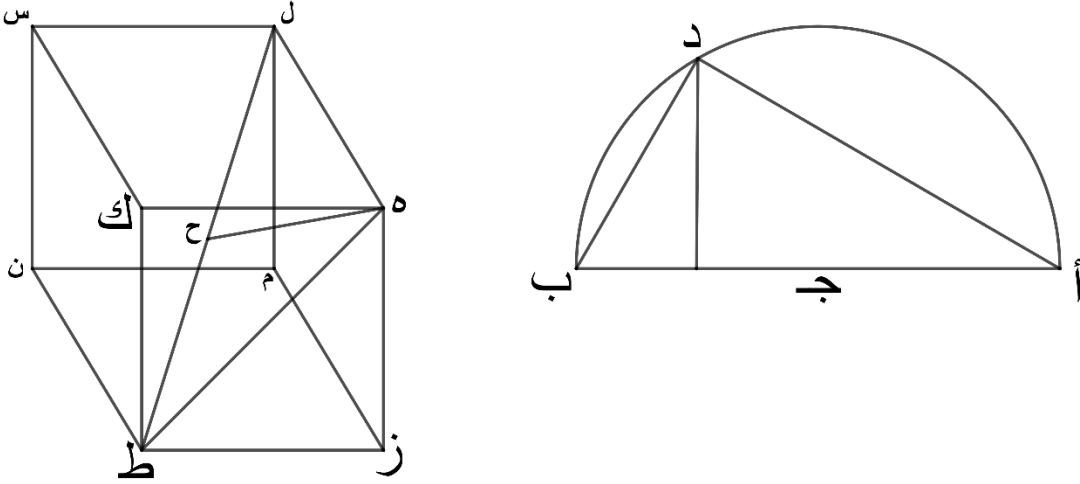
نريد أن نعمل في كرة قطرها أ ب مخروطاً ذا أربع قواعد مثلثات متساوية الأضلاع، ونبيّن أنّ مربّع قطر الكرة مثل ونصف مربّع ضلع المخروط.



فننصف أ ب ^(ي.أ) ونزيد عليه نصف دائرة ونفصل ب ج ثلث أ ب ^(ب.ب) ونخرج عمود ج د ^(يا.أ) ونصل أ د،
د ب ونفرض ز ه مثل ج د ^(ج.أ) ونجعل ه مركزاً وبعده ز دائرة ونعمل فيها مثلثاً متساوي الأضلاع ^(ب.د)
وهو ن ك ط فمركز الدائرة يقع في المثلث؛ لأن كل واحدة من القسي الثلاث أصغر من نصف الدائرة ونصل
خطوط ه ن، ه ك، ه ط ونخرج ه ل عموداً على سطح الدائرة ^(ب) ونفصله مثل أ ج ^(ج.أ) ونخرجه على الاستقامة
من الجهة الأخرى ونفصل ه م مثل ج ب ^(ج.أ) ونصل خطوط ل ن، ل ط، ل ك فلأن زاوية أ د ب
قائمة ^(لا.ج) فالمثلثات الثلاثة متشابهة ^(ح.ب) فنسبة ج ب إلى د ب كنسبة د ب إلى أ ب فنسبة مربع ج ب إلى
مربع ب د كنسبة ج ب إلى أ ب ^(ع.ب) فنسبة أ ب إلى ج ب كنسبة مربع ب د إلى مربع ج ب ولأن
نسبة د ب إلى أ د كنسبة ج ب إلى د ج فبالإبدال نسبة د ب إلى ج ب كنسبة أ د إلى د ج ^(و.ب) فنسبة
مربع د ب إلى مربع ب ج كنسبة مربع أ د إلى مربع د ج ^(ك.ب) فنسبة أ ب إلى ب ج كنسبة مربع أ د
إلى مربع د ج ^(با.أ) فربع أ د ثلاثة أمثال مربع د ه، ومربع ك ط أيضاً ثلاثة أمثال مربع ن ه ^(ح) أعني د ج
فكل واحد من أضلاع مثلث ن ط ك مثل ن ط ^{(١٢٠ ظ]} أ د، ولأن مربع ل ن مثل مربعي ل ه، ه ن ^(ز.أ)
أعني مربعي أ ج، ج د أعني مربع أ د ^(ز.أ) فل ن ط مثل أ د وكل واحد من ل ط، ل ك أيضاً مثل أ د لهذا
البرهان بعينه. فالمثلثات الأربع متساوية الأضلاع. ولأن نسبة أ ج إلى ج د كنسبة ج د إلى ب ج ف ضرب
أ ج في ج ب أعني ل ه في ه م مثل مربع د ج ^(ز.د) أعني مربع ن ه فإذا خططنا على ل م نصف دائرة
فيمر بنقطة ن لما مر من المقدمة وإذا أدركناه حول المخروط تمر بنقط زوايا المخروط لهذا بعينه ولأن نسبة أ ب
إلى أ د كنسبة أ د إلى أ ج فنسبة أ ب إلى أ ج كنسبة مربع أ ب إلى مربع أ د ^(ع.ب) لكن أ ب مثل ونصف
أ ج فربع أ ب أعني مربع ل م مثل ونصف مربع أ د أعني ل ن فربع قطر الكرة مثل ونصف مربع ضلع
المخروط المعمول فيها، وذلك ما أردنا بيانه.

يد [الشكل الرابع عشر]

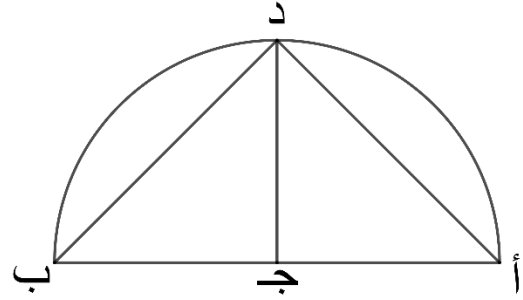
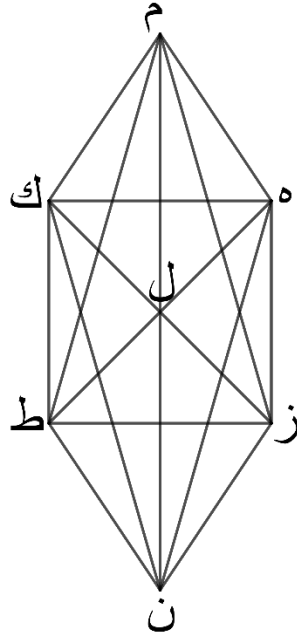
نريد أن نعمل في كرة قطرها مثل أ ب مكعباً ونبين أن مربع قطر الكرة ثلاثة أمثال مربع ضلع المكعب.



فنصل ب ج ثلث أ ب (ب.و) ونصّف أ ب (ي.أ) وندير عليه نصف دائرة ونخرج عمود ج د (ب.أ) ونصل أ د، د ب ونفرض ه ز مثل د ب ونخرج من نقطة ج خطّ ه ز مثل د ب (ج.أ) ونعمل عليه مربعاً (م.أ) وهو ه ز ط ك ونخرج ه ل، ز م، ط ن، ك س أعمدة في السمك على [١٢١و] سطح ه ز ط ك (ب.ب) ونفصل كلّ واحد منها مثل ه ز (ج.أ) ونتمّ المكعب ونصل ه ط، ل ط فزاوية ل ه ط قائمة فنخرج ه ح عموداً على ل ط (ب.أ) فثلثا ه ح ط، ه ح ل متشابهان (ح.و) فنسبة ط ح إلى ه ح كنسبة ه ح إلى ح ل فسطح ط ح في ح ل مثل مربع ه ح (ب.و) فإذا نصّفنا ل ط (ي.أ) وأدركنا عليه دائرة فإنّها تمرّ بنقطة ه لما مرّ بعد شكل (ب). وإذا أدركنا حول المكعب تمرّ بنقط زوايا المكعب لهذا بعينه وزاوية أ د ب قائمة (لا.ج) فثلثا أ ب د، د ج ب متشابهان (ح.و) فنسبة أ ب إلى ب د كنسبة ب د إلى ج د فنسبة مربع أ ب إلى مربع ب د كنسبة أ ب إلى ب ج (ب.و) فمربع أ ب ثلاثة أمثال مربع ب د ومربع ه ط مثل مربعي ه ز، ز ط (م.أ) ومربع ل ط مثل مربعي ه ط، ل ه (م.أ) فمربع ل ط ثلاثة أمثال مربع ل ه أعني د ب فقطر الكرة مثل أ ب ومربعه مثل ثلاثة أمثال مربع ضلع المكعب الذي عمل فيها، وذلك ما أردنا بيانه.

يه [الشكل الخامس عشر]

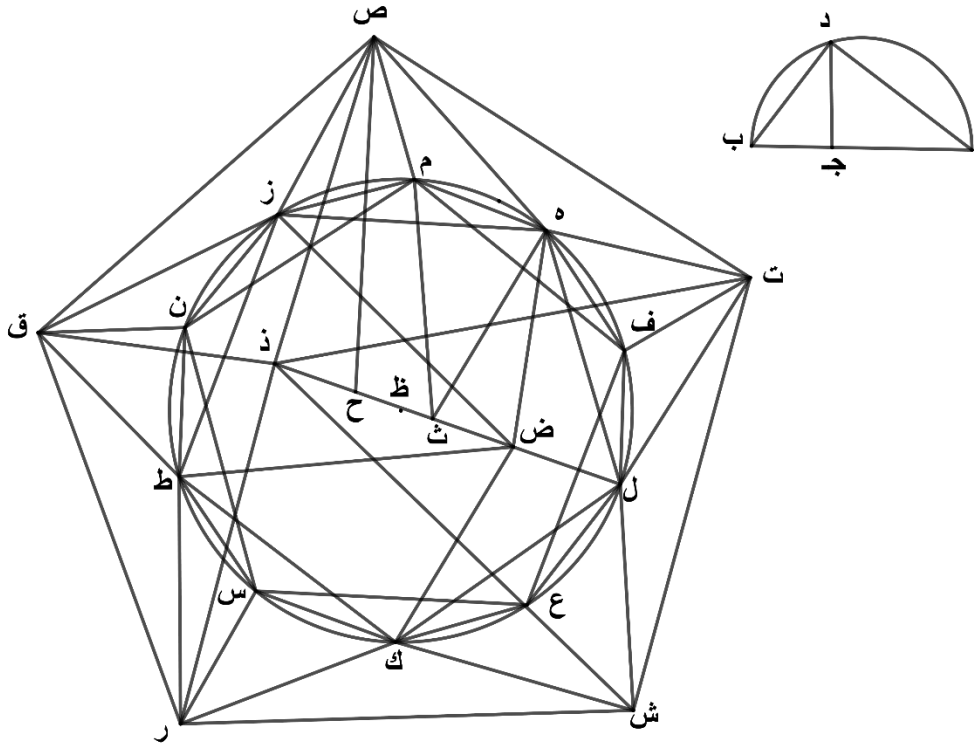
نريد أن نعمل في كرة قطرها أ ب مجسماً ذا ثمان قواعد مثلثات متساويات الأضلاع ونبين أن مربع قطر الكرة ضعف مربع ضلع ذلك المجسم.



فننصف أ ب على ج ^(ي.أ) وندير عليه نصف دائرة ونخرج عموداً ج د ^(يا.أ) ونصل أ د، د ب ونفرض ه ز مثل د ب ونعمل مربع ه ز ط ك ^(مو.أ) ونصل قطري ه ط، ز ك فيتقاطعان على نقطة ل ونخرج من نقطة ل عموداً على سطح ه ز ط ك ^(يب.أ) وينفذه من الجهتين وهو ل ن / [١٢١ ظ] ونفصل كل واحد من ل م، ل ن مثل ج ب ^(ج.أ) ونصل من نقطتي م، ن خطوطاً إلى نقط زوايا المربع فزوايا مثلث ه ز ك مثل قائمتين ^(لب.أ) وزاوية ه قائمة فزوايتا ه ز ك، ه ك ز قائمة وهما متساويتان ^(د.أ) فكل واحد منهما نصف قائمة وكذا نظائرها مخطوط ل ك، ل ط، ل ز، ل ه متساوية. ولأن د ج مثل ج ب؛ لأن كل واحد منهما نصف قطر الدائرة ومربع د ب مثل مربعي د ج، ج ب ^(ز.أ) وكذا مربع ه ز مثل مربعي ه ل، ل ز ^(ز.أ) فربعا د ج، ج ب مثل مربعي ه ل، ل ز ومربعاً د ج، ج ب متساويان، وكذا مربعاً ز ل، ه ز فخطوط د ج، ج ب، ه ل، ل ز متساوية. وهكذا تبين أن ل ك، ل ط، د ج، ج ب متساوية وزوايا ل قوائم و ل م مشترك بين المثلثات الأربع فقواعدها أيضاً متساوية. ^(د.أ) ولأن مربع ه م مثل مربعي ه ل، ل م ^(ز.أ) أعني مربعي د ج، ج ب ف ه م مثل د ب أعني ه ز وكذلك تبين أن ز م مثل ه ز فثلث ه ز م متساوي الأضلاع وكذلك تبين أن المثلثات الثلاث أيضاً متساويات الأضلاع فقد حدث أربع مثلثات رؤوسها نقطة م متساويات الأضلاع وأربع أخرى رؤوسها نقطة ن متساويات الأضلاع لهذا بعينه. فالمثلثات الثمانية متساويات متساويات الأضلاع. فإذا أدير على مركز ل وببعد نقطتي م، ن نصف دائرة فتمرر بنقطة ه؛ لأن ه ل مثل ن ل أعني ب ج، وكذلك إذا أديرنا حول الجسم تمرر بنقطة ك ط ز، ولأن زوايا مثلث م ل ه مثل قائمتين ^(لب.أ) وزاوية ل قائمة فالباقيتان مثل قائمة ^(لب.أ) وهما متساويان ^(د.أ) فزاوية ل ه م نصف قائمة وكذلك تبين أن ه ل نصف قائمة فجميع زاوية ه قائمة، فربيع م ن مثل مربعي م ه، ه ن ^(ز.أ) المتساويين لما مرّ، فهو ضعف مربع ه ن الذي هو ضلع الجسم، وذلك ما أردنا بيانه. / [١٢٢ و]

يو [الشكل السادس عشر]

نريد أن نعمل في كرة قطرها أ ب المنطق مجسماً ذا عشرين قاعدة مثلثات متساويات الأضلاع ونبين أن ضلع المجسم أصم وهو الذي يسمى المنفصل الأصغر.

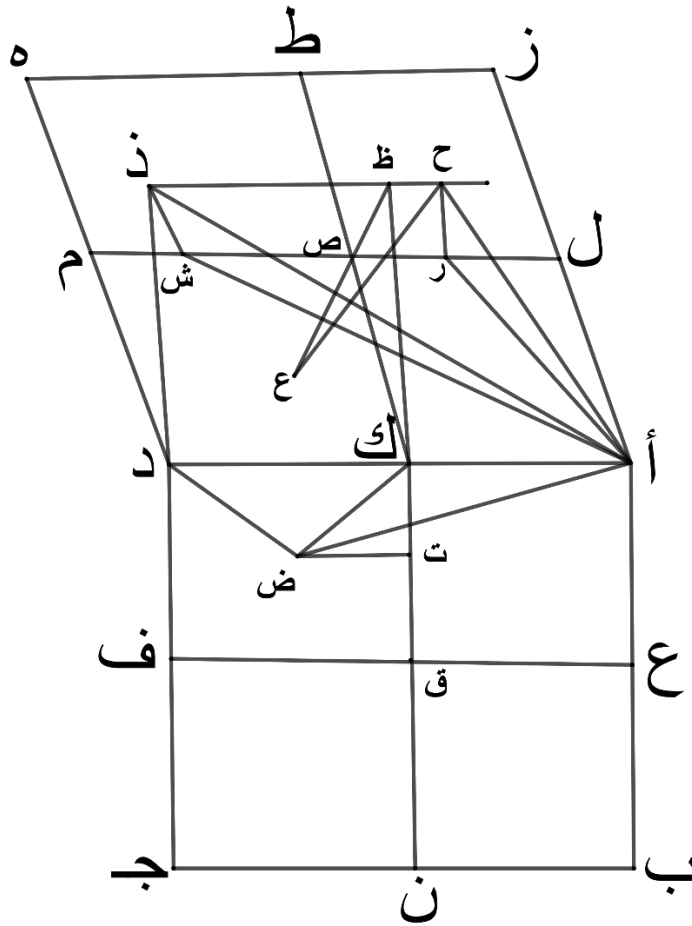


فننصف أ ب ^(١) ونعمل عليه نصف دائرة ونفصل ج ب ربع أ ب ^(٢) ونخرج ج د عموداً على أ ب ونصل أ د، د ب ونفرض خطاً مثل د ب ^(ج١) ونجعل ذلك الخط نصف قطر دائرة ونعمل فيها مخمس ه ز ط ك ل متساوي الأضلاع ^(ب٢) وننصف القسي على م، ن، س، ع، ف ^(د٣) ونصل الأوتار ونخرج في السمك خطوط م ص، ن ق، ع ش، ف ت أعمدة على سطح الدائرة ^(ب٢) ونفصل كل واحد منها مثل نصف قطر الدائرة ^(ج١) ونصل خطوط ص ق، ق ر، ر ش، ش ت، ت ص، ص ز، ز ق، ق ط، ط ر، ر ك، ك ش، ش ل، ل ت، ت ه، ه ص ونصل ه م، م ز، فلأن ه م ضلع المعشر في الدائرة و م ص مثل ضلع المسدس فيها ومربع ه ص مثل مربعيهما ^(ز١) أعني مثل مربع ضلع الخمس ^(٥) ف ه مثل ضلع الخمس في الدائرة أعني مثل ه ز وكذلك ص ز مثل ه ز لهذا بعينه فثلث ص ه ز متساوي الأضلاع. وكذلك تبين أن المثلثات التي على قواعد ز ط، ط ك، ك ل، ل ه ورؤوسها ق، ر، ش، ت كلها متساوية الأضلاع و م ص، ن ق متساويان ومتوازيان ^(ب٢) ف ص ق م مساو ومواز ل م ن ^(ج١) وهو ضلع الخمس في الدائرة فثلث ص ق ز متساوي الأضلاع وكذلك تبين أن المثلثات التي على قواعد ق ر، ر ش، ش ت، ت ص ورؤوسها ط، ك، ل، ه كلها متساوية الأضلاع. فنعمل على مركز الدائرة علامة ث ونخرج في السمك ث ح عموداً على سطح الدائرة ^(ب٢) ونخرجه في الجهتين بغير نهاية ونفصل منه ث ح مثل نصف قطر الدائرة ^(ج١) و ح ذ، ض ث

كل واحد منهما مثل ه م^(ج١) ونخرج من نقط ص، ق، ر، ش، ت خطوطاً إلى ذ ومن نقط ه، ز، ط، ك، ل خطوطاً إلى ض ونصل أيضاً خطوط ه، ث م، ح ص. ولأنّ ث ح، م ص متوازيان^(د١) ومتساويان ف ص ح مثل نصف قطر الدائرة^(ج١) وح ذ مثل ضلع المعشر وزاوية ص ح ذ قائمة؛ لأنها مثل ه ث ح^(ك١) فربّع ص ح مثل مربّعي ضلع المسدّس والمعشر^(ز١) أعني مثل مربّع ضلع الخمّس^(ي) فهو مثل ضلع الخمّس في الدائرة. وكذلك تبين أنّ خطوط ذ ق، ذ ر، ذ ش، ذ ت كل واحد منهما مثل ضلع الخمّس، فالمثلثات الخمس التي على خطوط ص ق، ق ر، ر ش، ش ت، ت ص ورؤوسها نقطة ذ متساوية الأضلاع. وكذلك مربّع ه ص مثل مربّعي ضلع المسدّس والمعشر^(ز١) أعني مربّع ضلع الخمّس^(ي) فهو مثل ضلع الخمّس في الدائرة وكذلك تبين أنّ كل واحد من خطوط ض ز، ض ط، ض ك، ض ل، ض ه مثل ضلع الخمّس في الدائرة فالمثلثات الخمس التي قواعدها خطوط ه ز، ز ط، ك ل، ل ه متساوية الأضلاع فقد أحاط بالجسم الذي إحدى زواياه ذ والتي تقابلها ض عشرون مثلثات متساوية الأضلاع. ولأنّ خطّ ث ذ منقسم بنسبة ذات وسط وطرفين على ح وقسمه الأطول ث ح / [123و] فنسبة ض ح إلى >ص ح كنسبة ض ح إلى ث ح^(ز١) وهي كنسبة ث ح إلى ذ ح^(ز١) وهي كنسبة ص ح إلى ذ ح^(ز١) فنسبة ض ح إلى ص ح كنسبة ص ح إلى ح ذ^(ب١) فضرب ض ح في ح ذ مثل مربّع ح ص^(ز١) فننصف ض ذ على ط^(ي١) ونعمل ببعد ط ذ دائرة فتمرّ بنقطة ص لما مرّ بعد شكل (يب). وإذا أدير الدائرة حول الجسم المعمول فتمرّ بسائر نقط زوايا الجسم لهذا بعينه. ولأنّ زاوية أ د ب قائمة^(ج١) فثلثا أ د ب، ج د ب متشابهان^(ح١) فنسبة أ ب إلى د ب كنسبة د ب إلى ج ب فنسبة مربّع أ ب إلى مربّع ب د كنسبة أ ب إلى ب ج^(د١) فربّع أ ب خمسة أمثال مربّع ب د ونسبة مربّع ض ذ إلى مربّع ث ح كنسبة مربّع ط ذ إلى مربّع ظ ح لكن مربّع ظ ذ خمسة أمثال مربّع ظ ح^(ج١) فربّع ض ذ خمسة أمثال مربّع ث ح أعني ب د ف ض ذ مثل أ ب. ولأنّ أ ب المنطق يشارك د ب ف د ب منطق،^(ي١) و د ب يشارك ضعفه فضعفه منطق^(ي١) فقطر الدائرة منطق فضلع الخمّس المعمول فيها أصمّ وهو المنفصل الأصغر^(ب١) وهو متساوٍ لضلع هذا الجسم لما مرّ فضلع هذا الجسم أصمّ وهو المنفصل الأصغر، وذلك ما أردنا بيانه. / [123ظ]

يز [الشكل السابع عشر]

نريد أن نعمل في كرة مفروضة مجسماً ذا اثني عشر قاعدة مخمسات متساوي الأضلاع والزوايا ونبين أنّ ضلعه منفصل إذا كان ضلع المكعب المعمول فيها منطقاً.



فنعمل في الكرة المفروضة مكعباً^(د) وليكن سطحان متقاطعان من سطوحه أ ب ج د، أ د هـ ز ونصّف أضلاع السطحين على ط، ك، ل، م، ك، ن، ع، ف^(ي) ونصل بين كلّ منتصف من ضلعين مقابلين وليكن تقاطعها على ص، ق ونقسم كلّ واحد من خطوط ص ل، ص م، ق ك بنسبة ذات وسط وطرفين على ر، ش، ت^(ل،و) ولتكن الأقسام الطويلة ص، ر، ق، ت ونخرج من ر س على سطح / [١٢٤] أ د هـ عمودين^(ب،ب) وهما ر ح، س ذ وعلى سطح أ ب ج د أيضاً عمود ت ض ولنفصل < من كلّ واحدة من الأعمدة مثل ص ر^(ج،أ) ونصل خطوط ض أ، أ ح، ح ذ، ذ د، ض د، فلأنّ ز ل يوازي ويساوي هـ م ف ز هـ يوازي ل م^(ج،أ) ولأنّ ز ط يوازي ويساوي أ ك ف أ ز يوازي ك ط^(ج،أ) فسطح ل ط متوازي الأضلاع فل ص مثل ز ط^(ل،أ) أعني أ ل. ولأنّ زاوية أ ل ر مثل ل ز ط القائمة^(كط) ولأنّا نصل أ ر فلأنّ مربع ل ص أعني أ ل مع مربع ل ر أعني مربع أ ر ثلاثة أمثال مربع ر ص^(هـ) أعني ثلاثة أمثال مربع ر ح فربعا أ ر، ر ح أعني مربع أ ح^(ز،أ) أربعة أمثال مربع ح ر أعني مربع ر ص ومربع ر س أيضاً أربعة أمثال مربع ر ص^(د،د) ف أ ح، ر س متساويان و ر ح، س ذ متساويان ومتوازيان^(و،ب) فح ذ مثل ر س^(ج،أ) وكذلك تبين أنّ أ ح [مثل] أ ض وأنّ د ذ مثل د ح وأنّ د ذ مثل د ض فخطوط أ ح، ح ذ، ذ د، د ض، ض أ الخمسة متساوية. فنصّف ح ذ على ط^(ي) ونصل ص ط فهو موازٍ ومساوٍ لكل واحد من ر ح، س ذ^(ج،أ) فهو أيضاً عمود على سطح أ د هـ، ولأنّ سطوح ل ك، أ ق، أن متوازية الأضلاع لما مرّ بعينه أنّ سطح ل ط متوازي الأضلاع فل ص أعني أ ل لما مرّ مثل ك ص^(ل،أ) ول ص مثل ل ك^(ل،أ) أعني ب

ن^(لـ١) أعني أع أعني ك ق^(لـ١) فل ص مثل ك ق^(لـ١) فل ر مثل ت ك فنسبة ك ص إلى ت ض كنسبة ل ص إلى ت ض^(ز١) وهي كنسبة ل ص إلى ر ص^(ز١) وهي كنسبة ر ص إلى ل ر وهي كنسبة ظ ص إلى ل ر^(ز١) وهي كنسبة ظ ص إلى ت ك^(ز١) فنسبة ك ص إلى ض ت كنسبة ض ظ إلى ت ك^(ب١٠) و ك ص، ض ت عمودان على سطح واحد فهما متوازيان^(و١١) و ص ظ، ك ت أيضًا عمودان على سطح واحد فهما متوازيان^(و١١) ف ظ ك ض خط مستقيم في سطح أ ح د وسطح مثلث أ ض د فالسطحان متصلان على الاستواء فخمس أ ح د د ض سطح واحد. وأما [١٢٤ ظ] أنه <متساوي الأضلاع>؛ لأننا نصل أ د فلأن ل س منقسم على ص <بنسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الأطول ل ص^(١) فربّع ل س مع مربع ص س أعني مربع س د ثلاثة أمثال مربع ص ل^(٥) أعني مربع أ ل فربعات أ ل، أ س، س د أعني مربعي أ س، س د ^(ز١٢) مثل مربع أ د فربّع أ د أربعة أمثال مربع أ ل ومربع أ د أيضًا أربعة أمثال مربع أ ل^(د١٠) ف أ د مثل أ د فزاوية أ ح د مثل أ ض د^(١٢) وكذلك تبين أن زاوية د ز ح مثل أ ض د فخمس أ ح د د ض متساوي الزوايا^(١٣) وهو معمول على أ د الذي هو ضلع من أضلاع المكعب الاثني عشر. فنعمل هكذا على كل ضلع فيحدث مجسم يحيط به اثنا عشر مجسمات متساوية الأضلاع والزوايا. وإذا قطعنا المكعب بسطح ضلعه ل م قائمًا على سطح أ ب ه د وبسطح آخر ضلعه ك ط قائمًا على هذا السطح على موازاة سطحي المكعب اللذين على أ ز د ه ينتصف الفصل المشترك بينهما بقطر المكعب^(ما١١) لكن نهاية الفصل المشترك بين السطحين القاطعين نقطة ص والسطحان عمودان على سطح أ د ه ز فالفصل المشترك بينهما أيضًا عمود على ذلك السطح^(ك١١) ف ط ص على استقامة الفصل المشترك^(ب١١) فنخرجه إلى أن يلقي منتصف الفصل المشترك والقطر وليكن منتصفها نقطة ع ف ص ع نصف ضلع المكعب ف ل س مثل ظ ع ولأننا نصل أ ح فلأن زاوية غ ط ح قائمة^(لـ١١) ومربع ل س، س ص ثلاثة أمثال مربع ل ص^(٥) فربعا ع ظ، ط ح أعني مربع ع ح ^(ز١٢) ثلاثة أمثال مربع ل ص الذي هو نصف ضلع المكعب وإذا كان مربع قطر الكرة ثلاثة أمثال مربع ضلع المكعب^(ب١٢) فربّع نصف قطر الكرة ثلاثة أمثال مربع ضلع المكعب ع ف ح نصف قطر الكرة فنقطة ح على بسيط الكرة. وكذلك تبين أن نقطتي د، ض ونقطة سائر زوايا المجسم المعمول كلها على بسيط الكرة. وإذا وصلنا ض ح وقسمنا أ د الذي هو منطبق بنسبة ذات وسط وطرفين / [١٢٥ و] كان القسم الأطول <مثل ضلع الخمس^(ب١) الذي هو مثل ضلع المجسم> وكل واحد من قسميه غير منطبق منفصل^(١٤) فضلع المجسم المعمول منفصل، وذلك ما أردنا بيانه.

يج [الشكل الثامن عشر]

نريد أن نمتحن أضلاع المجسمات الخمسة في كرة قطرها أ ب ونعرف مقايضة بعضها إلى بعض.

كنسبة الأنصاف^(٥٠٤) ف ب س ضلع اثني عشرة قاعدة مخمسات. ولأن أ د أعظم من قوس أ ز فضلع المخروط وهو أ د أطول من أ ز لما مرّ بعد شكل (كط) من الثالثة. ولأن قوس أ ب منصف على نقطة ز^(٥٠٥) ف أ ز مثل ز ب^(كط.ج) ف أ د أطول من د ب الذي هو ضلع ذي ثمان قواعد. و ز ب أطول من ضلع المكعب وهو د ب و د ب أطول من ضلع ذي عشرين قاعدة وهو ن ب و ز ب أطول من ضلع ذي اثني عشر قاعدة وهو ب س ولأن زاوية أ د ب قائمة^(لا.ج) فثلثا أ د ب، ج د ب متشابهان^(ح.ج) فنسبة أ ب إلى ب د كنسبة ب د إلى ب ج. فبالعكس نسبة ب د إلى ب ج كنسبة أ ب إلى ب د فنسبة مربع ب د إلى مربع ب ج كنسبة مربع أ ب إلى مربع ب د^(كب.ج) وهي كنسبة أ ب إلى ب ج^(ك.ج) فنسبة مربع ب د إلى مربع ب ج كنسبة أ ب إلى ب ج^(با.ج) لكن أ ب ثلاثة أمثال ج ب فمربع ب د ثلاثة أمثال مربع ج ب ومربع أ ب أربعة أمثال مربع ب ج^(د.ج) ف أ ج أطول من د ب ف أ م أطول من د ب. فإذا قُسم أ م بنسبة ذات وسط وطرفين كان قسمه الأطول ل م^(ط) ف ل م أعني م ن^(لا.م) أطول من ب س ومربع ن ب مثل مربع ب م، م ن^(م.أ) ف ن ب أطول من م ن ف ن ب أطول كثيراً من ب س، وذلك ما أردنا بيانه.

تمت المقالة الثالثة عشرة وهي (ي) شكلاً.

وبها تم الكتاب والحمد لله رب العالمين والصلاة على محمد وآله أجمعين.

نقله من نسخة الأصل علي بن عمر بن علي القزويني.

SONUÇ

I

Eukleides'in *Elemanları* yaklaşık 2500 yıllık tarihi boyunca özünde aynı kalmak şartıyla defalarca ve pek çok *Elemanlar* olarak farklı veçhelerle karşımıza çıkmıştır. Yani yüzyıllar boyunca farklı dillere tercüme edilmekle kalmamış, tekrar tekrar yeniden yazılmış, her yeniden yazımda -eksik veya fazla- başka özellikler göstermiştir. Biz de bu tez çalışmasında *Elemanlar*'ın özgün olduğu kabul edilen metninden başlayarak *İslâh*'a gelene kadar kazandığı farklı görünümeleri *İslâh* penceresinden izlemeye gayret ettik. Bu çaba esnasında incelediğimiz metinler hakkında aşağıdaki sonuçlara ulaştık.

Tezin birinci bölümünde tamamen *Elemanlar* kitabının yapısını çözmeye çalıştık. Bunu yaparken Türkçe literatürdeki eksikliği de göz önünde bulundurarak öncelikle *Elemanlar*'ın baştan sona muhtevasını ortaya koyduk. Bu muhteva bize *Elemanlar*'ın bugün anladığımız manada saf bir geometri metni olmadığını, Tûsî'nin *Tahrîrî*'nin asıl isminin (*Tahrîru Usûli'l-hendese ve'l-hisâb*) imlediği üzere hem mikdârlara hem de sayılara dair matematik bilimlerin temeli olduğunu gösterdi. Başka bir bakış açısıyla yine bilim tarihinde bu alanda yazılmış metinlerden de destek alarak söyleyecek olursak, esasında hisâbî ilimlerin temellerinin de hendese içinde bulunduğunu gösterdi.⁹⁷ Düzlem geometrisi ve katı cisim geometrisine dair bölümlerin yanında sayı teorisi, oran-orantı teorisi ve irrasyonellere dair zengin içeriği aslında "hendese"nin ya da modern çağrışımlarından arınmış "geometri"nin yönetime dair bir olguya işaret ettiği bu içerik incelemesinden anlaşılmış oldu.

Bu aşamada geometrik yöntemin unsurları da çalışmaya dahil oldu. Matematikçiler elinde şekillenen geometrik yöntemle filozoflar elinde şekillenen mantık yönteminin hemen hemen aynı dönemlerde ortaya çıkması ve birbirini andıran yapıları takip eden yüzyıllarda bu iki yöntemin bir potada eritilmesi çabalarını ortaya çıkardı. Dolayısıyla geometrik yöntemin en önemli

⁹⁷ Bu alanda Sâbit b. Kurre'nin *Kavlun fî tashîhi mesâili'l-cebr bi'l-berâhîni'l-hendesiyye*'si ve İbnü'l-Bennâ'nın (ö. 721/1321) *el-Usûl ve'l-mukaddimât fi'l-cebri ve'l-mukâbele*'si örnek verilebilir.

unsurları olarak ilkeler ve önerme/şekil yapıları olabildiğince felsefi etkilerden bağımsız ele alınmaya çalışıldı. *Elemanlar*'da ispatların hangi ilkelerden yola çıkılarak yapıldığı ve hangi yapıda ortaya konduğu ilke ve önerme yapısı araştırmalarıyla ortaya konmuş oldu. Elemanların bir önermesinde bulunması gereken altı unsurdan oluşan burhan adımları ayrıntılı şekilde incelendi. Bu adımların tümünün bir arada bulunmadığı durumların da hangi sebeple bu hâle dönüştüğü de bize farklı şekil/önerme türlerini vermiş oldu. Bu durumda *Elemanlar*'daki teorem (ilmî şekil), problem (amelî şekil), lemma (mukaddime) gibi önerme türleri ve ihtilâf-ı vuku gibi önermelere özel durumlar da bu bağlamda incelendi. Ayrıca önerme yapı ve türlerinin İslam matematikçilerinin bakış açısına göre antik dönemden farkları da yine ilk bölümde ortaya konmuş oldu. Örneğin Neyrîzî'nin *Şerhi*'nde karşılaştığımız ve bir dairenin merkezini bulmak (III.1) örneğindeki gibi, var olan birşeyi bulmayı sağlayan "vicdânî önerme" türü ilk defa bu yapı araştırmasıyla ortaya konan bilgilerdendir.

II

İlk bölümdeki özgün metin incelemesi sonrasında *İslâh*'a bir adım daha yaklaşarak ikinci bölümde *Elemanlar*'ın İslam matematikçileri elindeki dönüşümü mercek altına alınmıştır.

Elemanlar İslam dünyasına 9. Yüzyılda Arapça'ya yapılan tercümeler vasıtasıyla intikal etmiştir ve bütün bir gelenek temelde bu ilk tercümelere dayanır. Bu tercümelerin de Haccâc b. Yûsuf b. Matar'ın iki tercümesi ile İshâk b. Huneyn'in tercümesi olduğu yaygın kanaattir. Nedîm'in *Fihrist*'teki anlatısına göre İshâk'ın tercümesini de Sâbit b. Kurre ıslâh etmiştir ve bu tercümeler gelenek içinde Haccâc nüshası ve Sâbit nüshası isimleriyle anılırlar. Haccâc'ın tercümesi bir bütün hâlinde maalesef günümüze ulaşmamıştır. Fakat Sâbit nüshası üzerine yapılan araştırmalar da göstermiştir ki esasında Sâbit nüshası da varlığını tek bir surette sürdürmemektedir ve en az iki farklı versiyonu vardır. Bu da bize tercümelere dair sürecin anlatıdaki gibi basit değil, girift bir yapısının olduğunu gösterir. Hatta mütercim adını açıkça ve

dikkatli biçimde veren bazı yazmalarda, aynı nüsha içindeki bazı makale tercümelerinin İshâk b. Huneyn'e, bazılarının babası Huneyn b. İshak'a atfedilmiş olması meseleyi daha da çetrefilleştirmiştir. Bu noktada İslam *Elemanlar* geleneği içinde bu metinlere mütercime gönderme yapılmaksızın "Sâbit nüshası" isminin verilmiş olması anlam kazanır. Tercümeler arasındaki farklar ve ilişkilere dair görüşlerin tarihi ikinci bölümün başında verilmiştir ve ele alınan tüm metinlerde bu karakteristik farklar kullanılmıştır. İlgili kısımla alakalı en güncel iddialara burada tekrar değinmek yerinde olacaktır. Yakın zamanda ortaya atılan ve iki metin arasındaki benzerliklerden yola çıkarak İshak'ın ayrı bir tercümesinin olmadığına dair görüşe bu satırların yazarı katılmamaktadır. Çünkü bazı Sâbit nüshalarında açıkça Haccâc nüshasından yapılan alıntılar ve gelenek içinde birbirinden tamamen farklı zaman ve mekanlarda üretilen metinlerde Haccâc nüshasına atfedilen ortak özellikler bize bir Haccâc nüshasının varlığını açıkça göstermektedir. İki tercüme/nüsha arasındaki benzerliği şöyle yorumlamak mümkündür: Elimizde farklı tercümelerinin bulunduğu metinlerden anladığımız kadarıyla bir mütercim bir metni eline aldığı anda baştan sona yepyeni bir tercüme değil, mevcut tercümeden de istifadeyle kritik noktalara müdahaleler ve önceki mütercimin görmediği ve kendisinin elde ettiği yeni nüshalardan istifadeyle eklemeler yaparak metni yeniden kurmaktadır. Bunun *Elemanlar* için en güzel örneği *Mecistî* tercümesidir. Elimizde hem Haccâc hem de İshâk tercümelerinin nüshaları bulunmaktadır. Bu iki tercümeyi karşılaştırdığımızda farkın söylediğimiz üzere belli hayati noktalarda ve cümle yapılarında olduğunu gözlemledik. Dolayısıyla yeni mütercim aynı anlama gelen farklı cümle yapıları kullanarak yeni metin meydana getirir ve bazı noktalarda ıstılahlarla ya da gerekli gördüğü yerde cümlelerin anlamında oynamalar yapar. Buna *Elemanlar*'ın II. Makalesinin ilk tanımını ve bu çalışmada da ayrıntılı şekilde incelenen V. Makaledeki oran tanımını verebiliriz. Buradan da gelenek içinde *Elemanlar* üzerine kaleme alınan metinlerde cümlelerin anlamını değiştirmeyen küçük farkların doğal olarak dikkate alınmadığını, müelliflerin anlamı değiştirecek (makale tertibi sözkonusu olduğunda yapıyı değiştirecek)

farklara odaklandıklarını söyleyebiliriz. Dolayısıyla aslında elde bulunmayan Haccac nüshasına dair önemli ıstılâhî, kurgusal ve yapısal farkların büyük bir bölümünün bir şekilde günümüze ulaştığı söylenebilir.

İkinci bölümde tezin ele aldığı diğer bir konu, İslam *Elemanlar* geleneği içinde *İslâh*'a kadar üretilen ve belli özellikleri taşıyan metinlerin incelenmesidir. İslam dünyasında *Elemanlar* üzerine şerhler başta olmak üzere ihtisâr, ıslâh, tahrîr gibi farklı yazım türlerinde pek çok metin üretilmiştir. Bu çalışma, ilgili metinlerden *edisyon* hüviyetini taşıyan yani *Elemanlar*'ın yapısal özelliklerini koruyarak yeniden kaleme alınmasıyla ortaya çıkan metinleri incelemiştir. *Elemanlar*'ı muhtasar, tecrid, telhis, ıslâh, tahrir gibi isimlerle yeniden yazan müellifler kendi matematiksel ve felsefi tutumlarına ya da eseri yazma amaçlarına göre metne yeniden şekil vermişlerdir. Ana yapıda *Elemanlar*'a sadık kalsalar da tanımlarda, ilkelerde, önermelerin tertibinde değişiklikler yapmışlardır. Bu tez ilgili değişiklikleri tercüme gelenekleriyle irtibatlarını da göz önünde bulundurmak suretiyle ele almıştır. Bu bağlamda *Islah* öncesi edisyon hüviyetinde 4 metni bu şekilde etraflıca incelemiştir. Bu 4 metnin her birini genel yapıları, kaynakları, önerme yapıları ve ilkeleri açısından incelemeye tabi tutulmuştur. Tez çalışmasının özgün bir katkısı olarak bu metinlerden ikisi ilk defa bu çalışmada incelenmiştir Doğrudan incelenen bu metinler dışında bu araştırma sırasında da yaklaşık 20 metinden istifade edilmiştir.

İlk olarak Nisaburi'nin *İhtisâr* ismiyle kısalttığımız metni ilk defa bu tez çalışması kapsamında incelendi. Tahlili sırasında *İhtisâr*'ın, tezin 2. Bölümünden Haccâc tercümesine ait olduğunu bildiğimiz karakteristik bazı özellikleri taşıdığı ortaya çıkmıştır. *İhtisâr* genel yapısı itibarıyla İslam *Elemanlar* geleneği içinde sadece özgün *Elemanlar*'ın 13 makalesini içeren ve sondaki iki ek makaleyi dışarıda bırakan ilk metindir. Bu da *İslâh* adına önemlidir zira *Islah*, *İhtisâr* ile birlikte bu özelliği taşıyan yalnızca iki metinden biridir. Öte yandan *İhtisâr*, meşşâî felsefeden gelen ilkeler terminolojisini ve şemasını *Elemanlar*'a uygulamaya çalışan tek metindir. Meşşâî felsefenin İslam

dünyasındaki en büyük ismi İbn Sînâ'nın bile kendi *Elemanları*'nda uygulamadığı bu değişikliği Nîsâbûrî *İhtisâr*'da uygulamaya çalışır. İlkeleri Aristoteles'in İkinci Analitiklerinin Bîşr b. Mettâ tercümesinde karşımıza çıktığı şekliyle vaz', musâderât, tanımlar-isimler-resimler, usul-i mevzûa, ulum-ı müteârifeye gibi felsefe kavramlarına göre başlıklandırıp ilkelerin her bir parçasını bu başlıkların altında uygun gördüğü yerlere yerleştirir. Bu da başka hiçbir metinde görmediğimiz şekilde, mesela metne kemmiyetin tanımıyla başlaması gibi *İhtisâr*'ın kendine has özellikleri edinmesine sebep olur. Bunun yanında Nîsâbûrî, diğer metinlerde de karşılaşılan tarzda belli bir postulatı aksiyomlar arasına ya da aksiyomu postulatlar arasına almak gibi müdahaleler de yapar. Bu da ilgili tabloda gösterilmiştir. Son olarak da önerme yapılarında mukaddime kısmının atılması durumu da ilk defa *İhtisâr*'da görülür. Bunun yerine Nîsâbûrî şekilleri misal veya tafsil adımıyla başlatır ve diğer adımları birbiriyle iç içe kurgular.

İbn Sînâ'nın *Muhtasarı* bu bölümde incelediğimiz ikinci metindir. Bir felsefe külliyatı olan *Şîfâ*'nın içine matematik bilimleri *quadriviumunu*; hendese, heyet, aritmetik ve musikiyi alarak bu anlamda bir çıkır açan İbn Sînâ, *Muhtasar*'ı verdiği isme muvafık bir içerik oluşturmuştur. *Muhtasar*'ın genel yapısı incelendiğinde İbn Sînâ'nın şekil ayrımlarına ve numaralandırmalarda diğer metinlere nazaran hassas davranmadığı görülür. Gelenek içinde üretilen tüm edisyonlardan Haccâc tercümesine dair özellikleri en fazla taşıyan metin *Muhtasar*'dır. Ayrıca *Muhtasar*'ın ileriye dönük etkisi hiç de azımsanmayacak seviyededir. Kendisinden sonraki her bir eser az ya da çok *Muhtasar*'dan etkilenmiştir. Tezin odak noktası olarak *İslâh* ise *Muhtasar*'dan en fazla etkilenen metinlerden biridir. Önerme yapılarında İbn Sînâ, genel yapıya benzer bir tutumla, önermeleri sıkı ve tutarlı bir sistemle kurmaz. Ancak önermelerin genel karakteristiği olarak mukaddimelerinin bulunmadığı,

ispatların da her bir adımın birbirinden açıkça ayrılmadan karışık bir şekilde yapıldığı söylenebilir. İlkelere gelince, tanımlardaki terminolojide genel yapıya uygun olarak Haccâc'ın ıstılahlarını kullanır. Postulat ve aksiyomlarda İbn Sînâ, *Şifâ'*nın Mantık bölümünde ilimlerin ilkelerine dair vaz ettiği terminolojiyi değil, *Elemanlar* geleneğine uygun terminolojiyi tercih eder. Ayrıca aksiyomlarda da *Muhtasar*'ın 5. Aksiyomu (Birbirine eşit şeylerden birbirine eşit olmayan şeyler çıkarıldığında kalanlar birbirlerine eşit değildirler) ilk defa İbn Sînâ tarafından kullanılır ve bu *Tecrîd* dışında başka hiçbir metinde görülmez.

Üçüncü incelenen metin Nesevî'nin *et-Tecrîd fî Usûli'l-Hendese* adlı eseridir. Nesevî bu metni eserin girişinde belirttiği üzere aslında heyet ilminde ihtiyaç duyulduğu kadar geometri bilgisi verme amacıyla yazar. Bundan dolayı da *Elemanlar*'ın tamamını *Tecrîd* içine dahil etmez. Bu açıdan diğer metinlerden ayrışır. Fakat kitap yapı olarak ilkeleriyle ve önermeleriyle bir *Elemanlar* edisyonu olarak kabul edilmeye uygun olduğundan dolayı incelemeye tabi tutulmuştur. Nesevî'nin geometri alanında yetkin bir alim olduğu bazı Sâbit nüshalarında görüşleri nakledilmesinden ve *Tecrîd* dışında *Elemanlar* üzerine bir de şerhi olmasından ortaya çıkmaktadır. Bu vukufiyetini *Tecrid*'de de görmek mümkündür. Metni çoğunlukla Sâbit nüshasından istifadeyle kurgulmuş olmasına rağmen zaman zaman Haccâc nüshasından gelen bazı özellikler de gözlemlenir. Öte yandan *Tecrîd*'in belki de en ilgi çekici özelliği her bir şekil/önermede teorem (ilmî şekil) ve problem (amelî şekil) ayrımını gözetmesidir. Tüm şekillerin sonundaki netîce adımı, şeklin ait olduğu

gruba göre “gösterilmesi istenen buydu” ve “yapılması istenen buydu” gibi özgün *Elemanlar* metnine uygun tabirleri kullanır. Bu anlamda *Tecrîd*, İslam *Elemanlar* geleneği içinde bu usule dikkat eden tek edisyondur. İlkeler sözkonusu olduğunda *Tecrîd*’i diğerlerinden ayıran özelliği, tanımlarda ortaya çıkar. Tanımları kendine has bir yöntemle mantıktaki aklî taksime yaklaştırır. Ayrıca yukarıda bahsi geçen ve ilk defa İbn Sînâ’da gördüğümüz “birbirine eşitlerden birbirine eşit olmayanın çıkarıldığı” aksiyomu da yalnızca *Tecrîd*’de buluruz. Bu da metnin İbn Sînâ’nın *Muhtasarı*’yla ilgisini göstermektedir. Öte yandan Nisaburi’nin *İhtisarı*’nda bulunmayan “tüm dik açılardan birbirine eşit olduğunu” ifade eden postulatın *Tecrid*’e de alınmadığını belirtmek yerinde olacaktır.

Islah öncesi incelediğimiz son metin de nüsha zahriyesinde aklî ve naklî ilimlere dair kitapların en meşhurunun mulahhisi (mulahhisu eşheru’l-musannefâtî’l-akliyye ve’n-nakliyye) lakabıyla anılan Çağmini’nin *Telhîsu Kitâbi Uklîdis* adını verdiği metindir. Astronomi sahasında yazdığı *Mulahhas*, tıp alanında kaleme aldığı *Kânûnçe* gibi eserleriyle birlikte düşündüğümüzde bu lakabı ne derece hakettiği aşıkardır. *Telhîs* de ilk defa bu tezde incelenen metinlerden ikincisidir. Metnin genel yapısı ve kaynaklarına bakıldığında yoğun İbn Sînâ etkisi açıktır. Metnin muhtelif yerlerinde İbn Sînâ’nın *Muhtasarı*’na açıkça atıf yapması ve hatta yapıyı bozduğunu düşündüğü İbn Sînâ’nın bazı tasarruflarını da sırf *Muhtasar*’a bağlı kalmak adına aynen *Telhîs*’e dercedip kendi fikirlerini derkenar notuyla ifade etmesi bu etkinin en bariz göstergeleridir. Önerme yapılarında ise *Islâh*’a gelene kadar tüm

metinlerde gözlemlediğimiz üzere mukaddime kısımları bulunmaz. *Telhîs*'te ilkeler için genel yapıda şahit olduğumuz ölçüde *Muhtasar* takibinden söz edemeyiz. Umumiyetle elbette *Muhtasar*'ı takip etse de metnin en önemli bu kısmında kendi fikrine uygun düşmeyen *Muhtasar* ibarelerini değiştirir. Bu değişiklikleri de kendi karihasından değil, Sâbit nüshasından faydalanarak yapar. Ayrıca bir de ilk 3 postulatı mastarla değil, "mümkündür" kalıbıyla kurar ki bu da *Muhtasar*'dan farklıdır. *Telhîs*'i bütün bir gelenek içinde diğer metinlerden ayıran bir postulat ve bir aksiyom söz konusudur. Daire çiziminin imkanına dair postulatı bütün geleneğin hilafına "bir noktadan bir uzaklıkla daire çizebiliriz" ifadesi yerine "merkezden bir uzaklıkla daire çizebiliriz" şeklinde vaz eder. Aksiyomlarda ise eşit şeylerin yarılarının birbirine eşit olduğunu ifade eden bir aksiyom verir ki bu noktada da gelenek içinde yalnızdır.

III

Yaşadığı dönemde geometriye dair yetkinliği çağdaşları tarafından bilinen Ebherî'nin *Islâh*'nın nüshalarına baktığımızda sadece 3 nüshasının olduğunu görürüz ki bu da metne duyulan ilgi azlığına delalettir. Bahsi geçen 3 nüshadan biri, Ebherî'nin talebesi meşhur mantıkçı Necmeddin Katîbî tarafından istinsah edilmiştir. Zaten Köprülü Kütüphanesi Fazıl Ahmed Paşa 1618'de kayıtlı nüshadan Kâtibî'nin, hocası Ebherî'nin metinlerinden oluşan bir mecmuayı istinsah ettiği biliniyor olsa da bu nüsha ile bunlara bir metin daha eklenmiş oldu. *Islâh*'ın şu an Arkeoloji Müzesi Kütüphanesinde muhafaza edilen nüshası doğrudan bu nüshadan istinsah edilmiştir. Bu ikisi

haricinde *Islâh*'ın bir de Bursa İnebey Yazma Eserler Kütüphanesi'nde bir nüshası vardır. Fakat bu kadar az nüshası bulunması yanında karşımıza başka bir zorluk daha çıkar: *Islâh*'ın nüshaları arasında farklar vardır. Muhtelif açılardan farklı kriterlerle yaptığımız mukayeselerde bu iki nüshanın iki farklı versiyon meydana getirdiği ortaya çıkmıştır.

Islâh'ın genel yapısı ve kaynakları daha önceki bölümlerde incelediğimiz tüm metinler göz önünde bulundurularak ele alınmıştır. Bunun sonucunda makale ve şekil tertibinde *Islâh*'ın ilk versiyonunun tercüme geleneklerinden Haccâc'a ait özellikleri barındırsa da ikinci versiyonda Ebherî'nin Sâbit nüshasından da istifadeyle yeni bir düzenlemeye gittiğini ortaya koyulmuştur. Buna rağmen *Islâh* terminolojide Haccâc'a ait bazı karakteristik özellikleri ikinci versiyonda da korur. İslam *Elemanlar* geleneği içinde daha önce incelenen metinlerden Nisâbûrî'nin *İhtisârı* ile çok yakın, İbn Sînâ'nın *Muhtasarı*yla da daha az seviyede bir bağı vardır. Bu bağlamda gelenek içinde sadece *İhtisar*'da karşılaştığımız bazı özelliklerin aynıyla *Islâh*'ta da takip edilmiş olduğunu temsil değeri yüksek örnekler üzerinden gösterdik. *Islâh*'ı genel yapı söz konusu olduğunda diğer metinlerden ayıran özellikleri ise metnin muhtelif yerlerinde *zîyâde* başlığıyla yeni şekiller ve *mukaddime* başlığını taşıyan lemmaları eklemesidir. Bu ziyâde ve mukaddimleri ayrıntılı şekilde inceledik. Bu incelemeleri de 14. Yy'a kadar üretilmiş bütün *Elemanlar* literatürüne atıflar yaparak sadece edisyonlar değil, şerhler içinde de *Islâh*'ın irtibatlı olabileceği metinleri ortaya çıkardık. Önerme yapılarına baktığımızda kendine gelene kadarki metinlerde karşılaştığımız üzere *Islâh*'ta da şekil

mukaddimleri bulunmaz. Şekle doğrudan misal ve tafsil adımlarıyla giriş yapar. Yine de metnin teferruatlı incelenmesiyle nadiren bazı şekillerde bu tutuma uymadığı ortaya çıkmıştır. Belli başlı şekiller üzerinden bu istisna şekiller ortaya konmuştur. Bu istisnalar ile yine *Islâh*'ın Nîsâbûrî'nin *İhtisârı* ile ilgisi bir kez daha gösterilmiştir.

İlkeler noktasında tanımlardan başlanarak *Islâh*'ın tüm ilkeleri ayrıntılı incelenmiştir. Ebherî'nin tanımlardaki tasarruflarına odaklanan ilk başlıkta bazı temsil gücü yükdek örneklerde sadece Ebherî'nin gelenek içindeki yeri değil diğer bütün metinlerin birbirleriyle ilişkileri de belli ölçüde ortaya çıkmıştır. Postulatlar sözkonusu olduğunda Ebherî'nin gelenek içinde postulatları ispata kalkışan ilk isim olmadığını ama bir edisyon için bunun bir ilk olduğunu gösterilmiştir. Her bir postulatın ispatı, ispat yollarını da izah ederek gösterilmiştir. Yaptığımız bu izahlarda, gelenek içindeki tüm metinler incelenerek *Islâh* ile benzeyen ve ayrışan noktalar gösterildi. Bunlar sadece *Islâh*'ı anlamaya değil, aynı zamanda İslam *Elemanlar* geleneğinin ilkeleri ne surette ve hangi tertip ile ele aldığı da ortaya çıkmış oldu. Ebherî'nin özelleştiği bir diğer nokta da metinde aksiyomları ayrı başlık altında hiç zikretmemiş olmasıdır. Her ne kadar aksiyomları I. Makale girişine almamış olsa da metin içinde bazı yerlerde açıktan atıf yaptığı aksiyomlar (toplam 3 aksiyom) vardır.

Son olarak *Islâh*'ın kendinden sonrasına etkiler nüshalar ve metinler üzerinden gözlemlenmiştir. Öncelikle nüshalarının azlığı ve tanınmıyor oluşundan dolayı *Islâh*'ın ihmal edilmiş olduğu açıktır. Bunun sebebi, gelenek içindeki

diğer bütün metinler gibi Tûsî'nin *Tahrîri*'nin gölgesinde kalmasıdır. Metin düzeyinde ise Sözde Tusî, Kutbuddin Şîrâzî, Kemaleddin Farisi üzerinden küçük ölçekte bir etkisi olduğu, bunun da postullatlara ve özellikle de paraleller postullatına dair olduğu söylenebilir. Öte yandan Semerkandî'nin *Eşkâlü't-te'sîs* adlı eseri üzerinden gerçekleşen etkisinin yine de sınırlı olmasına rağmen, Kadızâde-i Rûmî'nin *Eşkâl*'e yazdığı şerhte Ebherî'nin ve *Islâh*'ın savunulduğu, övüldüğü ve muhtelif yerlerde doğrudan alıntılar yapıldığı görülür. Bu da bize *Islâh*'ın doğrudan metin düzeyindeki etkisinin küçük çaplı olmasına rağmen, dolaylı etkisinin metin boyutunda kısıtlı ama yaygın olduğunu göstermiştir.

KAYNAKÇA

Yazma Kaynaklar

Kitâbu Uklîdis fi'l-Usûli'l-Hendesiiyye (Sâbit Islâhı)

Escorial Kütüphanesi, Derenbourg 907.

Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Fatih 3439.

Kopenhag Kraliyet Kütüphanesi Cod. Arab. 81.

Oxford Üniversitesi Bodleian Kütüphanesi Thurston 11.

Oxford Üniversitesi Bodleian Kütüphanesi Huntington 435.

Chester Beatty Kütüphanesi, Ar. 3035.

Uppsala Üniversitesi Kütüphanesi, O Vet. 20.

Ahmed b. Ömer el-Kerâbisî. *Şerhu Sudûri Makâlâti Kitâbi Uklîdis*, Khudabakhsh Kütüphanesi, HL 2034.

Ebû Ali Hüseyin b. Abdullah ibn Sînâ. *el-Fennu'l-evvel min Cumleti'l-ilmi'r-riyâzî fi Kitâbi's-sifâ*.

Bibliothèque nationale de France, Arabe 2484.

Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Ayasofya 2442.

Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Ayasofya 2720.

Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Carullah 1424.

Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Damad İbrahim Paşa, 822.

Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Damad İbrahim Paşa, 823.

Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Fatih 3211.

— — —. *er-Riyâziyyât min Kitâbi'n-Necât*.

British Library, Or. 6572.

Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Ayasofya 4829.

Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Carullah 1345.

— — —. *Riyâziyyât-ı Dânişnâme*, Tahran Meclis-i Şûrâ-yı İslâmî Kütüphanesi 18125.

Ebû Ali Muhammed b. El-Hasen ibnu'l-Heysem, *Hallu Şukûki Kitâbi Uklîdis*.

Bursa İnebey Yazma Eser Kütüphanesi, Haraçcioğlu 1172.

- İstanbul Üniversitesi Nadir Eserler Kütüphanesi, A 800.
- Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Fatih 3439.
- — —. *Şerhu Musâderâtî Kitâbi Uklîdis*.
- Bursa İnebey Yazma Eser Kütüphanesi, Haraçcıoğlu 1172.
- İstanbul Millet Yazma Eser Kütüphanesi, Feyzullah Efendi 1359.
- Ebu'l-Abbâs en-Neyrîzî. *Şerhu'l-Usûl*, Leiden Or. 399.
- Ebu'l-Kâsım Ali b. Ahmed el-Antâkî. *Şerhu Uklîdis*, Oxford Üniversitesi Bodleian Kütüphanesi Huntington 531.
- Ebu'l-Kâsım Ali b. İsmail en-Nîsâbûrî. *Tahrîru Uklîdis*, Kayseri Raşid Efendi Kütüphanesi 1230.
- Esîruddîn Mufaddal b. Ömer el-Ebherî. *İslâhu Uklîdis (İslâhu'l-Ustukussât)*.
- Bursa İnebey Yazma Eser Kütüphanesi, Hüseyin Çelebi 744.
- Chester Beatty Kütüphanesi, Ar. 3424.
- İstanbul Arkeoloji Müzesi Kütüphanesi, 596.
- Kutbuddin Mahmud b. Mes'ud eş-Şîrâzî. *Tahrîr-i Usûl-i Hendese*, Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Yeni Cami 796.
- Muhyiddin ibn Ebi's-Şukr el-Mağribî. *Tahrîru Usûli Uklîdis*.
- Oxford Üniversitesi Bodleian Kütüphanesi, Or. 448.
- Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Ayasofya 2719.
- Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Mihrişah Sultan 337.
- Utrecht Üniversitesi Kütüphanesi, Or. 1440 (Eski numarası 21).
- Nasîruddîn Tûsî. *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb*.
- Bayerische Staatsbibliothek, Cod. Arab. 2697.
- Beyazıt Yazma Eser Kütüphanesi, Beyazıt Umumi 4530.
- Beyazıt Yazma Eser Kütüphanesi, Veliyüddin Efendi 2323.
- Köprülü Kütüphanesi Fazıl Ahmed Paşa 927.
- Köprülü Kütüphanesi Fazıl Ahmed Paşa 929.
- Nuruosmaniye Kütüphanesi 2929.
- Ragıp Paşa Kütüphanesi 915.
- Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Carullah 1457

Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Fatih 3440.

Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Kılıç Ali Paşa 675.

Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Turhan Sultan 217.

Seyyid Şerîf Cürcânî. *Hâşiye alâ Tahrîru Uklîdis*, Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi, Hüsrev Paşa 227.

Şemseddin Muhammed b. Eşref es-Semerkindî. *Eşkâlu't-Te'sîs*, Ragıp Paşa Kütüphanesi 919.

Basılı Kaynaklar

Abdeljaouad, Mahdi. "Kamāl al-Dīn al-Fārisī's additions to Abhari's 'proof' of the parallel postulate". *Suhayl. International Journal for the History of the Exact and Natural Sciences in Islamic Civilisation*, sy 16-17 (2019 2018): 7-31.

<https://doi.org/10.1344/SUHAYL2019.16-17.1>.

Abdeljaouad, Mahdi, ve Gregg De Young. "Al-Shirāzī's 'Proofs' of Euclid's Postulates in Arabic and Persian". *SCIAMVS: sources and commentaries in exact sciences* 21 (2021 2020): 1-82.

Al- Daffa, Ali A., ve John J. Stroyls. "Ibn Sīnā as a Mathematician". İçinde *Studies in the Exact Sciences in Medieval Islam*, 60-118. Dhahran: University of Petroleum and Minerals, 1984.

Ali b. Ahmed en-Nesevî. *Kitābu't-Tecrîd fî Usûli'l-hendese*. Editör Mustafa Mevaldî. Tab'a 1. Silsilat an-nuşûş al-muḥaqqāqa. London, UK: Müessesetü'l-Furkân li't-Türâsi'l-İslâmî, 2016.

al-Nayrizi. *The Commentary of Al-Nayrizi on Book I of Euclid's Elements of Geometry: With an Introduction on the Transmission of Euclid's Elements in the Middle Ages*.

Çeviren Anthony Lo Bello. Boston: Brill Academic Publishers, 2003.

— — —. *The Commentary of Al-Nayrizi on Books II-IV of Euclid's Elements of Geometry: With a Translation of That Portion of Book I Missing from MS Leiden or. 399.1 but Present in the Newly Discovered Qom Manuscript Edited by Rüdiger Arnzen*. Çeviren Anthony Lo Bello. Leiden ; Boston: Brill, 2009.

Anawati, G. C. *Muellefâtü İbn Sînâ*. Kahire: Dâru'l-Ma'ârif, 1950.

Aristoteles. *Birinci Çözümlemeler*. Çeviren Ali Houshiary. Ankara: Dost Kitabevi, 1998.

— — —. *İkinci Çözümlemeler*. Çeviren Ali Houshiary. 1. bs. Cogito 135. İstanbul: Yapı Kredi Yayınları, 2005.

Arnzen, Rüdiger. *Abū l-'Abbās an-Nayrīzīs Exzerpte aus (Ps.-?) Simplicius' Kommentar zu den Definition, Postulaten und Axiomen in Euclids Elementa I*. Köln: R. Arnzen, 2002.

Artmann, Benno. *Euclid: The Creation of Mathematics*. Corrected second printing. New York: Springer Science + Business Media, 2001.

— — —. "Euclid's Elements and its Prehistory". *Apeiron* 24, sy 4 (Ocak 1991): 1-48.
<https://doi.org/10.1515/APEIRON.1991.24.4.1>.

Bellosta, Hélène. "The Specific Case of Geometrical Manuscripts Using The Example of Manuscript B.N. 2457 (Paris)". İçinde *Editing Islamic Manuscripts on Science: Proceedings of the Fourth Conference of Al-Furqān Islamic Heritage Foundation 29th-30th November 1997*. London: al-Furqan Islamic Heritage Foundation, 1999.

Berggren, J.L., ve Glen Van Brummelen. "Al-Kūhī's Revision of Book I of Euclid's Elements". *Historia Mathematica* 32, sy 4 (Kasım 2005): 426-52.
<https://doi.org/10.1016/j.hm.2005.02.001>.

Bertato, Fabio M. "Attempts to Formalize as Syllogisms the Propositions of the Elements of Euclid Made by Herlinus, Dasypodius, Clavius and Hérigone". İçinde *(Un-)Certainty and (In-)Exactness: Proceedings of the 1st CLE Colloquium for Philosophy and Formal Sciences*, 109-40. Canterano (Rome): Aracne editrice, 2018.

Bingöl, Abdulkuddus. "Ebherî, Esîrüddin". İçinde *TDV İslam Ansiklopedisi*. C. 10. İstanbul: TDV Yayınları, 1994.

Brentjes, Sonja. "Additions to book I in the Arabic traditions of Euclid's elements". *Studies in History and Philosophy of Science. Part A* 15, sy 1-2 (1998): 55-117.

— — —. "Ahmad al-Karabisi's Commentary on Euclid's Elements". *Sic Itur ad Astra*, 2000, 31-75.

— — —. "An Exciting New Arabic Version of Euclid's Elements: MS Mumbai, MULLĀ FĪRŪZ R.I.6". *Revue d'histoire Des Mathématiques* 12, sy 2 (2006): 169-98.

— — —. "Arabic and Arabo-Latin Translations of Euclid's *Elements*". İçinde *Plurilingualism in Traditional Eurasian Scholarship: Thinking in Many Tongues*, editör Glenn W. Most, Dagmar Schäfer, ve Mårten Söderblom Saarela. Leiden: Brill, 2023.

— — —. "Elements: Reception of Euclid's Elements in the Islamic World". İçinde *Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures*, editör Helaine Selin, 1599-1602. Dordrecht: Springer Netherlands, 2016. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7747-7_9379.

— — —. "Euclid's *Elements*, Courtly Patronage and Princely Education". *Iranian Studies* 41, sy 4 (Eylül 2008): 441-63. <https://doi.org/10.1080/00210860802246150>.

— — —. "Ms Munich, Bayerische Staatsbibliothek, Codex Arab. 2697 And Its Properties". *Micrologus* 27 (2019): 443-66.

— — — . “Observations on Hermann of Carinthia’s Version of the *Elements* and Its Relation to the Arabic Transmission”. *Science in Context* 14, sy 1-2 (Haziran 2001): 39-84. <https://doi.org/10.1017/S0269889701000035>.

— — — . “Textzeugen und Hypothesen zum arabischen Euklid in der Überlieferung von al-Ḥağğāğ b. Yūsuf b. Maṭar (zwischen 786 und 833)”. *Archive for History of Exact Sciences* 47, sy 1 (Haziran 1994): 53-92. <https://doi.org/10.1007/BF01881701>.

— — — . “The Relevance of Non-Primary Sources for The Recovery of The Primary Transmission of Euclid’s *Elements* into Arabic”, 201-25. Brill, 1996.

— — — . “Two Comments on Euclid’s *Elements* ? On the Relation between the Arabic Text Attributed to al-Nayrızı and the Latin Text Ascribed to Anaritius: Two Comments on Euclid’s *Elements* ?” *Centaurus* 43, sy 1 (Ocak 2001): 17-55. <https://doi.org/10.1034/j.1600-0498.2001.t01-1-430102.x>.

— — — . “Varianten einer Haggag-Version von Buch II der Elemente”. İçinde *Vestigia Mathematica: Studies in Medieval and Early Modern Mathematics in Honour of H.L.L. Busard*, editör Menso Folkerts ve Jan P. Hogendijk, 47-67. Amsterdam: Rodopi B. V., 1993.

— — — . “Who Translated Euclid’s ‘Elements’ into Arabic?” İçinde *Translation and Transmission: Collection of Articles*, editör Jaakko Hämeen-Anttila ve Ilkka Lindstedt, 21-54. The Intellectual Heritage of the Ancient and Mediaeval Near East 3. Münster: UGARIT Verlag, 2018.

Brentjes, Sonja, ve Gregg De Young. “Euclid”. İçinde *Encyclopedia of Islam, THREE*, editör Kate Fleet, Gudrun Krämer, Denis Matringe, John Nawas, ve Dewin J. Stewart, 2013. http://dx.doi.org/10.1163/1573-3912_ei3_COM_26248.

Busard, H. L. L., ed. *Johannes de Tinemue's Redaction of Euclid's Elements, the So-called Adelard III Version (Vol. I-II)*. 2 c. Stuttgart: Franz Steiner Verlag, 2001.

— — —, ed. *The First Latin Translation of Euclid's Elements Commonly Ascribed to Adelard of Bath*. Toronto: Pontifical Institute of Mediaeval Studies, 1983.

— — —, ed. *The Latin Translation of the Arabic Version of Euclid's Elements Commonly Ascribed to Gerard of Cremona*. Asfâr 2. Leiden: Brill, 1984.

— — —, ed. *The Translation of the Elements of Euclid from the Arabic into Latin by Hermann of Carinthia (?)*. Brill, 1968.

— — —, ed. *The Translation of the Elements of Euclid from the Arabic into Latin by Hermann of Carinthia (?) Books VII-XII*. Amsterdam: Mathematisch Centrum, 1977.

Busard, H. L. L., ve Menso Folkerts. *Robert of Chester's (?) Redaction of Euclid's Elements, The So-called Adelard II Version (Vol. I-II)*. 2 c. Science networks 8. Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser, 1992.

Chemla, Karine, ed. *The History of Mathematical Proof in Ancient Traditions*. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.

Cremonensis, Gerardus. *Anaritii in Decem Libros Priores Elementorum Euclidis Commentarii ex Interpretatione Gherardi Cremonensis in Codice Cracoviensi 569 Servata*. Editör Maximilian Curtze. Leipzig: Teubneri, 1899.

Cürcânî, Seyyid Şerîf. *Şerhu'l-Mevâkıf*. Çeviren Ömer Türker. 1. bs. C. 2. 3 c. İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2015.

Çağmînî, Mahmûd b. Muhammed. *Telhîsu Kitâbi Uklîdis*. Editör Seyyid Sâdık Hüseyinî Eşkûrî. Kum: Mecma'-ı Zehâir-i İslâmî, 2006.

Çâvîş, Halil. *Nazariyyetu'l-mutevâziyât fi'l-Hendeseti'l-islâmiyye*. 1. bs. Qartâj, Tunis: el-Müessesetü'l-Vataniyye li't-Terceme ve't-Tahkik ve'd-Dirasat [Beytü'l-Hikme], 1988.

De Risi, Vincenzo. "The Development of Euclidean Axiomatics: The Systems of Principles and the Foundations of Mathematics in Editions of the Elements in the Early Modern Age". *Archive for History of Exact Sciences* 70, sy 6 (Kasım 2016): 591-676. <https://doi.org/10.1007/s00407-015-0173-9>.

De Young, Gregg. "A New Source of Evidence for the Lost Arabic Translations of Euclid's Elements". İçinde *History of the Mathematical Sciences*, editör Ivor Grattan-Guinness ve B. S. Yadav, 149-62. Gurgaon: Hindustan Book Agency, 2004. https://doi.org/10.1007/978-93-86279-16-3_12.

— — —. "Abū Sahl's Additions to Book II of Euclid's Elements". *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften* 7 (92 1991): 73-135.

— — —. "Al-Ḥajjāj in the Andalusian Euclidean Tradition". *Islamic Studies* 30, sy 1/2 (1991): 171-78.

— — —. "Diagram Numbers in Medieval Manuscripts of Euclid's Elements". *Humanistica : An International Journal of Early Renaissance Studies : VII, 1/2, 2012, 2012*. <https://doi.org/10.1400/212774>.

— — —. "Diagrams in the Arabic Euclidean Tradition: A Preliminary Assessment". *Historia Mathematica* 32, sy 2 (Mayıs 2005): 129-79. <https://doi.org/10.1016/j.hm.2004.04.003>.

— — —. "Editing a Collection of Diagrams Ascribed to al-Ḥajjāj: An Initial Case Study". *SCIAMVS* 15 (2014): 171-238.

— — —. “Ex Aequali Ratios in the Greek and Arabic Euclidean Traditions”. *Arabic Sciences and Philosophy* 6, sy 2 (Eylül 1996): 167-213.

<https://doi.org/10.1017/S0957423900002198>.

— — —. “Further Adventures of the Rome 1594 Arabic Redaction of Euclid’s Elements”. *Archive for History of Exact Sciences* 66, sy 3 (Mayıs 2012): 265-94.

<https://doi.org/10.1007/s00407-012-0094-9>.

— — —. “Ibn Al-Sarī on Ex Aequali Ratios: His Critique of Ibn Al-Haytham and His Attempt to Improve the Parallelism Between Books V and VII of Euclid’s Elements”. *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften* 9 (1994): 99-152.

— — —. “Ishāq Ibn Hunayn, Hunayn Ibn Ishāq, and the Third Arabic Translation of Euclid’s Elements”. *Historia Mathematica* 19, sy 2 (Mayıs 1992): 188-99.

[https://doi.org/10.1016/0315-0860\(92\)90076-N](https://doi.org/10.1016/0315-0860(92)90076-N).

— — —. “New Traces of The Lost Al-Hajjāj Arabic Translations of Euclid’s Elements”. *Physis*, sy 28 (1991): 647-66.

— — —. “The Arabic Textual Traditions of Euclid’s Elements”. *Historia Mathematica* 11, sy 2 (Mayıs 1984): 147-60. [https://doi.org/10.1016/S0315-0860\(84\)80006-3](https://doi.org/10.1016/S0315-0860(84)80006-3).

— — —. “The Arithmetic Books of Euclid’s Elements in The Arabic Tradition: an Edition, Translation, and Commentary”. Harvard University, 1981.

— — —. “The Arithmetic Books of Euclid’s Elements in The Arabic Tradition: an Edition, Translation, and Commentary (v. I p. II)”. Harvard University, 1981.

— — —. “The Arithmetic Books of Euclid’s Elements in The Arabic Tradition: an Edition, Translation, and Commentary (v. I-II)”. Harvard University, 1981.

— — — . “The Latin Translation of Euclid’s Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission”. *Suhayl. International Journal for the History of the Exact and Natural Sciences in Islamic Civilisation*, 2004, 311-83.

— — — . “The Taḥrīr Kitāb Uṣūl Uqlīdis of Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī: Its Sources”. *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften* 18 (2008): 1-71.

Ebu’l-Kāsim Kurbānī. *Nesevînâme: Tahkîk der Âsâr-ı Riyâzî-i Ali ibn Ahmed-i Nesevî*. Tahran: İntişârât-ı Bünyâd-ı Ferheng-i İran, 1351.

Edward Bernard Plooi. *Euclid’s Conception of Ratio and His Definition of Proportional Magnitudes as Critized by Arabian Commentators*. Rotterdam: W. J. van Hengel, 1950.

Elior, Ofer. “The Arabic Tradition of Euclid’s Elements Preserved in the Latin Translation by Adelard of Bath and the Hebrew Translation by Rabbi Jacob”. *Historia Mathematica* 45, sy 2 (Mayıs 2018): 111-30.
<https://doi.org/10.1016/j.hm.2018.01.001>.

— — — . “What Did Medieval Readers Take to Be ‘Al-Ḥajjāj’s Version’ of Euclid’s Elements ? The Evidence of MS Paris, BnF, Hébr. 1011”. *Centaurus* 62, sy 1 (Şubat 2020): 181-97. <https://doi.org/10.1111/1600-0498.12280>.

Engroff, John William. “The Arabic Tradition of Euclid’s Elements: Book V”. Harvard University, 1980.

Euclid. *Euclid’s Elements of Geometry: The Greek Text of J.L. Heiberg (1883 - 1885): From Euclidis Elementa, Edidit et Latine Interpretatus Est I.L. Heiberg, in Aedibus B.G. Teubneri, 1883-1885*. Çeviren Richard Fitzpatrick. Revised and Corrected. s.l: s.n, 2008.

Eukleides. *Euclidis Opera Omnia vol. I, Elementa (Libros I-IV)*. Editör I.L. Heiberg.

Lipsiae: Teubneri, 1883.

— — —. *Euclidis Opera Omnia vol. II, Elementa (Libros V-XI)*. Editör I.L. Heiberg.

Lipsiae: Teubneri, 1884.

— — —. *Euclidis Opera Omnia vol. V, Elementa: Contitens Elementorum Qui Feruntur*

Libros XIV-XV et Scholia in Elementa cum Prologomenis Criticis et Appendicibus. Editör

I.L. Heiberg. Lipsiae: Teubneri, 1888.

— — —. *Öklid'in Elemanları*. Çeviren Ali Sinan Sertöz. 2. bs. TÜBİTAK Popüler Bilim

Kitapları 1011. Ankara: TÜBİTAK, 2019.

Fârâbi, Ebû Nasr el-. *Şerhu Sadri'l-makâleti'l-ûlâ ve Sadri'l-makâleti'l-hâmise min*

Kitâbi'l-usûl li-Uklîdis. Editör Muḥammad Qashîqash, Jamâl Râshîq, ve Muḥammad

Musâ'id. Fez: Merkezu'd-dirâyâtî'r-Ruşdiyye, 2003.

Fazlıoğlu, İhsan. "Nesevî, Ali b. Ahmed". İçinde *TDV İslâm Ansiklopedisi*, 32:575-76.

İstanbul: TDV Yayınları, 2006.

Folkerts, Menso. "Euclid in Medieval Europe". İçinde *The Development of*

Mathematics in Medieval Europe: The Arabs, Euclid, Regiomontanus, 1-64. Aldershot:

Ashgate Variorum, 2006.

Fowler, D. H. *The Mathematics of Plato's Academy: A New Reconstruction*. 2nd ed.

Oxford : New York: Clarendon Press ; Oxford University Press, 1999.

Fowler, D.H. "An Invitation to Read Book X of Euclid's *Elements*". *Historia*

Mathematica 19, sy 3 (1992): 233-64. [https://doi.org/10.1016/0315-0860\(92\)90029-B](https://doi.org/10.1016/0315-0860(92)90029-B).

Franciosi, Filippo. "Some Remarks on the Controversy Between Prof. Knorr And

Prof. Szabó". İçinde *Theory Change, Ancient Axiomatics, and Galileo's Methodology*:

Proceedings of the 1978 Pisa Conference on the History and Philosophy of Science Volume I, editör Jaakko Hintikka, David Gruender, ve Evandro Agazzi, 187-91. Dordrecht: D. Reidel Pub. Co, 1981.

Furlani, Giuseppe. "Bruchstücke einer syrischen Paraphrase der 'Elemente' des Eukleides". *Zeitschrift für Semitistik und verwandte Gebiete* 3 (1924): 27-52; 212-35.

Gerard of Cremona. *Gerard of Cremona's Translation of the Commentary of Al-Nayrizi on Book I of Euclid's Elements of Geometry: With an Introductory Account of the Twenty-Two Early Extant Arabic Manuscripts of the Elements*. Çeviren Anthony Lo Bello. Ancient Mediterranean and Medieval Texts and Contexts. Boston: Brill Academic Publishers, 2003.

"GlossGA - Glossary: παραβάλλω | عمل". Erişim 25 Nisan 2023.

<https://glossga.bbaw.de/glossary.php?id=153094.html>.

Gohlman, William E. *The Life of Ibn Sina: A Critical Edition and Annotated Translation*. 1st ed. Studies in Islamic Philosophy and Science. Albany: State University of New York Press, 1974.

Greenberg, Marvin Jay. *Euclidean and Non-Euclidean Geometries: Development and History*. New York: Freeman, 2003.

Gregg De Young. "A Persian Translation of al-Jawhari's Additions to Elements Book V". *Journal for the History of Science* 6, sy 2 (2009 2008).

https://jihs.ut.ac.ir/article_22390.html.

— — —. "Al-Jawhari's Additions to Book V of Euclid's Elements". *Zeitschrift Für Geschichte Der Arabisch-Islamischen Wissenschaften*, sy 11 (1997): 153-78.

— — —. “The Arabic Version of Euclid’s Elements by al-Ḥajjāj b. Yūsuf b. Maṭar: New Light on a Submerged Tradition”. *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften* 15 (2003 2002): 125-64.

Gutas, Dimitri. *Avicenna and the Aristotelian Tradition: Introduction to Reading Avicenna’s Philosophical Works, Including an Inventory of Avicenna’s Authentic Works*. 2nd revised and Enlarged ed. *Islamic Philosophy, Theology and Science* 89. Leiden: Brill, 2014.

— — —. *İbn Sînâ’nın Mirası*. 3. bs. İstanbul: Klasik Yayınları, 2021.

Hartshorne, Robin. *Geometry: Euclid and Beyond*. New York Berlin Heidelberg: Springer, 2010.

Hattâbî, Muhammed el-Arbî el-. *Fehârisu’l-Hizâneti’l-Haseniyye*. C. 3. Rabat: Matba’atu’l-Me’ârifî’l-cedîde, 1983.

Hayyam, Ömer. *Risâle fî Şerhi mâ eşkele min musâderâti Kitâbi Uklîdis*. Editör Dr. T. Erani. Tahran, 1936.

Heath, Thomas Little. *A History of Greek Mathematics*. C. 1. Oxford: Clarendon Press, 1921.

— — —. *Mathematics in Aristotle*. Oxford: Clarendon Press, 1949.

— — —. *The Thirteen Books of Euclid’s Elements*. Vol. 1 (Introduction and Books I, II). 2. bs. New York: Dover Publications, 1956.

— — —. *The Thirteen Books of Euclid’s Elements*. Vol. 2 (Books III-IX). 2. bs. Garden City: Dover, 1956.

— — —. *The Thirteen Books of Euclid’s Elements*. Vol. 3 (Books X-XIII). 2. bs. Garden City: Dover, 1956.

— — — . *The Works of Archimedes: Edited in Modern Notation with Introductory Chapters*.

Cambridge: Cambridge University Press, 2010.

Hogendijk, Jan P. "Al-Nayrizi's Influence in the West". Yayınlanmamış Makale,

2010. <http://www.jphogendijk.nl/publ/naywest.pdf>.

— — — . "Al-Nayrizi's Own Proof Of Euclid's Parallel Postulate". *Sic itur ad astra*.

Studien zur Geschichte der Mathematik und Naturwissenschaft. Festschrift. Festschrift für den Arabisten Paul Kunitzsch zum 70. Geburtstag, 2000, 252-65.

— — — . "On Euclid's Lost *Porisms* and Its Arabic Traces". *Bolletino di Storia delle*

Science Matematiche VII, sy 1 (1987): 93-115.

— — — . "Te'sîr-i Neyrîzî der Garb". İçinde *Guzâreş-i Kungre-i Buzurgdâşt-ı Fazl Bin*

Hâtem-i Neyrîzî, çeviren Muhammed Bakırî, 60-87. Şiraz: Merkez-i Neşr-i Dânişgâh-ı Şîrâz, 2001.

"<http://www.perseus.tufts.edu/hopper/morph?l=%CF%83%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%E1%BF%96%CE%BF%CE%BD&la=gr#lexicon>". Erişim 24 Mayıs 2023.

<http://www.perseus.tufts.edu/hopper/morph?l=%CF%83%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%E1%BF%96%CE%BF%CE%BD&la=gr#lexicon>.

Huneyn b. İshâk. *Risâletu Huneyn b. İshâk ilâ Ali b. Yahyâ fî Zikri mâ Terceme min*

Kutubi Câlînûs. Editör Mehdî Muhakkık. Tahran: Müessese-i Mutâla'ât-ı İslâmî, 2001.

Hüseyin Gazi Topdemir. "Öklid". İçinde *TDV İslâm Ansiklopedisi*, 34:24-25. İstanbul:

TDV Yayınları, 2007.

İbn Ebî Usaybia, Muffakuddin. *Uyûnu'l-enbâ' fî Tabakâti'l-etıbbâ'*. Editör Dr. Nizâr Rıza. Beyrut: Dâru Mektebeti'l-Hayât, t.y.

İbn Sînâ. *eş-Şifâ: el-Fennü'l-evvel min Cümleti'l-ilmi'r-riyâzî (Usûlü'l-Hendese)*. Editör Abdülhamîd Sabra ve Abdülhamîd Lutfi Mazhar. Kahire: el-Hey'etü'l-Mısriyyetü'l-Âmme li'l-Kitâb, 1977.

— — —. *eş-Şifâ: el-Mantık (1): el-Medhal*. Editör G. C. Anawati, Mahmud el-Hudayrı, ve Fuad el-Ehvânî. Kahire: el-İdâretü'l-âmme li's-sekâfe, 1952.

— — —. *eş-Şifâ: el-Mantık (5): el-Burhân*. Editör Ebu'l-Alâ Afîfî. Kahire: el-İdâretü'l-âmme li's-sekâfe, 1956.

— — —. *İkinci Analitikler: Burhan*. Çeviren Ömer Türker. İslam Felsefesi Klasikleri 11. İstanbul: Litera Yayıncılık, 2006.

— — —. *İşaretler ve Tenbihler (el-İşârât ve't-Tenbîhât)*. Çeviren Ali Durusoy, Muhittin Macit, ve Ekrem Demirli. İstanbul: Litera Yayıncılık, 2005.

— — —. *Le Livre De Science (Physique, Mathématiques)*. Çeviren Henri Massé ve Mohammad Achena. C. 2. Paris, 1958.

İbnü'l-Heysem, el-Hasen. *Şerhu Musâderâti Kitâbi İklîdis*. Editör Ahmed Azeb Ahmed. Kahire: Matba'atu Dâri'l-Kütüb ve'l-Vesâikü'l-Kavmiyye, 2005.

İbnü'l-Kıftî, Ebü'l-Hasan Cemaleddin. *Târîhu'l-Hukemâ*. Editör Julius Lippert. Leipzig: Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung, 1903.

Kâdizâde er-Rûmî. *Eşkâlü't-te'sîs li's-Semerkandî Şerhu Kâdizâde er-Rûmî*. Editör Muhammed Süveysî. Tunus: ed-Dâru't-Tûnisiyye, 1984.

Kapp, A. G. "Arabische Übersetzer und Kommentatoren Euklids, sowie deren math.-naturwiss. Werke auf Grund des Ta'riḫ al-Ḥukamā' des Ibn al-Qiftī II". *Isis* 23, sy 1 (1935): 54-99.

— — —. "Arabische Übersetzer und Kommentatoren Euklids, sowie deren math.-naturwiss. Werke auf Grund des Ta'riḫ al-Ḥukamā' des Ibn al-Qiftī: III". *Isis* 24, sy 1 (1935): 37-79.

— — —. "Arabische Übersetzer und Kommentatoren Euklids, sowie deren math.-naturwiss. Werke auf Grund des Ta'riḫ al-Ḥukamā' des Ibn al-Qiftī: I". *Isis* 22, sy 1 (1934): 150-72.

Kâtib Çelebi. *Keşfü'z-zunun an Esami'l-kütüb ve'l-fünun*. 1941. bs. C. 1. 2 c. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı, 1941.

Kazvîni, Zekerîya b. Muhammed el-. *Âsâru'l-bilâd ve Ahbâru'l-ibâd*. Beyrut: Dâru Sâdır, 1960.

Klamroth, Dr. "Ueber den arabischen Euklid". *Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft* 35, sy 3 (1881): 270-326.

Knorr, Wilbur Richard. "On The Early History of Axiomatics: A Reply To Some Criticisms". İçinde *Theory Change, Ancient Axiomatics, and Galileo's Methodology: Proceedings of the 1978 Pisa Conference on the History and Philosophy of Science Volume I*, editör Jaakko Hintikka, David Gruender, ve Evandro Agazzi, 193-96. Dordrecht: D. Reidel Pub. Co, 1981.

— — —. "On The Early History of Axiomatics: The Interaction of Mathematics and Philosophy in Greek Antiquity". İçinde *Theory Change, Ancient Axiomatics, and Galileo's Methodology: Proceedings of the 1978 Pisa Conference on the History and*

Philosophy of Science Volume I, editör Jaakko Hintikka, David Gruender, ve Evandro Agazzi, 145-86. Dordrecht: D. Reidel Pub. Co, 1981.

— — —. *The Evolution of the Euclidean Elements: A Study of The Theory of Incommensurable Magnitudes and Its Significance for Early Greek Geometry*. Synthese historical library, v. 15. Dordrecht, Holland ; Boston: D. Reidel Pub. Co, 1975.

Kunitzsch, Paul. *Der Almagest: Die Syntaxis Mathematica des Claudius Ptolemäus in arabisch-lateinischer Überlieferung*. Wiesbaden: Otto Harrassowitz, 1974.

— — —. “Findings In Some Texts of Euclid’s Elements (Mediaeval Transmission, Arabo-Latin)”. İçinde *Stars and Numbers: Astronomy and Mathematics in the Medieval Arab and Western Worlds*, kitap editörü Paul Kunitzsch, 115-28. Hampshire, Vermont: Ashgate Variorum, 2004.

Lorch, Richard. “Greek-Arabic-Latin: The Transmission of Mathematical Texts in the Middle Ages”. *Science in Context* 14, sy 1-2 (Haziran 2001): 313-31.
<https://doi.org/10.1017/S0269889701000114>.

— — —. “Some Remarks on The Arabic-Latin Euclid”. İçinde *Adelard of Bath: An English Scientist and Arabist of The Early Twelfth Century*, 45-54. London: The Warburg Institute University of London, 1987.

Lyuter, Irina. “Berresî Mukaddimâtî-i Risâle-i Islâh-ı Usûl-i Uklîdis-i Esîruddîn-i Ebherî (بررسی مقدماتی رساله اصلاح اصول اقلیدس اثر الدین ابهری)”. Çeviren Pervîn Münzevî. *Mîrâs-ı İlmî-yi İslâm ve İrân* 3, sy 2 (1393): 140-61.

— — —. “Первые результаты исследования трактата ал-Абхари ‘Улучшение “Начал” Евклида””, 84-119, 2014.
<https://istina.ips.ac.ru/publications/article/153714140/>.

McKiraahan, Richard D. *Principles and Proofs: Aristotle's Theory of Demonstrative Science*. Princeton University Press, 2017. <https://doi.org/10.1515/9781400887163>.

Montanari, Franco. *The Brill Dictionary of Ancient Greek*. Editör Madeleine Goh ve Chad Schroeder. Boston, MA: Brill, 2015.

Mueller, Ian. "Greek Mathematics and Greek Logic". İçinde *Ancient Logic and Its Modern Interpretations*, editör John Corcoran, 9:35-70. Synthese Historical Library. Dordrecht: Springer Netherlands, 1974. https://doi.org/10.1007/978-94-010-2130-2_4.

— — —. "On the Notion of a Mathematical Starting Point in Plato, Aristotle and Euclid". İçinde *Science and Philosophy in Classical Greece*, editör Alan C. Bowen, 59-97. New York: Institute for Research in Classical Philosophy and Science, 1991.

— — —. *Philosophy of Mathematics and Deductive Structure in Euclid's Elements*. Cambridge, Mass: MIT Press, 1981.

Muhammed A'lâ b. Ali et-Tehânevî'. *Keşşâfu Istilâhâtî'l-Funûn: A Dictionary of the Technical Terms Used in the Sciences of the Musalmans*. Editör Mohammad Wajih, Abd al-Haqq, ve Gholam Kadir. C. 2. Calcutta: The Asiatic Society of Bengal, 1862.

Muvahhid, Samed. "Esîruddîn-i Ebherî". İçinde *Dâiretu'l-ma'ârif-i Buzurg-i İslâmî*. C. 6. Tahran: Merkez-i Dâiretu'l-ma'ârif-i Buzurg-i İslâmî, 1994.

Nasiridini Tusini. *Kitâbu Tahrîri Usûl li-Uklîdis min Te'lîfi Hâce Nasîriddîn et-Tûsî (Euclidis Elementorum Geometricorum Libri Tredecim)*. Romae: in typographia Medicea, 1594.

Nedîm, Ebu'l-Ferec Muhammed b. İshak en-. *el-Fihrist*. Editör Eymen Fuad Seyyid. C. 2/1. Londra: Müessesetü'l-Furkân li't-Türâsî'l-İslâmî, 2009.

Netz, Reviel. "Proclus' Division of the Mathematical Proposition into Parts: How and Why Was It Formulated?" *The Classical Quarterly* 49, sy 1 (Mayıs 1999): 282-303.
<https://doi.org/10.1093/cq/49.1.282>.

Newton, Isaac. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Tesoros de la Biblioteca Complutense. Londra: Jussu Societatis Regiae ac typis Josephi Streater, prostant venales apud Sam. Smith ..., 1687.

<https://patrimonioidigital.ucm.es/r/thumbnail/174138>.

Neyrîzî, Ebu'l-Abbâs el-Fazl b. Hâtîm en-. *Codex leidensis 399, I. Euclidis Elelmenta ex Interpretatione al-Hadschdschadschii cum Commentariis al-Narizii*. Editör R. O. Besthorn ve J. L. Heiberg. C. 1. Hauniae: Libraria Gyldendaliana, 1897.

— — —. *Codex leidensis 399, I. Euclidis Elelmenta ex Interpretatione al-Hadschdschadschii cum Commentariis al-Narizii*. Editör R. O. Besthorn ve J. L. Heiberg. C. 2/1. Hauniae: Libraria Gyldendaliana, 1900.

— — —. *Codex leidensis 399, I. Euclidis Elelmenta ex Interpretatione al-Hadschdschadschii cum Commentariis al-Narizii*. Editör R. O. Besthorn ve J. L. Heiberg. C. 2/2. Hauniae: Libraria Gyldendaliana, 1905.

— — —. *Codex leidensis 399, I. Euclidis Elelmenta ex Interpretatione al-Hadschdschadschii cum Commentariis al-Narizii*. Editör R. O. Besthorn ve J. L. Heiberg. C. 3. Hauniae: Libraria Gyldendaliana, 1932.

— — —. *Codex leidensis 399, I. Euclidis Elelmenta ex Interpretatione al-Hadschdschadschii cum Commentariis al-Narizii*. Editör G. Junge, J. Raeder, ve W. Thomson. C. 3/2. Hauniae: Libraria Gyldendaliana, 1932.

Nicomachus. *Introduction to Arithmetic*. Çeviren Martin Luther D'Ooge. New York, London: The Macmillan Company, 1926.

Nîsâbü'rî, Ebu'l-Kâsım Ali en-. "Tahriru Uklîdis", t.y. Kayseri Raşid Efendi Ktp., Nr. 1230.

Nûrânî, Abdullah. "Ta' dîlu'l-Mî'yâr fî Nakdi Tenzîlî'l-Efkâr-ı Tûsî". İçinde *Collected Texts and Papers on Logic And Language/Mantık ve Mebâhis-i Elfâz (Mecmû'a-i Mutân ve Makâlât-ı Tahkîkî)*, editör Mehdi Muhkkık ve Toshihiko İzutsu. Tahran: The Institute of Islamic Studies Mc Gill University, Tehran Branch, 1974.

Ömer Odabaş. *İbn Sînâ'da Bilimsel Yönteme Giriş: Konu, İlke ve Mesele*. 1. bs. Klasik Felsefe - İnceleme 48. İstanbul: Litera Yayıncılık, 2021.

Pappus. *The Commentary of Pappus on Book X of Euclid's Elements*. Düzenleyen & çeviren by William Thomson. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1930.

Peters, F. E. *Greek Philosophical Terms: A Historical Lexicon*. New York: New York University Press, 1967.

Proclus. *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*. Çeviren Glenn R. Morrow. Princeton Paperbacks. Princeton, N.J: Princeton University Press, 1970.

— — —. *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum Librum Commentarii*. Editör Gottfried Friedlein. Bibliotheca scriptorum Graecorum et Romanorum Teubneriana. Lipsiae: in aedibus B.G. Teubneri, 1873.

Ragep, Sally P. *Jaghmîni's Mulakhkhaş: An Islamic Introduction to Ptolemaic Astronomy*. New York, NY: Springer Science+Business Media, 2016.

Rashed, Roshdi. "L'angle de Contingence: Un Problème de Philosophie Des Mathématiques". *Arabic Sciences and Philosophy* 22, sy 1 (Mart 2012): 1-50.

<https://doi.org/10.1017/S0957423911000087>.

Ribenboim, Paulo. *The New Book of Prime Number Records*. 3. bs. New York: Springer, 1996.

Rodin, Andrei. *Axiomatic Method and Category Theory*. 1st ed. 2014. Synthese Library, Studies in Epistemology, Logic, Methodology, and Philosophy of Science 364. Cham: Springer International Publishing : Imprint: Springer, 2014.
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-00404-4>.

Sabra, A. I. "Simplicius's Proof of Euclid's Parallels Postulate". *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes* 32 (1969): 1-24. <https://doi.org/10.2307/750604>.

Safedî, Salâhuddîn Halil b. Aybek es-. *el-Vâfi bi'l-Vefeyât*. Editör Stefan Wild ve Ulrich Haarmann. C. 10. 32 c. Beyrut: Dâru Sâdır, 1991.

Saidan, Ahmed Selîm. *Hendesetu Uklîdis fî Eydin Arabiyyetin*. Amman: Dâru'l-Beşîr, 1991.

Sezgin, Fuat. *Geschichte des Arabischen Schrifttums [GAS] : Mathematik*. C. V. ; Leiden : E.J. Brill, 1974.

Szabó, Árpád. "Greek Dialectic and Euclid's Axiomatics". İçinde *Problems In the Philosophy of Mathematics*, editör Imre Lakatos. Studies in Logic and the Foundations of Mathematics. Amsterdam: North-Holland publishing company, 1967.

— — —. *The Beginnings of Greek Mathematics*. Synthese Historical Library. Dordrecht: Springer Netherlands, 1978. <https://doi.org/10.1007/978-94-017-3243-7>.

Şemsî, Fazl Ahmed. "Al-Farabi's Treatise on Certain Obscurities in Books I and V of Euclid's Elements". *Journal for the History of Arabic Science* VIII, sy 1-2 (1984): 31-42.

Şîrâzî, Kutbuddîn. *Tahrîr-i Usûl-i Uklîdus: Tahrîr-i Hâce Nasîruddîn-i Tûsî - Terceme-i Mahmûd b. Mes'ûd Kutbuddîn-i Şîrâzî - Ta'lîk: Seyyid Abdullah Envâr*. Editör Selmân Müfid. 1. bs. Tihân: İntişârât-ı Mevlâ, 1401.

Şîrvânî, Sadreddinzâde Mehmed Emin. *el-Fevâidü'l-Hâkâniyye: Şîrvânî'nin Bilimler Tasnifi*. Editör Ahmet Kâmil Cihan. 1. bs. İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2019.

Tekin, Ali. *Varlık ve Akıl: Aristoteles ve Fârâbî'de Burhân Teorisi*. 1. bs. İslam Felsefesi 32. İstanbul: Klasik Yayınları, 2017.

Tosun, Ali Rıza. "Semerkandî'nin Eşkâl el-Tesîs Adlı Eseri Üzerine Bir Değerlendirme". İçinde *Osmanlılarda Bilim ve Teknoloji -Makaleler-*, editör Yavuz Unat, 309-23. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım, 2010.

Tûsî, Nasîruddîn et-. *Tahrîru Usûli'l-Hendese ve'l-Hisâb: Eukleides'in Elemanlar Kitabının Tahrîri*. Editör İhsan Fazlıoğlu. İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2012.

Vahabzadeh, Bijan. "Al-Mâhânî's Commentary on the Concept of Ratio". *Arabic Sciences and Philosophy* 12, sy 1 (Mart 2002): 9-52.
<https://doi.org/10.1017/S0957423902002023>.

Waerden, B. L. van der. *Bilimin Uyanışı: Eski Mısır, Babilonya ve Eski Yunan Matematiği*. Çeviren Orhan Ş. İçen ve Yılmaz Öner. İstanbul: Türk Matematik Derneği, 1994.

Wartenberg, Ilana. "A Non-linear Transmission of Euclid's *Elements* in a Medieval Hebrew Calendrical Treatise". *Centaurus* 62, sy 1 (Şubat 2020): 158-80.
<https://doi.org/10.1111/1600-0498.12277>.

Worthington, Ian. *Ptolemy I: King and Pharaoh of Egypt*. New York: Oxford University Press, 2016.

Yakûbî, Ebü'l-Abbâs Ahmed b. Ebî Ya'kûb İshâk el-. *Târîhu'l-Ya'kûbî*. 6. bs. C. 1. Beyrut: Dâru Sâdır, 1995.